nur ein Kniestück, bei noch gröfserer Nähe nur ein Brustbild im Gesichtsfelde.

Grofse Gegenstände müssen demnach, wenn sie ganz in das Gesichtsfeld der Linse fallen sollen, weit entfernt sein. Von solchen kann man dann auch nur kleine Bilder machen.

Je länger die Brennweite der Linse, desto gröfser wird bei gleichbleibender Entfernung des Gegenstandes das Bild, daher wählt man für grofse Bilder Objective mit langer Brennweite. Ist a die Entfernung des Gegenstandes, G dessen Gröfse, p die Brennweite, α die Bildentfernung, so ist die Bildgröfse B

$$B = G \frac{p}{a - p}.$$

Ist a sehr grofs, so kann man p vernachlässigen, dann wird

$$B = G \frac{p}{a},$$

d. h. die Bildgröfse verhält sich wie die Brennweite.

Das Gesichtsfeld einer Linse von langer Brennweite ist bei sonst gleichem Radienverhältnifs nicht gröfser als eines von kurzer Brennweite.

Die Bilderzeugung durch Linsen geht jedoch nur unter gewissen Bedingungen regelmäfsig vor sich, die bereits oben angedeutet sind, und welche sich aus der in der Anmerkung befindlichen mathematischen Entwicklung noch genauer ergeben, nämlich

1) dafs die Strahlen nahe bei der Axe einfallen,
2) dafs sie nur kleine Winkel mit denselben bilden,
3) dafs sie einfarbig sind, d. h. alle denselben Brechungsindex besitzen.

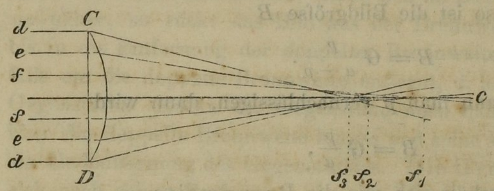
Diesen Bedingungen kann bei mikroskopischen und teleskopischen Gläsern ziemlich gut Genüge geleistet werden, viel schwieriger aber bei photographischen. Bei diesen fallen die Strahlen oft ziemlich entfernt von der Axe ein, sie bilden oft sehr grofse Winkel (bis 45°) mit derselben und daraus ergiebt sich denn eine ganze Reihe von Linsenfehlern, die wir jetzt näher betrachten wollen.

1) Die sphärische Abweichung.

Schraubt man eine einfache Linse (sogenannte Landschaftslinse) an eine Camera und nimmt alle daran befindlichen Blenden heraus, so sieht man ein Bild, welches in keiner Stellung der matten Scheibe absolut scharf zu erhalten ist, sondern immer trübe und verschwommen erscheint. Das Bild wird aber augenblicklich scharf, sobald man den Rand der Linse mit einer Scheibe, in deren Mitte ein Loch geschnitten ist, d. h. einer Blende, zudeckt. Die Ursache dieser Erscheinung ist die ungleiche Brechung, welche die Randstrahlen im Gegensatz zu den centralen Strahlen erleiden. Wir haben oben erörtert, dafs der Rand der Linse als ein Prisma von viel stärker brechendem Winkel betrachtet werden kann als die Mitte; da nun die Ablenkung, welche die Strahlen erleiden, mit dem brechenden Winkel eines Prismas wächst, so werden die Randstrahlen die Axe näher bei der Linse schneiden als die centralen Strahlen. Der Focus der Randstrahlen wird z. B. in f^3 liegen, während der der centralen Strahlen sich in f' findet (s. Fig. 13)*).

Steht daher die matte Scheibe in f', so bilden die Randstrahlen, die sich in f^3 gekreuzt haben, einen Zerstreuungskreis.

Fig. 13.



Der Durchmesser dieses Zerstreuungskreises heifst die transversale oder Breiten-Abweichung. Es ist leicht einzusehen, dafs diese bei zwei Linsen gleicher Oeffnung und verschiedener Brennweite verschieden sein wird und um so gröfser, je kleiner (bei derselben Oeffnung) die Brennweite ist; ebenso leicht ist einzusehen, dafs bei zwei Linsen gleicher Brennweite und verschiedener Oeffnung, die transversale Abweichung bei der gröfseren Oeffnung gröfser sein wird**).

