mutale Abbildung, die mit längentreuen Hauptkreisen, deren Netzlinien transzendente Linien sind; denn es ist im mathematischen Sinn nicht exakt, sondern nur genähert möglich, einen beliebigen Kreisbogen mit Hilfe von Zirkel und Lineal zu verstrecken, und so auch für diese azimutale Abbildungsart den Halbmessermaßstab auf dem genannten Weg herzustellen (vgl. Hammer, Geogr. wichtigste Kartenprojektionen, Stuttgart 1889, S. 66—74). Genähert ist freilich auch diese azimutale Abbildung aus der stereographischen für genügend kleinen Maßstab mit beliebig weitgehender Genauigkeit „konstruierbar".

Im Fall B

soll es nach dem im Eingang aufgestellten Einteilungsprinzip nicht möglich oder auch nur zu umständlich sein, das Kartennetz unmittelbar mit Zirkel und Lineal zu konstruieren. Die wichtigsten Gründe dafür sind daselbst schon angegeben; sie kommen sowohl für Abbildungen innerhalb wie außerhalb der drei großen Gruppen der „geometrisch einfach definierten Abbildungen" in Betracht. Z. B. ist die Konstruktion von transversal-zylindrischen Abbildungen nur noch mit großen Weitläufigkeiten möglich; oder: die unmittelbare Konstruktion vermittelnder konischer Abbildungen in normaler Lage ist zwar eigentlich die einfachste Art der Zeichnung von Kartennetzen überhaupt, versagt aber vielfach aus praktischen Gründen, z. B. besonders, wenn die Halbmesser der Parallelkreisbilder dem Maßstab der Abbildung gemäß zu groß werden. Derselbe Fall tritt gewöhnlich auch z. B. für die schiefachsige winkeltreue azimutale (sog. stereographische) Projektion für Meridianbilder nahe beim Mittelmeridian ein. Wenn der Halbmesser einer kreisförmigen Netzlinie wesentlich über 1 m steigt, so kann diese nicht mehr genügend sicher mit einem Stangenzirkel gezogen werden, und die mannigfachen sonstigen Hilfsmittel zum Zeichnen flacher Kreisbögen sind im ganzen allesamt recht unsicher, wofern wenigstens nicht ziemlich zahlreiche Punkte des Bogens schon zuvor scharf bestimmt aufgetragen sind. In diesem Fall leisten dann allerdings die sog. Kreisbogenschablonen, die bei Entwürfen von Eisenbahnbauten verwendet werden, und bis zu sehr großen Halbmessern, z. B. bis 10 m zu haben sind, sehr gute Dienste.

Sobald eben diese Berechnung und Absetzung einzelner Punkte der Netzlinien notwendig wird, ist es für die Zeichnung des ganzen Netzes im allgemeinen unerheblich, ob ein sehr schwach gekrümmter Bogen ein Kreisbogen oder ein Bogen einer andern algebraischen oder transzendenten Linie ist, ebenso ob der Entwurf einer der drei Gruppen der „geometrisch einfach definierten Abbildungen" (konische Abbildungen mit ihren Grenzfällen zenital und zylindrisch) angehört oder nicht; man wird im allgemeinen in diesem Fall **B** stets alle notwendigen Netzpunkte nach rechtwinkligen Koordinaten in der Bildebene berechnen und es wird darauf ankommen, diese Berechnung möglichst bequem, sicher und endlich so einzurichten, daß die aufzutragenden Punkte zugleich punktweise die Bilder der erforderlichen Meridiane und Parallelkreise des Netzes liefern. Oft entstehen nach dem scharfen Auftragen der Punkte nach ihren rechtwinkligen Koordinaten in der Bild- d. h. Kartenebene (bei dem besondere „Koordinatographen" eine große Annehmlichkeit sind und große Genauigkeiten verbürgen können, aber in besseren Ausführungen auch sehr teuer sind) wertvolle Proben für die Zeichnung, so z. B. bei allen echtkonischen Abbildungen in normaler Lage, wo die Punkte eines und desselben Meridianbilds sich scharf in gerader Linie liegend zeigen müssen. Auch schwach gekrümmte Linien der Abbildung, wie die Parallkreisbilder im oben angeführten Fall bei sehr großem Maßstab der konischen Abbildung oder die Meridianbilder in irgendeiner rationellen Abbildung eines kleinen Stücks der Erdoberfläche

