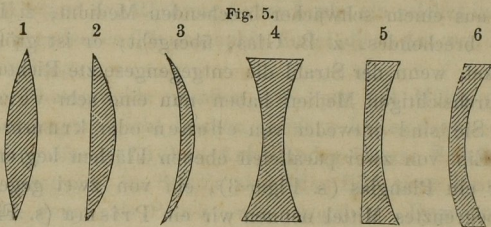


für dasselbe Prisma ein Minimum, wenn der ein- und austretende Strahl gleiche Winkel mit der Glasfläche bilden *).

Von den einfachen Linsen.

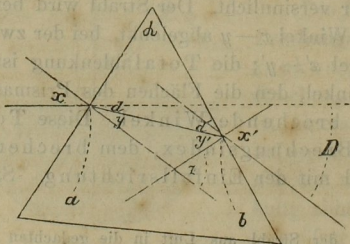
Die von krummen Flächen begrenzten Medien nennt man Linsen. Die Begrenzungsflächen unserer gewöhnlichen Linsen sind Kugelsegmente; man nennt sie deshalb sphärische Linsen. Die Form der in der Praxis gebräuchlichen Linsen erhellt aus beistehenden Figuren.



Die Nummern 1, 2, 3 sind in der Mitte dicker als am Rande, man nennt sie Convexlinsen oder Sammellinsen. Die Nummern 4, 5, 6 sind in der Mitte dünner als am Rande, sie heißen Concavlinen oder Zerstreuungslinsen. Man unterscheidet biconvexe (No. 1) planconvexe (No. 2) und concavconvexe (No. 3), ebenso biconcave (No. 4), planconcave (No. 5) und convexconcave (No. 6) Linsen. Die Verbindungslinie der Mittelpunkte der Kugelflächen, welche die Linse begrenzen, nennt man die Axe. Irgend eine durch die Axe gelegte Ebene nennt man Hauptschnitt. Trifft ein Lichtstrahl eine Linse an irgend einem Punkte, so wird er genau so gebrochen, als träte er eine an gedachtem Punkte gelegte Berührungsebene; das Einfallslot ist daher stets der Radius der betreffenden Kugelfläche. An jede

*) Die Totalablenkung D läßt sich aus folgenden Formeln berechnen:

Fig. 4.



$$D = d + d' = x - y + x' - y'$$

$$= x + x' - (y + y')$$

$y + y' = z$ (als Außenwinkel vom Dreieck)

z aber $= \alpha$ (weil seine Schenkel auf den Schenkeln von α senkrecht stehen);

demnach $D = x + x' - \alpha$.

Ferner hat man, wenn n der Brechungsindex ist:

$$\sin x = n \sin y,$$

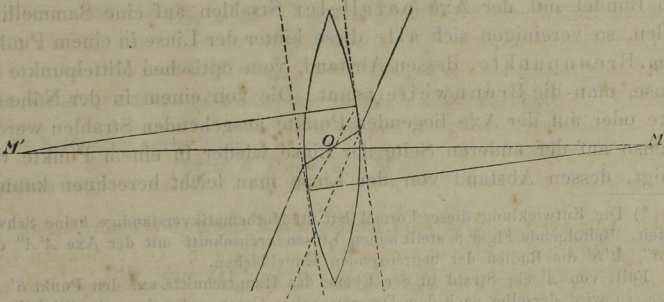
$$\sin x' = n \sin y' = n \sin (\alpha - y).$$

Ist α sehr klein, ferner x sehr klein, so kann man auch setzen $x = ny$, und $x' = n(\alpha - y)$, da

für kleine Winkel die Sinus gleich den Bogen sind; dann wird $D = ny + n(\alpha - y) - \alpha = (n-1)\alpha$, d. h. die Ablenkung proportional dem brechenden Winkel des Prismas.

Linse kann man auf beiden Seiten Systeme von parallelen Berührungsebenen legen. Verbindet man die Berührungspunkte mit einander, so kreuzen sich die Linien in einem Punkte, diesen nennt man den optischen Mittelpunkt der Linse (siehe Figur 6). Alle Strahlen, welche diesen optischen Mittelpunkt kreuzen, gehen ohne Richtungsveränderung durch die Linse, sie erleiden nur eine Parallelverrückung. Die Linse verhält sich demnach an diesem Punkte wie ein Planglas (s. o.).

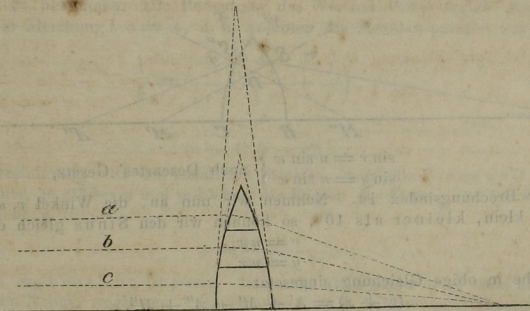
Fig. 6.



Der optische Mittelpunkt liegt bei jeder guten Linse in der Axe derselben.

Um sich einen Begriff von der Wirkung der Linsen zu machen, kann man sich dieselben aus lauter einzelnen aufeinander gesetzten Prismen bestehend denken, wie beifolgende Figur 7 zeigt. Treffen drei Strahlen a , b , c parallel solche Linse, so tritt b in ein Prisma von

Fig. 7.



stärker brechendem Winkel als c , a wieder in ein Prisma von noch stärker brechendem Winkel als b . Demnach wird (nach dem S. 148 erwähnten Grundsatz) b stärker abgelenkt werden als c , a wieder stärker als b , und die Folge davon ist, daß die Strahlen nach der

Brechung convergiren. In ähnlicher Weise läßt sich nachweisen, daß parallele Strahlen nach der Brechung in concaven Linsen divergiren müssen.

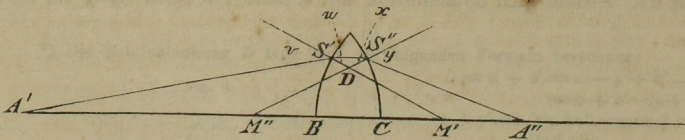
Die Sammellinsen haben innerhalb gewisser Grenzen die Eigenschaft, diejenigen Strahlen, welche von einem Punkte ausgehen, auch wieder in einem Punkte zu vereinigen, falls diese Punkte auf der Axe oder in der Nähe der Axe liegen, und der Winkel, welchen die Strahlen, die von dem Punkte ausgehen, mit der Axe bilden, nicht zu groß ist. Läßt man unter diesen Vorbedingungen ein Bündel mit der Axe paralleler Strahlen auf eine Sammellinse fallen, so vereinigen sich alle diese hinter der Linse in einem Punkte, dem Brennpunkte, dessen Abstand, vom optischen Mittelpunkte der Linse, man die Brennweite nennt. Die von einem in der Nähe der Axe oder auf der Axe liegenden Punkte ausgehenden Strahlen werden ebenso auf der anderen Seite der Linse wieder in einem Punkte vereinigt, dessen Abstand von der Linse man leicht berechnen kann*).

*) Die Entwicklung dieser Formel hat für Mathematikverständige keine Schwierigkeit. Beifolgende Figur 8 stellt einen Linsendurchschnitt mit der Axe $A'A''$ dar, $M''S''$, $M'S'$ die Radien der begrenzenden Kugelflächen.

Fällt von A' ein Strahl in der Ebene des Hauptschnitts auf den Punkt S' der Linse, so wird derselbe nach dem Descartes'schen Gesetz gebrochen, der Winkel, den der einfallende resp. gebrochene Strahl mit dem Radius $M'S'$ bildet, ist der Einfall- resp. Brechungswinkel, den wir mit v resp. w bezeichnen wollen. Der Strahl trifft nach der ersten Brechung auf die zweite Linsenfläche, wird hier abermals gebrochen, dabei vom Einfallslothe abgelenkt und schneidet alsdann die Axe in irgend einem Punkte A'' . Es seien x und y der Einfall- resp. Brechungswinkel an der Hinterseite des Glases. Es gilt dann die Gleichung

$$\begin{aligned} v &= \angle A' + \angle M' \quad (\text{als Außenwinkel vom Dreieck}), \\ y &= \angle A'' + \angle M'' \\ v + y &= \angle A' + \angle M' + \angle A'' + \angle M''. \end{aligned}$$

Fig. 8.



Nun ist

$$\left. \begin{aligned} \sin v &= n \sin w \\ \sin y &= n \sin x \end{aligned} \right\} \text{nach Descartes' Gesetz,}$$

wenn n der Brechungsindex ist. Nehmen wir nun an, die Winkel v, w und x, y seien sehr klein, kleiner als 10° , so können wir den Sinus gleich dem Bogen setzen*):

$$\begin{aligned} v &= nw, \\ y &= nx. \end{aligned}$$

Diese Werthe in obige Gleichung eingesetzt

$$n(w + x) = A' + M' + A'' + M''.$$

Nun ist aber $w + x = M'' + M'$ (da die Dreiecke $DS'S''$ und $DM'M'$ den Winkel bei D gemein haben), daher

$$\begin{aligned} n(M'' + M') &= A' + M' + A'' + M'', \\ (n - 1)(M'' + M') &= A' + A''. \end{aligned}$$

*) $\sin 10^\circ$ ist $= 0,1736$, $\arcsin 10^\circ = 0,1745$, für kleinere Winkel ist die Differenz noch geringer.

