



Bernd Zadavec, BSc

# **Numerische Stabilitätsuntersuchung von einfach gekrümmten Glasscheiben**

## **MASTERARBEIT**

zur Erlangung des akademischen Grades

Diplom-Ingenieur

Masterstudium Bauingenieurwissenschaften - Konstruktiver Ingenieurbau

eingereicht an der

**Technischen Universität Graz**

Betreuer

Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.nat.techn. Oliver Enghardt

Mitbetreuer

Dipl.-Ing. Vlad Alexandru Silvestru, BSc

Institut für Hochbau



## **EIDESSTATTLICHE ERKLÄRUNG**

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen/Hilfsmittel nicht benutzt, und die den benutzten Quellen wörtlich und inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe. Das in TUGRAZonline hochgeladene Textdokument ist mit der vorliegenden Masterarbeit identisch.

---

Datum

---

Unterschrift



## **DANKSAGUNG**

Zunächst möchte ich allen danken, die mich während dem Verfassen meiner Diplomarbeit und meiner Studienzeit unterstützt und immer wieder motiviert haben.

Besonderer Dank gilt dabei meinem Betreuer Herrn Univ. Prof. Dipl.-Ing. Dr.nat.techn. Oliver Englhardt, der mir beim Verfassen der Diplomarbeit immer mit Rat und Tat zur Seite gestanden ist. Zudem möchte ich an dieser Stelle meinem betreuenden Assistenten Dipl.-Ing. Vlad Silvestru dafür danken, dass er mir beim Erstellen der Arbeit immer Rede und Antwort gestanden ist. Außerdem möchte ich meinen Dank für die Unterstützung aller Mitarbeiter des Instituts für Hochbau bekunden.

Darüber hinaus möchte ich mich ausdrücklich bei meiner Familie und im Speziellen bei meiner Freundin Lisa dafür bedanken, dass sie auch in schwierigen Zeiten immer für mich da waren und mir stets gut zugeredet haben.

Ferner möchte ich Dipl.-Ing. Hubert Mitteregger meinen Dank aussprechen, einerseits dafür, dass er mein Interesse für das Bauwesen geweckt hat, andererseits, dass ich während der Studienzeit immer wieder praktische Erfahrung in seinem Büro sammeln durfte.

Bei meinen Freunden möchte ich mich besonders für das gemeinsame Lernen und dafür, dass sie mir den Studienalltag versüßt haben, bedanken.



## KURZFASSUNG

Der Trend in der Architektur zu reduzierten Konstruktionen und zu organischen Gebäudeformen spiegelt sich speziell im konstruktiven Glasbau wider. Dazu bieten dem Planer gekrümmte Glasscheiben aufgrund der Transparenz und der Formenvielfalt ein potentes Instrument. Mit Druck belastete Glasscheiben sind wegen ihrer Schlankheit jedoch gefährdet auszuknicken.

Diese Arbeit hat das Ziel, das Stabilitätsverhalten einfach gekrümmter Glasscheiben numerisch zu untersuchen. Ein Beitrag zu zukünftigen normativen Regelungen zu diesem Thema wird darüber hinaus angestrebt. Mit der Basis theoretischer Grundlagen der Stabilitätstheorie und der im Glasbau verwendeten Materialien werden Faktoren erläutert, die das Tragverhalten einfach gekrümmter Glasscheiben beeinflussen.

Aufbauend auf den dazu gewonnenen Erkenntnissen wird eine Parameterstudie mit den Haupteinflussparametern erstellt. Sieben Serien mit unterschiedlichen Werten der Scheibenhöhe, der Scheibenbreite, des Krümmungsradius, des Scheibenaufbaus, des Schubmoduls der Zwischenschicht von Verbundsicherheitsglas, der Lasteinleitungsart und der Vorverformung werden untersucht. Die Modellierung und numerische Untersuchung erfolgt mit dem Finite-Elemente-Programm ABAQUS.

An den modellierten Scheiben werden zunächst die Eigenwerte der Scheiben ohne geometrische Imperfektionen analysiert. Ferner geben Diagramme für Scheiben mit geometrischen Imperfektionen einerseits auf das Last-Verformungs-Verhalten Aufschluss, andererseits wird das Last-Zugspannungs-Verhältnis dargestellt.

Die berechneten Ergebnisse liefern eine Grundlage für die Erstellung von Bemessungskonzepten mit Knickspannungslinien. Die Basis für die dazu notwendigen experimentellen Untersuchungen wird eingeleitet.



## **ABSTRACT**

Trends in architecture to reduced constructions and organic shapes of buildings, are reflected especially in structural glass. Therefore curved glass panels due to the transparency and the diversity of forms offer the planner a good instrument. Because of their thinness glass panels are however threatened to buckle.

This work has the objective to investigate the stability behavior of curved glass panels numerically. A contribution to future normative rules on this subject will also be strived. With the basic theoretical fundamentals of the theory of stability and of the in structural glass used materials factors, that affect the structural behavior of curved glass panels, are discussed. Based on this gained knowledge a parametric study with the main influential parameters is created. Seven series with different values of the panel height, the panel width, the radius of the curvature, the panel construction, the shear modulus of the interlayer of laminated safety glass, the preforming and different ways of load introductions are analyzed. The modeling and numerical investigation is carried out with the finite element program ABAQUS.

To the modeled panels first the eigenvalues of the panels without geometrical imperfections are analyzed. Further diagrams for panels with geometrical imperfections give on the one hand the load-deformation-behavior digestion, on the other hand the load-tensile-ratio is shown.

The calculated results provide a basis for the creation of design concepts with buckling curves. The basis for the necessary experimental investigation is introduced.



---

# INHALTSVERZEICHNIS

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1	Motivation	1
1.2	Aufgabenstellung und Zielsetzung	1
1.3	Anwendungsbeispiele	2
1.3.1	Glazed Link Library Walk, Manchester	2
1.3.2	Antwerpen MAS	4
1.3.3	Apple Stores	5
1.3.4	Casa de Musica, Porto	7
1.3.5	360° Bar in Innsbruck	7
1.4	Aufbau der Arbeit	9
<b>2</b>	<b>Theoretische Grundlagen</b>	<b>11</b>
2.1	Glas	11
2.1.1	Glasprodukte	12
2.1.2	Gebogenes Glas	14
2.2	Kunststoffe	17
2.2.1	Kunststoffe als Verbundfolien bei VSG	17
2.2.2	Kunststoffe zur Lasteinleitung	18
2.3	Stabilitätstheorie	18
2.3.1	Spannungsproblem	19
2.3.2	Verzweigungsproblem	20
2.3.3	Knicken	22
2.3.4	Beulen	24
<b>3</b>	<b>Einflussfaktoren</b>	<b>27</b>
3.1	Materialeigenschaften	27
3.1.1	Mechanische Eigenschaften von Glas	27
3.1.2	Zwischenschicht	30
3.2	Thermische Vorspannung von Glasscheiben	32
3.3	Geometrie	34
3.3.1	Bauteilabmessungen	34
3.3.2	Krümmung	35
3.4	Imperfektionen	36
3.4.1	Geometrische Imperfektionen	36
3.5	Lagerung	37
3.6	Lasteinleitung	38
3.6.1	Kunststoffe zur Lasteinleitung	39
<b>4</b>	<b>Parameterstudie</b>	<b>41</b>
4.1	Methodik	41
4.1.1	Implementierung in ABAQUS	43
4.2	Referenzmodell	46

---

---

4.2.1	Eigenformen Referenzmodell .....	46
4.2.2	Nichtlineare Berechnung .....	48
4.3	Ergebnisse .....	50
4.3.1	Scheibenhöhe .....	50
4.3.2	Scheibenbreite .....	55
4.3.3	Krümmungsradius .....	59
4.3.4	Scheibenaufbau .....	64
4.3.5	Schubmodul der Zwischenschicht .....	68
4.3.6	Lasteinleitungsart .....	73
4.3.7	Vorverformung .....	76
4.3.8	Zusammenfassung der Ergebnisse .....	79
4.3.9	Grenzwertbetrachtung mit seitlicher Halterung .....	80
4.4	Überlegungen für eine Versuchsdurchführung .....	82
<b>5</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick .....</b>	<b>85</b>
5.1	Zusammenfassung .....	85
5.2	Ausblick .....	87

---

---

## BEZEICHNUNGEN

### Abkürzungen

AbZ	Allgemeine bauaufsichtliche Zustimmung
B	Breite
CAE	Complete Abaqus Enviroment
E-Modul	Elastizitätsmodul
ESG	Einscheibensicherheitsglas
FE	Finite Elemente
FEM	Finite Element Methode
H	Höhe
M	Modell
MAS	Museum aan de Stroom
PA	Polyamid
PEI	Polyetherimit
PET	Polyethylenterephtalat
POM	Polyacetat
PVB	Polyvinylbutyral
R	Radius
REF	Referenzmodell
RP	Referenzpunkt
SG	SentryGlas®
TVG	Teilvorgespanntes Glas
VG	Verbundglas
VSG	Verbundsicherheitsglas
ZiE	Zustimmung im Einzelfall

### Formelzeichen

$N_{cr}$	Allgemeine bauaufsichtliche Zustimmung
$I$	Trägheitsmoment
$L_k$	Knicklänge
$L$	Stablänge
$w$	Verformung
$w_0$	Vorverformung
$f_{y,k}$	charakteristische Streckgrenze für Stahl
$f_{u,k}$	charakteristische Zugfestigkeit für Stahl
$f_{ck}$	charakteristische Zugfestigkeit für Glas

---

---

$k_{\text{mod}}$	Abminderungsbeiwert (Einwirkungsdauer)
$k_b$	Abminderungsbeiwert (Art der Einwirkung)
$f_{\text{Druck}}$	Druckfestigkeit von Glas
$f_{\text{Zug}}$	Zugfestigkeit von Glas
$G$	Schubmodul
$F_{x,y,z}$	Lagerkräfte in x-, y- und z-Richtung
$M_{x,y,z}$	Lagermomente um die x-, y- und z-Achse
$F$	Kraft
$P_z$	Belastung in z-Richtung
$\nu$	Poissonszahl
$\sigma$	Spannung
$\varepsilon$	Dehnung
$\pi$	Pi
$\alpha$	Öffnungswinkel der halben gekrümmten Scheibe
$R$	Außenradius
$r$	Innenradius
$y_s$	Y-Koordinate des Flächenschwerpunkts

---

# 1 Einleitung

**Motivation  
Aufgabenstellung  
Anwendungsbeispiele  
Aufbau der Arbeit**

---

## 1.1 Motivation

Die Anforderungen der Architektur an transparente sowie filigrane und leichte Tragstrukturen steigen stetig. Außerdem werden architektonische Wünsche nach stützenfreien Konstruktionen und anspruchsvoller Geometrie beziehungsweise freien Formen immer größer. Organische Stile und plastische Formenvielfalt werden die Architekturlandschaft der Zukunft prägen. Dazu bietet Glas dem Planer in Bezug auf Anwendungs- und Gestaltungsmöglichkeiten ein breites Spektrum an.

Glas als vielseitiger Werkstoff ist seit einigen tausend Jahren bekannt und findet im Bauwesen bereits ab der Römerzeit als Fensterglas Verwendung. Die Technologie Glas zur Lastaufnahme heranzuziehen ist allerdings vergleichbar jung. Gerade mit seiner hohen Druckfestigkeit ist Glas prädestiniert zur Abtragung von Druckkräften. Daher wird Glas vermehrt als primäres Tragwerk eingesetzt und wird nicht nur als flächen- und raumabschließende Bauteile auf Elementen aus Stahl oder Beton verwendet. Des Weiteren wird auch der Einsatz von gebogenem Glas stetig zunehmen und in der Zukunft wird es nicht nur mehr in hochanspruchsvollen Gebäuden, sondern vermehrt auch im mittelständischen Verwaltungsbau forciert werden. Ferner wird ein höherer Tragwiderstand von gekrümmten Scheiben als bei ebenem Glas erwartet. Dies könnte eine Reduktion der Glasdicken zur Folge haben.

Bei der Bemessung von filigranen, auf Druck beanspruchten Bauteilen, nehmen Stabilitätskriterien eine bedeutende Rolle ein. Über die Stabilität von Tragelementen aus Glas existieren bereits Erkenntnisse [LUIBLE 2004] [1]. Zur Tragfähigkeit von gekrümmten, auf Druck belasteten Glasscheiben ist jedoch noch wenig bekannt. Außerdem existieren noch keine Bemessungskonzepte dazu und bekannte Regelwerke von planem Glas können nicht auf gebogenes Glas übertragen werden.

Im Folgenden werden Ziele gesetzt, die durch die aufgelisteten Arbeitsschritte erreicht werden sollen.

## 1.2 Aufgabenstellung und Zielsetzung

Ziel dieser Arbeit ist es, das Tragverhalten von verschiedenen gekrümmten Glasscheiben, die durch zentrischen Druck beansprucht werden, numerisch zu untersuchen und anhand der Ergebnisse zu beschreiben.

Dazu sollen zuerst die theoretischen Grundlagen zu folgenden Themen erläutert werden:

- ◆ Materialeigenschaften von Glas und im Glasbau verwendeter Kunststoffe
- ◆ Eigenschaften und Herstellung von Verbundsicherheitsglas
- ◆ Eigenschaften und Herstellung von gekrümmte Glasscheiben

- ◆ Stabilitätstheorie
- ◆ Knicken und Beulen von tragenden Elementen aus Glas

Ferner sollen Überlegungen zu Faktoren, die das Stabilitätsversagen von gebogenem Glas beeinflussen, angestellt werden. Dementsprechend wird die Entwicklung eines numerischen Modells als Aufgabe gestellt.

Eine Parameterstudie, die auf dem entwickelten Modell basiert, soll über den Einfluss verschiedener Parameter, wie zum Beispiel das Scheibenseitenverhältnis, die Dicke des Glases oder die Krümmung der Scheibe, Aufschluss geben.

## 1.3 Anwendungsbeispiele

Die Anwendungsbereiche von gekrümmten belasteten Glasscheiben sind breit gefächert. Nachfolgende ausgewählte Beispiele, die bereits verwirklicht wurden, sollen einen kleinen Überblick über die möglichen Einsatzgebiete von tragendem, sowie gebogenem Glas geben.

### 1.3.1 Glazed Link Library Walk, Manchester

Der „Glazed Link Library Walk“ in Manchester gilt sicher als das Referenzprojekt zu dieser Arbeit. Mit einer einmaligen Leichtigkeit und Transparenz verbindet dieser Trakt das Rathaus mit der Zentralbibliothek von Manchester.



**Abb. 1.1** „Glazed Link Library Walk“ Manchester [37]

Das Architekturbüro „Ian Simpson Associates“ kam mit diesem Entwurf zum Zug. Die anspruchsvolle technische Ausführung oblag der Firma Waagner Biro AG. Für die Berechnung der Glaselemente wurde das Büro „eckersley o’callaghan“ aus London beauftragt.

Die Abmessungen der Glaskonstruktion sind ca. 10 m x 20 m x 8 m und der Grundriss erinnert an die Form einer Niere. Insgesamt sorgen 26 laminierte Scheiben für maximale Transparenz. 20 Scheiben werden dabei als primär tragende Elemente herangezogen, die restlichen 6 Scheiben befinden sich über den Öffnungen. An den Längsseiten befinden sich jeweils zwei Öffnungen, die direkt in die anliegenden Gebäude führen. An den Stirnseiten wurde ebenso eine Öffnung je Seite vorgesehen.

Am Fuß sind die Gläser geklotzt und am Kopf mit einer Freiformfläche aus poliertem Edelstahl, mit einem Gewicht von fast 30 t, zugedeckelt [3].



**Abb. 1.2** Schrägansicht Glazed Link [2]

Als Haupttragerelemente fungieren ca. 7,5 m hohe Glasscheiben, die in ebener und gekrümmter Form aneinandergereiht sind.

Bei den zylindrisch gebogenen Scheiben war die Druckkraft, durch das hohe Eigengewicht der Edelstahlbedachung, bemessungsmaßgebend. Durch die geringere Knicksteifigkeit der ebenen Gläser war der Bemessungsfall Stabilität (Knicken) ausschlaggebend. Eine Reduzierung der erlaubten Druckspannung war notwendig.

Für die Wände wurden 3-fach laminierte Gläser mit SentryGlas® Zwischenschicht eingesetzt, die eine Toleranzabweichung von +/- 1 mm in der Breite und +/- 2 mm in der Länge unterbieten mussten. Dafür wurde ein spezielles Toleranzkonzept erarbeitet. Die Glasscheiben weisen eine Dicke von 3 x 12 mm auf [2].

### 1.3.2 Antwerpen MAS

Das „MAS“, das „Museum aan de Stroom“, liegt am Hafen im belgischen Antwerpen. Der 60 m hohe Turmbau wurde 2011 eröffnet und beherbergt einerseits verschiedene städtische Sammlungen andererseits bietet das MAS einen wundervollen Blick über die flämische Hafenstadt. Die um 90 ° verdreht übereinanderliegenden Quader stapeln sich spiralförmig in die Höhe [4].

Durch die Stapelung entstehen zwischen den Blöcken Öffnungen, welche mit gewellten Glasscheiben versehen wurden. Durch die enorme Krümmung entstehen facettenreiche Ausblicke auf die Stadt (siehe Abb. 1.4).

Für den architektonischen Entwurf des zehnstöckigen Museums, das mit etwa 62 m den Hafen von Antwerpen prägt, waren Willem Jan Neutelings und Michiel Riedijk verantwortlich. Die gewellten Gläser wurde von der Firma „Sun Glas“ aus Italien ausgeführt [5].



**Abb. 1.3** „MAS“ Antwerpen [48]

Die gebogenen Glaselemente wurden bei diesem Objekt nicht zur Lastabtragung herangezogen. Die aufeinander gesetzten Quader fungieren als Kragarme und leiten die Kräfte zum inneren Kern weiter. Jedoch mussten aufgrund der starken Krümmung hohe Ansprüche an die Fertigung der Bauteile gestellt werden [48].



*Abb. 1.4 gewellte Glasscheiben beim „MAS“ [56]*

### 1.3.3 Apple Stores

„Apple Stores“ zeichnen sich des Öfteren durch ihre unvergleichbare Transparenz der Baustruktur aus. Bestes Beispiel dafür ist der Store auf der Fifth Avenue in New York City, der mit Ausnahme der Verbindungstechnik zur Gänze aus Glasbauteilen hergestellt wurde.



*Abb. 1.5 „Apple Store“ Fifth Avenue, NYC [55]*

Auch der Store in Palo Alto, Kalifornien, mit seiner imposanten Glasfront und dem Tonnendach, bestehend aus einer Stahlkonstruktion mit gebogener Glasbedachung, ist hier zu nennen.



**Abb. 1.6** „Apple Store“ Palo Alto [54]

In der Hauptstadt von Belgien verziert seit September 2015 ein weiterer eindrucksvoller „Apple Store“ die Innenstadt. Die Glasfassade besticht mit einem Mix aus hohen ebenen und gebogenen Glas-scheiben.

Details zur interessanten Statik dieses Stores sind bislang nicht veröffentlicht.



**Abb. 1.7** Ansicht „Apple Store Brüssel“ [53]

### 1.3.4 Casa de Musica, Porto

Das Konzerthaus der portugiesischen Stadt Porto sollte im Jahr 2001, während die Stadt Kulturhauptstadt Europas war, fertiggestellt werden. Zufolge Verzögerungen im Bauprozess wurde die „Casa de Musica“ aber erst im Jahr 2005 eröffnet.

Den Entwurf dieses Tempels der klassischen Musik lieferten die Architekten Rem Koolhaas und Ellen Van Loon. Die statische Ausarbeitung des Gebäudes oblag dem Büro Arup aus England.

Der kantige Kubus mit siebeneckigem Grundriss wurde aus Sichtbeton gefertigt. An beiden Frontseiten des Saals erstrecken sich jeweils vorne, sowie hinten weitläufige Glasfassaden mit zwei, beziehungsweise drei Reihen von gewellten Glasscheiben. Weitere großzügige Glasflächen bringen Licht in das Innere des Konzerthauses.

Ähnlich dem MAS in Antwerpen (siehe 1.3.2) verleiht der Blick aus dem Gebäudeinneren nach außen durch die Welligkeit der Gläser ein verzerrtes Bild.



**Abb. 1.8** Casa de Musica, Porto [43]

### 1.3.5 360° Bar in Innsbruck

Auf dem Dach des Innsbrucker Rathauses wurde im Jahr 2005 ein Glaspavillon errichtet. Im Grundriss weist der Pavillon eine kreisrunde Gebäudeform mit einem Durchmesser von etwa 9,4 m auf. Die zur Gänze aus Glas bestehende Fassade erlaubt einen 360° Blick auf die Hauptstadt Tirols und die umliegenden Berge. Als Dachelement fungiert zum einen ein Druckring aus Stahl, der auch als obere Halterung der gebogenen Glasscheiben dient. Zum anderen schützt eine in den Stahlring gespannte Membran die Besucher der Bar vor Witterungseinflüssen. Die Membran wird trichterförmig zu einem tieferen Punkt des Pavillons geführt [52].



**Abb. 1.9** 360° Bar auf dem Innsbrucker Rathaus [50]

Die einfach gekrümmten Glasscheiben sind am unteren Ende in einen weiteren Stahlring eingespannt. Vertikale Lasten werden vom Druckring auf die Verbundsicherheitsgläser, die einen Krümmungsradius von etwa 4,7 m besitzen, weitergegeben. Ebenso werden die Scheiben zur horizontalen Aussteifung des Gebäudeteils herangezogen. Die Scheiben bestehen aus 2 x 10 mm Einscheibensicherheitsglas, welche mit Hybridmörtel in einen Stahlschuh eingeklebt und mit einem Bolzen in der Lage gesichert werden [52].



**Abb. 1.10** Blick in das Innere der 360° Bar [51]

## 1.4 Aufbau der Arbeit

Nach der Beschreibung der Motivation, der Zielsetzung dieser Arbeit sowie einiger Anwendungsbeispiele wird nachfolgend der weitere Aufbau dieser Arbeit erläutert.

Das Kapitel 2 schafft einen Überblick über die theoretischen Grundlagen für diese Arbeit. Dabei wird insbesondere auf das Material Glas und die im Glasbau verwendeten Kunststoffe eingegangen. Einige Glasprodukte, wie Floatglas und vorgespannte Gläser, werden vorgestellt. Speziell werden im Bezug auf den Herstellungsprozess die Unterschiede zwischen kalt- und warmverformten Gläsern erörtert. Anschließend werden die Grundlagen der Stabilitätstheorie und damit verbundene Begriffe wie Spannungs- und Verzweigungsproblem oder Knickspannungslinien nähergebracht. Fernerhin werden die beiden Stabilitätsfälle Knicken und Beulen erklärt und deren Unterschiede verglichen.

Kapitel 3 erörtert Parameter, die einen Einfluss auf das Tragverhalten von gekrümmten stabilitätsgefährdeten Glasscheiben ausüben. Zunächst werden Einflüsse des Materials studiert. Dabei werden Kenngrößen wie E-Modul, Druck- und Zugfestigkeit von Glas, sowie der Schubmodul der Zwischenschicht erörtert. Auch wird ein Überblick über Geometrieinflüsse geschaffen. Darunter fallen Bauteilabmessungen wie die Scheibendicke, die Krümmung der Scheibe und das Scheibenseitenverhältnis. Als Nächstes wird darüber diskutiert, wie stark der Einfluss von Imperfektionen auf das Tragverhalten ist. Zuletzt werden noch Überlegungen zu den Themen der Lagerung und Lasteinleitung, speziell zu den dafür verwendeten Kunststoffen, von gekrümmten Glasscheiben angestellt.

Im Kapitel 4 werden die Parameterstudie und die Ergebnisse dieser aufgezeigt, diskutiert und ausgewertet. Dazu wird zunächst die Methodik dieser Studie und die folgende Implementierung in das FE-Programm ABAQUS erklärt. Die Ergebnisse des erstellten Referenzmodells, mit dem die Ergebnisse der variierenden Parameter verglichen werden, werden zunächst gezeigt. Anschließend wird der Einfluss folgender Parameter studiert:

- ◆ Scheibenhöhe
- ◆ Scheibenbreite
- ◆ Krümmung der Scheibe
- ◆ Scheibenaufbau
- ◆ Schubmodul der Zwischenschicht
- ◆ Lasteinleitungsart
- ◆ Vorverformung

Die Ergebnisse der Studie werden in Diagrammen zum Last-Verformungs-Verhalten, zum Last-Spannungs-Verhalten sowie der Verhältnisse der Eigenwerte dargestellt. Anhand dieser Diagramme wird eine Ergebnisinterpretation angestellt. Eine Grenzwertbetrachtung mit seitlicher Halterung der Glasscheibe wird zudem durchgeführt. Zusätzlich werden noch einige Aspekte für experimentelle Untersuchungen erläutert.

Kapitel 5 gibt eine Schlussfolgerung dieser Arbeit und zeigt einen Ausblick für weiterführende Forschungen zum Thema gekrümmter Glasscheiben.



# 2 Theoretische Grundlagen

In diesem Kapitel werden zuerst die Grundlagen des Materials Glas, sowie der im Glasbau verwendeten Kunststoffe erläutert. Außerdem wird ein Überblick über die im Bauwesen gängigen Glasprodukte geschaffen. Im Speziellen wird auf die Herstellungsunterschiede zwischen Kalt- und Warmbiegen von Glas eingegangen. Dabei werden die Begriffe Schwerkraftbiegen und Laminationsbiegen erklärt. Der zweite Teil dieses Kapitels beschäftigt sich mit den Grundlagen der Stabilitätstheorie, wie zum Beispiel Spannungs- und Verzweigungsprobleme. Dazu werden die Themen Knicken und Beulen genauer behandelt.

## 2.1 Glas

Glas wird im Allgemeinen als anorganisches amorphes Produkt angesehen, das durch Abkühlen der Glasschmelze zu seiner nicht kristallinen Struktur gelangt. Die ausbleibende Kristallisation verleiht dem Glas seine Transparenz. Chemisch gesehen ist die Grundstruktur dieses homogenen Materials der Struktur einer Flüssigkeit ähnlich.

Den größten Anteil der im Bauwesen verwendeten Gläser nehmen die Kalk-Natron-Gläser ein, welche den Alkali-Silikat-Gruppen zuzuordnen sind. In Ausnahmefällen, vor allem bei Brandschutzverglasungen, werden Borosilikatgläser eingesetzt, da sie eine größere Widerstandsfähigkeit gegenüber Wärme besitzen. Der aufwendigere Herstellungsprozess der Borosilikat-Gläser im Vergleich zu Kalk-Natron-Gläser spiegelt sich im Preis wieder. Im weiteren Verlauf dieser Arbeit wird nur mehr auf Kalk-Natron-Gläser eingegangen. Die Hauptbestandteile dieser Gläser sind in dargestellt.

**Tab. 2.1** Chemische Zusammensetzung von Kalk-Natron-Glas [10]

Chemische Bestandteile	Chemische Formel	Prozentsätze
Siliciumoxid	SiO <sub>2</sub>	69 - 74 %
Calciumoxid	CaO	5 - 14 %
Natriumoxid	Na <sub>2</sub> O	10 - 16 %
Magnesiumoxid	MgO	0 - 6 %
Aluminiumoxid	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	0 - 3 %

Wichtigster Glasbestandteil ist mit Sicherheit das Siliciumoxid. Den molekularen Aufbau von Silikaten bilden  $\text{SiO}_4$  - Tetraeder. Beim Schmelzvorgang wird die Struktur verändert und zwischen den Silikaten werden Natriumionen eingebunden.

Auf Materialeigenschaften von Glas, wie E-Modul, Druck- und Zugfestigkeit, wird in Kapitel 3.1.1 näher eingegangen.

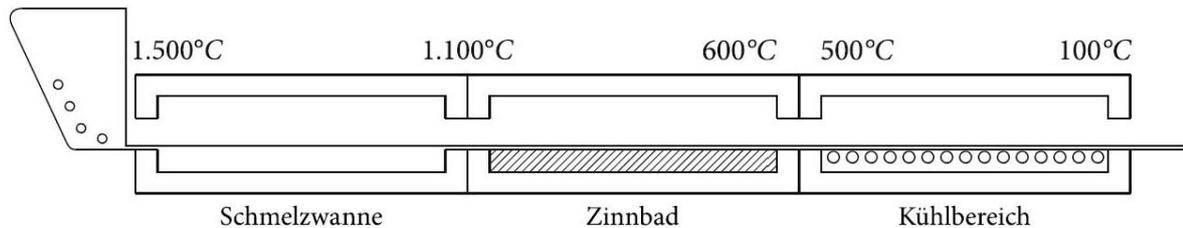
### 2.1.1 Glasprodukte

Glasprodukte müssen vielseitigen Anforderungen an die Bauphysik, Konstruktion, Gestaltung etc. erfüllen. Dementsprechend hat sich eine breite Produktpalette entwickelt. In dieser Arbeit wird allerdings nur auf die für diese Arbeit wesentlichen Produkte eingegangen. Isolierverglasungen spielen im Bauwesen vor allem in Hinsicht auf Bauphysik eine tragende Rolle, jedoch wird in dieser Arbeit nicht genauer auf diesen Glastyp eingegangen.

#### 2.1.1.1 Floatglas

Der dominierende Herstellungsprozess von Bauglas ist das Floatverfahren. Über 90% aller Flachglasproduktionen werden mit diesem Verfahren gefertigt [11].

Wie in Abb. 2.1 zu sehen ist, wird das Rohmaterial zuerst auf  $1550^\circ\text{C}$  erhitzt und dadurch geschmolzen. Die zähflüssige Glasschmelze wird später mit  $1050^\circ\text{C}$  von der Schmelzwanne auf ein Zinnbad gezogen. Auf dem Zinn kühlt das flüssige Glas auf  $600^\circ\text{C}$  ab und erhärtet bereits ausreichend, um es weiter in den Kühlkanal zu ziehen. Nach einer weiteren Abkühlung auf  $100^\circ\text{C}$  wird das Glas noch inspiert und kann anschließend weiterverarbeitet werden [11].



**Abb. 2.1** Floatverfahren [17]

Floatglas kann üblicherweise bis zu 6,00 m lang und 3,21 m breit hergestellt werden [7]. Geforderte Überlängen können jedoch mit Aufpreis produziert werden.

Üblicherweise werden Nenndicken von 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 19 und in Sonderfällen 25 mm hergestellt. Die Dickensteuerung erfolgt über schnelleres Herausziehen, oder Rückstauen der Glasschmelze [10].

Alle folgenden Produkte werden üblicherweise mit dem Floatverfahren hergestellt und anschließend weiterverarbeitet. Zu diesen Bearbeitungsprozessen zählen unter anderem Bohren, Schneiden, Vorspannen und Biegen. Beim Einsatz als tragendes Bauteil ist das Vorspannen und eine Weiterverarbeitung von Floatglas zu Verbundsicherheitsglas notwendig [1].

### 2.1.1.2 Vorgespannte Gläser

Durch die Vorspannung von Gläsern soll einerseits eine höhere Widerstandsfähigkeit im Vergleich zu Floatglas erzielt werden, andererseits wird durch das Aufbringen von Eigenspannungen meistens ein besseres Bruchbild angestrebt. Dabei wird zwischen thermischer Vorspannung und chemischer Vorspannung unterschieden. Bei der thermischen Vorspannung wird der Eigenspannungszustand mittels zügigem Abkühlen von erhitztem Glas erreicht. Chemische Vorspannung wird durch Ionenaustausch an der Glasoberfläche erzielt [10].

Bei thermisch vorgespannten Gläsern ist zu beachten, dass eventuelle mechanische Bearbeitungen wie Bohren, Schneiden oder Biegen, immer vor dem Vorspannungsprozess zu bewerkstelligen sind. Nachträgliches Modifizieren führt zu Störungen des Eigenspannungszustandes oder gar zum Versagen der Glasscheibe [10].

Bei thermisch vorgespanntem Glas wird zwischen Einscheibensicherheitsglas (ESG) und Teilvorgespanntem Glas (TVG) unterschieden. Der Unterschied dieser beiden liegt im Abkühlungsprozess. Genauere Details dazu und die mechanischen Eigenschaften von vorgespannten Gläsern sind in Kapitel 3.4 erläutert.

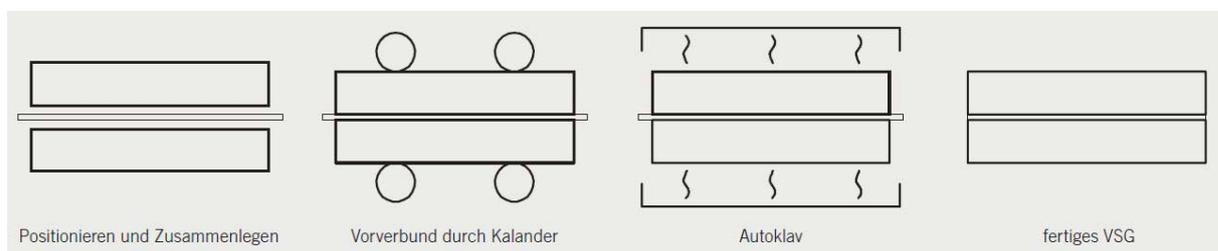
### 2.1.1.3 Verbundsicherheitsglas (VSG)

Verbundglas, oder abgekürzt VG, ist ein Glasprodukt bestehend aus zwei oder mehrere Glasscheiben, die durch eine organische transparente Zwischenschicht miteinander verbunden sind. Diese Symbiose aus Glas und Kunststoff liefert, je nach Verbundwirkung, geringere Verformungen und Biegespannungen als bei losen Scheiben.

Im Vergleich zum VG kommen dem VSG im Versagensfall folgende zusätzliche Aufgaben zuteil [10]:

- ◆ Zurückhaltung der Glasbruchstücke durch Klebewirkung der Zwischenschicht
- ◆ Begrenzung der Öffnungsfläche
- ◆ Gewährleistung einer Resttragfähigkeit
- ◆ Verringerung des Risikos von Schnitt- und Stichverletzungen

Beim Einsatz von Überkopfverglasungen, absturzsichernden Verglasungen sowie tragenden Bauteilen aus Glas, ist der Einsatz von VSG notwendig.



**Abb. 2.2** Herstellungsablauf von VSG [11]

Das Verfahren zur Herstellung von VSG wird in Abb. 2.2 gezeigt. Als Zwischenschicht werden verschiedene Materialien eingesetzt. Die wichtigsten Vertreter sind Polyvinylbutyral (PVB) und SentryGlas® (SG).

Das Tragverhalten von VSG ist von der Verbundwirkung zwischen Glas und Kunststoff abhängig. Diese wiederum weist eine starke Abhängigkeit von der Belastungsdauer sowie der Temperatur auf. In den Normen ist dieser Effekt je nach Belastungsart und -dauer unterschiedlich, von „kein Verbund“ bis „starrer Verbund“, geregelt. Für die Bemessung ist außerdem der Schubmodul der Zwischenschicht entscheidend [10].

### 2.1.2 Gebogenes Glas

Wie in der Einleitung bereits erwähnt wurde, genießen gebogene Gläser, aufgrund des Wunsches vieler Architekten nach freien Formen, immer größere Beliebtheit. Für das Bauwesen werden erstmals im 19. Jahrhundert gebogene Gläser verwendet und erst im 21. Jahrhundert vermehrt für Glasfassaden eingesetzt.

Die gegebenen Unterschiede bei der Herstellung und dem Tragverhalten zu ebenem Glas führen zu der Tatsache, dass vorhandene Regelwerke von planem nicht für gebogenes Glas übertragbar sind. Allgemeine bauaufsichtliche Zulassungen (AbZ) oder Zulassungen im Einzelfall (ZiE) sind beim Einsatz notwendig [15].

Vor allen Dingen gibt es beträchtliche Differenzen im Tragverhalten. Aufgrund der Krümmung entsteht im Gegensatz zu ebenen Gläsern eine Membranwirkung, die eine größere Steifigkeit mit sich führt. Daraus folgend sind gebogene Gläser jedoch anfälliger auf Verformungseinwirkungen wie Zwängungen, worauf in der Planung Rücksicht genommen werden muss [16]. Überdies ist zu beobachten, dass sich die maßgebliche Hauptzugspannung zumeist am Scheibenrand einstellen wird, wobei bei planem Glas die Hauptzugspannung in Feldmitte zu erwarten ist. Die Berechnung wird wegen der Komplexität häufig mit FE-Programmen durchgeführt [15].

Prinzipiell gibt es mehrere Kriterien durch die gebogene Gläser unterschieden werden können. Einerseits werden gebogene Gläser durch die Krümmung differenziert. Schwach gebogene Gläser weisen einen Radius größer als 2 m auf, und stark gebogene kleiner als 2 m. Andererseits kann man sie in einachsig und zweiachsig gekrümmte Gläser einteilen. In der folgenden Arbeit wird allerdings nur auf einachsig gebogene Gläser eingegangen [16].

Einen wichtigen Aspekt bei der Unterscheidung von gebogenen Gläsern liefert die Herstellungsart. Es wird zwischen kalt- und warmverformten Gläsern unterschieden. Die Herstellung ist zum Teil hochmaschinell und ein erfolgreicher Biegeprozess ist von vielen Parametern abhängig. Folgend werden diese beiden Herstellungsprozesse nähergebracht.

Bei warmverformten Gläsern ist die Größe der gebogenen Gläser immer abhängig von der Größe der Öfen in denen sie geformt werden.

#### 2.1.2.1 Warmverformtes Glas

Die Vorteile von thermisch gebogenen Gläsern sind, dass geringere Toleranzen und kleinere Radien möglich sind. Radien bis zu 100 mm sind machbar, wobei der Mindestradius von der Scheibendicke abhängt. Dem gegenüber stehen einerseits der höhere Preis und keine einwandfreie Optik, denn produktionsbedingt entstehen durch die Erhitzung visuelle Beeinträchtigungen. Außerdem ist bei VSG aus thermisch vorgespanntem Glas das Laminieren mehrerer Scheiben nicht gleichzeitig möglich. Die Scheiben werden separat gebogen und anschließend laminiert. Dies kann zu visuellen Unterschieden führen [15].

Beim Biegevorgang wird das Glas plastisch verformt und aufgrund der hohen Temperatur entstehen keine Eigenspannungen. Zur Herstellung von VSG sind alle gängigen Zwischenschichten möglich.