a) Bei den unechtzylindrischen Abbildungen z. B. (in normaler Lage) kann das System der Parallelkreisbilder unmittelbar mit dem Lineal gezogen werden, sei es ohne vorbereitende Rechnung (z. B. Sanson), sei es nach einfacher vorhergehender Rechnung (z. B. Mollweide oder bei der vom Verf. angegebenen ausgleichenden flächentreuen Abbildung; vgl. z. B. meinen Aufsatz in P. M. 1900. Unechtzylindrische und unechtkonische flächentreue Abbildungen), wobei diese Rechnung wieder zum Teil ein für allemal erledigt werden kann. Die Meridianbilder dagegen sind z. B. bei Sanson Sinuslinien, bei Mollweide Ellipsen usw.

b) Bei den unechtkonischen Abbildungen (in normaler Lage) als fernerem Beispiel ist das System der Parallelkreisbilder unmittelbar mit dem Zirkel zu ziehen, wobei ähnliches wie bei a) zu sagen ist (Bonne, Nells ausgleichende Projektion dieser Art usf.); ebenso gilt ähnliches für

c) den zweiten Grenzfall von b) [der erste ist a) mit $\varphi_0 = 0$; bei diesem zweiten ist $\varphi_0 = 90°$], den man unechtpolar nennen könnte (Stab-Werner usw.). Und dasselbe ist für

d) die polykonischen Abbildungen (stets in normaler Lage gedacht) zu sagen; usw.

3. Das Netz kann mit Zirkel und Lineal konstruiert werden, keine der beiden Scharen von Netzlinien besteht aber aus Geraden oder aus Kreisen. Über die Natur der Netzlinien gilt für die praktische Kartographie selbstverständlich auch hier das in 2. Gesagte; die Linien entstehen eben zeichnerisch durch stetige Verbindung genügend dicht liegender konstruierter Punkte.

a) Immerhin ist z. B. zu beachten, daß bei allen „perspektivischen" Abbildungen der Kugel- (oder der Ellipsoid-) Oberfläche auf die Ebene sämtliche Netzlinien Kegelschnitte sind (die also die Gerade und den Kreis als Grenzfälle mit umfassen); daß bei der gnomischen Kugelabbildung alle Großkreise (z. B. in jeder Lage der Projektion der Äquator und alle Meridiane) als Gerade sich abbilden, also mit dem Lineal gezogen werden können, wenn zwei Punkte für das Großkreisbild konstruiert sind; und daß endlich bei der normalen Lage einer perspektivischen Abbildung und sogar jeder beliebigen azimutalen Abbildung (Polarprojektion) das Netz sich aus konzentrischen kreisförmigen Parallelkreisbildern und Durchmessern dieser Kreise als geradlinigen Meridianbildern zusammensetzt, d. h. daß man auf den Fall 1 c) zurückgeführt wird. Ferner ist zu beachten, daß man bei diesen Kegelschnitten als Netzlinien beliebiger perspektivischer Abbildungen beliebig dicht liegende Punkte einfach konstruieren kann, so z. B. für die Ellipsen, als die sich bei allen externen Perspektiven ($D > R$) die Netzlinien darstellen (Grenzfall $D = \infty$, sog. orthographische Abbildung; in der „Horizontalprojektion" sind die Ellipsen, die die Parallelkreisbilder darstellen, einander sämtlich ähnlich und können damit leicht gemeinsam konstruiert werden, derart, daß man durch die Einzelpunkte zugleich die Punkte für die verschiedenen elliptischen Meridianbilder erhält) usf.

b) Hierher gehören aber auch alle Abbildungen, die aus einer mit Zirkel und Lineal herzustellenden Hilfsprojektion einfach konstruiert werden können; so ist z. B. eine beliebige „Horizontalprojektion" der flächentreuen azimutalen Abbildung (eine der Lambertschen Projektionen) bekanntlich sehr einfach zu konstruieren auf Grund der „stereographischen" Abbildung mit demselben Hauptpunkt, deren Netzlinien ja durchaus Kreise sind. Die Netzlinien werden hier höhere algebraische Kurven, die aber punktweise auch im mathematischen Sinn mit Zirkel und Lineal konstruiert werden können. Diese Zeichnung der Netzlinien, wenn auch nur punktweise, mit „Zirkel und Lineal" im mathematischen Sinn ist dagegen nicht möglich für die wichtigste vermittelnde azimutale Abbildung, die mit längentreuen Hauptkreisen, deren Netzlinien transzendente Linien sind; denn es ist im mathematischen Sinn nicht exakt, sondern nur genähert möglich, einen beliebigen Kreisbogen mit Hilfe von Zirkel und Lineal zu verstrecken, und so auch für diese azimutale Abbildungsart den Halbmessermaßstab auf dem genannten Weg herzustellen (vgl. Hammer, Geogr. wichtigste Kartenprojektionen, Stuttgart 1889, S. 66—74). Genähert ist freilich auch diese azimutale Abbildung aus der stereographischen für genügend kleinen Maßstab mit beliebig weitgehender Genauigkeit „konstruierbar".

