

§. 6. Vergleichung der Quecksilber- und Metallthermometer und Bestimmung der Ausdehnungen des Eisens und Zinks an den vier Meßstangen.

Die Quecksilberthermometer in den Kasten der Meßstangen waren in ihrer Fassung locker geworden, und mußten von Neuem befestigt werden. Bei dieser Gelegenheit wurden sie mit einem Normalthermometer verglichen und so gestellt, daß sie sämtlich bei $+16^{\circ}$ die Temperatur richtig angaben. Bei 0° Grad betragen die von Herrn *Martins* gefundenen Correkturen für die Stange *N^o I* — $0,3$; für *N^o II* — $0,3$; für *N^o III* $+0,1$ und für *N^o IV* 0° . Hiernach hätten die beobachteten Quecksilber-Temperaturen verbessert werden können; es wurde indessen vorgezogen, die von *Bessel* (Gradmessung Seite 28) sehr sorgfältig ermittelten Verbesserungen, mit Berücksichtigung der neuen Stellung der Thermometerröhren zu benutzen. Es wurden nämlich in der Correktions-Tafel, die *Bessel* am angeführten Orte mitgeteilt hat, die Verbesserungen bei $+16^{\circ}$, mit entgegengesetztem Zeichen zu allen übrigen hinzugefügt, und danach die Angaben der Quecksilber-Thermometer berichtet.

Obgleich die auf diese Weise berichtigten Quecksilber-Temperaturen wenig Zweifel gegen ihre Sicherheit zulassen, so bietet doch, abgesehen hiervon, ihre Vergleichung mit den Metallthermometern noch große Schwierigkeiten dar, denn die ersten zeigen alle Temperatur-Veränderungen weit früher an als die letzten. Aus diesem Grunde konnten hier nur diejenigen, bei der Vergleichung der Stangen gemachten, Beobachtungen benutzt werden, wo die Temperaturen des Zimmers und der Stangen sich sehr nahe ausgeglichen hatten. Es sind dies die Beobachtungen, welche in der nachfolgenden Zusammenstellung in den ersten 5 Reihen aufgeführt sind. Alle anderen Vergleichen des §. 4., wo die Stangen künstlich erwärmt in dem kälteren Zimmer auf den Comparateur gebracht wurden, mußten ausgeschlossen werden. Die übrigen, unten in den letzten 5 Reihen aufgeführten Vergleichen beider Thermometer sind aus der Basismessung selbst entnommen. Es wurden hierzu nur solche Beobachtungen ausgewählt, bei denen sich mindestens innerhalb $\frac{3}{4}$ Stunden die Quecksilber- und Metallthermometer nur unmerklich verändert hatten, bei denen man also glaubte annehmen zu dürfen, daß die Temperaturen sich ziemlich nahe ausgeglichen hätten.

R	a	R	b	R	c	R	d
7,013	L 1,8335	6,931	L 1,9064	7,023	L 1,8338	7,035	L 1,8725
7,190	1,8231	7,109	1,8955	7,121	1,8249	7,208	1,8635
8,275	1,7700	8,046	1,8403	7,236	1,8211	7,513	1,8581
8,317	1,7665	8,260	1,8364	8,201	1,7696	8,578	1,7968
13,916	1,5029	13,567	1,5975	13,584	1,5269	13,385	1,5709
14,600	1,4693	15,183	1,5488	14,621	1,4783	14,356	1,5155
20,017	1,2420	20,033	1,3405	19,722	1,2629	19,690	1,3035
22,383	1,1285	22,700	1,2212	22,252	1,1580	22,803	1,1944
22,680	1,1188	22,606	1,2212	22,291	1,1460	22,310	1,1945
23,229	1,0949	22,967	1,2003	22,602	1,1201	23,085	1,1552

Jede Zahl in dieser Tabelle ist das arithmetische Mittel aus 6 Beobachtungen.