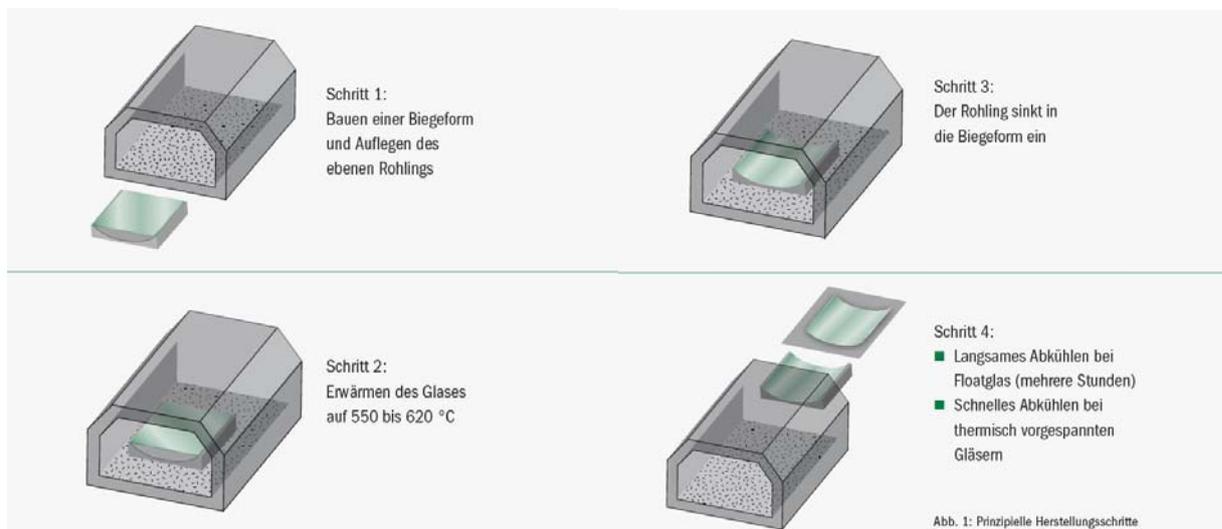
Warmverformte Gläser zeichnen sich durch hohe Formstabilität aus. Jedoch sind die Beschichtungsmöglichkeiten limitiert [26].

Schwerkraftbiegen und Biegen durch bewegliche Formen sind die zwei Methoden zur Herstellung von thermisch gekrümmten Gläsern [10].

### Schwerkraftbiegen

Beim Schwerkraftbiegen muss zuerst eine Biegeform gefertigt werden. Die ebene Scheibe wird dann auf etwa 550 °C erhitzt und auf die vorgefertigte Form gelegt, an die sich die Scheibe langsam anschmiegt. Dabei wird zwischen konkaven und konvexen Biegeformen unterschieden. Folgend kühlt die gebogene Scheibe wieder ab und behält dabei ihre neue Form. Entscheidend dabei ist, dass die Abkühlung sehr langsam vonstattengeht, damit die Eigenspannungen soweit wie möglich reduziert werden und dadurch nachträgliches Bearbeiten der Gläser noch möglich ist [36].

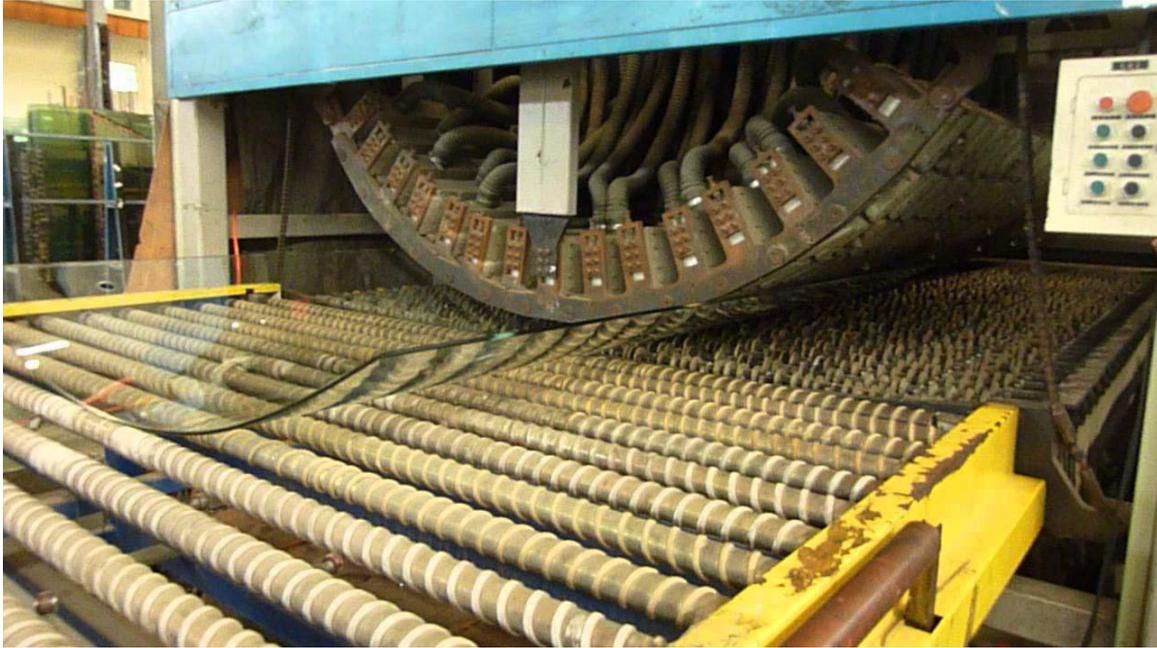
Thermisch vorgespannte Gläser werden jedoch nicht langsam abgekühlt, denn das Injizieren von Eigenspannungen ist wünschenswert. In Abb. 2.3 ist der Herstellungsprozess von thermisch gebogenem Glas dargestellt.



**Abb. 2.3** Schwerkraftbiegen [36]

### Biegen durch bewegliche Formen

Im Gegensatz zum Schwerkraftbiegen kann hier auf die Herstellung einer Biegeform verzichtet werden. Bewegliche Formen wirken, wie in Abb. 2.4 zu erkennen ist, beidseitig auf die Scheibe ein und können auf die geforderten Radien angepasst werden. Bei diesem Prozess erfolgt der Biegevorgang und das Abkühlen im selben Biegeofen. Großer Vorteil dieses thermischen Verfahrens ist es, dass gleichzeitig mit der Krümmung Vorspannungen auf die Scheiben aufgebracht werden können [36].



*Abb. 2.4 Glasbiegen mittels beweglichen Formen [46]*

#### 2.1.2.2 Kaltverformtes Glas

Bei der Kaltverformung wird mit mechanischer Kraft die Glasscheibe in die gewünschte Form gepresst. Für kaltverformte Gläser spricht, dass sie eine höhere optische Qualität bei niedrigeren Kosten aufweisen. Jedoch sind mit diesem Verfahren nur größere Radien verwirklichtbar. Doppelt gekrümmte Gläser können hergestellt werden, indem eine Scheibe an drei Punkten festgehalten und der vierte in die entsprechende Lage verschoben wird.

Eine weitere Methode ist das Laminationsbiegen. Damit können Glasscheiben inklusive Zwischenschicht zu VSG in Form gezwängt werden. Im Autoklaven wird unter Temperatureinwirkung die gewünschte Form fixiert. Laminationsbiegen ist vor allem bei großen Radien und leicht geschwungenen Oberflächen vorteilhaft [10].

Beim Biegevorgang wird das Glas elastisch verformt. Aufgrund der niedrigen Temperaturen, die nur bis maximal 140 °C reichen, entstehen Eigenspannungen, die von der Glasdicke abhängig sind. Zur Herstellung von VSG sind alle gängigen Zwischenschichten möglich. Wobei beim Laminationsbiegen nur Zwischenschichten mit hoher Schubsteifigkeit Verwendung finden. Kaltverformte Gläser weisen eine geringere Formstabilität als warmverformte Gläser auf. Wegen der hohen Temperaturen und Belastungen kann es zu einer Relaxation und Deformation der Scheibe kommen. Alle üblichen Beschichtungen sind möglich [26].

Abb. 2.5 zeigt links wie bei der Firma Sedak eine Glasscheibe zum Laminieren in den Autoklaven geschoben wird. Rechts ist der Biegeprozess schematisch dargestellt.

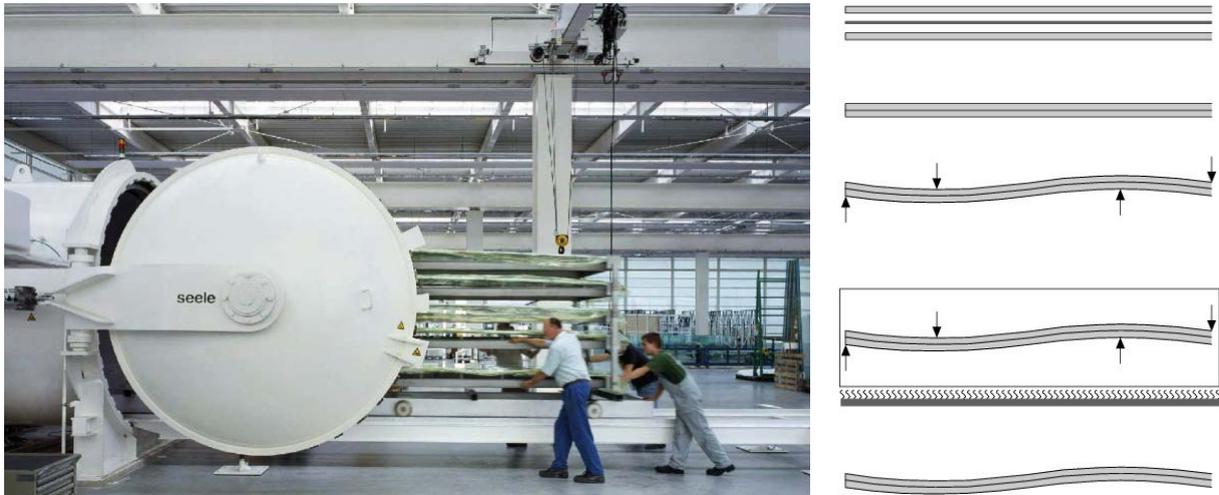


Abb. 2.5 Laminationsbiegen [45], [49]

## 2.2 Kunststoffe

Kunststoffe sind ein fixer Bestandteil im Glasbau. Der Einsatz von Kunststoffen ergibt vor allem aufgrund der Materialeigenschaften eine gute Symbiose und ist bei Konstruktionen aus Glas nicht mehr wegzudenken. Sie finden im Glasbau einerseits Verwendung als transparente Verbundschicht bei VSG, andererseits als Lasteinleitungs- und Klotzungsmaterial an Glaskanten.

Wie das Wort bereits sagt, werden Kunststoffe künstlich hergestellt. Durch eine chemische Reaktion, die Polymerisation genannt wird, werden aus Kohlenwasserstoffmolekülen mehrkettige Makromoleküle gebildet. Kunststoffe werden je nach ihren Eigenschaften in Thermoplaste, Elastomere und Duroplaste unterteilt [17].

### 2.2.1 Kunststoffe als Verbundfolien bei VSG

Bei Verbundsicherheitsglas werden Glasscheiben mit einer Verbundschicht aus Kunststoff miteinander verbunden. Diese dient einerseits als Sicherheit im Versagensfall, andererseits zur Schubübertragung zwischen den Scheiben. Zum Einsatz kommen Folien, Platten oder Harze. Nachfolgend werden die beiden Vertretern PVB (Polyvinylbutyral) und SG (SentryGlas®) erläutert.

#### 2.2.1.1 Polyvinylbutyral (PVB)

PVB ist ein amorpher Thermoplast mit viskoelastischem Materialverhalten. Das Material ist teilkristallin, je höher die Kristallinität, umso höher ist die Festigkeit und Steifigkeit [1].

PVB wird aufgrund seiner hohen Reißfestigkeit als Verbundwerkstoff für Verbundsicherheitsglas eingesetzt, um einerseits Glasscheiben miteinander zu verbinden und andererseits Glassplitter im Versagensfall festzuhalten. Zur Verwendung kommt es als Folie mit einer Stärke von 0,38 mm, die zwei-, vier oder sechslagig eingesetzt wird [7]. Es ist das am häufigsten verwendete Verbundmaterial bei VSG.

Das Materialverhalten von PVB und der Einfluss auf die Tragwirkung bei VSG wird in Kapitel 3.1.2 genauer beschrieben.

#### 2.2.1.2 SentryGlas® (SG)

SG, das von der Firma DuPont hergestellt wird, wird als Platte in bestimmten Dicken eingesetzt. Es werden 0,89, 1,52, 2,28 und 3,05 mm dicke Platten eingesetzt, außerdem gibt es auch Folien mit einer Stärke von 0,9 mm. SG besitzt eine höhere Materialsteifigkeit als PVB. Jedoch ist eine last- und temperaturabhängige Steifigkeit auch bei diesem Produkt zu erkennen [19].

SG ist noch nicht so weit verbreitet wie PVB, aber diesem neuen Verbundwerkstoff wird, aufgrund seiner Eigenschaften, vermehrter Einsatz in Verbundsicherheitsgläsern vorausgesagt. Beim Laminationsbiegen wird aufgrund der hohen Schubsteifigkeit vorrangig SG verwendet.

#### 2.2.2 Kunststoffe zur Lasteinleitung

Im Glasbau gilt es, den direkten Kontakt von Glas und Metall zu vermeiden. Metalle haben meist höhere Oberflächenhärten als Glas. Deshalb kann es zu Rissen an der Glasoberfläche und folgend zum Glasbruch führen. Aus diesem Grund werden Kunststoffe mit geringerer Oberflächenhärte als Klotzungsmaterialien eingesetzt. Als Klotzung versteht man das Auspolstern der Glaskante im umgebenden Rahmen.

Folgende Anforderungen werden an Klotzungsmaterialien gestellt [17]:

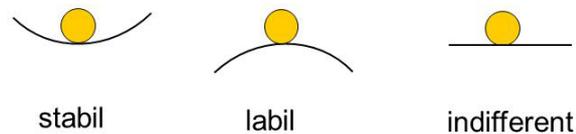
- ◆ hohe Druckfestigkeit
- ◆ hohe Steifigkeit
- ◆ Materialverträglichkeit zu Glas und PVB muss gegeben sein
- ◆ geringe Oberflächenhärte
- ◆ geringer Reibungskoeffizient im Kontakt zu Glas
- ◆ hohe Alterungsbeständigkeit
- ◆ gute Be- und Verarbeitbarkeit

### 2.3 Stabilitätstheorie

Um das Thema Stabilität besser erläutern zu können, findet man in der Literatur des Öfteren drei Gleichgewichtstypen die in Abb. 2.6 dargestellt sind. Mit dieser Darstellung kann man das Stabilitätsverhalten eines allgemeinen Elements gut beurteilen.

Eine stabile Gleichgewichtslage liegt dann vor, wenn ein Element nach Auslenkung aus der ursprünglichen Lage wieder selbstständig in diese zurückkehrt, sobald die Einwirkung zur Auslenkung wieder weggenommen wird. Von labilen Systemen spricht man, im Gegensatz zu stabilen Systemen, wenn ausgelenkte Elemente nicht wieder in die Ursprungslage zurückkehren, sondern sich beschleunigt in Richtung der Auslenkung weiterbewegen. Die indifferente Lage bezeichnet den Grenzfall zwischen stabil und labil. Der Körper behält nachdem er ausgelenkt wurde an seinem ausgelenkten Ort sein Gleichgewicht bei. Indifferente Systeme werden zur Beschreibung von Verzweigungsproblemen herangezogen [6].

Gleichgewichtstypen:



**Abb. 2.6** Gleichgewichtstypen [49]

Im Glasbau ist angesichts des fehlenden Umlagerungsvermögens von Glas eine Betrachtung der elasto-statischen Stabilitätstheorie sinngemäß. Im Gegensatz zu Materialien wie Stahl oder Aluminium, die großes Duktilitätsvermögen besitzen, ist bei Glas von einem spröden Bruchverhalten auszugehen.

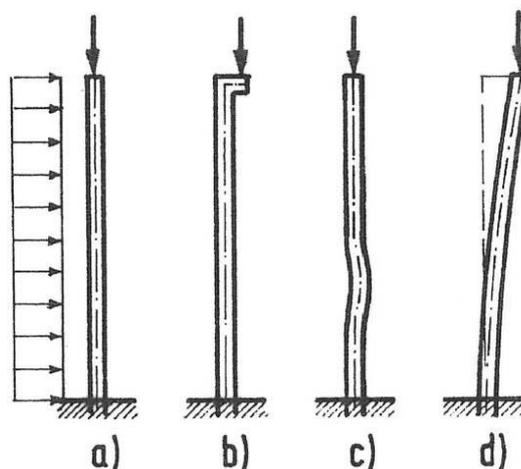
### 2.3.1 Spannungsproblem

Als Spannungsproblem bezeichnet man jenes Stabilitätsproblem, bei dem die Beanspruchung des Systems durch ein zusätzliches Moment erhöht wird. Dieses zusätzliche Moment kann mehrere Ursachen haben:

- ◆ Verformung des Systems durch eine Horizontalkraft
- ◆ äußere geometrische Imperfektionen
- ◆ innere strukturelle Imperfektionen

Wie in Abb. 2.7 a) zu erkennen ist, bekommt die Drucknormalkraft durch eine Verformung des Systems einen Hebelarm. Auch Exzentrizitäten am Stabanfang wie in Abb. 2.7 b) erzeugen einen Hebelarm für die Drucknormalkraft. Diese Kombination führt zu einer Momentenbelastung.

Geometrische Vorverformungen können etwa Vorkrümmungen und Schiefstellungen sein, siehe Abb. 2.7 c) und d). Unter strukturellen Imperfektionen versteht man zum Beispiel Eigenspannungen oder Fließgrenzunterschiede [7].



**Abb. 2.7** Systemverformungen [6]

### 2.3.2 Verzweigungsproblem

Im Gegensatz zum Spannungsproblem, wird hier von einem Stab ohne Imperfektionen ausgegangen, der eine exakte zentrische Belastung erfährt. Das heißt, der Stab ist im Grundzustand frei von Biegemomenten.

Ein Verzweigungsproblem liegt dann vor, wenn sich unter einem bestimmten Lastniveau, neben der ursprünglichen geraden, eine weitere infinitesimal ausgelenkte Gleichgewichtslage befindet [6].

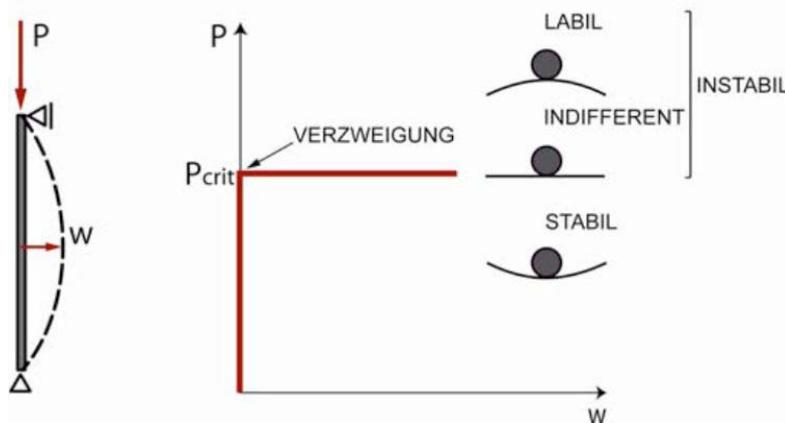


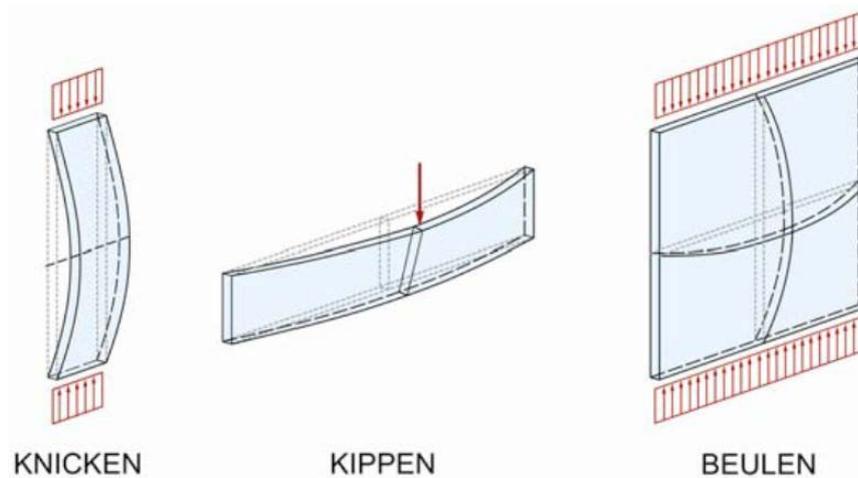
Abb. 2.8 Last-Verformungs-Diagramm [6]

In Abb. 2.8 ist zu sehen, dass eine Verzweigung dann eintritt, sobald die Kraft  $P$  den Wert  $P_{crit}$  erreicht hat. In diesem Punkt gibt es zwei theoretische Lösungen.

Bei der Betrachtung der Stabilität eines Systems wird zwischen drei verschiedenen Versagensformen unterschieden:

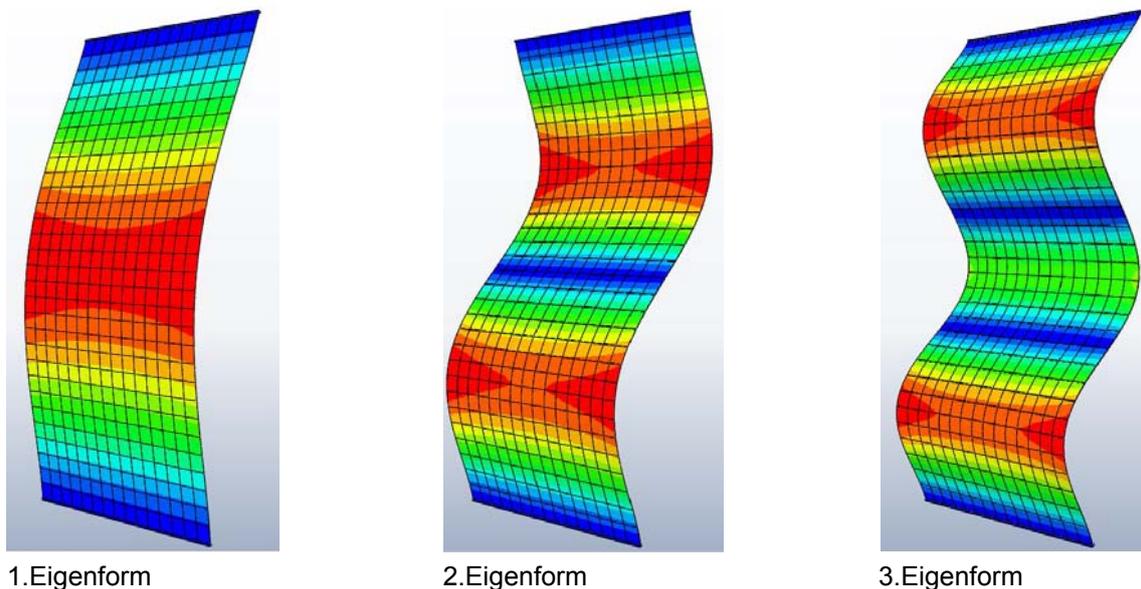
- ◆ Knicken: Der Stab wird in Stabachse, achsparallel, belastet und weicht senkrecht zu dieser aus.
- ◆ Kippen: Unter Kippen wird ein Spezialfall von Biegedrillknicken verstanden. Der Stab wird orthogonal zur Achse belastet und weicht normal auf Stab- sowie Belastungsebene aus.
- ◆ Beulen: Diese Form tritt bei flächigen Strukturen auf. Wenn eine Scheibe parallel zur Scheibenebene belastet wird, entsteht im Versagensfall eine zweifache Krümmung [6].

In Abb. 2.9 werden die drei Stabilitätsversagensmechanismen schematisch dargestellt. In den folgenden Kapiteln wird das Knicken und das Beulen näher beschrieben. Auf das Kippen wird in dieser Arbeit nicht weiter eingegangen.



**Abb. 2.9** Knicken, Kippen, Beulen [6]

Eine angenäherte Lösung des Verzweigungsproblems führt zum Eigenwertproblem. Das Ergebnis daraus sind Eigenwerte. Beziehungswise kann das Ergebnis auch als Eigenform grafisch dargestellt werden. In Abb. 2.10 sind die drei ersten Eigenformen einer ebenen Glasscheibe, die gelenkig gelagert und zentrisch belastet ist, dargestellt. Die erste Form weist eine einfache Krümmung, mit den beiden Wendepunkten in den Auflagern, auf. Die zweite Eigenform besitzt zwei entgegengesetzte Krümmungen und drei Wendepunkte. Bei der dritten Eigenform sind drei sich abwechselnde Krümmungen und vier Wendepunkte zu erkennen.



**Abb. 2.10** Eigenformen einer ebenen Scheibe

Bei einer Stabilitätsanalyse ist nur die Betrachtung der kritischen Last nicht ausreichend, sondern die Last-Verformungs-Kurve ist zusätzlich heranzuziehen. Wichtig dabei ist, die Traglast, also die maximal erreichbare Last am imperfekten System, zu untersuchen. Die Traglast kann, je nach Randbedingungen, über der kritischen Last liegen.

### 2.3.3 Knicken

Knicken wird als Stabilitätsproblem bezeichnet, bei dem stabförmige Tragelemente parallel zu ihrer Längsachse auf Druck belastet werden und infolge dieser Belastung ausweichen. Dabei wird zwischen Biegeknicken, dem Ausweichen seitlich zur Stabachse, und Drillknicken, Verdrehung der Stabachse ohne Ausweichen, unterschieden. Im weiteren Verlauf der Arbeit wird nur der Fall des Biegeknickens behandelt. Dabei ist es essenziell zu unterscheiden, ob ein perfekter oder ein imperfekter Stab untersucht wird [1].

Der perfekte Stab nimmt so lange Last verformungsfrei auf, bis die Last einen kritischen Knickwert, welcher dem Eigenwert der ersten Eigenform entspricht, erreicht hat. Sobald die in (Glg. 2.1) beschriebene Knicklast erreicht ist, befindet sich das System in einem indifferenten Zustand und wird bei einer weiteren Laststeigerung ausweichen [1].

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{L_k^2} \quad (\text{Glg. 2.1})$$

Wenn es sich beim perfekten Stab um ein Verzweigungsproblem handelt, so wird beim imperfekten Stab von einem Spannungsproblem gesprochen. Vorverformungen bewirken zusätzliche Kräfte die den Knickwiderstand verkleinern. Bei wachsender Belastung tritt eine Zunahme der Auslenkung des Stabes auf. Die Last nähert sich dabei, wie in Abb. 2.11 zu erkennen ist, asymptotisch der theoretischen Knicklast eines perfekten Stabes [1].

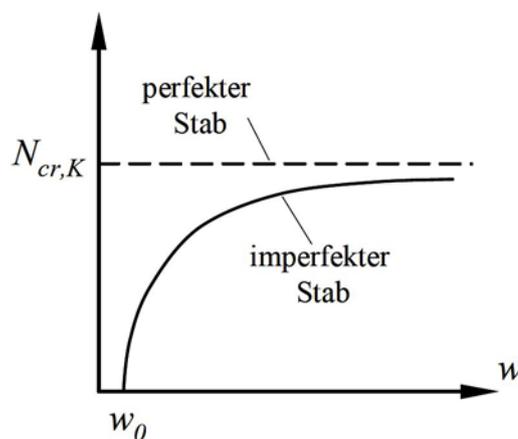


Abb. 2.11 Tragverhalten Knicken [1]

LUIBLE [1], der sich bereits mit der Stabilität von ebenen Glasscheiben auseinandergesetzt hat, hat die numerische Berechnung des Spannungsproblems mit Hilfe eines FE-Programmes mit folgenden Schritten veranschaulicht [1]:

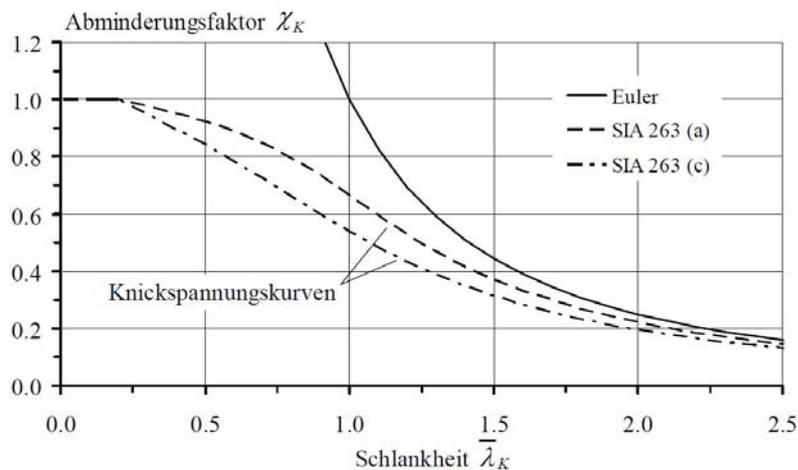
- ◆ Modellbildung:
  - ✓ Material und Geometrie definieren
  - ✓ Netz- und Randbedingungen festlegen
- ◆ Berechnung der Spannungsverteilung mit einer Einheitslast
- ◆ Eigenwertberechnung:

- ✓ kritische Last entspricht dem kleinsten Eigenwert
- ◆ Aufbringen der Vorverformung:
  - ✓ die maßgebende Eigenform heranziehen
- ◆ nicht lineare Berechnung am verformten System
- ◆ Auswertung der Ergebnisse

Diese aufgelisteten Schritte werden auch für gekrümmte Glasscheiben für sinnvoll erachtet und deswegen in der Parameterstudie durchgeführt, die in Kapitel 4 beschrieben wird.

### Knickspannungskurven

Knickspannungslinien, die bereits im Stahlbau bei der Stabilitätsbemessung Verwendung finden, beschreiben die Tragfähigkeit eines stabilitätsgefährdeten Bauteils bezogen auf seine Schlankheit [57].



**Abb. 2.12** Beispiel einer Knickspannungslinien aus dem Stahlbau [1]

Abb. 2.12 zeigt Knickspannungslinien aus dem Stahlbau, durch die ein Abminderungsfaktor  $\chi$  abhängig von der bezogenen Schlankheit  $\lambda$  abgelesen werden kann. Die erlaubten Spannungen werden schließlich mit diesem Faktor abgemindert. Knickspannungslinien werden mit Hilfe groß angelegter experimenteller und numerischer Untersuchungen ermittelt.

LUIBLE [1] ist bei seinen Stabilitätsuntersuchungen ebener Glasscheiben zur Herleitung von Knickspannungskurven folgendermaßen vorgegangen:

- ◆ Festlegen einer Schlankheit bzw. bezogener Schlankheit anhand von Bauteilabmessungen.
- ◆ Knicklast-, Knickspannungs-, oder Abminderungsfaktorberechnung mit Berücksichtigung der Streuung der Parameter mit dem größten Einfluss auf den Knickwiderstand (Glasdicke, Vorverformung)

Bezogene Knickspannungskurven sieht LUIBLE [1] nicht als sinnvoll, weil:

- ◆ Der Abminderungsfaktor kann bei Glas Werte größer als 1 annehmen.
- ◆ Knickspannungslinien liegen bei Glas nicht so dicht zusammen wie bei Stahl
- ◆ Die unterschiedlichen Biegezugfestigkeiten würden bei der Festlegung des Knickwiderstandes mit

der geringsten Biegezugfestigkeit für höhere Festigkeiten unwirtschaftlich sein.

Daher werden Knickspannungslinien bezogen auf die geometrischen Schlankheiten der Glaselemente ermittelt. Zusätzliche Beanspruchungen durch planmäßige Momente, zum Beispiel durch eine Windbelastung hervorgerufen, oder unplanmäßige Momente, durch Lastexzentrizitäten, müssen dabei berücksichtigt werden [1]. Abb. 2.13 zeigt eine Knickspannungskurve für ebenes VSG bei einer Vorverformung von  $w_0 = L/500$ .

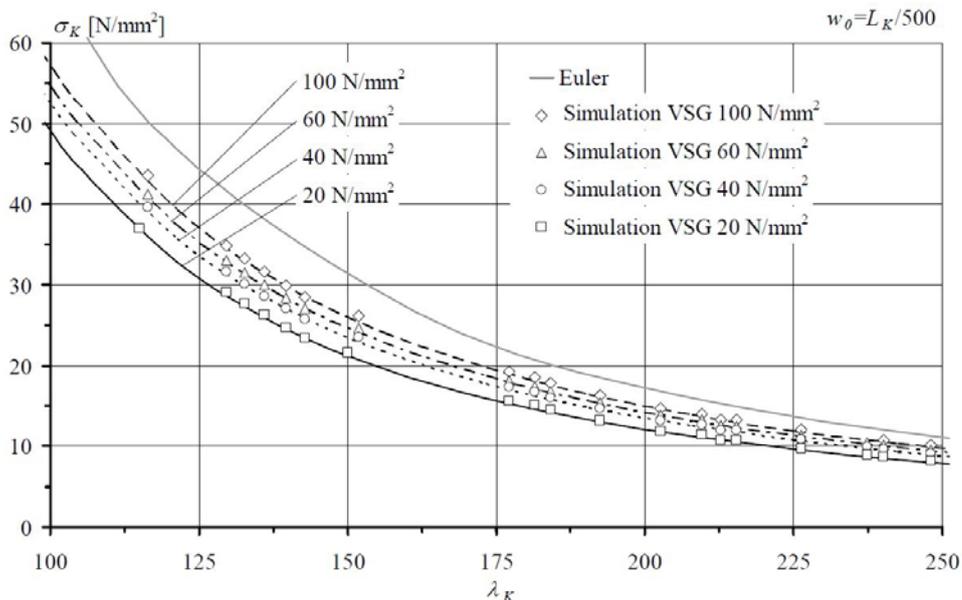


Abb. 2.13 Knickspannungskurve VSG mit  $w_0 = L / 500$  [1]

### 2.3.4 Beulen

Beim Beulen wird zwischen Plattenbeulen, bei ebenen Scheiben, und Schalenbeulen, bei gekrümmten Scheiben unterschieden. Die beiden Begriffe werden hier genauer erläutert.

#### Plattenbeulen

Beulen ist eine weitere Stabilitätsversagensart und tritt bei dünnwandigen Scheiben auf, die entweder auf Druck, auf Schub oder kombiniert auf Druck und Schub belastet werden. Beim Erreichen einer bestimmten Belastung kommt es zu einem indifferenten Verzweigungsproblem. Dieser kritische Belastungszustand ist grundsätzlich vergleichbar mit dem Zustand beim Knicken, jedoch kann beim Beulen die Last über das kritische Lastniveau hinaus gesteigert werden. Die Platte geht dabei in eine benachbarte stabile ausgebogene Gleichgewichtslage über. Dieser Übergang wird auch als Ausbeulen der Scheibe bezeichnet. Die Erhöhung der Traglast lässt sich durch die Aktivierung der Dehnsteifigkeit des verformten Systems, also einer Membrantragwirkung, erklären [7].

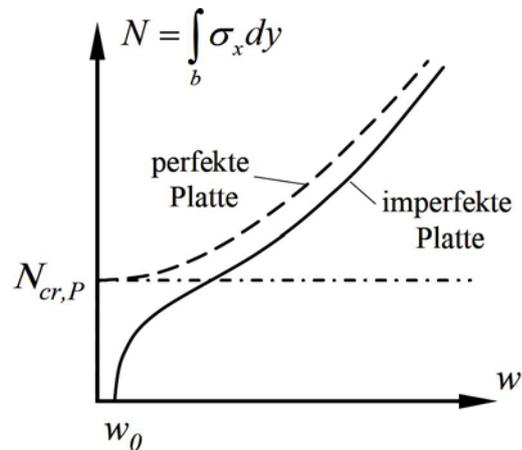


Abb. 2.14 Tragverhalten Plattenbeulen [1]

Bei der perfekten Platte, die weder innere, noch äußere Imperfektionen aufweist, kann die Last bis zu einem gewissen Verzweigungspunkt gesteigert werden, ohne dass eine Verformung festzustellen ist. Ab diesem Punkt kommt es zu einer plötzlichen Verformung des Systems, es entsteht eine doppeltgekrümmte Beulfläche. Eine weitere Laststeigerung ist ab hier aufgrund der Membranwirkung möglich. Bei der imperfekten Platte wird sich infolge von Vorverformungen von Beginn an eine Art Beulform einstellen. Es wird hier von einem Spannungsproblem gesprochen [1]. Abb. 2.14 liefert dazu ein anschauliches Diagramm.

### Schalenbeulen

Beim Schalenbeulen ist ein deutlicher Unterschied zum Plattenbeulen in Bezug auf das Tragverhalten zu erkennen. Bei der ebenen Platte kommt es zum Ausbeulen vor dem Erreichen der maximalen Traglast, mit gleichzeitiger Spannungumlagerung. Im Gegensatz dazu treten bei der Kreiszyinderschale vor dem Ausbeulen nur sehr geringe Verformungen auf, ehe es zu einer abrupten Reduzierung der Traglast kommt [31]. In Schalenrichtung belastete Schalen sind aufgrund ihrer Imperfektionsempfindlichkeit stark beulgefährdet [30].

