

### §. 1. Einrichtung der Mefsstangen und Vergleichung ihrer Längen unter einander.

Die Mefsstangen bestehen aus Eisen, das darauf angebrachte Metallthermometer aus Zink (Fig. 1.). Ihre specielle Einrichtung hat *Bessel* in der Gradmessung §. 1. so vollständig beschrieben, dafs eine Wiederholung überflüssig erscheint.

Die Ausdehnungen des Eisens und des Zinks durch die Wärme werden einander proportional angenommen, daher sind auch die Veränderungen der Längen der Mefsstangen den Angaben der Metallthermometer proportional. Bezeichnet man also das Verhältnifs der Veränderungen des Metallthermometers zu den Veränderungen der Länge der Stange durch  $1 : m$ ; so ist die Veränderung für eine Angabe  $a$  des Metallthermometers gleich  $am$ . Je mehr die Temperatur, von  $a$  an, steigt, je kleiner wird der Zwischenraum zwischen  $i'$  und  $k'$  (Fig. 1.), oder je kleiner wird  $a$ , weil die Zinkstange sich stärker ausdehnt als die darunter befindliche Eisenstange. Nennt man daher  $\lambda$  die Länge der Stange bei einer gewissen hohen Temperatur, für welche  $a = 0$  ist, und  $l$  die Länge der Stange für die Angabe  $a$  des Metallthermometers, so wird man den Werth von  $l$  erhalten, wenn man  $am$  von  $\lambda$  abzieht. Es ist folglich

$$l = \lambda - am.$$

Eine solche Gleichung ist für jede Stange vorhanden. Man erhält daher für die 4 Mefsstangen

$$\mathcal{N}_0^1 \text{ 1. .... } l' = \lambda' - am' \text{ ..... I}$$

$$\mathcal{N}_0^2 \text{ 2. .... } l'' = \lambda'' - bm''$$

$$\mathcal{N}_0^3 \text{ 3. .... } l''' = \lambda''' - cm'''$$

$$\mathcal{N}_0^4 \text{ 4. .... } l^{iv} = \lambda^{iv} - dm^{iv}$$

Oder wenn man  $\lambda' + \lambda'' + \lambda''' + \lambda^{iv} = 4L$  setzt, und die Abweichung jeder einzelnen von dem mittleren Werthe  $L$  durch  $x', x'', x''', x^{iv}$  bezeichnet, so wird sein

$$\lambda' = L + x'$$

$$\lambda'' = L + x''$$

$$\lambda''' = L + x'''$$

$$\lambda^{iv} = L + x^{iv}$$

Die Summe dieser Werthe muß  $4L$  geben, und daraus folgt, daß  $x' + x'' + x''' + x^{iv} = 0$  sein muß. Setzt man die für  $\lambda, \lambda'' \dots$  gefundenen Werthe in die Gleichungen I, so findet man:

$$l' = L + x' - am' \dots \text{II.}$$

$$l'' = L + x'' - bm''$$

$$l''' = L + x''' - cm'''$$

$$l^{iv} = L + x^{iv} - dm^{iv}$$

Bezeichnet man jetzt die unbekannte Entfernung der festen Keile  $q$  auf dem Comparateur durch  $M$  (Fig. 1); die Summe der Längen der beiden Cylinder  $c$ , durch  $s$ ; die Länge der Stange  $\mathcal{N}^{\circ} 1$  durch  $l'$ ; die Summe der beiden mit dem Glaskeil zwischen  $c$  und  $q$  zu messenden Zwischenräume durch  $n'$ , so erhält man für die 4 Meßstangen:

$$\begin{aligned} M - s &= l' + n' \\ &= l'' + n'' \\ &= l''' + n''' \\ &= l^{iv} + n^{iv} \end{aligned}$$

und setzt man  $M - s = L + C$ , wo  $C$  eine neue Unbekannte bedeutet, so folgt

$$\begin{aligned} l' &= L + C - n' \dots \text{III.} \\ l'' &= L + C - n'' \\ l''' &= L + C - n''' \\ l^{iv} &= L + C - n^{iv} \end{aligned}$$

Da der Werth von  $C$ , während einer Vergleichung der 4 Stangen, als unveränderlich angesehen wird, so sind die Beobachtungen so anzuordnen, daß regelmäßige Veränderungen des Comparateurs durch Wärme oder Feuchtigkeit unschädlich gemacht werden. Dies erreicht man, wenn jede Vergleichung in umgekehrter Ordnung wiederholt, und aus dieser doppelten Anzahl das arithmetische Mittel genommen wird. Zu jeder Vergleichung gehören daher 8 Beobachtungen der 4 Meßstangen, die in folgender Ordnung I, II, III, IV, IV, III, II, I angestellt sind.

Durch Vergleichung der obigen Ausdrücke II und III findet man endlich:

$$\begin{aligned} n' &= C - x' + am' \\ n'' &= C - x'' + bm'' \\ n''' &= C - x''' + cm''' \\ n^{iv} &= C - x^{iv} + dm^{iv} \end{aligned}$$

In diesen Gleichungen sind  $C, m', m'', m''', m^{iv}$  und  $x', x'', x''', x^{iv}$  unbekannt. Die Summe der 4 letzten Größen ist aber, wie vorhin gezeigt wurde,  $= 0$ , wodurch eine derselben bestimmt wird, so daß sie nur für 3 Unbekannte gelten. Jede Vergleichung der 4 Stangen liefert 4 solche Gleichungen, und jede andere Vergleichung führt einen anderen Werth von  $C$  ein, weil nicht angenommen werden kann, daß der Apparat in der Zwischenzeit unverändert geblieben ist. Aus  $h$  Vergleichungen aller 4 Meßstangen, sind also  $h + 7$  unbekannte Größen zu bestimmen.

$$\begin{aligned}
 x' + x'' + x''' + x^{iv} &= 0 \\
 x' + x'' &= C \\
 x' + x''' &= C \\
 x' + x^{iv} &= C
 \end{aligned}$$