

Achter Abschnitt.

Berechnung der Entfernungen der Dreieckspunkte unter einander.

Nach der Instruction, welche der General *v. Müffling* als Chef des Generalstabes der Armee im Jahre 1821 für die trigonometrischen Arbeiten ertheilt hatte, waren die Dimensionen des Erdellipsoids wie folgt angenommen:

Log. der großen Axe $a = 6,51479225$ in Toisen

Abplattung $\alpha = \frac{1}{310}$ - -

Die Berechnungen der geographischen Positionen sämtlicher Dreieckspunkte im Preussischen Staate sind nach dieser Instruction geführt worden, wobei die Position der Seeberger Sternwarte als Ausgangspunkt diente. Dies wäre nun zwar an und für sich schon eine Veranlassung gewesen, der Gleichförmigkeit wegen diese Annahmen beizubehalten, allein es gab noch einen triftigeren Grund, nämlich den, daß die vom Seeberge ausgegangene, und durch eine Dreieckskette über Berlin und Posen bis Königsberg fortgeführte Berechnung der geographischen Positionen, mit der astronomischen Bestimmung der Königsberger Sternwarte eine sehr befriedigende Uebereinstimmung zeigte, woraus denn gefolgert wurde, daß die allgemeine Krümmung des Erdellipsoids zwischen Seeberg und Königsberg den obigen Annahmen sehr nahe entsprechen müsse. Diese Gründe, so wie der Umstand, daß die sphärischen Excesse schon früher berechnet waren und daß die in der erwähnten Instruction berechneten Hülftafeln vorkommenden Falles überall benutzt werden können, bestimmten mich, die obigen Dimensionen der Erde unverändert beizubehalten.

Die Berechnung des sphärischen Excesses wurde nach der Formel

$$\varepsilon = \frac{b \cdot c \cdot \sin A}{2 \rho \rho' \sin 1''}$$

geführt. b und c sind die beiden den Winkel A einschließenden Seiten eines

Dreiecks; ϱ bedeutet den Krümmungsradius im Meridian, ϱ' den Krümmungsradius senkrecht auf den Meridian. Ihre Werthe sind bekanntlich

$$\varrho = \frac{a(1-ee)}{(1-ee \sin^2 \varphi)^{\frac{3}{2}}}; \quad \varrho' = \frac{a}{\sqrt{1-ee \sin^2 \varphi}}$$

φ ist die Polhöhe, ee das Quadrat der Excentricität.

Für φ wurde hier das arithmetische Mittel der Polhöhen der drei Dreieckspunkte gesetzt, deren Berechnung schon Behufs der topographischen Aufnahme stattgefunden hatte.

Alle Dreieckspunkte liegen demnach auf der Oberfläche eines Rotations-Ellipsoids von den obigen Dimensionen, und jedes einzelne Dreieck bezieht sich zugleich auf die Oberfläche einer Kugel, deren Radius $= \sqrt{\varrho\varrho'}$ ist.

Die Kleinheit der Dreiecke gestattet bei der Berechnung der Seiten die Anwendung des *Legendre'schen* Satzes, nach welchem man die Berechnung kleiner sphärischer oder sphäroidischer Dreiecke (*Bessel* Gradmessung Seite 166) durch Verminderung jedes Winkels um $\frac{1}{3}$ des Excesses auf die Berechnung ebener Dreiecke zurückführt. Die Längen der Seiten können daher auch als Bogen der sphäroidischen Dreiecke angesehen werden. Die Rechnung ist mit Logarithmen von 8 richtigen Decimalstellen geführt, die aus zehnstelligen Tafeln genommen wurden.

§. 98. *Einführung der Grundlinie in das Dreiecksnetz.*

Die nach §. 10 in zwei Abtheilungen gemessene Grundlinie kann auf zweierlei Weise in das Dreiecksnetz eingeführt werden:

- 1) Wenn die Ausgleichung der Richtungen ohne Rücksicht auf die gemessenen Linien ausgeführt wird, und
- 2) Wenn dieser Ausgleichung noch die Bedingung hinzugefügt wird, daß die gemessenen Theile der Grundlinie AB und BC als absolut richtig angesehen werden.

Das erste Verfahren wird zur Berechnung des Dreiecksnetzes gewählt werden, es sollen aber vorher die Ergebnisse beider mit einander verglichen werden.

Einführung der Grundlinie ohne Rücksicht auf die beiden unabhängig von einander gemessenen Stücke derselben.

Werden den im Mittelpunkt der Grundlinie B (§. 77) beobachteten Richtungen die Verbesserungen, welche in §. 96 aufgeführt sind, hinzugefügt, so findet man den Winkel CBA (Taf. II.), den die beiden Theile der gemessenen Grundlinie AB und CB einschließen $= 179^{\circ} 59' 14,2495$. Nach §. 10 ist $AB = 588,509172$; $CB = 610,213860$. Aus diesen drei Stücken erhält man zunächst durch genaue Berechnung die ganze Grundlinie $AC = 1198,723025$; und dieser Werth weicht erst in der fünften Decimalstelle von der Summe der beiden gemessenen Stücke ab. Ferner findet man die beiden anliegenden Winkel $\angle BCA = 22,4611$ und $\angle BAC = 23,2894$, und daraus die entsprechenden Richtungen.

Die definitiven Richtungen in den Endpunkten der Grundlinie sind daher folgende:

In A .				In C .			
Marienfelde	0°	0'	— 0,1305	Buckow . .	0°	0'	— 0,0011
B	57	45	54,4986	A	58	55	46,3450
C	57	46	17,7880	B	58	56	8,8061
Buckow . .	122	20	48,9211	Marienfelde	126	50	40,3284
				Rauenberg .	223	58	55,5645

Aus diesen Richtungen, in Verbindung mit den verbesserten Richtungen in Buckow, erhält man das erste Dreieck wie folgt:

	Buckow	56° 29' 42",5336	56° 29' 42",529	cpl log Sin	0,0789177, 6	0,0789177, 6
I.	C	58 55 46,3461	58 55 46,342	log AC	3,0787188, 5	3,0787188, 5
	A	64 34 31,1331	64 34 31,129	log Sin C	9,9327442, 4	l. Sin A 9,9557600, 8
		180 0 0,0128	180 0 0,000	l. Bu A =	3,0903808, 5	l. Bu C = 3,1133966, 9
	ε	0,013				

Betrachtet man (Taf. II.) die Figur *ABC* *Buckow*, so findet man, daß mit Zuziehung des angeführten Dreiecks die beiden Theile *BC* und *AB* der Grundlinie durch die beiden nachfolgenden Dreiecke unabhängig von einander mit der Linie *AC* in Verbindung stehen.

	Buckow	27° 59' 21",8689
II.	B	93 4 29,3309
	C	58 56 8,8072
		180 0 0,0070
	ε	0,007

	Buckow	28° 30' 20",6648
III.	A	64 34 54,4225
	B	86 54 44,9186
		180 0 0,0059
	ε	0,006

Vermittelst dieser Dreiecke kann daher die Seite *AC* auf doppelte Weise bestimmt werden: einmal aus der Seite *BC* und den Dreiecken *Buckow BC* und *ABuckow C*; und dann aus der Seite *AB* und den Dreiecken *Buckow AB* und *CBuckow A*.

Im ersten Fall, oder aus dem nördlichen Theil der Grundlinie *BC*, erhält man $\text{Log } AC = 3,0787202, 9 \dots 1198,7270$. Der Unterschied mit dem vorhin direct gefundenen Werth beträgt $+ 0,003975$ oder $\frac{1}{302000}$ der Länge.

Im zweiten Fall, oder aus dem südlichen Theil der Grundlinie *AB*, erhält man $\text{Log } AC = 3,0787173, 5 \dots 1198,7189$. Der Unterschied beträgt $- 0,004125$ oder $\frac{1}{291000}$ der Länge.

Den ersten Fehler würde man begangen haben, wenn man *BC* allein, und den zweiten, wenn man *AB* allein gemessen hätte. Dafs beide Fehler einander nahe gleich, aber entgegengesetzt sind, ist durch die Figur und die Abhängigkeit, in der sie zu einander stehen, bedingt; denn rechnet man z. B. von *BC* nach *AB*, so findet man den Quotienten $\frac{AB}{BC}$ gleich einer Sinusfunction. Ist die in dieser Gleichung enthaltene Bedingung vollständig erfüllt, so verschwinden die obigen Unterschiede gänzlich; ist sie aber, wie es oben der Fall ist, nicht erfüllt, und der eine Fehler ist bekannt, so läßt sich der andere durch Rechnung finden.

Es bleibt noch zu untersuchen, in wiefern die obigen Unterschiede sich aus dem mittleren Fehler der Winkelmessungen erklären lassen.

Die logarithmische Differenz mit dem direct gefundenen AC beträgt im ersten Fall in den letzten Stellen $+ 14,4$; im zweiten Fall $- 15,0$. Der mittlere Fehler der Winkelmessung kann nach §. 97 gleich $\frac{1}{3}$ Secunde angenommen werden. In dem Dreieck \mathcal{N}° II. ist für den Winkel in Buckow die logarithmische Differenz des Sinus für $1'' = 39,6$, also für $\frac{1}{3}$ Secunde $= 13,2$. In dem Dreieck \mathcal{N}° III. $= 38,8$, also für $\frac{1}{3}$ Secunde $= 12,9$. Da nun das Geschlossensein der Figur verlangt, daß wenn ein Winkel um $\frac{1}{3}$ Secunde zu groß ist, der andere um eben so viel zu klein sein muß, so kann der erwähnte Unterschied, unter der Voraussetzung, daß eine Richtung um $\frac{1}{3}$ Secunde fehlerhaft gemessen wurde, ziemlich genügend erklärt werden. Zu bemerken ist noch, daß die obigen Winkel sehr spitz sind, und daß bei günstig geformten Dreiecken der Einfluß eines solchen Winkelfehlers auf die Seiten nur etwa den dritten Theil der logarithmischen Unterschiede betragen haben würde. Dieser Vortheil kömmt daher der Operation zu Gute, wenn man anstatt der einzelnen Theile die ganze gemessene Grundlinie AC einführt.

Einführung der Grundlinie unter der Bedingung, daß die beiden unabhängig von einander gemessenen Theile derselben als absolut richtig angesehen werden.

