abbassarsi nello stesso tempo. Dunque anche in questi due casi, le irregolarità vanno sparendo e il profilo lentamente si converte in quello naturale di compensazione, come abbiamo visto accadere nei due tratti più lunghi precedentemente descritti.

Fig. 14.

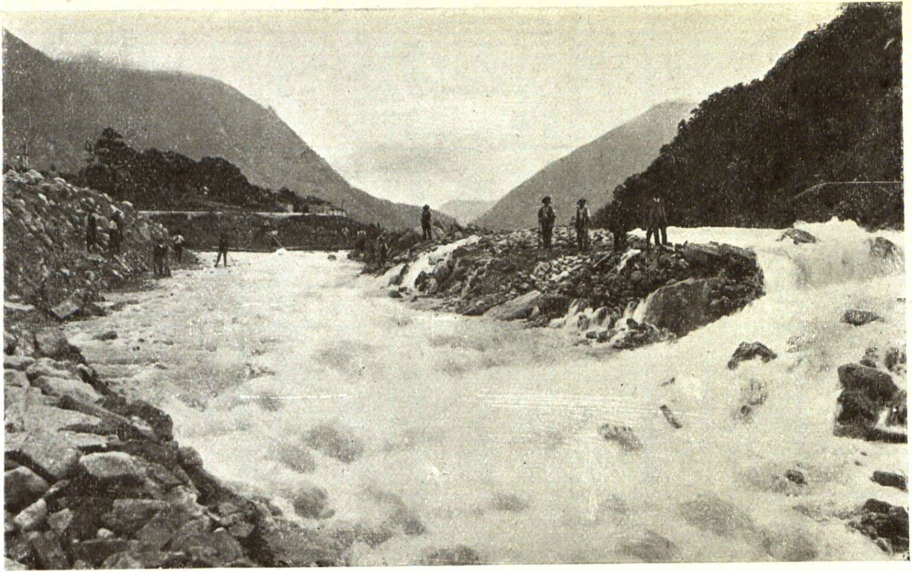
Wang § 3, pag 186

Valentini

Ora come abbiamo visto che nei tratti sufficientemente lunghi, il processo col quale si eliminano le irregolarità di profilo vanno operando da valle verso monte, e invece in quelli troppo corti la trasformazione avviene con marcia da monte a valle, vi devono naturalmente essere dei tratti di lunghezza intermedia, nei quali non deve avvenire nessun movimento della irregolarità, ma questa deve tendere ad elidersi sul posto soltanto a forza di successivi graduali allungamenti, come appare manifesto dalla fig. 14.

§ 8. Pendenza di compensazione e modo di determinare la sua influenza sulla erosione; pendenza di compensazione nella pratica.

È del più alto interesse il poter determinare almeno in modo approssimativo la *pendenza di compensazione* ovverossia la pendenza naturale che spetta al torrente, quando esso si trova in quelle date concrete condizioni, affinchè si possa conoscere quale profilo meglio ga-



Tav. 12. — Scavamento dell'alveo del torrente Mera di fronte alla confluenza del torrente Dragonera.

rantisca il torrente stesso dall'eventualità di erosioni, senza richiedere il bisogno di artificiale consolidamento.

Quantunque il problema offra notevoli difficoltà, perchè la sua soluzione esatta dipende da molteplici coefficienti, alcuni dei quali sono spesso incerti, pur tuttavia, come si vedrà più avanti, riesce sempre possibile di raccogliere elementi sufficienti per determinare nella pratica la pendenza di compensazione in via abbastanza prossimata.

Invece non è difficile trovare un'espressione tecnicamente esatta del valore di questa pendenza.

Infatti dalle precedenti considerazioni intorno alla saturazione delle correnti torbide, emerge che il fondo del torrente in qualsiasi punto si conserva intatto ogni qualvolta la velocità media nella corrispondente sezione trasversale ha il valore espresso dalla formola (13), ossia da

$$v = \sqrt{\frac{\beta \,.\, (d - \gamma) \,.\, f \,.\, b \,.\, \cos \alpha}{\gamma}}$$

