

I. Einleitung.

Bei der Herstellung (Konstruktion) von Netzen für geographische Karten sind bekanntlich die zwei Hauptfälle in praktischer Beziehung die folgenden:

A. Die Meridian- und Parallelkreisbilder können unmittelbar mit den einfachsten Zeichnungshilfsmitteln, Lineal und Zirkel, gezogen werden, so daß höchstens kleine vorbereitende Rechnungen erforderlich sind; oder

B. dieses ist nicht möglich, sei es wegen der Art der Netzlinien, die beliebige Kegelschnitte oder höhere algebraische Kurven oder transzendente Linien sind, oder sei es wegen des Maßstabs der Abbildung, der z. B. das unmittelbare Ziehen auch einer kreisförmig, aber sehr schwach gekrümmten Netzlinie mit dem Stangenzirkel nicht mehr ermöglicht.

Im Fall A

kann es, wenn wir auch weiter nur nach den Konstruktionsmöglichkeiten, also rein praktisch einteilen, vorkommen, daß

1. das Netz mit Zirkel und Lineal unmittelbar konstruiert werden kann, und auch die Netzlinien mit diesen beiden einfachsten und sichersten Zeichenhilfsmitteln unmittelbar gezogen werden können, indem z. B.

a) die Bilder der Parallelkreise und der Meridiane Kreise von mäßigen Halbmessern sind, wie in allen Lagen und bei kleinen Maßstäben der winkeltreuen azimutalen Abbildung der Kugeloberfläche auf die Ebene, der sog. stereographischen Projektion, bei der gewöhnlichen „Globular“-Projektion für Planigloben und bei andern Kreisnetzen usf.; oder indem

b) die Bilder der Parallelkreise und der Meridiane Gerade sind, wie bei den zylindrischen Abbildungen in normaler Lage, bei den freilich unwichtigen „trapezoidalen“ Abbildungen usf., so daß nur das Lineal gebraucht wird. Oder

c) die Bilder der Parallelkreise sind Kreise, die der Meridiane aber Gerade, wie bei allen konischen Abbildungen in normaler Lage der Projektion, so daß die Bilder dieser zweierlei Netzlinien mit Zirkel und Lineal unmittelbar gezogen werden können.

Bei allen diesen bisher aufgezählten einfachsten Möglichkeiten und auch bei kleinen Maßstäben der Abbildungen muß freilich, wie bereits oben angedeutet, häufig die Konstruktion durch kleine Rechnungen vorbereitet werden; z. B. bei den normalen konischen Abbildungen für die Winkelabstände der Meridianbilder und für die Halbmessersunterschiede der winkeltreuen oder flächentreuen Abbildungen dieser Art, bei der normalen winkeltreuen zylindrischen Abbildung (Mercator-Abbildung) Berechnung der Parallelkreisbilderabstände, die freilich ein für allemal ausgeführt werden kann, usf.

2. Das Netz kann mit Zirkel und Lineal unmittelbar konstruiert werden, es ist jedoch nur noch die eine Schar der Netzlinien eine Schar von Geraden oder von Kreisen, so daß nur zu ihrer Herstellung das Lineal oder der Zirkel verwendet werden kann, die andere Schar wird von algebraischen oder transzendenten Kurven gebildet, die durch die Verbindung einzelner konstruierter Punkte entstehen. Die mathematische Natur dieser zweiten Schar von Netzlinien ist dann für die praktische Kartographie im allgemeinen nicht weiter von Belang.

Hammer, Zahlentafeln.

a) Bei den unechtzylindrischen Abbildungen z. B. (in normaler Lage) kann das System der Parallelkreisbilder unmittelbar mit dem Lineal gezogen werden, sei es ohne vorbereitende Rechnung (z. B. Sanson), sei es nach einfacher vorhergehender Rechnung (z. B. Mollweide oder bei der vom Verf. angegebenen ausgleichenden flächentreuen Abbildung; vgl. z. B. meinen Aufsatz in P. M. 1900. Unechtzylindrische und unecht-konische flächentreue Abbildungen), wobei diese Rechnung wieder zum Teil ein für allemal erledigt werden kann. Die Meridianbilder dagegen sind z. B. bei Sanson Sinuslinien, bei Mollweide Ellipsen usw.

