

den Linien treffen sich aber nicht mehr in einem Punkte, und deshalb wird das sphärische Dreieck der überschüssigen Bestimmung nicht mehr genügen können. Obwohl wir nun 3 solcher Dreikante zur Verfügung haben, vermögen wir doch aus den Widersprüchen keinen andern Schluss auf die gegenseitige Lage zu ziehen als den einer besseren oder geringeren Uebereinstimmung der Geoidfläche mit einem Rotationskörper in streng mathematischem Sinne.

4. Fortsetzung. Da die Winkel n durch gleichzeitige Beobachtungen des Mondes zu finden sind, scheinen Beziehungen zwischen Orten, wo dies praktisch unmöglich ist, ausgeschlossen. Wie in diesem Falle vorgegangen werden muss, soll uns zunächst beschäftigen.

Seien A , B und C drei Orte und so gelegen, dass sowohl in B und A , als auch in B und C gleichzeitige Beobachtungen unter nicht zu kleinen Höhenwinkeln möglich sind. Sowie nun in B die Winkel der Azimutalebene BAZ_a und BCZ_c gegen das Lot dortselbst bestimmt sind und ebenso die Neigungen der anderen zwei Azimutalebenen gegen die Lote in A und C , lässt sich angeben: der Depressionswinkel der Sehne BA , jener von BC und also auch der Winkel der Ebene ABC mit dem Horizont von B sowie mit dem Horizont von A . Ferner müssen Beobachtungen zwischen A , C und D vorliegen, wo in A und D sowie in C und D gleichzeitig der Mond sichtbar ist. Ganz analog folgt aus diesen Beobachtungen der Winkel der Ebene ACD gegen den Horizont von A . Nun kennen wir in A die Lage dreier Ebenen, nämlich jene des Horizonts und der Ebenen ABC sowie ACD ; die letzteren schneiden sich nach AC , daher lässt sich der Depressionswinkel μ_{ac} sowie das Azimut a_{ac} angeben.

Wir stellen die nötigen Formeln auf. Da von nun an in den Orten B und D die Winkel je zweier Ebenen mit dem Lote vorkommen, muss das n noch einen zweiten Index

erhalten. Der erste soll wie bisher derjenige des Orts sein, wo die Azimutebene nicht Lotebene ist, der zweite den Ort bezeichnen, wo die Ebene lotrecht steht. Die Beobachtungen in B , A und C haben also n_{ba} , n_{bc} , n_{ab} und n_{cb} ergeben und aus den Gl. 3—6) folgt

$$90^\circ - p_{ba} = \mu_{ba}$$

$$90^\circ - p_{bc} = \mu_{bc}$$

wo

$$\sin p_{ba} = \frac{\sin n_{ba}}{\sin r}$$

In der Figur 4 stellt HBC' den Horizont von B dar, τ den gesuchten Winkel der Ebene ABC mit dem Horizont, $\mu_{ba} = AA'$, $\mu_{bc} = CC'$ Seite $A'C' = a_{bc} - a_{ba}$. Der Bogen $A'H = w$ giebt zugleich das Azimut der Schnittlinie, nämlich

$$\begin{aligned} a &= a_{ba} - w \\ &= a_{bc} + w \end{aligned}$$

je nachdem $\mu_{ba} \begin{cases} > \\ < \end{cases} \mu_{bc}$.

Aus den Gl.

$$\sin w = \cotg \tau \cdot \operatorname{tg} \mu_{ba}$$

$$\sin(w + Aa) = \cotg \tau \cdot \operatorname{tg} \mu_{bc}$$

folgen w und τ .

Es ist nun der Winkel der Ebene ABC mit dem Horizont von A zu bestimmen. Die Beziehungen liefert das Dreikant der Ebenen ABC , Horizont von A und B ; Mittelpunkt der Kugel A ; die Parallelen zu den Schnittlinien geben ein sphärisches Dreieck. In demselben ist bekannt: der Winkel der Seiten Horizont von A und Horizont von B nämlich z , ferner der Winkel des Horizonts von B mit der Ebene ABC das eben bestimmte τ , endlich die Seite im Horizont von B . Die Azimute der beiden Schenkel sind bekannt, nämlich $a_{ba} - w$ und $a'_{ba} \pm 90^\circ$; daher

$$h_b = (a_{ba} - w) - (a'_{ba} \pm 90^\circ)$$

Der gesuchte Winkel τ' der Ebene ABC mit Horizont von A , sowie die Seite im letzteren (h_a) folgt aus

$$\begin{aligned} \cos \tau' &= \cos \tau \cdot \cos z + \sin \tau \cdot \sin z \cdot \cos h_b \\ \sin h_a &= \frac{\sin h_b \cdot \sin \tau}{\sin \tau'} \end{aligned}$$

Weil nun h_a gefunden worden, ist auch das Azimut der Schnittlinie der Ebenen ABC und Horizont von A bekannt, denn das Azimut der Schnittlinien der Horizonte beträgt aus dem gleichen Grunde wie oben

$$a'_{ab} \pm 90^\circ$$

Auf die gleiche Weise ergibt sich aus den Resultaten der Beobachtungen in A , C und D der Winkel τ'' der Ebene ACD mit dem Horizont von A und das Azimut der Schnittlinie. Ebene ABC , ADC und der Horizont von A geben auf der Kugel um A ein sphärisches Dreieck, das Perpendikel auf die letztgenannte Seite den gesuchten Depressionswinkel μ_{ac} .

Der gleiche Gang ist bezüglich des Horizontes von C einzuschlagen; da sich die Resultate der verschiedenen Rechnungsstadien nicht zusammenfassen lassen, wurde von der ohne Einführung von Hülfswinkeln uneleganten Lösung hier abgesehen.

5. Entwicklungen für das Rotations-Ellipsoid. Um uns ein Urteil über die Beträge der Grössen n , ν u. s. f. zu bilden, leiten wir dieselben für ein Rotations-Ellipsoid ab. Es lässt sich hiebei des Zusammenhanges halber nicht vermeiden, genügend Bekanntes rekapitulieren zu müssen, wobei wir uns jedoch unter Verweisung auf Helmert, höh. Geod. Bd. I S. 135—36 und 183—84 der möchlichsten Kürze befeissigen wollen.

Ableitung von n . Statt der halben grossen Axe der Meridianellipse a_0 soll stets die Einheit genommen werden. Für ein Koordinatensystem mit dem Ursprung im Mittelpunkt des Ellipsoids, der Rotationsaxe als Z -Axe, der Meri-