Die unter diesem Gesichtspunkt zu erfüllende Bedingung ist:

$$1 = \frac{AB \cdot \sin BB^u A \cdot \sin BCB^u}{BC \cdot \sin BAB^u \cdot \sin BB^u C}$$

Hätte man diese Bedingung als 87ste denen in §. 89 hinzugefügt und dann dieselben aufgelöst, so würde man die Verbesserungen der Winkel so gefunden haben, daß die Berechnungen von AC aus AB und aus BC mit der directen Messung von AC eine völlige Uebereinstimmung gegeben hätten. Es hätte sich alsdann aber nicht beurtheilen lassen, welche Unterschiede bei dem ersten Verfahren, wo nur die Winkelbedingungen allein erfüllt wurden, zum Vorschein gekommen wären, und ob diese Unterschiede durch den mittleren Fehler der Winkelmessung befriedigend erklärt werden können. Diese Gründe, so wie die Absicht, die Längen- und Winkelmessungen von einander getrennt zu halten, bestimmten mich bei der Einführung der Grundlinie das erste Verfahren in Anwendung zu bringen. Um indessen übersehen zu können, welchen Einfluß das zweite Verfahren auf die Berechnung der Dreiecksseiten erlangt haben möchte, wurde die Figur $ABuckowCMarienfelde$ mit Hinzufügung der obigen Bedingung für sich ausgeglichen. Diese Rechnung hat, anstatt der in §. 96 aufgeführten Verbesserungen, die folgenden ergeben:

(116) = + 0,3687	(127) = - 0,8297	(135) = + 0,3993
(117) = - 0,0491	(128) = - 0,7330	(137) = + 0,2568
(118) = + 0,6037	(129) = - 0,4085	(138) = - 0,2459
(119) = + 0,9284	(132) = - 0,3731	(140) = + 0,3449
(125) = - 0,3687	(133) = - 0,0066	(141) = + 0,2766

Werden diese Verbesserungen eingeführt, so findet man das erste Dreieck, von dem dann die Berechnungen der Seiten, ganz wie bei dem ersten Verfahren ausgehen, wie folgt:

Buckow	56 29 42,5082	56 29 42,504	epl log Sin 0,0789177, 9	0,0789177, 9
A	64 34 31,2373	64 34 31,233	log AC 3,0787188, 5	3,0787188, 5
C	58 55 46,2674	58 55 46,263	log Sin A 9,9557601, 8 l. Sin C 9,9327441, 4	
	180 0 0,0129	180 0 0,000	l. Bu C = 3,1133968, 2 l. Bu A = 3,0903807, 8	

Oben wurden die Logarithmen dieser	
Seiten gefunden	3,1133966, 9 3,0903808, 5
Differenz	+ 0,0000001, 3 - 0,0000000, 7

Diese Uebereinstimmung liefert den Beweis für die Sicherheit der Operationen und gewährt die Ueberzeugung, daß durch dies letztere Verfahren bei Einführung der Grundlinie durchaus keine erhebliche Veränderung der Entfernungen der Dreieckspunkte unter einander entstanden wäre.

Es wird daher das erste Verfahren zur Berechnung der Dreiecksseiten beibehalten und die Resultate in den folgenden §§. aufgeführt werden.

Grundlinie des ganzen Dreiecksnetzes ist die Linie

$$AC = 1198,723025 \mid \text{Log. } 3,0787188, 5 \mid$$

Bemerkung. Ob der Fehler, welcher sich bei der Vergleichung beider Theile der Grundlinie durch Rechnung gezeigt hat, ganz allein der Winkelmessung zuzuschreiben ist, oder ob eine durch die Einwirkung der Sonnenstrahlen herbeigeführte Veränderlichkeit des 73 Fufs hohen Standpunktes (ähnlich der, welche auf dem Leuchthurm bei Memel, Gradmessung Seite 242, bemerkt worden ist) mit eingewirkt hat, kann nicht entschieden werden, da der Oertlichkeit wegen keine directen Beobachtungen angestellt werden konnten, um sich einer solchen Bewegung zu vergewissern.

Während der Beobachtungen in Buckow war beständiger Sonnenschein, und die Temperatur erreichte täglich eine Höhe von 24 bis 26° R. — Nur die Süd- und Westseite des steinernen Thurmes sind den Sonnenstrahlen ausgesetzt; die Ostseite ist durch den Anbau der Kirche geschützt, und man kann annehmen, daß der Temperaturunterschied zwischen dieser und den von der Sonne beschienenen Seiten 14 bis 16° betragen haben mag.

In Marienfelde ist die Oertlichkeit dieselbe wie in Buckow, nur daß zur Zeit der Beobachtungen häufige Gewitter den Sonnenschein vielfach unterbrochen und überhaupt die Temperatur etwas herabgedrückt hatten.

Außerdem ist noch zu bemerken, daß die Tafel in Buckow des Nachmittages der Sonne zu-, die in Marienfelde der Sonne abgekehrt war, wodurch die erste volles Licht erhielt, während die andere sich im Schatten befand.

Wenn auch ein Einfluß der Sonnenstrahlen hier nicht direct nachgewiesen werden kann, so bin ich doch der Meinung, daß das Resultat noch günstiger ausgefallen sein würde, wenn man die Winkelmessungen an der Grundlinie, wo nach Signaltafeln beobachtet wurde, hätte bei bedecktem Himmel und zu einer Zeit anstellen können, wo keine zitternde Bewegung der Objecte stattfindet.

Schließlich will ich noch das Ergebnis anführen, welches die beobachteten Richtungen vor der Ausgleichung des Dreiecksnetzes gegeben haben.

Rechnet man mit der Seite *AB* (§. 10) und den Dreiecken (§. 81 LXXXV und LXXXI) *BuckowAB* und *CBBuckow*, indem man $\frac{1}{3}$ des Ueberschusses der drei Winkel eines jeden Dreiecks über 180° von jedem Winkel abzieht, die Linie *CB*, so findet man dieselbe = 610, ^r20844

Rechnet man dieselbe Linie ebenfalls mit *AB* aus den Dreiecken §. 81 LXXXIII und LXXX, so findet man *CB* = 610, 21354
 Gemessen wurde dieselbe §. 10 = 610, 21386

§. 99. Berechnung der Entfernungen der Dreieckspunkte unter einander, von der Berliner Grundlinie bis zur Seite *Trunz-Wildenhof*.

A.

		Log. Entfern.	Entfernung.
Marienfelde . . .	— 0,1305	3,1359503,6	^T 1367,5725
B	57 45 54,4986		588,509172
C	57 46 17,7880	3,0787188,5	1198,723025
Buckow	122 20 48,9211	3,0903808,5	1231,3481

B.

A	— 0,0384		588,509172
Marienfelde . . .	96 56 47,3073	3,0664532,1	1165,3415
Rauenberg	168 54 37,7896	3,3699865,0	2344,1559
C	180 0 45,7120		610,213860
Buckow	273 5 15,0430	3,0467950,8	1113,7689
Ziethen	354 53 39,0644	3,4193543,6	2626,3606

C.

Buckow	— 0,0011	3,1133966,9	1298,3647
A	58 55 46,3450	3,0787188,5	1198,723025
B	58 56 8,8061		610,213860
Marienfelde . . .	126 50 40,3284	3,0963794,6	1248,4739
Rauenberg	223 58 55,5645	3,2428679,8	1749,3148

Buckow.

Ziethen	+ 0,3795	3,4317952,7	2702,6840
Glienicke	12 32 30,4422	3,9522697,0	8959,2097
A	45 36 55,0066	3,0903808,5	1231,3481
Eichberg	61 29 58,3044	4,1062535,6	12771,8427
B	74 7 15,6713	3,0467950,8	1113,7689
Marienfelde . . .	76 5 39,0435	3,3575191,9	2277,8189
C	102 6 37,5402	3,1133966,9	1298,3647
Rauenberg	127 31 16,0247	3,4519365,3	2830,9782
Müggelsberg . . .	272 16 18,1457	3,8324574,5	6799,1943

Marienfelde.

		Log. Entfern.	Entfernung.
Rauenberg . . .	— 0,1260	3,3563886,3	2271,8970
C	49 49 9,2370	3,0963794,6	1248,4739
Buckow	76 57 30,4229	3,3575191,9	2277,8189
B	78 50 39,3170	3,0664532,1	1165,3415
A	104 7 57,3493	3,1359503,6	1367,5725
Ziethen	135 7 55,9253	3,4896359,0	3087,7057
Glienicke	179 0 32,4295	3,9139356,3	8202,2996
Eichberg	239 14 5,4584	4,0246210,8	10583,2994
Ruhlsdorf . . .	243 48 45,2479	3,6747093,1	4728,3467

Ziethen.

Marienfelde . .	+ 0,1697	3,4896359,0	3087,7057
Rauenberg . . .	18 50 16,7701	3,6958110,8	4963,7635
B	21 39 35,3455	3,4193543,6	2626,3606
Berlin	40 5 10,5808	3,9232811,4	8380,7163
Buckow	45 43 56,0603	3,4317952,7	2702,6840
Müggelsberg . .	116 1 39,0433	3,8583221,7	7216,4261
Glienicke	243 34 42,4231	3,8026508,7	6348,2039
Eichberg	298 54 3,2761	4,0690957,5	11724,5383
Ruhlsdorf . . .	315 46 30,9483	3,8076772,0	6422,1020

Rauenberg.

Berlin	+ 0,2228	3,6194192,0	4163,1226
Müggelsberg . .	82 28 58,1827	3,9664441,5	9256,4434
Buckow	107 33 56,4151	3,4519365,3	2830,9782
C	126 8 13,5111	3,2428679,8	1749,3148
B	129 59 18,8328	3,3699865,0	2344,1559
Ziethen	133 9 1,5367	3,6958110,8	4963,7635
Glienicke	158 24 15,2494	4,0201097,1	10473,9310
Marienfelde . .	159 10 48,9330	3,3563886,3	2271,8970
Ruhlsdorf	203 24 38,2212	3,7841013,6	6082,7695
Eichberg	208 58 42,3811	4,0757857,5	11906,5448

Ruhlsdorf.

		Log. Entfern.	Entfernung.
Berlin	— 0,1430	4,0017499,4	10040,3752
Rauenberg	9 28 56,1448	3,7841013,6	6082,7695
Marienfelde . . .	29 3 52,3254	3,6747093,1	4728,3467
Müggelsberg . . .	45 42 16,9886	4,1283087,2	13437,1981
Ziethen	56 9 33,9139	3,8076772,0	6422,1020
Glienicke	109 36 22,8693	3,8764581,6	7524,1624
Eichberg	200 48 30,3921	3,7695365,4	5882,1560

Müggelsberg.