Ist nämlich die Brennweite $= p$, die Entfernung des leuchtenden Punktes an der Linse $= a$, die Entfernung seines Bildes $= \alpha$, so ist

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{p} - \frac{1}{a},$$

$$\alpha = \frac{ap}{a-p}.$$

Nehmen wir nun an, daß alle hier in Rechnung kommenden Winkel kleiner als 8° sind, so können wir statt der Winkel ihre Tangenten setzen*). Nehmen wir nun ferner an, daß die Linse sehr dünn und flach sei, so können wir die Dicke gänzlich vernachlässigen und $BS' = CS''$ setzen, dann ist

$$\begin{aligned} \text{tang } A' &= \frac{BS}{AB} & \text{tang } A'' &= \frac{BS}{CA''}, \\ \text{tang } M'' &= \frac{BS}{M''C} & \text{tang } M' &= \frac{BS}{M'B}. \end{aligned}$$

Setzen wir $A'B$, d. i. die Entfernung des Punktes von der Linse $= a$,

$$A''C = \alpha,$$

d. i. die Entfernung seines Bildes

$$\text{ferner } M''C = r' \text{ und } M'B = r,$$

so erhalten wir

$$(n-1) \left(\frac{BS}{r'} + \frac{BS}{r} \right) = \frac{BS}{a} + \frac{BS}{\alpha},$$

$$(I) \quad (n-1) \left(\frac{1}{r'} + \frac{1}{r} \right) = \frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha}.$$

Setzen wir statt

$$(II) \quad (n-1) \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r'} \right) = \frac{1}{p},$$

so erhalten wir die Gleichung

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{p} - \frac{1}{a}$$

und ferner

$$(III) \quad \frac{ap}{a-p} \alpha.$$

Aus dieser Gleichung ist die Entfernung des Bildes aus der Entfernung des Gegenstandes leicht zu berechnen. Die Bedeutung des Werthes von p ergibt sich leicht; wird nämlich in Gleichung I $a = \infty$, d. h. kommen die Strahlen parallel zur Axe an, so ist

$$\frac{1}{\alpha} = (n-1) \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r'} \right),$$

$$= \frac{r r'}{(n-1)(r+r')},$$

also

das ist die Vereinigungsweite der parallelen Strahlen, d. h. die Brennweite. Diese ist um so kleiner, je größer n und je kleiner die Radien der Linse; sind beide Radien gleich, so ist sie z. B.

$$p = \frac{r}{2(n-1)}$$

für Crownglas, wo $n = 1\frac{1}{2}$ ist, ist $p = r$. Ist p sehr klein gegen a , so kann man es in Gleichung III im Nenner weglassen, dann ist $\alpha = p$, d. h. Bilder von Gegenständen von sehr großer Entfernung befinden sich in der Brennweite. Dieser Satz kann für die photographische Praxis noch als richtig gelten, für $a = 100p$, ja annähernd für $a = 50p$. Ist $a = 2p$, so ist $\alpha = 2p$, Bild und Gegenstand also gleich weit von der Linse. Wenn demnach der leuchtende Punkt aus der Unendlichkeit bis nach $2p$ rückt, so bewegt sich sein Bild von p bis $2p$. Wird a noch kleiner, so

*) $\text{tang } 8^\circ$ ist z. B. $= 0,1405$, $\text{arcus } 8^\circ = 0,1396$, $\text{sin } 8^\circ = 0,1391$.

Richtet man die Linse nun auf sehr weit entfernte Gegenstände, so entsteht im Brennpunkte derselben ein verkleinertes verkehrtes Bild. Rückt der Gegenstand der Linse näher, so entfernt sich sein Bild von

wird der negative Werth in der Gleichung II größer, die ganze rechte Seite demnach kleiner, der reciproke Werth α also größer. Ist $\alpha = p$, so ist die rechte Seite Gleichung II = 0, $\frac{1}{\alpha}$ also = 0, α demnach = ∞ . Wenn also der leuchtende Punkt von $2p$ nach p rückt, so rückt sein Bild von $2p$ nach der Unendlichkeit, die Strahlen treten dann parallel aus. Diese Verhältnisse gelten aber nur für centrale Strahlen, die nahe bei der Axe auffallen, unter der Bedingung, daß der Winkel v und y nicht größer als 10° , M'' und A'' nicht größer als 8° werden. Daraus kann man,

Fig. 9.

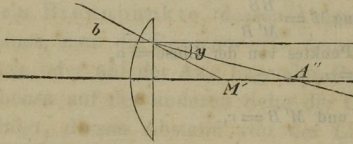
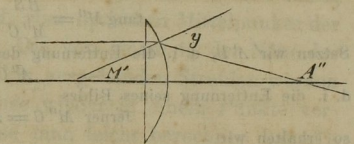


Fig. 10.



wenn gewisse Größen gegeben sind, die Winkelöffnung der Linse, d. i. ihre scheinbare Größe, vom Brennpunkte aus gesehen, bestimmen.

Nimmt man beispielsweise eine planconvexe Crown Glaslinse, wo $n = \frac{3}{2}$, $r' = \infty$, also $p = 2r$ ist, und läßt auf deren convexe Seite eine Reihe paralleler Strahlen fallen, so wird für diesen Fall $A'(s. Fig. 8) = 0$, $M'' = 0$. Es ist dann (Fig. 9) $\angle b = \angle M'$, $\angle y = \angle A''$, das Dreieck $A''M'b$ kann mit Vernachlässigung der Linsendicke als gleichschenkelig angenommen werden, da $M'A'' = r$; dann folgt $\angle M' = 2\angle A''$ oder $A = \frac{M'}{2}$

und da der höchste Werth von $M = 8^\circ$ ist, so ist der höchste Werth von $\angle A = 4^\circ$. Die ganze Oeffnung der Linse, vom Brennpunkte aus gesehen, wird also 8° betragen dürfen. Dreht man aber die Linse um, so daß die plane Seite den Strahlen zugekehrt ist, so ist $\angle y = M' + A''$ (Fig. 10). Nimmt man für y den größten Winkel = 10° , das Supplement also 170° , so läßt sich, da $MA'' = 3r$ und $My = r$ ist, A'' aus dem Dreieck MyA'' leicht berechnen, da zwei Seiten und der der größeren Seite gegenüberliegende Winkel gegeben sind,

$$\sin A'' = \frac{r \sin y}{3r} = \frac{\sin y}{3}$$

und da sich hier die Sinus wie die Winkel verhalten,

$$A'' = \frac{y}{3} = 3\frac{1}{3}^\circ,$$

die ganze Oeffnung also $6\frac{2}{3}^\circ$.

Ist demnach die convexe Seite den parallelen Strahlen zugekehrt, so ist die zulässige Oeffnung der Linse 8° , ist dagegen die plane Seite den parallelen Strahlen zugewendet, so ist sie für diesen speciellen Fall nur $6\frac{2}{3}^\circ$.

Man ersieht daraus, wie sehr die Größe der Oeffnung der Linse von ihrer Stellung einerseits, von ihren Krümmungsverhältnissen andererseits abhängt.

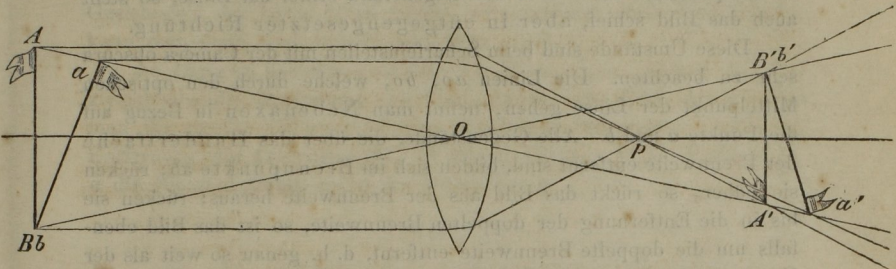
Das Verhältniß der Krümmungen ist das schlechteste, wenn beide Radien gleich sind; das beste Verhältniß der Krümmungsradien ist 1:6. Eine solche Linse nennt man Linse bester Form. Die planconvexe Linse steht dieser Linse bester Form in ihrer Wirkung am nächsten.

Ist A' die halbe zulässige Oeffnung einer Linse, so ist ihr Durchmesser $p \tan A'$. Demnach können wir eine Linse um so größer machen, je größer ihre Brennweite ist.

Sämmtliche hier entwickelte Formeln bezogen sich auf Punkte, die auf der Axe der Linse liegen. Sie sind aber mit gewissen Einschränkungen auch noch gültig für Punkte nahe bei der Axe.

der Linse. Den Ort desselben kann man leicht durch Construction, sowie durch Rechnung finden.

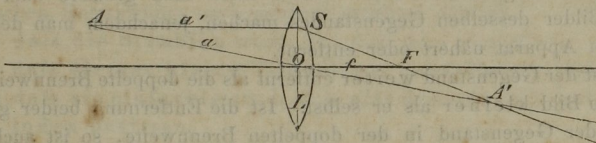
Fig. 11.



Ist A ein Gegenstand, so wissen wir zunächst, daß die von ihm ausgehenden, der Achse parallelen Strahlen alle durch den Brennpunkt p der Linse gehen, ebenso wissen wir aus Obigem, daß die durch den optischen Mittelpunkt o der Linse gehenden Strahlen ihre Richtung beibehalten. Der Durchschnittspunkt der von a , resp. von b ausge-

Die Vereinigungsweite der Strahlen eines solchen Punktes kann man leicht bestimmen. Es sei A ein solcher Punkt. Geht von diesem ein zur Achse paralleler

Fig. 12.



Strahl nach der Linse L , so wird dieser durch den Brennpunkt F gehen; geht ferner ein Strahl von A nach dem optischen Centrum O , so geht er ungebrochen hindurch und wird sich mit dem ersten Strahl in A' schneiden. Hier liegt das Bild des Punktes A . Nimmt man $AO = a'$, $A'O = a$, ferner die Dicke der Linse verschwindend klein, so hat man zwei ähnliche Dreiecke, $A'S$ und $A'OF$, demnach

$$a + a' : a = a' : f,$$

$$f(a + a') = a'a';$$

nun ist $a' = a \cos \angle OAS$, und nehmen wir diesen Winkel sehr klein, so ist sein Cosinus nahezu $= 1$, dann ist $a = a'$, daher

$$fa + fa = a'a,$$

dividiren wir diese Gleichung durch fa , so ergibt sich:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a} = \frac{1}{f}.$$

Also gelten auch für neben der Achse liegende Punkte dieselben Gesetze, wie für Punkte auf der Achse, jedoch nur innerhalb der Grenzen, wo der Cosinus des Winkels, welchen der Hauptstrahl in O mit der Achse bildet, nahe $= 1$ ist; dies gilt bis höchstens 3° ; $\cos 3^\circ$ ist $= 0,9986$. Steht nun eine Reihe leuchtender Punkte vor der Linse in der Entfernung a , mit einem Worte ein Gegenstand, so wird hinter der Linse ein Bild des Gegenstandes in der Entfernung a entstehen. Denkt man sich einen geraden Gegenstand in mehr als der hundertfachen Entfernung der Brennweite, so liegen die Bilder sämtlicher Punkte in der Entfernung p vom optischen Mittelpunkt der Linse, d. h. in einer Kugelfläche, das Bild ist daher nicht eben, sondern gekrümmt.

henden Strahlen bestimmt demnach den Ort des Bildes $a'b'$. Sind die Linse und der Gegenstand parallel, so ist auch das Bild dem Gegenstande parallel. Steht aber der Gegenstand schief zur Linse, so steht auch das Bild schief, aber in entgegengesetzter Richtung.