Grenz-geschwindigkeit

Ma, poichè in quella sezione la velocità media dell'acqua deve sempre avere il valore dato dalla formola generale del moto, che per semplificazione si ammette uniforme, ossia dalla formola $v = c \sqrt{R \,.\, i}$ e d'altra parte si può porre invece di i il seno dell'angolo di inclinazione α, si ottiene l'eguaglianza

$$c \sqrt{R \,.\, \operatorname{sen} \alpha} = \sqrt{\frac{\beta \,.\, (d - \gamma)\, f \,.\, b \cos \alpha}{\gamma}}$$

ossia

$$\operatorname{tag} \alpha = \frac{\beta \,.\, (d - \gamma) \,.\, f \,.\, b}{\gamma \,.\, c^2 \,.\, R}$$

Rammentando, come si è visto passando dalla formola (8) alla (9), che in media $\beta = \frac{1}{0{,}076}$ e osservando che per il valore del coefficiente d'attrito f per le pietre su pietre si può ammettere $f = 0{,}76$, come pure si può ritenere $\gamma = 1000$, la precedente formola diventa

$$\operatorname{tag} \alpha = \frac{d - 1000}{100} \frac{b}{c^2 R} \tag{14}$$

Indicando con H l'altezza d'acqua, allora si potrebbe anche invece di R scrivere $m H$, dove m è un coefficiente che in generale poco dipende dall'altezza H e che caratterizza la forma della sezione.

Per es. per una sezione rettangola di larghezza l e di altezza H, si avrebbe $R = H . \frac{l}{l + 2H}$; e quindi $m = \frac{l}{l + 2H}$. Per le sezioni di notevole larghezza, come per es. nei grandi fiumi, H è assai piccolo in confronto di l, epperciò si può ritenere $m = 1$.

Ad ogni modo quando si voglia porre $R = m H$ la precedente formola (14) si converte nella seguente:

$$\operatorname{tag} \alpha = \frac{d - 1000}{100} \frac{b}{c^2 . m . H} \tag{15}$$

Da queste formole che esprimono teoricamente la pendenza di compensazione, si desumono le seguenti leggi speciali relative al fenomeno dell'erosione.

1. Quanto più le pietre di cui è costituito il fondo del torrente sono grandi, e più precisamente lunghe, (ritenendo per tale lunghezza la dimensione presa nel senso normale all'urto della corrente), tanto meno efficace sarà l'erosione; poichè, ferme le altre condizioni, queste pietre si mantengono sul fondo con una pendenza relativamente maggiore.

2. Quanto è maggiore il peso specifico γ della corrente, tanto minore diventa il coefficiente c della velocità, poichè esso, come si è visto dalla formola (4), diminuisce (nella ipotesi che aumenti il peso specifico del liquido) col decrescere della velocità media. Le acque chiare hanno quindi un potere erosivo maggiore di

quelle torbide, e questo potere diminuisce col crescere della torbidezza.

3. Quanto maggiore è l'altezza della piena o dell'acqua H (ovverosia il raggio medio R) e tanto minore è la pendenza di compensazione e viceversa. Nel passare da un profilo stretto ad uno più ampio, l'altezza dell'acqua a parità delle altre condizioni diminuisce e quindi la pendenza deve crescere; e viceversa l'azione erosiva è maggiore in una sezione ristretta che in una sezione ampia. Ciò riconferma le osservazioni già illustrate colla tavola 6 e la fig. 2. Se quindi si vuole ottenere lo scopo che il pietrame e i detriti si mantengano sul posto dove il pendio è il maggiore possibile, bisognerà tendere a diminuire l'altezza della piena e della corrente in genere: dal che riesce evidente, anche in via analitica, la grande importanza delle coltivazioni in genere nei riguardi di una sistematica regolazione delle acque montane, e in particolare poi il valore del bosco a motivo della sua azione ritentiva.

4. A parità delle altre condizioni crescendo la portata da monte a valle, cresce pure l'altezza d'acqua, e invece la grandezza b diminuisce a motivo del continuo logorarsi del materiale nel suo trasporto. Ne deriva che la pendenza deve continuamente decrescere da monte a valle. Perciò il profilo longitudinale normale, come già è scaturito evidente dalle precedenti considerazioni, risulta ora anche in modo analitico comprovato che deve essere costituito da una linea curva volgente la concavità in alto.