		Log. Entfern.	Entfernung.
Berlin	+ 0,7752	3,9840790,6	9640,0450
Krugberg	110 41 24,1658	4,2705970,7	18646,4890
Colberg	198 48 39,5847	4,0864011,9	12201,1619
Glienicke	278 5 18,9340	4,0854495,1	12174,4545
Ziethen	302 30 26,1888	3,8583221,7	7216,4261
Eichberg	304 17 9,5939	4,2772732,8	18935,3475
Ruhlsdorf	311 48 1,3238	4,1283087,2	13437,1981
Buckow	324 29 1,1500	3,8324574,5	5799,1943
Rauenberg	334 39 0,9030	3,9664441,5	9256,4434

Glienicke.

		Log. Entfern.	Entfernung.
Berlin	+ 0,2417	4,1591585,2	14426,4183
Buckow	8 5 6,6878	3,9522697,0	8959,2097
Ziethen	13 23 23,0397	3,8026508,7	6348,2039
Müggelsberg . . .	41 25 12,7509	4,0854495,1	12174,4545
Colberg	91 51 26,6951	4,1917393,2	15550,3196
Golmberg	180 18 13,5397	4,1602060,6	14461,2575
Eichberg	281 28 24,8749	3,9844040,7	9647,2619
Ruhlsdorf	319 2 0,1466	3,8764581,6	7524,1624
Marienfelde . . .	353 41 17,1230	3,9139356,3	8202,2996
Rauenberg	353 54 10,8814	4,0201097,1	10473,9310

Colberg.

		Log. Entfern.	Entfernung.
Golmberg	— 0,0974	4,3211060,2	20946,2373
Glienicke	43 38 30,3527	4,1917393,2	15550,3196
Eichberg	47 19 15,4310	4,3999120,1	25113,7756
Berlin	85 38 4,8238	4,3334806,4	21551,6557
Müggelsberg . . .	93 55 38,4628	4,0864011,9	12201,1619
Krugberg	152 3 2,9033	4,3413605,6	21946,2620

VIII. §. 99. Berechnung der Entfernungen

Eichberg.

		Log. Entfern.	Entfernung.
Eichstädt	— 0,2338	4,3299712,6	^T 21378,2061
Berlin	43 47 54,4872	4,1953109,1	15678,7310
Rauenberg	51 11 22,6658	4,0757857,5	11906,5448
Ruhlsdorf	56 56 52,8229	3,7695365,4	5882,1560
Marienfelde . . .	60 37 35,0061	4,0246210,8	10583,2994
Buckow	63 44 19,2977	9,1062535,6	12771,8427
Müggelsberg . . .	74 19 48,0105	4,2772732,8	18935,3475
Ziethen	75 25 28,8831	4,0690957,5	11724,5383
Colberg	102 14 57,1119	4,3999120,1	25113,7756
Glienicke	108 11 10,4539	3,9844040,7	9647,2619
Golmberg	156 55 16,1240	4,2758764,8	18874,5445
Hagelsberg	247 9 18,5811		
Götzerberg	300 13 6,7530		

Berlin.

Eichberg	— 0,0884	4,1953109,1	15678,7310
Eichstädt	89 2 18,7748	4,1702150,8	14798,4108
Prenden	156 16 43,4599	4,1884647,2	15433,5104
Krugberg	219 10 37,1992	4,3770356,2	23825,1487
Müggelsberg . . .	266 14 43,1665	3,9840790,6	9640,0450
Colberg	276 45 48,7013	4,3334806,4	21551,6557
Ziethen	312 48 40,6847	3,9232811,4	8380,7163
Glienicke	322 54 49,9335	4,1591585,2	14426,4183
Rauenberg	338 24 45,7011	3,6194192,0	4163,1226
Ruhlsdorf	352 20 27,5122	4,0017499,4	10040,3752

Krugberg.

Colberg	+ 0,0810	4,3413605,6	21946,2620
Müggelsberg . . .	33 45 22,4086	4,2705970,7	18646,4890
Berlin	55 59 54,6686	4,3770356,2	23825,1487
Freienwalde . . .	133 0 37,7793	4,0070013,3	10162,5181

Eichstädt.

Gransee	— 0,2252	4,2531986,2	17914,2496
Mutz	15 46 30,8455	4,2190011,2	16557,7423
Prenden	65 27 11,0962	4,2239430,4	16747,2321
Berlin	123 38 34,5341	4,1702150,8	14798,4108
Eichberg	170 48 23,1807	4,3299712,6	21378,2061

Gransee.

		Log. Entfern.	Entfernung.
Templin	+ 3,9777	4,1497982,3	14118,8144
Mutz	59 48 54,7161	3,6917636,3	4917,7181
Prenden	71 47 46,6471	4,2733405,0	18764,6514
Eichstädt	126 4 15,8985	4,2531986,2	17914,2496

Prenden.

		Log. Entfern.	Entfernung.
Gransee	+ 0,2028	4,2733405,0	18764,6514
Mutz	4 11 3,2681	4,1458598,7	13991,3580
Templin	43 3 28,9085	4,2932442,3	19644,6470
Hausberg	93 41 18,7397	4,0169212,9	10397,3171
Freienwalde . .	142 51 50,1374	4,1763378,9	15008,5208
Berlin	245 9 23,6376	4,1884647,2	15433,5104
Eichstädt	299 43 37,5407	4,2239430,4	16747,2321

Freienwalde.

		Log. Entfern.	Entfernung.
Krugberg	+ 0,0801	4,0070013,3	10162,5181
Berlin	78 18 0,2341	4,3748988,7	23708,2157
Prenden	117 47 54,1758	4,1763378,9	15008,5208
Hausberg	161 34 28,4887	4,0558455,6	11372,2281
Künkendorf . .	193 26 22,7714	4,1486891,4	14082,8042
Koboldsberg . .	240 11 39,1833	4,2371409,5	17263,9810

Hausberg.

		Log. Entfern.	Entfernung.
Künkendorf . .	- 0,0286	3,8726121,0	7457,8235
Koboldsberg . .	29 43 40,5232	4,2719665,5	18705,3806
Freienwalde . .	94 31 25,7699	4,0558455,6	11372,2281
Prenden	181 34 21,1954	4,0169212,9	10397,3171
Mutz	235 16 31,5382	4,2395310,9	17359,2553
Templin	279 18 40,0706	4,1854362,1	15326,2608

Templin.

		Log. Entfern.	Entfernung.
Buchholz	- 9,5621	4,0069859,5	10162,1582
Künkendorf . .	56 4 33,5518	4,2020115,4	15922,5104
Hausberg	83 36 21,4452	4,1854362,1	15326,2608
Prenden	115 14 14,2575	4,2932442,3	19644,6470
Gransee	180 23 5,3036	4,1497982,3	14118,8144

Buchholz.

		Log. Entfern.	Entfernung.
Luckow	— 0,5706	4,1933635,9	15608,5870
Künkendorf . .	71 48 56,3601	4,1230040,9	13274,0696
Templin	156 17 50,6085	4,006985 9	10162,1582

Künkendorf.

Freienwalde . .	— 0,0568	4,1486891,4	14082,8042
Hausberg	53 36 40,6749	3,8726121,0	7457,8235
Templin	125 23 33,9658	4,2020115,4	15922,5104
Buchholz	164 49 57,8945	4,1230040,9	13274,0696
Luckow	225 17 40,1594	4,2315815,5	17044,3934
Koboldsberg . .	280 9 53,7851	4,1063960,2	12776,0329

Koboldsberg.

Freienwalde . .	— 0,7110	4,2371409,5	17263,9810
Hausberg	36 35 5,1989	4,2719665,5	18705,3806
Künkendorf . .	53 24 38,4226	4,1063960,2	12776,0329
Luckow	131 23 25,4321	4,1538845,3	14252,2860
Vogelsang . . .	157 47 58,5358	4,4794078,4	30158,3683
Bahn	207 28 58,6030	4,1949091,0	15664,2318

Luckow.

Vogelsang . . .	— 0,7652	4,2674666,3	18512,5664
Bahn	78 9 40,6405	4,2664890,0	18470,9401
Koboldsberg . .	133 33 59,4932	4,1538845,3	14252,2860
Künkendorf . .	180 43 0,5710	4,2315815,5	17044,3934
Buchholz	228 26 23,2687	4,1933635,9	15608,5870

Bahn.

Koboldsberg . .	— 0,5734	4,1949091,0	15664,2318
Luckow	48 30 9,4843	4,2664890,0	18470,9401
Vogelsang . . .	99 30 6,2616	4,3676337,1	23314,9082
Kleistberg . . .	165 23 12,7125	4,5360622,7	34360,7211

Vogelsang.

		Log. Entfern.	Entfernung.
Anclam	— 0,4472	4,5465053,8	35196,9783
Lebin	45 23 21,9164	4,3344044,5	21597,5481
Sprengelsberg	93 10 38,0857	4,4917153,7	31025,2557
Kleistberg	146 0 9,0686	4,5146120,8	32704,8439
Bahn	219 31 35,5831	4,3676337,1	23314,9082
Koboldsberg	250 20 32,1452	4,4794078,4	30158,3683
Luckow	270 22 0,6223	4,2674666,3	18512,5664

Kleistberg.

Bahn	— 0,0295	4,5360622,7	34360,7211
Stargard	11 3 35,6646		
Vogelsang	40 35 34,0374	4,5146120,8	32704,8439
Sprengelsberg	101 8 37,7267	4,4531463,8	28388,7572
Klorberg	152 29 44,0144	4,3924127,4	24683,8410

Sprengelsberg.

Colberg	— 0,0214	4,3319122,9	21473,9674
Klorberg	51 12 44,4870	4,3661658,6	23236,2404
Kleistberg	107 16 30,3051	4,4531463,8	28388,7572
Vogelsang	173 54 3,4073	4,4917153,7	31025,2557
Lebin	217 59 19,7746	4,3615648,4	22991,3694

Colberg.

Gollenberg	— 24,7054	4,3412874,5	21942,5679
Klorberg	72 1 25,4134	4,2875355,4	19388,1129
Sprengelsberg	141 7 11,0334	4,3319122,9	21473,9674
Zizow	336 7 5,3330	4,5118504,1	32497,5342

Klorberg.

Kleistberg	— 0,1367	4,3924127,4	24683,8410
Sprengelsberg	72 35 13,0202	4,3661658,6	23236,2404
Colberg	132 16 46,6316	4,2875355,4	19388,1129
Gollenberg	191 7 28,1850	4,3872128,8	24390,0606
Barenberg	222 26 24,4298	4,5449238,2	35069,0354

VIII. §. 99. *Berechnung der Entfernungen**Gollenberg.*

		Log. Entfern.	Entfernung. <i>T</i>
Zizow	+ 19,8891	4,1840877,5	15278,7474
Pigowberg	6 34 29,4286	4,2590751,6	18158,2989
Barenberg	83 18 1,6954	4,2801027,7	19059,1167
Klorberg	190 17 38,1838	4,3872128,8	24390,0606
Colberg	239 25 10,4028	4,3412874,5	21942,5679

Barenberg.