Diese Umstände sind beim Scharfeinstellen mit der Camera obscura sehr zu beachten. Die Linien ao , bo , welche durch den optischen Mittelpunkt der Linse gehen, nennt man Nebenaxen in Bezug auf die Punkte a und b . Alle Gegenstände, die über das Hundertfache der Brennweite entfernt sind, bilden sich im Brennpunkte ab; rücken sie näher, so rückt das Bild aus der Brennweite heraus; rücken sie bis in die Entfernung der doppelten Brennweite, so ist das Bild ebenfalls um die doppelte Brennweite entfernt, d. h. genau so weit als der Gegenstand. Rückt der Gegenstand noch näher, so rückt sein Bild über die doppelte Brennweite hinaus und seine Entfernung wird gröfser als die Entfernung des Gegenstandes. Die Gröfse des Bildes richtet sich nach seiner Entfernung von der Linse. Ist dieselbe gleich a , der Abstand des Gegenstandes gleich α , seine Gröfse gleich G , so ist die Bildgröfse

$$= \frac{\alpha}{a} G = \frac{p}{a-p} G.$$

Das Bild wird demnach um so gröfser, je kleiner a , d. h. je näher der Gegenstand rückt. Daher kann man gröfsere oder kleinere Bilder desselben Gegenstandes machen, jenachdem man den optischen Apparat nähert oder entfernt.

Ist der Gegenstand weiter entfernt als die doppelte Brennweite, so ist sein Bild kleiner als er selbst. Ist die Entfernung beider gleich, d. h. der Gegenstand in der doppelten Brennweite, so ist auch das Bild dem Gegenstand an Gröfse gleich. Dies ist zu beachten, wenn man eine Zeichnung in Originalgröfse copiren will; der Auszug der Camera muß dann gleich der Entfernung des Gegenstandes sein; rückt der Gegenstand noch näher, so erhält man vergrößerte Bilder.

Man kann demnach mit derselben Linse kleine und grofse Bilder machen. Danach hat es den Anschein, als wenn man mit jeder Linse Bilder beliebiger Gröfse aufnehmen könne, das ist jedoch nicht der Fall, insofern als jede Linse, gleich unserm Auge, nur ein beschränktes Feld auf einmal zu übersehen im Stande ist. Schliessen wir das eine Auge, so übersehen wir mit dem andern ein Feld von 90° Winkelumfang (wobei wir es jedoch noch drehen müssen). Ebenso übersieht jede Linse nur ein beschränktes Feld, welches man ihr Gesichtsfeld nennt. Geht man mit einem photographischen Apparat weit zurück, so erscheint z. B. die ganze Figur eines Menschen im Bilde; geht man näher heran, so wachsen die Dimensionen des Körpers, zugleich sieht man aber nicht mehr die ganze Figur, sondern

nur ein Kniestück, bei noch größerer Nähe nur ein Brustbild im Gesichtsfelde.

Große Gegenstände müssen demnach, wenn sie ganz in das Gesichtsfeld der Linse fallen sollen, weit entfernt sein. Von solchen kann man dann auch nur kleine Bilder machen.

Je länger die Brennweite der Linse, desto größer wird bei gleichbleibender Entfernung des Gegenstandes das Bild, daher wählt man für große Bilder Objective mit langer Brennweite. Ist a die Entfernung des Gegenstandes, G dessen Größe, p die Brennweite, α die Bildentfernung, so ist die Bildgröße B

$$B = G \frac{p}{a - p}.$$

Ist a sehr groß, so kann man p vernachlässigen, dann wird

$$B = G \frac{p}{a},$$

d. h. die Bildgröße verhält sich wie die Brennweite.

Das Gesichtsfeld einer Linse von langer Brennweite ist bei sonst gleichem Radienverhältniß nicht größer als eines von kurzer Brennweite.

Die Bilderzeugung durch Linsen geht jedoch nur unter gewissen Bedingungen regelmäßig vor sich, die bereits oben angedeutet sind, und welche sich aus der in der Anmerkung befindlichen mathematischen Entwicklung noch genauer ergeben, nämlich

- 1) daß die Strahlen nahe bei der Axe einfallen,
- 2) daß sie nur kleine Winkel mit denselben bilden,
- 3) daß sie einfarbig sind, d. h. alle denselben Brechungsindex besitzen.

Diesen Bedingungen kann bei mikroskopischen und teleskopischen Gläsern ziemlich gut Genüge geleistet werden, viel schwieriger aber bei photographischen. Bei diesen fallen die Strahlen oft ziemlich entfernt von der Axe ein, sie bilden oft sehr große Winkel (bis 45°) mit derselben und daraus ergibt sich denn eine ganze Reihe von Linsenfehlern, die wir jetzt näher betrachten wollen.

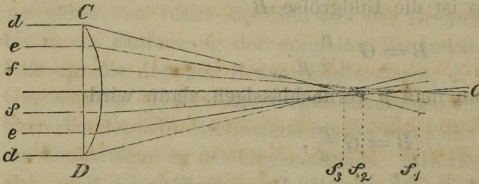
1) Die sphärische Abweichung.

Schraubt man eine einfache Linse (sogenannte Landschaftslinse) an eine Camera und nimmt alle daran befindlichen Blenden heraus, so sieht man ein Bild, welches in keiner Stellung der matten Scheibe absolut scharf zu erhalten ist, sondern immer trübe und verschwommen erscheint. Das Bild wird aber augenblicklich scharf, sobald man den Rand der Linse mit einer Scheibe, in deren Mitte ein Loch geschnitten ist, d. h. einer Blende, zudeckt. Die Ursache dieser Erscheinung ist die ungleiche Brechung, welche die Randstrahlen im Gegensatz zu den centralen Strahlen erleiden. Wir haben oben erörtert,

dafs der Rand der Linse als ein Prisma von viel stärker brechendem Winkel betrachtet werden kann als die Mitte; da nun die Ablenkung, welche die Strahlen erleiden, mit dem brechenden Winkel eines Prismas wächst, so werden die Randstrahlen die Axe näher bei der Linse schneiden als die centralen Strahlen. Der Focus der Randstrahlen wird z. B. in f^3 liegen, während der der centralen Strahlen sich in f' findet (s. Fig. 13)*).

Steht daher die matte Scheibe in f' , so bilden die Randstrahlen, die sich in f^3 gekreuzt haben, einen Zerstreuungskreis.

Fig. 13.



Der Durchmesser dieses Zerstreuungskreises heisst die transversale oder Breiten-Abweichung. Es ist leicht einzusehen, dafs diese bei zwei Linsen gleicher Oeffnung und verschiedener Brennweite verschieden sein wird und um so grösser, je kleiner (bei derselben Oeffnung) die Brennweite ist; ebenso leicht ist einzusehen, dafs bei zwei Linsen gleicher Brennweite und verschiedener Oeffnung, die transversale Abweichung bei der grösseren Oeffnung grösser sein wird**).

Die Transversalabweichung wächst im Verhältnifs des Quadrats der Brennweite und im Verhältnifs des Cubus des Durchmessers der Linse. Die Entfernung $f'f^3$ nennt man die longitudinale oder Längenabweichung; sie wächst mit dem Quadrat des Durchmessers der Linse und im umgekehrten Verhältnifs der Brennweite.

Die Transversalabweichung wächst im Verhältnifs des Quadrats der Brennweite und im Verhältnifs des Cubus des Durchmessers der Linse. Die Entfernung $f'f^3$ nennt man die longitudinale oder Längenabweichung; sie wächst mit dem Quadrat des Durchmessers der Linse und im umgekehrten Verhältnifs der Brennweite.

Aus diesen Daten ergibt sich zugleich das Mittel, diese sphärische Abweichung auf ein Minimum zu reduciren. Dies geschieht

1) durch Verkleinerung der Linsenöffnung durch Vorsetzen von Blenden. Denkt man sich z. B. vor eine Linse eine Blende gesetzt, welche deren Oeffnung auf $\frac{1}{4}$ verringert, so wird die Transversalabweichung nach Obigem auf $(\frac{1}{4})^3$, d. h. auf $\frac{1}{64}$ vermindert werden; je enger die Blende genommen wird, desto schärfer wird entsprechend das Bild werden.

Die sphärische Abweichung wird dadurch nicht absolut hinweggeschafft, sondern nur auf einen in der Praxis unmerklichen Grad ver-

*) Noch klarer geht dieses aus der in der Anmerkung S. 152 sich findenden Entwicklung hervor, bei welcher ausdrücklich bemerkt ist, dafs die Strahlen nahe bei der Axe einfallen und keinen zu grossen Winkel mit denselben bilden dürfen,

wenn die Formel $\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{p} - \frac{1}{a}$ ihre Gültigkeit behalten soll.

**) Es ist dies sehr einfach mit Hilfe einiger leicht zu entwerfenden Zeichnungen anschaulich zu machen.

ringert. Dieses Mittel wendet man in der Photographie sehr allgemein an, es hat nur den Uebelstand, daß zugleich mit der Oeffnung der Linse auch im umgekehrten quadratischen Verhältniß derselben die Lichtstärke vermindert wird. Reduciren wir z. B. die Oeffnung der Linse auf $\frac{1}{4}$ des ursprünglichen Durchmessers, so sinkt ihre Lichtstärke auf $\frac{1}{16}$. Daher ist eine solche starke Ablendung nur zulässig bei Aufnahmen ruhiger Gegenstände, welche lange Zeit still halten, d. h. eine lange Exposition gestatten.

Es giebt aber ein Mittel, die sphärische Abweichung hinwegzuschaffen, ohne die Oeffnung und die Lichtstärke zu vermindern. Dies geschieht

2) durch passende Wahl der Krümmungshalbmesser der Linse. Es wurde bereits oben in der Anmerkung näher erörtert, daß eine planconvexe Linse eine viel größere Oeffnung zuläßt, als eine biconvexe, und daß es für jede Glassorte je nach dem Brechungsindex ein Verhältniß der Krümmungsradien giebt, für welches die Linse der Formel

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{p} - \frac{1}{a},$$

am besten genügt. Man nennt die Linse mit solchen Krümmungsradien eine Linse bester Form. Diese Linse hat für Crownglas (wo $n = \frac{3}{2}$) das Radienverhältniß 1:6.

Linsen, die bei voller Oeffnung keine sphärische Abweichung zeigen, nennt man aplanatisch.

Außer der Form der Linse ist nun aber noch ihre Stellung von Wichtigkeit. So wurde z. B. oben nachgewiesen, daß eine planconvexe Linse, welche ihre convexe Seite parallelen Strahlen zukehrt, eine Oeffnung von 8° , dagegen wenn sie die plane Seite den parallelen Strahlen zuwendet, nur eine Oeffnung von $6\frac{2}{3}^\circ$ haben darf.

Daher kehrt bei dem Portraitobjectiv, dessen Vorderlinse fast aplanatisch ist, diese ihre convexe Seite den Strahlen zu.