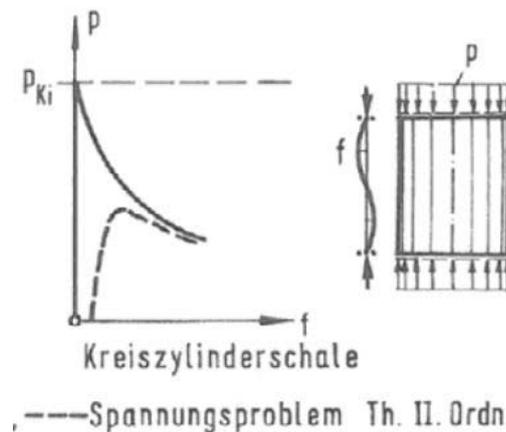
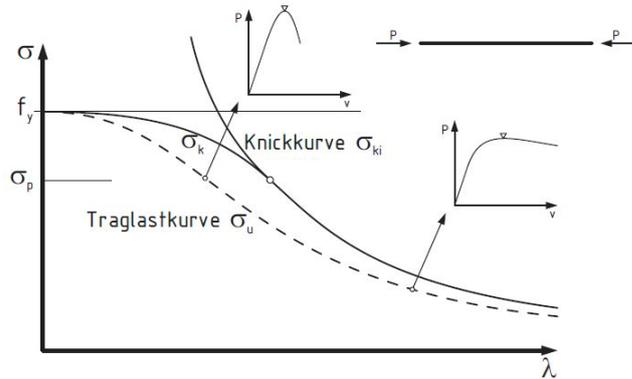


Abb. 2.15 Tragverhalten Schalenbeulen [31]

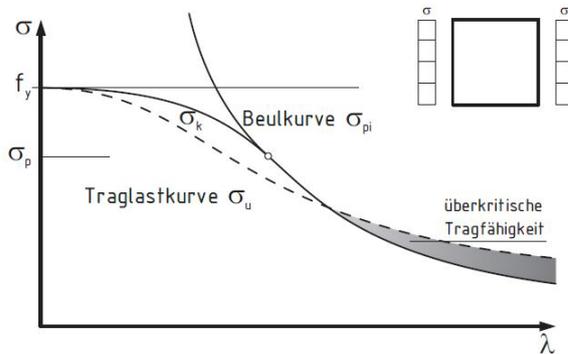
## 2 Theoretische Grundlagen Stabilitätstheorie

Beispiel Knicken und Biegedrillknicken



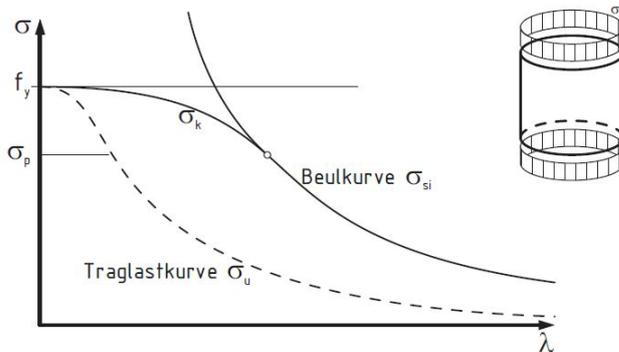
Traglast < Knicklast

Beispiel Plattenbeulen



Traglast  $\geq$  Beullast

Beispiel Schalenbeulen



Traglast  $\ll$  Beullast

**Abb. 2.16** Traglastkurven von Knicken, Platten- und Schalenbeulen [28]

Abb. 2.16 zeigt drei Beispiele unterschiedlicher Traglastkurven. Das erste Beispiel zeigt die Traglast- und Knickkurve eines ausknickenden Stabes, bei dem die Traglast kleiner als die Knicklast ist. Das zweite Beispiel zeigt die Traglast- und die Beulkurve einer ausbeulenden Platte mit überkritischem Tragverhalten, bei der die Traglast zum Teil größer als die Beullast ist. Das dritte Beispiel zeigt die Traglast- und Beulkurve einer ausbeulenden Schale, bei der die Traglast viel kleiner als die Beullast ist.

# 3 Einflussfaktoren

**Materialeigenschaften  
Thermische Vorspannung  
Geometrie  
Imperfektionen  
Lagerung und Lasteinleitung**

---

Im Kapitel 3 werden jene Faktoren aufgelistet und beschrieben, die das Knickverhalten von gekrümmten Glasscheiben beeinflussen. Beziehungsweise werden an dieser Stelle jene Parameter näher beschrieben, welche später in Kapitel 4 untersucht werden. Es wird einerseits auf die mechanischen Materialeigenschaften, sowie mögliche Vorspannungen eingegangen, andererseits werden Geometrieinflüsse, wie zum Beispiel das Glasformat und Vorverformungen, nähergebracht. Darüber hinaus werden Randbedingungen, wie die Art der Lagerung und der Lasteinleitung, erläutert.

## 3.1 Materialeigenschaften

Materialeigenschaften von Glas, PVB und Kunststoffen zur Lagerung beeinflussen das Tragverhalten gekrümmter Glasscheiben. An dieser Stelle werden die wichtigsten Eigenschaften und Festigkeiten dieser Materialien beschrieben. Ferner werden Zahlenwerte, die für die spätere Modellierung relevant sind, aufgelistet.

### 3.1.1 Mechanische Eigenschaften von Glas

Das Materialverhalten von Glas kann durch folgende Charakteristika beschrieben werden:

- ◆ ideal linear elastisches Verhalten ohne plastischer Verformung
- ◆ sprödes Bruchversagen

Glas besitzt in etwa eine Dichte von  $2500 \text{ kg/m}^3$ . Dies entspricht damit ungefähr der Dichte eines bewehrten Betons [9].

#### 3.1.1.1 Elastizitätsmodul und Querdehnzahl

Zum E-Modul werden in der Literatur unterschiedlichste Angaben gefunden, die sich vor allem auf die Variation der Zusammensetzung des Glases zurückführen lassen. Außerdem weisen vorgespannte Gläser einen geringeren Wert auf. Dennoch wird in der Regel ein Wert von  $70.000 \text{ N/mm}^2$  angenommen [1]. Die Querdehnzahl  $\nu$  schwankt zwischen 0,20 und 0,24, häufig ist jedoch ein Wert von 0,23 zu finden [9].

Im weiteren Verlauf dieser Arbeit werden die beschriebenen Werte von  $\nu = 0,23$  und  $G = 70.000 \text{ N/mm}^2$  verwendet.

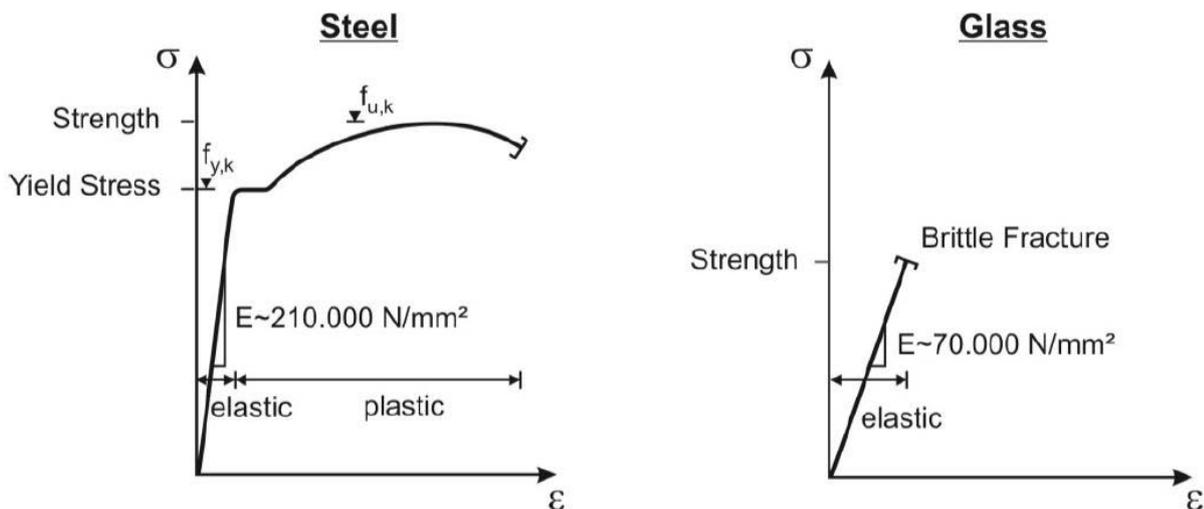


Abb. 3.1 Spannungs-Dehnungs-Diagramm, Glas im Vergleich zu Stahl [8]

In Abb. 3.1 ist die Spannungs-Dehnungs-Beziehung von Glas im Vergleich zu Stahl dargestellt. Dabei ist der linear elastische Bereich des Glases zu erkennen, der in einem plötzlichen Versagen endet. Die plastische Verformung, wie sie beim Stahl zu beobachten ist, fehlt zur Gänze. Bereits eine Überschreitung der elastischen Dehnung von ca. 0,1 % führt, aufgrund des fehlenden Plastizitätsvermögens, zum Versagen des Materials [11]. Auch der dreimal so große E-Modul des Stahls, und der damit verbundene steilere Anstieg der Spannungs-Dehnungs-Kurve, ist in diesem Diagramm ablesbar.

### 3.1.1.2 Zug- und Druckfestigkeit

#### Zugfestigkeit

Oftmals wird in der Literatur der Unterschied zwischen einer theoretischen molekularen und einer praktischen Zugfestigkeit unterschieden. Die theoretische aufnehmbare Zugspannung liegt bei über 500 MPa. Aber aufgrund von Oberflächenrissen und der fehlenden Duktilität kann nur von Werten zwischen 30 und 120 MPa ausgegangen werden [8]. Eine Spannungumlagerung der Spannungsspitzen an der Oberfläche ist nicht möglich, sodass Sprödversagen stattfindet. Etwaige Vorspannungen erhöhen die aufnehmbare Zugspannung.

In der ÖNORM B 3716-1 werden folgende Werte angegeben:

Tab. 3.1 Charakteristische Zugfestigkeiten von ebenem Glas

Glasart	$f_{ck}$ [N/mm <sup>2</sup> ]
Floatglas (Float)	45
teilvergesspanntes Glas (TVG)	70
Einscheibensicherheitsglas (ESG)	120

Weitere Einflussfaktoren auf die Zugfestigkeit sind die Dauer der Belastung, die Geschwindigkeit mit der die Belastung aufgebracht wird, mögliche Wassereintritte und die Größe der belasteten Oberfläche.

Mit zunehmender auf Zug belasteter Oberfläche sinkt die Zugfestigkeit aufgrund der statistischen Verteilung von Oberflächendefekten [7].

Einige Effekte sind bereits normativ festgehalten und in den Tabellen Tab. 3.2 und Tab. 3.3 angegeben. Der Modifikationsfaktor  $k_{mod}$  berücksichtigt die Lasteinwirkungsdauer und  $k_b$  bezieht sich auf die Art der Beanspruchung [32].

**Tab. 3.2** Abminderungsfaktor für die Klassen der Einwirkungsdauer [32]

Glasart	$k_{mod}$ (kurz)	$k_{mod}$ (mittel)	$k_{mod}$ (lang)
Float	1,0	0,6	0,6
ESG und TVG	1,0	1,0	1,0

**Tab. 3.3** Abminderungsfaktor für die Art der Beanspruchung [32]

Beanspruchung	$k_b$
Plattenbeanspruchung	1,0
Scheibenbeanspruchung (alle anderen, z.B. parallel zur Oberfläche)	0,8

Aufgrund der Tatsache, dass es noch keine Norm für gebogenes Glas gibt, kann auch nicht mit den angegebenen Grenzzugfestigkeiten bemessen werden. Im Leitfaden für thermisch gebogenes Glas im Bauwesen [36] werden allerdings Richtwerte für eine Vorbemessung angegeben. Es wird allerdings darauf hingewiesen, dass beim Einsatz von gebogenem Glas auf eine Ermittlung der Festigkeiten durch Versuche zurückgegriffen werden soll. Tab. 3.4 zeigt diese vorgeschlagenen Biegezugfestigkeiten, die in Anlehnung an FELDMANN [24] im Leitfaden aufgenommen wurden.

**Tab. 3.4** Charakteristische Biegezugfestigkeiten für gebogenes Glas (Vorschläge)[36]

Glasart	$f_{ck, Glasfläche}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$f_{ck, Glaskante}$ [N/mm <sup>2</sup> ]
gebogenes Floatglas (gb-Float)	40	32
gebogenes teilvorgespanntes Glas (gb-TVG)	55	55
gebogenes Einscheibensicherheitsglas (gb-ESG)	105	105

### Druckfestigkeit

An dieser Stelle sei erwähnt, dass der Wert der Druckfestigkeit von Glas um ein Vielfaches höher als der charakteristische Wert der Zugfestigkeit ist und in Berechnungen in der Regel nicht maßgebend ist. Über den genauen Wert der Druckfestigkeit ist relativ wenig bekannt und dieser wird auch nicht normativ geregelt. In der Literatur sind Werte von 350 bis 900 N/mm<sup>2</sup> zu finden. Bei Druckversagen wird

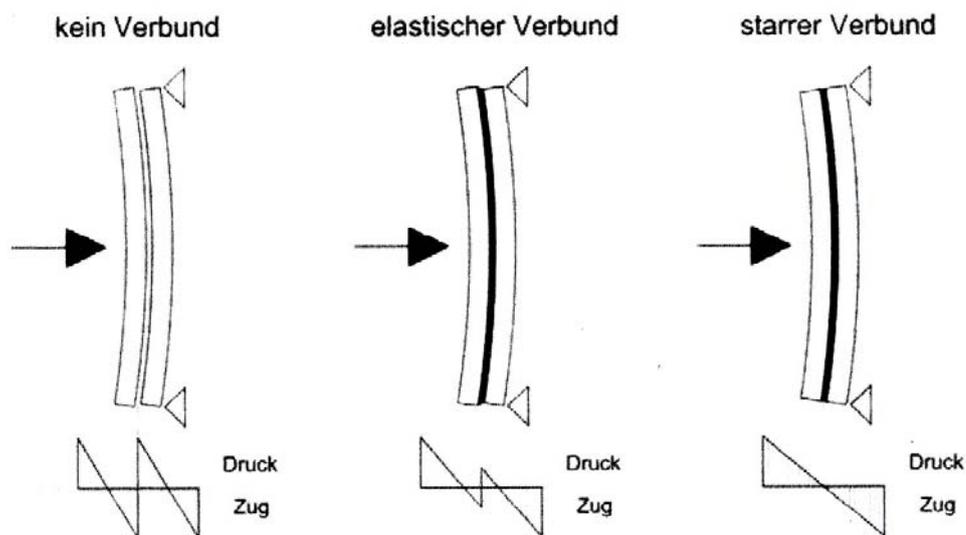
davon ausgegangen, dass nicht das Erreichen der Druckfestigkeit, sondern das Überschreiten von Querkzugfestigkeiten zum Bruch führt [1].

ENGLHARDT [7] bezieht sich für eine Abschätzung der Druckfestigkeit von Floatglas auf die Zusammenhänge der Elastizitätstheorie und gibt folgende Gleichung an:

$$f_{\text{Druck}} = \frac{f_{\text{Zug}}}{\nu} \quad (\text{Glg. 3.1})$$

### 3.1.2 Zwischenschicht

Die Zwischenschicht dient nicht nur zum Festhalten von Glasstücken im Versagensfall, sondern sie kann aufgrund der Verbundwirkung eine höhere Tragfähigkeit als bei nicht verklebten Scheiben bewirken. Jedoch sind die Eigenschaften des Materials abhängig von Temperatur und Belastung. Die Zwischenschicht ist steif und schubfest bei niedrigen Temperaturen. Bei kurzzeitigen Beanspruchungen wird, im Vergleich zu Langzeitbeanspruchungen, kein Kriecheffekt beobachtet. So kann bei Stoßbelastungen von starrem Verbund ausgegangen werden.

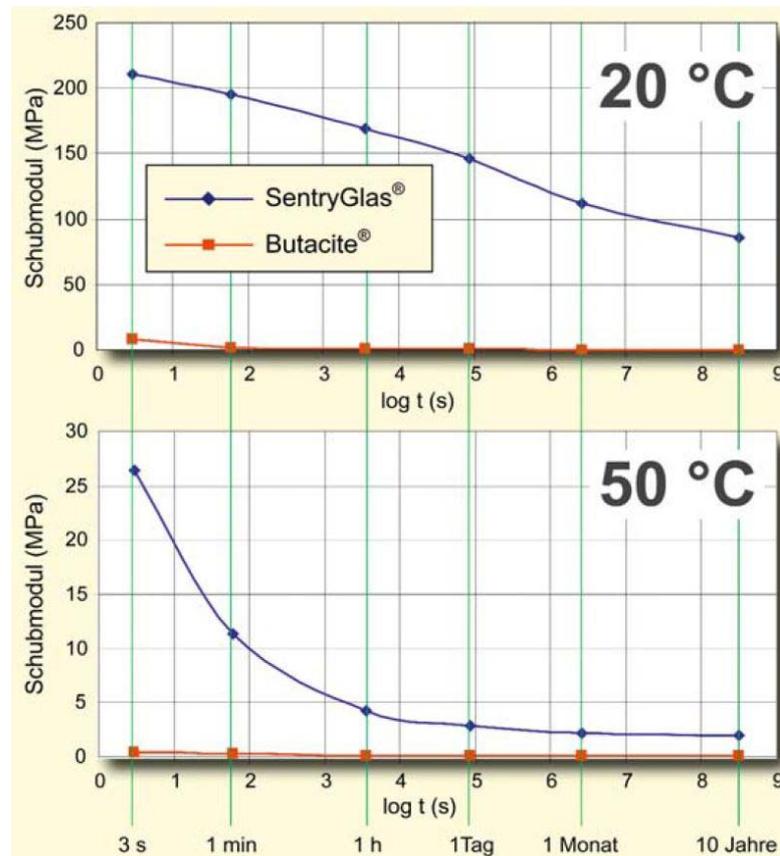


**Abb. 3.2** Spannungsverteilung von VSG bei verschiedenen Verbundansätzen [10]

Abb. 3.2 zeigt die Spannungsverteilung eines VSG-Querschnitts bei verschiedenen Verbundansätzen. Dabei ist zu erwähnen, dass bei starrem Verbund ein doppelt so großes Widerstandsmoment als bei keinem Verbund entsteht. Elastischer Verbund erfasst die Bandbreite zwischen den beiden Extremfällen.

Kenntnisse über das Materialverhalten, im Besonderen der Wert des Schubmoduls, sind bei der Berechnung von großer Bedeutung. Aufgrund der beschriebenen lastabhängigen Eigenschaften variiert dieser Wert bei PVB allerdings zwischen 0,0 und 4,0 N/mm<sup>2</sup>. Die Querdehnzahl bezieht sich auf etwa 0,50 [10]. In Österreich wird der Bemessungsschubmodul für kurzzeitige Einwirkungen von PVB mit  $G_{\text{PVB}} = 0,4 \text{ N/mm}^2$  angegeben [7].

SentryGlas® weist höhere Schubfestigkeiten als PVB auf. Die Abhängigkeit der Festigkeit von Temperatur- und Belastungsdauer ist allerdings viel ausgeprägter als bei PVB. Eine dazu anschauliche Darstellung ist in Abb. 3.3 zu finden. So kann der Wert bei Temperaturen um 20 °C und kurzzeitigen Stoßbeanspruchungen bis zu 100-mal so groß sein. Bei höheren Temperaturen und längerer Beanspruchungszeit reduziert sich der Faktor jedoch wesentlich.

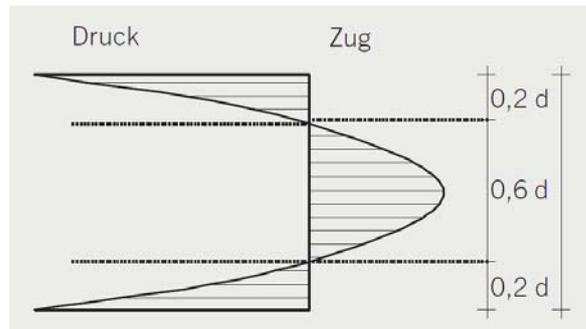


**Abb. 3.3** Schubmodulvergleich SG - PVB [48]

## 3.2 Thermische Vorspannung von Glasscheiben

Wie bereits in 2.1.1.2 kurz erwähnt, kann durch thermisches Vorspannen die Zugfestigkeit von Floatglas um ein Vielfaches erhöht werden.

Die Gläser werden bei diesem Prozess erhitzt und je nach Produkt unterschiedlich schnell abgekühlt, um Druckspannungen an der Oberfläche zu erzeugen.



**Abb. 3.4** Eigenspannungszustand vorgespannter Gläser [11]

Aufgrund des früheren Abkühlens der Oberfläche entstehen außen Druckspannungen und zum Kern hin Zugspannungen. Abb. 3.4 zeigt dazu die Spannungsverteilung bezogen auf die Scheibendicke. WURM [11] gibt dafür folgende Verteilung der Vorspannungen an:

- ◆ Druckspannungen treten an den Außenseiten jeweils über 20 % der Dicke auf
- ◆ 60 % der Dicke erhalten im Inneren Zugspannungen

Die höhere Widerstandsfähigkeit kann dadurch beschrieben werden, dass bei Belastung einer Scheibe auf der Zugseite zuerst die Druckspannung aus der Vorspannung überwunden werden muss und Oberflächenrisse deswegen vom Glas besser bewältigbar sind [1].

Außerdem verfügen vorgespannte Gläser über eine höhere thermische Belastbarkeit.

### Einscheibensicherheitsglas (ESG)

ESG wird auch als voll vorgespanntes Glas bezeichnet, weil es im Vergleich zu anderen Glasprodukten die höchste Widerstandsfähigkeit aufweist.

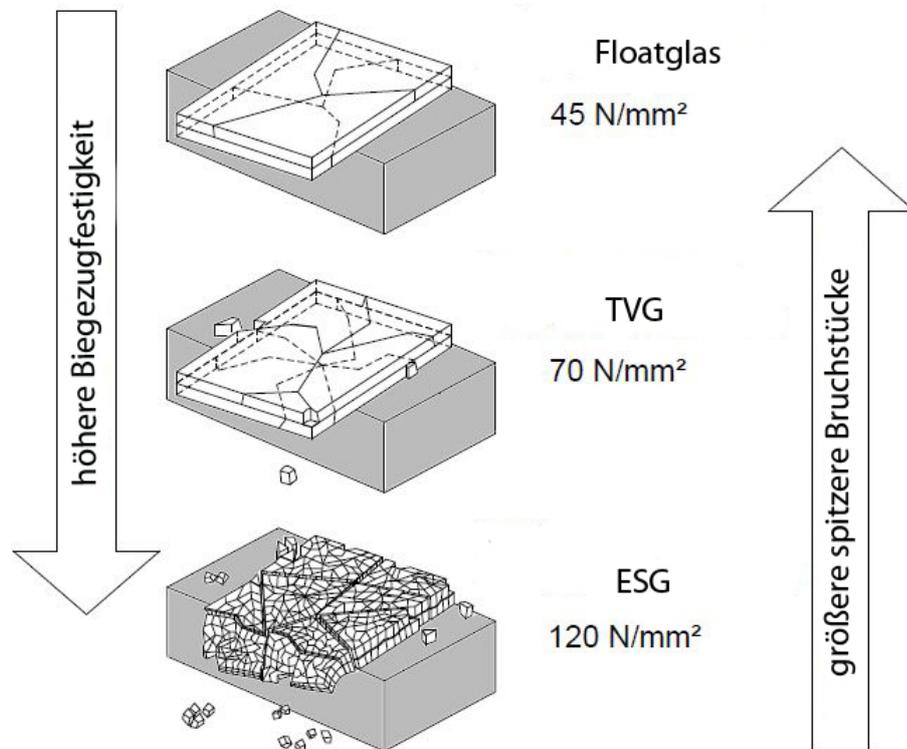
Die Scheiben werden auf  $650\text{ °C}$  erhitzt und dann rasch abgekühlt, um den vorhin erwähnten Vorspannungseffekt zu erzielen. Dabei erreicht ESG eine Prüfbiegezugfestigkeit von  $120\text{ N/mm}^2$  und kann bis zu einer Dicke von  $19\text{ mm}$  hergestellt werden [9].

Das Bruchbild von ESG ist um einiges günstiger als das von Floatglas. Beim Versagen von ESG bricht zwar ein größerer Teil der Scheibe, jedoch sind die Bruchstücke kleiner, stumpfkantiger und daher ungefährlicher.

### Teilvorgespanntes Glas (TVG)

In vielerlei Hinsicht kann TVG als Zwischenprodukt von ESG und Floatglas eingeordnet werden. Durch langsames Abkühlen beim Vorspannungsprozess werden geringere Eigenspannungen als bei ESG erreicht. Die Prüfbiegezugfestigkeit erreicht dabei einen Wert von  $70\text{ N/mm}^2$ . Es können allerdings aus technischen Gründen nur Dicken bis  $12\text{ mm}$  produziert werden [9].

Das Bruchbild sieht dem eines Floatglases ähnlich, nur die Bruchstücke sind rundkörniger. Eine ansehnliche Darstellung des unterschiedlichen Bruchverhaltens von ESG, TVG und Floatglas bietet Abb. 3.5.



**Abb. 3.5** Vergleich der Zugfestigkeit und des Bruchverhaltens von ESG, TVG und Floatglas [13]

### 3.3 Geometrie

Zur Geometrie werden zunächst die Bauteilabmessungen, wie das Scheibenseitenverhältnis und die Glasdicke, erläutert. Dann werden noch Überlegungen zur Krümmung der Glasscheiben angestellt.

#### 3.3.1 Bauteilabmessungen

##### Glasdicke

In Tab. 3.5 sind Werte für gängige Nenndicken und die dazugehörigen Toleranzen zu finden, wobei in Ausnahmefällen auch Scheibendicken von 25 mm produziert werden können.

Die Genauigkeit in der Herstellung beträgt immerhin  $\pm 0,05$  mm. Produzenten nutzen diese Abweichung zur Toleranz aus der Norm aus wirtschaftlichen Gründen aus. Aus diesem Grund werden Glasscheiben meistens unter ihrer Nenndicke produziert und dadurch bei der Bemessung überschätzt. Darüber hinaus sind die Scheibendicken aufgrund des Herstellungsprozesses von Floatglas nicht konstant über den Querschnitt [7].

**Tab. 3.5** Nenndicken und Toleranzen von Floatglas [7]

Nenndicke [mm]	Toleranzen [mm]
3	$\pm 0,2$
4	$\pm 0,2$
5	$\pm 0,2$
6	$\pm 0,2$
8	$\pm 0,3$
10	$\pm 0,3$
12	$\pm 0,3$
15	$\pm 0,5$
19	$\pm 1,0$

Für gebogene Gläser werden die gleichen Toleranzwerte, bezüglich der Dicke der Scheiben, wie für ebene Gläser angegeben [36].

In dieser Arbeit werden die Toleranzmaße nicht berücksichtigt, sondern es wird in der folgenden Parameterstudie mit den Nenndicken gerechnet.

##### Scheibenseitenverhältnis

Folgende maximale Längen und Breiten können laut [7] hergestellt werden:

- ◆ Floatglas: 6000 x 3210 [mm]
- ◆ ESG: 6000 x 2800 [mm]
- ◆ TVG: 5900 x 2650 [mm]

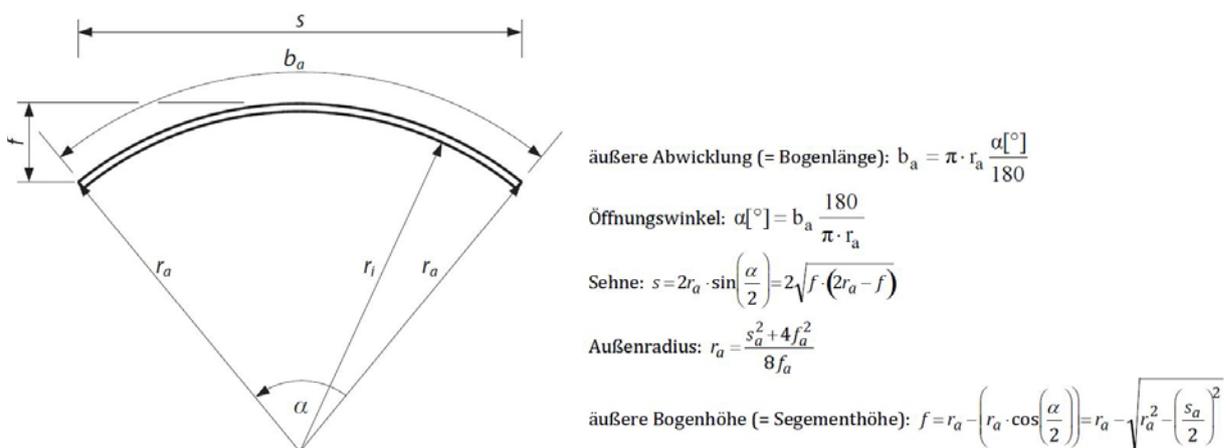
Jedoch stellen Scheibenlängen über 6 m Hersteller keine großen Probleme dar. Logistische Anforderungen der Betriebe begrenzen die Maximalwerte.

Abweichungen von den Herstellungsmaßen, in Bezug auf die Länge und Breite der Scheibe, spielen für das Tragverhalten nur eine untergeordnete Rolle. Der Einfluss der Bauteillänge auf das Stabilitätsverhalten steht außer Frage. Die folgende Parameterstudie in Kapitel 4 beschäftigt sich nicht nur mit den Auswirkungen von Längenänderungen, sondern auch mit verschiedenen Scheibenbreiten.

### 3.3.2 Krümmung

Die Krümmung von gebogenem Glas verschafft dem Glas eine höhere Steifigkeit im Vergleich zu planen Glasscheiben. In Kapitel 4 wird der genaue Einfluss von verschiedenen Krümmungsradien untersucht. Dabei wird erwartet, dass kleinere Radien zu einer Erhöhung der Steifigkeit führen.

In dieser Arbeit werden ausschließlich Kreisformen untersucht. Abb. 3.6 zeigt, wie man die Geometrie von gebogenem Glas anhand eines Kreissegmentes ermitteln kann.



**Abb. 3.6** Geometrieverhältnisse einer gebogenen Glasscheibe (Kreissegment)[16]

Auch die Art, wie die Krümmung der Scheiben hergestellt wird, hat Einfluss auf das Tragverhalten. So müssten Eigenspannungen aus dem Kaltbiegeverfahren bei der Modellierung mitberücksichtigt werden. Aufgrund der Tatsache, dass bei der Parameterstudie sowohl schwach als auch stark gekrümmte Gläser gewählt werden, die allerdings nur mit thermischem Biegen hergestellt werden können, werden zur besseren Vergleichbarkeit nur thermisch gebogene Gläser untersucht.

## 3.4 Imperfektionen

Im Allgemeinen muss an dieser Stelle zwischen strukturellen und geometrischen Imperfektionen unterschieden werden. Bei strukturellen Imperfektionen handelt es sich um Fehler in der Materialstruktur wie Inhomogenitäten oder ungleichmäßige Verteilung der Eigenspannungen [7]. Auf strukturelle Imperfektionen wird in dieser Arbeit nicht weiter Rücksicht genommen.

### 3.4.1 Geometrische Imperfektionen

Geometrische Imperfektionen können unter anderem Schiefstellungen der Konstruktion, Abweichungen der Scheibendicke oder Auslenkung der Scheibe normal zu ihrer Ebene sein. An dieser Stelle und im weiteren Verlauf der Arbeit wird nur die Vorverformung aus der Scheibenebene genauer in Betracht gezogen.

Vorverformungen spielen eine entscheidende Rolle beim Tragverhalten aller stabilitätsgefährdeten Bauteile. In der Literatur sind verschiedene Werte von Vorverformungen zu finden. Tabelle Tab. 3.6 liefert einen Überblick von unterschiedlichen Autoren, die mit diesem Thema in Berührung geraten sind und die Vorverformung von unterschiedlichen Scheibenabmessungen untersucht haben. Diese angegebenen Werte dienen als Grenzwerte.

**Tab. 3.6** Grenzwerte für Vorverformungen von Glasscheiben

Autor	Vorverformung $e_0$
FELDMANN, KASPER [9]	L/400 für TVG L/300 für ESG
LUIBLE [1]	L/323
WEILER [20]	L/300
LIESS [21]	L/500
PANKRATZ, SIMMERT, HILDEBRAND [22]	L/400 für TVG L/300 für ESG
AMADIO, BEDON [23]	L/400

LUIBLE [1] hat sich bereits mit diesem Thema intensiver auseinandergesetzt und ist zu folgenden Ergebnissen gekommen:

- ◆ Die Vorverformung nimmt tendenziell mit dem Verhältnis von Glaslänge zu Glasbreite ab.
- ◆ Bei Floatglas wurden geringere Vorverformungen gemessen als bei vorgespannten Gläsern.
- ◆ Ein Einfluss der Vorspannart (ESG oder TVG) wurde nicht entdeckt.
- ◆ Schmale Gläser weisen verhältnismäßig größere Werte als gedrungene Gläser auf [1]

In ÖNORM EN 572-2, ÖNORM EN 12150-1 und ÖNORM EN 1863-1 werden zwei Grenzwerte angegeben. Einerseits wird L/333 als globaler oberer Grenzwert festgeschrieben, andererseits gilt für lokale Verformungen eine Grenzabweichung von 0,3 mm auf eine bezogene Länge von 300 mm [33][34][35].

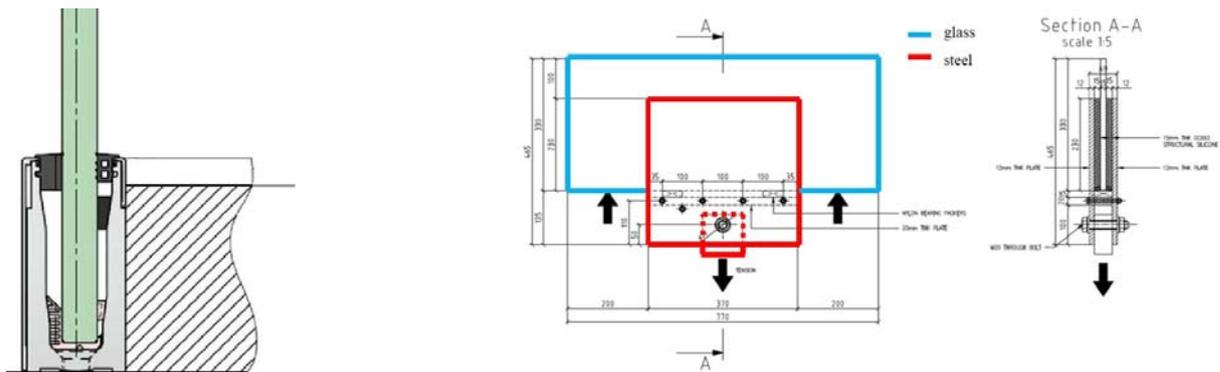
Bezüglich Vorverformungen von gebogenen Gläsern ist in der Literatur nichts zu finden. Im Leitfaden für thermisch gebogene Gläser im Bauwesen wird darauf hingewiesen, dass diese Werte im Einzelfall mit dem Hersteller abzustimmen sind.

### 3.5 Lagerung

Prinzipiell werden die drei Lagerungsarten „frei“, „gelenkig“ und „eingespannt“ unterschieden. Beziehungsweise kann ein Bauteil im dreidimensionalen Raum in alle drei Achsen verschieblich oder unverschieblich, sowie um die drei Achsen verdrehbar oder nicht verdrehbar, gelagert werden [7].

Die Lagerung hat einen wesentlichen Einfluss auf das Stabilitätsverhalten eines Bauteils. Die Parameterstudie in Kapitel 4 untersucht Modelle, die an der Ober- und Unterkante gelenkig gelagert sind und seitlich freie Ränder aufweisen. Ferner wurde eine Drehung um die vertikale Scheibenachse verhindert. Dies entspricht in etwa dem realen Aufbau des Referenzprojekts, das in 1.3.1 beschrieben ist. Eine Stabilisierung durch die angrenzenden Scheiben wird in diesem Modell nicht berücksichtigt, damit das Knickverhalten einer einzelnen Scheibe untersucht werden kann.

Aufgrund des Glaseinstandes wird es an den gelagerten Rändern der Scheibe jedoch nie ideal gelenkig sein, sondern eine Teileinspannung des Glases vorhanden sein.



**Abb. 3.7** Details zur Lagerung von Glasscheiben [2], [58]

Abb. 3.7 zeigt zwei Details zur Lagerung von Glasscheiben, wobei Detail 2 die Lagerung der Scheiben des „Glazed Link Library Walk“ aus Kapitel 1.3.1 darstellt. Bei der Betrachtung der beiden Details wird schnell klar warum eine ganz gelenkige Lagerung nicht möglich ist. Die Scheibe muss normal zur Scheibenebene zumindest in der Lage gehalten sein. Bei auftretenden Verformungen werden dieser Halterung Kräfte übertragen, wodurch ein Einstandsmoment in der Glasscheibe entsteht. In der Modellierung in Kapitel 4 werden gelenkige Scheiben untersucht.

### 3.6 Lasteinleitung

Gerade im konstruktiven Glasbau sollte auf die Lasteinleitung besonders Wert gelegt werden. Im Glas-handwerk werden bei Gläsern, die nur zu raumabschließenden Zwecken dienen, Klotzungsmaterialien verwendet, die oft nur zur Lastabtragung des Eigengewichts herangezogen werden. Bei hoch belasteten Glasscheiben müssen allerdings auch spezielle hochfeste Kunststoffe eingesetzt werden, um eine kraft- und formschlüssige Verbindung und eine konstante Lasteinleitung gewährleisten zu können [17].

Das Material dazu muss einerseits eine ausreichende Festigkeit bei Druckbelastung aufweisen. Andererseits muss es so weich sein, dass die Spannungsspitzen an der Glaskante minimiert werden [25]. Beim Versagensfall Knicken ist oftmals ein Riss ausgehend vom gelagerten Scheibenrand zu erkennen, der durch Verhinderung der Verdrehung der Scheibe an der Glaskante entsteht. Wegen der Anfälligkeit auf Verformungen sollte besondere Vorsicht bei der Lasteinleitung von gebogenem Glas genommen werden.

Außerdem muss darauf Rücksicht genommen werden, ob die Last über die gesamte Länge, über Punkthalter, oder über punktuelle Klötze aufgebracht wird. So wird eine Linienlasteinleitung eher zu einem Stabilitätsversagen führen, da die Querkraftkräfte geringer sind. In der Praxis wird eine Linienlasteinleitung durch Klemmleisten mit Silikonzwischenlage erreicht [7]. Bei punktförmiger Lasteinleitung entstehen ebendort Spannungsspitzen, die für die Bemessung maßgebend sind. Abb. 3.8 zeigt drei verschiedene Fälle von Lasteinleitungen. In Hinsicht auf architektonische Wünsche nach Reduktion und Minimierung der Konstruktion verlieren Punkthalter zugunsten Kantenverbindungen ohne Verbindungstechnik an Bedeutung [11].