Gollenberg	— 0,2477	4,2801027,7	19059,1167
Zizow	41 17 44,9631	4,3615995,1	22993,2049
Pigowberg	49 53 9,8279	4,3637868,1	23109,3010
Revekol	94 48 48,2594	4,5486068,6	35367,7034
Muttrin	124 16 15,8578	4,3723989,9	23572,1388
Klorberg	318 18 28,2118	4,5449238,2	35069,0354

Pigowberg.

Revekol	+ 0,0535	4,398831,05	25051,3451
Muttrin	40 51 55,4996	4,4505716,2	28220,9494
Barenberg	94 25 19,8978	4,3637868,1	23109,3010
Gollenberg	147 48 40,7951	4,2590751,6	18158,2989
Zizow	178 12 24,3742	3,5384108,1	3454,7037

Revekol.

Boschpol	— 0,3219	4,3948123,7	24820,6054
Muttrin	63 12 38,7247	4,2749249,6	18833,2365
Barenberg	101 12 2,3155	4,5486068,6	35367,7034
Pigowberg	141 51 9,5894	4,3988310,5	25051,3451

Muttrin.

Barenberg	+ 0,2817	4,3723989,9	23572,1388
Pigowberg	52 3 34,8987	4,4505716,2	28220,9494
Revekol	112 33 13,0341	4,2749249,6	18833,2365
Boschpol	183 30 51,9557	4,3699357,5	23438,8203
Kistowo	232 0 38,3207	4,1691566,7	14762,3899

Boschpol.

		Log. Entfern.	Entfernung.
Schönwalderhütte	— 0,2636	4,0301965,1	10720,0426 ^T
Thurmberg	47 22 27,8383	4,2918528,5	19581,8108
Kistowo	85 46 32,5708	4,2447822,4	17570,4239
Muttrin	124 46 7,1802	4,3699357,5	23438,8203
Revekol	170 35 53,2241	4,3948123,7	24820,6054

Kistowo.

Muttrin	— 0,2896	4,1691566,7	14762,3899
Boschpol	92 30 41,2262	4,2447822,4	17570,4239
Thurmberg	172 8 51,4311	4,0922026,5	12365,2429

Thurmberg.

Kistowo	— 0,3237	4,0922026,5	12365,2429
Boschpol	61 57 46,7941	4,2918528,5	19581,8108
Schönwalderhütte	94 35 15,2425	4,1652591,7	14630,5001
Dohnasberg	117 4 10,4687	4,2424151,7	17474,9189
Buschkau	172 21 46,4706	3,9627918,4	9178,9254

Schönwalderhütte.

Dohnasberg	+ 0,0011	3,8358267,3	6852,1479
Buschkau	67 31 16,0636	4,1913975,2	15538,0860
Thurmberg	102 47 6,1621	4,1652591,7	14630,5001
Boschpol	202 47 11,0976	4,0301965,1	10720,0426

Dohnasberg.

Stegen	— 0,6801	4,3739822,0	23658,2273
Trunz	3 21 35,4918	4,5946241,5	39320,9634
Buschkau	77 40 22,5144	4,1579518,6	14386,3910
Thurmberg	109 18 29,4524	4,2424151,7	17474,9189
Schönwalderhütte	164 2 29,0062	3,8358267,3	6852,1479

VIII. §. 99. *Berechnung der Entfernungen**Buschkau.*

		Log. Entfern.	Entfernung.
Thurmberg	+ 0,0927	3,9627918,4	^T 9178,9254
Schönwalderhütte	66 57 40,0286	4,1913975,2	15538,0860
Dohnasberg	93 4 18,4203	4,1579518,6	14386,3910
Stegen	161 4 39,9148	4,3966688,0	24926,9303
Trunz	177 24 30,3644	4,5802635,8	38042,0209
Brosowken	207 29 23,0007	4,4998461,8	31611,5783

Stegen.

Trunz	+ 0,1328	4,1976802,8	15764,5029
Talpitten	19 21 15,2381	4,4338674,7	27156,1044
Brosowken	55 3 34,8051	4,3637949,3	23109,7331
Buschkau	137 16 19,9030	4,3966688,0	24926,9303
Dohnasberg	171 35 38,4118	4,3739822,0	23658,2273

Brosowken.

Buschkau	+ 0,2126	4,4998461,8	31611,5783
Stegen	51 22 37,5171	4,3637949,3	23109,7331
Trunz	93 55 18,0460	4,2813098,1	19112,1617
Talpitten	137 33 28,0317	4,2009586,6	15883,9554

Trunz.

Brosowken	- 31,6520	4,2813098,1	19112,1617
Buschkau	55 59 23,6753	4,5802635,8	38042,0209
Dohnasberg	77 20 29,9456	4,5946241,5	39320,9634
Stegen	82 23 16,0180	4,1976802,8	15764,5029
Galtgarben	180 7 44,4700		
Wildenhof	221 39 42,4310	4,4789054,9	30123,5041
Sommerfeld	270 44 13,1827	4,2123588,7	16306,4292
Talpitten	304 47 4,3015	4,1253976,8	13347,4309

Talpitten.

Brosowken	+ 0,2033	4,2009586,6	15883,9554
Stegen	58 6 53,6422	4,4338674,7	27156,1044
Trunz	81 9 28,1850	4,1253976,8	13347,4309
Sommerfeld	172 11 5,7253	3,9605227,6	9131,0929

Sommerfeld.

		Log. Entfern.	Entfernung.
Talpitten	+ 0,0597	3,9605227,6	^T 9131,0929
Trunz	54 55 32,5729	4,2123588,7	16306,4292
Wildenhof	153 29 16,1303	4,3620450,6	23016,8062

Wildenhof.

Sommerfeld.	- 0,8930	4,3620450,6	23016,8062
Trunz	32 21 48,3659	4,4789054,9	30123,5041

§. 100. Berechnung der Entfernungen der Dreieckspunkte unter einander,
von Lebin bis zur Seite *Lübeck-Bungsberg*.

Lebin.

		Log. Entfern.	Entfernung.
Sprengelsberg . .	— 0,4685	4,3615648,4	22991,3694
Vogelsang	88 7 31,7666	4,3344044,5	21597,5481
Anclam	185 13 33,1354	4,4022624,3	25250,0609
Streckelsberg . . .	223 11 32,1955	4,2470366,9	17761,8703

Anclam.

Greifswald	+ 5,2386	4,2360744,0	17221,6358
Streckelsberg . . .	81 36 5,3027	4,1957633,2	15695,0723
Lebin	125 24 47,5967	4,4022624,3	25250,0609
Vogelsang	162 55 29,0677	4,5465053,8	35196,9783

Streckelsberg.

Lebin	— 0,3354	4,2470366,9	17661,8703
Anclam	98 13 20,9485	4,1957633,2	15695,0723
Greifswald	150 29 53,7441	4,3332341,9	21539,4292
Rugard	191 50 14,2119	4,4533423,9	28401,5728
Promoisel	207 20 23,4766	4,4942737,3	31208,5600

Greifswald.

Stralsund	+ 37,7824	4,1937577,4	15622,7592
Rugard	45 2 7,3487	4,2732492,7	18760,7100
Promoisel	54 5 10,7877	4,4233444,2	26506,0138
Streckelsberg . . .	134 22 44,7856	4,3332341,9	21539,4292
Anclam	180 30 14,4969	4,2360744,0	17221,6358

Rugard.

Stralsund	+ 0,3600	4,1296965,2	13480,2057
Hiddensoe	71 0 15,7426	4,1702041,7	14798,0391
Promoisel	154 16 47,5513	3,9297865,2	8507,1976
Streckelsberg . . .	255 36 43,2352	4,4533423,9	28401,5728
Greifswald	304 55 49,2149	4,2732492,7	18760,7100

Promoisel.

		Log. Entfern.	Entfernung.
Streckelsberg . . .	— 0,5500	4,4942737,3	31208,5600
Greifswald	42 52 1,1308	4,4233444,2	26506,0138
Rugard	63 9 56,7792	3,9297865,2	8507,1976
Stralsund	78 58 54,5146	4,3317200,2	21464,4626
Hiddensoe	128 25 4,8066	4,2090443,7	16182,4536

Hiddensoe.

		Log. Entfern.	Entfernung.
Arcona (Säule) . .	— 0,0121	4,0607637,9	11501,7465
Arcona (Leuchth.)	0 3 50,0494	4,0589533,2	11453,8982
Promoisel	35 31 17,8904	4,2090443,7	16182,4536
Rugard	66 59 39,2582	4,1702041,7	14798,0391
Stralsund	117 45 16,4859	4,2163530,9	16457,0917
Darser Ort	185 41 48,1232	4,3301454,8	21386,7838
Moen	250 50 25,8644		

Stralsund.

Darser Ort	— 2,4140	4,3331989,1	21537,6795
Hiddensoe	66 58 15,7048	4,2163530,9	16457,0917
Promoisel	115 18 9,3558	4,3317200,2	21464,4626
Rugard	125 12 24,9074	4,1296965,2	13480,2057
Greifswald	205 6 46,1897	4,1937577,4	15622,7592

Bei der in den Jahren 1839 und 1840 ausgeführten Verbindung der preussischen und dänischen Dreiecke waren die beiderseitigen Verabredungen so getroffen worden, daß die Ausgleichung der ganzen Küstenkette von Wildenhof bis Lübeck im Zusammenhange durchgeführt werden sollte. Als daher meine Gleichungen bis Hiddensoe formirt waren, theilte ich dieselben im Jahre 1845 dem Herrn Conferenzzrath *Schumacher* zur gemeinschaftlichen Bearbeitung der Anschlußstrecke mit. Es müssen sich aber der Ausführung

anderweitige, unübersteigliche Hindernisse entgegengestellt haben, denn es sind mir seitdem keine weiteren Mittheilungen darüber zugegangen. Zur Zeit der Redaction dieses Buches befand sich unglücklicherweise Preußen im Kriege mit Dänemark, wegen der Schleswig-Holstein'schen Frage, und es war daher ganz und gar keine Aussicht zur Erledigung wissenschaftlicher Gegenstände vorhanden.