Es folgt jedoch daraus keineswegs, daß diese Stellung immer die beste sei. Im Gegentheil, bei den einfachen photographischen Linsen (den sogenannten Landschaftslinsen) findet man gerade die entgegengesetzte Stellung. Diese Linsen sind meist Menisken, deren concave Seite den Strahlen zugewendet ist. Hier ist die sphärische Abweichung allerdings ein Maximum, dagegen zeigt sich gerade in dieser Stellung ein anderer Linsenfehler in viel geringerem Grade, d. i. die sogenannte Verzeichnung. Daher zieht man diese Stellung vor und corrigirt die Abweichung durch Blenden.

Nun giebt es aber noch ein drittes Mittel, um die sphärische Abweichung unbeschadet der Oeffnung zu corrigiren; das geschieht

3) durch Linsencombination. Setzt man zwei Linsen, deren

Brennweite p' und p'' ist, zusammen, so daß sie um die Gröfse a von einander entfernt sind, so ist die Brennweite des Systems*)

$$p = \frac{p''(p' - d)}{p'' + p' - d},$$

ist $d = a$, so ist

$$p = \frac{p''p'}{p'' + p'}$$

und für den Fall, daß $p'' = p'$

$$p = \frac{p'}{2}.$$

Demnach wird die Combination zweier Linsen der Brennweite p nur einen halb so langen Focus haben, als jede einzelne Linse.

Nun ist die Oeffnung einer einfachen Linse der Brennweite p , wenn α der erlaubte halbe Oeffnungswinkel**) (vom Brennpunkt aus gesehen ist) $= 2p \operatorname{tg} \alpha$; dies ist auch die zulässige Oeffnung einer Combination zweier solcher Linsen, deren Brennweite $= \frac{p}{2}$; eine einfache Linse von der Brennweite $\frac{p'}{2}$ würde aber nur eine Oeffnung $p \operatorname{tg} \alpha$ haben dürfen.

Die zulässige Oeffnung der Linsencombination ist demnach in diesem speciellen Falle doppelt so groß, als die einer einfachen Linse gleicher Brennweite. Daher wendet man in der Optik statt einfacher Linsen gern Linsencombinationen an. Je nach der Form, die man denselben giebt, und je nach ihrer Entfernung erreicht man zugleich mit der Wegschaffung der sphärischen Aberration noch andere Vortheile, die wir später erörtern werden.

Bisher haben wir bei Besprechung der sphärischen Abweichung der Axe parallel auffallende Strahlen angenommen. In noch viel auffallenderem Mafse offenbart sich aber die sphärische Abweichung bei schief auf die Axe fallenden Strahlen.

Man nehme eine planconvexe Crown Glaslinse an, welche für den centralen Theil ab als aplanatisch betrachtet werden kann, so wird

*) Die Entwicklung dieser Formel ist folgende: Man nehme zwei Linsen an, deren Axen zusammenfallen, deren Brennweiten p' und p'' und deren Entfernung d ist. Ein Bündel paralleler Strahlen wird von der ersten Linse in der Entfernung p' zu einem Strahlenkegel vereinigt werden. Sie fallen daher auf die zweite Linse in einer Richtung, als kämen sie von einem Punkt in der Entfernung $-(p' - d)$ her. Setzt man diesen Werth anstatt a in der Gleichung

$$\alpha = \frac{ap''}{a - p''}$$

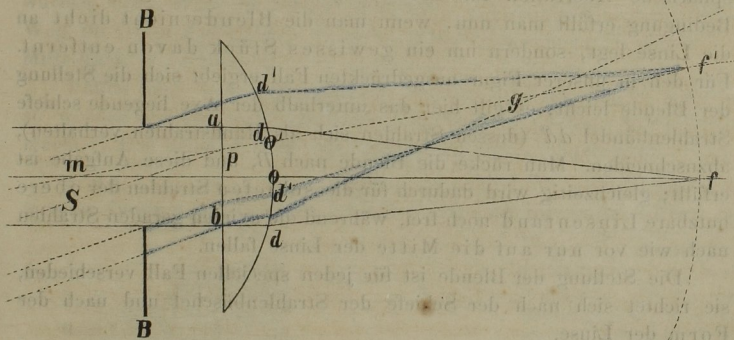
so erhält man als Vereinigung mit den Strahlen nach der Brechung durch die zweite Linse

$$\alpha = \frac{p''(p - d)}{p' + p'' - d}$$

**) Siehe Anmerkung S. 154.

ein parallel der Axe einfallendes Strahlensystem senkrecht durch die Vorderfläche gehen, innerhalb des Glases wieder einen Strahlencylinder bilden, und schliesslich in f vereinigt werden; f ist für Crown-glas $= 2r$ (s. Anm. S. 154). Man nehme ferner ein schief auf die Oeffnung ab fallendes Strahlenbündel, dieses wird zunächst beim Auf-fallen auf die plane Vorderseite eine Brechung erleiden, und da alle Strahlen gegen die Vorderfläche gleich geneigt sind, so werden sie alle in gleichem Masse abgelenkt werden, d. h. nach der ersten Brechung innerhalb des Glases wieder einen Strahlencylinder bilden, der jedoch weniger gegen die Axe der Linse geneigt ist, und dessen Richtung die punktirten Linien angeben. Dieser punktirte Strahlencylinder wird sich nun bei der Brechung durch die Hinterfläche dem parallel der Axe einfallenden analog verhalten. Einer der punktirten Strahlen po' wird in dem vorgezeichneten Falle verlängert durch den Mittelpunkt m der Kugelfläche der Linse gehen. Dieser Strahl mo' geht ungebrochen durch die Kugelfläche (analog dem der Axe parallelen Strahl in o) und bildet nun gleichsam eine neue Axe für den punktirten Strahlencylinder, d. h. die punktirten Strahlen werden sich in Bezug auf diese Axe mo' genau so verhalten, wie die der Hauptaxe parallelen Strahlen zu der Hauptaxe mo . Daher werden die nahe bei o' liegenden Strahlen in einen auf mo' liegenden Punkt f' vereinigt werden, so dass $o'f' = of$.

Fig. 14.



Aus der vollkommenen Analogie, die zwischen dem schiefen Strahlenbündel mo' und dem geraden mo besteht, folgt weiter, dass alle diejenigen Strahlen noch in f' werden vereinigt werden, welche innerhalb einer Entfernung $o'd'$ auffallen, die ebenso groß als od für der Axe parallele Strahlen ist. Trägt man daher $o'd' = od$ mit dem Zirkel ab, so findet man die Grenze der schiefen Strahlen, welche sich noch vollkommen in f' vereinigen werden, die jenseits d' liegenden

Strahlen aber verhalten sich in Bezug auf die Nebenaxe mo' als Randstrahlen, d. h. sie werden nach einem Punkte gebrochen werden, welcher der Linse näher liegt als f' . Demnach werden die jenseits d' liegenden schiefen Strahlen sphärische Abweichung zeigen.

Man ersieht hieraus, wie eine Linse, die in Bezug auf der Hauptaxe parallele Strahlen vollkommen aplanatisch ist, für schief einfallende Strahlen eine entschieden sphärische Abweichung zeigt. Es ergibt sich aber auch gleichzeitig durch weiteres Studium der Figur das Mittel, diese sphärische Abweichung zu corrigiren.

Es wurde erörtert, daß nur der untere Theil $d'd'$ des schiefen Strahlenbündels sphärische Abweichung zeigt. Dieser Linsentheil würde daher für schiefe Strahlen nicht nutzbar sein. Andererseits wurde bemerkt, daß der Linsentheil $o'd'$ nach beiden Seiten der Nebenaxe $o'f'$ für schiefe Strahlen aplanatisch ist; es geht daraus hervor, daß der oberhalb der Axe liegende Linsentheil dd' , welcher für der Hauptaxe parallele Strahlen nicht brauchbar, noch vortrefflich für schiefe Strahlen nutzbar ist, d. h. sie vollkommen correct nach f brechen würde. Der Rand der Linse, welcher für Strahlen parallel der Axe nicht benutzbar ist, ist demnach für schiefe Strahlen vollkommen zulässig. Wenn man deshalb eine Vorrichtung anbringen kann, durch welche die schiefen (hier von unten kommenden) Strahlen mehr auf den (oberen) Rand der Linse geleitet werden, während die axialen Strahlen nur die Mitte der Linse treffen, so kann man die sphärische Aberration für beide Strahlensysteme corrigiren. Diese Bedingung erfüllt man nun, wenn man die Blende nicht dicht an die Linse legt, sondern um ein gewisses Stück davon entfernt. Für den in unserer Figur ausgedrückten Fall ergibt sich die Stellung der Blende leicht; es gilt hier das unterhalb der Axe liegende schiefe Strahlenbündel dd' (dessen Strahlen sich als Randstrahlen verhalten), abzuschneiden. Man rücke die Blende nach B , und diese Aufgabe ist erfüllt; gleichzeitig wird dadurch für die schiefen Strahlen der obere nutzbare Linsenrand noch frei, während die axialen geraden Strahlen nach wie vor nur auf die Mitte der Linse fallen.

Die Stellung der Blende ist für jeden speciellen Fall verschieden, sie richtet sich nach der Schiefe der Strahlenbüschel und nach der Form der Linse.

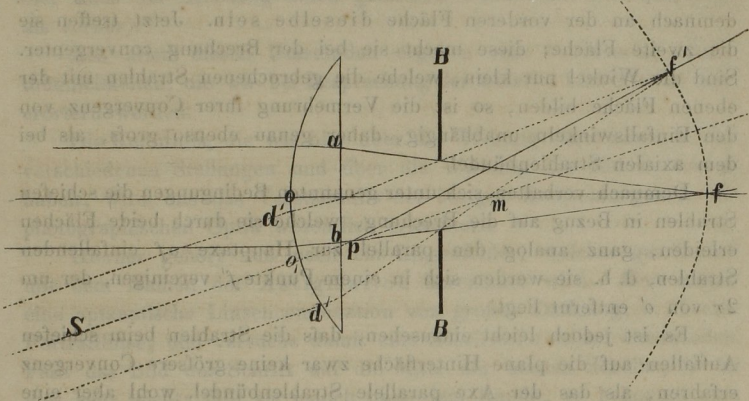
Bei den meisten einfachen Linsen (Landschaftslinsen), welche fast planconvex sind, steht die Blende in der Regel um $\frac{1}{3}$ der Brennweite von der Linse ab.

Wesentlich anders wird das Verhältniß, wenn die Linse die umgekehrte Stellung hat, d. h. ihre convexe Seite den Strahlen zugehrt.

