Nr.	Stern.	Lage des Limb.	Zenithdistanz in Göttingen.	Anzahl der Beob.	Zenithdistanz in Altona.	Anzahl der Beob.
38.	Piazzi 16. 310	O	−2° 29′ 4,29″	6	−4° 29′ 58,97″	5
		W	−2 28 57,26	6	−4 29 55,84	5
39.	Piazzi 17. 20	O	+6 57 58,55	1	+4 57 2,69	4
		W	+6 58 6,88	3	+4 57 5,60	4
40.	Piazzi 17. 38	O	+5 20 28,25	2	+3 19 36,52	3
		W	+5 20 38,33	3	+3 19 38,56	3
41.	74 Herculis	O	−5 6 58,39	2	−7 7 53,30	5
		W	−5 6 51,47	3	−7 7 49,79	5
42.	Piazzi 17. 120	O	+5 38 21,52	2	+3 37 26,27	5
		W	+5 38 29,20	2	+3 37 31,18	4
43.	β Draconis	O	+0 54 5,81	2	−1 6 47,62	5
		W	+0 54 14,61	2	−1 6 45,60	5

III. Resultate.

1.

Die kunstloseste Combination der Beobachtungen zu einem Resultate für den Breitenunterschied der Beobachtungsplätze besteht darin, jeden Stern für sich zu betrachten. Ist, bei resp. östlicher und westlicher Lage des Limbus, die beobachtete Zenithdistanz in Göttingen a und a', in Altona b und b', so wird der Breitenunterschied $= \frac{1}{2}(a + a') - \frac{1}{2}(b + b')$. Man bekommt daher so viele Resultate, als Sterne vollständig beobachtet sind; für unsere Beobachtungen 42, da nur Nr. 5, als in Altona einseitig beobachtet, ausfällt.

Wären die Beobachtungen, auf welchen die Bestimmungen a, a', b, b' beruhen für alle Sterne gleich zahlreich, so würden alle einzelnen Resultate für den Breitenunterschied für gleich zuverlässig zu halten, und daher das einfache arithmetische Mittel das wahrscheinlichste Endresultat sein. Bei unseren Beobachtungen findet jene Voraussetzung nicht statt, und es muss daher den Resultaten nach Maassgabe der Anzahl der Beobachtungen ein ungleiches Gewicht beigelegt werden.

Wenn man sich erlaubt, die Fehler aller einzelnen Beobachtungen als unabhängig von einander zu betrachten, das Gewicht einer einzelnen Beobachtung als Einheit annimmt, und die Anzahl der Beobachtungen, welche zu den Bestimmungen a, a', b, b' concurrirt haben, durch α, α', β, β', bezeichnet, so wird, nach bekannten Gründen, das Gewicht des Resultats $\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}a' - \frac{1}{2}b - \frac{1}{2}b'$ durch

$$\frac{4}{\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha'} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\beta'}}$$

ausgedrückt werden. Unsere 42 Resultate mit ihren Gewichten sind hiernach folgende:

Stern.	Breitenunterschied.	Gewicht.	Stern.	Breitenunterschied.	Gewicht.
1	2° 0′ 56,65″	4,44	23	2° 0′ 56,45″	5,71
2	57,07	5,51	24	56,53	5,71
3	57,36	6,22	25	56,71	6,00
4	55,85	4,80	26	57,88	6,00
6	57,81	3,69	27	57,17	2,61
7	56,11	5,71	28	56,39	5,71
8	56,03	6,46	29	55,51	4,00
9	56,07	3,78	30	56,37	5,71
10	55,46	6,46	31	57,11	5,71
11	55,35	5,27	32	55,78	6,00
12	56,05	5,27	33	56,31	5,45
13	57,78	5,45	34	57,19	6,00
14	57,19	5,92	35	56,06	5,00
15	56,65	5,71	36	57,48	5,45
16	55,85	5,00	37	57,24	5,71
17	55,92	6,13	38	56,62	5,45
18	55,78	5,92	39	58,51	2,18
19	56,40	5,64	40	55,75	2,67
20	56,24	5,45	41	56,61	3,24
21	55,48	5,33	42	56,64	2,76
22	56,59	5,33	43	56,82	2,86

Das Mittel aus diesen 42 Bestimmungen, mit Rücksicht auf die Ungleichheit der Gewichte, findet sich

$$2^\circ\ 0'\ 56{,}52''$$

und das Gewicht dieses Resultats = 213,41.

2.

Wenn n verschiedene Bestimmungen einer Grösse die Werthe A, A′, A″ etc. mit den Gewichten p, p', p'' etc. gegeben haben, A* den mit Rücksicht auf die Gewichte genommenen Mittelwerth, und M die Summe

$$p(A - A^*)^2 + p'(A' - A^*)^2 + p''(A'' - A^*)^2 + \text{etc.}$$

bedeuten, so wird in Folge des allgemeineren Lehrsatzes in der Theoria Combinationis Observationum, Art. 38.,

$$\sqrt{\frac{M}{n-1}}$$

einen genäherten Werth des mittleren Fehlers einer Beobachtung derselben Art, deren Gewicht = 1 ist, geben. Die Anwendung dieser Vorschrift auf unseren Fall giebt M = 103,4126, und damit den mittleren Fehler einer Beobachtung

$$\sqrt{\frac{103,41}{41}} = 1,5882''.$$

Den mittleren in unserem Resultat für den Breitenunterschied zu befürchtenden Fehler erhält man, wenn man den mittleren Fehler einer Beobachtung mit der Quadratwurzel aus dem Gewicht jenes Resultats dividirt; aus obigem Werthe folgt er demnach = 0,1087″.

3.

Der Collimationsfehler des Instruments ergiebt sich aus den Beobachtungen eines jeden Sternes in Göttingen $= \frac{1}{2}(a' - a)$ mit dem Gewicht $\frac{4\alpha\alpha'}{\alpha + \alpha'}$, und in Altona $= \frac{1}{2}(b' - b)$ mit dem Gewicht $\frac{4\beta\beta'}{\beta + \beta'}$. Folgende Tafel enthält diese Werthe.