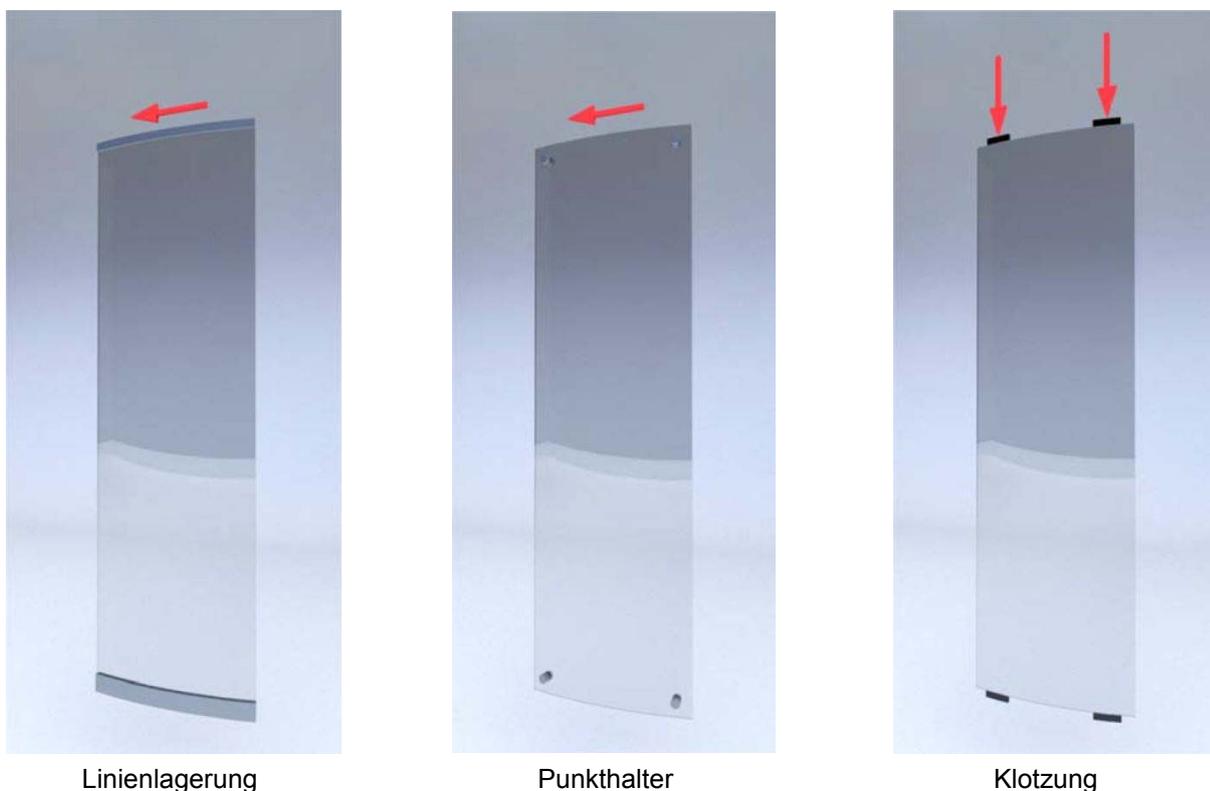


Abb. 3.8 Lasteinleitungsarten [2]

### 3.6.1 Kunststoffe zur Lasteinleitung

Zum Einsatz kommen verschiedene Kunststoffe. Die häufigsten Vertreter ihrer Art sind Polyacetal (POM), Polyamid (PA), Polyethylenterephthalat (PET) und Polyetherimid (PEI). Durch das Beimengen von Kurzfasern, zum Beispiel aus Glas oder Kohlenstoff, können mechanische Eigenschaften stark verbessert werden [17].

**Tab. 3.7** Materialkennwerte ausgewählter Kunststoffe [17]

Kunststoffe	Dichte [g/cm <sup>3</sup> ]	E-Modul E <sub>0</sub> [N/mm <sup>2</sup> ]	Poissonzahl
POM-C	1,41	4356	0,49
PA 6	1,15	3000	0,45
PET	1,38	3686	0,49
PEI	1,27	3300	0,4

In Tab. 3.7 sind Materialkennwerte ausgewählter Kunststoffe tabelliert. Diese Werte beziehen sich auf Versuchsergebnisse von einaxialen Druckversuchen bei 23 °C Raumtemperatur [29].



# 4 Parameterstudie

Methodik  
Referenzmodell  
Ergebnisse

## Überlegungen zu einer Versuchsdurchführung

Dieses Kapitel beinhaltet eine Parameterstudie zum Knickverhalten von gekrümmten Glasscheiben. Dabei wird zuerst die Methodik und Vorgehensweise dieser Studie erklärt. Des Weiteren wird die Modellbildung und Eingabe in das Berechnungsprogramm ABAQUS erläutert. Es werden Eigenwerte, Eigenformen und Stabilitätsverhalten der Modelle untersucht. Anhand des Referenzmodells werden die Ergebnisse der beschriebenen Parameter in Serien untereinander verglichen. Anschließend werden die Ergebnisse der Studie dargestellt und interpretiert.

### 4.1 Methodik

Aufbauend auf den gewonnenen Erkenntnissen in Kapitel 3 über die Einflussfaktoren auf das Tragverhalten von gekrümmten stabilitätsgefährdeten Glasscheiben wird eine Parametermatrix erstellt, die in Tab. 4.1 zu sehen ist. Diese aufgelisteten Parameter werden in der folgenden Studie untersucht und deren Einflüsse auf das Tragverhalten betrachtet. Es wird zu Beginn der Studie ein Referenzmodell erstellt, anhand dessen die Einflüsse der jeweiligen Parameter untersucht werden können.

**Tab. 4.1** Parametermatrix

Parameter	Referenzmodell	zu untersuchende Werte
Scheibenhöhe H [mm]	3000	2500, <b>3000</b> , 4000, 5000, 6000
Scheibenbreite B [mm]	1500	1000, <b>1500</b> , 2000, 2500
Krümmungsradius R [mm]	3000	$\infty$ , 12000, 6000, <b>3000</b> , 1500
Scheibenaufbau [mm]	8 / 1,52 / 8	4/1,52/4, 6/1,52/6, <b>8/1,52/8</b> , 10/1,52/10
Schubmodul G der Zwischenschicht [N/mm <sup>2</sup> ]	0,4	0,04, <b>0,4</b> , 4, 40
Lasteinleitungsart	Linienlagerung	2 Klötze, 1 Klotz, <b>Linienlagerung</b>
Vorverformung	L/1000	L/500, <b>L/1000</b> , L/2000

Die ersten beiden Parameterserien beziehen sich auf das Plattenseitenverhältnis, wobei zuerst die Höhe und anschließend die Breite verändert wird. Die dritte Serie untersucht das Tragverhalten bei verschiedenen Krümmungsradien. Bei den Parametern vier und fünf wird der Aufbau des Querschnitts untersucht. Während zuerst die Dicke der Scheiben von 4 bis 10 mm variiert wird, so wird später die

## 4 Parameterstudie Methodik

Auswirkung unterschiedlicher Werte für den Schubmodul der Zwischenfolie studiert. Die nächsten Modelle versuchen Aufschluss auf die Art der Lagerung zu geben und zuletzt wird der Einfluss unterschiedlicher Vorverformungen auf das Tragverhalten nähergebracht.

Aufgrund der Fülle an Modellen wird es als sinnvoll erachtet eine Nomenklatur aller Modelle durchzuführen, die in Tab. 4.2 dargestellt wird.

**Tab. 4.2** Nomenklatur der Modelle

		H	B	R	Aufbau	G	Last	Vorverformung
REF	M01	3000	1500	3	8/1,52/8	0,4	Linie	I/1000
	M12	<b>2500</b>	1500	3	8/1,52/8	0,4	Linie	I/1000
Höhe	M13	<b>4000</b>	1500	3	8/1,52/8	0,4	Linie	I/1000
	M14	<b>5000</b>	1500	3	8/1,52/8	0,4	Linie	I/1000
	M15	<b>6000</b>	1500	3	8/1,52/8	0,4	Linie	I/1000
	M22	3000	<b>1000</b>	3	8/1,52/8	0,4	Linie	I/1000
Breite	M23	3000	<b>2000</b>	3	8/1,52/8	0,4	Linie	I/1000
	M24	3000	<b>2500</b>	3	8/1,52/8	0,4	Linie	I/1000
	M32	3000	1500	<b>unendl.</b>	8/1,52/8	0,4	Linie	I/1000
Krümmung	M33	3000	1500	<b>6</b>	8/1,52/8	0,4	Linie	I/1000
	M34	3000	1500	<b>1,5</b>	8/1,52/8	0,4	Linie	I/1000
	M35	3000	1500	<b>12</b>	8/1,52/8	0,4	Linie	I/1000
	M42	3000	1500	3	<b>4/1,52/4</b>	0,4	Linie	I/1000
Aufbau	M43	3000	1500	3	<b>6/1,25/6</b>	0,4	Linie	I/1000
	M44	3000	1500	3	<b>10/1,52/10</b>	0,4	Linie	I/1000
	M52	3000	1500	3	8/1,52/8	<b>0,04</b>	Linie	I/1000
Zwischen- schicht	M53	3000	1500	3	8/1,52/8	<b>4</b>	Linie	I/1000
	M54	3000	1500	3	8/1,52/8	<b>40</b>	Linie	I/1000
	M62	3000	1500	3	8/1,52/8	0,4	<b>1 Klotz</b>	I/1000
Vorverf. Last	M63	3000	1500	3	8/1,52/8	0,4	<b>2 Klötze</b>	I/1000
	M72	3000	1500	3	8/1,52/8	0,4	Linie	<b>I/500</b>
	M73	3000	1500	3	8/1,52/8	0,4	Linie	<b>I/2000</b>

Die Ergebnisdarstellung erfolgt zum einen mit Last-Verformungskurven, anhand deren eine Aussage über das Stabilitätsverhalten der Scheiben getroffen werden kann. Darüber hinaus werden die Eigenwerte der Modelle eines variierenden Parameters verglichen. Zuletzt werden noch Diagramme gefertigt, mit denen eine Betrachtung des Last-Spannungs-Verhältnisses an dem Punkt mit der maximalen Hauptzugspannung vorgenommen wird.

## 4.1.1 Implementierung in ABAQUS

ABAQUS ist ein umfangreiches FEM (Finite-Elemente-Methode) - Programm. Zur Modellierung wird die benutzerfreundliche Version ABAQUS CAE (Complete Abaqus Enviroment) 6.14 herangezogen. ABAQUS wird aus dem Grund gewählt, da einerseits nichtlineare Berechnungen notwendig sind, andererseits werden Systeme mit geometrischen Imperfektionen und mit zusammengesetzten Materialien berechnet. Die Eingabe erfolgt nicht mit Scripts, sondern wird direkt über die Benutzeroberfläche von ABAQUS CAE getätigt. Dabei wird nach den in Kapitel 2.3.3 beschriebenen Schritten für numerische Berechnungen von Spannungsproblemen bei Stabilitätsproblemen vorgegangen.

### 4.1.1.1 Modellbildung

Die Eingabe des Modells erfolgt in SI-Einheiten. Die dazu notwendigen Einheiten sind in Tab. 4.3 aufgelistet.

**Tab. 4.3** Einheiten bei der Implementierung in ABAQUS

Einheit	SI
Länge	m
Kraft	N
Masse	kg
Dichte	kg/m <sup>3</sup>
E-Modul	N/m <sup>2</sup>
Spannung	Pa (N/m <sup>2</sup> )

### Geometrie

Zu Beginn wird die Geometrie des Modells eingegeben. Dabei werden die Zwischenschicht und die beiden Lasteinleitungskörper als Volumenelemente und die zwei Glasscheiben als Schalenelemente, mit definierter Dicke, modelliert. Dünne Schalen sind laut Definition Elemente bei denen der Quotient aus Schalendicke zu Schalenlänge kleiner als 1/15 ist [7]. Dies trifft auf alle Modelle der Studie zu. Dennoch wird eine Vergleichsrechnung durchgeführt, in der die Glasscheiben als Volumenelemente modelliert werden. Die Übereinstimmung der Ergebnisse der Vergleichssimulation bestätigt die Annahme, die Glasscheiben als Schalenelemente zu modellieren. Die Zwischenschicht wird als Volumenelement eingegeben, damit die Schubübertragung zwischen den Glasscheiben im FE-Modell gewährleistet wird.

Materialkennwerte werden den Körpern nach Tab. 4.4 zugewiesen. Bei der Eingabe der Materialkennwerte in ABAQUS ist der E-Modul E notwendig. Dieser wird für die Zwischenschicht über den Schubmodul G und der Querdehnzahl  $\nu$  mit Hilfe der Gleichung (Glg. 4.1) rückgerechnet. Alle Materialien werden linear elastisch modelliert.

$$E = (2 + 2 \cdot \nu) \cdot G \quad (\text{Glg. 4.1})$$

Tab. 4.4 Materialkennwerte für ABAQUS

Material	Dichte [kg/m <sup>3</sup> ]	E-Modul [N/m <sup>2</sup> ]	Querdehnzahl
Glas	2490	7,0 x e <sup>10</sup>	0,23
Kunststofflager	1150	3,0 x e <sup>9</sup>	0,45
Zwischenschicht	1100	1,19 x e <sup>6</sup>	0,49

### FE-Netz

Das Modell wird mit einem 0,1 m x 0,1 m FE-Netz bestehend aus quadratischen Elementen versehen. Eine Konvergenzstudie am Referenzmodell mit feinerem FE-Netz führt bei der Eigenwertanalyse zu fast gleichen Ergebnissen. Bei einigen Modellen ist eine Netzverfeinerung auf 0,05 m x 0,05 m notwendig, damit genauere Ergebnisse erzielt werden können. Für die darauffolgende Spannungsberechnung werden fast alle Modelle mit einem 0,05 m x 0,05 m FE-Netz modelliert, wodurch eine neue Berechnung der Eigenwerte für die Modelle mit feinerem Netz durchgeführt wird. Bei der Netzmodellierung werden quadratische Elemente gewählt. Lineare Elemente können die Biegeformen nicht, oder nur als Trapez, abbilden. Das dadurch hervorgerufene sogenannte „shear locking“ wird mit der Wahl quadratischer Elemente unterbunden [27].

Aufgrund der starken Krümmung des Modells M34, sowie der konzentrierten Lasteinleitungsstellen der Modelle M62 und M63 wird für diese Modelle ein feineres Netz vorgesehen. Darüber hinaus wird für die Zwischenschicht in Dickenrichtung eine Netzverfeinerung vorgesehen. Das FE-Netz der Zwischenschicht weist drei Elemente in Dickenrichtung auf.

### Randbedingungen

Als Lasteinleitungselemente werden Volumenelemente, mit einer Dicke von 1 cm in Lastrichtung, modelliert. Für die Lasteinleitungs- und die Lagerungsbedingungen werden Referenzpunkte erstellt. Diesen Punkten, welche mit den Grundflächen der Lagerelemente gekoppelt sind, werden dann die jeweiligen Lagerungsbedingungen laut Tab. 4.5 zugeteilt. Außerdem werden die Kontaktformulierungen zwischen Scheiben und Zwischenschicht, sowie zwischen Scheiben und Lagerelementen definiert. Zum Aufbringen der Belastung wird der Referenzpunkt RP1 herangezogen. Aus diesem Grund muss eine Verschiebung des RP1 in Lastrichtung möglich sein.

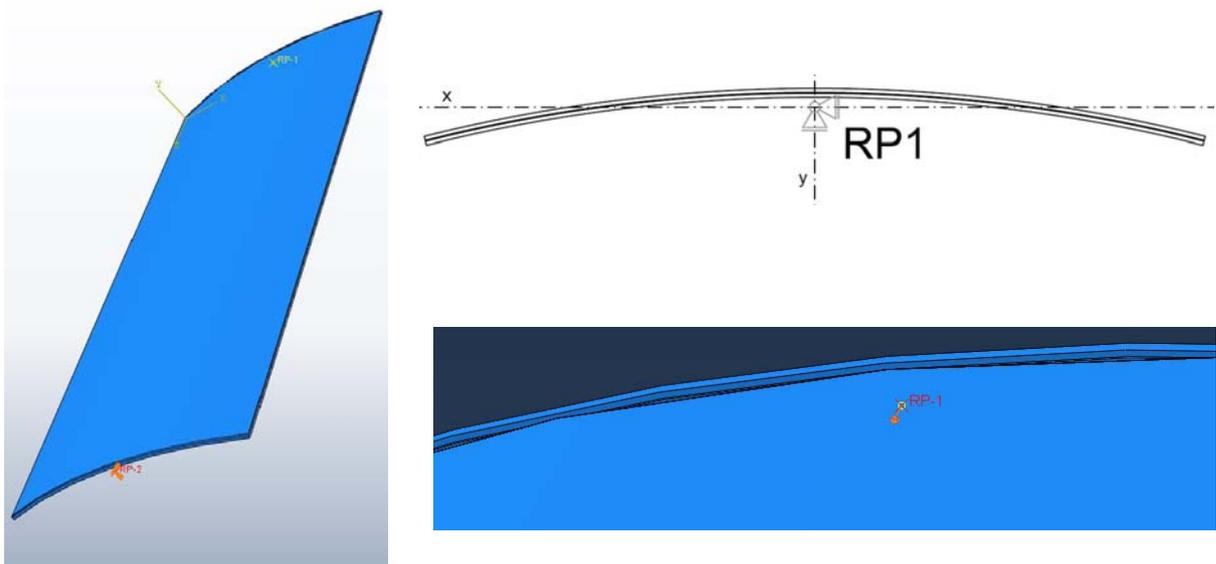
In Abb. 4.1 ist das Referenzmodell mit seinen beiden Referenzpunkten abgebildet. Außerdem befindet sich in dieser Abbildung ein Referenzpunkt herausgezoomt aus dem gesamten Modell. Dieser wird in den Modellen im Flächenschwerpunkt der gekoppelten Lasteinleitungselemente situiert. Die x-Koordinate des Schwerpunkts ist genau in der Mitte der Scheibe. Die y-Koordinate des Schwerpunkts wird dazu aus (Glg. 4.2) berechnet. R ist der Außenradius des Kreisringsegments und r der Innenradius des Kreisringsegments. Der Winkel wird von der Mitte zum Scheibenende hin gemessen und muss in dieser Gleichung in Bogenmaß eingesetzt werden.

$$y_s = \frac{2 \cdot (R^3 - r^3) \cdot \sin(\alpha)}{3 \cdot (R^2 - r^2) \cdot \alpha} \quad (\text{Glg. 4.2})$$

Referenzpunkte werden zum einen modelliert, damit die Belastungs- und Lagerungsangaben über einen Punkt gesteuert werden können. Zum anderen kann nach der Eigenwertanalyse, der Eigenwert gleich als Belastung auf den Referenzpunkt aufgebracht werden. Wird die Belastung auf die gesamte Lasteinleitungsfläche aufgebracht, müsste später der Eigenwert mit der belasteten Fläche wieder zurückgerechnet werden.

**Tab. 4.5** Lagerbedingungen der Referenzpunkte ( $x =$  gesperrt)

	$F_x$	$F_y$	$F_z$	$M_x$	$M_y$	$M_z$
RP1	x	x				x
RP2	x	x	x			x



**Abb. 4.1** Modell und Referenzpunkte in ABAQUS

Außer der Koppelung der Referenzpunkte mit den Lasteinleitungskörpern werden noch weitere Randbedingungen modelliert. So werden die beiden Glasscheiben mit der Zwischenschicht miteinander verbunden. Diese Verbindung wird in ABAQUS mit dem „Tie-Constraint“, mit dem Flächen miteinander verbunden werden, nachgebildet. Mit dem gleichen Befehl wird die Verbindung zwischen den Lasteinleitungselementen und der Zwischenschicht modelliert. Die Verbindung zwischen den Schalenelementen, die die Glasscheiben darstellen, und den Lasteinleitungselementen wird über eine „Shell-To-Solid-Constraint“ eingegeben. Bei allen „Constraints“ wird das jeweils härtere Medium als „Master-Surface“ bestimmt.

### Eigenwertberechnung

Als nächster Schritt wird eine „1“ - Last auf den Referenzpunkt in Scheibenrichtung aufgebracht, um damit eine Eigenwertberechnung durchzuführen. Als Berechnungsschritt wird in ABAQUS ein „buckle-step“ implementiert, in dem die Anzahl der Eigenwerte festgelegt wird, die berechnet werden sollen. Der kleinste Eigenwert des Systems wird für die nichtlineare Berechnung herangezogen [7].

## Nichtlineare Berechnung am verformten System

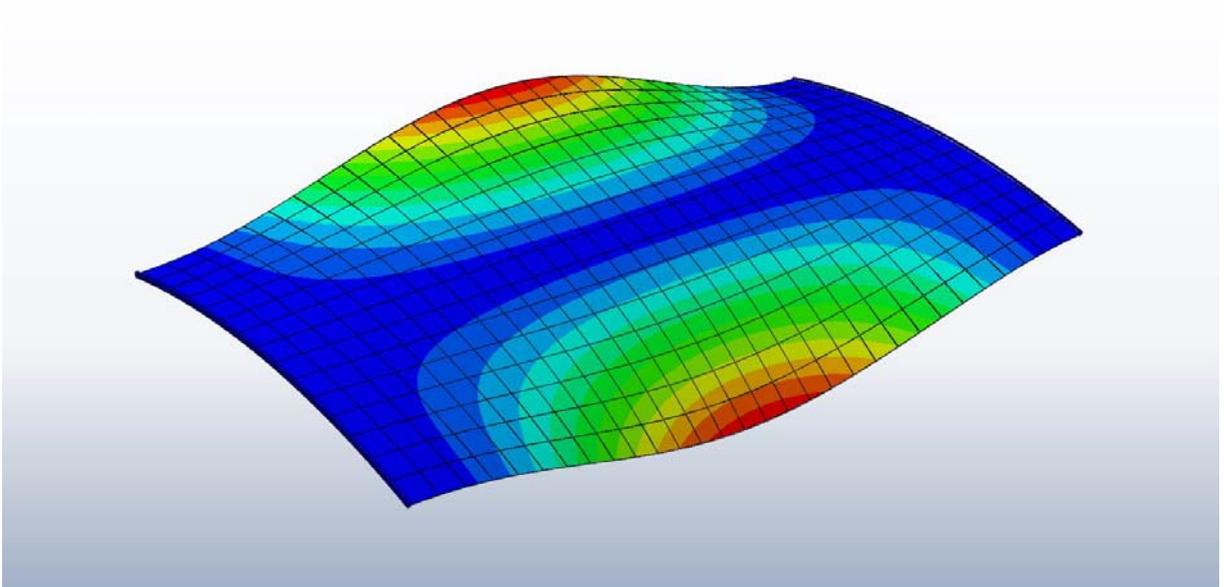
Nach der Eigenwertberechnung wird eine nichtlineare Berechnung am verformten imperfekten System vollzogen. Die nichtlineare Berechnung ist aufgrund der großen Verformungen orthogonal zur Scheibenebene erforderlich. Dazu wird das Modell aus der Eigenwertanalyse hergenommen und adaptiert. Aus dem „buckle-step“ wird ein „static-step“, der die Belastung Schritt für Schritt erhöht. Belastet wird das Modell zuerst kraftgesteuert mit dem Eigenwert der 1. Eigenform. Ausgenommen die Eigenwerte liegen sehr knapp zueinander, dann wird der Unterschied in der Berechnung genauer untersucht. Mit dieser Berechnung erhält man die maximale aufnehmbare Kraft des Modells. Zudem wird das System weggesteuert belastet. Das Programm bricht nicht ab, sobald die maximal aufnehmbare Kraft erreicht ist, sondern berechnet bei weiterer Verformung die zugehörige aufnehmbare Kraft. Höhere Spannungen sind aufgrund höherer Verformungen die Folge.

## 4.2 Referenzmodell

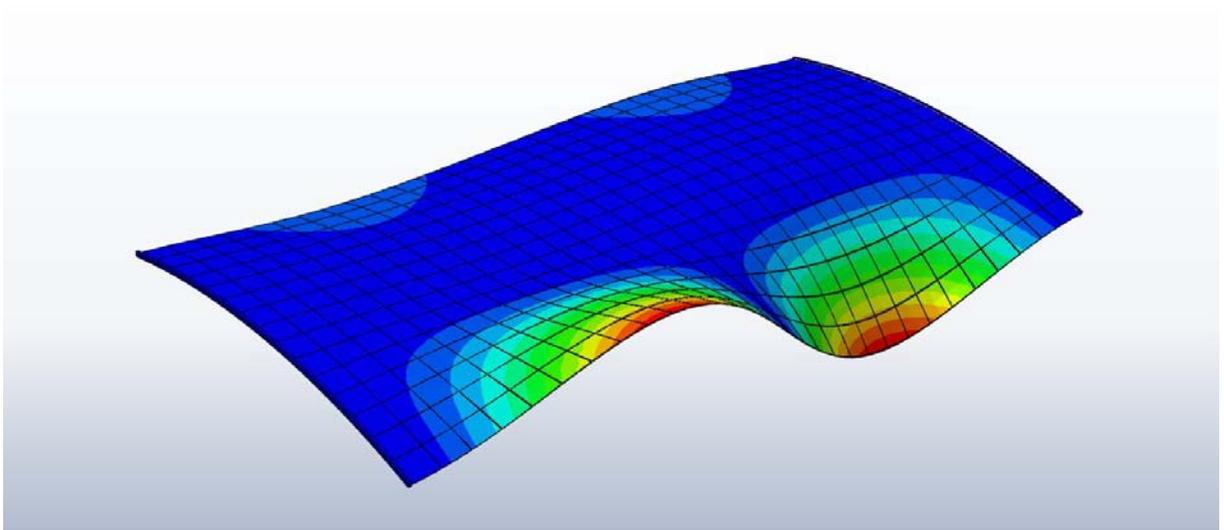
Ausgehend vom Referenzmodell werden die sieben beschriebenen Parameterserien durchgeführt. Für das Referenzmodell wurden die gängigsten Parameter für Glasscheiben dieser Größenordnung gewählt. Das Plattenseitenverhältnis wurde mit 2 gewählt, das heißt die Scheibe weist bei einer Länge von 3 m eine Breite von 1,5 m auf. 3 m wird als plausible Geschoßhöhe und 1,5 m als übliche Fassadenelementbreite angesehen. Der Krümmungsradius wird mit 3 m festgesetzt, der sowohl kalt als auch warmverformt fertigbar ist. Bei Glasstärken von jeweils 8 mm wird die Dicke der Zwischenschicht mit 1,52 mm bestimmt. Diese Dicke ist sowohl als vierlagige PVB-Schicht, als auch mit SG-Platten herstellbar. Wobei der Wert des Schubmoduls mit 0,4 N/mm<sup>2</sup> auf eine PVB-Zwischenschicht zutrifft. Als Lagerart wird beim Referenzmodell eine Linienlagerung angenommen. Darüber hinaus wird bei der nichtlinearen Berechnung eine Vorverformung von 1/1000 auf das verformte System aufgebracht.

### 4.2.1 Eigenformen Referenzmodell

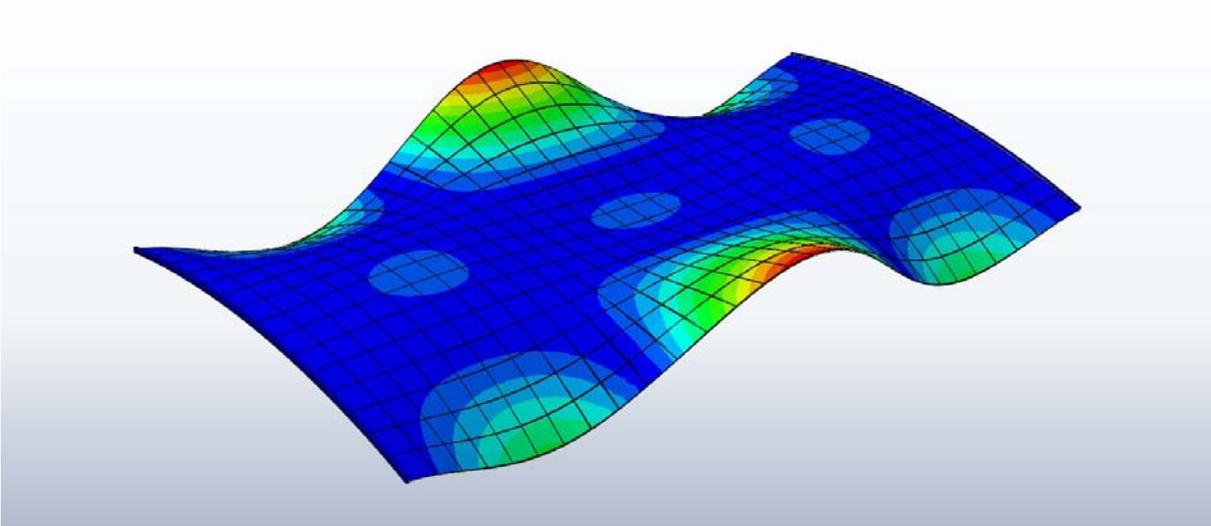
Die erste Eigenform des Referenzmodells M01 weist eine halbe Sinuskurve über die Längskante mit einem Extrempunkt an der Scheibenrandmitte und mit zwei Wendepunkten an den Auflagern auf. Asymmetrisch dazu verläuft die Verformung des gegenüberliegenden Scheibenrandes. Bei der zweiten Eigenform kann man eine komplette Sinuskurve mit zwei Extrema und drei Wendepunkten am Scheibenrand erkennen. Eigenform drei weist bereits drei Extremstellen und vier Wendepunkte in der Verformungsfigur am Scheibenrand auf. An den Eigenformen ist bereits ersichtlich, dass das System am freien Scheibenrand die größten Verformungen aufweist. Durch die Krümmung gewinnt die Scheibe vom Scheibenrand zur Mitte hin an Steifigkeit.



**Abb. 4.2** 1. Eigenform M01



**Abb. 4.3** 2. Eigenform M01



**Abb. 4.4** 3. Eigenform M01

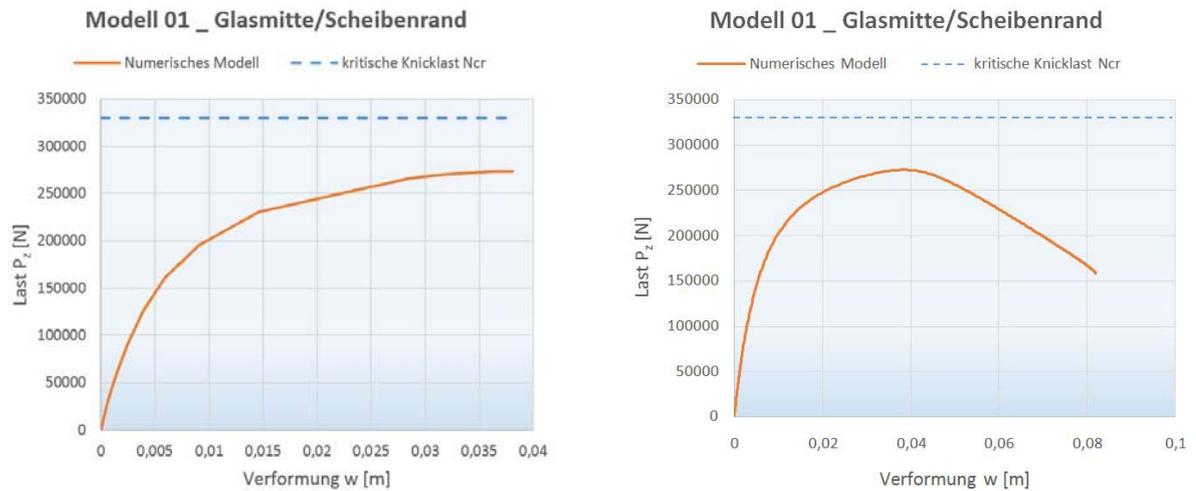
Die zu den Eigenformen zugehörigen Eigenwerte sind in Tab. 4.6 aufgelistet. Bei der Betrachtung dieser Werte ist zu erkennen, dass vor allem der Abstand zwischen erstem und zweitem Eigenwert beträchtlich ist und daher die Annahme die 1. Eigenform für die nichtlineare Berechnung als Imperfektion heranzuziehen sinngebend ist.

**Tab. 4.6** Eigenwerte Referenzmodell M01

Eigenform	Eigenwert = $F_{\text{krit}}$ [N]
1	330.000
2	422.000
3	433.000

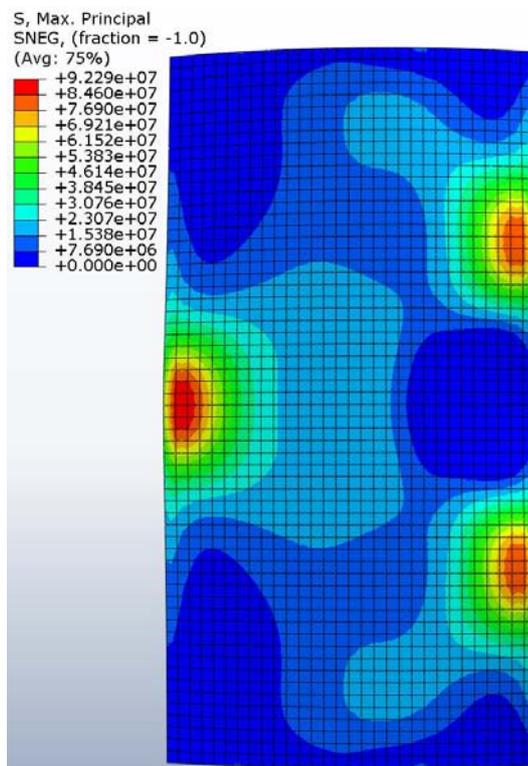
## 4.2.2 Nichtlineare Berechnung

Die nichtlineare Berechnung des Referenzmodells ergab, dass sich die Last-Verformungs-Kurve der kritischen ideellen Knicklast zuerst annähert, diese aber nicht überschreitet. Ab einem Zeitpunkt steigt die Verformung verhältnismäßig überproportional zur Laststeigerung, ABAQUS findet bei der kraftgesteuerten Berechnung kein Ergebnis mehr und bricht die Berechnung ab. Abb. 4.5 zeigt das Diagramm zu dieser Berechnung des Referenzmodells. Die maximal aufnehmbare Kraft bezieht sich auf 272 kN. Zusätzlich ist in Abb. 4.5 das Last-Verformungs-Verhalten desselben Modells weggesteuert dargestellt. Beim Vergleich der beiden Diagramme ist zu erkennen, dass genau an dem Punkt (3,8 cm Verformung), bei dem das Programm die Berechnung des kraftgesteuerten Modells beendet, die Verformung des weggesteuerten Modells weiter zunimmt. Die aufnehmbare Kraft sinkt dementsprechend ab diesem Punkt.



**Abb. 4.5** Last-Verformungs-Diagramm M01 (kraft- und weggesteuert)

Abb. 4.6 zeigt den Hauptspannungszustand, von blau niedrig bis rot hoch, für Zugspannungen der äußeren Glasscheibe. Die maximalen Zugspannungen befinden sich höhenbezogen in Scheibenmitte und breitenbezogen zwei Elemente vom Scheibenrand entfernt. Die maximale Spannung beläuft sich auf 92,3 N/mm<sup>2</sup> bei einer Last von 158 kN.



**Abb. 4.6** max Hauptzugspannungszustand M01 [N/m<sup>2</sup>]

## 4.3 Ergebnisse

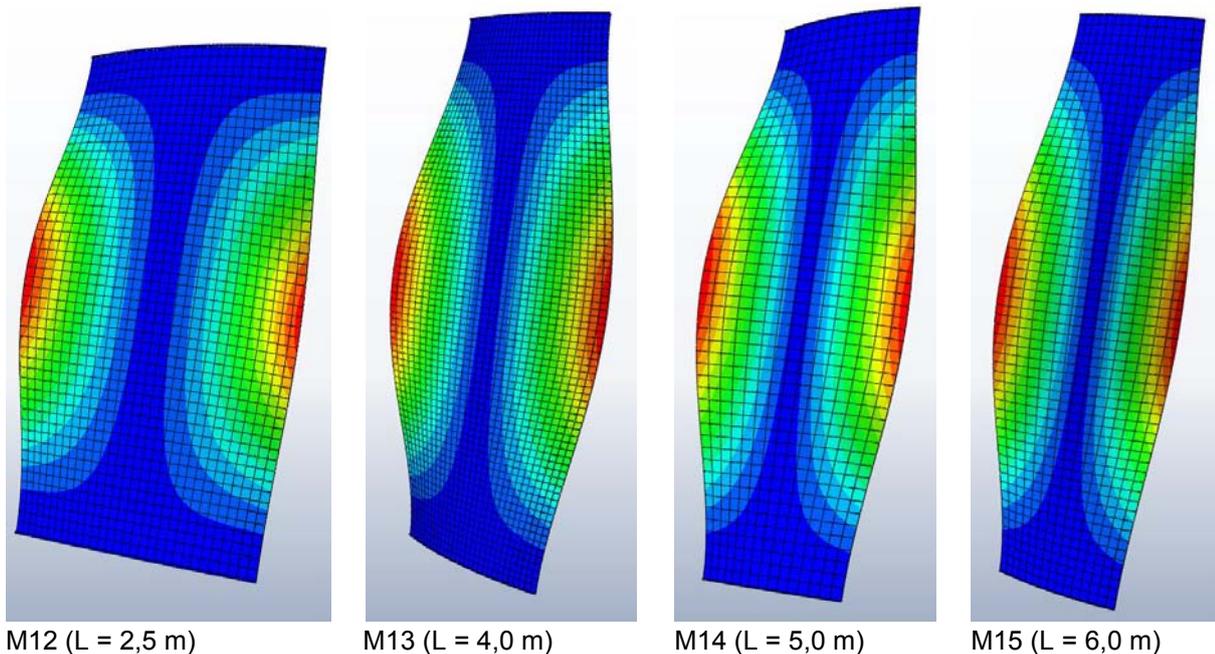
Die Ergebnisse der Parameterstudie werden nachfolgend in den jeweiligen Serien dargestellt und anschließend diskutiert. Zunächst werden die Eigenformen innerhalb der Serie miteinander verglichen. Danach folgt eine Vergleichsanalyse der kritischen Knicklasten. Abschließend werden die maximalen Hauptzugspannungen gegenübergestellt und diskutiert.