Die Transversalabweichung wächst im Verhältnifs des Quadrats der Brennweite und im Verhältnifs des Cubus des Durchmessers der Linse. Die Entfernung $f'f^3$ nennt man die longitudinale oder Längenabweichung; sie wächst mit dem Quadrat des Durchmessers der Linse und im umgekehrten Verhältnifs der Brennweite.

Aus diesen Daten ergiebt sich zugleich das Mittel, diese sphärische Abweichung auf ein Minimum zu reduciren. Dies geschieht

1) durch Verkleinerung der Linsenöffnung durch Vorsetzen von Blenden. Denkt man sich z. B. vor eine Linse eine Blende gesetzt, welche deren Oeffnung auf $\frac{1}{4}$ verringert, so wird die Transversalabweichung nach Obigem auf $(\frac{1}{4})^3$, d. h. auf $\frac{1}{64}$ vermindert werden; je enger die Blende genommen wird, desto schärfer wird entsprechend das Bild werden.

Die sphärische Abweichung wird dadurch nicht absolut hinweggeschafft, sondern nur auf einen in der Praxis unmerklichen Grad ver-

---

*) Noch klarer geht dieses aus der in der Anmerkung S. 152 sich findenden Entwicklung hervor, bei welcher ausdrücklich bemerkt ist, dafs die Strahlen nahe bei der Axe einfallen und keinen zu grofsen Winkel mit denselben bilden dürfen, wenn die Formel $\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{p} - \frac{1}{a}$ ihre Gültigkeit behalten soll.

**) Es ist dies sehr einfach mit Hülfe einiger leicht zu entwerfenden Zeichnungen anschaulich zu machen.

ringert. Dieses Mittel wendet man in der Photographie sehr allgemein an, es hat nur den Uebelstand, dafs zugleich mit der Oeffnung der Linse auch im umgekehrten quadratischen Verhältnifs derselben die Lichtstärke vermindert wird. Reduciren wir z. B. die Oeffnung der Linse auf $\frac{1}{4}$ des ursprünglichen Durchmessers, so sinkt ihre Lichtstärke auf $\frac{1}{16}$. Daher ist eine solche starke Abblendung nur zulässig bei Aufnahmen ruhiger Gegenstände, welche lange Zeit still halten, d. h. eine lange Exposition gestatten.

Es giebt aber ein Mittel, die sphärische Abweichung hinwegzuschaffen, ohne die Oeffnung und die Lichtstärke zu vermindern. Dies geschieht

2) durch passende Wahl der Krümmungshalbmesser der Linse. Es wurde bereits oben in der Anmerkung näher erörtert, dafs eine planconvexe Linse eine viel gröfsere Oeffnung zuläfst, als eine biconvexe, und dafs es für jede Glassorte je nach dem Brechungsindex ein Verhältnifs der Krümmungsradien giebt, für welches die Linse der Formel

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{p} - \frac{1}{a},$$

am besten genügt. Man nennt die Linse mit solchen Krümmungsradien eine Linse bester Form. Diese Linse hat für Crownglas (wo $n = \frac{3}{2}$) das Radienverhältnifs 1 : 6.

Linsen, die bei voller Oeffnung keine sphärische Abweichung zeigen, nennt man aplanatisch.

Aufser der Form der Linse ist nun aber noch ihre Stellung von Wichtigkeit. So wurde z. B. oben nachgewiesen, dafs eine planconvexe Linse, welche ihre convexe Seite parallelen Strahlen zukehrt, eine Oeffnung von 8°, dagegen wenn sie die plane Seite den parallelen Strahlen zuwendet, nur eine Oeffnung von $6\frac{2}{3}$° haben darf.

Daher kehrt bei dem Portraitobjectiv, dessen Vorderlinse fast aplanatisch ist, diese ihre convexe Seite den Strahlen zu.