Bedeutet o die Angabe des Metallthermometers bei $0^{\circ} R.$, und p die Veränderung desselben für $1^{\circ} R.$, so kann man die beliebigen Angaben der Metallthermometer a, b, c, d durch die folgenden Ausdrücke darstellen, in denen R die den Angaben $a, b \dots$ entsprechenden Temperaturen in Réaumur'schen Graden bezeichnet.

$$a = o' - Rp'$$

$$b = o'' - Rp''$$

$$c = o''' - Rp'''$$

$$d = o^{iv} - Rp^{iv}$$

Jede dieser Gleichungen enthält zwei Unbekannte; es sind aber in der obigen Zusammenstellung 10 solcher Gleichungen vorhanden, sie müssen daher nach der Methode der kleinsten Quadrate aufgelöst werden, und geben alsdann folgende Werthe:

$$a = 2,14451 - R \cdot 0,045357$$

$$b = 2,19595 - R \cdot 0,043089$$

$$c = 2,14156 - R \cdot 0,044755$$

$$d = 2,17568 - R \cdot 0,044065$$

Setzt man in diesen Formeln für R die beobachteten Temperaturen, so müssen sich die diesen Temperaturen entsprechenden Angaben der Metallthermometer daraus ergeben. Die Abweichungen von den Beobachtungen sind entweder Beobachtungsfehler, oder sie haben ihren Grund in einer Ungleichheit der Temperatur der Stangen und der Quecksilber-Thermometer.

Unterschiede der Formeln von den Beobachtungen:

a	b	c	d
L	L	L	L
+ 0,0071	+ 0,0091	+ 0,0066	+ 0,0068
+ 0,0047	+ 0,0059	+ 0,0020	+ 0,0054
+ 0,0008	- 0,0090	+ 0,0034	+ 0,0135
+ 0,0008	- 0,0036	- 0,0049	- 0,0009
- 0,0104	- 0,0139	- 0,0067	- 0,0150
- 0,0130	+ 0,0071	- 0,0089	- 0,0276
+ 0,0054	+ 0,0078	+ 0,0040	- 0,0045
- 0,0008	+ 0,0034	+ 0,0123	+ 0,0235
+ 0,0030	- 0,0007	+ 0,0021	+ 0,0019
+ 0,0040	- 0,0060	- 0,0099	- 0,0032

Diese Unterschiede sind beträchtlich grösser als die möglichen Beobachtungsfehler sie erwarten lassen; besonders ist dies bei der vierten Stange der Fall. Der Grund davon liegt offenbar darin, daß die Temperaturen der Quecksilber- und Metallthermometer sich, selbst unter den oben angegebenen Umständen, noch nicht vollständig ausgeglichen hatten.

Bezeichnet man jetzt die Ausdehnung des Eisens der 4 Meßstangen für einen Grad Réaumur durch e', e'', e''', e^{iv} ; die des Zinks durch z', z'', z''', z^{iv} ; die Längen der Eisenstangen in der Temperatur des schmelzenden Eisens durch E', E'', E''', E^{iv} ; die der Zinkstangen durch Z', Z'', Z''', Z^{iv} , so hat man die Länge beider für die Temperatur R , z. B. für die erste Stange

$$= E' (1 + e'R) \quad \text{und} \quad = Z' (1 + z'R)$$

Die der Temperatur R entsprechende Veränderung der Länge der Stange ist daher $= E'e'R$, und für 1° Réaumur $= E'e'$.

In §. 1. hatten wir die der Angabe a des Metallthermometers entsprechende Veränderung der Länge der Stange $= am'$ gefunden. Daraus folgt, daß für eine andere Angabe $a+x$ die Veränderung der Länge der Stange $= (a+x)m'$ sein wird. Zieht man von diesem Werth den vorhergehenden ab, so ergibt sich, daß für eine Veränderung des Metallthermometers um x , die entsprechende Veränderung der Länge der Stange $= xm'$ sein muß. Wird nun $x = p'$, gleich der Veränderung des Metallthermometers für 1° Réaumur, so erhält man die Veränderung der Länge der Stange für 1° R. $= p'm'$; oben hatten wir dieselbe aber auch $= E'e'$ gefunden, daher ist