b) Bei den unechtkonischen Abbildungen (in normaler Lage) als fernerem Beispiel ist das System der Parallelkreisbilder unmittelbar mit dem Zirkel zu ziehen, wobei ähnliches wie bei a) zu sagen ist (Bonne, Nells ausgleichende Projektion dieser Art usf.); ebenso gilt ähnliches für

c) den zweiten Grenzfall von b) [der erste ist a) mit $\varphi_0 = 0$; bei diesem zweiten ist $\varphi_0 = 90^\circ$], den man unechtpolar nennen könnte (Stab-Werner usw.). Und dasselbe ist für

d) die polykonischen Abbildungen (stets in normaler Lage gedacht) zu sagen; usw.

3. Das Netz kann mit Zirkel und Lineal konstruiert werden, keine der beiden Scharen von Netzlinien besteht aber aus Geraden oder aus Kreisen. Über die Natur der Netzlinien gilt für die praktische Kartographie selbstverständlich auch hier das in 2. Gesagte; die Linien entstehen eben zeichnerisch durch stetige Verbindung genügend dicht liegender konstruierter Punkte.

a) Immerhin ist z. B. zu beachten, daß bei allen „perspektivischen“ Abbildungen der Kugel- (oder der Ellipsoid-) Oberfläche auf die Ebene sämtliche Netzlinien Kegelschnitte sind (die also die Gerade und den Kreis als Grenzfälle mit umfassen); daß bei der gnomonischen Kugelabbildung alle Großkreise (z. B. in jeder Lage der Projektion der Äquator und alle Meridiane) als Gerade sich abbilden, also mit dem Lineal gezogen werden können, wenn zwei Punkte für das Großkreisbild konstruiert sind; und daß endlich bei der normalen Lage einer perspektivischen Abbildung und sogar jeder beliebigen azimutalen Abbildung (Polarprojektion) das Netz sich aus konzentrischen kreisförmigen Parallelkreisbildern und Durchmessern dieser Kreise als geradlinigen Meridianbildern zusammensetzt, d. h. daß man auf den Fall 1 c) zurückgeführt wird. Ferner ist zu beachten, daß man bei diesen Kegelschnitten als Netzlinien beliebiger perspektivischer Abbildungen beliebig dicht liegende Punkte einfach konstruieren kann, so z. B. für die Ellipsen, als die sich bei allen externen Perspektiven ($D > R$) die Netzlinien darstellen (Grenzfall $D = \infty$, sog. orthographische Abbildung; in der „Horizontalprojektion“ sind die Ellipsen, die die Parallelkreisbilder darstellen, einander sämtlich ähnlich und können damit leicht gemeinsam konstruiert werden, derart, daß man durch die Einzelpunkte zugleich die Punkte für die verschiedenen elliptischen Meridianbilder erhält) usf.

b) Hierher gehören aber auch alle Abbildungen, die aus einer mit Zirkel und Lineal herzustellenden Hilfsprojektion einfach konstruiert werden können; so ist z. B. eine beliebige „Horizontalprojektion“ der flächentreuen azimutalen Abbildung (eine der Lambertschen Projektionen) bekanntlich sehr einfach zu konstruieren auf Grund der „stereographischen“ Abbildung mit demselben Hauptpunkt, deren Netzlinien ja durchaus Kreise sind. Die Netzlinien werden hier höhere algebraische Kurven, die aber punktweise auch im mathematischen Sinn mit Zirkel und Lineal konstruiert werden können. Diese Zeichnung der Netzlinien, wenn auch nur punktweise, mit „Zirkel und Lineal“ im mathematischen Sinn ist dagegen nicht möglich für die wichtigste vermittelnde azi-

mutale Abbildung, die mit längentreuen Hauptkreisen, deren Netzlinien transzendente Linien sind; denn es ist im mathematischen Sinn nicht exakt, sondern nur genähert möglich, einen beliebigen Kreisbogen mit Hilfe von Zirkel und Lineal zu verstrecken, und so auch für diese azimutale Abbildungsart den Halbmessermaßstab auf dem genannten Weg herzustellen (vgl. Hammer, Geogr. wichtigste Kartenprojektionen, Stuttgart 1889, S. 66—74). Genähert ist freilich auch diese azimutale Abbildung aus der stereographischen für genügend kleinen Maßstab mit beliebig weitgehender Genauigkeit „konstruierbar“.