### 4.3.1 Scheibenhöhe

Wie in Tab. 4.1 und Tab. 4.2 ersichtlich wird die Scheibenhöhe zwischen 2,5 m und 6 m variiert. Ab der Höhe von 3 m wird die Höhe der Scheibe in 1 Meter-Schritten gesteigert, damit der Einfluss der Scheibenhöhe genauer untersucht werden kann.

#### 4.3.1.1 Eigenformen

Anhand der Abbildungen in Abb. 4.7 ist zu erkennen, dass die Eigenformen der Modelle M12 bis M15 und des Referenzmodells sehr ähnlich sind. Alle Eigenformen der Serie mit unterschiedlichen Scheibenhöhen weisen eine asymmetrische halbe Sinuswelle am Scheibenlängsrand auf. Daraus lässt sich schließen, dass die Scheibenhöhe keinen großen Einfluss auf die erste Eigenform hat.



**Abb. 4.7** 1. Eigenformen M12 bis M15

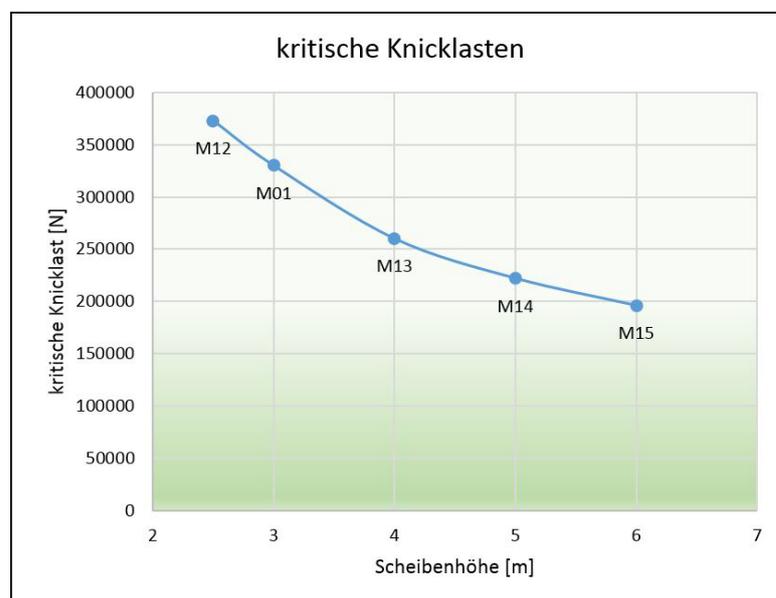
#### 4.3.1.2 Diskussion

Die Eigenwertberechnung der Serie unterschiedlicher Scheibenhöhen zeigt, dass die kritischen Knicklasten mit der Höhe der Scheiben abnehmen. Jedoch reduziert sich der Wert nicht wie erwartet linear proportional zur Höhe, sondern nicht linear. In Tab. 4.7 sind die kritischen Knicklasten für die entsprechenden Modelle aufgelistet.

**Tab. 4.7** kritische Knicklasten - Variation der Scheibenhöhe

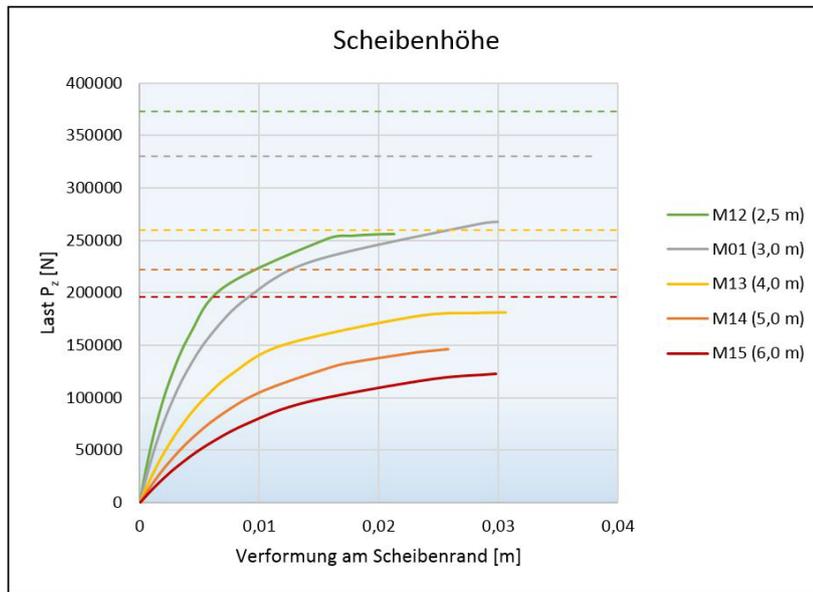
Modell	Scheibenhöhe [m]	kritische Knicklast [N]
M12	2,5	373.000
M01	3,0	330.000
M13	4,0	260.000
M14	5,0	222.000
M15	6,0	196.000

Abb. 4.8 zeigt den Zusammenhang zwischen Scheibenhöhe und kritischer Knicklast. Dabei ist der nichtlineare Abfall der Eigenwerte mit Erhöhung der Scheibenhöhe zu erkennen.

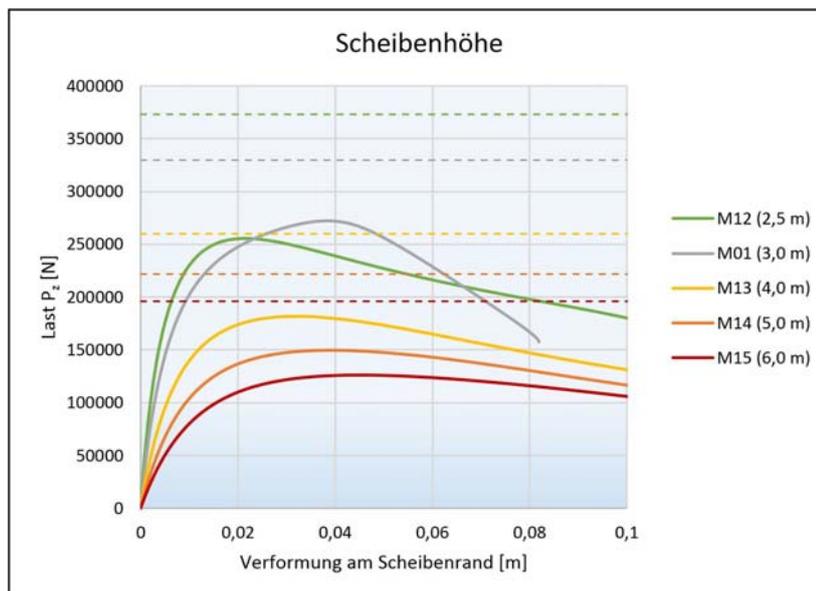


**Abb. 4.8** kritische Knicklasten - Variation der Scheibenhöhe

Die Diagramme in Abb. 4.9 und Abb. 4.10 zeigen das Last-Verformungs-Verhalten für die Glas-scheiben dieser Serie. Der Unterschied der weg- und kraftgesteuerten Berechnungen ist hierbei zu erkennen. Genau an der Stelle, an der die Kraft-Verformungs-Kurve ihr Maximum besitzt bricht die kraftgesteuerte Berechnung ab, da keine zusätzliche Kraft aufgebracht werden kann. Bei der Betrachtung fällt noch auf, dass sich das Modell M12 mit der geringsten Scheibenhöhe und dem größten Eigenwert sich weniger stark der kritischen Knicklast annähert, als die anderen Modelle. Aber im Allgemeinen nähern sich die Modelle nur der kritischen Last, überschreiten diese jedoch nicht.

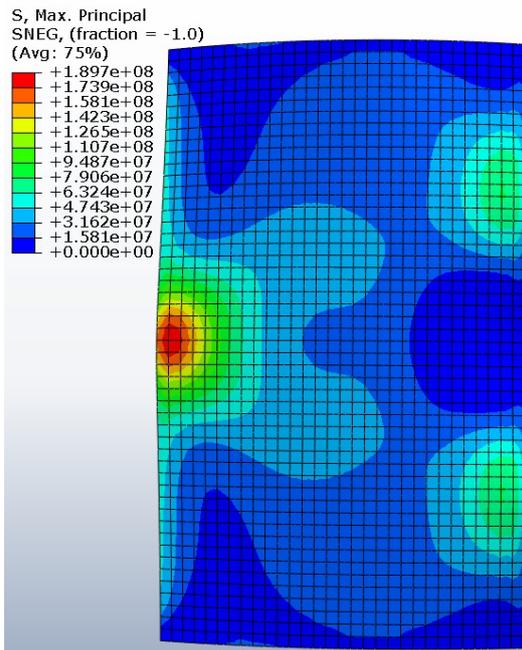


**Abb. 4.9** Last-Verformungs-Diagramm - Variation der Scheibenhöhe (kraftgesteuert)

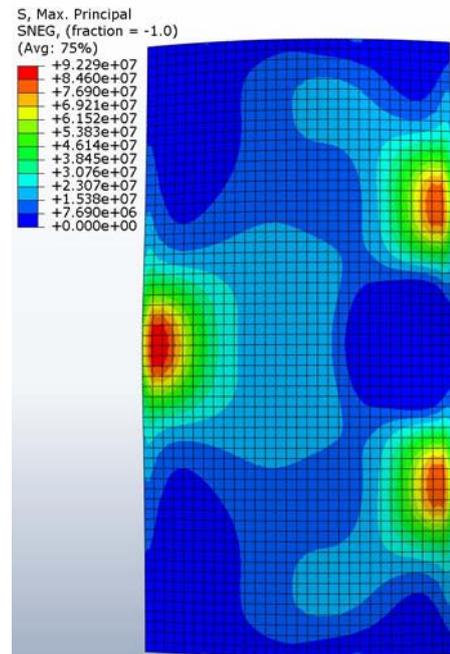


**Abb. 4.10** Last-Verformungs-Diagramm - Variation der Scheibenhöhe (weggesteuert)

Im Diagramm, das in Abb. 4.13 zu sehen ist, wird das Verhältnis zwischen der immer steigenden Last und der dazugehörigen Spannung gezeigt. Dazu wird der Punkt der maximalen Spannung gewählt, welcher bei dieser Serie bei allen Modellen am Scheibenlängsrand in der Mitte zu liegen kommt. Die Spannungsverteilung der Glasscheibe ist in Abb. 4.11 und Abb. 4.12 dargestellt.

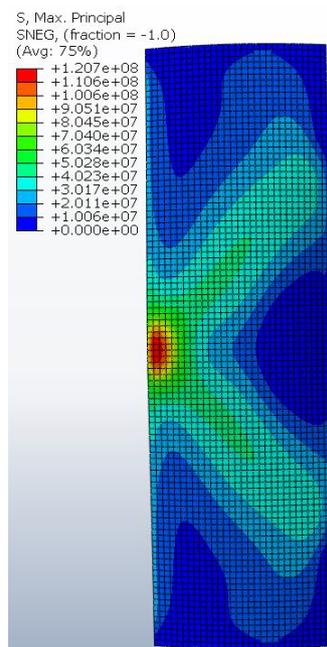


M12 (L = 2,5 m)

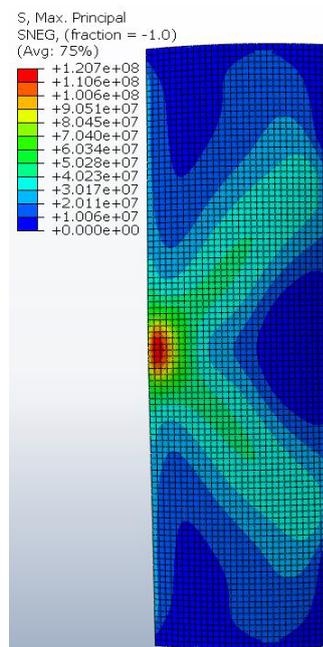


M01 (L = 3,0 m)

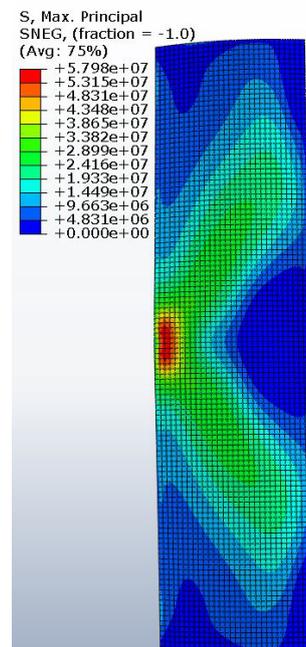
Abb. 4.11 Hauptzugspannungszustand der Modelle M12 und M01 [N/m²]



M13 (L = 4,0 m)

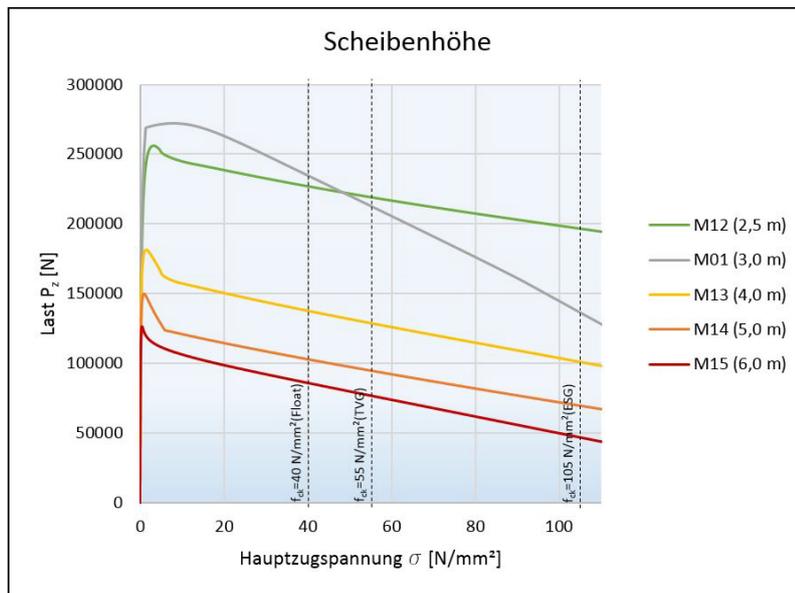


M14 (L = 5,0 m)



M15 (L = 6,0 m)

Abb. 4.12 Hauptzugspannungszustand der Modelle M13, M14 und M15 [N/m²]



**Abb. 4.13** max Hauptzugspannungen - Variation der Scheibenhöhe

In Abb. 4.13 sind zusätzlich die vorgeschlagenen charakteristischen Grenzzugspannungen gekrümmter Gläser für Floatglas, TVG und ESG dargestellt. Zudem werden in Tab. 4.8 die entsprechenden Lasten dargestellt, bei denen die charakteristischen Spannungen erreicht werden. Die Lasten, bei denen die Grenzzugspannungen erreicht werden, verringern sich bei größer werdender Scheibenhöhe.

**Tab. 4.8** Lasten bei erreichten Grenzzugspannungen

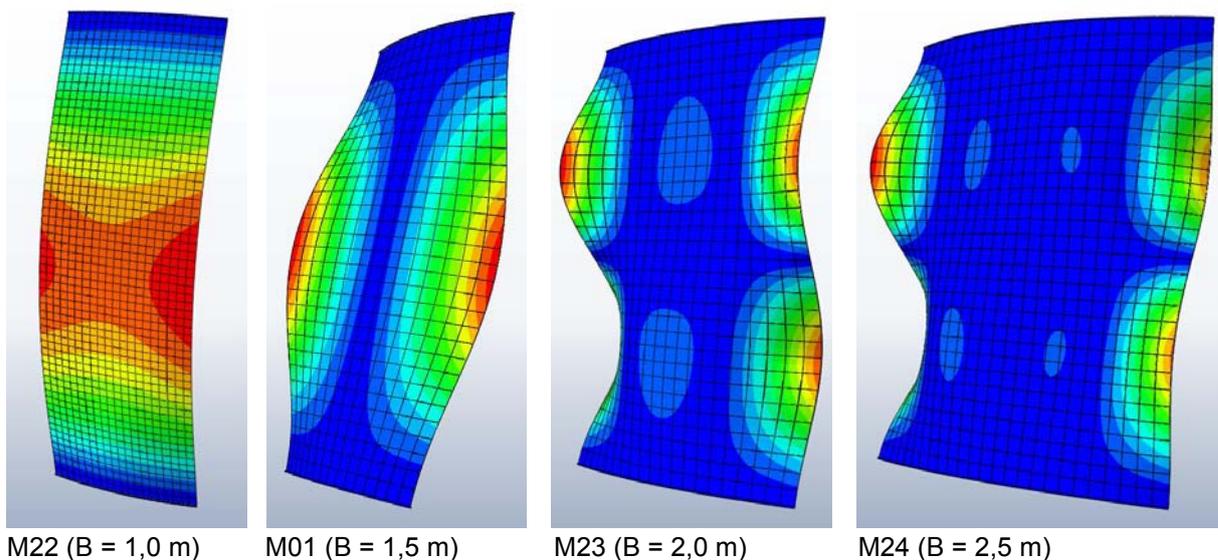
Modell	$P_z$ (Floatglas) [kN]	$P_z$ (TVG) [kN]	$P_z$ (ESG) [kN]
M12	226	218	194
M01	235	213	125
M13	137	129	99
M14	103	95	67
M15	86	77	44

## 4.3.2 Scheibenbreite

Aus den Tabellen Tab. 4.1 und Tab. 4.2 ist bereits ersichtlich, dass die Scheibenbreite zwischen 1,0 m und 2,5 m variiert wird, um den Einfluss der Breite der Scheibe auf das Tragverhalten analysieren zu können. Die Breite wird immer von Modell zu Modell um einen halben Meter vergrößert.

### 4.3.2.1 Eigenformen

Anders als bei der Serie mit unterschiedlichen Scheibenhöhen, ist bei dieser Serie ein deutlicher Unterschied der Eigenformen zwischen den verschiedenen Scheibenbreiten zu erkennen. Die Eigenform des Modells M22 weist noch eine einfache Krümmung der gesamten Scheibe auf. Die asymmetrische Sinushalbkurve des Referenzmodells M01 wurde bereits beschrieben und kann, auf die Eigenform bezogen, als Übergang von schmäleren zu breiteren Scheiben gesehen werden. Die Modelle M23 und M24 mit breiteren Scheiben zeigen zueinander ähnliche Eigenformen auf. Sie sind in Scheibenmitte fast unverformt, besitzen aber am Scheibenrand jeweils eine Sinuskurve als Verformungsfigur. Bei Modell M23 sind die beiden Sinuskurven an den Scheibenlängsseiten symmetrisch und Modell M24 weist eine asymmetrische Verformungsfigur auf.



**Abb. 4.14** 1. Eigenform der Modelle M22 bis M24

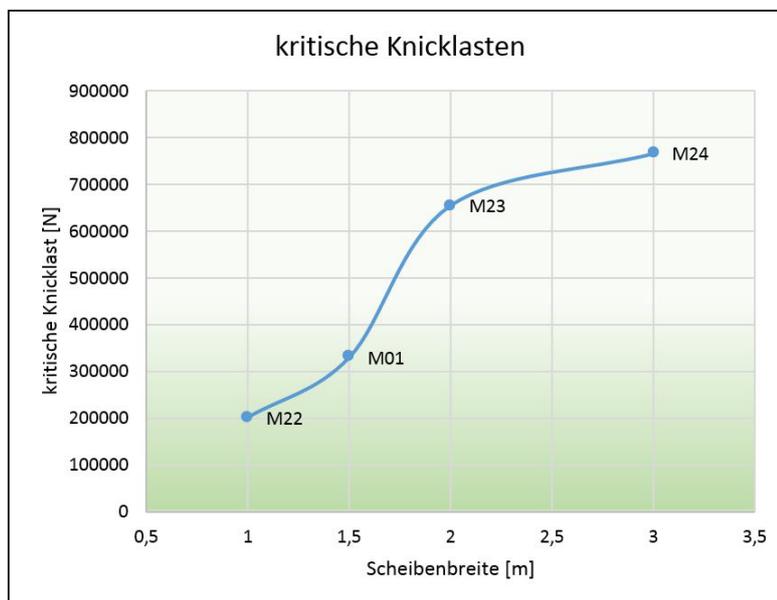
### 4.3.2.2 Diskussion

Aus Tab. 4.9 ist zu entnehmen, dass die kritische Knicklast mit steigender Scheibenbreite zunimmt. Außerdem ist aus dieser Tabelle ein wesentlicher Anstieg des Eigenwertes von den Modellen M01 zu M23 ersichtlich. Während die Breite des Modells M23 von 1,5 m um einen halben Meter erhöht wird, verdoppelt sich die kritische Knicklast. Diese außerordentliche Zunahme ist dadurch zu erklären, dass vom Referenzmodell zum Modell M23 ein Übergang zu einer komplexeren Eigenform-Geometrie vonstattengeht, der eine höhere Steifigkeit der Scheibe mit sich bringt. Dieser Anstieg verflacht beim nächst breiteren Modell wieder.

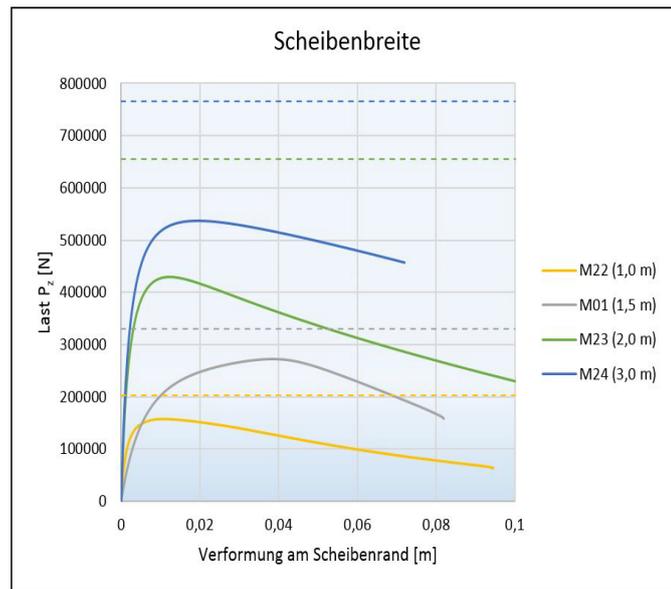
**Tab. 4.9** kritische Knicklasten - Variation der Scheibenbreite

Modell	Scheibenbreite [m]	kritische Knicklast [N]
M22	1,0	202.000
M01	1,5	330.000
M23	2,0	655.000
M24	2,5	766.000

Zu den kritischen Knicklasten bezogen auf die Scheibenbreite zeigt Abb. 4.15 ein ansehnliches Diagramm, in dem der Anstieg der kritischen Last von 1,5 m Scheibenbreite zu 2,0 m zu erkennen ist

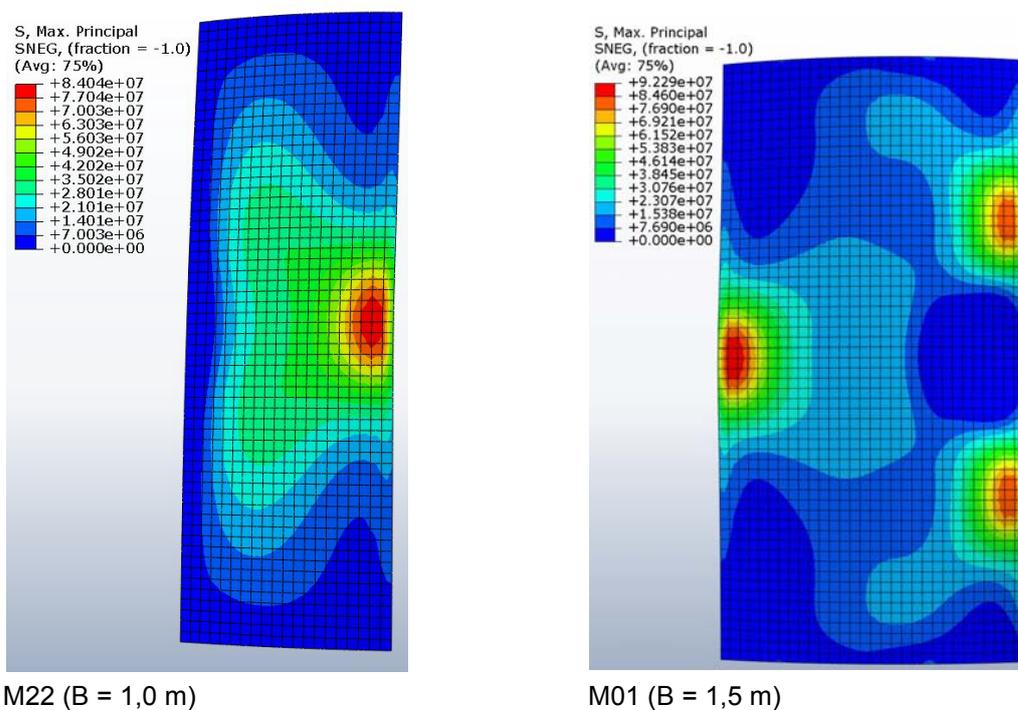


**Abb. 4.15** kritische Knicklasten - Variation der Scheibenbreite



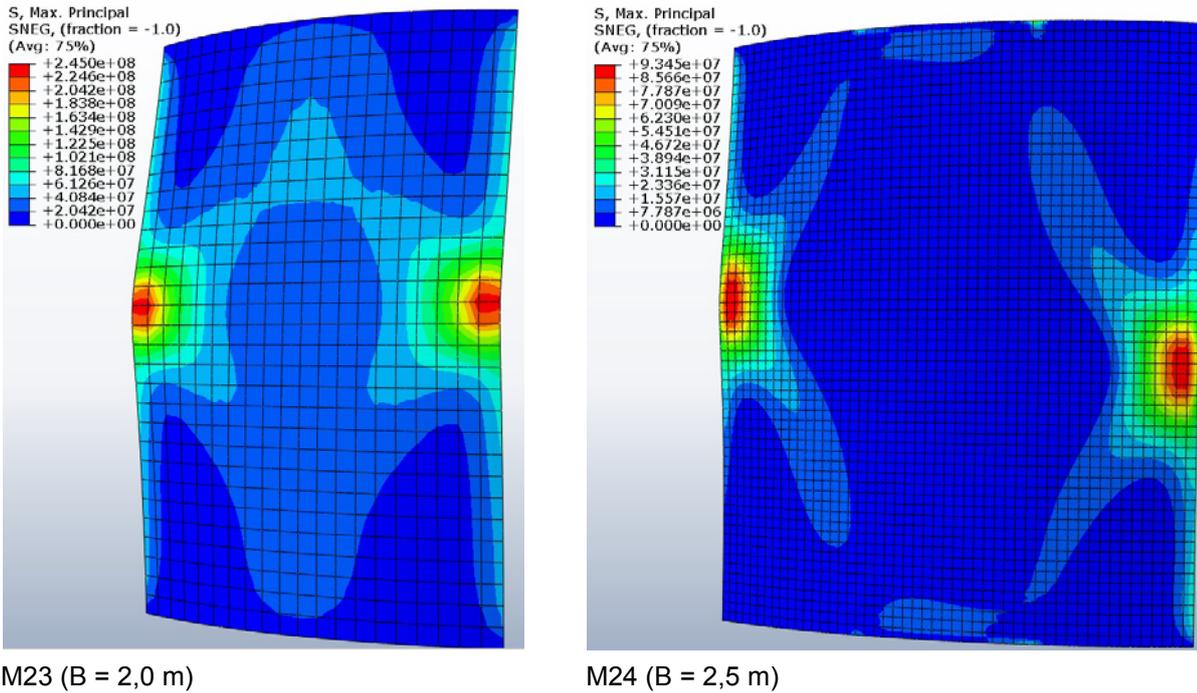
**Abb. 4.16** Last-Verformungs-Diagramm - Variation der Scheibenbreite

Das in Abb. 4.16 abgebildete Diagramm zeigt das Last-Verformungs-Verhalten dieser Serie. Eine Laststeigerung über das Niveau der kritischen Knicklast ist hier nicht zu erkennen, alle Modelle nähern sich diesem Grenzwert nur. Ab dem Erreichen der maximalen Traglast, verformen sich die Systeme weiter, beim gleichzeitigen Sinken der aufnehmbaren Last.



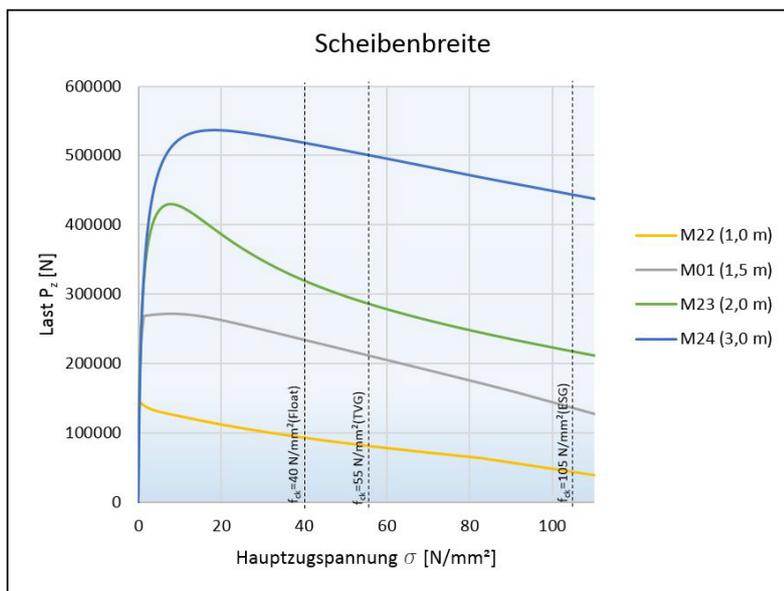
**Abb. 4.17** Hauptzugspannungszustand der Modelle M22 und M01 [N/m<sup>2</sup>]

## 4 Parameterstudie Ergebnisse



**Abb. 4.18** Hauptzugspannungszustand der Modelle M23 und M24 [N/m<sup>2</sup>]

Entsprechend den unterschiedlichen Eigenformen treten bei dieser Serie die maximalen Hauptzugspannungen auch an unterschiedlichen Punkten auf. In Abb. 4.18 ist zu erkennen, dass bei den Modellen M22 und M01 der Maximalwert medial neben dem Scheibenrand auftritt. Die Modelle M23 und M24 mit breiteren Scheibenabmessungen besitzen ihre Spannungsmaxima ebenso neben dem Scheibenlängsrand, jedoch an beiden Scheibenrändern.



**Abb. 4.19** max Hauptzugspannungen - Variation der Scheibenbreite

In Abb. 4.19 sind zusätzlich die vorgeschlagenen charakteristischen Grenzzugspannungen gekrümmter Gläser für Floatglas, TVG und ESG dargestellt. Zudem werden in Tab. 4.10 die entsprechenden Lasten dargestellt, bei denen die charakteristischen Spannungen erreicht werden. Die Lasten, bei denen die Grenzzugspannungen erreicht werden, nehmen mit zunehmender Scheibenbreite zu.

**Tab. 4.10** Lasten bei erreichten Grenzzugspannungen

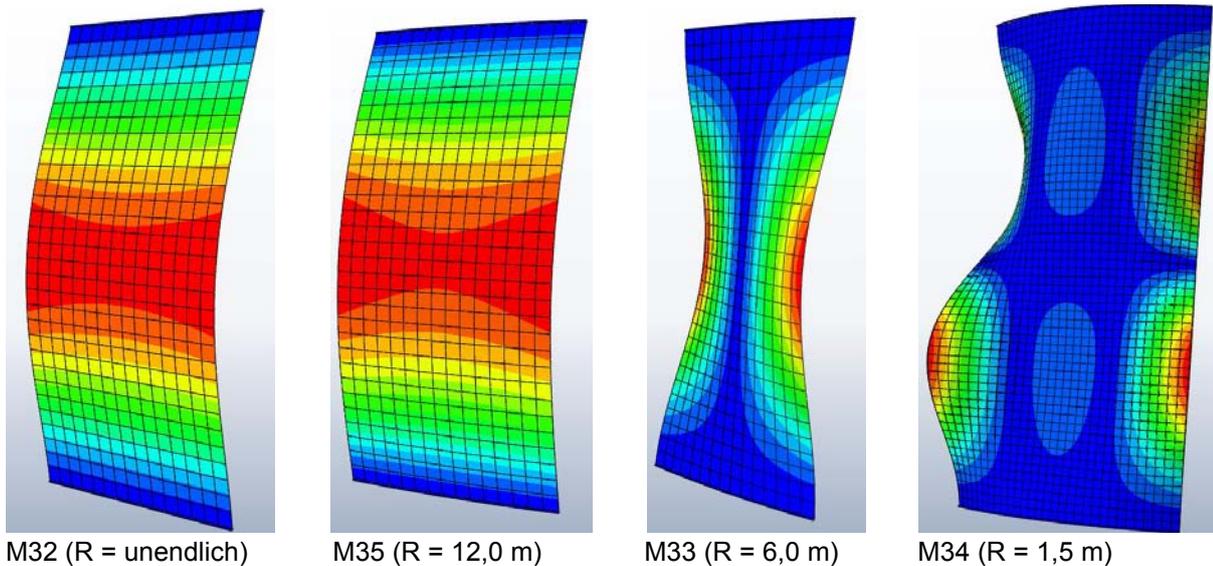
Modell	$P_z$ (Floatglas) [kN]	$P_z$ (TVG) [kN]	$P_z$ (ESG) [kN]
M22	93	82	41
M01	235	213	125
M23	320	287	212
M24	518	501	437

### 4.3.3 Krümmungsradius

Die Krümmungsradien werden, wie in Tab. 4.1 und Tab. 4.2 aufgelistet, variiert. Begonnen wird die Serie mit dem Modell M32 mit unendlichem Radius (ebene Scheibe). Modell M33 weist einen Krümmungsradius von 6 m auf. Das Referenzmodell besitzt einen Radius von 3 m. Modell M34 hat 1,5 m Krümmungsradius. Das letzte Modell dieser Serie M35 hat einen Radius von 12 m. Modell M35 wird nachträglich noch zu der Serie hinzugefügt, um den Übergang von der ebenen Scheibe zu gekrümmten Scheiben besser darstellen zu können.

#### 4.3.3.1 Eigenformen

In Abb. 4.20 sind die unterschiedlichen Eigenformen dieser Serie ersichtlich. Bei der ebenen Scheibe tritt bei der 1. Eigenform noch eine einfache Krümmung, konstant über die Scheibenbreite, auf. Modell M35 mit dem nächst kleineren Radius von 12 m besitzt eine ähnliche Verformungsfigur wie die ebene Scheibe. Modell M33 mit 6 m Radius weist bereits dieselbe Eigenform wie das Referenzmodell auf, mit gegengleichen Halbsinuswellen an den Scheibenrändern und vermeintlich keine Verformung zur Scheibenmitte hin. Die Eigenform des Modells M34, mit dem kleinsten Radius von 1,5 m, sieht den Eigenformen der letzten Modelle der Serie unterschiedlicher Breite ähnlich. Sie weist an beiden Scheibenrändern eine Form auf, die einer Sinuswelle gleicht. Zur Scheibenmitte hin treten nur geringe Verformungen auf.



**Abb. 4.20** 1. Eigenform der Modelle M32 bis M35

#### 4.3.3.2 Diskussion

Gemäß den unterschiedlichen Eigenformen, differieren die Eigenwerte oder kritischen Knicklasten der Modelle wesentlich. Bei der ebenen Scheibe ist eine geringere kritische Knicklast zu erkennen. Gleichzeitig verfügt das Modell M34 mit dem kleinsten Radius mit 792 kN über eine hohe kritische Knicklast.

**Tab. 4.11** kritische Knicklasten - Variation des Krümmungsradius

Modell	Krümmungsradius [m]	kritische Knicklast [N]
M32	unendlich	36.700
M35	12,0	130.000
M33	6,0	242.000
M01	3,0	330.000
M34	1,5	792.000

Die steigenden Knicklasten den kleiner werdenden Radien entsprechend sind mit der erhöhten Membranwirkung des Systems zu erklären. Je kleiner der Radius, umso stärker ist eine zweidimensionale Tragwirkung über Membrankräfte zu erkennen. Dieses Ergebnis ist auch im Diagramm in Abb. 4.21 zu sehen.

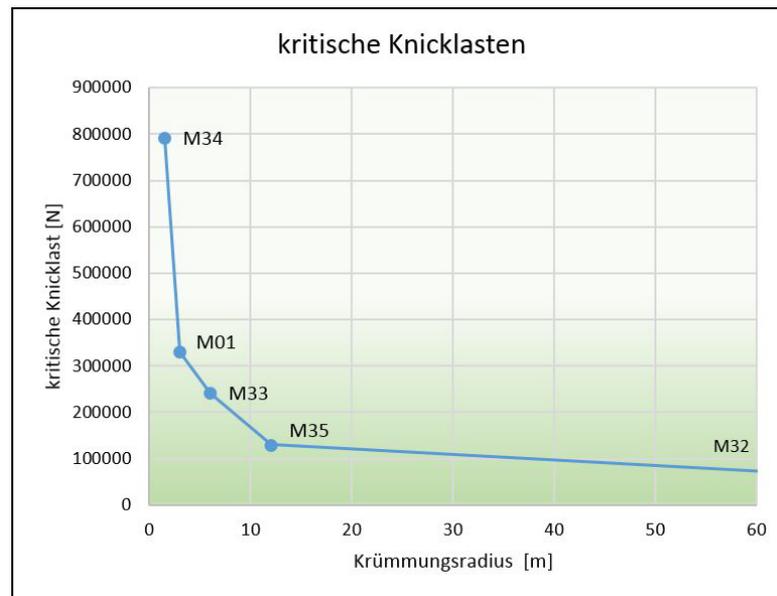


Abb. 4.21 kritische Knicklasten - Variation des Krümmungsradius

Auch bei der Serie unterschiedlicher Krümmungsradien ist kein überkritisches Verhalten, also kein Anstieg der Last über das kritische Niveau, zu erkennen. Erwähnenswert ist der große Abstand im Kraft-Verformungs-Diagramm bei Modell M34 ( $R = 1,5 \text{ m}$ ) zu den anderen Modellen, sowie der erhebliche Unterschied von der ebenen Scheibe zum sehr schwach gekrümmten Modell M35 ( $R = 12 \text{ m}$ ). Das heißt, dass schon bei schwach gekrümmten Scheiben eine Membrantragwirkung erkennbar ist.