Es folgt jedoch daraus keineswegs, dafs diese Stellung immer die beste sei. Im Gegentheil, bei den einfachen photographischen Linsen (den sogenannten Landschaftslinsen) findet man gerade die entgegengesetzte Stellung. Diese Linsen sind meist Menisken, deren concave Seite den Strahlen zugewendet ist. Hier ist die sphärische Abweichung allerdings ein Maximum, dagegen zeigt sich gerade in dieser Stellung ein anderer Linsenfehler in viel geringerem Grade, d. i. die sogenannte Verzeichnung. Daher zieht man diese Stellung vor und corrigirt die Abweichung durch Blenden.

Nun giebt es aber noch ein drittes Mittel, um die sphärische Abweichung unbeschadet der Oeffnung zu corrigiren; das geschieht

3) durch Linsencombination. Setzt man zwei Linsen, deren

Brennweite p' und p'' ist, zusammen, so dafs sie um die Gröfse a von einander entfernt sind, so ist die Brennweite des Systems*)

$$p = \frac{p''(p'-d)}{p''+p'-d},$$

ist $d = o$, so ist

$$p = \frac{p''p'}{p''+p'},$$

und für den Fall, dafs $p'' = p'$

$$p = \frac{p'}{2}.$$

Demnach wird die Combination zweier Linsen der Brennweite p nur einen halb so langen Focus haben, als jede einzelne Linse.

Nun ist die Oeffnung einer einfachen Linse der Brennweite p, wenn α der erlaubte halbe Oeffnungswinkel**) (vom Brennpunkt aus gesehen ist) $= 2p \operatorname{tg} \alpha$; dies ist auch die zulässige Oeffnung einer Combination zweier solcher Linsen, deren Brennweite $= \frac{p}{2}$; eine einfache Linse von der Brennweite $\frac{p'}{2}$ würde aber nur eine Oeffnung $p \operatorname{tg} \alpha$ haben dürfen.

Die zulässige Oeffnung der Linsencombination ist demnach in diesem speciellen Falle doppelt so grofs, als die einer einfachen Linse gleicher Brennweite. Daher wendet man in der Optik statt einfacher Linsen gern Linsencombinationen an. Je nach der Form, die man denselben giebt, und je nach ihrer Entfernung erreicht man zugleich mit der Wegschaffung der sphärischen Aberration noch andere Vortheile, die wir später erörtern werden.

Bisher haben wir bei Besprechung der sphärischen Abweichung der Axe parallel auffallende Strahlen angenommen. In noch viel auffallenderem Mafse offenbart sich aber die sphärische Abweichung bei schief auf die Axe fallenden Strahlen.

Man nehme eine planconvexe Crownglaslinse an, welche für den centralen Theil ab als aplanatisch betrachtet werden kann, so wird

*) Die Entwicklung dieser Formel ist folgende: Man nehme zwei Linsen an, deren Axen zusammenfallen, deren Brennweiten p' und p'' und deren Entfernung d ist. Ein Bündel paralleler Strahlen wird von der ersten Linse in der Entfernung p' zu einem Strahlenkegel vereinigt werden. Sie fallen daher auf die zweite Linse in einer Richtung, als kämen sie von einem Punkt in der Entfernung $-(p'-d)$ her. Setzt man diesen Werth anstatt a in der Gleichung

$$\alpha = \frac{ap''}{a-p''}$$

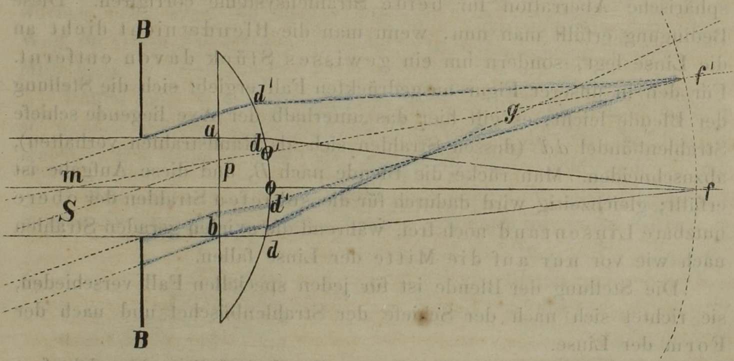
so erhält man als Vereinigung mit den Strahlen nach der Brechung durch die zweite Linse