Unter solchen Verhältnissen mußten die Dreiecke von Hiddensee bis Lübeck ohne Zuziehung der dänischen Geodäten zusammengestellt, und dazu die, gleich nach Beendigung der Beobachtungen, gegenseitig mitgetheilten Winkel benutzt werden. Diese hier nachfolgende einfache Zusammenstellung und Berechnung giebt im Allgemeinen sehr befriedigende Resultate, mit Ausnahme des Dreiecks *Schönberg Burg Dietrichshagen*, welches einen beträchtlichen Fehler zeigt, der aber höchst wahrscheinlich in der Unsicherheit verschiedener Centrirungen zu suchen ist, und nur der gehemmten Communicationen wegen, diesselts nicht erledigt werden konnte.

Stationen	Winkel	Entfernung
Hiddensee	106° 07'	1007,007
Königsberg	117° 02'	1107,002
Schönberg	122° 12'	1207,012
Dietrichshagen	125° 00'	1250,000

Bei der in den Jahren 1839 und 1840 angeführten Verbindung der preussischen und dänischen Dreiecke waren die obenstehenden Verbindungen so getroffen worden, daß die Ausrichtung der ganzen Kette nach der W. N. den die Lübeck im Zusammenhang durchgeführt werden sollte. Als ich bei meine Entfernungen die Hiddensee fortsetzt waren, theilte ich dieselben im Jahre 1845 dem Herrn Landrath Herrn Schwabe zu gemeinschaftlichen Bearbeitung der Anschlüsse mit. Es müssen sich aber bei Ausrichtung

	Namen der Dreieckspunkte.	Gemessene Winkel.	Corrigirte Winkel.	Logarithmen der gegenüberliegenden Sei- ten in Toisen.	Längen
1	Moen	44° 1' 27,565	44 1 25,29	4,3301455	21386,78
	Dars.	70 50 1,470	70 49 59,19	4,4634208	29068,37
	Hiddenseoe. . . .	65 8 37,791	65 8 35,52	4,4459686	27923,42
		180 0 6,826 ε = 5,423			
2	Weigerslöse . .	71 31 32,167	71 31 30,40	4,4459686	27923,42
	Dars.	55 7 47,085	55 7 45,32	4,3829973	24154,46
	Moen	53 20 46,046	53 20 44,28	4,3732589	23618,86
		180 0 5,298 ε = 5,202			
3	Dietrichshagen	40 46 51,656	40 46 49,38	4,3732589	23618,86
	Dars.	74 54 40,173	74 54 37,90	4,5429999	34914,02
	Weigerslöse . .	64 18 34,987	64 18 32,72	4,5130334	32568,18
		180 0 6,816 ε = 7,144			
4	Burg	77 54 17,560	77 54 14,88	4,5429999	34914,02
	Dietrichshagen	53 41 59,487	53 41 56,81	4,4590420	28776,77
	Weigerslöse . .	48 23 50,986	48 23 48,31	4,4265131	26700,11
		180 0 8,033 ε = 7,223			
5	Schönberg . .	64 25 48,795	64 25 48,51	4,4265131	26700,11
	Burg	53 1 47,974	53 1 47,69	4,3737972	23648,15
	Dietrichshagen	62 32 24,077	62 32 23,80	4,4193642	26264,20
		180 0 0,846 ε = 5,387			
6	Bungsberg . .	85 55 26,962	85 55 26,32	4,4193642	26264,20
	Schönberg . .	50 33 51,099	50 33 50,45	4,3082697	20336,20
	Burg	43 30 43,878	43 30 43,23	4,2583722	18128,93
		180 0 1,939 ε = 3,536			
7	Lübeck	61 8 34,834	61 8 33,81	4,2583722	18128,93
	Bungsberg . .	47 20 40,774	47 20 39,75	4,1825020	15223,06
	Schönberg . .	71 30 47,468	71 30 46,44	4,2929443	19631,09
		180 0 3,076 ε = 2,517			

§. 101. Bestimmung einiger Objecte, welche von mehreren Dreieckspunkten beobachtet wurden, nach der Methode der kleinsten Quadrate.

Sind verschiedene Richtungen oder Winkel unabhängig von einander beobachtet, denen die Gewichte $p, p', p'' \dots$ zugehören, und bezeichnet man die unbekanntenen Verbesserungen dieser Richtungen oder Winkel durch

$$(1), (2), (3) \dots$$

so muß die Function

$$\Sigma = \frac{1}{2} \{(1)^2 p + (2)^2 p' + (3)^2 p'' + \dots\} \dots\dots 1.$$

ein Minimum sein. (*Enke* Jahrbuch für 1836 Seite 280.)

$$\text{Daraus folgt, daß } \frac{d\Sigma}{d(1)} = 0; \frac{d\Sigma}{d(2)} = 0; \frac{d\Sigma}{d(3)} = 0.$$

Sind ferner aus der Figur des Dreiecksnetzes Bedingungen zwischen den unbekanntenen Verbesserungen vorhanden, so können sie dargestellt werden durch Gleichungen von der Form:

$$\left. \begin{aligned} u &= 0 = \mathfrak{A} + a(1) + a'(2) + a''(3) + \dots \\ u' &= 0 = \mathfrak{B} + b(1) + b'(2) + b''(3) + \dots \\ u'' &= 0 = \mathfrak{C} + c(1) + c'(2) + c''(3) + \dots \\ &\vdots \end{aligned} \right\} \dots 2.$$

Multiplirt man diese Gleichungen der Reihe nach mit den willkürlichen Factoren I, II, III \dots und fügt man dann ihre Differentialquotienten, die nach den Bedingungen des Minimums $= 0$ sein müssen, den obigen gleichnamigen Differentialquotienten hinzu, so erhält man nach §. 79:

$$\left. \begin{aligned} 0 &= \frac{d\Sigma}{d(1)} + \frac{du}{d(1)} I + \frac{du'}{d(1)} II + \frac{du''}{d(1)} III + \dots \\ 0 &= \frac{d\Sigma}{d(2)} + \frac{du}{d(2)} I + \frac{du'}{d(2)} II + \frac{du''}{d(2)} III + \dots \\ 0 &= \frac{d\Sigma}{d(3)} + \frac{du}{d(3)} I + \frac{du'}{d(3)} II + \frac{du''}{d(3)} III + \dots \\ &\vdots \end{aligned} \right\} \dots 3.$$

Nach Gleichung 1. ist aber $\frac{d\Sigma}{d(1)} = (1)p; \frac{d\Sigma}{d(2)} = (2)p; \frac{d\Sigma}{d(3)} = (3)p.$

Ferner hat man $\frac{du}{d(1)} = a; \frac{du'}{d(1)} = b; \frac{du''}{d(1)} = c, \frac{du}{d(2)} = a'$ u. s. w.

Setzt man diese Werthe in die vorigen Gleichungen, so gehen dieselben über in:

$$\begin{aligned} 0 &= (1)p + a \text{ I} + b \text{ II} + c \text{ III} \dots \\ 0 &= (2)p + a' \text{ I} + b' \text{ II} + c' \text{ III} \dots \\ 0 &= (3)p + a'' \text{ I} + b'' \text{ II} + c'' \text{ III} \dots \\ &\vdots \end{aligned}$$

und hieraus findet man:

$$\left. \begin{aligned} (1) &= -\frac{1}{p} \{ a \text{ I} + b \text{ II} + c \text{ III} \dots \} \\ (2) &= -\frac{1}{p'} \{ a' \text{ I} + b' \text{ II} + c' \text{ III} \dots \} \\ (3) &= -\frac{1}{p''} \{ a'' \text{ I} + b'' \text{ II} + c'' \text{ III} \dots \} \\ &\vdots \end{aligned} \right\} \dots 4.$$

Schreibt man jetzt die Gleichungen 2. wie folgt, welches geschehen muß, weil in den Endgleichungen die Summen der Quadrate (aa), (bb) ... positiv werden müssen, so erhält man:

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{A} &= -\{ a(1) + a'(2) + a''(3) \dots \} \\ \mathfrak{B} &= -\{ b(1) + b'(2) + b''(3) \dots \} \\ \mathfrak{C} &= -\{ c(1) + c'(2) + c''(3) \dots \} \\ &\vdots \end{aligned} \right\} \dots 5.$$

und setzt man die Werthe von (1), (2), (3) ... aus den Gleichungen 4. in die Gleichungen 5., so enthalten dieselben nur die Faktoren I, II, III ... als unbekante Gröfsen.

Der hier angegebene Gang der Rechnung ist aber einer Vereinfachung fähig. Betrachtet man die Minuszeichen in den Gleichungen 4. und 5., so ist klar, daß dieselben sich gegenseitig aufheben, sobald man die Werthe von (1), (2), (3) ... aus den Gleichungen 4. in die Gleichungen 5. setzt. Eben so verschwinden bei Bestimmung der Werthe der Verbesserungen in den Gleichungen 4. die Minuszeichen, wenn man die Faktoren I, II, III ... mit entgegengesetzten Zeichen nimmt. Man erhält daher dasselbe Resultat, wenn man die Minuszeichen in den Gleichungen 4. und 5. unterdrückt, und den Faktoren I, II, III ... entgegengesetzte Zeichen giebt, d. h. wenn man die Minuszeichen in den Gleichungen 4. und 5. fortläßt, und den constanten Gröfsen \mathfrak{A} , \mathfrak{B} , \mathfrak{C} ... in den Gleichungen 5. entgegengesetzte Zeichen giebt, wodurch diese letzteren Gleichungen wieder in die Gleichungen 2. übergehen. Hieraus geht folgende einfachere Rechnungsvorschrift hervor:

Man läßt in den Gleichungen 4. die Minuszeichen fort, und setzt dann die Werthe von (1), (2), (3) ... direkt in die Gleichungen 2., so findet man die folgenden Endgleichungen:

$$\left. \begin{aligned} - \mathfrak{A} &= (aa)I + (ab)II + (ac)III \dots \\ - \mathfrak{B} &= (ab)I + (bb)II + (bc)III \dots \\ - \mathfrak{C} &= (ac)I + (bc)II + (cc)III \dots \\ &\vdots \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 6.$$

$$\begin{aligned} \text{Hier ist } (aa) &= \frac{aa}{p} + \frac{a'a'}{p'} + \frac{a''a''}{p''} \dots \\ (ab) &= \frac{ab}{p} + \frac{a'b'}{p'} + \frac{a''b''}{p''} \dots \\ &\text{u. s. w.} \end{aligned}$$

Legt man den Beobachtungen gleiche Gewichte bei, so wird $p = p' = p'' = 1$.