Quando nelle suindicate formole (14) e (15) la quantità b assume il valore minimo corrispondente alle condizioni locali, allora anche la tangente di α assume il suo valore minimo. Se l'acqua fosse perfettamente limpida, allora supponendo $b = 0$, verrebbe esclusa ogni erosione quando il fondo avesse assunto un profilo di equilibrio orizzontale.

Quando il torrente sbocca dalla sua gola nella pianura in modo da poter innondare le campagne, allora l'altezza H assume il suo minimo valore. Invece la pendenza di compensazione diventa massima, in modo che il materiale si arresta sul fondo dotato della maggior inclinazione possibile. La detta pendenza fu da Breton (26) denominata ***pendenza di divagazione***, « ***pente de divagation*** ». Questa e la pendenza d'equilibrio rappresentano gli estremi della scala di tutti i valori che può assumere la pendenza di compensazione.

Tanto la formola (14) quanto la (15) non si prestano a dare il calcolo della pendenza di compensazione nei casi pratici, in modo facile; e ciò specialmente a motivo della difficoltà di determinare il giusto valore del coefficiente c di velocità che non solo varia per ogni corso d'acqua, ma anche col suo grado di torbidezza come scaturisce chiaramente dalla formola (4), la quale dà anche il modo di calcolare il detto coefficiente c corrispondente a un certo grado di torbidezza quando si conosca l'analogo coefficiente per la stessa corrente limpida.

Perciò nella pratica conviene semplificare la ricerca.

L'autore [27] ha cercato di determinare il profilo di compensazione dei principali fiumi d'Italia e in un suo secondo lavoro [28] ha tentato di trovare una espressione più semplice per la pendenza di compensazione dei corsi d'acqua torrentizi. La formola dalla quale egli è partito è quella (14)

Wang I / pag 191

$$\text{tag}\, a = \frac{d - 1000}{100} \cdot \frac{b}{C^2 \, R}$$

trasformata nella seguente:

$$\text{tag}\, a = C \frac{b}{R} \tag{16}$$

---

[27] Carlo Valentini, « Della Sistemazione dei fiumi » ; Milano, Hoepli, 1893.

[28] Carlo Valentini, « Del modo di determinare il profilo di compensazione e sua importanza nelle sistemazioni idrauliche » ; Milano, Bernardoni, 1895.

dove C è una costante $= \dfrac{d - 1000}{100\, c^2}$.

Inoltre egli ha ammesso, che — essendo troppo difficile il determinare con osservazioni abbastanza accurate il rapporto medio dei tre assi generalmente disegnati di ciascuna pietra — convenga in ogni caso supporre questa ridotta a forma cubica; per modo che nella detta formola (16) si deve ritenere che la lettera b esprima il lato del cubo in cui è convertita la pietra di media grandezza.

Per calcolare poi numericamente la quantità b è ovvio che quando si tratta di materiale di notevole grossezza bisogna procedere alla misura di ciascuna pietra isolatamente; quando invece si tratta di materiale non grosso, mentre sarà sempre possibile di fare la misura pietra per pietra, tuttavia sarà sempre più conveniente di ricorrere (mediante apposita cassa prismatica) alla misura di una data massa di materiale; e questo ultimo sistema sarà tanto più opportuno quanto più il materiale sarà piccolo. Allora, liberata la massa di tutta la materia terrosa e sabbiosa, si sostituisce la materia stessa, riempiendo la cassa con un volume equivalente d'acqua; e la differenza fra il volume, già ben noto, di tutto il prisma della cassa e il volume dell'acqua che si è introdotta nella cassa, costituisce il volume netto V di tutto il materiale. Cosicchè ritenuto che n sia il numero delle pietre che formano il totale ammasso del materiale, risulterà: $b^3 = \dfrac{V}{n}$.