Stern.	Göttingen.		Altona.		Stern.	Göttingen.		Altona.	
	Coll. F.	Gew.	Coll. F.	Gew.		Coll. F.	Gew.	Coll. F.	Gew.
1	3,77″	8,89	1,58″	8,89	6	3,46″	12,00	2,35″	5,33
2	3,44	12,92	1,19	9,60	7	4,10	12,00	1,69	10,91
3	3,69	12,92	1,65	12,00	8	4,10	14,00	0,90	12,00
4	3,76	12,00	0,91	8,00	9	3,75	12,92	1,99	4,00
5	3,73	12,00	—	—	10	3,99	14,00	1,26	12,00

Stern.	Göttingen.		Altona.		Stern.	Göttingen.		Altona.	
	Coll. F.	Gew.	Coll. F.	Gew.		Coll. F.	Gew.	Coll. F.	Gew.
11	3,19″	12,92	1,39″	8,89	28	3,27″	10,91	0,95″	12,00
12	3,06	12,92	0,87	8,89	29	3,89	6,00	1,15	12,00
13	3,48	12,00	2,04	10,00	30	4,54	10,91	1,70	12,00
14	3,67	12,92	1,30	10,91	31	4,52	10,91	1,73	12,00
15	3,87	12,00	1,36	10,91	32	3,26	12,00	1,13	12,00
16	3,50	10,00	1,77	10,00	33	3,49	10,91	1,11	10,91
17	3,53	14,00	0,74	10,91	34	4,58	12,00	1,66	12,00
18	3,63	12,92	0,68	10,91	35	3,61	10,00	1,37	10,00
19	3,42	11,67	1,38	10,91	36	4,33	12,00	1,34	10,00
20	3,66	10,91	0,84	10,91	37	3,97	12,00	1,91	10,91
21	3,45	9,60	1,26	12,00	38	3,52	12,00	1,56	10,00
22	3,10	9,60	2,96	12,00	39	4,16	3,00	1,45	8,00
23	4,49	10,91	1,42	12,00	40	5,04	4,80	1,02	6,00
24	3,93	10,91	1,21	12,00	41	3,46	4,80	1,75	10,00
25	3,88	12,00	0,83	12,00	42	3,84	4,00	2,45	8,89
26	3,54	12,00	0,76	12,00	43	4,40	4,00	1,01	10,00
27	4,44	4,00	1,97	7,50					

Die Mittelwerthe sind folgende:

Collimationsfehler in Göttingen . 3,75″ mit dem Gewicht 455,17
Collimationsfehler in Altona . . 1,40 mit dem Gewicht 432,18.

Die Realität der Veränderung des Collimationsfehlers ist offenbar, und es leidet keinen Zweifel, dass dieselbe auf dem obwohl mit aller möglichen Vorsicht geleiteten Transport eingetreten ist.

4.

Obgleich man sich bei dem für den Breitenunterschied gefundenen Resultate vollkommen beruhigen kann, so ist es doch wenigstens in theoretischer Rücksicht nicht überflüssig zu bemerken, dass die im 1. Art. angewandte Combination der Beobachtungen noch nicht die möglich vortheilhafteste ist, insofern nicht an jedem Ort jeder Stern in der einen Lage des Sectors eben so oft beobachtet ist, wie in der andern. In der That hat die Bestimmung der wahren Zenithdistanz in Göttingen durch die Formel $\frac{1}{2}(a + a')$

das Gewicht $\frac{4\alpha\alpha'}{\alpha+\alpha'}$; wäre nun der Collimationsfehler in Göttingen genau bekannt und $= f$, so würde die Bestimmung der wahren Zenithdistanz daselbst durch die Formel

$$\frac{\alpha(a+f)+\alpha'(a'-f)}{\alpha+\alpha'}$$

das Gewicht $\alpha+\alpha' = \frac{4\alpha\alpha'}{\alpha+\alpha'}+\frac{(\alpha-\alpha')^2}{\alpha+\alpha'}$ haben, d. i. ein grösseres als nach der anderen Methode, so oft α und α' ungleich sind. Ebenso verhält es sich mit der wahren Zenithdistanz in Altona, und auf diese Art würden selbst einseitige Beobachtungen (wie die von Nr. 5) einen, wenn auch nur geringen, Beitrag zur Vergrösserung der Genauigkeit geben. Nun sind zwar die Collimationsfehler an beiden Plätzen nicht mit absoluter Schärfe bekannt: allein man überzeugt sich leicht, dass die Anwendung der für dieselben gefundenen Mittelwerthe das Gewicht nur ganz unbedeutend vermindert.

5.

Will man jedoch ein reines, den Forderungen der strengen Theorie ganz Genüge leistendes Resultat erhalten, so muss man die Bestimmung des Breitenunterschiedes, der Collimationsfehler, und der wahren Zenithdistanzen der einzelnen Sterne an dem einen Ort als ein Problem behandeln, wo diese unbekannten Grössen (in unserem Fall 46 an der Zahl) aus den sämmtlichen durch sie bestimmten beobachteten Grössen (171) durch eben so viele Gleichungen abgeleitet werden müssen, indem diese nach den Vorschriften der Wahrscheinlichkeitsrechnung combinirt werden. Setzt man die Collimationsfehler in Göttingen und Altona $= f$ und g, den Breitenunterschied $= h$, die wahre Zenithdistanz eines Sterns in Göttingen $= k$, so hat man aus den Beobachtungen dieses Sternes die vier Gleichungen, mit den Gewichten α, α', β, β':

$$\begin{aligned} a &= k - f \\ a' &= k + f \\ b &= k - g - h \\ b' &= k + g - h. \end{aligned}$$

Es ist kaum nöthig zu erinnern, dass es zur Erleichterung der Rechnung vortheilhafter ist, anstatt jener unbekannten Grössen, die noch erforderlichen Correctionen einzuführen, welche an die schon sehr nahe bestimmten Werthe anzubringen sind; lassen wir die Zeichen f^0, g^0, h^0, k^0 diese genäherten Werthe bedeuten, so mag man annehmen

$$k^0 = \frac{\alpha(a+f^0) + \alpha'(a'-f^0) + \beta(b+g^0+h^0) + \beta'(b'-g^0+h^0)}{\alpha+\alpha'+\beta+\beta'}.$$

Bei Befolgung jener Vorschrift (welche man bei Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate auf nur etwas zusammengesetzte Fälle niemals aus den Augen setzen sollte) und dem Gebrauch einer schicklichen indirekten Auflösungsmethode verwandelt sich eine Arbeit, die ohne jene und bei direkter Elimination unerträglich weitläufig ausfällt, in ein leichtes Spiel.

6.

Der Erfolg dieser Rechnung, welche ausführlich herzusetzen unnöthig wäre, ist, dass die früheren Bestimmungen gar keine merkliche Correction erhalten. Es findet sich die Verbesserung des Breitenunterschiedes = —0,014″, die Verbesserung des Collimationsfehlers in Göttingen = +0,012″, die Verbesserung des Collimationsfehlers in Altona = —0,014″; folglich die neuen Bestimmungen

Breitenunterschied	2° 0′ 56,51″,	Gewicht =	217,67
Collimationsfehler in Göttingen	3,76	„	457,03
Collimationsfehler in Altona	1,39	„	437,64 .

Die Veränderungen der nach der Vorschrift des vorhergehenden Artikels zu Grunde gelegten wahren Zenithdistanzen der einzelnen Sterne in Göttingen sind gleichfalls fast alle unter 0,01″. Die sich ergebenden Werthe hier anzuführen, wäre überflüssig, da es dieselben sind, aus welchen die oben mitgetheilten Declinationen der Sterne unter Voraussetzung der Polhöhe des Beobachtungsplatzes 51° 31′ 47,92″ abgeleitet sind. Dagegen setzen wir die Unterschiede hier her, welche nach Substitution der gefundenen Werthe in den 171 Gleichungen übrig bleiben.