Die Auflösung der Gleichungen 6. giebt die Werthe der Faktoren I, II, III; setzt man diese in die von den Minuszeichen befreiten Gleichungen 4., so findet man die richtigen Verbesserungen (1), (2), (3), welche den beobachteten Richtungen oder Winkeln hinzugefügt werden müssen, damit sie den Bedingungen des Minimums und zugleich den Bedingungen 2. entsprechen.

Bei der Formation der Bedingungsgleichungen nach §. 80 ist noch im Allgemeinen zu bemerken:

Kommen Dreiecke vor, in denen nur zwei Winkel beobachtet sind, so findet man den dritten Winkel dadurch, daß man die Summe der beiden gemessenen Winkel *nebst ihren Verbesserungen* von $180^\circ + \varepsilon$ abzieht. Die auf diese Weise gefundenen Winkel mit den zugehörigen Verbesserungen werden dann eben so behandelt, wie die gemessenen.

Wählt man die logarithmische Formation der Seitengleichungen §. 80, wo die logarithmischen Sinus-Differenzen von $1''$ die Coefficienten der Verbesserungen werden, so richten sich die Zeichen dieser Coefficienten nach den Zeichen der Cotangenten ihrer zugehörigen Winkel.

Kommen bei Formation der Seitengleichungen sehr spitze Winkel in den Figuren vor, so ist es vortheilhaft, wenn man dieselben durch einen andern Gang der Rechnung zu vermeiden sucht, welches in den meisten Fällen gelingen wird, indem die Bedingungen der Seitengleichungen in jeder Figur auf verschiedene Weise formirt werden können.

1. Bestimmung des Signals auf dem Timberge bei Klein-Mutz.

Beobachtungen in Mutz:

Gransee	0°	0'	0"	
20 Beob. Templin (Thurm) . . .	100	8	2,843	+ (1)
20 Beob. Hausberg	159	22	18,716	+ (2)
20 Beob. Prenden	196	9	54,087	+ (3)
20 Beob. Eichstädt	262	1	51,132	+ (4)

Die Richtungen von den Dreieckspunkten nach Mutz finden sich in den §§. 60, 62, 63, 64 aufgeführt.

Die Beobachtungen sind gegen 20 Mal wiederholt und die Gewichte werden bei allen gleich angenommen.

Bedingungsgleichungen.

I. Mutz-Gransee-Eichstädt.

Mutz	97° 58'	8,"868	- (4)
Gransee	66 15	24,088	- (5)
Eichstädt	15 46	32,354	+ (6)
Summe	180 0	5,310	
180° + ε	180 0	0,776	
0 =	+ 4,"534		- (4) - (5) + (6)

II. Mutz-Eichstädt-Prenden.

Mutz	65° 51'	57,"045	+ (4) - (3)
Eichstädt	49 40	38,967	- (6)
Prenden	64 27	25,556	+ (7)
Summe	180 0	1,568	
180° + ε	180 0	2,033	
0 =	- 0,"465		- (3) + (4) - (6) + (7)

III. Mutz-Prenden-Hausberg.

Mutz	36° 47'	35,"371	+ (3) - (2)
Prenden	89 30	15,644	- (7)
Hausberg	53 42	9,533	+ (8)
Summe	180 0	0,548	
180° + ε	180 0	1,399	
0 =	- 0,"851		- (2) + (3) - (7) + (8)

IV. *Gransee-Eichstädt-Prenden-Mutz.*

$$1 = \frac{\sin EMG \cdot \sin EPM \cdot \sin EGP}{\sin EGM \cdot \sin EMP \cdot \sin EPG}$$

$$EMG = 97^\circ 58' 8,868 - (4)$$

$$EPM = 64 27 25,556 + (7)$$

$$EGP = 54 16 29,251$$

$$9,9957852,6 + 2,947(4)$$

$$9,9553277,4 + 10,062(7)$$

$$9,9094689,3$$

$$\underline{9,8605819,3}$$

$$EGM = 66^\circ 15' 24,088 - (5)$$

$$EMP = 65 51 57,045 + (4) - (3)$$

$$EPG = 60 16 22,662$$

$$9,9615874,4 - 9,262(5)$$

$$9,9602731,3 + 9,434\{(4) - (3)\}$$

$$9,9387252,6$$

$$\underline{9,8605858,3}$$

$$0 = -39,0 + 9,434(3) - 6,487(4) + 9,262(5) + 10,062(7)$$

Anmerkung. Die logarithmischen Differenzen von 1" sind hier aus zehnstelligen Tafeln genommen.

V. *Hausberg-Prenden-Templin-Mutz.*

$$1 = \frac{\sin HMP \cdot \sin HTM \cdot \sin HPT}{\sin HPM \cdot \sin HMT \cdot \sin HTP}$$

$$HMP = 36^\circ 47' 35,371 + (3) - (2)$$

$$HTM = 76 43 36,564 + (1) - (2) + (8)$$

$$HPT = 50 37 49,831$$

$$HPM = 89^\circ 30' 15,644 - (7)$$

$$HMT = 59 14 15,873 + (2) - (1)$$

$$HTP = 31 37 52,812$$

$$9,7773746,0 + 28,152\{(3) - (2)\}$$

$$9,9882406,8 + 4,967\{(1) - (2) + (8)\}$$

$$9,8882196,3$$

$$\underline{9,6538349,1}$$

$$9,9999837,5 - 0,182(7)$$

$$9,9341433,0 + 12,533\{(2) - (1)\}$$

$$9,7197054,6$$

$$\underline{9,6538325,1}$$

$$0 = +24,0 + 17,500(1) - 45,652(2) + 28,152(3) + 0,182(7) + 4,967(8)$$

VI. *Eichstädt-Prenden-Hausberg-Templin-Gransee-Mutz.*

$$1 = \frac{\sin MPE \cdot \sin MHP \cdot \sin MTH \cdot \sin MGT \cdot \sin MEG}{\sin MEP \cdot \sin MPH \cdot \sin MHT \cdot \sin MTG \cdot \sin MGE}$$

$$MPE = 64^\circ 27' 25,556 + (7)$$

$$MHP = 53 42 9,533 + (8)$$

$$MTH = 76 43 36,564 + (1) - (2) + (8)$$

$$MGT = 59 48 47,833 + (5)$$

$$MEG = 15 46 32,354 + (6)$$

$$9,9553329,9 + 10,062(7)$$

$$9,9063111,4 + 15,466(8)$$

$$9,9882406,8 + 4,967\{(1) - (2) + (8)\}$$

$$9,9367104,5 + 12,248(5)$$

$$9,4343634,5 + 74,525(6)$$

$$\underline{9,2209587,1}$$

$$MEP = 49^\circ 40' 38,967 - (6)$$

$$MPH = 89 30 15,644 - (7)$$

$$MHT = 44 2 9,342 - (8)$$

$$MTG = 20 3 9,901 - (1) - (5)$$

$$MGE = 66 15 24,088 - (5)$$

$$9,8821909,6 - 17,871(6)$$

$$9,9999837,5 - 0,182(7)$$

$$9,8420531,0 - 21,777(8)$$

$$9,5351486,7 - 57,688\{(1) + (5)\}$$

$$9,9615912,2 - 9,262(5)$$

$$\underline{9,2209677,0}$$

$$0 = -89,9 + 62,655(1) - 4,967(2) + 79,198(5) + 92,396(6) + 10,244(7) + 42,210(8)$$

Gleichungen zwischen den Verbesserungen und den Faktoren I, II, III ...

$$\begin{aligned}
 (1) &= \{+ 17,500 \text{ V} + 62,655 \text{ VI}\} \\
 (2) &= \{- \text{III} - 45,652 \text{ V} - 4,967 \text{ VI}\} \\
 (3) &= \{- \text{II} + \text{III} + 9,434 \text{ IV} + 28,152 \text{ V}\} \\
 (4) &= \{- \text{I} + \text{II} - 6,487 \text{ IV}\} \\
 (5) &= \{- \text{I} + 9,262 \text{ IV} + 79,198 \text{ VI}\} \\
 (6) &= \{+ \text{I} - \text{II} + 92,396 \text{ VI}\} \\
 (7) &= \{- \text{III} + 10,062 \text{ IV} + 0,182 \text{ V} + 10,244 \text{ VI}\} \\
 (8) &= \{+ \text{III} + 4,967 \text{ V} + 42,210 \text{ VI}\}
 \end{aligned}$$

Endgleichungen.

$$\begin{aligned}
 - 4,534 &= + 3,0000 \text{ I} - 2,0000 \text{ II} & 0 & - 2,7750 \text{ IV} & 0 & + 13,1980 \text{ VI} \\
 + 0,465 &= - 2,0000 \text{ I} + 4,0000 \text{ II} - 2,0000 \text{ III} - 5,8590 \text{ IV} - 27,9700 \text{ V} - 82,1520 \text{ VI} \\
 + 0,851 &= & 0 & - 2,0000 \text{ II} + 4,0000 \text{ III} - 0,6280 \text{ IV} + 78,5890 \text{ V} + 36,9330 \text{ VI} \\
 + 39,0 &= - 2,7750 \text{ I} - 5,8590 \text{ II} - 0,6280 \text{ III} + 318,1000 \text{ IV} + 267,4173 \text{ V} + 836,6070 \text{ VI} \\
 - 24,0 &= & 0 & - 27,9700 \text{ II} + 78,5890 \text{ III} + 267,4173 \text{ IV} + 3107,5944 \text{ V} + 1534,7375 \text{ VI} \\
 + 89,9 &= + 13,1980 \text{ I} - 82,1520 \text{ II} + 36,9330 \text{ III} + 836,6070 \text{ IV} + 1534,7375 \text{ V} + 20646,2877 \text{ VI}
 \end{aligned}$$

Aus der Auflösung dieser Gleichungen ergeben sich folgende Faktoren und Verbesserungen.

I = - 1,5438	(1) = - 0,830
II = - 0,2510	(2) = + 1,123
III = + 1,0406	(3) = + 1,337
IV = + 0,1462	(4) = + 0,344
V = - 0,0474	(5) = + 2,906
VI = + 0,0001	(6) = - 1,284
	(7) = + 0,172
	(8) = + 0,809

Werden diese Verbesserungen den Beobachtungen hinzugefügt, so erhält man die Richtungen und Entfernungen in Mutz.

Station Mutz.

