zioni di stabilità anche riguardo alla corona e alla scarpa della parete a valle, si arrivi al profilo trapezio e a quello pentagonale, come quelli che sono di forma più vicina e in pari tempo sono più semplici.

Esaminiamo perciò ora quale sia il più conveniente di questi due profili, cioè del profilo trapezio e del profilo pentagono, sia nei rapporti della economia, che della stabilità generale.

Supporremo naturalmente che la briglia sia di pianta rettilinea; perchè se fosse curvilinea essa lavorando come volta rovescia, offrirebbe maggiore resistenza e richiederebbe spessore minore come vedremo in seguito.

a) *Profilo trapezio.* — Imaginando che il profilo, ovverosia la sezione trasversale della briglia, sia rappresentata dal trapezio $ABCD$ (vedi la fig. 61), le condizioni generali di stabilità sono le seguenti:

1. Il centro di pressione deve cadere nel terzo medio, perchè non solo non vi sia nessun pericolo di rovesciamento, ma anche perchè (come generalmente si ammette) la muratura non sia esposta a sforzi di tensione.

2. Il rapporto tra lo sforzo di taglio e la pressione verticale deve essere minore del coefficiente di attrito, perchè non vi sia nessun pericolo di scorrimento.

3. La pressione verticale massima deve essere minore del coefficiente di resistenza alla compressione, perchè non vi sia nessun pericolo di schiacciamento.

Consideriamo la sezione di base CD. Siano $AB = a$, $CD = b$, $AD = h$.

$\omega = 1000$ kg. il peso specifico dell'acqua per m³.
$\omega_1 = 2250$ il peso specifico in media della muratura per m³.

Le forze che agiscono sulla briglia sono il peso proprio P e la spinta dell'acqua S.

I loro valori sono [52]:

$$P = \frac{a+b}{2} h \, \omega_1 \qquad\qquad S = h \, . \frac{h}{2} \, \omega = \frac{h^2}{2} \, \omega$$

Allora indicando con M il momento di flessione, ossia il momento di tutte le forze rispetto al centro della base G, il rapporto $\frac{M}{P}$ esprime la distanza d del centro di pressione I dal centro della base, e dovrà essere:

$$\frac{M}{P} \text{ non } > \frac{b}{6}$$

Ossia al più dovrà essere:

$$\frac{M}{P} = \frac{b}{6}$$

Questa equazione, mentre esprime che è soddisfatta la prima delle 3 suaccennate condizioni, ci serve a ricavare il valore di b.

Determiniamo anzitutto M. Esso sarà eguale alla somma algebrica di tutti i momenti parziali, cioè dei prodotti delle singole forze per i rispettivi bracci di leva, presi col segno più o col segno meno a seconda che il senso della loro rotazione è contrario o conforme a quello degli indici di un orologio.

Sarà cioè

$$M = S \, . \frac{1}{3} h - P \, . \, \overline{GF}$$

---

(52) Per semplificazione di calcolo si trascura la spinta prodotta dall'altezza h_1 dell'acqua al di sopra della corona. Notisi però che anche nella determinazione del peso P si è trascurato quello prodotto dalla massa d'acqua soprastante alla traversa. L'azione di queste due forze è opposta per cui esse tendono ad elidersi negli effetti. Solo per le briglie molto alte, e cioè quando per l'altezza considerevole del manufatto la spinta assume un valore notevole, conviene nel calcolo della spinta tenere conto dell'altezza dello stramazzo sulla corona, nei casi ordinari è una complicazione inutile.

Tav. 29. — Briglia in muratura nel Rio Pennate affluente del Pondo (1909) (Prov. di Forlì).