Da dieser Fall in der photographischen Praxis vorkommt und als Gegensatz zu den eben erörterten von besonderem Interesse ist, wollen wir ihn hier näher betrachten. Es sei ab wieder die erlaubte Oeff-

nung der Linse für der Axe parallele Strahlen. Wir wissen von Seite 154, daß dieselbe hier etwas größer sein kann, als für die umgekehrte Linsenstellung. Der Axe of parallel ankommende Strahlen werden innerhalb des Raumes ab so gebrochen, daß sich sämtliche in f vereinigen. Es ist nothwendig, die Art, wo diese Brechung stattfindet, genauer zu verfolgen.

Fig. 15.

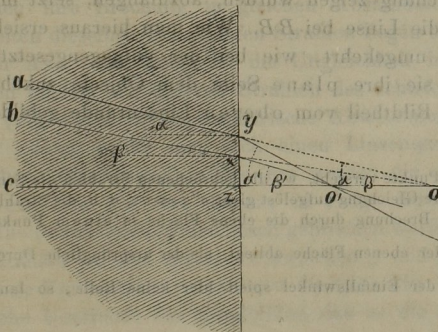


Die auf die gewölbte Linsenfläche fallenden Strahlen wurden bei der Brechung durch die Kugelfläche convergent gemacht und würden sich, wenn sie wieder keine Brechung erlitten, d. h. ihren Weg im Glase fortsetzten, in einer Entfernung $= 3r$ vom optischen Mittelpunkt o vereinigen.

Fallen nun diese convergenten Strahlen auf eine ebene Fläche, so werden sie abermals gebrochen und dabei noch convergenter gemacht.*) Das Resultat beider Brechungen ist ihre Vereinigung in $f = 2r$.

*) Man denke sich ein Strahlenbündel im Glase ao, bo, co , die sich fortgesetzt in einem Punkte o kreuzen würden; dieselben mögen auf eine Fläche F fallen, so

Fig. 16.



daß co senkrecht, ao und bo unter den Winkel α, β hindurchgehen; der Brechungsindex sei n , die Brechungswinkel seien α', β', γ' , so kann man, wenn die Winkel kleiner als 10° sind, annehmen

$$\alpha' = n\alpha,$$

$$\beta' = n\beta,$$

Es folgt daraus $\alpha : \alpha' = \beta : \beta'$, oder, da man statt der kleineren Winkel ihre Tangenten setzen kann,

$$\frac{xz}{oz} : \frac{xz'}{o'z} = \frac{yz}{oz} : \frac{yz'}{o'z}$$

Jetzt nehme man an, es falle ein schiefes (hier punkirtes) Strahlenbündel auf die Linse, so wird sich unter diesen sicher einer finden, So' , der verlängert durch den Mittelpunkt m der Linsenfläche geht. Dieser wird ungebrochen eintreten. Die symmetrisch um diesen Strahl liegenden schiefen Strahlen werden innerhalb einer Oeffnung $d'd'$, welche gleich ist der erlaubten Oeffnung ab , sich analog den parallel zur Hauptaxe m kommenden Strahlen verhalten. Ihre Brechung wird demnach an der vorderen Fläche dieselbe sein. Jetzt treffen sie die zweite Fläche; diese macht sie bei der Brechung convergenter. Sind die Winkel nur klein, welche die gebrochenen Strahlen mit der ebenen Fläche bilden, so ist die Vermehrung ihrer Convergenz von den Einfallswinkeln unabhängig, daher genau ebenso groß, als bei dem axialen Strahlenbündel.

Demnach verhalten sich unter genannten Bedingungen die schiefen Strahlen in Bezug auf die Brechung, welche sie durch beide Flächen erleiden, ganz analog den parallel zur Hauptaxe of einfallenden Strahlen, d. h. sie werden sich in einem Punkte f' vereinigen, der um $2r$ von o' entfernt liegt.

Es ist jedoch leicht einzusehen, daß die Strahlen beim schiefen Auffallen auf die plane Hinterfläche zwar keine größere Convergenz erfahren, als das der Axe parallele Strahlenbündel, wohl aber eine Richtungsveränderung erleiden werden. Die Nebenaxe mo' wird nach der Richtung pf' abgelenkt, und die Strahlen werden daher nicht in der Verlängerung $o'm$, sondern in der Richtung pf' ihren Brennpunkt haben, so daß $op + pf'$ annähernd $= 2r$ wird.

Die schiefen Strahlen, welche jenseits der Grenzen $d'd'$ einfallen, würden natürlich sphärische Abweichung zeigen, d. h. in einem Punkte gebrochen werden, der näher als f' an der Linse liegt. Also ist die Linse in dieser Stellung für der Axe parallele Strahlen nur mit ihrem mittleren Theile dd , für die schief einfallenden Strahlen nur innerhalb des Randtheiles $d'd'$ benutzbar. Um nun sowohl für die geraden als für die schief auffallenden Strahlenbündel diejenigen Strahlen, welche sphärische Abweichung zeigen würden, abzufangen, setzt man hier die Blende hinter die Linse bei BB . Wie man hieraus ersieht, ist das Verhältnis hier umgekehrt, wie bei der entgegengesetzten Stellung der Linse, wo sie ihre plane Seite dem Objecte zukehrt. Dort wurde der obere Bildtheil vom oberen Linsenrande gebildet,

wenn man unter o, o', o'' die Punkte versteht, wo die gebrochenen Strahlen die Senkrechten oz schneiden. Die letztere Gleichung aufgelöst giebt $o''z = oz$, d. h. die Strahlen schneiden sich auch nach der Brechung durch die ebene Fläche in einem Punkte, welcher nur $\frac{1}{n}$ so weit von der ebenen Fläche abliegt, als der ursprüngliche Durchschnittpunkt o . Die Größe der Einfallswinkel spielt hier keine Rolle, so lange diese kleiner als 10° sind.

hier vom unteren; dort liegt das Bild auf einer Kugelfläche, deren Radius $= 3r$ ist, hier liegt es auf einer Fläche, die stärker gekrümmt ist als $2r$, denn pf' ist $< 2r$; dort wurden die schiefen Strahlen nach der Brechung dem Mittelpunkte des Bildes genähert (denn Sp bildet dort nach der Brechung einen kleineren Winkel mit der Axe als vorher), hier werden sie davon entfernt (denn Sp [S. 163] bildet hier nach der Brechung einen größeren Winkel mit der Linsenaxe, als vorher).

Aus allen diesen Umständen ergeben sich bedeutsame Eigenthümlichkeiten, die wir bei Besprechung der anderen Linsenfehler noch erörtern werden.

Die Kenntniss, die wir hier über die Wirkung einer Linse in den verschiedenen Stellungen und über die Wirkung der Blende erlangt haben, wird uns das Verständniss der übrigen Erscheinungen in der photographischen Optik wesentlich erleichtern. —

Hierher gehört nun noch ein Linsenfehler, welcher gewöhnlich mit dem Namen der Astigmatism bezeichnet wird. Man nehme eine aplanatische Linsencombination von grosser Oeffnung, z. B. eine Portraitlinse, und versuche damit eine Schriftzeile scharf einzustellen. Fällt das Bild der Schrift auf die Mitte der matten Scheibe, so ist dies sehr leicht; fällt sie jedoch nahe dem Rande, so bekommt man sie nie absolut scharf. Der Grund liegt einerseits in der sphärischen Abweichung für schiefe Strahlen, da eine Linse mit voller Oeffnung wohl für axiale Strahlen aplanatisch sein kann, nicht aber für schiefe, andererseits aber auch in der verschiedenen Brechung, welche Strahlen desselben cylindrischen Bündels in verschiedenen Querschnitten der Linse erleiden.

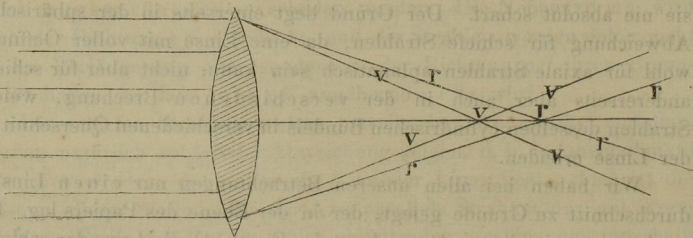
Wir haben bei allen unseren Betrachtungen nur einen Linsendurchschnitt zu Grunde gelegt, der in der Ebene des Papiers lag. Betrachtet man in diesem Querschnitt (s. Figur 14) die Lage der schiefen und geraden Strahlen zur Hauptaxe, so erkennt man, dass die geraden Strahlen symmetrisch um die Axe mo vertheilt liegen; daher ist auch ihre Brechung in gleichen Abständen von der Axe auf allen Seiten dieselbe. Die schiefen Strahlen liegen dagegen unsymmetrisch zur Axe. Die Folge ist die Ungleichheit in der Brechung zwischen den oberen und unteren Strahlen des schiefen Bündels, der Strahl bei b (Fig. 14) z. B. zeigt sphärische Abweichung, der bei a aber nicht.

Jetzt denke man sich einen Linsenquerschnitt senkrecht zur Ebene des Papiers, in diesem werden die schiefen Strahlen symmetrisch zur Axe liegen, in Folge dessen auf beiden Seiten der Hauptaxe auch symmetrisch gebrochen werden. Die Brennweite dieser Strahlen ist eine mittlere zwischen g und f' (Fig. 14) liegende, und diese Unterschiede veranlassen die trotz aller Correctionen immer merkliche Unschärfe der Randbilder, das ist die Astigmatism.

2) Die chromatische Abweichung oder Farbenzerstreuung.

Bereits auf S. 123 haben wir erwähnt, daß das weiße Licht beim Durchgange durch brechende Medien neben der Ablenkung noch eine Farbenzerstreuung erleidet, die daher rührt, daß das scheinbar einfache weiße Licht aus qualitativ verschiedenen Strahlen besteht, die sich einerseits durch die eigenthümliche Wirkung auf Chemicalien und die Netzhaut, andererseits durch ihre verschiedene Brechbarkeit unterscheiden. Roth ist die am schwächsten, Violett die am stärksten brechbare Farbe. Diese Farbenzerstreuung tritt am schönsten beim Gange des Lichtes durch ein Prisma hervor und giebt hier Veranlassung zur Entstehung eines Farbenstreifens — des Spectrums — indem man die sieben Hauptfarben, Violett, Indigo, Blau, Grün, Gelb, Orange, Roth unterscheidet. Da nun eine Linse sich, wie wir S. 151 gezeigt haben, einem Prismensystem analog verhält, so tritt solche Farbenzerstreuung auch bei der Brechung des Lichtes durch Linsen ein, und da Violett stärker brechbar ist als Roth, so werden nach dem Durchgange durch die Linse die violetten Strahlen als die stärker gebrochenen sich in einem der Axe näher liegenden Punkte schneiden, als die rothen.