	0°	0'	0''	Log.	
Gransee	0°	0'	0''	3,6917636,	3
Templin	100	8	2,013	—	4,0933409, 6
Hausberg	159	22	19,839	—	4,2395310, 9
Prenden	196	9	55,424	—	4,1458598, 7
Eichstädt	262	1	51,476	—	4,2190011, 2

Anmerkung. Um die Endgleichungen zu erhalten werden die durch die Faktoren ausgedrückten Werthe von (1), (2), (3) ... geradezu in die Bedingungsgleichungen gesetzt.

2. Bestimmung des Thurmes in Spandau.

Beobachtungen:

In Eichstädt.			In Eichberg.		
Berlin (Marienth.)	0° 0' 0"		Eichstädt (Dreiecksp.)	0° 0' 0"	
3 Beob. Spandau (Thurm)	23 14 12,1 + (1)		6 Beob. Spandau (Thurm)	17 4 1,02 + (2)	
Eichberg (Dreiecksp.)	47 9 48,65		Berlin (Marienth.)	43 47 54,72	
			Rauenberg	51 11 22,90	
			Müggelsberg	74 19 48,24	

In Berlin (Marienthurm).			In Müggelsberg.		
Müggelsberg	0° 0' 0"		Eichberg	0° 0' 0"	
Rauenberg	72 10 2,54		Rauenberg	30 21 51,31	
Eichberg	93 45 16,75		2 Beob. Spandau (Thurm)	43 19 30,48 + (4)	
4 Beob. Spandau	150 39 51,46 + (3)		Berlin (Marienth.)	55 42 51,18	
Eichstädt	182 47 35,60				

In Rauenberg.

Eichberg	0° 0' 0"	
2 Beob. Spandau (Thurm)	82 35 11,84 + (5)	
Berlin (Marienth.)	151 1 17,84	
Müggelsberg	233 30 15,80	

Bedingungsgleichungen.

I. Eichberg-Eichstädt-Berlin-Spandau.

$$1 = \frac{\sin SE'E\epsilon \cdot \sin SBE' \cdot \sin SE\epsilon B}{\sin SE\epsilon E' \cdot \sin SE'B \cdot \sin SBE\epsilon}$$

$SE'E\epsilon = 23^\circ 55' 36,55 - (1)$	$SE\epsilon E' = 17^\circ 4' 1,02 + (2)$
$SBE' = 32 7 44,14 - (3)$	$SE'B = 23 14 12,10 + (1)$
$SE\epsilon B = 26 43 53,70 - (2)$	$SBE\epsilon = 56 54 34,71 + (3)$
9,6080653, 1 - 47,5 (1)	9,4675917, 9 + 68,5 (2)
9,7257697, 7 - 33,5 (3)	9,5960805, 9 + 49,0 (1)
9,6530304, 7 - 41,8 (2)	9,9231458, 5 + 13,7 (3)
<u>8,9868655, 5</u>	<u>8,9868182, 3</u>

$$0 = + 473,2 - 96,5 (1) - 110,3 (2) - 47,2 (3) \cdot I$$

II. Eichberg-Rauenberg-Berlin-Spandau.

$$1 = \frac{\sin SRE \cdot \sin SBR \cdot \sin SEB}{\sin SER \cdot \sin SRB \cdot \sin SBE}$$

$SRE = 82^\circ 35' 11,84 + (5)$

$SER = 34^\circ 7' 21,88 - (2)$

$SBR = 78 29 48,92 + (3)$

$SRB = 68 26 6,00 - (5)$

$SEB = 26 43 53,70 - (2)$

$SBE = 56 54 34,71 + (3)$

$9,9963545,0 + 2,7 (5)$

$9,7489378,5 - 31,1 (2)$

$9,9911879,4 + 4,3 (3)$

$9,9684834,8 - 8,3 (5)$

$9,6530304,7 - 41,8 (2)$

$9,9231458,5 + 13,7 (3)$

9,6405729,1

9,6405671,8

$0 = + 57,3 - 10,7 (2) - 9,4 (3) + 11,0 (5) \cdot II$

III. Eichberg-Müggelsberg-Berlin-Spandau.

$$1 = \frac{\sin EBS \cdot \sin EMB \cdot \sin ESM}{\sin ESB \cdot \sin EBM \cdot \sin EMS}$$

$EBS = 56^\circ 54' 34,71 + (3)$

$ESB = 96^\circ 21' 32,49 + (2) - (3)$

$EMB = 55 42 51,18$

$EBM = 93 45 16,75$

$ESM = 79 24 44,32 + (2) - (4)$

$EMS = 43 19 30,48 + (4)$

$9,9231458,5 + 13,7 (3)$

$9,9973197,0 - 2,4 (2) + 2,4 (3)$

$9,9171052,0$

$9,9990668,6$

$9,9925423,8 + 3,9 (2) - 3,9 (4)$

$9,8364111,7 + 22,3 (4)$

9,8327934,3

9,8327977,3

$0 = - 43,0 + 6,3 (2) + 11,3 (3) - 26,2 (4) \cdot III$

Gleichungen zwischen den Verbesserungen und den Faktoren I, II, III.

$(1) = \frac{1}{3} \left\{ - 96,5 I \right.$

$(2) = \frac{1}{6} \left\{ - 110,3 I - 10,7 II + 6,3 III \right.$

$(3) = \frac{1}{4} \left\{ - 47,2 I - 9,4 II + 11,3 III \right.$

$(4) = \frac{1}{2} \left\{ \quad \quad \quad - 26,2 III \right.$

$(5) = \frac{1}{2} \left\{ \quad \quad \quad + 11,0 II \quad \quad \right.$

Die Gewichte sind der Anzahl der Beobachtungen proportional angenommen worden.

Endgleichungen.

$- 473,2 = + 5688,725 I + 307,622 II - 249,155 III$

$- 57,3 = + 307,622 I + 101,672 II - 37,790 III$

$+ 43,0 = - 249,155 I - 37,790 II + 381,758 III$

Die Auflösung dieser Gleichungen giebt die Faktoren und die Verbesserungen wie folgt:

VIII. §. 101. *Bestimmung einiger Objecte, welche*

I = - 0,0620	(1) = + 2,00
II = - 0,3625	(2) = + 1,82
III = + 0,0363	(3) = + 1,69
	(4) = - 0,48
	(5) = - 1,99

Werden diese Verbesserungen den beobachteten Richtungen hinzugefügt, so findet man die Log. der Entfernungen, von den Dreieckspunkten.

Spandau-Berlin	Log.	3,8510130, 0
Spandau-Eichberg . . .	-	4,1211389, 0
Spandau-Rauenberg . . .	-	3,8737167, 9
Spandau-Müggelsberg . .	-	4,2096069, 5
Spandau-Eichstädt . . .	-	3,9806868, 1

3. *Bestimmung des Thurmes von Mariendorf.*

Beobachtungen.

<i>Marienfelde.</i>			<i>Ziethen.</i>		
	Rauenberg	0° 0' 0"		Marienfelde	0° 0' 0"
1 Beob.	Mariendorf	24 37 59,05 + (1)		Rauenberg	18 50 16,60
	C	49 49 9,36	1 Beob.	Mariendorf	23 23 38,81 + (2)
	B	78 50 39,44		Müggelsberg	116 1 38,87
	Ziethen	135 7 56,05			
<i>Müggelsberg.</i>			<i>B.</i>		
	Ziethen	0° 0' 0"		Marienfelde	0° 0' 0"
1 Beob.	Mariendorf	28 26 42,59 + (3)		Rauenberg	71 57 50,48
	Rauenberg	32 8 34,71	2 Beob.	Mariendorf	82 57 35,33 + (4)
				C	83 3 58,40
<i>C.</i>			<i>Rauenberg.</i>		
	B	0° 0' 0"		Müggelsberg	0° 0' 0"
3 Beob.	Mariendorf	179 48 36,62 + (5)	4 Beob.	Mariendorf	32 21 7,74 + (6)
				B	47 30 20,65
				Ziethen	50 40 3,36
				Marienfelde	76 41 50,75

Bedingungsgleichung.

I. Mariendorf-C-B-Marienfelde.

$$1 = \frac{\sin M^e C M^f \cdot \sin M^e B C \cdot \sin M^e M^f B}{\sin M^e M^f C \cdot \sin M^e C B \cdot \sin M^e B M^f}$$

$$M^e C M^f = 111^\circ 54' 5''10 + (5)$$

$$M^e M^f C = 42^\circ 54' 44''59 + (1) - (5)$$

$$M^e B C = 83 \quad 3 \quad 58,40$$

$$M^e C B = 67 \quad 54 \quad 31,52$$

$$M^e M^f B = 42 \quad 49 \quad 44,29 + (1) - (4)$$

$$M^e B M^f = 82 \quad 57 \quad 35,33 + (4)$$

$$9,9674670,2 - 8,4 (5)$$

$$9,8330700,7 + 22,6 (1) - 22,6 (5)$$

$$9,9968120,8$$

$$9,9668857,9$$

$$9,8323889,4 + 22,7 (1) - 22,7 (4)$$

$$9,9967131,9 + 2,6 (4)$$

$$\underline{9,7966680,4}$$

$$\underline{9,7966690,5}$$

$$0 = - 10,1 + 0,1 (1) - 25,3 (4) + 14,2 (5) \cdot I$$

II. B-Mariendorf-Rauenberg-Marienfelde.

$$1 = \frac{\sin M^e M^f R \cdot \sin M^e B M^f \cdot \sin M^e R B}{\sin M^e R M^f \cdot \sin M^e M^f B \cdot \sin M^e B R}$$

$$M^e M^f R = 111^\circ 1' 17''96 - (1) + (6)$$

$$M^e R M^f = 44^\circ 20' 43''01 - (6)$$

$$M^e B M^f = 82 \quad 57 \quad 35,33 + (4)$$

$$M^e M^f B = 42 \quad 49 \quad 44,29 + (1) - (4)$$

$$M^e R B = 29 \quad 11 \quad 30,10$$

$$M^e B R = 71 \quad 57 \quad 50,48$$

$$9,9700886,5 + 8,1 (1) - 8,1 (6)$$

$$9,8444651,7 - 21,5 (6)$$

$$9,9967131,9 + 2,6 (4)$$

$$9,8323889,4 + 22,7 (1) - 22,7 (4)$$

$$\underline{9,6881822,8}$$

$$\underline{9,9781176,3}$$

$$\underline{9,6549841,2}$$

$$\underline{9,6549717,4}$$

$$0 = + 123,8 - 14,6 (1) + 25,3 (4) + 13,4 (6) \cdot II$$

III. Ziethen-Marienfelde-Rauenberg-Mariendorf.

$$1 = \frac{\sin M^e M^f R \cdot \sin M^e Z M^f \cdot \sin M^e R Z}{\sin M^e R M^f \cdot \sin M^e M^f Z \cdot \sin M^e Z R}$$