Ora indicando con x la quantità GF che per ora è sconosciuta, dai due triangoli simili NLM ed NOF ricaviamo:

$$LM : MN = OF : NF$$

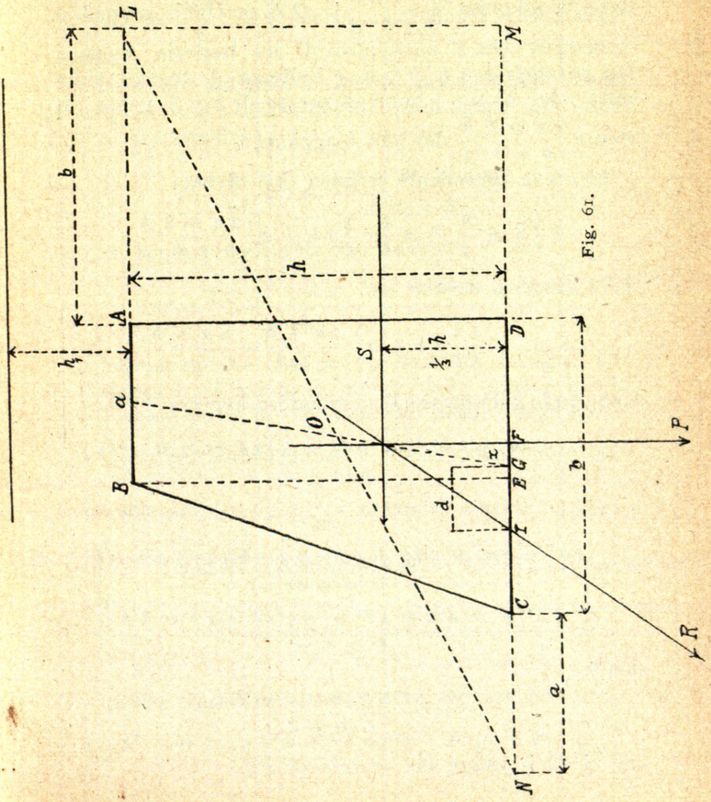


Fig. 61.

la quale equivale alla seguente:

$$h : (2\,b + a) = \left(\frac{2\,a + b}{a + b}\,\frac{h}{3}\right) : \left(a + \frac{b}{2} + x\right) \quad (53)$$

dove la quantità $\frac{2\,a + b}{a + b}\,\frac{h}{3} = O\,F$, perchè la geometria ci insegna che il baricentro di un trapezio avente i lati paralleli a e b $(b > a)$ e l'altezza h_1 trovasi sulla retta che unisce i punti di mezzo di a e b a una distanza $\frac{2\,a + b}{a + b}\,\frac{h}{3}$ dal lato maggiore b.

Allora la precedente formola (53) diventa

$$h\left\{a + \frac{b}{2} + x\right\} = \left\{2\,b + a\right\}\frac{2\,a + b}{a + b}\,\frac{h}{3}$$

dalla quale si desume

$$x = \frac{1}{3}\left\{2\,b + a\right\}\frac{2\,a + b}{a + b} - \frac{2\,a + b}{2}$$

Riducendo allo stesso denominatore avremo

$$x = \frac{2\,(a + 2\,b)\,(2\,a + b) - 3\,(2\,a + b)\,(a + b)}{6\,(a + b)}$$

e quindi

$$x = \frac{4\,a^2 + 8\,ab + 2\,ab + 4\,b^2 - 6\,a^2 - 6\,ab - 3\,ab - 3\,b^2}{6\,(a + b)} =$$

$$= \frac{4\,a^2 + 10\,a\,b + 4\,b^2 - 6\,a^2 - 9\,a\,b - 3\,b^2}{6\,(a + b)}$$

donde

$$x = \frac{-\,2\,a^2 + a\,b + b^2}{6\,(a + b)}$$

che ci dà il valore del braccio di P.

La spinta abbiamo trovato essere data da $S = \frac{\omega\, h^2}{2}$ ed il suo braccio rispetto al centro della base è $\frac{h}{3}$; perciò il momento di S rispetto al centro di figura G è espresso da $\frac{\omega\, h^3}{6}$ ed è per la suaccennata convenzione positivo.

Il momento del peso P invece, poichè il peso stesso incontra la base a destra del centro di figura sarà negativo e sarà eguale a

$$-\frac{a+b}{2}\, h \,.\, \omega_1 \frac{a\, b + b^2 - 2\, a^2}{6\,(a+b)}$$

Per cui sommando questi due momenti si ha

$$M = \frac{2\,\omega\, h^3 - h\,\omega_1\,(a\, b + b^2 - 2\, a^2}{12}$$

Ora rammentando che per la stabilità bisogna che la distanza fra il punto di mezzo della base e quello per il quale passa la risultante del peso e della spinta dell'acqua non sia maggiore di $\frac{b}{6}$, ossia nella ipotesi più favorevole sia uguale a $\frac{b}{6}$; dovremo avere:

$$\frac{M}{P} = \frac{\dfrac{2\,\omega\, h^3 - h\,\omega_1\,(a\, b + b^2 - 2\, a^2)}{12}}{\dfrac{a+b}{2}\, h\,\omega_1} = \frac{b}{6}$$