$$\alpha = \frac{p''(p-d)}{p'+p''-d}$$

**) Siehe Anmerkung S. 154.

ein parallel der Axe einfallendes Strahlensystem senkrecht durch die Vorderfläche gehen, innerhalb des Glases wieder einen Strahlencylinder bilden, und schliefslich in f vereinigt werden; f ist für Crownglas $= 2r$ (s. Anm. S. 154). Man nehme ferner ein schief auf die Oeffnung ab fallendes Strahlenbündel, dieses wird zunächst beim Auffallen auf die plane Vorderseite eine Brechung erleiden, und da alle Strahlen gegen die Vorderfläche gleich geneigt sind, so werden sie alle in gleichem Mafse abgelenkt werden, d. h. nach der ersten Brechung innerhalb des Glases wieder einen Strahlencylinder bilden, der jedoch weniger gegen die Axe der Linse geneigt ist, und dessen Richtung die punktirten Linien angeben. Dieser punktirte Strahlencylinder wird sich nun bei der Brechung durch die Hinterfläche dem parallel der Axe einfallenden analog verhalten. Einer der punktirten Strahlen po' wird in dem vorgezeichneten Falle verlängert durch den Mittelpunkt m der Kugelfläche der Linse gehen. Dieser Strahl mo' geht ungebrochen durch die Kugelfläche (analog dem der Axe parallelen Strahl in o) und bildet nun gleichsam eine neue Axe für den punktirten Strahlencylinder, d. h. die punktirten Strahlen werden sich in Bezug auf diese Axe mo' genau so verhalten, wie die der Hauptaxe parallelen Strahlen zu der Hauptaxe mo. Daher werden die nahe bei o' liegenden Strahlen in einen auf mo' liegenden Punkt f' vereinigt werden, so dafs $o'f' = of$.

Fig. 14.



Aus der vollkommenen Analogie, die zwischen dem schiefen Strahlenbündel mo' und dem geraden mo besteht, folgt weiter, dafs alle diejenigen Strahlen noch in f' werden vereinigt werden, welche innerhalb einer Entfernung $o'd'$ auffallen, die ebenso grofs als od für der Axe parallele Strahlen ist. Trägt man daher $o'd' = od$ mit dem Zirkel ab, so findet man die Grenze der schiefen Strahlen, welche sich noch vollkommen in f' vereinigen werden, die jenseits d' liegenden

Strahlen aber verhalten sich in Bezug auf die Nebenaxe mo' als Randstrahlen, d. h. sie werden nach einem Punkte gebrochen werden, welcher der Linse näher liegt als f'. Demnach werden die jenseits d' liegenden schiefen Strahlen sphärische Abweichung zeigen.

Man ersieht hieraus, wie eine Linse, die in Bezug auf der Hauptaxe parallele Strahlen vollkommen aplanatisch ist, für schief einfallende Strahlen eine entschieden sphärische Abweichung zeigt. Es ergiebt sich aber auch gleichzeitig durch weiteres Studium der Figur das Mittel, diese sphärische Abweichung zu corrigiren.