Im Fall B

soll es nach dem im Eingang aufgestellten Einteilungsprinzip nicht möglich oder auch nur zu umständlich sein, das Kartennetz unmittelbar mit Zirkel und Lineal zu konstruieren. Die wichtigsten Gründe dafür sind daselbst schon angegeben; sie kommen sowohl für Abbildungen innerhalb wie außerhalb der drei großen Gruppen der „geometrisch einfach definierten Abbildungen" in Betracht. Z. B. ist die Konstruktion von transversal-zylindrischen Abbildungen nur noch mit großen Weitläufigkeiten möglich; oder: die unmittelbare Konstruktion vermittelnder konischer Abbildungen in normaler Lage ist zwar eigentlich die einfachste Art der Zeichnung von Kartennetzen überhaupt, versagt aber vielfach aus praktischen Gründen, z. B. besonders, wenn die Halbmesser der Parallelkreisbilder dem Maßstab der Abbildung gemäß zu groß werden. Derselbe Fall tritt gewöhnlich auch z. B. für die schiefachsige winkeltreue azimutale (sog. stereographische) Projektion für Meridianbilder nahe beim Mittelmeridian ein. Wenn der Halbmesser einer kreisförmigen Netzlinie wesentlich über 1 m steigt, so kann diese nicht mehr genügend sicher mit einem Stangenzirkel gezogen werden, und die mannigfachen sonstigen Hilfsmittel zum Zeichnen flacher Kreisbögen sind im ganzen allesamt recht unsicher, wofern wenigstens nicht ziemlich zahlreiche Punkte des Bogens schon zuvor scharf bestimmt aufgetragen sind. In diesem Fall leisten dann allerdings die sog. Kreisbogenschablonen, die bei Entwürfen von Eisenbahnbauten verwendet werden, und bis zu sehr großen Halbmessern, z. B. bis 10 m zu haben sind, sehr gute Dienste.

Sobald eben diese Berechnung und Absetzung einzelner Punkte der Netzlinien notwendig wird, ist es für die Zeichnung des ganzen Netzes im allgemeinen unerheblich, ob ein sehr schwach gekrümmter Bogen ein Kreisbogen oder ein Bogen einer andern algebraischen oder transzendenten Linie ist, ebenso ob der Entwurf einer der drei Gruppen der „geometrisch einfach definierten Abbildungen" (konische Abbildungen mit ihren Grenzfällen zenital und zylindrisch) angehört oder nicht; man wird im allgemeinen in diesem Fall **B** stets alle notwendigen Netzpunkte nach rechtwinkligen Koordinaten in der Bildebene berechnen und es wird darauf ankommen, diese Berechnung möglichst bequem, sicher und endlich so einzurichten, daß die aufzutragenden Punkte zugleich punktweise die Bilder der erforderlichen Meridiane und Parallelkreise des Netzes liefern. Oft entstehen nach dem scharfen Auftragen der Punkte nach ihren rechtwinkligen Koordinaten in der Bild- d. h. Kartenebene (bei dem besondere „Koordinatographen" eine große Annehmlichkeit sind und große Genauigkeiten verbürgen können, aber in besseren Ausführungen auch sehr teuer sind) wertvolle Proben für die Zeichnung, so z. B. bei allen echtkonischen Abbildungen in normaler Lage, wo die Punkte eines und desselben Meridianbilds sich scharf in gerader Linie liegend zeigen müssen. Auch schwach gekrümmte Linien der Abbildung, wie die Parallkreisbilder im oben angeführten Fall bei sehr großem Maßstab der konischen Abbildung oder die Meridianbilder in irgendeiner rationellen Abbildung eines kleinen Stücks der Erdoberfläche in großen Maßstäben werden auf diese Art genügend scharf kontrolliert; und es ist dabei, wie schon angedeutet, sogar gleichgültig, ob diese flachen Bogenstücke Kreisbögen von großen Halbmessern sind, oder Linien mit nicht konstanter Krümmung, wie z. B. die Meridianbilder in der Bonneschen Abbildung eines kleinen Stücks der Ellipsoidoberfläche und in großem Maßstab (es handelt sich hier neben genau kreisförmigen Parallelkreisbildern um genähert nach flachen Sinuslinien geformte Meridianbilder); usf.