Ma questa equazione si può anche scrivere così

$$\frac{2\,\omega\, h^3 - h\,\omega_1\,(a\, b + b^2 - 2\, a^2)}{12} = \frac{b}{6}\left(\frac{a+b}{2}\right).\, h\,\omega_1$$

ossia poichè tutti i termini hanno il fattore comune $\frac{h}{12}$ dividendoli per questo fattore comune si ottiene:

$$2\,\omega\,h^2 - \omega_1\,(a\,b + b^2 - 2\,a^2) = b\,(a + b)\,\omega_1 \quad (54)$$

Per semplificare supponiamo che a cioè uno dei due lati paralleli del trapezio e propriamente quello più piccolo che corrisponde allo spessore in sommità della briglia sia eguale a una frazione dello spessore in base b cioè supponiamo che sia $a = m\,b$. Allora avremo:

$$2\,\omega\,h^2 - \omega_1\,(m\,b^2 + b^2 - 2\,m^2\,b^2) = b\,(m\,b + b)\,\omega_1$$

Osservando che si può raccogliere b, si arriva alla:

$$b^2\,(m + 1)\,\omega_1 + \omega_1\,b^2\,(m + 1 - 2\,m^2) = 2\,\omega\,h^2$$

ossia:

$$b^2\,\omega_1\,(2\,m + 2 - 2\,m^2) = 2\,\omega\,h^2\,;$$

togliendo il fattore comune 2 e risolvendo rispetto a b si ottiene

$$b^2 = h^2\,\frac{\omega}{\omega_1}\;\frac{1}{1 + m - m^2}$$

e quindi:

$$b = h\sqrt{\frac{\omega}{\omega_1}}\cdot\sqrt{\frac{1}{1 + m - m^2}}$$

Esprimendo il valore del radicale

$$\sqrt{\frac{1}{1 + m - m^2}}$$

con n e ricordando che

$$\sqrt{\frac{\omega}{\omega_1}} = \sqrt{\frac{1.000}{2.250}} = \frac{1.00}{1.50} = \frac{2}{3}$$

Tav. 30. — Briglia in muratura costruita nel 1910 sotto la confluenza del Rio Stefano nel Rio Pennate affluente del Pondo (Prov. di Forlì).

Tav. 31. — **Briglia a secco costruita nel torrente Rio S. Giacomo (Prov. di Forlì).**

ossia 0.666, avremo:

$$b = 0.666\, n\, h \tag{55}$$

Ma la briglia dovrà soddisfare anche alla condizione che la pressione massima unitaria non superi il coefficiente di resistenza alla compressione.

Perciò è necessario trovare anche il valore della pressione massima unitaria.

Ora per la legge del trapezio quando la risultante cade nel terzo medio esterno ossia quando il centro di pressione coincide col limite esterno del terzo medio, la pressione massima verticale R è data da:

$$R = \frac{2\,P}{b} \tag{55 bis}$$

Quindi sostituendo il valore di P che per noi è noto perchè abbiamo visto che il peso della briglia

$$P = \frac{a + b}{2}\, h\, \omega_1\,,$$

la pressione massima (verticale) R sarà data dall'equazione:

$$R = \frac{2\left(\dfrac{a + b}{2}\right) h\, \omega_1}{b} = \frac{a + b}{b} \,.\, h\, \omega_1$$

e ponendo ancora come prima: $a = m\, b$, si ottiene:

$$R = \frac{(m\, b + b)}{b}\, h\, \omega_1 = (m + 1)\, h\, \omega_1 \tag{56}$$

Così mentre la (55) ci dà il valore dello spessore alla base tale che la briglia non sia soggetta al pericolo di rovesciamento e nemmeno a sforzi di tensione, la (56) ci dà il valore della pressione massima verticale a cui è sottoposta la briglia.