Stern.	Unterschied.	Stern.	Unterschied.	Stern.	Unterschied.	Stern.	Unterschied.
1	+ 0,07″	2	+ 0,56″	3	+ 0,48″	4	— 0,35″
	+ 0,09		— 0,08		+ 0,34		— 0,35
	— 0,26		— 0,12		— 0,70		+ 0,79
	+ 0,13		— 0,53		— 0,18		— 0,17

Stern.	Unterschied.	Stern.	Unterschied.	Stern.	Unterschied.	Stern.	Unterschied.
5	+ 0,03″	14	+ 0,40″	23	— 0,80″	32	+ 0,14″
	— 0,03		+ 0,21		+ 0,67		— 0,87
	—		— 0,29		— 0,03		+ 0,63
	— 0,03		— 0,48		+ 0,03		+ 0,11
6	+ 0,62	15	— 0,04	24	— 0,17	33	+ 0,19
	+ 0,03		+ 0,19		+ 0,18		— 0,35
	— 1,95		— 0,04		+ 0,16		+ 0,41
	— 0,02		— 0,11		— 0,20		— 0,16
7	— 0,52	16	— 0,07	25	— 0,03	34	— 0,48
	+ 0,16		— 0,60		+ 0,22		+ 1,17
	— 0,08		— 0,05		+ 0,46		— 0,62
	+ 0,52		+ 0,72		— 0,67		— 0,07
8	— 0,56	17	— 0,06	26	+ 0,90	35	— 0,08
	+ 0,12		— 0,52		+ 0,46		— 0,37
	+ 0,76		+ 0,96		— 0,06		+ 0,25
	— 0,23		— 0,35		— 1,32		+ 0,21
9	— 0,06	18	— 0,23	27	— 0,14	36	— 0,14
	— 0,09		— 0,49		+ 1,22		+ 1,02
	— 0,23		+ 1,09		— 0,71		— 0,47
	+ 0,97		— 0,34		+ 0,46		— 0,58
10	— 0,71	19	+ 0,32	28	+ 0,46	37	+ 0,11
	— 0,25		— 0,36		— 0,53		+ 0,54
	+ 0,70		+ 0,10		+ 0,52		— 0,93
	+ 0,44		+ 0,08		— 0,36		+ 0,11
11	+ 0,12	20	— 0,06	29	— 0,80	38	+ 0,30
	— 1,03		— 0,26		— 0,53		— 0,19
	+ 0,72		+ 0,66		+ 0,58		— 0,24
	+ 0,71		— 0,44		+ 0,10		+ 0,11
12	+ 0,52	21	— 0,22	30	— 0,83	39	+ 0,90
	— 0,87		— 0,85		+ 0,74		+ 1,71
	+ 0,80		+ 0,63		— 0,21		— 0,82
	— 0,24		+ 0,37		+ 0,42		— 0,69
13	+ 0,87	22	+ 0,77	31	— 0,41	40	— 1,81
	+ 0,30		— 0,55		+ 1,11		+ 0,75
	— 1,35		— 1,55		— 0,59		+ 0,60
	— 0,04		+ 1,60		+ 0,09		— 0,14

Stern.	Unterschied.	Stern.	Unterschied.	Stern.	Unterschied.
41	+ 0,39″	42	+ 0,09″	43	— 0,42″
	— 0,21		+ 0,25		+ 0,86
	— 0,38		— 1,02		+ 0,29
	+ 0,35		+ 1,11		— 0,47

7.

Die Summe der Produkte aus den Quadraten dieser 171 Unterschiede in die entsprechende Anzahl der Beobachtungen findet sich = 292,8249. Nach dem bereits angeführten Lehrsatz (Theoria Comb. Observ. Art. 38.) hat man als genäherten Werth des mittleren Fehlers einer einfachen Beobachtung die Quadratwurzel aus dem Bruch zu betrachten, dessen Zähler jene Summe, und der Nenner der Ueberschuss der Anzahl der verglichenen Beobachtungsdata über die Anzahl der nach der Methode der kleinsten Quadrate daraus abgeleiteten unbekannten Grössen ist, in unserem Falle 171 — 46 = 125. Es findet sich hieraus jener mittlere Fehler = 1,5308″, wenig von dem im 2. Art. gefundenen verschieden. Der mittlere in dem Endresultate für den Breitenunterschied zu befürchtende Fehler würde demnach sein

$$= \frac{1,5308''}{\sqrt{217,67}} = 0,1038''.$$

8.

Bei den bisherigen Rechnungen ist vorausgesetzt, dass alle den verschiedenen Beobachtungen anhängenden Fehler als völlig unabhängig von einander oder als rein zufällig betrachtet werden können. Diese Voraussetzung aber ist offenbar nicht ganz richtig, indem alle α Beobachtungen, welche zu der Bestimmung eines a concurrirt haben, nach der Natur des Instrumentes sich auf einen und denselben Theilungspunkt beziehen, und also ausser den eigentlichen rein zufälligen Beobachtungsfehlern noch den Fehler der Theilung bei diesem Punkte involviren. Dasselbe gilt von a', b und b'. Die Theilungsfehler sind ihrerseits unbekannte Grössen, die in Beziehung auf die einzelnen 171 Beobachtungsresultate auch als rein zufällig und von einander unabhängig betrachtet werden mögen, da man die Fälle, wo verschiedene derselben sich auf einerlei Theilungspunkt bezogen haben, ihrer geringen Anzahl wegen ignoriren kann. Die Berücksichtigung dieses Umstandes macht nun eine Modification obiger Rechnungen nothwendig, obwohl am Ende in praktischer Rücksicht die Resultate gar nicht geändert werden.

Bezeichnet man den eigentlichen mittleren Beobachtungsfehler, der nur von zufälligen Ursachen mit Ausschluss der Theilungsfehler herrührt, mit m, und den mittleren Theilungsfehler mit μ, so wird der vollständige mittlere Beobachtungsfehler $= \sqrt{m^2 + \mu^2}$ zu setzen sein, und der mittlere Fehler eines Mittels aus α Beobachtungen, die sich auf einerlei Theilungspunkt beziehen,

$$= \sqrt{\frac{m^2}{\alpha} + \mu^2},$$

oder wenn wir $\mu^2 = m^2 \Theta$ setzen,

$$= m \sqrt{\frac{1}{\alpha} + \Theta}\,.$$

Insofern wir also das Gewicht einer Beobachtung, ohne Theilungsfehler, zur Einheit annehmen, wird das Gewicht von α nunmehr

$$= \frac{\alpha}{1 + \alpha\Theta}$$

sein, und ebenso die Gewichte von α', b, b' bezw.

$$= \frac{\alpha'}{1 + \alpha'\Theta},\ \frac{\beta}{1 + \beta\Theta},\ \frac{\beta'}{1 + \beta'\Theta}.$$

Bei der ersteren Combinationsmethode wird man daher das Gewicht des Resultates für den Breitenunterschied aus den Beobachtungen eines Sternes, wenn man den vorigen Ausdruck

$$\frac{4}{\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha'} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\beta'}} = p$$

setzt, jetzt

$$= \frac{p}{1 + p\,\Theta}$$

zu setzen, und nach Maassgabe dieser Gewichte aus den 42 Bestimmungen das Mittel zu nehmen haben. Bei der zweiten Combinationsmethode hingegen hat man nur jeder der 171 Gleichungen ein Gewicht beizulegen, welches durch eine der Formeln $\frac{\alpha}{1 + \alpha\Theta}$ etc. bestimmt wird.