La determinazione del coefficiente C della formola (16) u fatta dall'autore pei principali corsi d'acqua della Valtellina, mediante il metodo dei minimi quadrati, cioè ritenendo che sia un minimo la somma dei quadrati degli errori che si ottengono, scrivendo le equazioni corrispondenti a ciascuno dei detti corsi d'acqua, ossia:

$$\varepsilon_1 = \operatorname{tag} a_1 - C \frac{b_1}{R_1}\,, \quad \varepsilon_2 = \operatorname{tag} a_2 - C \frac{b_2}{R_2}\,, \text{ ecc.;}$$

il che porta alla condizione $\frac{d\,\Sigma\,\varepsilon^2}{d\,C} = 0$ ossia all'equazione:

$$\frac{d\,\Sigma\,\varepsilon^2}{d\,C} = -2\,\Sigma\,\frac{b}{R}\,\mathrm{tag}\,\alpha + 2\,C\,\Sigma\,\frac{b^2}{R^2} = 0$$

e quindi a:

$$C = \frac{\Sigma\,\frac{b}{R}\,\mathrm{tag}\,\alpha}{\Sigma\,\frac{b^2}{R^2}}\,. \qquad (17)$$

Allora applicando separatamente questa formola tanto ai principali torrenti della Valtellina, che sono in numero di 74, quanto ai fiumi Adda e Mera che ne sono i recipienti e che sono troppo diversi dai loro affluenti specialmente per la pendenza e per la grossezza del materiale convogliato, la formola (16) pei fiumi è risultata:

$$\mathrm{tag}\,\alpha = 0{,}871\,\frac{b}{R}\,, \qquad (18)$$

e pei torrenti:

$$\mathrm{tag}\,\alpha = 0{,}093\,\frac{b}{R}\,. \qquad (19)$$

È inoltre da avvertire che il fiume Adda era stato decomposto in quindici tronchi e il Mera in tre; per ciascuno dei quali rispettivamente la pendenza variava da un massimo di 0,0217 a un minimo di 0,00005 per ogni metro lineare pei fiumi, e invece da un massimo di 0,4266 (Val Melera) a un minimo di 0,0180 (Frodolfo) pei torrenti. Il raggio medio R variava da $5^m,50$ a $0^m,60$ pei fiumi, e da $4^m,30$ a $0^m,10$ pei torrenti. Infine la grossezza delle pietre andava da $0^m,046$ a $0^m,007$ pei fiumi, e invece da $1^m,14$ a $0^m,05$ pei torrenti.

Gravelius [29] ha verificato gli error che si ottenevano

[29] Dott. H. GRAVELIUS, « Das Compensationsprofil »; Zeitschrift für Gewässerkunde, 2 Heft, 1899. S. 115.

per la pendenza di compensazione, applicando le suaccennate due formole (18) e (19) ed ha trovato che la pendenza calcolata con le formole stesse differiva da quella effettiva di un errore, che non superava l'11 % perchè gli errori stavano contenuti pei fiumi, fra gli estremi dati dalla formola:

$$\operatorname{tag} \alpha = 0{,}871 \frac{b}{R} (1 \pm 0{,}108) \tag{20}$$

e pei torrenti dall'altra formola:

$$\operatorname{tag} \alpha = 0{,}093 \frac{b}{R} (1 \pm 0{,}106) \tag{21}$$

Questi errori si possono poi ritenere trascurabili, data la grande difficoltà di determinare esattamente la quantità b.

A proposito di questa quantità b poi occorre di fare una avvertenza importante. Teoricamente bisognerebbe determinare la grossezza del materiale medio; ma invece considerando che mentre l'alzamento del letto terminerà solo quando la pendenza sarà diminuita al punto da impedire il trasporto e quindi anche il deposito dei materiali più grossi, d'altra parte le intumescenze moderate sbarazzeranno il fondo dei materiali più minuti finchè resteranno solo i materiali più grossi che funzioneranno da platea impedendo il trasporto degli strati che essi ricoprono, nella pratica converrà prendere la dimensione b dei materiali più grossi, scartando naturalmente quelli di dimensioni eccezionali e che non sono trasportati dalla corrente, ma caduti dai fianchi del torrente.

Un altro metodo ancora più semplice per determinare il profilo di compensazione è quello proposto da Thiéry nella sua opera già succitata ([21]); però esso non può applicarsi che nei casi nei quali sul torrente che si considera già vi sia qualche tronco su cui la pendenza di compensazione si sia stabilita in modo naturale da tempo più o meno lungo (il che si potrà comprendere anche dal colore oscuro che presentano i depositi non più recenti) e inoltre per il tronco di cui si vuole determinare la pendenza di compensazione possa reggere il confronto del tronco preaccennato per stato di torrenzialità, ossia questo stato resti costante.