Ora per poter giudicare quale sia il più conveniente (sia nei riguardi dell'economia che della stabilità) fra i due profili: il trapezio e il pentagonale, cominceremo a compilare una tabella nella quale scriveremo i principali valori che possono servire a istituire il confronto fra i due detti profili e che corrispondono ai casi più frequenti nella pratica, supponendo che la briglia abbia un profilo trapezio, e riservandoci di calcolare poi un'analoga tabella per il profilo pentagonale.

La tabella per le briglie di profilo trapezio è la seguente, distinta col N. 1, avvertendo che per la sua redazione in corrispondenza ad ogni tipo di scarpa, si fissa prima a piacimento il valore di m e da esso subito si desume quello corrispondente di

$$n = \sqrt{\frac{1}{1 + m - m^2}}$$

Poi si calcola il valore di b_1 mediante la suaccennata formula (55)

$$b = 0.666\, n\, h$$

Trovato b, da esso si ricava il valore della scarpa, che è $CE = b - a = b - mb = b\,(1 - m)$. Poscia si calcolano senza difficoltà tutti i valori delle successive colonne.

TABELLA I.

Numero d'ordine	Scarpa esterna $CE = b - a$	Rapporto $\frac{a}{b} = m$	Spessore alla base b	Spessore in corona a	Volume della briglia $V = \frac{a+b}{2} h$	Valore della spinta $S = \frac{1}{2} \omega h^2$	Peso della briglia $P = \frac{a+b}{2} h \omega_1$	Rapporto $\frac{S}{P}$	Pressione massima alla base $R = (1 + m) \omega_1 h$	*Osservazioni*
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	$0.67 h$	zero	$0.67 h$	zero	$0.333 h^2$	$500 h^2$	$742 h^2$	0.67	$2250 h$	Profilo triangolare.
2	$0.50 h$	0.20	$0.62 h$	$0.12 h$	$0.370 h^2$	$500 h^2$	$832 h^2$	0.60	$2700 h$	
3	$0.25 h$	0.58	$0.60 h$	$0.35 h$	$0.457 h^2$	$500 h^2$	$1069 h^2$	0.47	$3565 h$	
4	$0.20 h$	0.67	$0.61 h$	$0.41 h$	$0.510 h^2$	$500 h^2$	$1147 h^2$	0.44	$3757 h$	
5	$0.15 h$	0.75	$0.61 h$	$0.46 h$	$0.535 h^2$	$500 h^2$	$1204 h^2$	0.42	$3937 h$	
6	$0.10 h$	0.84	$0.63 h$	$0.53 h$	$0.580 h^2$	$500 h^2$	$1305 h^2$	0.38	$4140 h$	
7	$0.05 h$	0.92	$0.65 h$	$0.60 h$	$0.625 h^2$	$500 h^2$	$1406 h^2$	0.36	$4320 h$	
8	zero	1.00	$0.67 h$	$0.67 h$	$0.670 h^2$	$500 h^2$	$1507 h^2$	0.33	$4500 h$	Profilo rettangol.

Vediamo ora se i valori che si trovano nella tabella soddisfano realmente alle condizioni di stabilità.

Cominciamo dallo scorrimento.

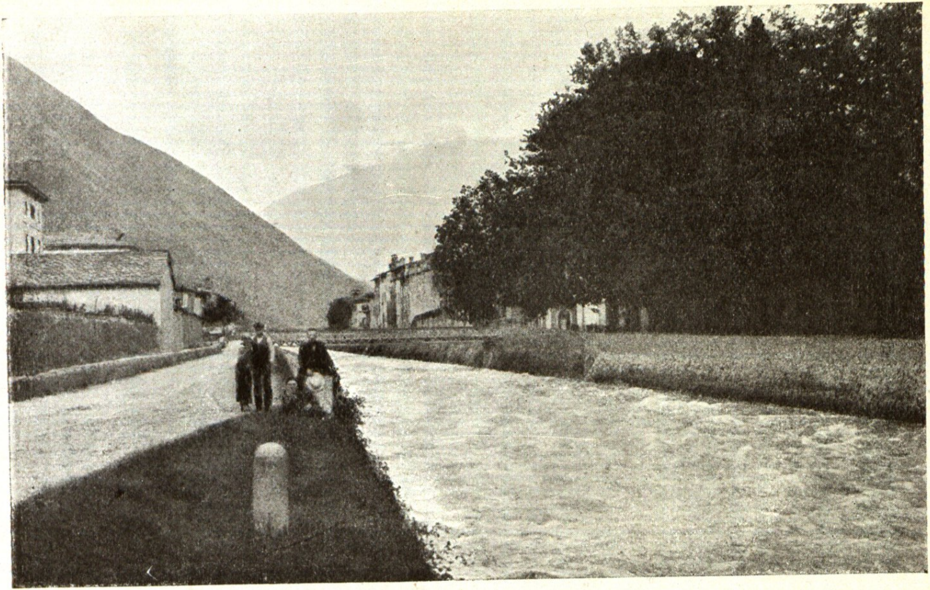
Perchè la stabilità sia assicurata sotto tale riguardo dovrà essere