Fig. 17.



Fällt demnach ein Bündel der Axe paralleler weißer Strahlen auf die Linse, so werden dieselben nach der Brechung nicht in einem Punkte vereinigt werden, sondern je nach ihrer verschiedenen Brechbarkeit eine verschiedene Vereinigungsweite zeigen, die violetten die kürzeste, die rothen die längste, und statt eines einzigen leuchtenden Punktes, des Brennpunktes, welcher bei Anwendung einfarbigen Lichtes resultirt, wird man eine ganze Reihe verschiedenfarbiger Brennpunkte erhalten. *)

*) Dieselben ergeben sich mathematisch leicht aus der Formel

$$\frac{1}{\alpha} = (n - 1) \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{R} \right) - \frac{1}{a},$$

wenn man für n die Brechungsindices der verschiedenen Farben einsetzt.

Den Unterschied zwischen den Brennweiten der rothen und violetten Strahlen nennt man die chromatische Abweichung.

Bringt man in den Brennpunkt der rothen Strahlen r eine matte Scheibe, so erhält man ein rothes Bild mit violettem Saume. Bringt man die Scheibe in den Brennpunkt der violetten Strahlen r , so erhält man ein violettes Bild mit rothem Saume. Diese farbigen Säume stören natürlich die Deutlichkeit der Bilder in hohem Grade und machen ein scharfes Einstellen überhaupt unmöglich. Linsen würden deshalb zur Erzeugung scharfer Bilder völlig ungeeignet sein, wenn wir nicht Mittel besäßen, diese chromatische Abweichung zu corrigiren. Bevor wir diese Mittel erörtern, müssen wir auf die Brechungsverhältnisse der Farben etwas näher eingehen. Wir haben bereits oben erläutert, daß die Brechungsindices für verschiedene durchsichtige Medien für ein und dasselbe einfarbige Licht sehr verschieden sind, daß Flintglas das Licht stärker breche, als Crownglas, dieses wieder stärker als Wasser. Da nun die Brechungsindices derselben Substanz für verschiedene Farben Unterschiede zeigen, so ist man übereingekommen, als mittleren Brechungsexponenten einer Substanz den der Linie E (im Gelb s. S. 128) zu betrachten. Man nimmt als Brechungsexponenten für die übrigen Farben die Brechungsexponenten der darin vorkommenden charakteristischen Linien.

Als Beispiel geben wir die Brechungsindices der Farben für Flintglas, Crownglas und Wasser nach Fraunhofer.

Substanz	B	C	D	E	F	G	H
Flintglas	1,627	1,629	1,635	1,642	1,648	1,660	1,671
Crownglas	1,525	1,526	1,529	1,533	1,536	1,541	1,546
Wasser	1,330	1,331	1,333	1,335	1,337	1,341	1,344

Die Differenz zwischen den Brechungsindices der rothen und violetten Strahlen nennt man die totale Dispersion. Dieselbe beträgt

für Flintglas	0,0433,
- Crownglas	0,0207,
- Wasser	0,0132.

Die totale Dispersion ist demnach bei Flintglas mehr als doppelt so groß als bei Crownglas. Schleift man daher 2 Prismen aus Crownglas und Flintglas, welche beide die Linie E um gleichviel ablenken, so wird das Spectrum des Flintglases doppelt so groß erscheinen, als das des Crownglases. Construiert man also ein Flintglasprisma, welches ein gleich großes Spectrum liefert, wie ein gegebenes Crownglasprisma, so wird die Ablenkung des so erhaltenen Flintglasprismas bei gleicher Farbenzerstreuung eine geringere sein.

Legt man zwei solcher Prismen in verkehrter Lage auf einander, so werden die Strahlen durch das zweite Prisma nach der entgegengesetzten Richtung hin abgelenkt, die durch das erste Prisma bewirkte Farbenzerstreuung wird durch die gleich starke des zweiten Prismas aufgehoben, die Ablenkung dagegen, welche, wie ausdrücklich bemerkt, bei dem zweiten Prisma geringer ist, wird nur um etwas vermindert, so dafs sie jetzt die Differenz der beiden Ablenkungen ist. *) Wir besitzen demnach ein Mittel, die Farbenzerstreuung eines Prismas durch Combination mit einem Prisma anderer Dispersion aufzuheben, und solches Doppelprisma ohne Farbenzerstreuung nennt man ein achromatisches Prisma.

Eine absolute Farblosigkeit kann dadurch freilich nicht erreicht werden. Aus obiger Tabelle geht hervor, dafs die Differenz der Brechungsexponenten für die Linien BC im Flintglas 1,9mal so grofs ist, wie im Crownglas, die Differenz der Brechung für GH aber beim Flintglas 2,19mal so grofs, als beim Crownglas. Die Folge davon ist, dafs bei zwei gleich langen Crown- und Flintglasspectren der violette Theil der Flintglasprismen diesen Zahlen entsprechend länger ist, als beim Crownglas, und daher ist auch keine absolute Aufhebung der Farbenzerstreuung möglich.

Legt man ein Crown- und Flintglasprisma, die beide gleich lange Spectren geben, verkehrt zusammen, so decken sich genau genommen nur die Farben Roth und Violett, weniger vollkommen aber das Gelb und Indigo. Dieser Umstand schadet für optische Zwecke nicht, er ist aber sehr hinderlich für photographische. Indigo ist hier gerade die am stärksten chemisch wirkende, Gelb die am hellsten sichtbare

*) Wie aus der Anmerkung Seite 50 hervorgeht, ist die Ablenkung für kleine Winkel, wenn der brechende Winkel des Prismas $= \alpha$,

$$D = (n - 1) \alpha.$$

Die Ablenkung des rothen Strahles ist demnach, wenn n_r sein Brechungsindex, $= (n_r - 1) \alpha$, die der violetten, wenn n_v sein Brechungsindex, $= (n_v - 1) \alpha$, die totale Dispersion ist also die Differenz beider Gröfsen, $= (n_v - n_r) \alpha$; sie ist daher dem brechenden Winkel des Prismas ebenfalls proportional. Für ein Flintglasprisma würde, wenn wir die betreffenden Brechungsindices mit n'_v und n'_r bezeichnen, die Ablenkung bei gleichem Winkel sein $(n'_v - n'_r) \alpha$. Verlangt man nun 1 Flintglasprisma, welches ein gleich langes Spectrum liefert, wie ein Crownglasprisma, so ergibt sich dieses aus der Gleichung, wenn α' der brechende Winkel des Flintglasprismas ist,

$$(n'_v - n'_r) \alpha' = (n_v - n_r) \alpha,$$

demnach

$$\alpha' = \frac{(n_v - n_r)}{(n'_v - n'_r)} \cdot \alpha.$$

Für die oben gegebenen Glassorten ist $\alpha' = 0,485 \cdot \alpha$.

Nehmen wir $\alpha = 20^\circ$, so ist $\alpha' = 9,7^\circ$. Die Ablenkung des mittleren Strahles E berechnet sich:

$$(n' - 1) 9,7 = 0,642 \cdot 9,7^\circ = 6,22^\circ$$

und

$$(n - 1) 20 = 0,533 \cdot 20 = 10,66^\circ.$$

Beide Prismen in entgegengesetzter Lage combinirt, werden eine Ablenkung $(10,66^\circ - 6,22^\circ)$ erzeugen $= 4,44^\circ = 4^\circ 26'$.

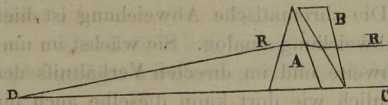
Farbe für das Auge. Fallen beide in unseren achromatisirten photographischen Gläsern nicht genau zusammen, so entsteht das, was man Focusdifferenz nennt.

Für photographische Gläser berechnet man daher den Achromatismus so, daß Gelb und Indigo zusammenfallen. *)

Wir haben demnach in der Composition zweier verschiedener Glassorten ein Mittel, die chromatische Abweichung aufzuheben.

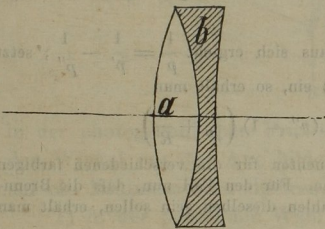
Brewster hat bewiesen, daß eine solche Achromatisirung auch mit 2 Prismen derselben Glassorte möglich ist. Haben beide gleiche brechende Winkel, so wird die Farbenzerstreuung aufgehoben, aber

Fig. 18.



auch die Ablenkung; sie wirken dann zusammengelegt wie ein Planglas. Hat man aber ein Glasprisma von 60° und ein zweites von 40°, so kann man durch passende Wahl der Stellung derselben zu einander einen Achromatismus erzielen, ohne die Ablenkung aufzugeben. Diese Erscheinung erklärt sich daraus, daß durch die starke Neigung der auf das Prisma B (Fig. 18) fallenden Strahlen die Dispersion in bedeutenderem Grade gesteigert wird, als die Ablenkung. Diese Methode der Wegschaffung der chromatischen Abweichung wird nun auch bei Linsen angewendet. Der gewöhnliche Weg der Achromatisirung ist jedoch die Combination einer Convexlinse von Crown-
 glas a mit einer Concavlinse von Flintglas b (Fig. 19). Beide werden entweder unmittelbar zusammengekittet (wie bei der Frontlinse des Portraitobjectivs),

Fig. 19.



oder sie stehen in einer gewissen Entfernung von einander (wie bei der Hinterlinse derselben Combination). **)

Ein Achromat durch Combination zweier Linsen derselben Glassorte zu erzielen, ist z. B. bei der Zentmeyer- und Steinheil-Linse (Periskop) versucht worden.

*) Die in voriger Anmerkung gegebenen Formeln gestalten sich dann:

$$a' = \frac{(n_i - n_g) \alpha}{(n'_i - n'_g)}$$

**) Die Brennweite zweier Linsen, die gemeinschaftlich ein Achromat bilden, berechnet sich wie folgt. Falls die Linsen achromatisch erscheinen sollen, müssen der gelbe und indigofarbene Strahl denselben Focus haben. Nun ist der Focus einer

Linsencombination p nach S. 160 $= \frac{p' p''}{p' + p''}$; da die zweite Linse concav ist, so

Die Formeln, nach denen man eine achromatische Linsen- und Prismencombination berechnen kann, sind in den Anmerkungen gegeben. Sie sind entwickelt aus den Prismen- und Linsenformeln, die jedoch, wie wir früher gesehen haben, nur unter den einfachen Voraussetzungen, daß die Strahlen nahe bei der Axe einfallen und nur kleine Winkel mit derselben bilden, gültig sind. Werden diese Voraussetzungen nicht erfüllt, so ist auch der Achromatismus nicht erfüllt. Daher kommt es, daß Randstrahlen und schief gegen die Axe geneigte Strahlen chromatische Abweichung zeigen, wenn auch die Mitte der Linse achromatisch erscheint. Die chromatische Abweichung ist hier ganz der sphärischen Längenabweichung analog. Sie wächst im umgekehrten Verhältniß zur Brennweite und im directen Verhältniß des Quadrats der Oeffnung, und ähnlich wie dort kann dieselbe auch für Randstrahlen durch passende Wahl und Stellung der Blenden corrigirt werden.