$$M^e M^f R = 111^\circ 1' 17''96 - (1) + (6)$$

$$M^e R M^f = 44^\circ 20' 43''01 - (6)$$

$$M^e Z M^f = 23 \quad 23 \quad 38,81 + (2)$$

$$M^e M^f Z = 46 \quad 6 \quad 24,23 + (1) - (2)$$

$$M^e R Z = 26 \quad 1 \quad 47,39$$

$$M^e Z R = 18 \quad 50 \quad 16,60$$

$$9,9700886,5 + 8,1 (1) - 8,1 (6)$$

$$9,8444651,7 - 21,5 (6)$$

$$9,5988491,2 + 48,6 (2)$$

$$9,8577138,9 + 20,3 (1) - 20,3 (2)$$

$$\underline{9,6423052,5}$$

$$\underline{9,5090580,2}$$

$$\underline{9,2112430,2}$$

$$\underline{9,2112370,8}$$

$$0 = + 59,4 - 12,2 (1) + 68,9 (2) + 13,4 (6) \cdot III$$

IV. Ziethen-Mariendorf-Rauenberg-Müggelsberg.

$$1 = \frac{\sin M^s M^f Z \cdot \sin M^s R M^f \cdot \sin M^s Z R}{\sin M^s Z M^f \cdot \sin M^s M^f R \cdot \sin M^s R Z}$$

$$M^s M^f Z = 58^\circ 55' 17''63 + (2) - (3)$$

$$M^s Z M^f = 92^\circ 38' 0''06 - (2)$$

$$M^s R M^f = 32 \quad 21 \quad 7,74 + (6)$$

$$M^s M^f R = 143 \quad 57 \quad 0,20 + (3) - (6)$$

$$M^s Z R = 97 \quad 11 \quad 22,27$$

$$M^s R Z = 50 \quad 40 \quad 3,36$$

$$9,9327077, 9 + 12,7 (2) - 12,7 (3)$$

$$9,7284524, 0 + 33,2 (6)$$

$$9,9965719, 1$$

$$\underline{9,6577321, 0}$$

$$9,9995410, 9 + 0,9 (2)$$

$$9,7697392, 2 - 28,9 (3) + 28,9 (6)$$

$$9,8884501, 8$$

$$\underline{9,6577304, 9}$$

$$0 = + 16,1 + 11,8 (2) + 16,2 (3) + 4,3 (6) \cdot IV$$

Gleichungen zwischen den Verbesserungen und den Faktoren I, II

$$\begin{aligned} (1) &= \left\{ \begin{array}{l} + 0,1 \text{ I} - 14,6 \text{ II} - 12,2 \text{ III} - - - \\ - - - - - + 68,9 \text{ III} + 11,8 \text{ IV} \\ - - - - - + 16,2 \text{ IV} \end{array} \right\} \\ (2) &= \left\{ \begin{array}{l} - - - - - + 68,9 \text{ III} + 11,8 \text{ IV} \\ - - - - - + 16,2 \text{ IV} \end{array} \right\} \\ (3) &= \left\{ \begin{array}{l} - - - - - + 16,2 \text{ IV} \end{array} \right\} \\ (4) &= \frac{1}{2} \left\{ \begin{array}{l} - 25,3 \text{ I} + 25,3 \text{ II} - - - - - \\ - - - - - \end{array} \right\} \\ (5) &= \frac{1}{3} \left\{ \begin{array}{l} + 14,2 \text{ I} - - - - - \\ - - - - - \end{array} \right\} \\ (6) &= \frac{1}{3} \left\{ \begin{array}{l} - - - + 13,4 \text{ II} + 13,4 \text{ III} + 4,3 \text{ IV} \end{array} \right\} \end{aligned}$$

Endgleichungen.

$$\begin{aligned} + 10,1 &= + 387,268 \text{ I} - 321,505 \text{ II} - 1,220 \text{ III} - - - \\ - 123,8 &= - 321,505 \text{ I} + 578,095 \text{ II} + 223,010 \text{ III} + 14,405 \text{ IV} \\ - 59,4 &= - 1,220 \text{ I} + 223,010 \text{ II} + 4940,940 \text{ III} + 827,425 \text{ IV} \\ - 16,1 &= - - - + 14,405 \text{ II} + 827,425 \text{ III} + 406,303 \text{ IV} \end{aligned}$$

Die Auflösung dieser Gleichungen giebt die Faktoren und die Verbesserungen wie folgt:

$$\begin{aligned} \text{I} &= - 0,2881 & (1) &= + 5,32 \\ \text{II} &= - 0,3785 & (2) &= + 0,33 \\ \text{III} &= + 0,0142 & (3) &= - 0,89 \\ \text{IV} &= - 0,0552 & (4) &= - 1,14 \\ & & (5) &= - 1,36 \\ & & (6) &= - 1,28 \end{aligned}$$

Werden diese Verbesserungen den beobachteten Richtungen hinzugefügt, so findet man die Entfernungen von den Dreieckspunkten:

$$\begin{aligned} \text{Rauenberg-Mariendorf} & \dots \text{ Log. } 3,0062525, 0 \\ \text{Marienfelde-Mariendorf} & \dots - 3,2307625, 5 \\ \text{Ziethen-Mariendorf} & \dots - 3,6035058, 5 \\ \text{Müggelsberg-Mariendorf} & \dots - 3,9251543, 3 \\ \text{B-Mariendorf} & \dots - 3,1431579, 4 \\ \text{C-Mariendorf} & \dots - 2,8922325, 8 \\ \text{Berlin-Mariendorf} & \dots - 3,6703067, 9 \end{aligned}$$

Aus 2. und 3. folgt das Dreieck:

Mariendorf Thurm . .	56° 42' 3,40	Log.	3,8510130, 0
Berlin Marienthurm . .	89 50 29,14	—	3,9289006, 0
Spandau Thurm . . .	33 27 27,78	—	3,6703067, 9
	<u>180 0 0,32</u>		

4. Bestimmung des Monuments auf dem Kreuzberge.

Eichberg.

Berlin Gallerie . .	0° 0' 0"
6 Beob. Kreuzberg	2 25 36,7 + (1)
Rauenberg	7 23 3,7
Müggelsberg . . .	30 31 29,0

Berlin.

Müggelsberg . . .	0° 0' 0"
Rauenberg	72 11 37,5
4 Beob. Kreuzberg	77 30 39,8 + (2)
Eichberg	93 46 28,6

Rauenberg.

Eichberg	0° 0' 0"
8 Beob. Kreuzberg	145 48 10,3 + (3)
Berlin Gallerie . .	151 2 5,4
Müggelsberg . . .	233 30 15,8

Müggelsberg.

Eichberg	0° 0' 0"
Rauenberg	30 21 51,3
4 Beob. Kreuzberg	43 17 9,3 + (4)
Berlin Gallerie . .	55 42 3,8

Bedingungsgleichungen.

I. Berlin-Müggelsberg-Rauenberg-Kreuzberg.

$$1 = \frac{\sin MKB \cdot \sin MRK \cdot \sin MBR}{\sin MBK \cdot \sin MKR \cdot \sin MRB}$$

$MKB = 90^\circ 4' 25,9 - (2) + (4)$
$MRK = 87 42 5,5 - (3)$
$MBR = 72 11 37,5$

$MBK = 77^\circ 30' 39,8 + (2)$
$MKR = 79 22 36,7 + (3) - (4)$
$MRB = 82 28 10,4$

9,9999996,4 + 0,1 (2) - 0,1 (4)
9,9996504,4 - 0,8 (3)
9,9786807,3
<u>9,9783308,1</u>

9,9896001,1 + 4,7 (2)
9,9924920,8 + 4,0 (3) - 4,0 (4)
9,9962381,1
<u>9,9783303,0</u>

$$0 = + 5,1 - 4,6 (2) - 4,8 (3) + 3,9 (4) \cdot 1$$

II. Berlin-Müggelsberg-Eichberg-Kreuzberg.

$$1 = \frac{\sin MKB \cdot \sin MEK \cdot \sin MBE}{\sin MBK \cdot \sin MKE \cdot \sin MEB}$$

$MKB = 90^\circ 4' 25,9 - (2) + (4)$
$MEK = 28 5 52,3 - (1)$
$MBE = 93 46 28,6$

$MBK = 77^\circ 30' 39,8 + (2)$
$MKE = 108 36 59,6 + (1) - (4)$
$MEB = 30 31 29,0$

9,9999996, 4 + 0,1 (2) - 0,1 (4)	9,9896001, 1 + 4,7 (2)
9,6730014, 9 - 39,5 (1)	9,9766599, 8 - 7,1 (1) + 7,1 (4)
<u>9,9990569, 0</u>	<u>9,7057868, 3</u>
9,6720580, 3	9,6720469, 2

$$0 = + 111,1 - 32,4 (1) - 4,6 (2) - 7,2 (4) \cdot \text{II}$$

Gleichungen zwischen den Verbesserungen und den Faktoren I, II

$$\begin{aligned} (1) &= \frac{1}{6} \left\{ \text{---} - 32,4 \text{ II} \right\} \\ (2) &= \frac{1}{4} \left\{ - 4,6 \text{ I} - 4,6 \text{ II} \right\} \\ (3) &= \frac{1}{8} \left\{ - 4,8 \text{ I} \text{ ---} \right\} \\ (4) &= \frac{1}{4} \left\{ + 3,9 \text{ I} - 7,2 \text{ II} \right\} \end{aligned}$$

Endgleichungen.

$$\begin{aligned} - 5,1 &= + 11,9725 \text{ I} - 1,73 \text{ II} \\ - 111,1 &= - 1,73 \text{ I} + 193,21 \text{ II} \end{aligned}$$

Die Auflösung dieser Gleichungen giebt die Faktoren und die Verbesserungen wie folgt:

I = - 0,5097	(1) = + 3,1298
II = - 0,5796	(2) = + 1,2527
	(3) = + 0,3058
	(4) = + 0,5463

Werden diese Verbesserungen den beobachteten Richtungen hinzugefügt, so findet man die Entfernungen von den Dreieckspunkten:

Muggelsberg-Kreuzberg	Log. 3,9736026
Eichberg-Kreuzberg	- 4,1367111
Berlin-Kreuzberg	- 3,3164212
Rauenberg-Kreuzberg	- 3,3234648

Anmerkung. Der Standpunkt Berlin bezieht sich hier auf den steinernen Pfeiler auf der untern Gallerie des Marienthurms. (§. 103.)