Es wurde erörtert, dafs nur der untere Theil $d'd'$ des schiefen Strahlenbündels sphärische Abweichung zeigt. Dieser Linsentheil würde daher für schiefe Strahlen nicht nutzbar sein. Andererseits wurde bemerkt, dafs der Linsentheil $o'd'$ nach beiden Seiten der Nebenaxe $o'f'$ für schiefe Strahlen aplanatisch ist; es geht daraus hervor, dafs der oberhalb der Axe liegende Linsentheil $d'd$, welcher für der Hauptaxe parallele Strahlen nicht brauchbar, noch vortrefflich für schiefe Strahlen nutzbar ist, d. h. sie vollkommen correct nach f brechen würde. Der Rand der Linse, welcher für Strahlen parallel der Axe nicht benutzbar ist, ist demnach für schiefe Strahlen vollkommen zulässig. Wenn man deshalb eine Vorrichtung anbringen kann, durch welche die schiefen (hier von unten kommenden) Strahlen mehr auf den (oberen) Rand der Linse geleitet werden, während die axialen Strahlen nur die Mitte der Linse treffen, so kann man die sphärische Aberration für beide Strahlensysteme corrigiren. Diese Bedingung erfüllt man nun, wenn man die Blende nicht dicht an die Linse legt, sondern um ein gewisses Stück davon entfernt. Für den in unserer Figur ausgedrückten Fall ergiebt sich die Stellung der Blende leicht; es gilt hier das unterhalb der Axe liegende schiefe Strahlenbündel dd' (dessen Strahlen sich als Randstrahlen verhalten), abzuschneiden. Man rücke die Blende nach B, und diese Aufgabe ist erfüllt; gleichzeitig wird dadurch für die schiefen Strahlen der obere nutzbare Linsenrand noch frei, während die axialen geraden Strahlen nach wie vor nur auf die Mitte der Linse fallen.

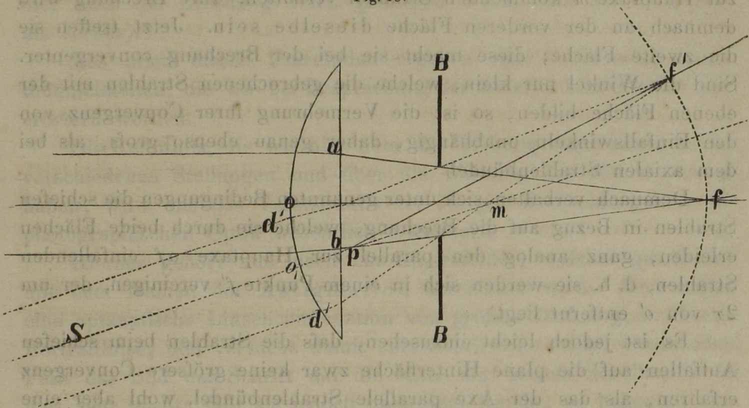
Die Stellung der Blende ist für jeden speciellen Fall verschieden, sie richtet sich nach der Schiefe der Strahlenbüschel und nach der Form der Linse.

Bei den meisten einfachen Linsen (Landschaftslinsen), welche fast planconvex sind, steht die Blende in der Regel um $\frac{1}{5}$ der Brennweite von der Linse ab.

Wesentlich anders wird das Verhältnifs, wenn die Linse die umgekehrte Stellung hat, d. h. ihre convexe Seite den Strahlen zukehrt.

Da dieser Fall in der photographischen Praxis vorkommt und als Gegensatz zu den eben erörterten von besonderem Interesse ist, wollen wir ihn hier näher betrachten. Es sei ab wieder die erlaubte Oeffnung der Linse für der Axe parallele Strahlen. Wir wissen von Seite 154, dafs dieselbe hier etwas gröfser sein kann, als für die umgekehrte Linsenstellung. Der Axe of parallel ankommende Strahlen werden innerhalb des Raumes ab so gebrochen, dafs sich sämmtliche in f vereinigen. Es ist nothwendig, die Art, wo diese Brechung stattfindet, genauer zu verfolgen.

Fig. 15.

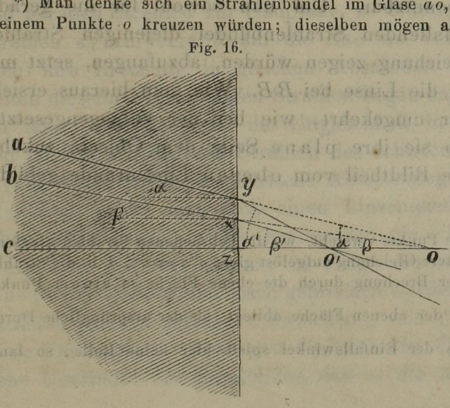


Die auf die gewölbte Linsenfläche fallenden Strahlen wurden bei der Brechung durch die Kugelfläche convergent gemacht und würden sich, wenn sie wieder keine Brechung erlitten, d. h. ihren Weg im Glase fortsetzten, in einer Entfernung $= 3r$ vom optischen Mittelpunkt o vereinigen.