Im Fall B

soll es nach dem im Eingang aufgestellten Einteilungsprinzip nicht möglich oder auch nur zu umständlich sein, das Kartennetz unmittelbar mit Zirkel und Lineal zu konstruieren. Die wichtigsten Gründe dafür sind daselbst schon angegeben; sie kommen sowohl für Abbildungen innerhalb wie außerhalb der drei großen Gruppen der „geometrisch einfach definierten Abbildungen“ in Betracht. Z. B. ist die Konstruktion von transversal-zyllindrischen Abbildungen nur noch mit großen Weitläufigkeiten möglich; oder: die unmittelbare Konstruktion vermittelnder konischer Abbildungen in normaler Lage ist zwar eigentlich die einfachste Art der Zeichnung von Kartennetzen überhaupt, versagt aber vielfach aus praktischen Gründen, z. B. besonders, wenn die Halbmesser der Parallelkreisbilder dem Maßstab der Abbildung gemäß zu groß werden. Derselbe Fall tritt gewöhnlich auch z. B. für die schiefachsige winkeltreue azimutale (sog. stereographische) Projektion für Meridianbilder nahe beim Mittelmeridian ein. Wenn der Halbmesser einer kreisförmigen Netzlinie wesentlich über 1 m steigt, so kann diese nicht mehr genügend sicher mit einem Stangen-zirkel gezogen werden, und die mannigfachen sonstigen Hilfsmittel zum Zeichnen flacher Kreisbögen sind im ganzen allesamt recht unsicher, sofern wenigstens nicht ziemlich zahlreiche Punkte des Bogens schon zuvor scharf bestimmt aufgetragen sind. In diesem Fall leisten dann allerdings die sog. Kreisbogenschablonen, die bei Entwürfen von Eisenbahnbauten verwendet werden, und bis zu sehr großen Halbmessern, z. B. bis 10 m zu haben sind, sehr gute Dienste.

Sobald eben diese Berechnung und Absetzung einzelner Punkte der Netzlinien notwendig wird, ist es für die Zeichnung des ganzen Netzes im allgemeinen unerheblich, ob ein sehr schwach gekrümmter Bogen ein Kreisbogen oder ein Bogen einer andern algebraischen oder transzendenten Linie ist, ebenso ob der Entwurf einer der drei Gruppen der „geometrisch einfach definierten Abbildungen“ (konische Abbildungen mit ihren Grenzfällen zenital und zylindrisch) angehört oder nicht; man wird im allgemeinen in diesem Fall **B** stets alle notwendigen Netzpunkte nach rechtwinkligen Koordinaten in der Bildebene berechnen und es wird darauf ankommen, diese Berechnung möglichst bequem, sicher und endlich so einzurichten, daß die aufzutragenden Punkte zugleich punktweise die Bilder der erforderlichen Meridiane und Parallelkreise des Netzes liefern. Oft entstehen nach dem scharfen Auftragen der Punkte nach ihren rechtwinkligen Koordinaten in der Bild- d. h. Kartenebene (bei dem besondere „Koordinatographen“ eine große Annehmlichkeit sind und große Genauigkeiten verbürgen können, aber in besseren Ausführungen auch sehr teuer sind) wertvolle Proben für die Zeichnung, so z. B. bei allen echtkonischen Abbildungen in normaler Lage, wo die Punkte eines und desselben Meridianbilds sich scharf in gerader Linie liegend zeigen müssen. Auch schwach gekrümmte Linien der Abbildung, wie die Paralkreisbilder im oben angeführten Fall bei sehr großem Maßstab der konischen Abbildung oder die Meridianbilder in irgendeiner rationellen Abbildung eines kleinen Stücks der Erdoberfläche