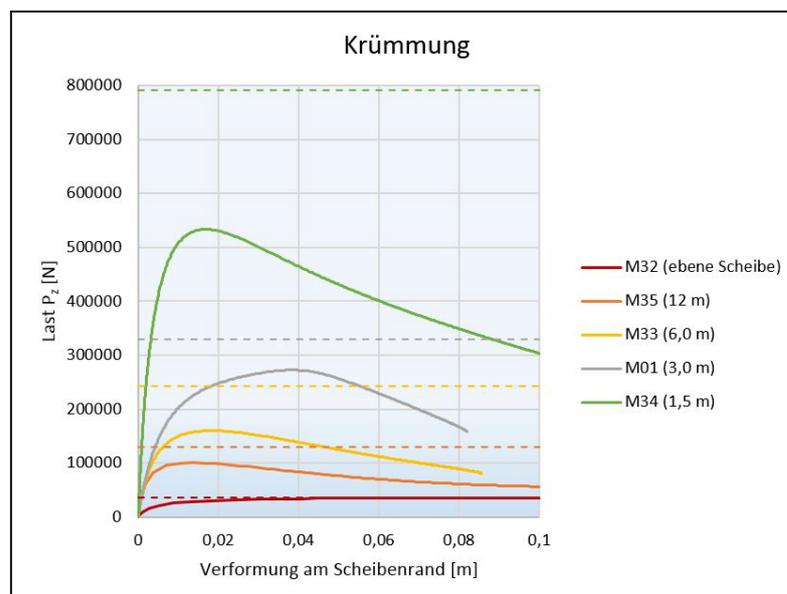
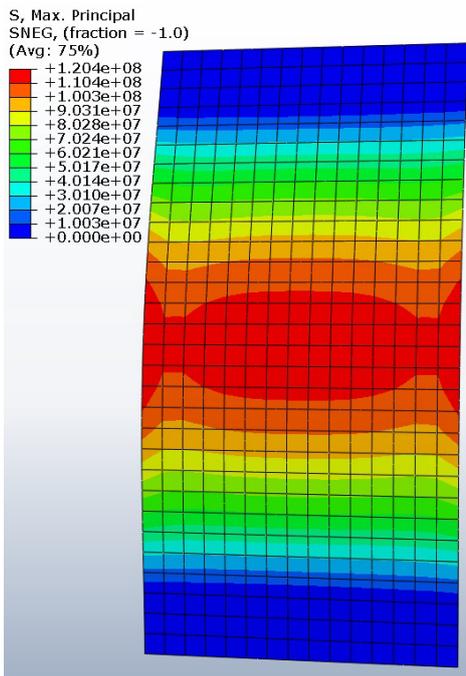
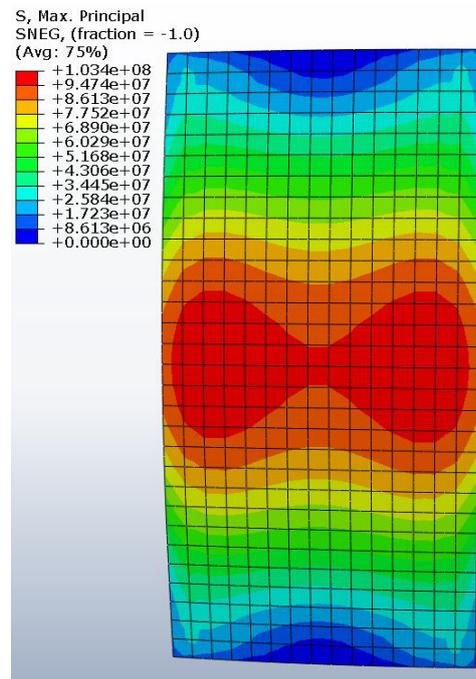


Abb. 4.22 Last-Verformungs-Diagramm - Variation des Krümmungsradius

## 4 Parameterstudie Ergebnisse

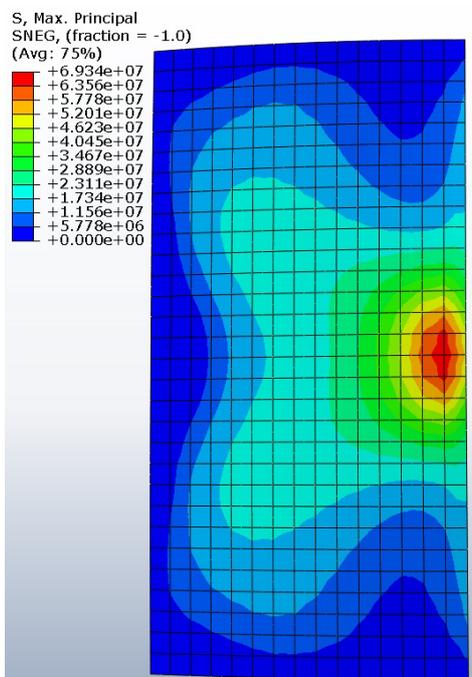


M32 (R = unendlich)

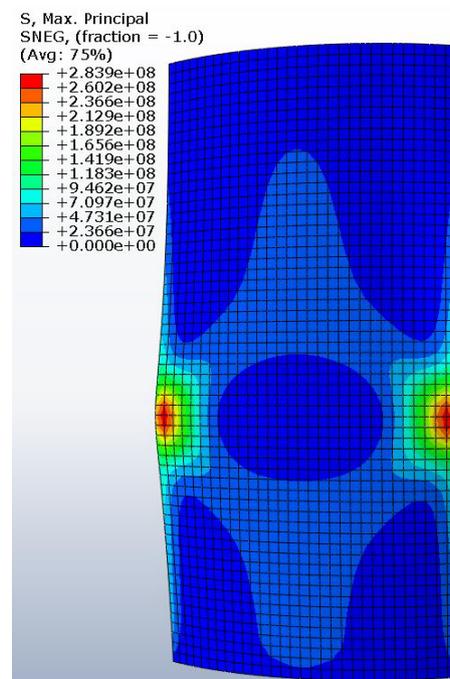


M35 (R = 12,0 m)

**Abb. 4.23** Hauptzugspannungszustand der Modelle M32 und M35 [N/m<sup>2</sup>]



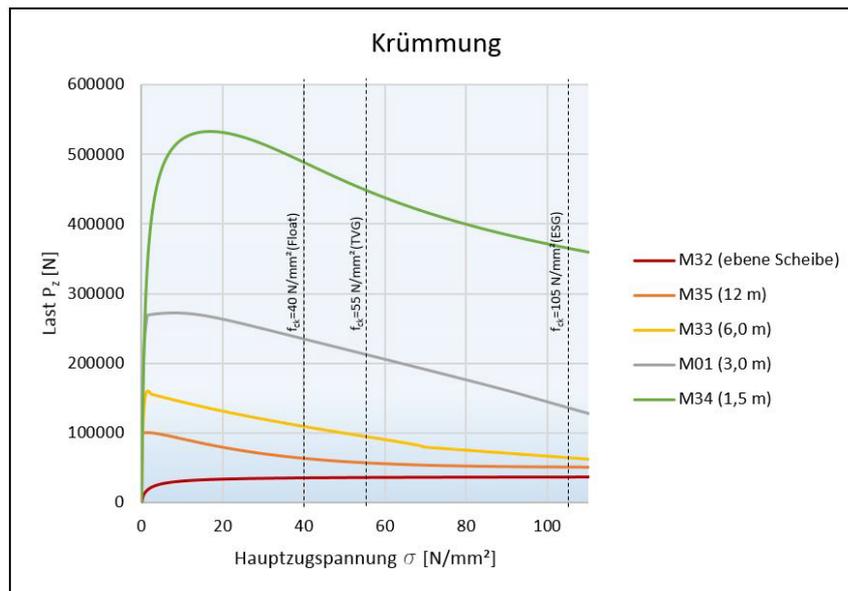
M33 (R = 6,0 m)



M34 (R = 1,5 m)

**Abb. 4.24** Hauptzugspannungszustand der Modelle M33 und M34 [N/m<sup>2</sup>]

So wie bei der Eigenformanalyse sind auch bei der Spannungsanalyse dieser Serie wesentliche Unterschiede zu beobachten. Besitzt die ebene Scheibe ihre maximalen Zugspannungen noch konstant über die Scheibenbreite in der Scheibenmitte, konzentriert sich die Spannung bereits bei schwachen Krümmungen im Scheibenzentrum. Modell M33 nähert sich spannungsbezogen dem Spannungsbild des Referenzmodells und weist die maximalen Spannungen zum Scheibenrand hin auf. Das stark gekrümmte Modell M34 besitzt seine maximalen Spannungen ebenfalls am Scheibenrand. Wie bei breiteren Scheiben treten die Spannungsmaxima an beiden Längsseiten auf.



**Abb. 4.25** max Hauptzugspannungen - Variation des Krümmungsradius

In Abb. 4.25 sind zusätzlich die vorgeschlagenen charakteristischen Grenzzugspannungen gekrümmter Gläser für Floatglas, TVG und ESG dargestellt. Zudem werden in Tab. 4.12 die entsprechenden Lasten dargestellt, bei denen die charakteristischen Spannungen erreicht werden. Die Lasten, bei denen die Grenzzugspannungen erreicht werden, erhöhen sich bei kleiner werdenden Krümmungsradien.

**Tab. 4.12** Lasten bei erreichten Grenzzugspannungen

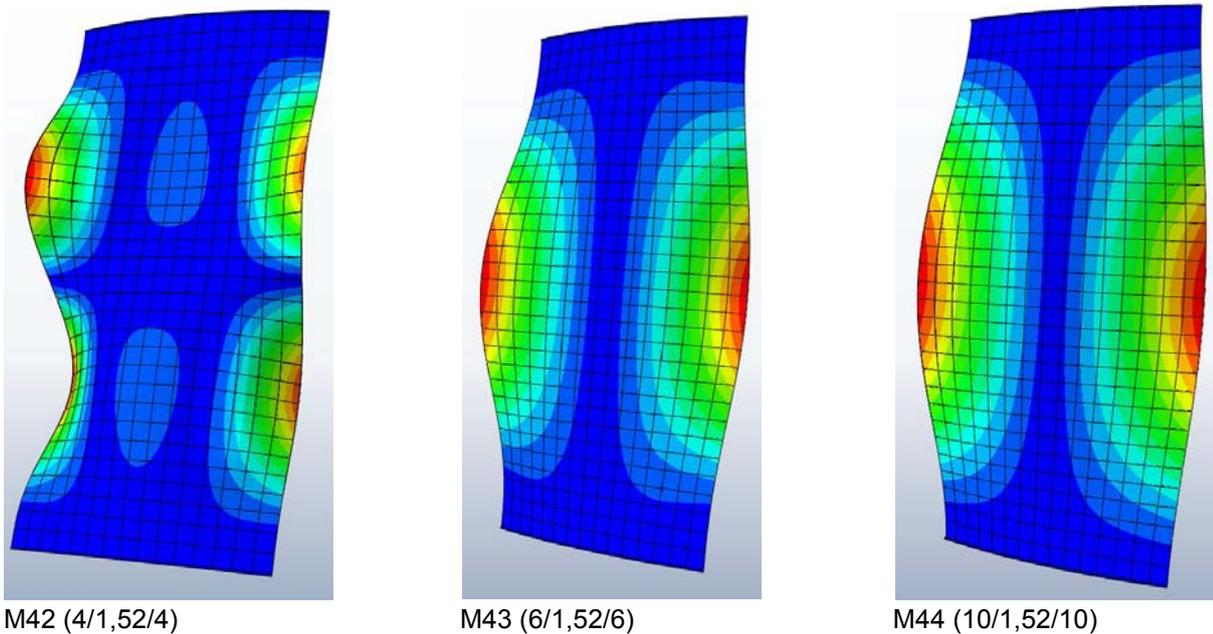
Modell	$P_z$ (Floatglas) [kN]	$P_z$ (TVG) [kN]	$P_z$ (ESG) [kN]
M32	35	35	36
M35	64	57	51
M33	109	95	63
M01	235	213	125
M34	489	450	360

### 4.3.4 Scheibenaufbau

Bei der Serie unterschiedlicher Scheibenaufbauten werden vier Modelle untersucht. Variiert wird dabei nur die Scheibendicke, bei gleichbleibender Zwischenschichtdicke von 1,52 mm. Es wurden im Glasbau übliche Scheibendicken von 4, 6, 8 und 10 mm gewählt.

#### 4.3.4.1 Eigenformen

Die Eigenwertanalyse ergab die in Abb. 4.26 dargestellten Eigenformen. Modell M42 weist eine bereits aus Vormodellen (M34, M23 und M24) bekannte Verformungsfigur auf. Die Scheibenränder verformen sich jeweils wie eine Sinuswelle mit zwei Extrempunkten in den Drittelpunkten und drei Wendepunkten in Scheibenmitte und an den Lagerungen. Die Verformung nimmt breitenbezogen zur Mitte hin ab. Die Eigenformen der Modelle M43 und M44 gleichen wieder der Figur des Referenzmodells. Sie besitzen ihr Maximum asymmetrisch am Scheibenrand in der Mitte.



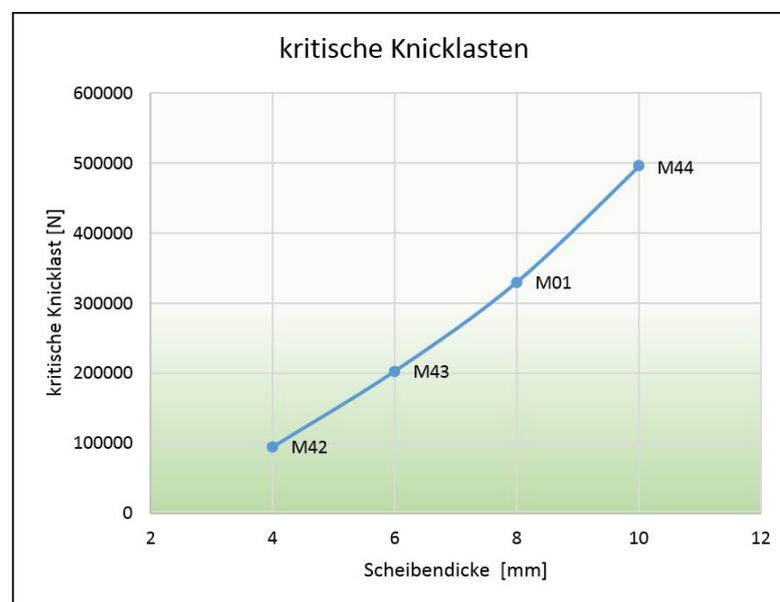
**Abb. 4.26** 1. Eigenform der Modelle M42 bis M44

#### 4.3.4.2 Diskussion

Dickere Glasscheiben erhöhen das Widerstandsmoment und somit den Tragwiderstand. Bei der Betrachtung der kritischen Knicklasten der Serie unterschiedlicher Glasstärken ist ein fast linearer Zuwachs zu erkennen. Gemäß der gleichbleibenden Erhöhung von 2 mm an Glasscheibendicke erhöht sich der Wert der kritischen Knicklast gleichmäßig. Ein leicht überproportionaler Anstieg bei Modell M44 ist jedoch zu erkennen.

**Tab. 4.13** kritische Knicklasten - Variation des Scheibenaufbaus

Modell	Scheibenaufbau [m]	kritische Knicklast [N]
M42	4/1,52/4	95.000
M43	6/1,52/6	203.000
M01	8/1,52/8	330.000
M44	10/1,52/10	495.000



**Abb. 4.27** kritische Knicklasten - Variation des Scheibenaufbaus

Im Last-Verformungsdiagramm in Abb. 4.28 ist der Umstand einer linearen Erhöhung des Eigenwertes der Modelle ebenfalls gut zu erkennen. Es findet bei allen Modellen kein überkritisches Tragverhalten statt, sondern die Last-Verformungslinie nähert sich nur der kritischen Last, überschreitet diese aber nicht.

## 4 Parameterstudie Ergebnisse

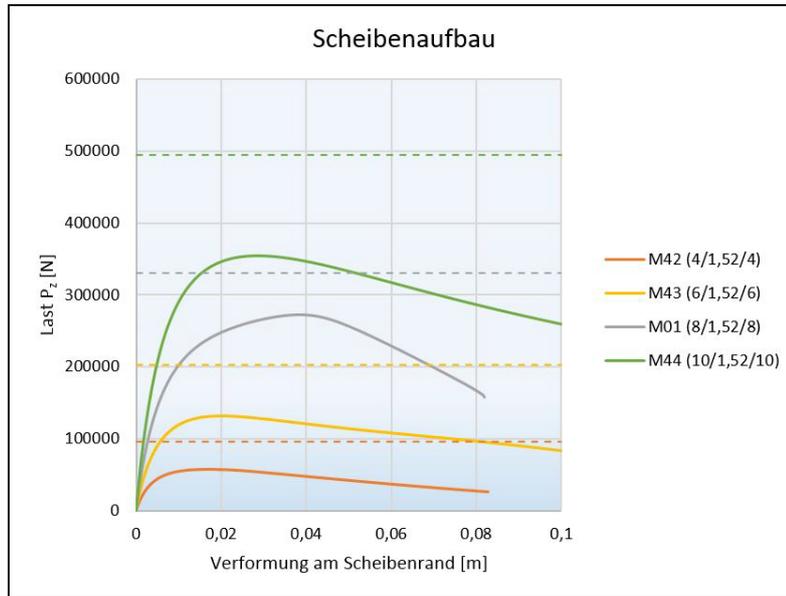
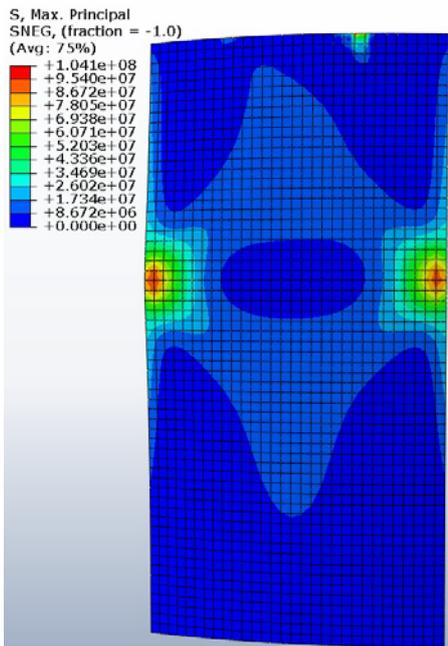
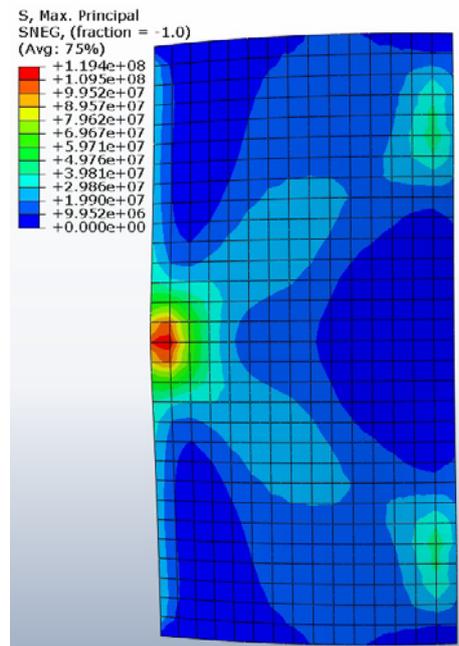


Abb. 4.28 Last-Verformungs-Diagramm - Variation des Scheibenaufbaus



M42 (4/1,52/4)



M43 (6/1,52/6)

Abb. 4.29 Hauptzugspannungszustand der Modelle M42 und M43 [N/m²]

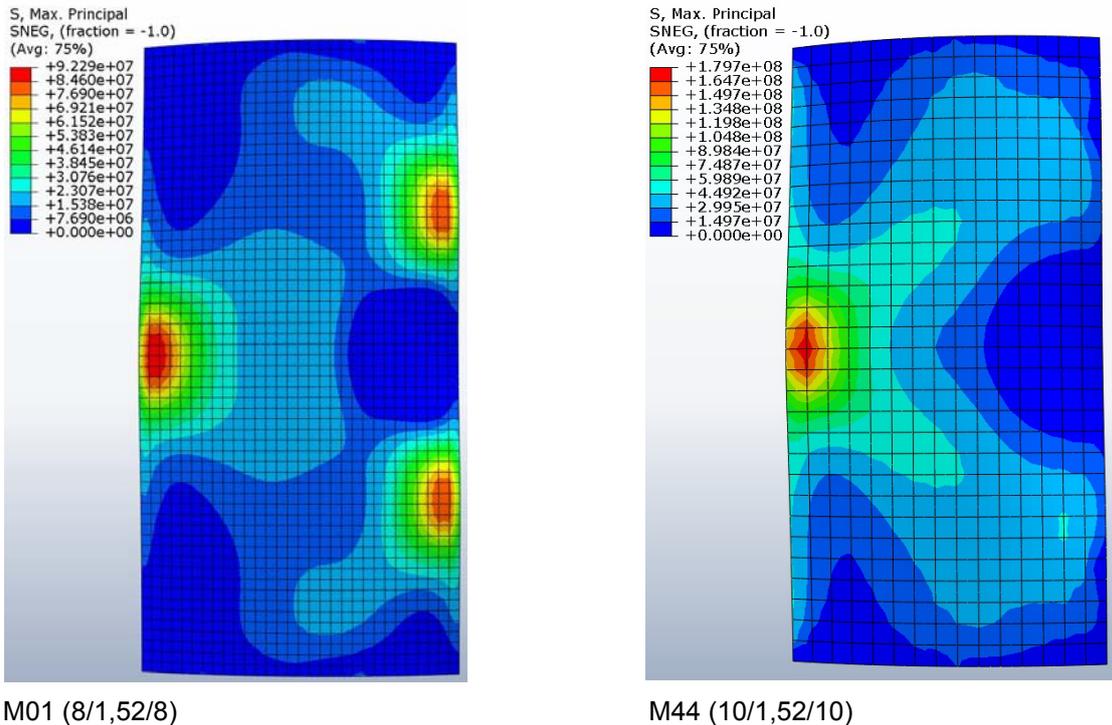


Abb. 4.30 Hauptzugspannungszustand der Modelle M01 und M44 [N/m<sup>2</sup>]

In Abb. 4.29 ist zu erkennen, dass die maximale Hauptzugspannung bei allen Modellen neben dem Scheibenrand zu liegen kommt. Entsprechend der Verformungsfigur der Eigenwertberechnung wandert die maximale Spannung des Modells M42 in Richtung des Extrempunktes der Verformung und tritt bei beiden Längskanten auf.

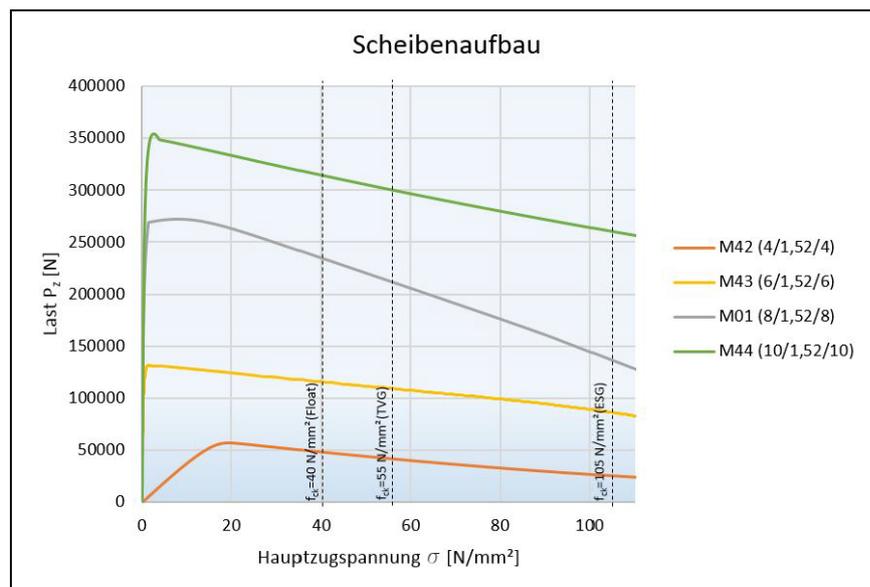


Abb. 4.31 max Hauptzugspannungen - Variation des Scheibenaufbaus

In Abb. 4.31 sind zusätzlich die vorgeschlagenen charakteristischen Grenzzugspannungen gekrümmter Gläser für Floatglas, TVG und ESG dargestellt. Zudem werden in Tab. 4.14 die entsprechenden Lasten dargestellt, bei denen die charakteristischen Spannungen erreicht werden. Die Lasten, bei denen die Grenzzugspannungen erreicht werden, nehmen mit zunehmender Glasscheibendicke zu.

**Tab. 4.14** Lasten bei erreichten Grenzzugspannungen

Modell	P <sub>Z</sub> (Floatglas) [kN]	P <sub>Z</sub> (TVG) [kN]	P <sub>Z</sub> (ESG) [kN]
M42	48	42	24
M43	115	109	83
M01	235	213	125
M44	315	301	257

### 4.3.5 Schubmodul der Zwischenschicht

Bei der Serie unterschiedlicher Schubmodule wird der Wert des Schubmoduls immer um ein 10-faches erhöht. Beginnend bei 0,04 N/mm<sup>2</sup> (entspricht einer Scheibe fast ohne Verbundwirkung) wird der Wert bis 40 N/mm<sup>2</sup> (entspricht annähernd einem starren Verbund der beiden Glasscheiben) erhöht. Der Wert 0,4 N/mm<sup>2</sup> beim Referenzmodell entspricht der Schubsteifigkeit von PVB laut ÖNORM bei kurzzeitiger Beanspruchung und 4,0 N/mm<sup>2</sup> kann als Wert für SG-Platten angesetzt werden. Damit wird eine große Bandbreite unterschiedlicher Schubmoduli abgedeckt.

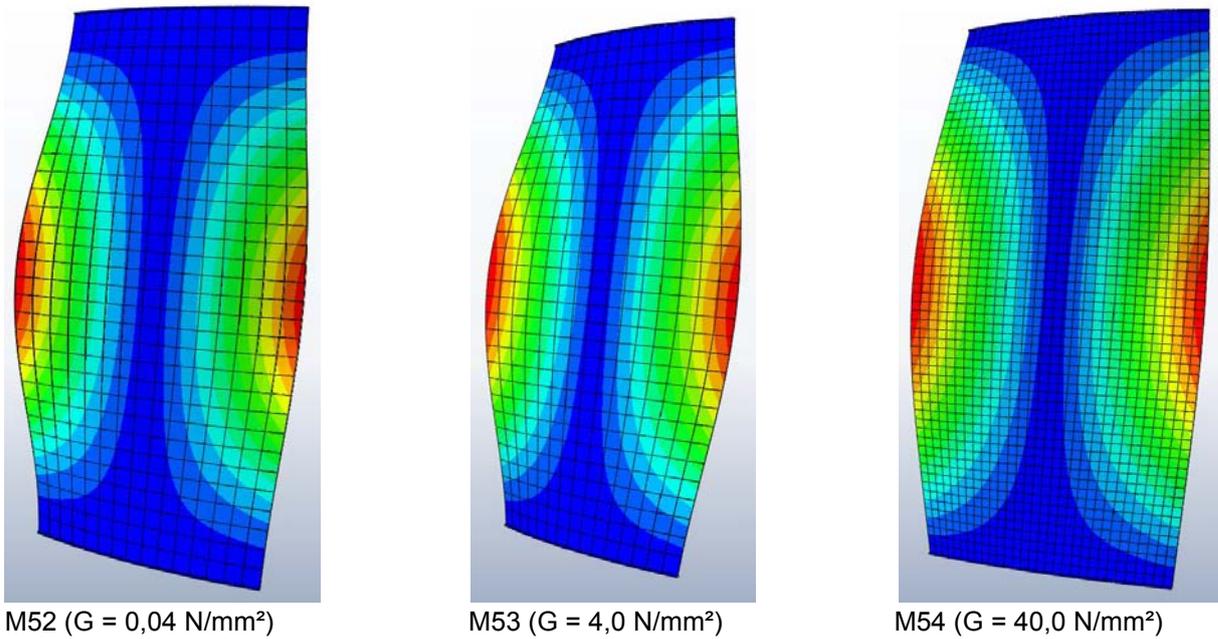
Bei der Implementierung in ABAQUS ist der E-Modul der Materialien zu wählen. Aufgrund der Tatsache, dass bei Materialien für die Zwischenschichten meist der Schubmodul angegeben ist, wird der E-Modul mit der Poisson'schen Zahl aus (Glg. 4.1) rückgerechnet. Die Kennwerte für die Modelle dieser Serie sind in Tab. 4.15 aufgelistet.

**Tab. 4.15** E-Moduli für gewählte Schubmodule

Modell	Schubmodul [N/mm <sup>2</sup> ]	Poisson'sche Zahl	E-Modul [N/mm <sup>2</sup> ]	E-Modul [N/m <sup>2</sup> ]
M52	0,04	0,49	0,1192	119200
M01	0,4	0,49	1,192	1192000
M53	4	0,49	11,92	11920000
M54	40	0,49	119,2	119200000

#### 4.3.5.1 Eigenformen

Die Eigenformen der Modelle der Serie unterschiedlicher Schubmoduli sehen sehr ähnlich aus. Sie weisen die mittlerweile typische asymmetrische Sinushalbwelle an den Scheibenrändern auf. Zur Mitte hin geht die Verformung auf ein Minimum zurück.



**Abb. 4.32** 1. Eigenform der Modelle M52 bis M54

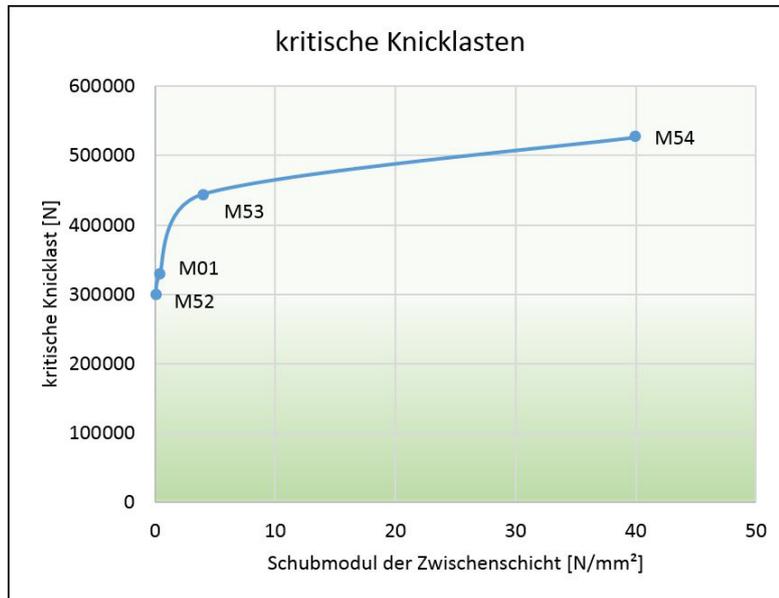
#### 4.3.5.2 Diskussion

Die Eigenwertanalyse der Serie unterschiedlicher Schubmoduli ergibt die in Tab. 4.16 tabellierten Ergebnisse. Dabei ist zu erkennen, dass sich die kritischen Knicklasten im Verhältnis zum steigenden Schubmodul nur gering erhöhen.

**Tab. 4.16** kritische Knicklasten - Variation des Schubmodules der Zwischenschicht

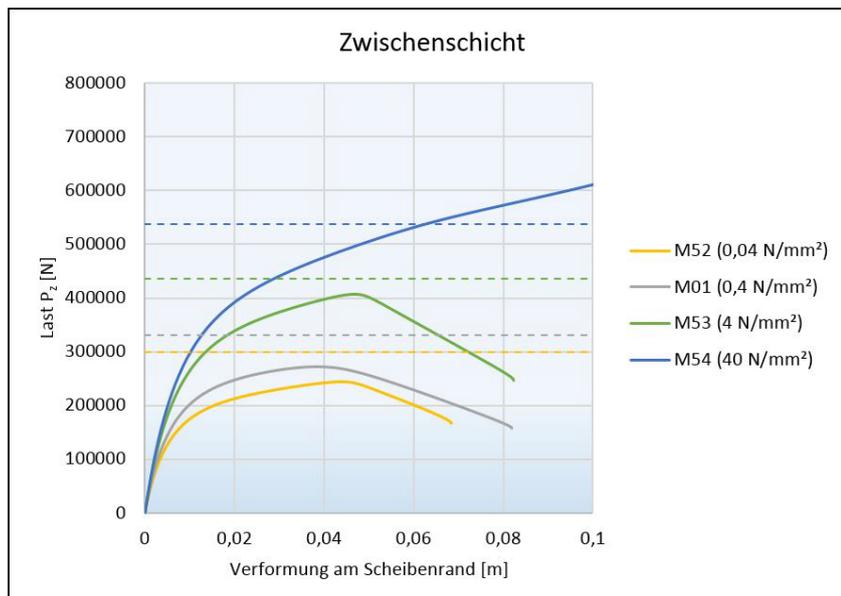
Modell	Schubmodul [ $\text{N/mm}^2$ ]	kritische Knicklast [N]
M52	0,04	300.000
M01	0,4	330.000
M53	4,0	445.000
M54	40	527.000

## 4 Parameterstudie Ergebnisse

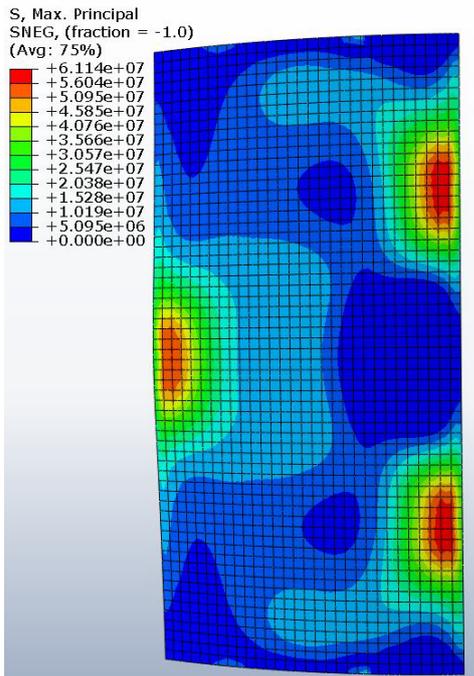


**Abb. 4.33** kritische Knicklasten - Variation des Schubmoduls der Zwischenschicht

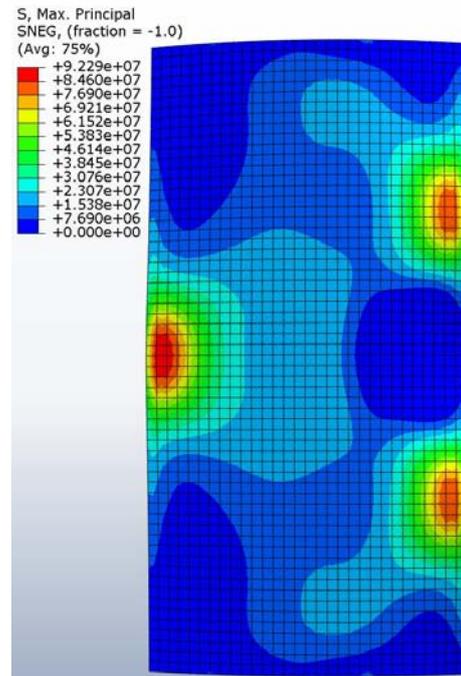
Im Last-Verformungs-Diagramm in Abb. 4.34 ist bei den Modellen M01, M52 und M53 ein Tragverhalten zu erkennen, bei dem die Last nicht über das kritische Lastniveau gesteigert werden kann, sondern die Kurve sich der kritischen Knicklast nur annähert. Anders sieht es bei Modell M54 aus, denn bei diesem Modell, mit fast starrem Verbund, ist ein überkritisches Tragverhalten zu erkennen. Die Last kann auch nach dem Erreichen der kritischen Knicklast weiter gesteigert werden.



