

§. 10. *Messungen der Grundlinie in zwei Abtheilungen.*

Am 8. Juni 1846 wurden die Meßstangen nebst Zubehör auf einem in Federn hängenden Möbelwagen, nebst einem Commando von acht Artilleristen und einem Oberfeuerwerker, nach Lichtenrade geschickt, welcher Ort dem südlichen Endpunkt der Basis am nächsten liegt.

Am 9. Juni Morgens  $7\frac{1}{2}$  Uhr fing die Probemessung am südlichen Endpunkte an, bei welcher jedem Theilnehmer sein Geschäft erklärt, und auf Abhülfe aller zu entdeckenden Mängel Bedacht genommen wurde. Der Tag war reginig, und es konnten nach mehreren Unterbrechungen im Ganzen nur 14 Lagen (56 Stangen) gemessen werden.

Diese Arbeit wurde gänzlich verworfen, und die eigentliche Messung fing erst am 10. früh um  $6\frac{1}{2}$  Uhr am südlichen Endpunkt an. Es wurden bis zum Abend 40 Lagen oder 160 Stangen gemessen und der Endpunkt im Boden festgelegt. Am Nachmittage dieses Tages war bemerkt worden, daß einige von den Schrauben, welche die Stangen bewegen, Stellen hatten wo sie sehr leicht gingen und einen todten Gang befürchten ließen. Es wurden daher am 11. früh, vor dem Beginn der Arbeit, sämmtliche Klemmen dieser Schrauben stärker angezogen. Am 11. Juni wurde der mittlere Pfeiler mit  $33\frac{1}{2}$  Lagen erreicht. Am 12. und 13. wurde diese ganze Messung wiederholt, und am 14. das Nachtquartier von Lichtenrade nach Mariendorf verlegt.

Am 15. Juni früh um  $7\frac{3}{4}$  Uhr fing die Messung des nördlichen Theils der Grundlinie am mittelsten Pfeiler an. An diesem Tage wurden ebenfalls 40 Lagen gemessen, und das Ende eben so wie früher im Boden festgelegt. Am 16. konnte aber der ungünstigen Witterung wegen gar nicht gearbeitet werden, so daß der nördliche Endpunkt erst am 17. erreicht wurde. Am 18. und 19. wurde die Messung wiederholt.

Die Schnelligkeit des Messens nahm mit der Übung der Arbeiter zu. Am 10. wurden in einer Stunde 5 Lagen, am 11. 6 Lagen, und in den letzten Tagen 7 bis 8 Lagen gemessen.

Die Temperaturwechsel waren während der Messung der Grundlinie sehr beträchtlich. Am 10. Juni früh zeigten die Thermometer in den Kasten  $14^{\circ}$  R, am Nachmittage  $25^{\circ}$ . Am 11. Mittags  $27^{\circ}$ . Am 12. betrug die Temperatur in den Kasten am Morgen  $13^{\circ}$ , am Mittag  $20^{\circ}$ . Am grössten war

die Hitze am 18., wo das Thermometer im Freien und im Schatten  $27\frac{1}{2}^{\circ}$  R. zeigte, und die Wärme in den Kasten so stieg, daß die Arbeit von 10 Uhr an bis Nachmittags um 5 Uhr eingestellt werden mußte, weil die Zinkstangen sich so ausgedehnt hatten, daß sich die Glaskeile nicht mehr einschieben ließen. Die höchste Temperatur in den Kasten betrug an diesem Tage  $36^{\circ}$  Réaumur.

Die Umstände im Allgemeinen waren der Messung nicht besonders günstig: Wind, Staub und extreme Temperaturen übten nachtheilige, nicht ganz zu beseitigende Einflüsse aus, denen es zugeschrieben werden muß, daß die Unterschiede zwischen den doppelten Messungen nicht noch geringer ausgefallen sind.

Die verschiedenen Messungen ergaben:

### A. Südlicher Theil der Grundlinie.

Entfernung vom südlichen Endpunkt bis zur Festlegung am 10. Juni.

Messung 1.