3) Wölbung der Bildfläche.

Stellt man eine Camera mit irgend einer aplanatischen Linse auf einen Gegenstand scharf ein, so findet man, daß es nicht möglich ist, alle Theile des Bildes gleichzeitig scharf zu bekommen. Entweder ist der Rand unscharf und die Mitte scharf, oder umgekehrt. Dieser Fehler rührt keineswegs von der sphärischen Abweichung, denn er kommt

ist p'' negativ, demnach $p = \frac{p' p''}{p'' - p'}$, woraus sich ergibt $\frac{1}{p} = \frac{1}{p'} - \frac{1}{p''}$; setzt man für p' und p'' die Radienformel (S. 153) ein, so erhält man

$$\frac{1}{p} = (n' - 1) \left(\frac{1}{r'} + \frac{1}{R'} \right) - (n'' - 1) \left(\frac{1}{r''} + \frac{1}{R''} \right).$$

Setzt man hier für n' n'' die Brechungsexponenten für die verschiedenen farbigen Strahlen ein, so erhält man deren Brennweiten. Für den Fall nun, daß die Brennweiten für die indigofarbenen und gelben Strahlen dieselben sein sollen, erhält man die Bedingungsgleichung

$$(n'_i - 1) \left(\frac{1}{r'} + \frac{1}{R'} \right) - (n''_i - 1) \left(\frac{1}{r''} + \frac{1}{R''} \right) = (n'_g - 1) \left(\frac{1}{r'} + \frac{1}{R'} \right) - (n''_g - 1) \left(\frac{1}{r''} + \frac{1}{R''} \right),$$

woraus sich ergibt

$$(n'_i - n'_g) \left(\frac{1}{r'} + \frac{1}{R'} \right) = (n''_i - n''_g) \left(\frac{1}{r''} + \frac{1}{R''} \right).$$

Für die Radienformeln wieder die Werthe $\frac{1}{p'}$ und $\frac{1}{p''}$ eingesetzt, erhält man

$$\frac{(n'_i - n'_g)}{(n' - 1) p'} = \frac{(n''_i - n''_g)}{(n'' - 1) p''},$$

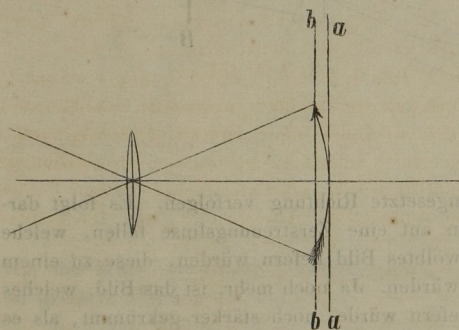
woraus sich die Werthe von p' und p'' leicht berechnen lassen. n' und n'' bedeuten hier die Brechungsverhältnisse der mittleren Strahlen. Den Ausdruck $\frac{(n_i - n_g)}{n - 1}$ nennt man auch das Zerstreungsvermögen. Die Brennweiten der Linsen eines Achromats müssen sich daher umgekehrt wie ihr Zerstreungsvermögen verhalten.

bei allen vollkommen aplanatischen Linsen vor, sondern von der Wölbung der Bildfläche*).

Das Bild liegt nämlich nicht auf einer Ebene gleich der matten Scheibe, sondern auf einer mehr oder weniger gekrümmten Fläche, und beim Verrücken der matten Scheibe wird nur der Theil des Bildes auf derselben scharf erscheinen, welchen die matte Scheibe berührt oder schneidet. Der Pfeil in Figur 20 stellt solch ein gekrümmtes Bild dar. Bringt man die matte Scheibe an die Stelle aa , so erscheint nur der mittlere Theil scharf, in der Stellung bb aber nur der Rand.

Wir haben in dem Capitel über sphärische Abweichung an einem Beispiel gezeigt, wie dieses gekrümmte Bild entstehe (s. S. 161). Es wurde da-

Fig. 20.



selbst erörtert, wie diese Bildkrümmung je nach der Stellung der Linse sehr verschieden ist. Es ist leicht einzusehen, dass auch die Gestalt der Linse von Einfluss ist. Bei Linsen mit sehr beschränktem Gesichtsfeld (wie die astronomischen) ist die Bildwölbung nicht von Bedeutung, sehr auffallend offenbart sie sich aber

in der photographischen Praxis, wo die Strahlen oft einen bedeutenden Winkel mit der Axe bilden. Die Mittel, sie wegzuschaffen resp. auf ein Minimum zu reduciren, bestehen

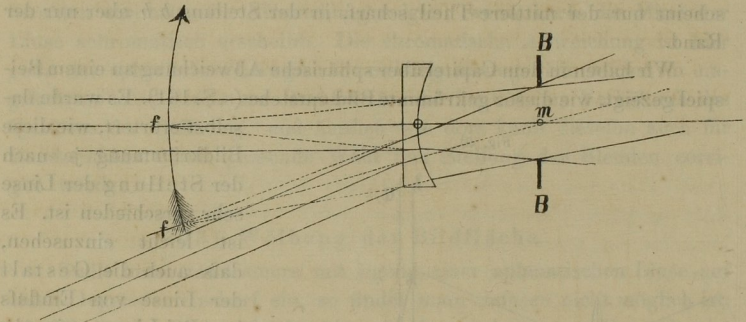
1) in der passenden Wahl der Linsen- und Blendenstellung. Auf S. 161 ist gezeigt, dass für eine planconvexe Linse mit Vorderblende der Krümmungsradius des Bildes gleich $3r$ ist, wenn die Linse ihre plane Seite den Objecten zukehrt, dagegen kleiner als $2r$, wenn die Stellung von Linse und Blende die entgegengesetzte ist. Demnach ist das Bild im ersten Fall ein viel flacheres.

2) Durch passende Wahl der Linsenform. Wie es in Bezug auf sphärische Abweichung eine Linse bester Form giebt, so existiren auch Linsen bester Form in Bezug auf Vermeidung der Bildwölbung, und hat die Erfahrung ergeben, dass die Menisken, deren concave Seite dem Objecte zugekehrt ist, das ebenste Bild liefern. Solche Linsen sind z. B. die Dallmeyer'schen Landschaftslinsen.

*) Wir bedienen uns hier des Ausdrucks Wölbung, weil „Krümmung“ der Bildfläche gar zu häufig mit Krümmung der Linien im Bilde (siehe Verzeichnung) verwechselt wird.

3) Durch Linsencombination. Wie oben gezeigt worden ist, giebt eine Sammellinse ein gewölbtes positives Bild eines ebenen Gegenstandes. In ähnlicher Weise liefert eine Zerstreuungslinse ein gewölbtes negatives Bild (Fig. 21), welches aufrecht ist und mit dem (hier weit entfernt gedachten) Gegenstande auf derselben Seite der Linse liegt, indem die Strahlen auf der andern Seite divergirend austreten.*) Nun bleiben die optischen Erscheinungen dieselben, wenn

Fig. 21.



die Strahlen die entgegengesetzte Richtung verfolgen. Es folgt daraus, daß, wenn Strahlen auf eine Zerstreuungslinse fallen, welche verlängert ein solches gewölbtes Bild liefern würden, diese zu einem ebenen Bilde vereinigen würden. Ja noch mehr, ist das Bild, welches die Strahlen verlängert liefern würde, noch stärker gekrümmt, als es die Linse für sich allein erzeugen würde, so wird das Resultat ein concaves Bild sein.

Combinirt man demnach eine Sammellinse, welche ein gewölbtes Bild liefert, mit einer passend gewählten Zerstreuungslinse, so wird aus der Vereinigung beider ein ebenes Bild resultiren.

Man kann auf diese Weise die Bildwölbung freilich nicht vollständig aufheben, da sonst zu gleicher Zeit die Brechung aufgehoben würde.

Man corrigirt daher die Bildwölbung durch eine concave Linse und dazu benutzt man bei einfachen Linsen die Flintglaslinse, welche auch zur Correctur der chromatischen Abweichung dient. Einen besondern Einfluß hat hierbei auch die Stellung der Linsen zu einander, und planconvexe wie planconcave Linsen liefern viel

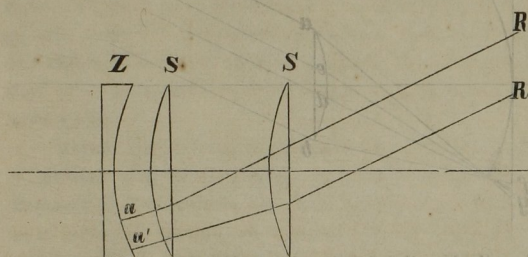
*) Die Construction dieses Bildes so wie sein Krümmungsverhältniß sind ganz analog dem des Bildes einer planconvexen Linse, s. S. 161. Kehrt die planconcave Linse ihre ebene Fläche den Gegenständen zu, so ist der Krümmungsradius gleich $3r$. Das Bild ist aufrecht und befindet sich auf derselben Linsenseite mit dem Gegenstande. Die Blende B müßte für den in der Figur angenommenen Fall hinter die Linse gesetzt werden.

stärker gekrümmte Bilder, wenn sie ihre gewölbte Seite den Gegenständen zukehren, als umgekehrt. Stellt man demnach die planconvexe Linse so, daß sie ein stark gewölbtes Bild liefert, so kann man dasselbe durch eine verhältnismäßig viel flachere planconcave Linse corrigiren.

Von ähnlichem Einfluß ist auch die Entfernung der Linsen von einander. Fällt z. B. ein schiefes Strahlenbündel auf eine Sammellinse S , so wird das Bündel nach der Brechung die Zerstreuungslinse in a treffen. Steht die Linse aber weiter entfernt, z. B. bei S' , so trifft das Bündel R nach der Brechung in S die Linse Z in a' .

In letzterem Falle fällt es demnach auf einen Punkt, der dem stärker zerstreuernden Rande der Linse Z näher liegt, und die

Fig. 22.