Offenbar kann eine Veränderung des Endresultates selbst sowohl, als des mittleren in demselben zu befürchtenden Fehlers nur dadurch eintreten, dass die neuen Gewichte den früheren nicht proportional sind. Bei der vorigen Methode waren nur die Resultate der zahlreicheren Beobachtungsreihen etwas zu viel bevorzugt; die Berücksichtigung der Theilungsfehler bringt ihre Gewichte der Gleichheit näher, desto mehr, je grösser die Theilungsfehler vorausgesetzt werden, so dass bei Beobachtungen mit einem Instrumente, wo die Theilungsfehler die eigentlichen Beobachtungsfehler sehr weit überwögen, man sich nur begnügen könnte, alle Bestimmungen als gleich zuverlässig zu betrachten.

9.

Die angezeigten Methoden haben also gar keine Schwierigkeit, sobald nur der Coefficient Θ bekannt ist. Man kann zu einer genäherten Kenntniss desselben, auf welche es hier begreiflich nur ankommt, auf einem indirekten Wege gelangen.

Wir bemerken zuvörderst, dass die Beobachtungen selbst ein Mittel darbieten, den eigentlichen mittleren Beobachtungsfehler m mit sehr grosser Zuverlässigkeit zu bestimmen. In der That macht sich derselbe unabhängig von dem Theilungsfehler in den Unterschieden der einzelnen Werthe, aus denen jedes a (oder a', b, b') das Mittel ist, von einander oder von diesem Mittel, bemerkbar, und wenn α sehr gross wäre, so würde die Summe der Quadrate dieser Unterschiede der einzelnen Werthe von a vom Mittel als eine genäherte Bestimmung von $(\alpha - 1)\, m^2$ anzusehen sein. Eine solche einzelne Bestimmung kann nun zwar in unserem Fall, wo α nie grösser als 7 ist, von dem richtigen Werthe sehr abweichen; allein die Summe aller 171 partiellen Summen (für alle a, a', b, b' und für alle Sterne) muss nach den Grundsätzen der Wahrscheinlichkeitsrechnung von

$$\{\Sigma(\alpha - 1) + \Sigma(\alpha' - 1) + \Sigma(\beta - 1) + \Sigma(\beta' - 1)\}\, m^2,$$

in unserem Fall von $728\, m^2$, wenig verschieden sein. Wir haben jene Summe der 171 partiellen Summen

$$= 844{,}50$$

gefunden, woraus sich für m der sehr zuverlässige Werth

$$= 1{,}0770''$$

ergiebt, bedeutend kleiner als der im 2. und 7. Artikel gefundene. Es bestätigt sich also die Einwirkung der Theilungsfehler vollkommen, um derentwillen die früher herausgebrachten Zahlen kein reines Resultat geben konnten.

10.

In Ermangelung einer direkten Kenntniss des mittleren Theilungsfehlers kann man nun Θ auf eine indirekte Art so bestimmen, dass beim Gebrauch der ersten Methode nach dem Verfahren des Art. 2., oder beim Gebrauch der zweiten Methode nach dem Verfahren des Art. 7., der mittlere Fehler einer Beobachtung, deren Gewicht als Einheit angenommen war, wiederum dem gefundenen Werthe von m gleich wird.

Es hat indessen nicht belohnend genug geschienen, solche Versuche so lange zu wiederholen, bis eine vollkommene Uebereinstimmung erreicht wäre. Vielmehr schien es hinreichend, nachdem durch anderweitige Betrachtungen erkannt war, dass der letzte Werth von Θ nur wenig von 0,2 verschieden ausfallen könnte, diesen Werth bloss der ersten Combinationsmethode unterzulegen, woraus sich dann ergeben hat

Breitenunterschied . . . . $= 2^\circ\ 0'\ 56{,}50''$
Gewicht dieser Bestimmung . . $= 104{,}29$

Mittlerer Fehler einer Beobachtung, deren Gewicht die Einheit . . . . $= 1{,}131''$,

und daher der mittlere in obigem Endresultate zu befürchtende Fehler

$$= 0{,}1108''.$$

Die Anwendung der zweiten Combinationsmethode, mit demselben Werthe von Θ, würde vermuthlich eine noch nähere Uebereinstimmung mit obigem Werthe von m hervorgebracht, das Endresultat für den Breitenunterschied vielleicht um 0,01″ vermindert, das Gewicht dieser Bestimmung gewiss etwas weniges vergrössert haben; es wurde aber der Mühe nicht werth gehalten, deshalb diese Rechnung von neuem durchzuführen. Man kann sich also an den gefundenen Breitenunterschied 2° 0′ 56,50″ halten, und dessen Fehler als wahrscheinlich zwischen den Grenzen ± 0,07″ enthalten ansehen.

11.

Wenn wir den obigen Werth von Θ beibehalten, so ergiebt sich der mittlere Theilungsfehler $= m\sqrt{\Theta} = 0{,}48''$, daher der sogenannte wahrscheinliche Theilungsfehler der einzelnen Punkte $= 0{,}32''$ gesetzt werden mag. Offenbar bezieht sich dies aber nur auf die unregelmässigen Theilungsfehler, oder auf die Abweichungen der einzelnen Punkte von einer fingirten sich diesen so genau wie möglich anschliessenden gleichförmigen Theilung, deren absolute Richtigkeit hierbei eigentlich gar nicht in Frage kommen konnte. Oder mit anderen Worten, das gefundene Resultat für den Breitenunterschied mit der ihm beigelegten Genauigkeit bezieht sich, streng genommen, nur auf mittlere Sectorgrade, und bleibt von der absoluten Richtigkeit derselben abhängig. Dem Astronomen bietet das Instrument gar kein selbständiges Mittel dar, diese zu prüfen. Wenn man indessen erwägt, dass die Endpunkte des Bogens von dem Künstler mit äusserster Sorgfalt niedergelegt sind, und dass hier nur von einem kleinen Theile des ganzen Bogens die Rede ist, so wird man zugeben müssen, dass die Unsicherheit des gefundenen Breitenunterschiedes aus dieser Quelle nur um ein sehr Geringes vergrössert werden kann. Eine Controlle für die absolute Richtigkeit der Theilung geben übrigens auch die von mir am *Reichenbach*'schen Meridiankreise beobachteten Zenithdistanzen derselben 43 Sterne, deren Unterschiede von den am Sector beobachteten, bei einer Anordnung nach den Declinationen, keine Spur von Regelmässigkeit zeigen.