**Abb. 4.34** Last-Verformungs-Diagramm - Variation des Schubmoduls der Zwischenschicht

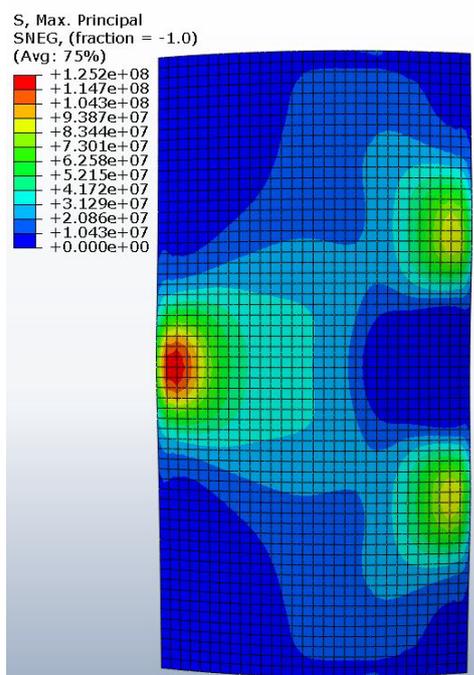


M52 (G = 0,04 N/mm<sup>2</sup>)

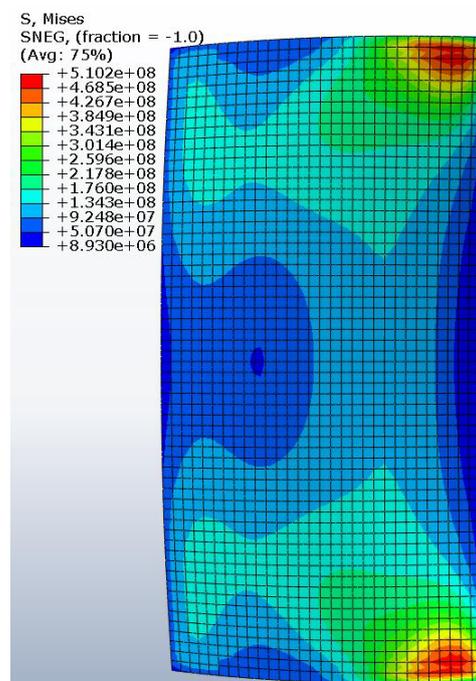


M01 (G = 0,4 N/mm<sup>2</sup>)

**Abb. 4.35** Hauptzugspannungszustand der Modelle M52 und M01 [N/m<sup>2</sup>]



M53 (G = 4,0 N/mm<sup>2</sup>)

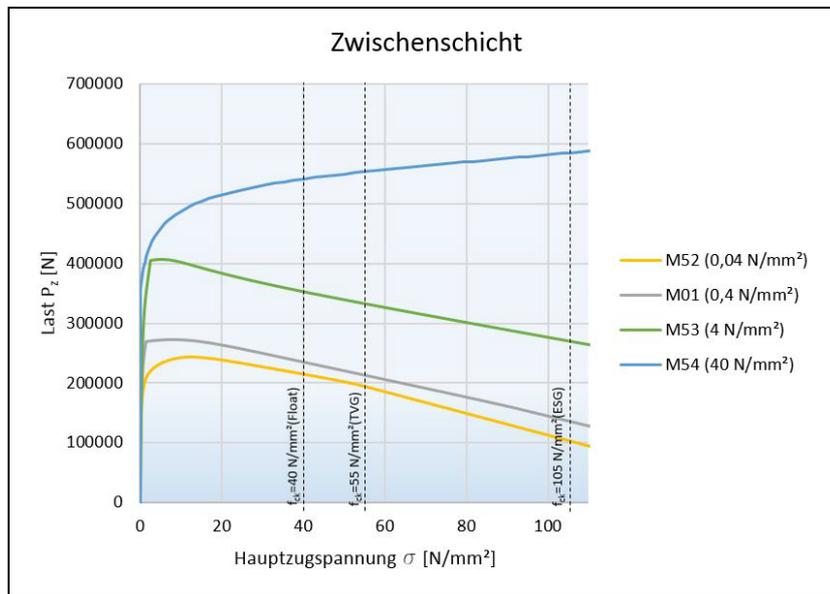


M54 (G = 40,0 N/mm<sup>2</sup>)

**Abb. 4.36** Hauptzugspannungszustand der Modelle M53 und M54 [N/m<sup>2</sup>]

## 4 Parameterstudie Ergebnisse

Bei der Betrachtung der Spannungen dieser Serie ist zu erkennen, dass sich die Modelle M52 und M53 gleich dem Referenzmodell verhalten und ihre Maxima in der Nähe des Scheibenrandes aufweisen. Beim Modell M54 ist aufgrund des überkritischen Tragverhaltens ein Spannungsanstieg zu beobachten. Zudem verlagern sich die maximalen Zugspannungen vom Scheibenrand in Richtung Lagerung der Scheibe, wie in Abb. 4.35 bei M54 zu erkennen ist.



**Abb. 4.37** max Hauptzugspannungen - Variation des Schubmoduls der Zwischenschicht

In Abb. 4.37 sind zusätzlich die vorgeschlagenen charakteristischen Grenzzugspannungen gekrümmter Gläser für Floatglas, TVG und ESG dargestellt. Zudem werden in Tab. 4.17 die entsprechenden Lasten dargestellt, bei denen die charakteristischen Spannungen erreicht werden. Die Lasten, bei denen die Grenzzugspannungen erreicht werden, nehmen mit zunehmender Zwischenschichtsteifigkeit zu.

**Tab. 4.17** Lasten bei erreichten Grenzzugspannungen

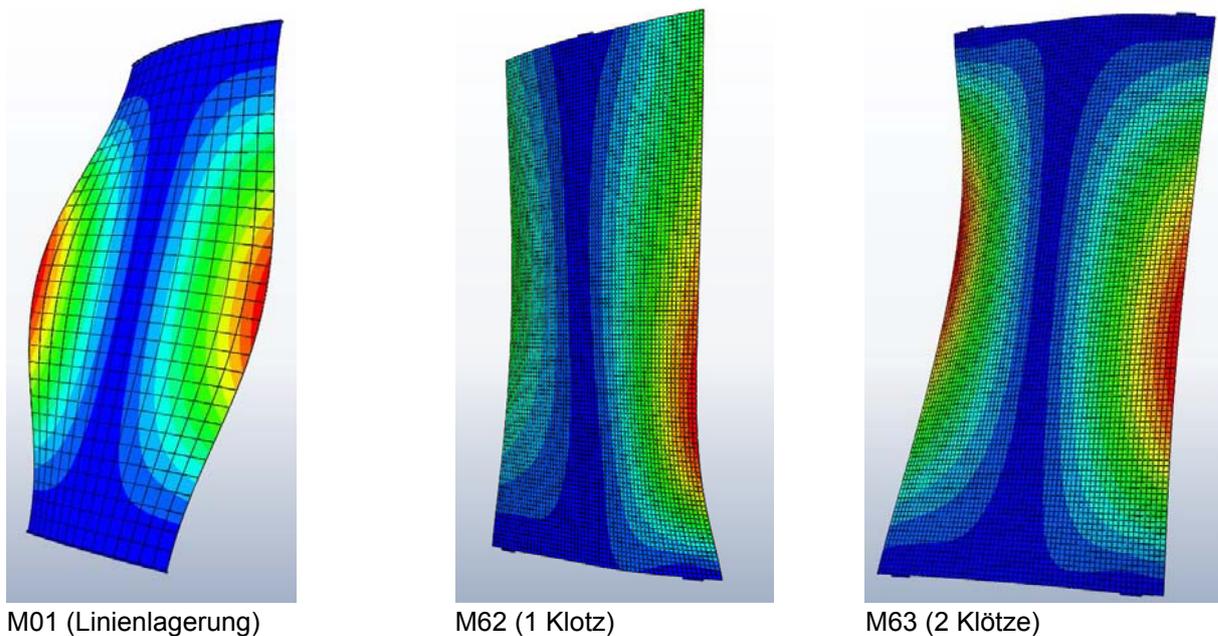
Modell	$P_z$ (Floatglas) [kN]	$P_z$ (TVG) [kN]	$P_z$ (ESG) [kN]
M52	215	194	95
M01	235	213	125
M53	352	332	264
M54	541	553	587

### 4.3.6 Lasteinleitungsart

Der Einfluss unterschiedlicher Lasteinleitungs- beziehungsweise Lagerungsarten auf das Stabilitätsverhalten werden in dieser Serie untersucht. Gegenüber der Linienlagerung des Referenzmodells werden zwei weitere Lasteinleitungsarten untersucht. Die Glasscheibe wird beim Modell M62 am unteren Ende mit zwei Klötzen gelagert und die Lasteinleitung erfolgt über einen zentralen Klotz. Modell M63 besitzt am unteren Ende ebenfalls zwei Lagerungsklötze, jedoch erfolgt die Lasteinleitung hier auch mit zwei Klötzen. Die Klötze weisen eine Länge von 100 mm und eine Dicke von 10 mm auf. Die Materialeigenschaften wurden von den Lagerungselementen der Linienlagerung übernommen.

#### 4.3.6.1 Eigenformen

Die Eigenformen aller Modelle dieser Serie sind in Abb. 4.38 dargestellt. Bei der Betrachtung ist auffallend, dass sich die über Klötze gelagerten Modelle ähnlich verformen. Sie weisen ihre Verformungsmaxima ebenfalls am Scheibenrand auf, die Verformung nimmt zur Scheibenmitte hin ab und die beiden Extrempunkte liegen asymmetrisch zueinander. Im Unterschied zum Referenzmodell, bei dem die Maxima höhenbezogen mittig zu liegen kommen, verschieben sich diese bei den anderen beiden Modellen zum Drittelpunkt hin.



**Abb. 4.38** 1. Eigenform der Modelle M01, M62 und M63

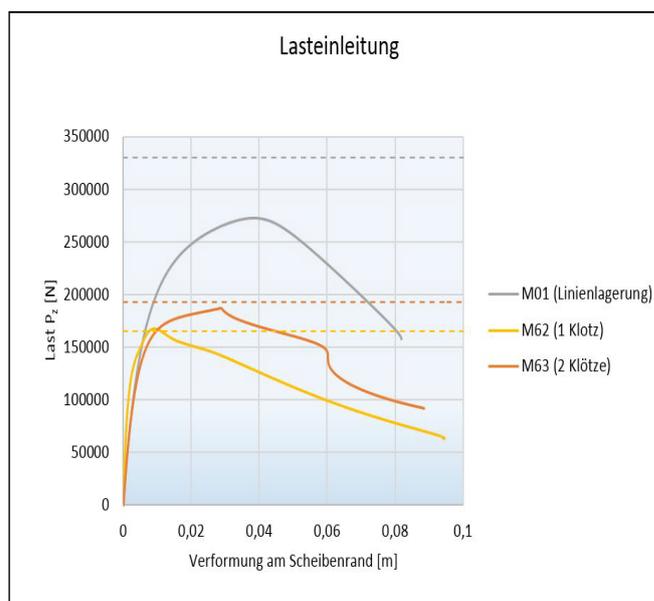
### 4.3.6.2 Diskussion

Die Ergebnisse der Eigenwertanalyse dieser Serie sind in Tab. 4.18 dargestellt. Sie ergeben für das Modell, dem die Last über zwei Klötze eingeleitet wurde, eine Halbierung des Eigenwerts des Referenzmodells.

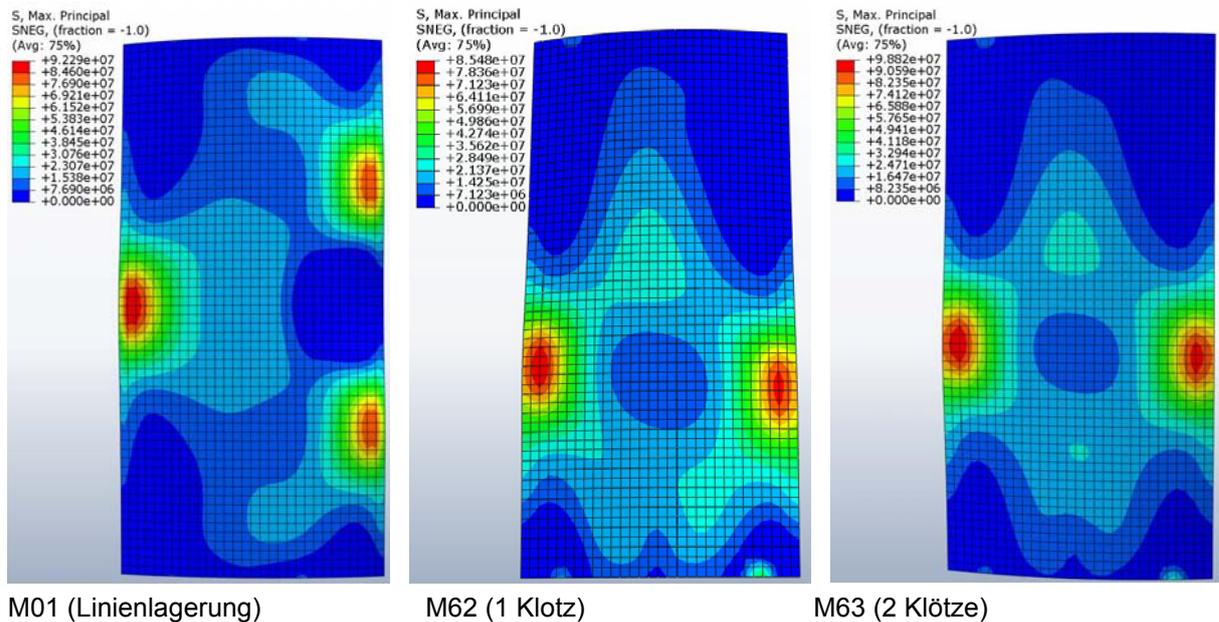
**Tab. 4.18** kritische Knicklasten - Lasteinleitungsart

Modell	Lasteinleitungsart	kritische Knicklast [N]
M01	Linienlagerung	330.000
M62	ein Klotz oben, zwei Klötze unten	193.000
M63	je zwei Klötze oben und unten	156.000

Bei der Betrachtung der in Tab. 4.18 befindlichen Eigenwerte ist zu bemerken, dass das Modell M62 mit nur einem Lasteinleitungsklotz den höheren Eigenwert, als M63 mit zwei Lasteinleitungsklötzen, aufweist. Dies kann auf die zentrale Lasteinleitung zurückgeführt werden.

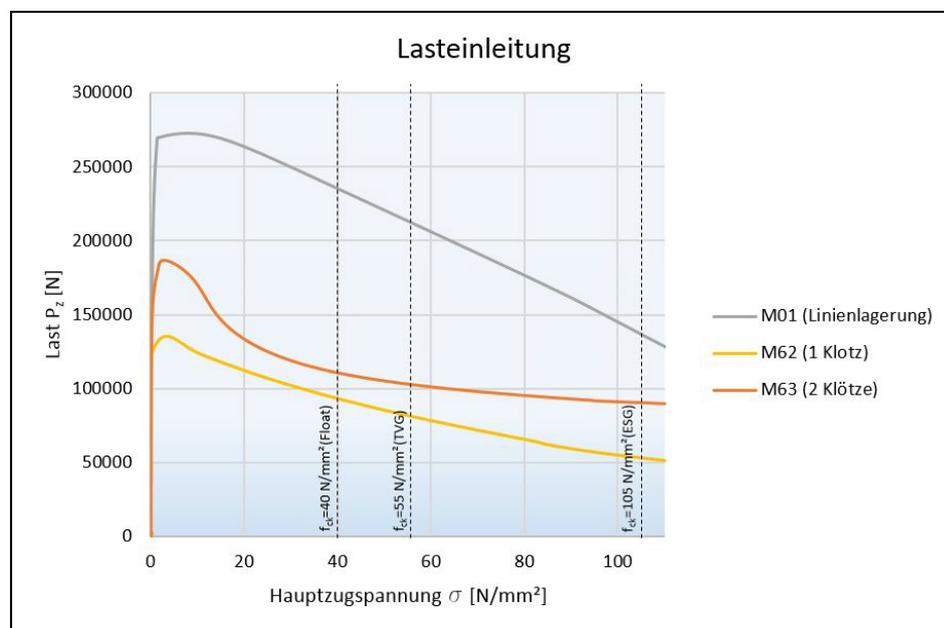


**Abb. 4.39** Last-Verformungs-Diagramm - Lasteinleitungsart



**Abb. 4.40** Hauptzugspannungszustand der Serie Lasteinleitungsart [N/m<sup>2</sup>]

Bei der Analyse der maximalen Spannungen ist zu erkennen, dass sich bei den beiden punktgelagerten Modellen die Spannungsspitzen am Rand der beiden Längsseiten einstellen. Während sich das Maximum des Referenzmodells noch in Scheibenmitte befindet, wandert dieses bei den anderen Modellen zum gelagerten Rand hin.



**Abb. 4.41** max Hauptzugspannungen - Lasteinleitungsart

In Abb. 4.41 sind zusätzlich die vorgeschlagenen charakteristischen Grenzzugspannungen gekrümmter Gläser für Floatglas, TVG und ESG dargestellt. Zudem werden in Tab. 4.19 die entsprechenden Lasten dargestellt, bei denen die charakteristischen Spannungen erreicht werden. Die Lasten, bei denen die Grenzzugspannungen erreicht werden, nehmen mit zunehmender Lasteinleitungsfläche zu.

**Tab. 4.19** Lasten bei erreichten Grenzzugspannungen

Modell	$P_z$ (Floatglas) [kN]	$P_z$ (TVG) [kN]	$P_z$ (ESG) [kN]
M01	235	213	125
M62	93	81	54
M63	111	103	90

### 4.3.7 Vorverformung

Bei dieser Serie werden, wie in Tab. 4.1 und Tab. 4.2 ersichtlich, drei verschiedene Vorverformungen untersucht. Beim Referenzmodell wird eine Vorverformung von  $L/1000$  auf das System aufgebracht. M72 wird mit einer doppelt so großen Vorverformung berechnet, demnach mit  $L/500$ . Und M73 wird mit  $L/2000$  vorverformt. Das entspricht, im Vergleich zum Referenzmodell, einer halb so großen Vorverformung.

#### 4.3.7.1 Eigenformen

Die Eigenformen der Modelle M72 und M73 entsprechen der Eigenform des Referenzmodells. Zum Aufbringen der Vorverformungen wurde das Ergebnis der Eigenwertberechnung des Referenzmodells hergenommen. Der Eigenwert, der zugleich die kritische Knicklast der drei Modelle ist, beziffert sich auf 330.000 N. Die dazugehörige Eigenform ist in Abb. 4.2 dargestellt.

**Tab. 4.20** kritische Knicklasten - Lasteinleitungsart

Modell	Vorverformung $w_0$	kritische Knicklast [N]
M72	$L/500$	330.000
M01	$L/1000$	330.000
M73	$L/2000$	330.000

### 4.3.7.2 Diskussion

Die Stabilitätsanalyse der Serie unterschiedlicher Vorverformungen ergibt, dass sich die Modelle ähnlich verhalten und sich im Last-Verformungs-Diagramm der kritischen Knicklast annähern, diese jedoch nicht überschreiten.

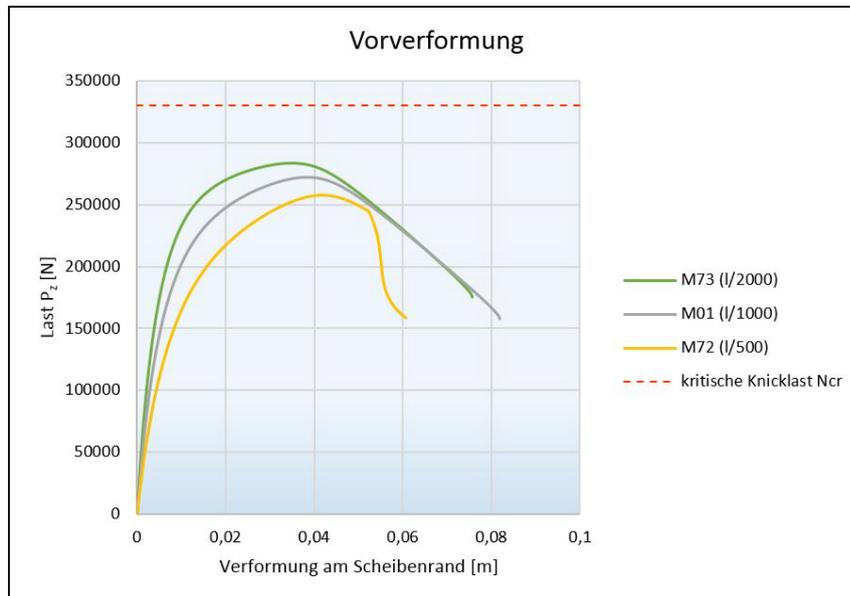


Abb. 4.42 Last-Verformungs-Diagramm - Variation der Vorverformung

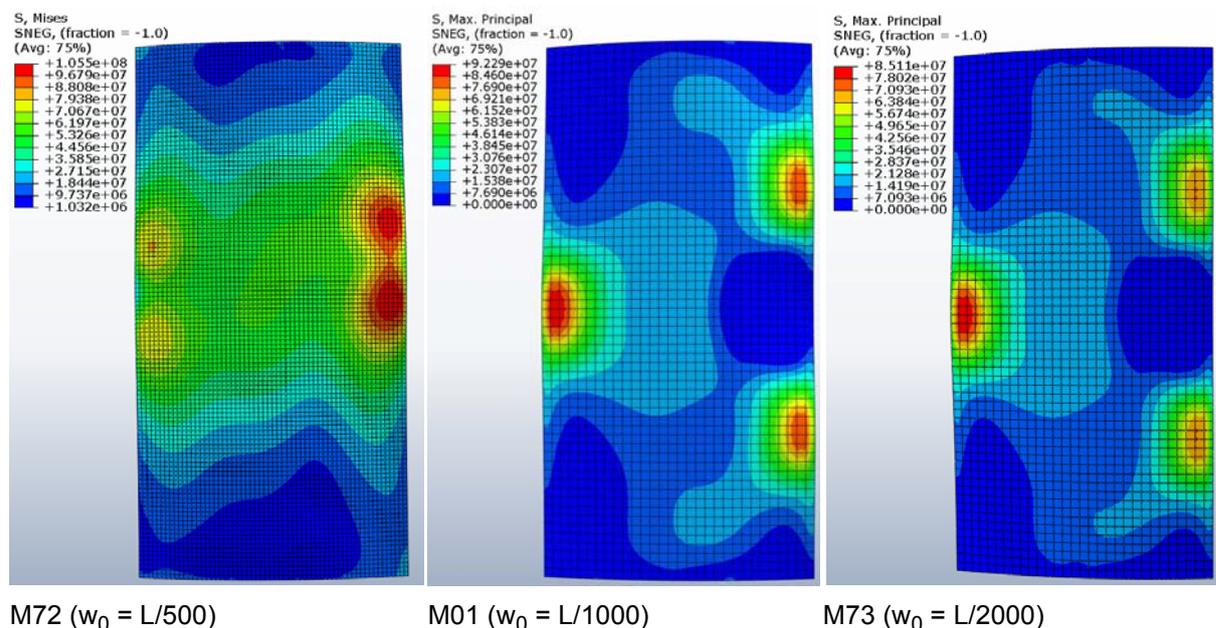
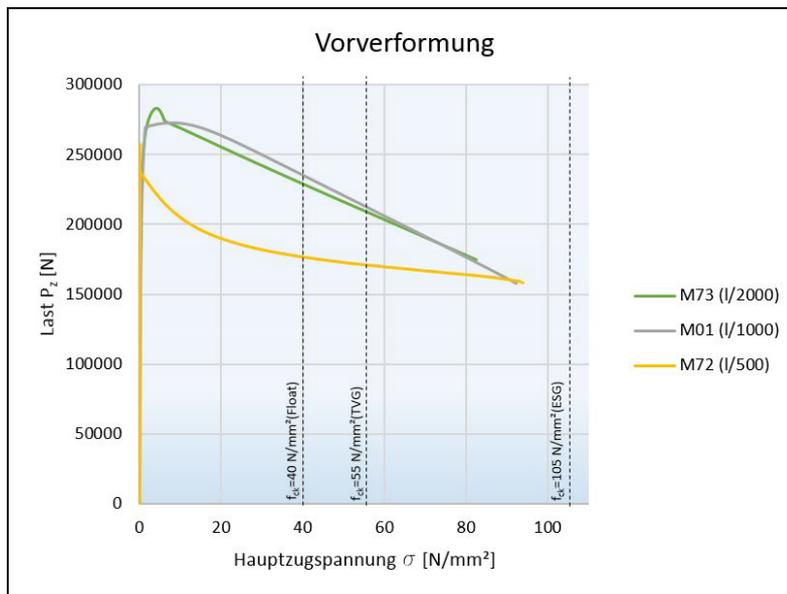


Abb. 4.43 Hauptzugspannungszustand der Serie Vorverformung [N/m<sup>2</sup>]

Die Spannungsanalyse zeigt ebenfalls ähnliche Ergebnisse. So tritt die maximale Zugspannung bei allen Modellen in Scheibenmitte am Scheibenlängsrand auf. Einzig bei M72 ist der Spannungsverlauf gespiegelt.



**Abb. 4.44** max Hauptzugspannungen - Variation der Vorverformung

In Abb. 4.44 sind zusätzlich die vorgeschlagenen charakteristischen Grenzzugspannungen gekrümmter Gläser für Floatglas, TVG und ESG dargestellt. Zudem werden in Tab. 4.21 die entsprechenden Lasten dargestellt, bei denen die Modelle die charakteristischen Spannungen erreicht werden. Die charakteristischen Grenzzugspannungen von ESG werden bei dieser Serie nicht erreicht. Die Lasten, bei denen die Grenzzugspannungen erreicht werden, nehmen mit zunehmender Vorverformung ab.

**Tab. 4.21** Lasten bei erreichten Grenzzugspannungen

Modell	$P_z$ (Floatglas) [kN]	$P_z$ (TVG) [kN]
M72	177	170
M01	235	213
M73	229	210

### 4.3.8 Zusammenfassung der Ergebnisse

Um einen Überblick über die Parameterstudie zu bekommen, werden die Ergebnisse nachfolgend zusammengefasst.

#### **Scheibenseitenverhältnis**

Zu den ersten beiden Serien, die unterschiedliche Scheibenseitenverhältnisse untersuchen, ist zum einen zu erwähnen, dass je höher die Scheibe, desto kleiner die kritische Knicklast wird. Diese Reduktion ist geringer als bei einem Stab, bei dem sich  $N_{Cr}$  bei einer Längenänderung zum Quadrat ändert (siehe (Glg. 2.1)). Auf der anderen Seite ist bei breiteren Scheiben ein Übergang zu einer anderen Eigenform, mit erheblich größerem Eigenwert, zu erkennen. Überkritisches Verhalten ist bei beiden Serien nicht zu erkennen. Die Lasten, bei denen die Grenzzugspannungen erreicht werden, nehmen mit zunehmender Scheibenseitenverhältnis ab.

#### **Krümmung**

Die Modelle dieser Serie weisen ebenfalls stark unterschiedliche Eigenformen auf. Besonders bei stark gekrümmten Scheiben erhöht sich der Wert der kritischen Knicklast enorm. Erwähnenswert ist hierbei, dass bereits geringe Krümmungen eine Stabilisierung des Systems zur Folge haben. Die Lasten, bei denen die Grenzzugspannungen erreicht werden, nehmen mit größer werdendem Krümmungsradius ab.

#### **Scheibenaufbau**

Die beiden Serien, die unterschiedliche Scheibenaufbauten vorweisen, liefern unterschiedliche Ergebnisse. Bei der Erhöhung der Glasscheibendicke ist eine lineare Steigerung der kritischen Knicklasten festzustellen. Bei der Serie mit unterschiedlichen Schubmodulen der Zwischenschicht ist die Steigerung der kritischen Lasten nicht im gleichen Maß ausgeprägt. Jedoch ist bei sehr schubstarren Zwischenschichten ein überkritisches Last-Verformungsverhalten zu erkennen. Die Lasten, bei denen die Grenzzugspannungen erreicht werden, nehmen mit zunehmender Glasscheibendicke und steiferer Zwischenschicht zu.

#### **Lasteinleitungsart**

Bemerkenswert ist bei dieser Serie einerseits, dass sich bei beiden punktgeklotzten Systemen eine ähnliche Eigenform einstellt, welche auch der Eigenform des liniengelagerten Systems nur geringfügig abweicht. In der Spannungsbetrachtung ist zu erkennen, dass die Lasten, bei denen die Grenzzugspannungen erreicht werden, mit zunehmender Lasteinleitungsfläche zunehmen.

#### **Vorverformung**

Unterschiedliche Vorverformungen haben keinen großen Einfluss auf das Last-Verformungs-Verhalten der Scheibe. Auch der Ort der maximalen Zugspannungen ist in etwa derselbe. Die Lasten, bei denen die Grenzzugspannungen erreicht werden, nehmen mit zunehmender Vorverformung ab.

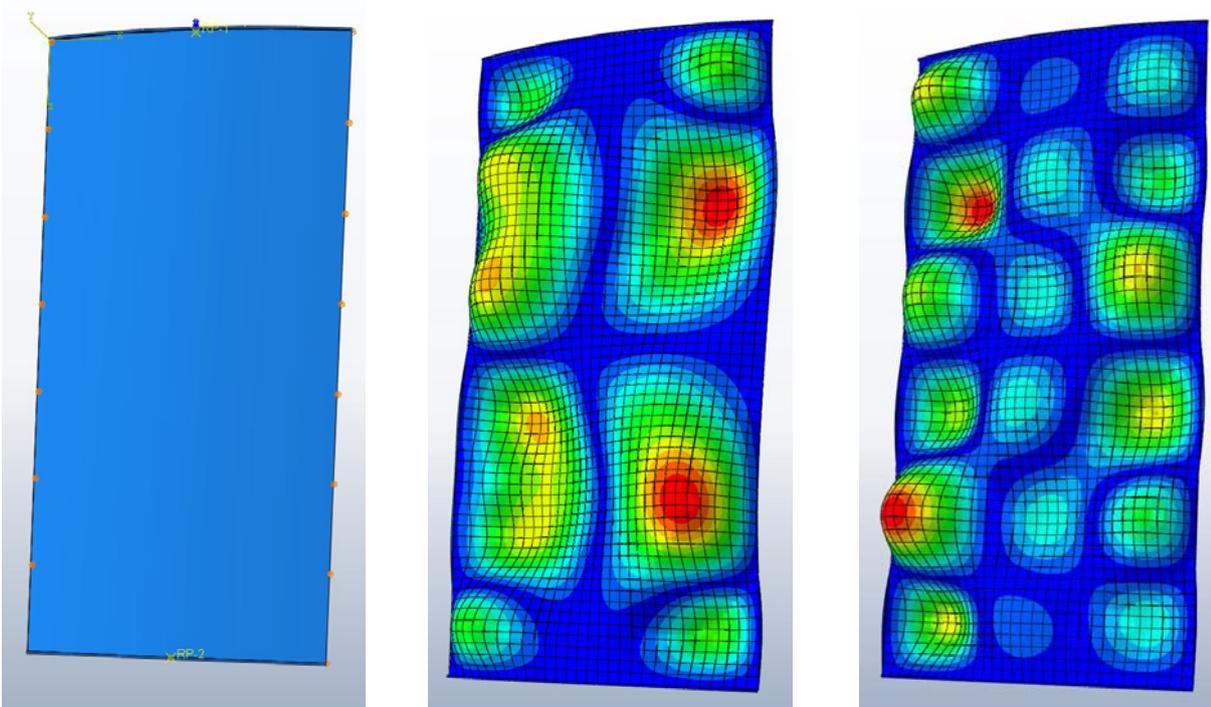
### 4.3.9 Grenzwertbetrachtung mit seitlicher Halterung

Bei der Analyse der Verformungsfiguren aller Modelle stellt sich heraus, dass sich die maximale Verformung stets am freien Scheibenrand befindet. Eine freie Verformung am Scheibenrand ist für viele praktische Fälle nicht gegeben, sondern man kann von einer gewissen Halterung der Glasscheibe anliegender Bauteile ausgehen. Dies können andere Glasscheiben, Stahlrahmen oder andere Konstruktionen sein. Dahingehend wird eine Grenzwertbetrachtung des Referenzmodells mit fester seitlicher Halterung durchgeführt.

Die Eigenwerte des Referenzmodells ohne und mit seitlicher Halterung sind in Tab. 4.22 aufgelistet. Dabei ist ein bemerkenswerter Anstieg der kritischen Knicklast zu erkennen. Der Wert hat sich von 330 kN auf 2185 kN fast versiebenfacht. Die beiden kritischen Knicklasten der 1. und 2. Eigenform liegen mit 20 kN Abstand knapp beieinander.

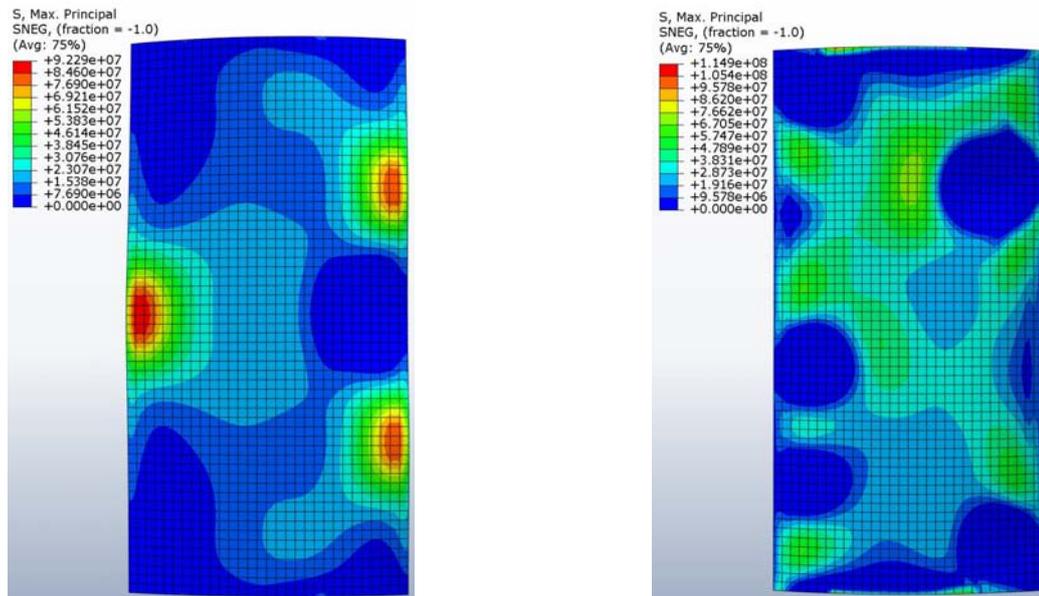
**Tab. 4.22** kritische Knicklasten - Grenzwertbetrachtung seitlicher Lagerung

Lasteinleitungsart	kritische Knicklast [N]
Referenzmodell	330.000
seitlich gehaltenes Modell (1. Eigenform)	2.185.000
seitlich gehaltenes Modell (2. Eigenform)	2.205.000



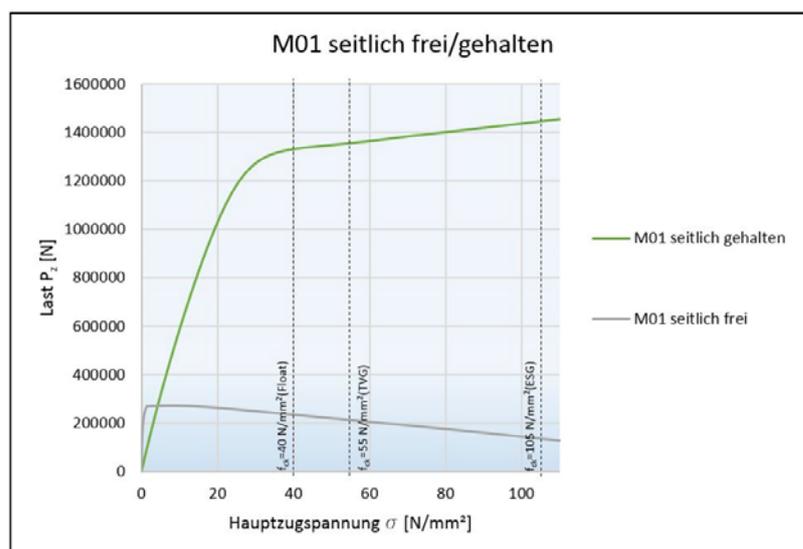
**Abb. 4.45** Modell M01 mit seitlicher Halterung, 1. und 2. Eigenform

In Abb. 4.45 sind das System mit seitlicher Halterung und die beiden ersten Eigenformen des Systems dargestellt. Im Vergleich zu den Eigenformen der bis dato abgebildeten Modelle ist klar ersichtlich, dass sich die maximalen Verformungen vom Scheibenlängsrand zur Scheibenmitte hin bewegen. Es ergibt sich eine wellige asymmetrische Beufläche. Über die Breite gesehen ist eine ganze Sinuswelle zu erkennen und über die Länge gesehen können zwei Sinuswellen abgeleitet werden.



**Abb. 4.46** max Hauptzugspannungen mit (links) und ohne (rechts) seitlicher Halterung

Die maximalen Zugspannungen sind im Vergleich mit dem Referenzmodell in Abb. 4.46 abgebildet und treten beim seitlich gehaltenen Modell nicht mehr am Scheibenlängsrand auf, sondern verteilen sich auf die gesamte Scheibenfläche. Spannungsspitzen, wie bei seitlich nicht gehaltenen Modellen sind weniger stark ausgeprägt.



**Abb. 4.47** max Hauptzugspannungen - seitlich frei und fest

## 4.4 Überlegungen für eine Versuchsdurchführung

Experimentelle Untersuchungen sind notwendig um numerische oder analytische Ergebnisse zu belegen. Ein weiterer Zweck besteht darin, zusätzliche Daten zur Erstellung eines Bemessungskonzeptes zu generieren.

Die angeführten grundlegenden Aspekte zu experimentellen Untersuchungen sind für diese Arbeit übertragbar. Einerseits sollen die Ergebnisse der Parameterstudie bestätigt werden, andererseits sollen weitere Daten zur Bestimmung von Knickspannungskurven eingeholt werden.

Damit fundierte Ergebnisse bei den Experimenten erreicht werden, müssen folgende Punkte beachtet werden.

### **Prüfkörper abmessen**

Die Probekörper müssen vor den Versuchen untersucht und abgemessen werden. Bei Stabilitätsuntersuchungen ist dabei die Vermessung der Vorverformung entscheidend. Dies kann mit einer photogrammetrischen Vermessung geschehen. Bei dieser berührungslosen Vermessungsvariante werden reflektierende Messpunkte an den Scheiben angebracht, die mittels Fotografie die Vorverformung ausgeben. Die Planität der Scheibe kann gemessen werden, indem drei Eckpunkte der Scheibe gehalten werden, und der Abstand des vierten Punktes zur Ebene der festgehaltenen Punkte gemessen wird. Zudem sind die durchschnittlichen Scheibendicken der Prüfkörper zu messen.

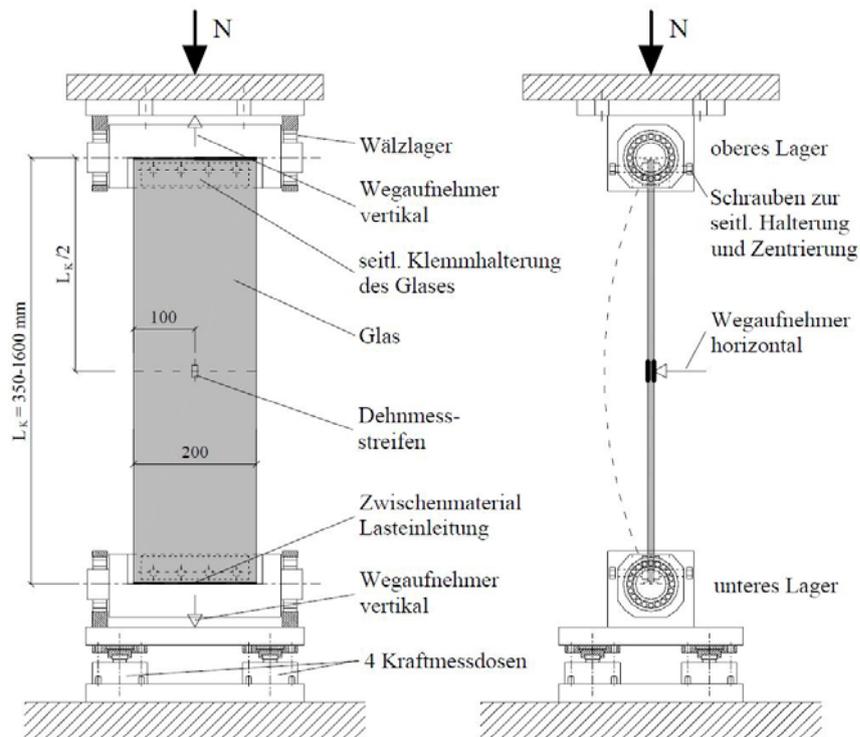
Außerdem sollte die Kantenbeschaffenheit überprüft und dokumentiert werden [7].