Im ganzen ist zu sagen, daß unser Fall **B**, Ersetzung der für kleine Maßstäbe oft möglichen unmittelbaren Konstruktion des Kartennetzes (Fall **A**) durch die Berechnung und das Auftragen rechtwinkliger Koordinaten (x, y) in der Kartenebene, der wichtigere ist, selbst für einfache Projektionen aus den Gruppen der „geometrisch einfach definierten Abbildungen"; und zwar schon für die Netze von Länderkarten mittlerer Maßstäbe in Handatlassen, nicht nur, wie selbstverständlich, für die großen Maßstäbe von Spezialkarten oder gar von vielblättrigen, genau zusammensetzbaren topographischen Kartenwerken, bei denen die unmittelbare Konstruktion **A** ganz versagt.

Es wird demgemäß praktisch besonders erwünscht sein, für diesen Fall **B** rechnerische Hilfsmittel, Zahlentafeln, schon für mittlere Maßstäbe und dann namentlich für große Maßstäbe, bereit zu halten, die die Durchführung der Netzzeichnung auf dem angegebenen Weg erleichtern. Sei es, daß sie für eine bestimmte, sehr allgemein anwendbare Abbildungsart ein unmittelbar brauchbares Hilfsmittel liefern, sei es, daß sie die sonst notwendigen vorbereitenden Rechnungen wesentlich abkürzen. Für beide Arten von Hilfsmitteln seien hier einige Beispiele genannt.

Wohl das umfassendste Hilfsmittel der ersten Art ist das vom Coast and Geodetic Survey der Vereinigten Staaten herausgegebene, bei uns merkwürdigerweise kaum gekannte oder beachtete Werk: „Tables for a polyconic projection of maps"..., 3. (letzte mir bekannt gewordene) Aufl. Washington 1910; erste ebend. 1884, als App. 6 zum Coast Survey Report for 1884, zweite ebend. 1900 als Spec. Publ. No. 5). Es gibt für die „gewöhnliche" oder amerikanische polykonische Abbildung des Erdellipsoids (und zwar Clarke 1866) eine Menge von Daten, ganz besonders für die ganze Ellipsoidoberfläche die fertig ausgerechneten rechtwinkligen Koordinaten aller Netzpunkte in der Kartenebene, die für die Zeichnung von 1'-Parallelkreisbildern und 1'- (bis 10' Längendifferenz), 5'- (bis 2°) und 1°- (bis 30°) Meridianbildern erforderlich sind in jedem beliebigen Maßstab. Über die Entstehungsgeschichte dieser Tafel und der Abbildungsart, der sie gewidmet ist, muß auf die Einleitung a. a. O. verwiesen werden, es sei hier nur erwähnt, daß diese polykonische Abbildung der Ellipsoidoberfläche (sie scheint durch Hassler eingeführt worden zu sein) seit mehr als 100 Jahren nicht eine, sondern die Abbildungsart für die amerikanischen Landkarten war, und daß sie erst neuerdings für manche Karten der Union durch andere Abbildungsarten verdrängt zu werden beginnt*). Die Amerikaner rühmen an der (weder winkel-

*) Unter diesen ist besonders zu nennen die (Lambertsche) winkeltreue konische Abbildung mit zwei längentreuen Parallelkreisbildern; vgl. dazu zahlreiche neuere Veröffentlichungen des Coast and Geodetic Survey, namentlich von O. Adams, einige auch von Ch. Deetz (Spec. Public. No. 47, 1918; 49, 1918 [beide von Deetz]; 52, 1918 [umfassende Zahlentafeln, aber nur fürs Breitengebiet der Union]; 53, 1918; 57, 1919 [wo der Begriff der polykonischen Abbildung weiter als sonst gefaßt wird] usf.). Vgl. zur amerikanischen polykonischen Abbildung des Umdrehungsellipsoids auch meinen Aufsatz in der „Zeitschrift für Vermessungswesen", Bd. 52, 1923 S. 241—250.

