

§. 104. Vergleichung der Berliner mit der Königsberger Grundlinie.

Bei gleich guten Winkelmessungen wird man annehmen können, daß die Bestimmung der Länge einer Dreiecksseite desto unsicherer wird, je entfernter sie von der Grundlinie ist, oder je mehr Dreiecke sich zwischen ihr und der Grundlinie befinden. Wenn daher eine Dreiecksseite aus mehreren gleich gut gemessenen Grundlinien mehrfach bestimmt wurde, so wird man unter der obigen Voraussetzung auch die Fehler, welche einer jeden Bestimmung wahrscheinlich beizulegen sind, der Anzahl der Dreiecke, die zwischen den Grundlinien und der bezüglichen Seite liegen, umgekehrt proportional abschätzen und den mittleren Werth der Seite, so wie ihren wahrscheinlichen Fehler bestimmen können.

Bezeichnet man die verschiedenen Längen einer und derselben Dreiecksseite, die aus den Grundlinien $K, B, T \dots$ gefunden wurden, durch l_1, l_2, l_3, \dots ; die Zahl der Dreiecke, welche sich zwischen den Grundlinien und dieser Seite befinden, durch m, n, o, \dots so ist, wenn $Q = \frac{1}{m} + \frac{1}{n} + \frac{1}{o} + \dots$ gesetzt wird, der wahrscheinlichste Werth der Länge der Dreiecksseite

$$= \frac{1}{Q} \left\{ \frac{1}{m} l_1 + \frac{1}{n} l_2 + \frac{1}{o} l_3 + \dots \right\}$$

der Fehler aus der Grundlinie $K = \frac{1}{Q} \left\{ + \frac{1}{n} (l_2 - l_1) + \frac{1}{o} (l_3 - l_1) + \dots \right\}$

- - - - - $B = \frac{1}{Q} \left\{ - \frac{1}{m} (l_2 - l_1) + \frac{1}{o} (l_3 - l_2) + \dots \right\}$

- - - - - $T = \frac{1}{Q} \left\{ - \frac{1}{m} (l_3 - l_1) - \frac{1}{n} (l_3 - l_2) + \dots \right\}$

und der wahrscheinliche Fehler der Dreiecksseite $= \sqrt{\left\{ \frac{1}{p} (a^2 + b^2 + c^2 + \dots) \right\}}$

wo p die Anzahl der Grundlinien und $a, b, c \dots$ die Ausdrücke der Fehler bezeichnen.

Für zwei Grundlinien K und B erhält man daher:

$$\text{den Fehler aus der Grundlinie } K = \frac{+ \frac{1}{n} (l_2 - l_1)}{+ \frac{1}{m} + \frac{1}{n}}$$

den Fehler aus der Grundlinie $B = \frac{-\frac{1}{m}(l_2 - l_1)}{\frac{1}{m} + \frac{1}{n}}$

den wahrscheinlichsten Werth d. Dreiecksseite $= \frac{+\frac{1}{m}l_1 + \frac{1}{n}l_2}{\frac{1}{m} + \frac{1}{n}}$

und den wahrscheinlichen Fehler $= \frac{l_2 - l_1}{\frac{1}{m} + \frac{1}{n}} \sqrt{\frac{1}{2} \left[\left(\frac{1}{m}\right)^2 + \left(\frac{1}{n}\right)^2 \right]}$

Nach Bessel (Gradmessung in Ostpreussen Seite 168) ist die Seite *Trunz-Wildenhof* $l_1 = 30123^T,7481$

nach §. 99. Seite 371 . . . $l_2 = 30123,5041$

$$l_2 - l_1 = -0,2440$$

Von der Königsberger Grundlinie bis zur Seite *Trunz-Wildenhof* sind $7 = m$ und von hier bis zur Berliner Grundlinie $35 = n$ Dreiecke vorhanden.

Man findet daher:

den Fehler aus der Königsberger Grundlinie $= -0^T,0407$

- - - Berliner - $= +0,2033$

den wahrscheinlichsten Werth der Dreiecksseite $= 30123^T,7074$

den wahrscheinlichen Fehler derselben $= \pm 0^T,1466$ oder gleich $\frac{1}{205500}$ tel der Länge.

Auf dieselbe Weise können die wahrscheinlichsten Werthe sämtlicher Dreiecksseiten, wie sie sich aus den beiden Grundlinien ergeben, gefunden werden.



und der wahrscheinliche Fehler der Dreiecksseite $= \sqrt{\frac{1}{2} (a^2 + b^2 + c^2)}$ wo p die Anzahl der Grundlinien und a, b, c, \dots die Ausdrücke der Fehler bezeichnen.

Für zwei Grundlinien K und B erhält man daher:

$$\frac{B(l_2 - l_1)}{\frac{1}{m} + \frac{1}{n}}$$