### **Versuchsstand dem numerischen Modell anpassen**

Der Versuchsaufbau sollte dem Modell der numerischen Untersuchungen so weit wie möglich entsprechen. Besonderer Wert muss dazu auf der Lagerung der Scheiben und auf die Lasteinleitung gelegt werden. Die Reibung zwischen dem Glas, dem Klotzungsmaterial und den Lagerelementen muss reduziert werden. Den hohen Anforderungen an das Klotzungsmaterial können Voruntersuchungen Genüge tun. Zur Dokumentation des Bruchbildes kann eine Klebefolie auf die Scheibe angebracht werden, die die Splitter festhält.

### **Äußere Einflüsse beachten**

Äußere Einflüsse müssen bei der Auswertung der Ergebnisse beachtet werden. Die Umgebungstemperatur muss gemessen werden, da sie bekanntlich die Schubsteifigkeit der Zwischenschicht beeinflusst. Zudem müssen mögliche Ungenauigkeiten im Einbau des Versuchsstandes berücksichtigt werden. Zusätzliche Imperfektionen, wie sie zum Beispiel durch Lastexzentrizitäten entstehen, sind die Folge [1].



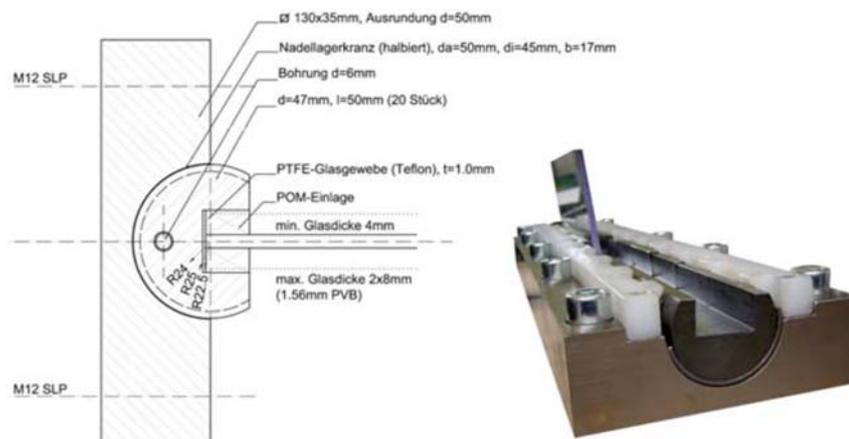
**Abb. 4.48** Versuchsaufbau zur Knickanalyse ebener Glasscheiben [1]

LUIBLE [1], der experimentelle Untersuchungen zum Knickverhalten ebener Glasscheiben durchgeführt hat, hat den Versuchsstand der in Abb. 4.48 dargestellt ist gewählt. Die ebenen Scheiben werden dabei mit Stahlkugellagern verbunden, die sich in ihrer Halterung frei verdrehen können und damit eine gelenkige Lagerung gewährleisten. Die Knicklänge der Scheibe entspricht somit dem Abstand der Rotationsachse der Lager. Zusätzlich werden die Scheiben durch Schrauben in der Lage gesichert. Eine Elastomerzwichenschicht wird zwischen Schraube und Glas eingebaut. Weiche Alu-Platten werden als Zwischenmaterial für eine gleichmäßige Lasteinleitung verwendet. Diese Platten sind kürzer als die Glaskante, damit die Glasecken unbelastet bleiben. Die Versuche werden verformungsgesteuert bis zum Glasbruch durchgeführt. Verformungen aus der Ebene werden mit Dehnmessstreifen gemessen und Kraftmessdosen messen die Auflagerkräfte [1].

Besondere Bedeutung kommt bei experimentellen Versuchen im Glasbau stets der Lasteinleitung zu. ENGLHARDT [7] hat sich bei den durchgeführten Beulversuchen zur Lasteinleitung das Konzept ausgedacht, dass in Abb. 4.49 zu sehen ist. Die freie Verdrehung wird über Lasteinleitungswalzen mit zwischenliegenden halbierten Nadellagerkränzen, die in eine vorgefertigte Ausrundung gelegt werden, gewährleistet.

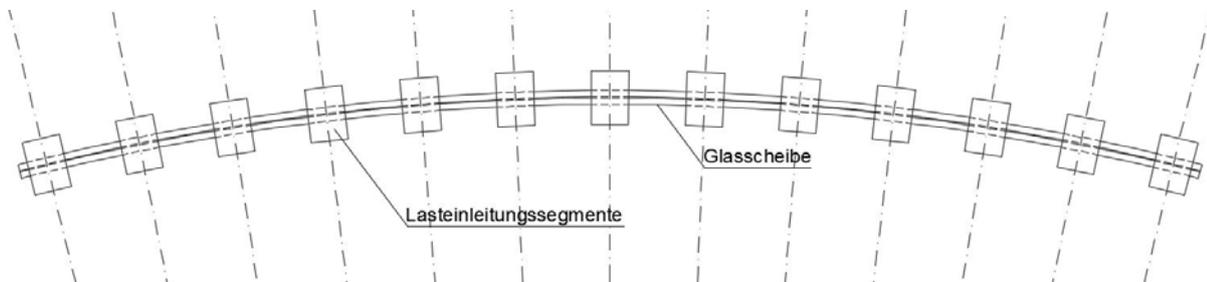
## 4 Parameterstudie

### Überlegungen für eine Versuchsdurchführung



**Abb. 4.49** Lasteinleitung zu experimentellen Beulanalysen ebener Glasscheiben [7]

Eine gelenkige Lagerung ist in dieser Form, wie sie bei LUIBLE und ENGLHARDT bei ebenen Scheiben ausgeführt wurde, nicht für gekrümmte Scheiben übertragbar. Würde die Scheibe über die gesamte gekrümmte Länge eingefasst werden, würde sich ein Einspannungszustand einstellen. Dahingehend wird eine segmentweise Lagerung vorgeschlagen, damit die Mitwirkung von benachbarten gelagerten Punkten vermindert wird. Eine schematische Darstellung dieser Segmentlagerung ist in Abb. 4.50 zu sehen. Die Segmente müssen dazu normal auf die Glasscheibe angebracht werden und zeigen somit zum Mittelpunkt des Krümmungsradius.



**Abb. 4.50** Segmentlagerung für gekrümmte Glasscheiben

## 5.1 Zusammenfassung

Gekrümmte Glasscheiben bieten dem Planer ein geeignetes Werkzeug gekrümmte und organische Formen erzeugen zu können. Das Glas nicht nur als formgebendes Element einzusetzen, sondern darüber hinaus zur Lastabtragung von Kräften heranzuziehen, führt zur maximalen Transparenz der Gebäudehülle. Eine damit einhergehende Reduktion von sichtbaren Trag- und Verbindungselementen ist erstrebenswert. Durch die Membranwirkung von gekrümmten Glasscheiben wird eine erhöhte Tagfähigkeit erreicht. Nachdem diese Glasscheiben eine enorme Schlankheit aufweisen, ist eine Stabilitätsanalyse jedoch unumgänglich.

Normative Grundlagen, mit Ausnahme des Leitfadens für gebogenes Glas, fehlen zu diesem Thema. In der Praxis sind daher „Allgemeine bauaufsichtliche Zustimmungen“ oder „Zustimmungen im Einzelfall“ notwendig. Ziel dieser Arbeit ist es, dem Verständnis des Tragverhaltens gekrümmter Glasscheiben einen Beitrag zu leisten und den Einfluss verschiedener Faktoren darauf zu studieren. Dazu werden zuerst die Grundlagen der Eigenschaften und der Herstellung eingesetzter Materialien geschaffen. Zudem werden Glasprodukte, die im Allgemeinen verwendet werden, erörtert. Aus Sicherheitsgründen, wie Absturzsicherung und Überkopferglasungen, werden in diesen Fällen Verbundsicherheitsgläser eingesetzt. In dieser Arbeit werden daher Verbundsicherheitsgläser analysiert.

Aufbauend auf den Erkenntnissen von Stabilitätsanalysen ebener Glasscheiben, sowie der Betrachtung aller Einflussfaktoren, wurde eine Parameterstudie entwickelt. Diese Studie soll aufzeigen, wie verschiedene Parameter das Stabilitätsverhalten gekrümmter Glasscheiben beeinflussen. Untersucht werden dabei unterschiedliche Scheibenseitenverhältnisse, verschiedene Krümmungen der Scheibe, ein variierender Scheibenaufbau, drei Lasteinleitungsarten und unterschiedliche Vorverformungen.

Die durchgeführten numerischen Untersuchungen mit unterschiedlichen Scheibenseitenverhältnissen zeigen, dass der Einfluss der Scheibenhöhe auf die kritische Knicklast nicht zum Quadrat eingeht, sondern geringer ist. Bei zweidimensionaler Tragwirkung ist der Einfluss der Höhe auf die kritische Knicklast nicht in dem Ausmaß, wie es bei einem Stab der Fall ist. Im Gegensatz dazu wird bei breiteren Scheiben und erhöhten Krümmungen ein beträchtlicher Anstieg der kritischen Last beobachtet. Bereits geringe Krümmungen aktivieren ein Membrantragverhalten und tragen dadurch zu einer Stabilisierung des Systems bei. Die Lasten, bei denen die Grenzzugspannungen erreicht werden, nehmen mit zunehmender Scheibenseitenverhältnis und zunehmendem Krümmungsradius ab.

Weitere Untersuchungen mit verschiedenen Scheibenaufbauten verdeutlichen, dass proportional zur Glasscheibendicke die kritischen Knicklasten steigen. Im Gegensatz dazu steigen die kritischen Lasten bei erhöhter Steifigkeit der Zwischenschicht nicht in gleichem Ausmaß. Die Lasten, bei denen die Grenzzugspannungen erreicht werden, nehmen mit zunehmender Glasscheibendicke und ansteigendem Schubmodul der Zwischenschicht zu.

Zu den Untersuchungen verschiedener Lasteinleitungsarten ist zu erwähnen, dass sich die beiden punktgeklotzten Systeme ähnlich verhalten. Im Vergleich zum liniengelagerten Referenzmodell weisen sie geringere Eigenwerte und geringere Traglasten bei gleichen Spannungen auf. Die maximalen Zugspannungen wandern von der Scheibenmitte zu den Lasteinleitungselementen am Scheibenrand hin.

Die numerischen Berechnungen zu unterschiedlichen Vorverformungen zeigen, dass der Anstieg der Last-Verformungskurven umso steiler ist, je kleiner die Vorverformung. Die Lasten, bei denen die Grenzzugspannungen erreicht werden, nehmen mit zunehmender Lasteinleitungsfläche zu, jedoch mit zunehmender Vorverformung ab.

Bei der Betrachtung aller Verformungsfiguren fällt besonders auf, dass die maximale Verformung stets am Scheibenrand auftritt. Eine seitliche Lagerung der freien Scheibenränder würde somit zu einer Stabilisierung des Systems führen und höhere Lasten wären auf die Scheiben übertragbar. Eine Grenzwertbetrachtung am seitlich gehaltenen Referenzmodell liefert komplexere Eigenformen und eine enorme Steigerung der kritischen Knicklast. Außerdem sind die Spannungsspitzen weniger stark ausgeprägt. Seitlich gelagerte Scheiben weisen eher ein Beulverhalten als ein Knickverhalten auf.

Zu guter Letzt werden noch die grundlegenden Aspekte für experimentelle Untersuchungen angeführt. Damit ein Bemessungskonzept entwickelt werden kann sind Versuche notwendig, die die numerischen Ergebnisse bestätigen.

## 5.2 Ausblick

Diese Arbeit soll einen Beitrag dazu leisten, dass mit weiterführenden Untersuchungen eine Bemessung von stabilitätsgefährdeten gekrümmten Glasscheiben in Normen geregelt wird. Ein damit verbundener vermehrter Einsatz dieser Gläser ist wünschenswert.

Aufgrund fehlender Regelwerke wäre eine, auf den vorliegenden Ergebnissen aufbauende, Forschung zur Ermittlung von Knickspannungskurven, wie sie im Stahlbau Verwendung finden, sinnvoll. Daraus berechenbare Abminderungsbeiwerte würden das Bemessen stabilitätsgefährdeter gekrümmter Glasscheiben vereinfachen. Dazu sind praktische Untersuchungen mit Experimenten, die zum Vergleich vorliegender numerischer Berechnungen dienen sollen, erstrebenswert. Ein dafür entwickeltes Prüfkonzept, mit Überlegungen zu Prüfkörpern und Aufbau der Prüfung, sollte erstellt werden.

In der vorliegenden Arbeit werden einzelne isolierte Glasscheiben betrachtet. Eine Systemanalyse und eine damit einhergehende Mitwirkung anliegender Scheiben, oder anderer Konstruktionen, wurde nicht ausreichend berücksichtigt. Aufbauende Studien, in denen die Scheibenränder zum Beispiel feder-gelagert modelliert werden, könnten auf eine Systemtragwirkung Aufschluss geben.

Zudem sind Untersuchungen zu herstellungsbedingten Vorverformung gekrümmter Glasscheiben anzustellen. Mit den dadurch gewonnenen Erkenntnissen sollen Grenzwerte angegeben werden, die einer statischen Berechnung zu Grunde gelegt werden können.



---

## LITERATURVERZEICHNIS

### Bücher und Zeitschriften

- [1] LUIBLE, Andreas: Stabilität von Tragelementen aus Glas, Dissertation - Lausanne: Eidgenössische Technische Hochschule Lausanne - 2004
- [2] HENRIKSEN, Thomas; FRITSCH, Andres: Glazed Link, complex geometry stainless steel artwork supported by structural glass walls. - Graz, Technische Universität - 2014
- [3] WEIMANN, Gert; HENRIKSEN Thomas; KERI Samir: Glazed Link Library Walk - Manchester - Wilhelm Ernst & Sohn Verlag für Architektur und technische Wissenschaften GmbH & Co KG, Berlin - Glasbau 2015, Seite 167-178 - 2013
- [4] FÖHL, Axel: Der Hafen von Antwerpen. ICOMOS–Hefte des Deutschen Nationalkomitees, 2015, 54. Jg., S. 101-108.
- [5] SCHWEIGHÖFER, Kerstin: Antwerpen, Brügge, Gent. Travel-House-Media, 2015.
- [6] PETERSEN, Christian: Statik und Stabilität der Baukonstruktionen. - Braunschweig / Wiesbaden: Friedr. Vieweg & Sohn Verlagsgesellschaft mbH - 1982. ISBN 3-528-18663-1
- [7] ENGLHARDT, Oliver: Flächentragwerke aus Glas - Tragverhalten und Stabilität, Dissertation - Wien: Universität für Bodenkultur Wien, Department für Bautechnik und Naturgefahren - 2007
- [8] BEIER-TERTEL, Judith: Geometrische Ersatzimperfectionen für Tragfähigkeitsnachweise zum Biegedrillknicken von Trägern aus Walzprofilen, Dissertation - Bochum: Ruhr-Universität Bochum, Fakultät für Bau- und Umweltingenieurwissenschaften - 2008
- [9] FELDMANN, Markus; KASPER, Ruth; u.a.: Guidance for European Structural Design of Glass Components - Luxembourg: Publication Office of the European Union - 2104. ISBN 978-92-79-35093-1
- [10] Konstruktiver Glasbau - Skriptum. - Graz: Institut für Hochbau, Technische Universität Graz - 2013
- [11] WURM, Jan: Glas als Tragwerk - Entwurf und Konstruktion selbsttragender Hüllen - Basel, Boston, Berlin: Birkhäuser Verlag AG - 2007. ISBN 978-3-7643-7607-9
- [12] HESS, Rudolf: Tragendes Glas - Stahlbau, Ausgabe 67, Heft 4, April 1998, Seite 231-251. - Berlin: Ernst & Sohn Verlag für Architektur und technische Wissenschaften GmbH & Co. KG
- [13] WELLER, Bernhard; HÄRTH, Kristina; TASCHE, Silke; UNNEWEHR, Stefan: Konstruktiver Glasbau - Grundlagen, Anwendungen, Beispiele - Regensburg: Aumüller Druck - 2008. ISBN: 978-3-920034-24-9
- [14] MOCIBOB, Danijel: Glass Panel under Shear Loading - Use of Glass Envelopes in Building Stabilization - Lausanne: Eidgenössische Technische Hochschule Lausanne - 2008
- [15] SCHULER, Christian; ELSTNER, Michael; ILLGUTH, Marcus; STIEF, Sonja; LORENZ, Alexander: Einsatz von gebogenem Glas im Bauwesen: Ernst & Sohn Verlag für Architektur und technische Wissenschaften GmbH & Co KG, Berlin - Stahlbau 81 (2012), Heft 3 - 2012
- [16] ENSSLER, Frank; SCHNEIDER, Jens; SCHULA, Sebastian: Produktion, Eigenschaften und Tragverhalten von thermisch gebogenen Floatgläsern für das Bauwesen - Erstprüfung und werkseigene Produktionskontrolle im Rahmen des Zulassungsverfahrens: Ernst & Sohn Verlag

- 
- für Architektur und technische Wissenschaften GmbH & Co KG, Berlin - Stahlbau Spezial - Konstruktiver Glasbau - 2010
- [17] EBERT, Jan: Einleitung hoher Lasten in Glaskanten - Ein Beitrag zum Einsatz von Kunststoffen als Klotzungsmaterial, Dissertation - Dresden: Technische Universität - 2014
- [18] SCHULA, Sebastian: Charakterisierung der Kratzanfälligkeit von Gläsern im Bauwesen - Darmstadt: Springer Verlag - 2015. ISBN 978-3-662-47781-6
- [19] DENONVILLE, Jürgen; PULLER, Kerstin; HAASE, Walter; SOBEK, Werner: Langzeitverhalten von in Verbundglas integrierten Lasteinleitungselementen - Wilhelm Ernst & Sohn Verlag für Architektur und technische Wissenschaften GmbH & Co KG, Berlin - Glasbau 2013, Seite 117-127 - 2013
- [20] WEILER, H. U.: Versuchsergebnisse und Stand der Entwicklung eines Bemessungskonzepts für druckbeanspruchte Glasbauteile: VDI Verlag, Düsseldorf - VDI Berichte 1527, S. 161-184 - 2000
- [21] LIESS, Johannes: Bemessung druckbelasteter Bauteile aus Glas: BoD GmbH, Norderstedt - 2001
- [22] PANKRATZ, Maria; SIMMERT, Robert; HILDEBRAND, Jörg: Stabilitätsanalysen im Konstruktiven Glasbau - Wilhelm Ernst & Sohn Verlag für Architektur und technische Wissenschaften GmbH & Co KG, Berlin - Glasbau 2014, Seite 183-192 - 2014
- [23] AMADIO, Claudio; BEDON, Chiara: A buckling verification approach for monolithic and laminated glass elements under combined in-plane compression and bending. - Trieste - Department of Engineering and Architecture, University of Trieste - 2013
- [24] BUCAK, Ömer; FELDMANN, Markus; KASPER, Ruth; BUES, Martin; ILLGUTH, Marcus: Das Bauprodukt „warm gebogenes Glas“ - Prüfverfahren, Festigkeiten und Qualitätssicherung - Wilhelm Ernst & Sohn Verlag für Architektur und technische Wissenschaften GmbH & Co KG, Berlin - Stahlbau Spezial 2009 - Konstruktiver Glasbau, Seite 23-28 - 2009
- [25] WÖRNER, Johann Dietrich; SCHNEIDER, Jens; FINK, Andreas: Glasbau. Grundlagen, Berechnung und Konstruktion; mit 75 Tabellen - Springer Verlag, Berlin Heidelberg New York - 2001
- [26] FILDHUT, Thimo: Design and Monitoring of Cold Bent Lamination-Stabilised Glass Investigated by Applying Fibre Optic Sensors - Stuttgart: Institut für Tagkonstruktionen und Konstruktives Entwerfen, Universität Stuttgart - 2015. ISBN 978-3-922302-39-1
- [27] WITTEL, Falk: Eine kurze Einführung in die Finite Elemente Methode - Zürich: Eidgenössische Technische Hochschule Zürich, Institut für Baustoffe - 2010
- [28] PRIEBE, Jürgen: Stahlbau 3, Stabilitätsprobleme im Stahlbau - Skriptum zur Vorlesung. - Hamburg: Institut für Baustatik und Stahlbau, Technische Universität Hamburg-Herburg - 2010
- [29] SILVESTRU, Vlad A.; KOLANY, Georg HE; ENGLHARDT, Oliver. Load Transfer Materials for Hybrid Glass-Steel Façade Elements. In: IABSE Symposium Report. International Association for Bridge and Structural Engineering, 2014. S. 1804-1811.
- [30] MAUR, Jörn; SCHMIDT, Herbert; VERWIEBE, Constantin. Spannungsbasierter Beulsicherheitsnachweis ebener und gekrümmter stählerner Flächentragwerke unter kombinierter Membranbeanspruchung. Stahlbau, 2011, 80. Jg., Nr. 11, S. 804-813.
- [31] REINKE, Thomas. Tragverhalten von biegebeanspruchten Stahlmasten mit polygonalen Querschnitten. KIT Scientific Publishing, 2015.
-

---

## Normen

- [32] ÖNORM B 3716-1: Glas im Bauwesen - Konstruktiver Glasbau. Teil 1: Grundlagen. - 2009-11-15
- [33] ÖNORM EN 572-2: Glas im Bauwesen - Basiserzeugnisse aus Kalk-Natronsilicatglas - Teil 2: Floatglas. - 2004-09-01
- [34] ÖNORM EN 12150-1: Glas im Bauwesen - Thermisch vorgespanntes Kalknatron-Einscheibensicherheitsglas - Teil1: Definition und Beschreibung. - 2000-12-01
- [35] ÖNORM EN 1863-1: Glas im Bauwesen - Teilvorgespanntes Kalknatronglas - Teil 1: Definition und Beschreibung. - 2012-01-15

## Online-Quellen und Datenblätter

- [36] Bundesverband Flachglas: Leitfaden für thermisch gebogenes Glas im Bauwesen. [http://finiglas.semco Glas.com/fileadmin/downloads/finiglas/Leitfaden\\_gebogenes\\_Glas.pdf](http://finiglas.semco Glas.com/fileadmin/downloads/finiglas/Leitfaden_gebogenes_Glas.pdf) - 02.12.2015
- [37] [http://i.dailymail.co.uk/i/pix/2015/08/29/19/2BC6C56800000578-3215395-image-a-24\\_1440872392521.jpg](http://i.dailymail.co.uk/i/pix/2015/08/29/19/2BC6C56800000578-3215395-image-a-24_1440872392521.jpg) - 24.11.2015
- [38] [http://www.willemen.be/sites/default/files/styles/home\\_slide/public/MAS.jpg?itok=ke9atv4T](http://www.willemen.be/sites/default/files/styles/home_slide/public/MAS.jpg?itok=ke9atv4T) - 24.11.2015
- [39] [https://c2.staticflickr.com/8/7138/7432516802\\_c1bcbb6d58\\_b.jpg](https://c2.staticflickr.com/8/7138/7432516802_c1bcbb6d58_b.jpg) - 24.11.2015
- [40] [http://d1l9zs272jxri.cloudfront.net/blog/uploads/2011/08/applestore\\_5thave31.gif](http://d1l9zs272jxri.cloudfront.net/blog/uploads/2011/08/applestore_5thave31.gif) - 24.11.2015
- [41] <http://cdn.redmondpie.com/wp-content/uploads/2014/10/Apple-store-main11.png> - 24.11.2015
- [42] <http://www.brandchannel.com/wp-content/uploads/2015/09/apple-store-brussels-belgium-curved-glass.jpg> - 24.11.2015
- [43] <https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/6/60/Casamusicalexterior.jpg> - 24.11.2015
- [44] [http://images.slideplayer.org/3/896456/slides/slide\\_10.jpg](http://images.slideplayer.org/3/896456/slides/slide_10.jpg) - 25.11.2015
- [45] [http://www.dbz.de/imgs/29340264\\_fb523e4007.jpg](http://www.dbz.de/imgs/29340264_fb523e4007.jpg) - 13.05.2016
- [46] <https://i.ytimg.com/vi/z1M-kXz-zpl/maxresdefault.jpg> - 27.04.2016
- [47] [http://www2.dupont.com/Safety-Glass/ja\\_JP/assets/pdfs/SentryGlas\\_Performance\\_Overview\\_German.pdf](http://www2.dupont.com/Safety-Glass/ja_JP/assets/pdfs/SentryGlas_Performance_Overview_German.pdf) - 27.04.2016
- [48] [https://de.wikipedia.org/wiki/Museum\\_aan\\_de\\_Stroom](https://de.wikipedia.org/wiki/Museum_aan_de_Stroom) - 02.05.2016
- [49] [http://www.dbz.de/imgs/29340267\\_ad1499743e.jpg](http://www.dbz.de/imgs/29340267_ad1499743e.jpg) - 13.05.2016
- [50] <http://images05.freizeit.at46-63570996.jpgfancybox76.482.174.jpg> - 14.05.2016
- [51] <http://www.kulinarium-austria.at/wp-content/uploads/2015/03/360grad-006.jpg> - 14.05.2016
- [52] [http://www.baunetzwissen.de/objektartikel/Glas\\_360\\_-Bar-in-Innsbruck\\_A\\_645066.html](http://www.baunetzwissen.de/objektartikel/Glas_360_-Bar-in-Innsbruck_A_645066.html) 14.05.2016
- [53] <http://assets.inhabitat.com/wp-content/blogs.dir/1/files/2015/09/Apple-Store-Brussels-11.jpg> 14.05.2016
- [54] [http://www.astroman.com.pl/img/magazyn/1416/o/Apple\\_1\\_3rdsteet\\_Santa\\_Monica.JPG](http://www.astroman.com.pl/img/magazyn/1416/o/Apple_1_3rdsteet_Santa_Monica.JPG) 14.05.2016

- 
- [55] [https://betterarchitecture.files.wordpress.com/2013/12/applestore\\_5thave3.jpg](https://betterarchitecture.files.wordpress.com/2013/12/applestore_5thave3.jpg) - 14.05.2016
- [56] [https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/2/23/Antwerpen\\_vanop\\_mas.JPG](https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/2/23/Antwerpen_vanop_mas.JPG) - 14.05.2016
- [57] <http://baulexikon.beuth.de/EUROPAEISCHE.HTM> - 14.05.2016
- [58] <http://www.ley-metallbau-shop.de/shop/userfiles/images/Variante%201%20aufgesetzt.jpg>  
16.05.2016

---

## ABBILDUNGSVERZEICHNIS

<b>Abb.1.1</b>	„Glazed Link Library Walk“ Manchester [34]	2
<b>Abb.1.2</b>	Schrägansicht Glazed Link [2]	3
<b>Abb.1.3</b>	„MAS“ Antwerpen [45]	4
<b>Abb.1.4</b>	gewellte Glasscheiben beim „MAS“ [53]	5
<b>Abb.1.5</b>	„Apple Store“ Fifth Avenue, NYC [52]	5
<b>Abb.1.6</b>	„Apple Store“ Palo Alto [51]	6
<b>Abb.1.7</b>	Ansicht „Apple Store Brüssel“ [50]	6
<b>Abb.1.8</b>	Casa de Musica, Porto [40]	7
<b>Abb.1.9</b>	360° Bar auf dem Innsbrucker Rathaus [47]	8
<b>Abb.1.10</b>	Blick in das Innere der 360° Bar [48]	8
<b>Abb.2.1</b>	Floatverfahren [17]	12
<b>Abb.2.2</b>	Herstellungsablauf von VSG [11]	13
<b>Abb.2.3</b>	Schwerkraftbiegen [33]	15
<b>Abb.2.4</b>	Glasbiegen mittels beweglichen Formen [43]	16
<b>Abb.2.5</b>	Laminationsbiegen [42], [46]	17
<b>Abb.2.6</b>	Gleichgewichtstypen [49]	19
<b>Abb.2.7</b>	Systemverformungen [6]	19
<b>Abb.2.8</b>	Last-Verformungs-Diagramm [6]	20
<b>Abb.2.9</b>	Knicken, Kippen, Beulen [6]	21
<b>Abb.2.10</b>	Eigenformen einer ebenen Scheibe	21
<b>Abb.2.11</b>	Tragverhalten Knicken [1]	22
<b>Abb.2.12</b>	Beispiel einer Knickspannungslinien aus dem Stahlbau [1]	23
<b>Abb.2.13</b>	Knickspannungskurve VSG mit $w_0 = L / 500$ [1]	24
<b>Abb.2.14</b>	Tragverhalten Beulen [1]	25
<b>Abb.2.15</b>	Tragverhalten Schalenbeulen [31]	25
<b>Abb.2.16</b>	Traglastkurven von Knicken, Platten- und Schalenbeulen [28]	26
<b>Abb.3.1</b>	Spannungs-Dehnungs-Diagramm, Glas im Vergleich zu Stahl [8]	28
<b>Abb.3.2</b>	Spannungsverteilung von VSG bei verschiedenen Verbundansätzen [10]	30
<b>Abb.3.3</b>	Schubmodulvergleich SG - PVB [45]	31
<b>Abb.3.4</b>	Eigen Spannungszustand vorgespannter Gläser [11]	32
<b>Abb.3.5</b>	Vergleich der Zugfestigkeit und des Bruchverhaltens von ESG, TVG und Floatglas [13]	33
<b>Abb.3.6</b>	Geometrieverhältnisse einer gebogenen Glasscheibe (Kreissegment)[16]	35
<b>Abb.3.7</b>	Details zur Lagerung von Glasscheiben [2], [55]	37
<b>Abb.3.8</b>	Lasteinleitungsarten [2]	38
<b>Abb.4.1</b>	Modell und Referenzpunkte in ABAQUS	45

---

<b>Abb.4.2</b>	1. Eigenform M01 .....	47
<b>Abb.4.3</b>	2. Eigenform M01 .....	47
<b>Abb.4.4</b>	3. Eigenform M01 .....	48
<b>Abb.4.5</b>	Last-Verformungs-Diagramm M01 (kraft- und weggesteuert) .....	49
<b>Abb.4.6</b>	max Hauptzugspannungszustand M01 .....	49
<b>Abb.4.7</b>	1. Eigenformen M12 bis M15 .....	50
<b>Abb.4.8</b>	kritische Knicklasten - Variation der Scheibenhöhe .....	51
<b>Abb.4.9</b>	Last-Verformungs-Diagramm - Variation der Scheibenhöhe (kraftgesteuert) .....	52
<b>Abb.4.10</b>	Last-Verformungs-Diagramm - Variation der Scheibenhöhe (weggesteuert) .....	52
<b>Abb.4.11</b>	Hauptzugspannungszustand der Modelle M12 und M01 .....	53
<b>Abb.4.12</b>	Hauptzugspannungszustand der Modelle M13, M14 und M15 .....	53
<b>Abb.4.13</b>	max Hauptzugspannungen - Variation der Scheibenhöhe .....	54
<b>Abb.4.14</b>	1. Eigenform der Modelle M22 bis M24 .....	55
<b>Abb.4.15</b>	kritische Knicklasten - Variation der Scheibenbreite .....	56
<b>Abb.4.16</b>	Last-Verformungs-Diagramm - Variation der Scheibenbreite .....	57
<b>Abb.4.17</b>	Hauptzugspannungszustand der Modelle M22 und M01 .....	57
<b>Abb.4.18</b>	Hauptzugspannungszustand der Modelle M23 und M24 .....	58
<b>Abb.4.19</b>	max Hauptzugspannungen - Variation der Scheibenbreite .....	58
<b>Abb.4.20</b>	1. Eigenform der Modelle M32 bis M35 .....	60
<b>Abb.4.21</b>	kritische Knicklasten - Variation des Krümmungsradius .....	61
<b>Abb.4.22</b>	Last-Verformungs-Diagramm - Variation des Krümmungsradius .....	61
<b>Abb.4.23</b>	Hauptzugspannungszustand der Modelle M32 und M35 .....	62
<b>Abb.4.24</b>	Hauptzugspannungszustand der Modelle M33 und M34 .....	62
<b>Abb.4.25</b>	max Hauptzugspannungen - Variation des Krümmungsradius .....	63
<b>Abb.4.26</b>	1. Eigenform der Modelle M42 bis M44 .....	64
<b>Abb.4.27</b>	kritische Knicklasten - Variation des Scheibenaufbaus .....	65
<b>Abb.4.28</b>	Last-Verformungs-Diagramm - Variation des Scheibenaufbaus .....	66
<b>Abb.4.29</b>	Hauptzugspannungszustand der Modelle M42 und M43 .....	66
<b>Abb.4.30</b>	Hauptzugspannungszustand der Modelle M01 und M44 .....	67
<b>Abb.4.31</b>	max Hauptzugspannungen - Variation des Scheibenaufbaus .....	67
<b>Abb.4.32</b>	1. Eigenform der Modelle M52 bis M54 .....	69
<b>Abb.4.33</b>	kritische Knicklasten - Variation des Schubmoduls der Zwischenschicht .....	70
<b>Abb.4.34</b>	Last-Verformungs-Diagramm - Variation des Schubmoduls der Zwischenschicht .....	70
<b>Abb.4.35</b>	Hauptzugspannungszustand der Modelle M52 und M01 .....	71
<b>Abb.4.36</b>	Hauptzugspannungszustand der Modelle M53 und M54 .....	71
<b>Abb.4.37</b>	max Hauptzugspannungen - Variation des Schubmoduls der Zwischenschicht .....	72
<b>Abb.4.38</b>	1. Eigenform der Modelle M01, M62 und M63 .....	73

---

---

<b>Abb.4.39</b>	Last-Verformungs-Diagramm - Lasteinleitungsart .....	74
<b>Abb.4.40</b>	Hauptzugspannungszustand der Serie Lasteinleitungsart .....	75
<b>Abb.4.41</b>	max Hauptzugspannungen - Lasteinleitungsart .....	75
<b>Abb.4.42</b>	Last-Verformungs-Diagramm - Variation der Vorverformung .....	77
<b>Abb.4.43</b>	Hauptzugspannungszustand der Serie Vorverformung .....	77
<b>Abb.4.44</b>	max Hauptzugspannungen - Variation der Vorverformung .....	78
<b>Abb.4.45</b>	Modell M01 mit seitlicher Halterung, 1. und 2. Eigenform .....	80
<b>Abb.4.46</b>	max Hauptzugspannungen mit (links) und ohne (rechts) seitlicher Halterung .....	81
<b>Abb.4.47</b>	max Hauptzugspannungen - seitlich frei und fest.....	81
<b>Abb.4.48</b>	Versuchsaufbau zur Knickanalyse ebener Glasscheiben [1] .....	83
<b>Abb.4.49</b>	Lasteinleitung zu experimentellen Beulanalysen ebener Glasscheiben [7].....	84
<b>Abb.4.50</b>	Segmentlagerung für gekrümmte Glasscheiben.....	84

---

---

## TABELLENVERZEICHNIS

<b>Tab.2.1</b>	Chemische Zusammensetzung von Kalk-Natron-Glas [10] .....	11
<b>Tab.3.1</b>	Charakteristische Zugfestigkeiten von ebenem Glas .....	28
<b>Tab.3.2</b>	Abminderungsfaktor für die Klassen der Einwirkungsdauer [29] .....	29
<b>Tab.3.3</b>	Abminderungsfaktor für die Art der Beanspruchung [29] .....	29
<b>Tab.3.4</b>	Charakteristische Biegezugfestigkeiten für gebogenes Glas (Vorschläge)[33] .....	29
<b>Tab.3.5</b>	Nennstärken und Toleranzen von Floatglas [7] .....	34
<b>Tab.3.6</b>	Grenzwerte für Vorverformungen von Glasscheiben .....	36
<b>Tab.3.7</b>	Materialkennwerte ausgewählter Kunststoffe [17] .....	39
<b>Tab.4.1</b>	Parametermatrix .....	41
<b>Tab.4.2</b>	Nomenklatur der Modelle .....	42
<b>Tab.4.3</b>	Einheiten bei der Implementierung in ABAQUS .....	43
<b>Tab.4.4</b>	Materialkennwerte für ABAQUS .....	44
<b>Tab.4.5</b>	Lagerbedingungen der Referenzpunkte (x = gesperrt) .....	45
<b>Tab.4.6</b>	Eigenwerte Referenzmodell M01 .....	48
<b>Tab.4.7</b>	kritische Knicklasten - Variation der Scheibenhöhe .....	51
<b>Tab.4.8</b>	Lasten bei erreichten Grenzzugspannungen .....	54
<b>Tab.4.9</b>	kritische Knicklasten - Variation der Scheibenbreite .....	56
<b>Tab.4.10</b>	Lasten bei erreichten Grenzzugspannungen .....	59
<b>Tab.4.11</b>	kritische Knicklasten - Variation des Krümmungsradius .....	60
<b>Tab.4.12</b>	Lasten bei erreichten Grenzzugspannungen .....	63
<b>Tab.4.13</b>	kritische Knicklasten - Variation des Scheibenaufbaus .....	65
<b>Tab.4.14</b>	Lasten bei erreichten Grenzzugspannungen .....	68
<b>Tab.4.15</b>	E-Module für gewählte Schubmodule .....	68
<b>Tab.4.16</b>	kritische Knicklasten - Variation des Schubmodules der Zwischenschicht .....	69
<b>Tab.4.17</b>	Lasten bei erreichten Grenzzugspannungen .....	72
<b>Tab.4.18</b>	kritische Knicklasten - Lasteinleitungsart .....	74
<b>Tab.4.19</b>	Lasten bei erreichten Grenzzugspannungen .....	76
<b>Tab.4.20</b>	kritische Knicklasten - Lasteinleitungsart .....	76
<b>Tab.4.21</b>	Lasten bei erreichten Grenzzugspannungen .....	78
<b>Tab.4.22</b>	kritische Knicklasten - Grenzwertbetrachtung seitlicher Lagerung .....	80

---