§. 7. Bestimmung der Neigungen der Mefsstangen durch die Angaben der Wasserwagen.

Die horizontale Lage einer Mefsstange wird durch zwei zusammen gehörige Beobachtungen gefunden. Zuerst bringt man die Axe einer Stange mit den Schneiden der Cylinder auf dem Comparateur in eine gerade Linie, läfst alsdann die Wasserwagen einspielen und liest die Angabe der Schraube ab. Hierauf kehrt man die Stange um 180° um, bringt ihre Axe mit den Schneiden der Cylinder wieder in eine gerade Linie, läfst die Wasserwage einspielen, und liefst abermals die Angabe der Schraube ab. Das Mittel aus beiden Ablesungen giebt die der horizontalen Lage der Stange entsprechende Stellung der Schraube.

Die Blasen in den Röhren der Wasserwagen waren sämmtlich so grofs geworden, dafs sie keine Beobachtung mehr zuliefsen; die Röhren mufsten daher herausgenommen und von Neuem gefüllt werden. Dadurch sind die neuen Angaben gegen die früheren in der Gradmessung gänzlich verändert und wie folgt gefunden worden:

	№ I		№ II		№ III		№ IV	
1846	Rev.	$\frac{1}{50}$	Rev.	$\frac{1}{50}$	Rev.	$\frac{1}{50}$	Rev.	$\frac{1}{50}$
	12	3,25	10	45,85	10	47,35	10	6,25
März 20	12	3,15	10	44,70	10	49,25	10	5,80
	12	3,20	10	45,27	10	49,25	....	....
Mittel...	12	3,20	10	45,27	10	48,62	10	6,03

Wenn bei diesen Stellungen der Schrauben die Blasen der Wasserwagen in der Mitte stehen, so sind die Axen der Stangen horizontal.

Die Höhenänderung des einen Endes der Stangen, die gerade einer vollen Umdrehung der Schrauben entspricht, wurde ebenfalls untersucht, und so nahe mit den Angaben in der Gradmessung übereinstimmend gefunden, dafs die dort angegebenen Werthe unverändert beibehalten werden konnten. Dieselben sind:

№ I.	№ II.	№ III.	№ IV.
$7,^{L}7505$	$7,^{L}598$	$7,^{L}768$	$7,^{L}957$

Wenn z. B. das eine Ende der Stange № I gegen das andere um $7,^{L}7505$

erhöht oder erniedrigt wird, so mufs die Schraube der Wasserwage, vorwärts oder rückwärts, einen vollen Umgang machen, um die Blase in die Mitte zu bringen.

Bezeichnet man eine dieser letzteren Zahlen durch q, die der horizontalen Lage der Mefsstange, zu welcher sie gehört, entsprechende Angabe ihrer Schraube durch S, so erhält man die zu einer anderen Angabe s derselben gehörige Neigung i durch die Formel:

$$tang.\ i = \frac{s - S}{l} \cdot q$$

Durch Multiplikation der Länge der Mefsstange mit dem Cosinus der Neigung i erhält man die auf die horizontale Ebene reducirte Länge der Stange. Da aber zwischen je zwei Stangen sich ein, durch den dazwischen geschobenen Glaskeil, in der Axe der Stange gemessener Zwischenraum befindet, so mufs derselbe vor der Multiplikation mit Cos i noch der Länge der Stange hinzugefügt werden. Nennt man diesen Zwischenraum n, so findet man die Reduction $= -(l + n)\ (1 - \text{Cos}\ i)$. Da die vorgekommenen Neigungen aber nur gering waren, so kann man sich näherungsweise begnügen mit der Formel:

$$Reduction = -\frac{(l + n)}{l} \cdot \frac{(s - S)^2}{2\,l} \cdot q^2$$

Die mittleren Werthe der Mefsstangen l', l'', l''', l^{IV} und der Zwischenräume n', n'', n''', n^{IV} waren:

$$\begin{array}{ll} l' = 1728{,}157 & n' = 1{,}600 \\ l'' = 1728{,}778 & n'' = 1{,}572 \\ l''' = 1728{,}338 & n''' = 1{,}604 \\ l^{IV} = 1728{,}361 & n^{IV} = 1{,}602 \end{array}$$

Hieraus folgen die zur Reduction auf den Horizont angewendeten Formeln:

$$\begin{aligned} Log.\ Reduction &= 8{,}24045 + 2\ log.\ (s' - S') \\ &= 8{,}22302 + 2\ log.\ (s'' - S'') \\ &= 8{,}24236 + 2\ log.\ (s''' - S''') \\ &= 8{,}26324 + 2\ log.\ (s^{IV} - S^{IV}) \end{aligned}$$

Durch Multiplikation von $(l + n)$ mit dem Sinus des Neigungswinkels i, erhält man ähnliche Ausdrücke für die Erhöhung oder Erniedrigung des einen Endes der Stange gegen das andere, und kann daraus die Höhen sämmtlicher

Stangen, und die mittlere Höhe der gemessenen Grundlinie ableiten, die man zur Reduction auf die Meeresfläche kennen muſs.

Da aber im vorliegenden Fall die Messung der Grundlinie auf der wenig geneigten Chaussee vorgenommen wurde, so kann man diese Rechnung sparen, und die mittlere Höhe ihrer Endpunkte zur Reduction auf die Meeresfläche benutzen.