Folge davon ist, daß die Strahlen eine stärkere Zerstreuung, d. h. eine verhältnismäßig größere Focusverlängerung erfahren als die centralen Strahlen, die auch bei der zweiten Stellung

von der Mitte der Linse Z aufgenommen werden. Die Folge davon ist größere Ebnung der Bilder.

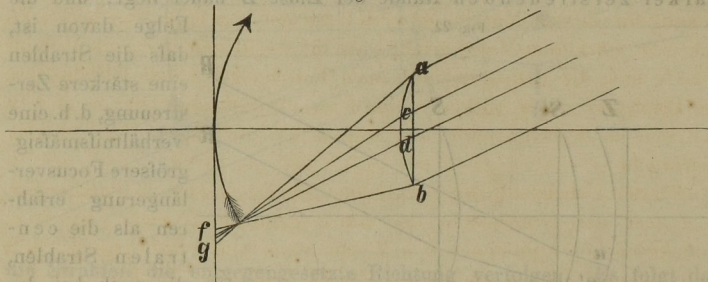
In dieser Weise sind die beiden Linsen der Hinterlinse des Portraitkopfs behufs der Correction der Feldkrümmung um ein gewisses Stück von einander entfernt. Zuweilen ist die Entfernung eine nicht richtig gewählte, dann kann man durch Variation derselben nicht selten eine Linse verbessern. Man schraubt die hintere Combination auseinander, nähert oder entfernt die Linsen mit Hülfe eingelegter Papier- oder Pappstreifen und macht Probeaufnahmen; hierbei findet man, bei welcher Linsenstellung das Objectiv am günstigsten wirkt.

Ferner ist hier das Petzval'sche Orthoskop zu erwähnen. Dieses ist eine Combination einer Sammellinse mit einer um ein gewisses Stück davon entfernten Zerstreuungslinse. Die Sammellinse kehrt ihre convexe Seite den Strahlen zu. Sie allein wird ein sehr gewölbtes Bild liefern, indem jedoch die schiefen Strahlen, welche von ihr ausgehen, auf den Rand der Concavlinse fallen, der stärker zerstreut als die Mitte, wird ihre Brennweite mehr verlängert, als die der Centralstrahlen, und als Folge davon resultirt ein ebenes Bild. In ähnlicher Weise wird bei den Dallmeyer'schen Tripelobjectiven durch Einführung einer negativen Zwischenlinse die Verlängerung des Focus der schiefen Strahlen und dadurch Ebenheit des Bildes

erzielt. Freilich ist diese bei keinem Objectiv eine vollkommene; die übrigbleibende Bildwölbung schadet jedoch nicht immer, bei Portraits z. B. brauchen nicht alle Punkte scharf zu sein, sondern nur die charakteristischen Theile. Anders ist es jedoch bei Aufnahme von Zeichnungen, Architekturen etc. Hier zwingt man die Schärfe über das ganze Bild durch kleine Blenden. Je kleiner die Blende, desto spitzer ist der Strahlenkegel, welchen irgend ein auffallender Strahlencylinder liefert, desto geringer ist die Unschärfe, welche bewirkt wird, falls man die matte Scheibe aus der Spitze der Kegel herausrückt.

Beifolgende Figur erläutert dies. Stellt man auf die Mitte des krummen Pfeilbildes scharf ein, so wird der Rand unscharf, bei gro-

Fig. 23.

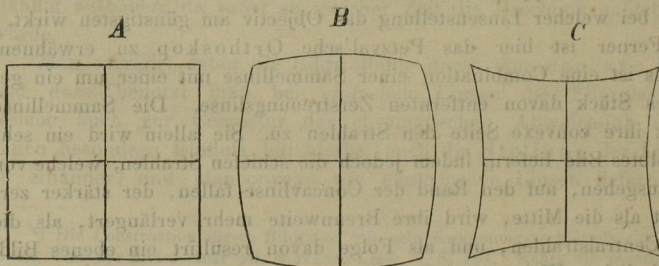


ßer Oeffnung ab ist die Unschärfe eine beträchtliche, sie bildet dann einen Zerstreuungskreis vom Durchmesser fg . Bei kleiner Blende cd ist dagegen der Zerstreuungskreis von viel geringerem Durchmesser, d. h. die Unschärfe viel geringer.

4) Die Verzeichnung.

Stellt man mit einer einfachen Linse mit Vorderblende auf ein Quadrat A scharf ein, so erscheint das Bild desselben nicht als Qua-

Fig. 24.



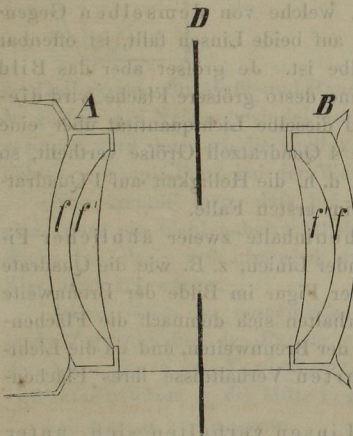
drat, sondern mit gekrümmten Seiten, fast wie eine Tonne (B). Die Linien sind nach auswärts gekrümmt. Nimmt man statt der Linse

mit Vorderblende eine mit Hinterblende, so ist die Krümmung die entgegengesetzte (*C*). Diesen Fehler findet man bei allen einfachen Linsen, wenn auch nicht in gleichem Grade. Er beruht darauf, daß die Randstrahlen des Gesichtsfeldes unter stärkerem Winkel auf die Linse fallen, also eine stärkere Ablenkung erleiden als die centralen Strahlen. (Wie wir früher gesehen haben, wächst die Ablenkung in größerem Maße als der Einfallswinkel.)

Nun werden jedoch bei dieser Ablenkung, je nach der Blendeneinstellung, wie früher gezeigt worden ist, die Randstrahlen entweder dem Mittelpunkte des Gesichtsfeldes genähert, wie bei der Vorderblende, oder von demselben entfernt, wie bei der Hinterblende (siehe d. Fig. S. 161 u. 163). Es ist demnach offenbar, daß, wenn diese Ablenkung für die dem Mittelpunkte des Gesichtsfeldes entfernter liegenden Ecken in stärkerem Maße erfolgt, als für die Mitten der Seiten, demgemäß auch die Ecken in dem einen Fall im Bilde dem Mittelpunkte des Bildfeldes näher rücken werden als die Seitenmitten, im andern Fall sich mehr davon entfernen, woraus die geschilderte Verzeichnung hervorgeht.

Dieser Uebelstand der Verzeichnung zeigt sich um so auffälliger, je größer das Gesichtsfeld der Linse genommen wird. Er stört namentlich bei Aufnahmen von Zeichnungen und Architekturen. Will man einfache Linsen zu diesem Zweck benutzen, so darf nur der mittlere Theil des Bildfeldes verwendet werden. Die Verzeichnung ist abhängig von der Linsenform. Unter allen einfachen Linsenformen zeigt der Meniscus mit der concaven Seite dem Object zugerichtet die Verzeichnung am wenigsten, stärker ist sie schon beim planconvexen Glase (die flache Seite nach dem Object gerichtet), noch stärker bei den biconvexen. Bei einfachen Linsen ist durch passende Wahl der Form die Verzeichnung zwar auf ein Minimum zu reduciren, jedoch niemals ganz aufzuheben. Vermeidung dieses Fehlers erzielt man nur durch Linsencombinationen mit sogenannten Centralblenden. Man denke sich zwei Linsen *AB* in gewisser Entfernung von einander, und zwischen beiden in der Mitte eine Blende *D*. Diese Blende wirkt in Bezug auf die erste Linse wie eine Hinterblende, sie erzeugt die Verzeichnung *C*

Fig. 25.



in Bezug auf die zweite Linse wie eine Vorderblende, sie erzeugt die Verzeichnung *C* (Fig. 24); in Bezug auf die zweite

Linse wirkt sie dagegen wie eine Vorderblende, sie erzeugt dann die Verzeichnung *B*. Da beide Verzeichnungen die entgegengesetzten sind, so heben sie sich gegenseitig auf, und das Resultat ist ein correctes Bild.

Solche Doppelobjective mit Centralblenden sind z. B. die Kugel-objective, Pantoskope und die neuen Steinheil'schen Aplanate. Die Portraitlinsen von Petzval sind ähnlich construirt, da aber die beiden Linsen sehr ungleich sind, so bleibt noch eine merkliche Verzeichnung übrig.

Ueber Lichtstärke und Gesichtsfeld der Linsen.

Unter der Lichtstärke einer Linse versteht man ihre Fähigkeit, ein mehr oder weniger helles Bild zu liefern. Diese Fähigkeit hängt ab 1) von dem Flächeninhalt der Linse, 2) von ihrer Brennweite, 3) von dem Verlust durch Reflexion und Absorption, welche das Licht beim Durchgange durch die Glasmasse erleidet.

Je größer die Fläche einer Linse ist, desto größer ist die Quantität der Lichtstrahlen, welche sie aufzunehmen vermag. Nun steht der Flächeninhalt im Verhältniß des Quadrats des Durchmessers, oder wie man sagt, der Oeffnung. Demnach werden sich die Lichtstärken zweier Linsen unter sonst gleichen Umständen verhalten, wie die Quadrate ihrer Oeffnung.

Sind die Brennweiten der Linsen verschieden, so liefern sie von einem und demselben Gegenstande ein verschieden großes Bild. Liefert z. B. eine Linse von 6" Brennweite von irgend einem Gegenstande, z. B. einem Menschen, eine Figur von 3" Höhe, so liefert bei derselben Entfernung eine Linse von 12" Brennweite eine Figur von 6" Höhe. Die Lichtmenge, welche von demselben Gegenstande unter denselben Umständen auf beide Linsen fällt, ist offenbar dieselbe, falls ihre Oeffnung dieselbe ist. Je größer aber das Bild desselben Gegenstandes ist, über eine desto größere Fläche wird dieselbe Lichtmenge zerstreut. Wird dieselbe Lichtquantität über eine Fläche von 2 Quadratzoll oder von 4 Quadratzoll Größe vertheilt, so ist im letztern Falle die Lichtmenge, d. h. die Helligkeit auf 1 Quadratzoll Fläche nur halb so groß, als im ersten Falle.

Nun verhalten sich die Flächeninhalte zweier ähnlicher Figuren wie die Quadrate gleich liegender Linien, z. B. wie die Quadrate ihrer Höhe; da aber die Größe einer Figur im Bilde der Brennweite einer Linse proportional ist, so verhalten sich demnach die Flächeninhalte derselben wie die Quadrate der Brennweiten, und da die Lichtstärke zweier Bilder im umgekehrten Verhältnisse ihres Flächeninhaltes steht, so folgt daraus:

Die Lichtstärken zweier Linsen verhalten sich, unter