12.

Der Platz des Mittelpunkts des Sectors in Göttingen war 1,060 Toisen nördlich und 7,595 Toisen östlich vom Centrum der Axe des *Reichenbach*'schen Meridiankreises; in Altona hingegen war der Mittelpunkt des Sectors 13,511 Toisen südlich und 2,578 westlich vom Mittelpunkt des dortigen Meridiankreises. Die Reduktion des Breitenunterschiedes der Sectorplätze auf den der Meridiankreise ist daher für Göttingen 0,07″ und für Altona 0,85″, und folglich der Breitenunterschied der Sternwarten von Göttingen und Altona in Beziehung auf die Plätze der *Reichenbach*'schen Meridiankreise

$$= 2^\circ\ 0'\ 57{,}42''.$$

13.

Die absolute Polhöhe, welche den oben gegebenen aus den Zenithdistanzen abgeleiteten Declinationen der Sterne zu Grunde gelegt ist, beruht auf 89 Beobachtungen des Nordsterns, am *Reichenbach*'schen Meridiankreise, in beiden Culminationen, direkt und von einer Wasserfläche reflectirt. Da die Beobachtungen von 1824, welche den grössten Theil ausmachen, bisher noch nicht bekannt gemacht sind, so stelle ich hier sämmtliche Beobachtungen zusammen, und bemerke nur, dass meistens die direkte Einstellung beim Antritt an den zweiten, vierten (mittelsten), und sechsten Faden, die Einstellung des reflectirten Bildes hingegen beim Antritt an den ersten, dritten, fünften und siebenten Faden gemacht ist. Von diesen auf die Culminationszeit reducirten Zenithdistanzen, ist hier das Mittel angegeben, welches bloss von der Refraction nach *Bessel*'s Tafeln befreit ist, also Collimationsfehler und Wirkung der Biegung des Fernrohrs noch einschliesst.

Zenithdistanzen des Nordsterns.

1820. Kreis im Osten.

Mai 13.	Untere Culm.	Direct	319°	50′	20,73″	3 Beob.
		Reflectirt	220	5	3,94	4 „
„ 13.	Obere Culm.	Direct	323	8	41,51	1 „
		Reflectirt	216	46	44,31	1 „

1824. Kreis im Osten.

Apr. 20.	Obere Culm.	Direct	323	7	52,62	1 „
		Reflectirt	216	48	54,93	2 „
„ 21.	Untere Culm.	Direct	319	52	30,27	3 „
		Reflectirt	220	4	19,32	4 „
„ 21.	Obere Culm.	Direct	323	7	54,16	3 „
		Reflectirt	216	48	54,21	4 „
„ 25.	Untere Culm.	Direct	319	52	30,03	3 „
		Reflectirt	220	4	21,10	4 „
„ 27.	Obere Culm.	Direct	323	7	55,70	3 „
		Reflectirt	216	48	52,93	4 „
„ 28.	Obere Culm.	Direct	323	7	55,40	3 „
		Reflectirt	216	48	52,22	4 „
„ 29.	Untere Culm.	Direct	319	52	29,17	3 „
		Reflectirt	220	4	21,34	4 „

Mai 1. Untere Culm.	Direct	319°	52′	28,59″	3	Beob.
	Reflectirt	220	4	22,62	4	„
„ 1. Obere Culm.	Direct	323	7	57,22	3	„
	Reflectirt	216	48	51,66	4	„

1824. Kreis in Westen.

Mai 2. Untere Culm.	Direct	40	4	20,00	3	„
	Reflectirt	139	52	27,15	4	„
„ 8. Obere Culm.	Direct	36	48	49,32	3	„
	Reflectirt	143	7	57,63	4	„
„ 9. Untere Culm.	Direct	40	4	22,93	3	„
	Reflectirt	139	52	25,68	4	„

Die Aenderungen der Declination des Nordsterns ergeben sich aus *Bessel*'s Tafeln wie folgt:

1820 von der unteren Culmination des 13. Mai an gerechnet:
Mai 13. Obere Culm. — 0,10″.

1824 von der oberen Culmination des 20. April an gerechnet:

April	21.	U. C.	— 0,13″
„	21.	O. C.	— 0,26
„	25.	U. C.	— 1,29
„	27.	O. C.	— 2,04
„	28.	O. C.	— 2,32
„	29.	U. C.	— 2,45
Mai	1.	U. C.	— 2,93
„	1.	O. C.	— 3,03
„	2.	U. C.	— 3,14
„	8.	O. C.	— 4,64
„	9.	U. C.	— 4,77 .

14.

Bezeichnet man die Biegung des Fernrohrs, oder die Veränderung der Lage der auf die Ebene des getheilten Kreises projicirten optischen Axe gegen die Eintheilung, vermöge der Einwirkung der Schwere auf sämmtliche verbundenen Bestandtheile des Instruments, bei horizontaler Lage der optischen Axe durch f, bei verticaler durch g, und setzt voraus, dass diese Biegung der Schwerkraft proportional ist (was bei der äusserst geringen Grösse der ganzen Wirkung unbedenklich scheint), so wird bei der Neigung der optischen Axe z die Biegung durch $f \sin z + g \cos z$ ausgedrückt werden, so verstanden, dass wenn der Collimationsfehler $= e$ und die abgelesene Zenithdistanz $= z$ ist, die wahre Zenithdistanz

$$= z - e + f \sin (z - e) + g \cos (z - e)$$

sein wird. Wäre das Fernrohr vollkommen symmetrisch, so würde g ganz wegfallen; allein da keine menschliche materielle Arbeit absolut vollkommen ist, und überdies die vollkommene Symmetrie schon durch die Balancirgewichte gewissermaassen gestört wird, so scheint es durchaus nicht ungereimt, die Möglichkeit eines ein oder ein paar Zehntheile einer Secunde betragenden Werthes von g zuzugeben, und wenn einmal die Rechnung auf einzelne Zehntheile oder gar Hunderttheile der Secunde genau geführt wird, so würde es inconsequent sein, die Berücksichtigung des zweiten Theiles der Biegung, insofern sie möglich ist, zu unterlassen.

15.