Infatti il metodo di Thiéry parte dal supposto che si possano ritenere costanti in ambedue i tronchi non solo le quantità d e c, ma anche la quantità b della formola (14); il che equivale a dire che si possano ritenere costanti la qualità, la quantità e la grossezza dei materiali.

Allora se si ammette

$$\frac{d - 1000 \frac{b}{c^2}}{100} = A$$

e se si ritiene che per il tronco a pendenza già stabilita sia:

$$\operatorname{tag} \alpha = \frac{A}{R}$$

per l'altro tronco, di cui invece si cerca la pendenza, sarà:

$$\operatorname{tag} \alpha_1 = \frac{A}{R_1}$$

e quindi si potrà scrivere la relazione:

$$\frac{\operatorname{tag} \alpha}{\operatorname{tag} \alpha_1} = \frac{R_1}{R}$$

Ma questa formola non può sussistere che quando le velocità medie dei due tronchi considerati siano eguali; poichè se ciò non fosse, siccome possiamo sempre porre $\frac{\operatorname{tag} \alpha}{\operatorname{tag} \alpha_1} = \frac{i}{i_1}$, nemmeno potrebbe essere la eguaglianza $\frac{\operatorname{tag} \alpha}{\operatorname{tag} \alpha_1} = \frac{R_1}{R}$ la quale non può derivare che dalla condizione che siano eguali rispettivamente le espressioni delle velocità v e v_1, ossia che siano eguali $v = c\sqrt{Ri}$ e $v_1 = \sqrt{R_1 i_1}$.

Allora dovendo essere forzatamente eguali v e v_1 si avranno anche le seguenti eguaglianze:

$$\frac{Q}{F} = \frac{Q_1}{F_1} \qquad \text{ossia} \qquad \frac{F_1}{F} = \frac{Q_1}{Q}$$

dove Q e Q_1 sono le portate ed F e F_1 sono le superficie bagnate.

Denominando poi con C e C_1 i perimetri bagnati, poichè i raggi medi R ed R_1 sono rispettivamente

$$R = \frac{F}{C} \qquad \text{e} \qquad R_1 = \frac{F_1}{C_1}$$

sostituendo al rapporto $\frac{F_1}{F}$ il rapporto $\frac{Q_1}{Q}$ che abbiamo visto testè essere eguali, potremo scrivere:

$$\frac{R_1}{R} = \frac{Q_1}{Q} \cdot \frac{C}{C_1}$$

e quindi

$$\frac{\operatorname{tag} \alpha}{\operatorname{tag} \alpha_1} = \frac{Q_1}{Q} \cdot \frac{C}{C_1} \tag{22}$$

Mediante questa equazione, quando si conosca la pendenza di compensazione in un punto del torrente, si può determinare il profilo completo di compensazione col semplice confronto della portata e del perimetro bagnato; ciò però sempre nell'ipotesi premessa che lo stato torrenziale non varî.

Se le due sezioni prese a confronto cadono in un tronco a portata costante ed hanno i perimetri bagnati C e C_1, il rapporto della pendenza di compensazione è dato dalla relazione:

$$\frac{\operatorname{tag} \alpha}{\operatorname{tag} \alpha_1} = \frac{C}{C_1} \tag{23}$$

Dunque in un tronco a deflusso costante la pendenza di compensazione varia in ragione diretta del perimetro bagnato.

Invece se le sezioni considerate hanno il perimetro eguale, ma cadono in tronchi aventi deflussi diversi Q e Q_1 si avrà:

Wang I, pag 193

$$\frac{\text{tag } \alpha}{\text{tag } \alpha_1} = \frac{Q_1}{Q} \tag{24}$$

Conseguentemente in un torrente il cui perimetro bagnato fosse a un dipresso costante, il profilo di compensazione varierebbe in ragione inversa del deflusso. Nei casi pratici la portata aumentando sempre dalle origini allo sbocco, la formola (24) indica che le pendenze dovrebbero diminuire da monte a valle e quindi il profilo di compensazione dovrebbe gradatamente appiattirsi, ossia essere concavo verso il cielo.

Dalla formola (23) si ricava che quando cala il perimetro bagnato, diminuisce pure il profilo di compensazione, dimodochè pure questa formola serve a chiarire l'andamento del profilo stesso, particolarmente in certi punti speciali. Per es. considerando un allargamento compreso fra due strozzature, si trova confermata l'osservazione già fatta da Costa De Bastelica [9] che la forma generale dei depositi è una curva convessa a monte e concava a valle, con un punto d'inflessione verso il mezzo della varice, cioè in corrispondenza alla sua massima ampiezza.