Fallen nun diese convergenten Strahlen auf eine ebene Fläche, so werden sie abermals gebrochen und dabei noch convergenter gemacht.*) Das Resultat beider Brechungen ist ihre Vereinigung in $f = 2r$.

*) Man denke sich ein Strahlenbündel im Glase ao, bo, co, die sich fortgesetzt in einem Punkte o kreuzen würden; dieselben mögen auf eine Fläche F fallen, so

Fig. 16.



dafs co senkrecht, ao und bo unter den Winkel α, β hindurchgehen; der Brechungsindex sei n, die Brechungswinkel seien α', β', γ', so kann man, wenn die Winkel kleiner als 10^0 sind, annehmen

$$\alpha' = n\alpha,$$
$$\beta' = n\beta,$$

Es folgt daraus $\alpha : \alpha' = \beta : \beta'$, oder, da man statt der kleineren Winkel ihre Tangenten setzen kann,

$$\frac{xz}{oz} : \frac{xz}{o'z} = \frac{yz}{oz} : \frac{yz}{o''z},$$

Jetzt nehme man an, es falle ein schiefes (hier punktirtes) Strahlenbündel auf die Linse, so wird sich unter diesen sicher einer finden, So', der verlängert durch den Mittelpunkt m der Linsenfläche geht. Dieser wird ungebrochen eintreten. Die symmetrisch um diesen Strahl liegenden schiefen Strahlen werden innerhalb einer Oeffnung $d'd'$, welche gleich ist der erlaubten Oeffnung ab, sich analog den parallel zur Hauptaxe m kommenden Strahlen verhalten. Ihre Brechung wird demnach an der vorderen Fläche dieselbe sein. Jetzt treffen sie die zweite Fläche; diese macht sie bei der Brechung convergenter. Sind die Winkel nur klein, welche die gebrochenen Strahlen mit der ebenen Fläche bilden, so ist die Vermehrung ihrer Convergenz von den Einfallswinkeln unabhängig, daher genau ebenso grofs, als bei dem axialen Strahlenbündel.

Demnach verhalten sich unter genannten Bedingungen die schiefen Strahlen in Bezug auf die Brechung, welche sie durch beide Flächen erleiden, ganz analog den parallel zur Hauptaxe of einfallenden Strahlen, d. h. sie werden sich in einem Punkte f' vereinigen, der um $2r$ von o' entfernt liegt.

Es ist jedoch leicht einzusehen, dafs die Strahlen beim schiefen Auffallen auf die plane Hinterfläche zwar keine gröfsere Convergenz erfahren, als das der Axe parallele Strahlenbündel, wohl aber eine Richtungsveränderung erleiden werden. Die Nebenaxe mo' wird nach der Richtung pf' abgelenkt, und die Strahlen werden daher nicht in der Verlängerung $o'm$, sondern in der Richtung pf' ihren Brennpunkt haben, so dafs $op + pf'$ annähernd $= 2r$ wird.

Die schiefen Strahlen, welche jenseits der Grenzen $d'd'$ einfallen, würden natürlich sphärische Abweichung zeigen, d. h. in einem Punkte gebrochen werden, der näher als f' an der Linse liegt. Also ist die Linse in dieser Stellung für der Axe parallele Strahlen nur mit ihrem mittleren Theile dd, für die schief einfallenden Strahlen nur innerhalb des Randtheiles $d'd'$ benutzbar. Um nun sowohl für die geraden als für die schief auffallenden Strahlenbündel diejenigen Strahlen, welche sphärische Abweichung zeigen würden, abzufangen, setzt man hier die Blende hinter die Linse bei BB. Wie man hieraus ersieht, ist das Verhältnifs hier umgekehrt, wie bei der entgegengesetzten Stellung der Linse, wo sie ihre plane Seite dem Objecte zukehrt. Dort wurde der obere Bildtheil vom oberen Linsenrande gebildet,