Das Complement des halben Unterschiedes der direkt und durch Reflexion gemessenen Zenithdistanz zu 90° giebt die Zenithdistanz vom Collimationsfehler und von dem ersten Theile der Biegung befreit, also bloss noch den zweiten Theil der Biegung enthaltend, und zwar mit entgegengesetztem Zeichen, nachdem der Kreis im Osten oder Westen ist. Offenbar bezieht sich diese Zenithdistanz auf die Verticale an der Stelle, wo die optische Axe das Wassergefäss trifft, welche, für beide Culminationen des Nordsterns unmerklich verschieden, um 0,05″ nördlicher ist als die Axe des Kreises. Diese Combination ist unserem Zwecke auch insofern angemessener, als man der Voraussetzung der Unveränderlichkeit des Collimationsfehlers während der ganzen Dauer der Beobachtungen von 1824 ausweicht. Das Gewicht jener Bestimmung wird, wenn man die Anzahl der direkten Beobachtungen $= \alpha$, die der Reflexionsbeobachtungen $= \beta$ setzt, $= \dfrac{4\alpha\beta}{\alpha + \beta}$, insofern man die Beobachtungsfehler als rein zufällig und von einander unabhängig betrachtet.

16.

Bezeichnen wir nun mit

φ die Polhöhe an dem Platz des Wassergefässes

δ die Declination des Nordsterns in der unteren Culmination des 13. Mai 1820

δ' die Declination in der oberen Culmination des 20. April 1824,

so geben uns die Beobachtungen folgende Bestimmungen:

für $\delta + \varphi - 0{,}765\,g$

1820 Mai 13 . . .	139°	52′	38,40″,	Gewicht	6,86

für $\delta - \varphi + 0{,}800\,g$

1820 Mai 13 . . .	36	49	1,50 ,	Gewicht	2,00

für $\delta' + \varphi - 0{,}765\,g$

1824 Apr. 21 . . .	139	54	5,61 ,	Gewicht	6,86
„ 25 . . .	139	54	5,76	„	6,86
„ 29 . . .	139	54	6,36	„	6,86
Mai 1 . . .	139	54	5,91	„	6,86

für $\delta' - \varphi + 0{,}800\,g$

1824 Apr. 20 . . .	36	50	31,15 ,	Gewicht	2,67
„ 21 . . .	36	50	30,29	„	6,86
„ 27 . . .	36	50	30,65	„	6,86
„ 28 . . .	36	50	30,73	„	6,86
Mai 1 . . .	36	50	30,25	„	6,86

für $\delta' + \varphi + 0{,}765\,g$

1824 Mai 2 . . .	139	54	6,71 ,	Gewicht	6,86
„ 9 . . .	139	54	6,15	„	6,86

für $\delta' - \varphi - 0{,}800\,g$

1824 Mai 8 . . .	36	50	30,48 ,	Gewicht	6,86 .

Wir erhalten demnach zur Bestimmung der vier unbekannten Grössen δ, δ', φ, g die sechs Gleichungen:

$\delta + \varphi - 0{,}765\,g =$	139°	52′	38,40″ ,	Gewicht	6,86
$\delta - \varphi + 0{,}800\,g =$	36	49	1,50	„	2,00
$\delta' + \varphi - 0{,}765\,g =$	139	54	5,91	„	27,43
$\delta' - \varphi + 0{,}800\,g =$	36	50	30,54	„	30,10
$\delta' + \varphi + 0{,}765\,g =$	139	54	6,43	„	13,71
$\delta' - \varphi - 0{,}800\,g =$	36	50	30,48	„	6,86 ,

woraus sich durch die Methode der kleinsten Quadrate*) folgende Werthe ergeben:

---

*) Hier etwas bequemer nach dem Verfahren im Supplem. Theor. Comb. Observ.

$$\begin{aligned} \delta &= 88^{0}\ 20'\ 50{,}33'' \\ \delta' &= 88\ \ 22\ \ 18{,}28 \\ \varphi &= 51\ \ 31\ \ 47{,}90 \\ g &= \qquad\quad +0{,}17\,. \end{aligned}$$

Das Gewicht der Bestimmung von φ wird hierbei = 60,8.

Um für die Genauigkeit der Beobachtungen einigermaassen einen Maassstab zu haben, substituiren wir diese Werthe in die vierzehn Gleichungen, aus welchen die vorigen sechs zusammengezogen waren; es bleiben dann folgende Fehler übrig:

Fehler	Gewicht der Gleichung
— 0,31″	6,86
+ 1,07	2,00
+ 0,44	6,86
+ 0,29	6,86
— 0,31	6,86
+ 0,14	6,86
— 0,63	2,67
+ 0,23	6,86
— 0,13	6,86
— 0,21	6,86
+ 0,27	6,86
— 0,40	6,86
+ 0,16	6,86
— 0,23	6,86.

Die Summe der Produkte der Quadrate dieser Fehler in die Gewichte wird = 9,6184; also ein genäherter Werth für den mittleren Fehler einer Beobachtung

$$= \sqrt{\frac{9{,}6184}{10}} = 0{,}981''.$$

Der mittlere in dem Endresultat für die Polhöhe zu befürchtende Fehler, so weit er von unregelmässig wirkenden Ursachen herrührt, ist demnach

$$= \frac{0{,}981''}{\sqrt{60{,}8}} = 0{,}126''.$$

Etwas muss aber die Unsicherheit des Resultates allerdings grösser sein, da die Voraussetzung, dass sämmtliche Beobachtungsfehler ohne Ordnung von einander unabhängig sind, nicht ganz richtig ist. Bei gleichnamigen Beobachtungen zu einer Culmination, und bei den gleichnamigen Culminationen an mehreren Tagen liegt nämlich nahe dasselbe Ablesungsresultat zu Grunde, und obgleich, bei der Ablesung durch Verniers, fast immer andere Theilstriche sprechend werden, deren unregelmässige Theilungsfehler also bei unserem Verfahren in dem mittleren Fehler einer Beobachtung 0,981″ mit eingeschlossen sind, so ist doch natürlich, dass in den verschiedenen Gegenden des Limbus gewisse ungleiche Durchschnittsfehler vorherrschen müssen. Jedenfalls sind aber dieselben sehr klein. Im Jahre 1826 habe ich mit vier vortrefflichen Mikroskopen von *Repsold* 30 Theilstriche von 12 zu 12 Grad mit äusserster Sorgfalt geprüft, wobei jeder Theilstrich fast 200 mal, in abgeänderten Combinationen, eingestellt wurde. Das Resultat ist, dass das Mittel der Fehler von zwei diametral entgegengesetzten Theilstrichen, A und A + 180°, soweit noch einige Regelmässigkeit zu erkennen ist, durch die Formel

$$-1{,}23'' \cos(2\,A - 28^\circ\, 28') - 0{,}22'' \cos(4\,A - 47^\circ\, 56')$$

möglichst nahe dargestellt wird, dass die dann übrig bleibenden Fehler als regellos erscheinen, und die Quadratwurzel aus dem Mittel ihrer Quadrate = 0,32″ wird. Ich hatte mir vorgesetzt, diese Prüfung auf die doppelte Anzahl der Theilstriche auszudehnen; allein bei der Geringfügigkeit der sich ergebenden Resultate scheint diese Untersuchung den grossen dazu erforderlichen Zeitaufwand nicht zu verdienen. Es bedarf keiner Erinnerung, dass der erste Theil des regelmässigen Fehlers $-1{,}23'' \cos(2\,A - 28^\circ\, 28')$ von selbst wegfällt, wenn, wie bei obigen Beobachtungen immer geschehen ist, alle vier Verniers abgelesen werden. Er enthält hingegen eine reelle Verbesserung, falls man die Theilung nur an zwei gegenüberliegenden Stellen abliest, wie ich gegenwärtig immer thue, seitdem ich mich mit bedeutendem Gewinn für die Feinheit der Ablesung, statt der Verniers zweier *Repsold*'scher Mikroskope bediene.