	Reduction.	Metallthermometer.		Zwischenräume.
	$L$	$L$	$L$	$L$
+ 40 $\lambda'$	- 0,666	- 48,483 $m'$	= - 25,709	+ 65,582
+ 40 $\lambda''$	- 0,683	- 52,063 $m''$	= - 28,682	+ 67,640
+ 40 $\lambda'''$	- 0,831	- 49,516 $m'''$	= - 27,881	+ 65,996
+ 40 $\lambda^{IV}$	- 1,056	- 50,796 $m^{IV}$	= - 28,692	+ 65,045
	- 3,236		- 110,964	+ 264,263

Messung 2.

+ 40 $\lambda'$	- 0,638	- 54,055 $m'$	= - 28,664	+ 64,291
+ 40 $\lambda''$	- 0,737	- 57,802 $m''$	= - 31,844	+ 62,155
+ 40 $\lambda'''$	- 0,999	- 54,568 $m'''$	= - 30,727	+ 65,811
+ 40 $\lambda^{IV}$	- 0,808	- 56,183 $m^{IV}$	= - 31,735	+ 64,915
	- 3,182		- 122,970	+ 257,172

+ 20,  $L_{250}$  Entfernung der letzten Stange vom Festlegungspunkt am 10. Juni.

*Entfernung vom Festlegungspunkt am 10. Juni bis zum mittleren Pfeiler.*

Messung 1.

	Reduction.	Metallthermometer.	Zwischenräume.
+ 34 $\lambda'$	- 2,175	- 38,753 $m'$ = - 20,550	+ 55,626
+ 34 $\lambda''$	- 1,031	- 42,018 $m''$ = - 23,149	+ 53,246
+ 33 $\lambda'''$	- 1,674	- 38,014 $m'''$ = - 21,405	+ 54,731
+ 33 $\lambda^{IV}$	- 0,913	- 39,749 $m^{IV}$ = - 22,452	+ 53,494
	- 5,793	- 87,556	+ 217,097

- 154,  $L_{394}$  Entfernung der letzten Stange vom mittelsten Pfeiler.

Messung 2.

+ 34 $\lambda'$	- 1,870	- 43,369 $m'$ = - 22,997	+ 54,152
+ 34 $\lambda''$	- 1,407	- 46,457 $m''$ = - 25,594	+ 51,459
+ 33 $\lambda'''$	- 1,700	- 42,841 $m'''$ = - 24,123	+ 52,020
+ 33 $\lambda^{IV}$	- 0,839	- 43,485 $m^{IV}$ = - 24,562	+ 51,909
	- 5,816	- 97,276	+ 209,540

- 136,  $L_{956}$  Entfernung der letzten Stange vom mittelsten Pfeiler.

Zusammenstellung dieser Messungen.

*Entfernung vom südlichen Endpunkt bis zur Festlegung am 10. Juni.*

	1. Messung	2. Messung
160 Mefsstangen = 160 $L$ . . . . .	+ 0	+ 0
Reduction . . . . .	- 3,236	- 3,182
Metallthermometer . . . . .	- 110,964	- 122,970
Zwischenräume . . . . .	+ 264,263	+ 257,172
Entfernung von der Festleg. am 10. Juni	0	+ 20,250
Summe 160 $L$	+ 150,063	+ 151,270

Unterschied + 1,  $L_{207}$

*Entfernung von der Festlegung am 10. Juni bis zum mittelsten Pfeiler.*

	1. Messung	2. Messung
134 Mefsstangen = 134 $L$ + $\lambda'$ + $\lambda''$ - 2 $L$	+ 0,106	+ 0,106
Reduction . . . . .	- 5,793	- 5,816
Metallthermometer . . . . .	- 87,556	- 97,276
Zwischenräume . . . . .	+ 217,097	+ 209,540
Entfernung vom mittelsten Pfeiler . . .	- 154,394	- 136,956
Summe 134 $L$	- 30,540	- 30,402

Unterschied + 0,  $L_{138}$

Hieraus geht die Länge des südlichen Theils der Grundlinie hervor:

	1. Messung	2. Messung
Vom südl. Endpunkt bis zur Festleg. am 10. Juni	$160 L + 150,063$	$160 L + 151,270$
Von der Festleg. am 10. Juni bis zum mittelst. Pfeiler	$134 L - 30,540$	$134 L - 30,402$
Vom südl. Endpunkt bis zur Mitte	$294 L + 119,523$	$294 L + 120,868$

Da  $L = 1729, L_{0999} = 2 T + 1, L_{0999}$  ist, so erhält man

$$\text{die Länge des südlichen Theils der Grundlinie} = \left| 588 T + 442,894 \right| 588 T + 444,239$$

Das Mittel aus beiden um  $1, L_{345}$  von einander abweichenden Messungen ist

$$588 T + 443,567 = 588, T_{513388}$$

Diese Länge ist so anzusehen, als ob sie auf einer Fläche gemessen worden wäre, die in der mittleren Höhe der Grundlinie mit der Oberfläche des Meeres parallel ist: sie muß daher auf die Meeresfläche reducirt werden.

Wenn  $R$  den Krümmungshalbmesser,  $h$  die mittlere Höhe der Grundlinie über dem Meere,  $L$  die gemessene,  $l$  die auf die Meeresfläche reducirte Grundlinie bedeuten, so hat man  $L : l = R + h : R$ , und hieraus folgt:

$$L - l = \frac{Lh}{R+h} = Lh \left\{ \frac{1}{R} - \frac{h}{R^2} + \frac{h^2}{R^3} - \dots \right\}$$

Die Höhen der Endpunkte dieses Theils der Grundlinie (Siehe Höhenmessung) sind gefunden worden wie folgt:

$$\text{Südl. Endpunkt } A = 23, T_{629} \quad \text{Mittelpunkt } B = 24, T_{751}$$

Die mittlere Höhe der Grundlinie, in Beziehung auf die mittlere Höhe der Endpunkte, ergab sich  $= - 0, T_{755}$ ; in Beziehung auf die Meeresfläche ist sie daher  $= 23, T_{435}$ .

Nimmt man den Krümmungshalbmesser der Erde in der Richtung der Grundlinie  $= 3271428 T$ , so beträgt die Reduction auf die Meeresfläche  $3, L_{6425} = 0, T_{004216}$ . Die auf die Meeresfläche reducirte Länge des südlichen Theils der Grundlinie ist daher:

$$= 588, T_{509172}$$

## B. Nördlicher Theil der Grundlinie.

*Entfernung vom mittelsten Pfeiler bis zur Festlegung am 15. Juni.*

Messung 1.

	Reduction.	Metallthermometer.		Zwischenräume.
	$L$	$L$	$L$	$L$
+ 40 $\lambda'$	- 0,734	- 50,222 $m'$	= - 26,631	+ 62,831
+ 40 $\lambda''$	- 1,179	- 53,682 $m''$	= - 29,574	+ 61,619
+ 40 $\lambda'''$	- 0,980	- 50,566 $m'''$	= - 28,473	+ 64,392
+ 40 $\lambda^{IV}$	- 1,036	- 52,284 $m^{IV}$	= - 29,533	+ 65,128
	- 3,929		- 114,211	+ 253,970

Messung 2.

+ 40 $\lambda'$	- 0,665	- 45,090 $m'$	= - 23,910	+ 63,458
+ 40 $\lambda''$	- 1,363	- 48,239 $m''$	= - 26,576	+ 63,117
+ 40 $\lambda'''$	- 0,833	- 44,451 $m'''$	= - 25,029	+ 62,168
+ 40 $\lambda^{IV}$	- 1,026	- 46,604 $m^{IV}$	= - 26,324	+ 62,743
	- 3,887		- 101,839	+ 251,486

- 9,<sup>L</sup>000 Entfernung von der Festlegung am 15. Juni.

*Entfernung von der Festlegung am 15. Juni bis zum nördlichen Endpfeiler.*

Messung 1.

+ 37 $\lambda'$	- 1,493	- 53,646 $m'$	= - 28,447	+ 58,735
+ 36 $\lambda''$	- 1,389	- 55,344 $m''$	= - 30,490	+ 56,676
+ 36 $\lambda'''$	- 0,665	- 52,684 $m'''$	= - 29,665	+ 57,105
+ 36 $\lambda^{IV}$	- 1,123	- 53,760 $m^{IV}$	= - 30,366	+ 57,723
	- 4,670		- 118,968	+ 230,239

- 389,<sup>L</sup>550 Entfernung vom nördlichen Endpunkt.