Quando diminuisce il trasporto delle materie, il che può accadere per es. tanto in via naturale, quanto in seguito a lavori di sistemazione, la pendenza si raddolcisce e conseguentemente si produce una tendenza generale allo scavo, che può avere per effetto lo scalzamento e la distruzione delle opere d'arte costruite per la correzione del torrente e in particolare delle briglie; bisognerà quindi stare attenti ed esercitare tutta la vigilanza.

Tutte le precedenti osservazioni e considerazioni hanno sempre di mira lo sviluppo naturale del profilo longitudinale del corso d'acqua nel caso esclusivo che il trasporto del *materiale avvenga in modo parziale*, cioè secondo i principî del selezionamento che la corrente da sè va esercitando sul materiale trasportato; nel qual caso, come si è già detto, la forma del detto profilo — salvo accidentalità locali che turbino la legge generale — è rappresentata da una linea curva che volge la concavità verso l'alto.

Ma nei torrenti, come si ebbe già occasione di dire, si verifica anche talvolta un altro genere di trasporto di materia, affatto tumultuario, cioè *il trasporto in massa*.

Quando avvengono fatti straordinari, come frane, scoscendimenti, grandi distacchi di terreno e consimili, allora arrivano improvvisamente al letto del torrente, masse enormi di materie, che la corrente non è in grado di smuovere. Però continuando queste materie a poco a poco ad inumidirsi, viene infine un momento in cui tutta la massa spinta dall'acqua invasata a monte, si mette lentamente in marcia.

Questa massa in cui, come abbiamo già visto, molto spesso le materie prevalgono d'assai il volume dell'acqua cammina come una falange compatta.

Questa massa — nella quale, come abbiamo già detto, molto spesso il volume delle materie supera d'assai il volume dell'acqua, e le pietre le più svariate si toccano fra loro commiste col fango che pure le spinge — si muove come una falange compatta, assai lentamente e uniformemente trasportando con sè tutto quanto incontra nella sua marcia. In questa massa dotata di una potenza straordinaria — perchè ha un peso specifico rilevante — avviene però presto una cernita delle materie, in guisa che quelle più grosse essendo dotate di un maggior grado di forza viva, vengono a trovarsi avanti e precedono le altre. Le materie riescono così a staccarsi lentamente le une dalle altre e a sorteggiarsi in modo opposto a quello che accade nel trasporto parziale o individuale.

Il materiale più grosso marcia avanti e più davvicino al suolo e quello più sottile sta in dietro e galleggia nella corrente, in guisa che quando tutte queste materie vengono a depositarsi lo fanno in maniera affatto opposta a quella che predomina nel trasporto parziale, perchè il materiale grosso viene a trovarsi sotto e quello più fino sopra.

Quando dopo che il materiale si è depositato, l'acqua abbia a riprendere il suo sopravvento sopra le materie, allora ripiglia anche la sua attività. Cioè naturalmente tenderà prima a smuovere il materiale più minuto, e in seguito, a mano a mano se la corrente avrà abbastanza forza solleverà e trasporterà anche quello più grosso. Cosicchè, come il trasporto verrà ora ad effettuarsi in maniera naturale, anche nella eventualità che accadano depositi, questi si verificheranno con le norme della legge naturale corrispondente al trasporto parziale.

È stato pure notato che il trasporto in massa può avvenire anche soltanto sul fondo quando la corrente sia molto forte e l'acqua riesca a penetrare nei greti del torrente. Il fenomeno avviene in modo che non sempre riesce visibile alla superficie, perchè mentre al di sopra del fondo si verifica il trasporto parziale con le solite norme, al disotto ha luogo il trasporto in massa.

È ovvio che non si possano stabilire leggi generali per il trasporto in massa, il quale forse in alcuni casi ha una grande rassomiglianza col moto ondoso.

In sostanza bisogna limitarsi ad osservare gli effetti e le conseguenze del trasporto in massa, caso per caso in modo da poterne applicare le conclusioni in tutte le eventualità, nelle quali si possa ricorrere alla analogia.