17.

Zieht man vor, $g = 0$ vorauszusetzen, so fällt die Polhöhe um 0,07″ kleiner aus, und das Gewicht dieser Bestimmung wird = 84,1. Anderweitige, an einem anderen Orte anzuführende Beobachtungen scheinen übrigens den obigen Werth von g, dem Zeichen und auch sehr nahe der Grösse nach, zu bestätigen, reichen aber noch nicht hin, über einen so delicaten Gegenstand zu entscheiden.

Den Coefficienten f kann man aus vorliegenden Beobachtungen nicht bestimmen, ohne die Unveränderlichkeit des Collimationsfehlers während der Beobachtungen von 1824 vorauszusetzen. Erlaubt man sich diese Voraussetzung, so hat man 28 Gleichungen, deren gehörige Behandlung

$$\varphi = 51^\circ\ 31'\ 47{,}89'' \text{ mit dem Gewicht } 60{,}9$$
$$f = +0{,}76$$
$$g = +0{,}23$$

giebt. Da man gegenwärtig, durch Einstellen des Fernrohrs auf den Nadirpunkt, den Collimationsfehler jede Stunde mit bewundernswürdiger Genauigkeit ohne Umlegen bestimmen kann*), so behalte ich mir weitere Prüfung dieses Gegenstandes vor.

18.

Mit Vorbehalt der durch künftige weitere Untersuchungen noch auszumittelnden Correction, die wohl schwerlich eine halbe Secunde erreichen kann, setze ich daher die Polhöhe

in Göttingen

für den Platz des Wassergefässes bei den Nordsternbeobachtungen . . . . . . 51° 31′ 47,90″

für den Platz des *Reichenbach*'schen Meridiankreises 47,85

für den Platz des Zenithsectors 47,92

(welche letztere zur Reduktion der Declinationen der Zenithalsterne zu Grunde gelegt ist)

in Altona

für den Platz des Zenithsectors . . . . 53° 32′ 44,42″

für den Platz des Meridiankreises . . . 45,27.

19.

Nach der trigonometrischen Verbindung der Sternwarten von Göttingen und Altona liegt letztere

115163,725 Toisen nördlich
7,211 Toisen westlich

*) Ich bediene mich dieses unschätzbaren Mittels, dessen Ausführbarkeit *Bohnenberger* zuerst gezeigt hat, seit zwei Jahren beständig.

von jener. Diese Zahlen beziehen sich auf die Plätze der Meridiankreise; sie gründen sich auf den Werth der Dreiecksseite Hamburg —Hohenhorn 13841,815 Toisen, und diese auf die von Herrn Prof. *Schumacher* in Holstein im Jahre 1820 gemessene Basis. Da jedoch die Vergleichung der dabei gebrauchten Messstangen mit der Normaltoise noch nicht definitiv vollendet ist, so wird obige Entfernung in Zukunft noch in demselben Verhältniss abzuändern sein, wie die Basis selbst, welche Veränderung aber jedenfalls nur sehr gering sein kann. Der mittlere Breitengrad zwischen beiden Sternwarten ergiebt sich danach

$$= 57127{,}2 \text{ Toisen},$$

merklich grösser, als man nach den mittleren Werthen der in Frankreich und England gemessenen Grade hätte erwarten sollen.

20.

Die hannoversche Gradmessung liefert also einen neuen Beitrag zur Bestätigung der nicht mehr zu bezweifelnden Wahrheit, dass die Oberfläche der Erde keine ganz regelmässige Gestalt hat. Von dieser Unregelmässigkeit haben bereits die Anomalien bei den Theilen der französischen und der englischen Gradmessung Beweise gegeben, noch stärkere die Anomalien bei den Polhöhen mehrerer Oerter in Italien. Bei der hannoverschen Gradmessung findet sich ausser der Anomalie zwischen Göttingen und Altona eine noch beträchtlich stärkere bei einem zwischenliegenden Dreieckspunkte, dem Brocken. Wenn man meine Dreiecke als auf der Oberfläche eines elliptischen Sphäroids liegend, dessen Dimensionen die von *Walbeck* aus der Gesammtheit der bisherigen Gradmessungen abgeleiteten sind, und welches nach unserer besten gegenwärtigen Kenntniss sich am vollkommensten an die wirkliche Gestalt im Ganzen anschliesst (Abplattung $\frac{1}{302{,}78}$, der dreihundertsechzigste Theil des Erdmeridians = 57009,758 Toisen), berechnet, und dabei von der Polhöhe von Göttingen = 51° 31′ 47,85″ ausgeht, so findet sich die Breite

$$\begin{array}{lllll} \text{des Brockens} & = 51^\circ & 48' & 1{,}85'' \\ \text{von Altona} & = 53 & 32 & 50{,}79\,. \end{array}$$

Während nun die astronomischen Beobachtungen die Polhöhe von Altona 5,52″ kleiner gegeben haben, geben die von Herrn *von Zach* auf dem Brocken angestellten Beobachtungen die Polhöhe dieses Punktes 10″ bis 11″ *grösser**), ein Unterschied, von dem doch jedenfalls nur ein kleiner Theil dem Instrumente und den in der Rechnung gebrauchten Declinationen zur Last fallen kann. Die Vergleichung des Breitenunterschiedes zwischen Altona und dem Brocken mit der Krümmung, welche dem sich der Erde im Ganzen am besten anschliessenden Sphäroid entspricht, würde daher eine Abweichung von 16″ geben.