Messung 2. *Der Anfang war + 9,<sup>L</sup>000 von der Festlegung am 15. Juni entfernt.*

+ 37 $\lambda'$	- 1,807	- 41,385 $m'$	= - 21,945	+ 58,424
+ 36 $\lambda''$	- 1,135	- 43,731 $m''$	= - 24,092	+ 56,949
+ 36 $\lambda'''$	- 0,747	- 41,483 $m'''$	= - 23,358	+ 55,898
+ 36 $\lambda^{IV}$	- 1,254	- 42,307 $m^{IV}$	= - 23,897	+ 56,588
	- 4,943		- 93,292	+ 227,860

- 421,<sup>L</sup>430 Entfernung vom nördlichen Endpunkt.

Zusammenstellung dieser Messungen.

Entfernung vom mittelsten Pfeiler bis zur Festlegung am 15. Juni.

	1. Messung	2. Messung
160 Meßstangen = 160 L . . . . .	+ 0 <sup>L</sup>	+ 0 <sup>L</sup>
Reduction . . . . .	- 3,929	- 3,887
Metallthermometer . . . . .	- 114,211	- 101,839
Zwischenräume . . . . .	+ 253,970	+ 251,486
Entfernung von der Festleg. am 15. Juni	0	- 9,000
<b>Summe 160 L</b>	<b>+ 135,830</b>	<b>+ 136,760</b>
	Unterschied + 0,930	

Entfernung von der Festlegung am 15. Juni bis zum nördlichen Pfeiler.

	1. Messung	2. Messung
145 Meßstangen = 145 L + λ' - L	- 0,287 <sup>L</sup>	- 0,287 <sup>L</sup>
Reduction . . . . .	- 4,670	- 4,943
Metallthermometer . . . . .	- 118,968	- 93,292
Zwischenräume . . . . .	+ 230,239	+ 227,860
Entfernung des Endes vom nördl. Pfeiler	- 389,550	- 421,430
Entfernung der Festl. am 15. J. vom Anfang	0	+ 9,000
<b>Summe 145 L</b>	<b>- 283,236</b>	<b>- 283,092</b>
	Unterschied + 0,144	

Hieraus geht die Länge des nördlichen Theils der Grundlinie hervor:

	1. Messung	2. Messung
Vom mittelsten Pfeiler bis zur Festlegung am 15. Juni	160 L + 135,830 <sup>L</sup>	160 L + 136,760 <sup>L</sup>
Von der Festlegung am 15. Juni bis zum nördl. Pfeiler	145 L - 283,236	145 L - 283,092
Vom mittelsten Pfeiler bis zum nördl. Endpunkt	305 L - 147,406	305 L - 146,332

Daher ist

$$\text{die Länge des nördlichen Theils der Grundlinie} = \left| 610 T + 188,064^L \right| 610 T + 189,138^L$$

Das Mittel aus beiden um 1,074<sup>L</sup> von einander abweichenden Messungen ist

$$610 T + 188,601^L = 610,218287^T.$$

Die Höhen der Endpunkte wurden gefunden wie folgt:

$$\text{Mittelpunkt } B = 24,751^T; \quad \text{nördlicher Endpunkt } C = 23,658^T.$$

I. §. 10. Messungen der Grundlinie in zwei Abtheilungen.

Die mittlere Höhe dieses Theils der Grundlinie, in Beziehung auf die mittlere Höhe der Endpunkte betrug —  $0^T470$ ; sie ist daher in Beziehung auf die Meeresfläche =  $23^T735$ .

Hieraus findet man mit dem oben angegebenen Krümmungshalbmesser der Erde, die Reduction auf die Meeresfläche =  $3^L8250 = 0^T004427$ .

Die auf die Meeresfläche reducirte Länge des nördlichen Theils der Grundlinie ist daher

$$= 610^T213860.$$