$$\frac{S}{P} < f$$

dove f è il coefficiente d'attrito che è rispettivamente 0.76 per muri a secco; e 1 per muri con malta.

Dalla tabella si vede che tutti i valori della colonna 9 sono più piccoli non solo di 1 ma anche di 0.76. Da questo lato dunque non v'è nessun pericolo. Quanto alla rotazione o rovesciamento avendo noi posto per base ai nostri calcoli la condizione che la risultante di tutte le forze applicate al manufatto abbia un braccio di leva (rispetto al centro di figura G della base) minore o tutto al più uguale a $\frac{b}{6}$, in grazia di questa ipotesi non potranno esistere sforzi di trazione in nessun punto della massa muraria e tanto meno vi sarà pericolo di rovesciamento.

Finalmente nei riguardi della compressione massima verticale la tabella ci dice che essa assume valori variabili tra un minimo $R = 2250\ h$ $\left\{ \text{per } m = \frac{a}{b} = 0 \right.$ cioè pel profilo triongolare $\left. \right\}$ ed un massimo $R = 4500\ h$ $\left\{ \text{per } m = \frac{a}{b} = 1 \text{ cioè pel profilo rettangolare} \right\}$. È evidente quindi che bisogna conoscere il valore dell'altezza della briglia h per determinare, caso per caso, il rispettivo valore della pressione massima R. Ora è evidente che perchè questo valore di R non oltrepassi il limite di 12 kg. per cm^2, ossia di 120.000 kg. per m^2 che si suole considerare come il limite massimo di re-



Tav. 32. — Fiume Adda arginato a Tirano (Valtellina).

sistenza anche per le murature costruite con grande accuratezza, se la briglia avrà la forma rettangolare, l'altezza non dovrà superare i m. 26.66, e se la briglia avrà la forma triangolare, non dovrà superare l'altezza di m. 53.33.

Fin qui ci siamo limitati ad accertarci della stabilità rispetto alla base del manufatto. È però facile convincersi col semplice ragionamento che quando le anziaccennate condizioni di stabilità sussistono alla base, sussistono anche per tutte le altre sezioni, senza bisogno di verifica.

Infatti la formola (55) $b = 0.666\, n\, h$ ci dice che b varia in proporzione diretta dell'altezza; dunque se la risultante generale interseca la sezione di base all'estremo a valle del terzo medio, poichè risalendo dalla base stessa verso le sezioni superiori del trapezio le loro larghezze decrescono in ragione maggiore dell'altezza, la risultante stessa si avvicinerà al centro. Ne deriva che quanto più la sezione che si considera è lontana dalla base e tanto più la pressione tenderà a distribuirsi uniformemente e in pari tempo diminuirà il pericolo di sforzi di tensione.

La formula (56) ci dimostra, che la pressione massima decresce col diminuire della profondità e quindi nelle sezioni superiori è minore che alla base, anche nella ipotesi che il centro di pressione cada sempre all'estremità del terzo medio; dunque nelle sezioni stesse avvicinandosi invece la risultante al centro, la pressione massima diminuirà ancora più.

Finalmente il rapporto $\frac{S}{P}$ dipende solo dalla inclinazione della scarpa ed è costante per tutte le sezioni di un dato trapezio, quindi se non vi è scorrimento sulla base non ve ne sarà neanche sulle sezioni superiori.

b) *Profilo pentagonale.* — Come abbiamo già detto questo profilo si ottiene da quello triangolare teorico