

II. Bestimmung der Winkel n mit Hülfe des Mondes.

1. **Einleitung.** Der erste Versuch, die Gestalt der Erde aus Beobachtungen des Mondes zu erhalten, rührt von J. A. Euler her. Sein Gedankengang war kurz folgender (vergl. die Abhandlungen der Bayer. Akademie der Wissenschaften Bd. V 1768): Der Mond wird von mehreren Stationen eines Meridianes aus bei seiner Kulmination beobachtet. Die Polhöhen müssen bekannt sein; ihre Komplemente heissen φ , während ψ die aus der Beobachtung erhaltenen Winkel zwischen den Visierlinien nach dem Monde und den Parallelen zur Erdaxe darstellen. „Eine aufmerksame Vergleichung dieser beiden Werte von φ und ψ paarweis genommen kann leicht zeigen, wie dieser Winkel ψ von jenem φ abhängt: das ist, man wird nicht ohne grosse Mühe diejenige Gleichung erraten können, welche auf eine allgemeine Art zwischen diesen beiden Winkel ψ und φ stattfinden müsste, zumal die Figur der Erde schon einigermassen bekannt ist.“

Aus Figur 5, wo $GB = g$, $Bx = x$, $MG = h$, $GK = y$ gesetzt ist, nimmt Euler die Gleichung

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \psi &= \frac{h-y}{g+x} \\ dx &= dy \cdot \operatorname{tg} \varphi \end{aligned}$$

Um aus der Differentialgleichung das Integral $\int d\psi \frac{\sin \omega}{\cos \omega}$ zu eliminieren ($\omega = \psi - \varphi$), nimmt er beispielsweise an, die Vergleichung der Winkel ψ und φ hätte zur Gleichung

$$\sin(\psi - \varphi) = n \sin(\psi - \alpha)$$

geführt, wobei n und α offenbar Konstante bedeuten und leitet damit kreisförmige Meridiane ab. Aus der Abhandlung folgt also, dass der Zusammenhang zwischen ψ und φ nicht der eben vorausgesetzt einfache sein kann.

Ehe wir weitergehen muss Eulers Standpunkt noch näher präcisiert werden. Er versuchte die Figur der Erde im Allgemeinen zu bestimmen und begnügte sich mit der Ermittlung eines Meridianes, „was ausreicht, wenn sonst die Figur der Erde nicht gar zu unordentlich ist“. Seitdem ist es zur Gewissheit geworden, dass die Erde nicht der regelmässige Körper sein kann, für den sie so lange gehalten wurde.

Wenn man daher jetzt von der Benützung des Mondes zur Bestimmung der Erdgestalt im Detail spricht, so kann das nur auf zweierlei hinauslaufen: entweder den Radiusvektor des Beobachtungsortes zu ermitteln („individuelle Horizontalparallaxe“) oder den Winkel zu messen, den das Lot eines Orts mit der Vertikalebene des andern bildet.

Lässt man wie bisher bei der Bestimmung der Mondparallaxe die Hypothese zu, dass alle Lote eines Meridianes die Drehaxe treffen, so ergibt sich dieselbe aus den Daten zweier Orte, d. i. aus dem ebenen Viereck Schwerpunkt — *A* — Mond — *B*. Sowie wir aber über die Erdgestalt keine bestimmte Voraussetzung machen, wird die Linie Schwerpunkt-Ort nicht im Meridian liegen, das Viereck nicht eben sein.

Helmert hat nun die Bestimmung der Parallaxe ohne Annahme einer besonderen Erdgestalt gegeben. Der Uebergang von dem Koordinatensystem mit dem Ursprung im Orte an der Oberfläche zu jenem, welches dem ersten parallel den Ursprung im Schwerpunkt der Erde hat, geschah nach Encke unter der Voraussetzung, dass die Verschiebungen auf den Axen seien

$$- r \cdot \sin(B - \varphi), \quad 0, \quad - r \cos(B - \varphi)$$

— *r* Radiusvektor, φ geozentrische Breite —,

während Helmert dafür nimmt

$$r \sin \zeta \cdot \cos \alpha, \quad r \sin \zeta \cdot \sin \alpha, \quad r \cos \zeta$$

worin ζ die Zenitdistanz des geozentrischen Zenits, α dessen Azimut ist. Es werden nun Formeln für $a_1 - a$ und $z_1 - z$ aufgestellt, hierin sind a_1, z_1 beobachtet, a, z den Mondtafeln entnommen — und zugleich Verbesserungen für die Tafelwerte des Stundenwinkels und der Deklination angebracht. Es lässt sich nun (vergl. hiezu Helmert, h. G. Bd. II S. 459) der Radiusvektor nur im Verein mit der Unsicherheit der Deklination ermitteln oder indirekt durch das sehr komplizierte Verfahren gleichzeitiger Bestimmung neuer Tafeln aus den betreffenden Beobachtungen, wenn bei der Neubearbeitung die geozentrischen Koordinaten der Station als drei von einander unabhängige Unbekannte eingeführt werden (s. auch das Bruns'sche Referat über Helmert h. G. II. Teil in der Vierteljahrsschrift der Astr. Gesellsch. 1885, S. 190).

Wollte man nun in ähnlicher Weise wie oben versuchen, die Unsicherheit der Deklination durch gleichzeitige Beobachtungen zu eliminieren, so erkennt man rasch die Unmöglichkeit, hier neue oder vereinfachende Gesichtspunkte zu finden. Aber es tritt noch eine Schwierigkeit auf — abgesehen von denen der Beobachtung — sowie wir den Mond an zwei Orten eines Meridianes in der Kulmination beobachten, ist die Beobachtungs-Ebene des einen Orts Lotebene für den andern. Stellen wir dagegen in A auf den Mond ein, wenn er in Ebene AZ_aB sich befindet, so ist diese Ebene nicht mehr senkrecht auf dem Horizont von B , sondern schliesst mit der Vertikalen den Winkel n_b ein. Dieser Umstand, welcher die allgemeine Bestimmung der Parallaxe erschwert, kommt uns zu gut, weil wir eben diesen Winkel finden wollen.

2. Grundgedanke des Verfahrens. Die Ebenen AZ_aB und BZ_bA sollen mit Hülfe des Mondes fixiert werden. Kennen wir in A das Azimut des Punktes B und stellen