Nach unserem Dafürhalten betrachtet man diesen Gegenstand aus einem falschen Gesichtspunkte, wenn man bei solchen Erscheinungen immer nur von Localablenkungen der Lothlinie spricht, und sie also gleichsam nur als einzelne Ausnahmen ansieht. Was wir im geometrischen Sinn Oberfläche der Erde nennen, ist nichts anderes als diejenige Fläche, welche überall die Richtung der Schwere senkrecht schneidet, und von der die Oberfläche des Weltmeeres einen Theil ausmacht. Die Richtung der Schwere an jedem Punkte wird aber durch die Gestalt des festen Theils der Erde und seine ungleiche Dichtigkeit bestimmt, und an der äusseren Rinde der Erde, von der allein wir etwas wissen, zeigt sich diese Gestalt und Dichtigkeit als höchst unregelmässig; die Unregelmässigkeit der Dichtigkeit mag sich leicht noch ziemlich tief unter die äussere Rinde erstrecken, und entzieht sich ganz unseren Berechnungen, zu welchen fast alle Data fehlen. Die geometrische Oberfläche ist das Produkt der Gesammtwirkung dieser ungleich vertheilten Elemente, und anstatt vorkommende unzweideutige Beweise der Unregelmässigkeit befremdend zu finden, scheint es eher zu bewundern, dass sie nicht noch grösser ist. Wären die astronomischen Beobachtungen einer zehn- oder hundertmal grösseren Genauigkeit fähig, als sie gegenwärtig haben, so würden sie diese Unregelmässigkeit ohne Zweifel überall nachweisen.

Bei dieser Lage der Sache hindert aber noch nichts, die Erde im Ganzen als ein Revolutionssphäroid zu betrachten, von dem die wirkliche (geometrische) Oberfläche überall bald in stärkeren, bald in schwächeren, bald in kürzeren, bald in längeren Undulationen abweicht. Wäre es möglich, die ganze Erde mit *einem* trigonometrischen Netze gleichsam zu umspinnen, und die gegenseitige Lage aller Punkte dadurch zu berechnen, so würde das idealische

---

*) *Monatl. Corresp.* B. X, S. 203. An einem Platze, der etwa 0,5″ südlicher liegt, als der Dreieckspunkt, fand dieser geschickte Beobachter aus 188 Beobachtungen von α Aquilae 51° 48′ 12,12″. Aus Sonnenbeobachtungen fand er 51° 48′ 11,17″.

Revolutionssphäroid dasjenige sein, auf welchem berechnet die Richtungen der Verticalen die möglich beste Uebereinstimmung mit den astronomischen Beobachtungen gäben. Wenn man gleich von diesem unerreichbaren Ideale immer weit entfernt bleiben wird, so leidet es doch keinen Zweifel, dass die künftigen Jahrhunderte die mathematische Kenntniss der Erdfigur sehr viel werden weiter bringen können. Die Vervielfältigung der Gradmessungen ist aber eigentlich nur der Anfang dazu, woraus nur einzelne Resultate für eine kleine Anzahl in isolirten Linien liegender Punkte hervorgehen; wie viel ergiebiger wird aber die Ausbeute sein, wenn diejenigen trigonometrischen Operationen, welche mit ausgesuchten Hülfsmitteln in verschiedenen Ländern ausgeführt sind, in Verknüpfung kommen und sich zu *einem* grossen System abrunden. Vielleicht ist die Aussicht nicht chimärisch, dass einst alle Sternwarten von Europa trigonometrisch unter einander verbunden sein werden, da schon jetzt solche Verbindungen von Schottland bis zum adriatischen Meere und von Formentera bis Fühnen vorhanden, wenngleich bisher nur theilweise öffentlich bekannt gemacht sind. Möchte nur dieser letzte Umstand mehr als bisher geschehen, beachtet, und kostbare Materialien, die der wissenschaftlichen Welt angehören sollten, dieser nicht entzogen, oder gar der Gefahr des Unterganges preisgegeben werden!

21.

Ein nicht uninteressantes Resultat giebt noch die Vergleichung der aus den Sectorbeobachtungen hervorgegangenen Sterndeclinationen mit älteren Bestimmungen, wo solche vorhanden sind. Von unseren 43 Sternen finden sich 27 in *Piazzi*'s und 13 in *Bessel*'s *Bradley*'schem Catalog. Hier folgt die Vergleichung unserer Bestimmungen (1827), mit den *Bradley*'schen (1755) und *Piazzi*'schen (1800), nach *Bessel*'s neuer Bestimmung der Präcession reducirt; positive Zeichen bedeuten eine nördlichere Stellung aus unserer Bestimmung.

	Bezeichnung.	Bradley.	Piazzi.		Bezeichnung.	Bradley.	Piazzi.
1	24 Canum	+ 0,2″	+ 1,1″	17	P. 15. 39	—	— 0,7″
2	83 Ursae	— 1,5	— 2,0	25	Θ Draconis	+23,5″	+ 8,6
3	η Ursae	— 2,4	— 2,3	27	P. 16. 33	—	— 2,6
4	86 Ursae	— 5,4	— 0,8	28	P. 16. 56	—	— 2,6
6	P. 13. 289	—	— 1,3	32	16 Draconis	+ 1,2	— 3,7
7	13 Bootis	+ 1,4	+ 2,4	36	P. 16. 253	—	— 2,1
8	$\varkappa$ Bootis sq.	— 2,9	— 2,2	37	P. 16. 291	—	+10,3
9	P. 14. 56	—	— 0,4	38	P. 16. 310	—	— 4,9
10	Θ Bootis	—30,6	—10,8	39	P. 17. 20	—	— 3,0
11	P. 14. 131	—	+ 7,4	40	P. 17. 38	—	— 2,9
12	P. 14. 164	—	+ 0,1	41	74 Herculis	+ 1,7	+ 0,7
13	39 Bootis med.	+ 4,8	+ 2,7	42	P. 17. 120	—	— 2,1
14	P. 14. 235	—	— 5,0	43	β Draconis	— 0,5	— 1,5
15	44 Bootis med.	+ 1,9	+ 1,1				

IV. Breitenbestimmung der Sternwarte Seeberg.

Gleichzeitig mit meinen Beobachtungen in Göttingen und Altona wurden dieselben Sterne auf meine Aufforderung auch von Herrn *Hansen*, Director der Sternwarte Seeberg bei Gotha, an dem dortigen *Ertel*'schen zweifüssigen Meridiankreise beobachtet. Der sich daraus ergebende Breitenunterschied zwischen dieser und der Göttinger Sternwarte erhält ein noch erhöhtes Interesse durch den Umstand, dass erstere vermittelst einiger unter Leitung des Herrn Generallieutenants *von Müffling* gemessener Dreiecke mit dem hannoverschen Dreieckssystem verbunden ist.

Der Kreis wurde während der Beobachtungen einigemal umgelegt, allein die Bestimmung des Collimationsfehlers wurde unabhängig davon jeden Tag, und meistens jeden Tag zweimal, durch Einstellung auf den Nadirpunkt gemacht, welches schon oben erwähnte Verfahren Herr *Hansen* im Herbst 1826 auf hiesiger Sternwarte praktisch kennen gelernt hatte. Die Ablesung geschah nicht mit Verniers, sondern mit Mikroskopen. Folgende Uebersicht enthält die Hauptresultate dieser Beobachtungen, indem die erste Columne die Bezeichnung des Sterns, die zweite die Lage des Kreises, die dritte die Anzahl der Beobachtungen, die vierte die von mir auf den Anfang des Jahres 1827 reducirte Zenithdistanz