treuen noch flächentreuen) Abbildungsart besonders, daß sie für kleine wie für große Stücke der Erdoberfläche anwendbar sei, ferner seien die Meridianbilder „spaced true to scale throughout the map" (d. h. die Parallelkreisbilder sind längentreu), und daß die Schnittwinkel von Meridianbildern und von Parallelkreisbildern sehr wenig von einem rechten Winkel abweichen*). Die Parallelkreise seien freilich nur entlang dem Mittelmeridian „spaced true to scale" (d. h. nur der Mittelmeridian ist längentreu abgebildet), treten dagegen mit wachsendem Abstand vom Mittelmeridian immer weiter auseinander. Immerhin könne (so sagt z. B. E. L. Ingram in seinem Buch „Geodetic surveying and the adjustment of observations", New York 1911, S. 140) ganz Nordamerika „without material distortion" in dieser einfachen Abbildungsart in einer Kartenebene dargestellt werden, wobei freilich erst festzusetzen wäre, was als „material distortion" gelten sollte und was nicht.

Hilfsmittel der zweiten Art sind naturgemäß sehr zahlreich vorhanden und gehen zeitlich weit zurück. Die Lambertsche Tafel (von 1772)**) zur Verwandlung sphärischer geographischer Koordinaten (oder also sphärischer Polarkoordinaten mit dem Hauptpunkt $\varphi_0 = 90°$), und zwar eines 5°-Netzes, in zenitale Koordinaten (sphär. Polarkoordinaten) mit dem Nullpunkt $\varphi_0 = 0°$, ist später vielfach verbessert wieder erschienen; sie findet sich z. B. neustens wieder im Anhang einer Schrift des in Anmerkung * (S. 4) genannten Adams***). Sie ist ferner auch die erste Tafel, $\varphi_0 = 0$, einer größern Sammlung solcher Transformationstafeln, die mein schon vor mehr als 3 Jahrzehnten (1889) herausgekommenes (und im vorliegenden Heft fortgesetztes) Buch „Über die geographisch wichtigsten Kartenprojektionen" bietet: es sind hier, für ein 5°-Netz, „Tafeln zur Verwandlung der geographischen Koordinaten in azimutale" angegeben für die Hauptpunktsbreiten $\varphi_0 = 0°$; 15°, 20°, 25° ..., 45°, 50°, 55°, 60°; 75°. Die erste Tafel für $\varphi_0 = 0$ ist hier besonders hervorgehoben wegen ihrer Verwandtschaft mit den neuen unten zu bietenden Tafeln. Jene 5°-Verwandlungstafeln meines Buchs von 1889 für eine Anzahl von 5°-Werten von φ_0 haben viel Anwendung zur Konstruktion von beliebigen azimutalen (zenitalen) 5°-Kartennetzen gefunden; es ist aber auch bald und vielfach bedauert worden, daß sie eben nur für solche **5**°-Netze (schiefachsige azimutale unmittelbar, schiefachsige zylindrische mittelbar) brauchbar sind, nicht aber z. B., wegen zu umständlicher, zweite Differenzen verlangender Einschaltung, für **1**°-Netze.

---

*) Diese Abweichung ist bekanntlich ganz aufgehoben in der Abänderung der amerikanischen polykonischen Projektion, die eine Zeitlang vom englischen War Office gebraucht worden ist („Rectangular polyconic projection"), ohne daß dadurch freilich die Abbildung winkeltreu würde. Diese englische oder rechtwinklige polykonische Abbildung wird aber jetzt mit Recht kaum mehr irgendwo angewendet.

**) Die Lambertsche Tafel findet sich im Abschnitt VI des III. Teils der „Beyträge zum Gebrauche der Mathematik und deren Anwendung", durch J. H. Lambert, Berlin 1772, S. 105—199, mit Fig.-Tafeln IV bis VII. Diese „Anmerkungen und Zusätze zur Entwerfung der Land- und Himmelskarten" sind wohl der wichtigste Teil der so überaus inhaltsreichen „Beyträge" überhaupt. (Die Tabelle steht vor S. 177 und gehört zu § 97; dazu Fig. XIV auf Tab. V.) Die Genauigkeit der Zahlen der Tafel (für, wie schon erwähnt, 5°-Argumente) ist 1'; in meiner sogleich zu erwähnenden Erneuerung dieser 5°-Tafel, 1889, sind die Tafelwerte auf 1" angegeben, ebenso bei Adams 1921.

***) U. S. Coast and Geodetic Survey, Spec. Public. No. 67. Washington 1921, S. 113—116.