

Diese Zahlen im Vergleich mit den weiter unten zu ermittelnden geben zu erkennen, dass, wenn sich die Genauigkeit der Mondbeobachtungen nicht erhöhen lässt, selbst in den günstigst gelagerten Fällen zweifelhafte Resultate zu Tage gefördert werden müssen.

Ob sich eine Steigerung der Sicherheit bei Beobachtungen mit dem Universaltransit erreichen lässt, vermag Verfasser nicht zu beurteilen, da ihm keine derartigen Versuchsreihen vorliegen. Gewichtige Stimmen sprechen sich dagegen aus. Vergl. die Verhandlungen der Permanenten Kommission für die Internationale Erdmessung zu Nizza 1887 S. 66—67 den Bericht Försters als Referent über die Verwertung der Mondbeobachtungen im Interesse der Geodäsie.

#### 6. Die zu erwartenden Azimutalabweichungen.

In Betreff der Unregelmässigkeiten der Erdoberfläche verweisen wir auf Helmerts Bericht über Lotabweichungen in den eben genannten Verhandlungen der P. K. f. d. J. E. Hier sei nur hervorgehoben, dass selbst die Dimensionen des Clarke'schen Ellipsoids von 1880, die man gegenwärtig für die besten halten muss, wie die Kreisform überhaupt der Krümmung des Parallels stellenweise nur mit geringer Annäherung entspricht.

Die Grösse, welche zur Entdeckung der Anomalien führt, ist  $\varepsilon$ , der Unterschied zwischen ellipsoidisch gerechnetem und beobachtetem wahren Azimut. Dieser Winkel wird um so merklicher, in je kleineren Zenitdistanzen die Beobachtung geschehen kann. Um uns eine geeignete Vorstellung zu verschaffen, folgen drei Beispiele. Es wurde bei diesen angenommen, dass zwei beliebig auf der Erdoberfläche herausgegriffene Orte beiegebener grosser Axe Rotations-Ellipsoide mit den Abplattungs-Verhältnissen  $\frac{1}{280}$  bis  $\frac{1}{310}$  entsprechen können. Die Zahlen sind gewiss nicht zu hoch gegriffen: legt doch die Ordnance Trigonometrical Survey, Principal

Triangulation 1 : 280,4 zu Grunde, während Beilage 11 der mehrerwähnten Verhandlungen anführt, dass zur Verifikation der bis jetzt gefolgerten Abplattung von  $\frac{1}{263,6}$  in Russland (Polen) astronomisch geodätische Arbeiten unternommen wurden.

Wir machen nun im folgenden stets zwei Annahmen:

1. Im Punkt  $A$  ist im Azimut  $a_{ab}$  beobachtet worden unter der Voraussetzung die Abplattung sei die Bessel'sche, während sie  $\frac{1}{280}$  beträgt.

2. Die Rechnung legt  $\alpha = \frac{1}{280}$  zu Grunde, während den thatsächlichen Verhältnissen  $\frac{1}{310}$  entsprechen würde.

Als gerechnet ist das Azimut oder die Differenz bezeichnet, welche sich bei der angenommenen Abplattung ergäbe, als beobachtet jene Zahlen für das wahre  $\alpha$ .

1. Beispiel:  $B_a = + 20^\circ$ ,  $B_b = - 20^\circ$ ,  $I_{ab} = 20^\circ$

$\alpha =$	$\frac{1}{280}$	$\frac{1}{299,15}$	$\frac{1}{310}$
$n_a = n_b =$	$7' 15,8$	$6' 47,7$	$6' 33,4$
$a_{ab} - a'_{ab} =$	$10 21,3$	$9 41,3$	$9 20,9$

Genäherter Abstand des wahren Orts  $B'$  von der Ebene  $AZ_aB$

ad 1) 1,0,      ad 2) 1,5 Km.

Beobachtete Zenitdistanz in  $A$

$z_i = 1^\circ$	$z_i = 5^\circ$	$z^i = 10^\circ$
-----------------	-----------------	------------------

ad 1)  $a_i - a'_{ab}$

ger.	$6^\circ 30' 8''$	$1^\circ 17' 41''$	$0^\circ 38' 32''$
beob.	$6 29 37$	$1 17 34$	$0 38 29$
$\varepsilon =$	$31''$	$7''$	$3''$

ad 2)  $a_i - a'_{ab}$

ger.	$6^\circ 57' 5''$	$1^\circ 23' 1''$	$0^\circ 41' 11''$
beob.	$6 56 20$	$1 22 51$	$0 41 7$
$\varepsilon =$	$45''$	$10''$	$4''$

2. Beispiel:  $B_a = + 20^0$ ,  $B_b = 20^0$ ,  $L_{ab} = 40^0$   
 $n_a = n_b = 11' 31,5$        $10' 47,2$        $10' 24,5$   
 $a_{ab} - a'_{ab} = 13 54,4$        $13 0,8$        $12 33,5$

Genäherter Abstand

ad 1) 1,5,      ad 2) 2,3 Km.

$z_i = 1^0$        $z_i = 5^0$        $z_i = 10^0$

ad 1)  $a_i - a'_{ab}$

ger.	$10^0 21' 20''$	$2^0 3' 19''$	$1^0 1' 10''$
beob.	10 20 33	2 3 9	1 1 6
$\varepsilon =$	47''	10''	4''

ad 2)  $a_i - a'_{ab}$

ger.	$11^0 4' 28''$	$2^0 11' 47''$	$1^0 5' 22''$
beob.	11 3 18	2 11 32	1 5 15
$\varepsilon =$	70''	15''	7''

3. Beispiel:  $B_a = 0$ ,  $B_b = + 50^0$ ,  $L_{ab} = 60^0$

$n_a = 11' 4,7$	$10' 22,0$	$10' 0,2$
$a_{ba} - a'_{ba} = 11 41,9$	$10 56,9$	$10 33,8$
$n_b = 10' 57,8$	$10' 15,5$	$9' 53,9$
$a_{ab} - a'_{ab} = 11 34,6$	$10 50,0$	$10 27,1$

Genäherter Abstand des Ortes  $A'$  von Ebene  $BZ_b A$

ad 1) 1,6,      ad 2) 2,5 Km.