---

wenn man unter o, o', o'' die Punkte versteht, wo die gebrochenen Strahlen die Senkrechten oz schneiden. Die letztere Gleichung aufgelöst giebt $o''z = oz$, d. h. die Strahlen schneiden sich auch nach der Brechung durch die ebene Fläche in einem Punkte, welcher nur $\frac{1}{n}$ so weit von der ebenen Fläche abliegt, als der ursprüngliche Durchschnittspunkt o. Die Gröfse der Einfallswinkel spielt hier keine Rolle, so lange diese kleiner als 10^0 sind.

hier vom unteren; dort liegt das Bild auf einer Kugelfläche, deren Radius $= 3r$ ist, hier liegt es auf einer Fläche, die stärker gekrümmt ist als $2r$, denn pf' ist $< 2r$; dort wurden die schiefen Strahlen nach der Brechung dem Mittelpunkte des Bildes genähert (denn Sp bildet dort nach der Brechung einen kleineren Winkel mit der Axe als vorher), hier werden sie davon entfernt (denn Sp [S. 163] bildet hier nach der Brechung einen gröfseren Winkel mit der Linsenaxe, als vorher).

Aus allen diesen Umständen ergeben sich bedeutsame Eigenthümlichkeiten, die wir bei Besprechung der anderen Linsenfehler noch erörtern werden.

Die Kenntnifs, die wir hier über die Wirkung einer Linse in den verschiedenen Stellungen und über die Wirkung der Blende erlangt haben, wird uns das Verständnifs der übrigen Erscheinungen in der photographischen Optik wesentlich erleichtern. —

Hierher gehört nun noch ein Linsenfehler, welcher gewöhnlich mit dem Namen der Astigmation bezeichnet wird. Man nehme eine aplanatische Linsencombination von grofser Oeffnung, z. B. eine Portraitlinse, und versuche damit eine Schriftzeile scharf einzustellen. Fällt das Bild der Schrift auf die Mitte der matten Scheibe, so ist dies sehr leicht; fällt sie jedoch nahe dem Rande, so bekommt man sie nie absolut scharf. Der Grund liegt einerseits in der sphärischen Abweichung für schiefe Strahlen, da eine Linse mit voller Oeffnung wohl für axiale Strahlen aplanatisch sein kann, nicht aber für schiefe, andererseits aber auch in der verschiedenen Brechung, welche Strahlen desselben cylindrischen Bündels in verschiedenen Querschnitten der Linse erleiden.

Wir haben bei allen unseren Betrachtungen nur einen Linsendurchschnitt zu Grunde gelegt, der in der Ebene des Papiers lag. Betrachtet man in diesem Querschnitt (s. Figur 14) die Lage der schiefen und geraden Strahlen zur Hauptaxe, so erkennt man, dafs die geraden Strahlen symmetrisch um die Axe mo vertheilt liegen; daher ist auch ihre Brechung in gleichen Abständen von der Axe auf allen Seiten dieselbe. Die schiefen Strahlen liegen dagegen unsymmetrisch zur Axe. Die Folge ist die Ungleichheit in der Brechung zwischen den oberen und unteren Strahlen des schiefen Bündels, der Strahl bei b (Fig. 14) z. B. zeigt sphärische Abweichung, der bei a aber nicht.

Jetzt denke man sich einen Linsenquerschnitt senkrecht zur Ebene des Papiers, in diesem werden die schiefen Strahlen symmetrisch zur Axe liegen, in Folge dessen auf beiden Seiten der Hauptaxe auch symmetrisch gebrochen werden. Die Brennweite dieser Strahlen ist eine mittlere zwischen g und f' (Fig. 14) liegende, und diese Unterschiede veranlassen die trotz aller Correctionen immer merkliche Unschärfe der Randbilder, das ist die Astigmation.