$$E'e' = p'm'$$

$$\text{folglich } e' = \frac{p'm'}{E'} \dots\dots 1.$$

22 I. §. 6. *Vergleichung der Quecksilber- und Metallthermometer*

Ferner ist $Z'z'$ die Veränderung der Zinkstange für 1° R., und $Z'e'$ die Veränderung einer gleich langen Eisenstange. An dem Metallthermometer zeigt sich aber der Unterschied der Ausdehnungen gleicher Längen von Eisen und Zink, folglich ist auch für 1° R.

$$p' = Z'(z' - e')$$

$$\text{und daher } z' - e' = \frac{p'}{Z'} \dots\dots 2.$$

Für die übrigen Stangen erhält man analoge Ausdrücke.

Nach den Ermittlungen in §. 5. und den vorhin gefundenen Angaben des Metallthermometers bei 0° R. findet man die Längen der 4 Mefsstangen im schmelzenden Eise wie folgt:

$$E' = 1728,8130 - 2,14451 m' = 1727,6758$$

$$E'' = 1729,4930 - 2,19595 m'' = 1728,2832$$

$$E''' = 1729,0276 - 2,14156 m''' = 1727,8217$$

$$E^{\text{iv}} = 1729,0659 - 2,17568 m^{\text{iv}} = 1727,8370$$

Da nun die Zinkstangen um die Länge der Stahlkeile ($= 26,^L 0$) und um die Angabe der Metallthermometer kürzer als die Mefsstangen sind, so erhält man:

$$Z' = 1727,6758 - 26,0 - 2,1445 = 1699,5313$$

$$Z'' = 1728,2832 - 26,0 - 2,1960 = 1700,0872$$

$$Z''' = 1727,8217 - 26,0 - 2,1416 = 1699,6801$$

$$Z^{\text{iv}} = 1727,8370 - 26,0 - 2,1757 = 1699,6613$$

Mit Hülfe dieser Werthe findet man nun aus den Formeln 1. und 2. die Ausdehnungen für 1° R. wie folgt:

$$e' = 0,000013921 \quad z' - e' = 0,000026688 \quad z' = 0,000040609$$

$$e'' = 0,000013735 \quad z'' - e'' = 0,000025345 \quad z'' = 0,000039080$$

$$e''' = 0,000014585 \quad z''' - e''' = 0,000026332 \quad z''' = 0,000040917$$

$$e^{\text{iv}} = 0,000014405 \quad z^{\text{iv}} - e^{\text{iv}} = 0,000025926 \quad z^{\text{iv}} = 0,000040331$$

In Bezug auf die Mefsstange \mathcal{N}_2° II muß bemerkt werden, daß die Zinkstange des Metallthermometers ihre Lage auf der Eisenstange etwas verändert hat, und daß die Mitte ihrer Schneide nicht mehr genau dem senkrechten Stahlkeil gegenüber liegt.

1834 wurden in Königsberg (Gradmessung Seite 32.) die obigen Werthe sämmtlich größer gefunden, und zwar:

e'	$= 0,000014367$	$z' - e'$	$= 0,000027029$	z'	$= 0,000041497$
e''	$= 0,000014818$	$z'' - e''$	$= 0,000026911$	z''	$= 0,000041729$
e'''	$= 0,000015015$	$z''' - e'''$	$= 0,000026509$	z'''	$= 0,000041524$
e^{iv}	$= 0,000015202$	$z^{iv} - e^{iv}$	$= 0,000026597$	z^{iv}	$= 0,000041799$

Ogleich hierin eine Bestätigung der am Ende des vorigen §. ausgesprochenen Vermuthung, daß die Ausdehnungen des Eisens und des Zinks abgenommen haben, zu liegen scheint, so darf doch nicht unberücksichtigt bleiben, daß ein großer Theil dieser Unterschiede durch eine Ungleichheit der Temperaturen des Quecksilbers und der Stangen erklärt werden kann.