$z_i = 1^0$        $z_i = 5^0$        $z_i = 10^0$

ad 1)  $a_i - a'_{ab}$

ger.	$9^0 50' 35''$	$1^0 57' 16''$	0 58 11
beob.	9 49 44	1 57 6	0 58 7
$\varepsilon =$	51''	10''	4''

ad 2)  $a_i - a'_{ab}$

ger.	$10^0 31' 37''$	$2^0 5' 20''$	1 2 11
beob.	10 30 20	2 5 4	1 2 3
$\varepsilon =$	77''	16''	8''

In  $B$  kann der Mond unter den günstigsten Verhältnissen noch in  $32^\circ$  Zenitdistanz beobachtet werden. Unter den beiden oben gemachten Annahmen folgt

$$\begin{array}{rcl} \varepsilon & = & 1,7 \quad \text{bz } 2,6 \\ z_i = 42^\circ & & = 1,3 \quad 2,1 \end{array}$$

(während  $dt = 0,04$  ein  $da = 1,1$  bz  $0,9$  veranlasst).

Bei den Rechnungen ist eine genähert mittlere Mondparallaxe zu Grunde gelegt. Sei  $M'_1$  die Projektion von  $M_1$  auf den Horizont von  $B$ ,  $M''_1$  der Fusspunkt des Lotes von  $M'_1$  auf die Spur der Ebene  $AZ_aB$ ,  $B'$  der wahre Ort,  $B'M'''_1$  parallel zu  $BM''_1$ , so findet man

$$\begin{aligned} BM'_1 &= \frac{\sin z_1}{\sin p_1} = A_1 \sin z_1 \\ BM''_1 &= A_1 \cdot \sin z_1 \cos (a_1 - a'_{ba}) \\ M'_1 M''_1 &= A_1 \sin z_1 \sin (a_1 - a'_{ab}) \end{aligned}$$

daher das Azimut des Mondes im ellipsoidischen Ort  $B$

$$a'_{ba} + \text{arc tg } \frac{M'_1 M''_1}{BM''_1}$$

(denselben Wert liefert selbstverständlich auch Gl. 17), während im wahren Ort  $B'$  kommt:

$$a'_{ba} + \text{arc tg } \frac{M'_1 M''_1 - M''_1 M'''_1}{B'M''_1}$$

$M''_1 M'''_1$  der Abstand des wahren Orts  $B'$  von  $AZ_aB$  ( $a'_{ba}$  bedeutet noch das Azimut im ellipsoidischen Ort).

Wenn also beide Orte so liegen, dass ihre Polhöhen innerhalb der Grenzen der Monddeklination bleiben, so zeigt der Vergleich der letzt ermittelten Zahlen mit den Resultaten von S. 26, dass zwar gröbere Abweichungen konstatiert werden können, geringe jedoch ebenso wie eine präzise Bestimmung erst möglich sind, wenn die Beobachtungen eine grössere Schärfe erreichen.

Wie wenig verwertbar der Mond in grösseren Zenit-

distanzen ist, um die Neigung der Azimutalebene zu fixieren, folgt auch aus der Differentiation der Gl. 17. Sie liefert

$$\frac{dn}{\cos^2 n} = \sin(a_i - a') \frac{dz_i}{\cos^2 z_i} + \cos(a_i - a') \operatorname{tg} z_i da_i$$

und ist ohne Daten nicht bestimmt. Für kleine Winkel  $a_i - a'$ , wie sie bei Zenitdistanzen von mehr als  $5^0$  auftreten, folgt jedoch genau, wenn

$da_i = dz_i = 1''$	
$z = 5^0$	$dn = 0,1$
$= 30$	$= 0,6$
$= 45$	$= 1,0$
$= 60$	$= 1,8$
$= 85$	$= 12 \text{ ca.}$

Es drängt sich noch die Frage auf, ob man die Abweichungen nicht künstlich durch Annahme eines wenig wahrscheinlichen  $a$  vergrössern soll. Dieselbe ist jedoch zu verneinen. Selbst bei grösserer Genauigkeit der Beobachtungen wird der oben schematisch angedeutete Rechnungsgang nicht schon das erste Mal zum Ziele führen, sondern erst die Wiederholungen der Rechnungen mit neu gewonnenen Werten  $n$ ,  $a$  und  $a'$  sowie den entsprechend neu interpolierten Mondazimuten und Zenitdistanzen werden allmähig bewirken, dass alle der Gl. 17 genügen. Setzt man ein unwahrscheinliches  $a$  voraus, so sind die ersten Rechnungsstadien vergeblich gewesen.

**7. Schluss.** Fassen wir das Vorstehende nochmals kurz zusammen. Gegenüber den bisher angegebenen Verfahren, welche alle mehr oder minder der Mondtafeln bedürfen, bietet die Gl. 17 den Vorteil, dass sie frei ist von aller Theorie des Mondes. Dieser Vorteil ist jedoch nur ein scheinbarer. Denn sowie man dieselbe verwerten will, muss konstatiert werden, welches Azimut im einen Ort unter Voraussetzung einer bestimmten Erdgestalt dem abgelesenen des