

Stefan L. Hölzl

Modellbildung und Reglerentwurf für eine  
synchrone Reluktanzmaschine







Stefan Lambert Hölzl, BSc

# Modellbildung und Reglerentwurf für eine synchrone Reluktanzmaschine

## MASTERARBEIT

zur Erlangung des akademischen Grades  
Diplom-Ingenieur  
Masterstudium Telematik

eingereicht an der

**Technischen Universität Graz**

Betreuer

Priv.-Doz. Dipl.-Ing. Dr. techn. Robert Bauer  
Institut für Regelungs- und Automatisierungstechnik

In Zusammenarbeit mit



Graz, August 2016

## EIDESSTATTLICHE ERKLÄRUNG

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen/Hilfsmittel nicht benutzt, und die den benutzten Quellen wörtlich und inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe. Das in TUGRAZonline hochgeladene Textdokument ist mit der vorliegenden Masterarbeit identisch.

29. 8. 2016

Datum

Stefan Lambert Högl

Unterschrift

»Großartig sind die Werke des HERRN,  
erforscht von allen,  
die Gefallen an ihnen haben.«

(Psalm 111,2)



# Danksagung

Nun bin ich schließlich doch an diesem Punkte angekommen, nach dem mein Herz schon lang sich sehnt. Nicht das Ende dessen, was sich über die Jahre doch zu einem richt'gen Studium geformt, sondern der Punkt, an dem ich endlich Danke sagen darf. Hier nun stehend und zurückblickend, umweht ein seltsam- wehmütig' Gefühl mein Gemüt. Auf die Zeit des Studierens mit all ihren Höhen und Tiefen blicke ich voll Dankbarkeit und Freude zurück als auf eine Zeit, welche mir, so dünkt's mich, wohl immer als eine der schönsten in meinem Leben in Erinnerung bleiben wird.

Voll Dankbarkeit – und das zurecht! Bin ich doch so vielen wunderbaren Menschen zur Dankbarkeit verpflichtet, ohne die ich – dessen bin ich gewiss – heute hier nicht stehen würde. Und obgleich sie es alle wert wären, genannt zu werden, so wären dafür – fürchte ich – auch zehn Seiten noch zu wenig. So will ich denn stellvertretend ein paar wenige herausgreifen, um ihnen meine Dankbarkeit an dieser Stelle kundwerden zu lassen.

Am Gedeihen dieser Arbeit war in großem Maße mein hoch geschätzter Betreuer Robert Bauer beteiligt. Er erwies sich wahrlich als hervorragender Betreuer. Stets mit Rat und Tat zugegen, stets darum bemüht, mir etwas beizubringen, hatte er immer eine Lösung parat, wenn ich nicht weiter wusste. Mehr noch als seine Kompetenz hat mich an ihm jedoch seine demütige und umgängliche Art beeindruckt! Neben Robert bin ich auch meinen geschätzten Kollegen bei der Kristl, Seibt & Co. GmbH zu Dank verpflichtet. Unter ihnen möchte ich hier besonders Klaus Lang, Klemens Kranawetter und Martin Forstinger erwähnen ob ihrer praktischen Hilfe, welche mir immer wieder zuteil wurde. Auch Matthias Pirstinger bin ich zu besonderem Dank verpflichtet, da er sich in Betreff des Prüfstandes als kompetenter und äußerst hilfsbereiter Ansprechpartner erwiesen.

Dass ich überhaupt bis zur Masterarbeit gekommen bin, verdanke ich zu großen Teilen meinen Studienkollegen. Viele Namen gäbe es hier zu nennen, doch fehlt mir der Platz zu reden von Georg und Hannes, von Andreas, Martin, Thomas und Achim. Doch müssen zwei Namen hier genannt werden, denen ich zu tiefst dankbar bin, denn ohne Lea Hehenberger, geb. Wagner, und David J.

Schinagl wäre ich heute wohl nicht hier! Diese beiden haben nebst vielen Dingen auch besonders meinen Mangel an Organisationstalent ausgefüllt. Doch mehr noch als für den studentischen Erfolg bin ich meinen Studienkollegen – welche teils zu echten Freunden wurden – dankbar, dass sie viel dazu beigetragen haben, die letzten Jahre zu dieser besonderen Zeit zu machen, die ich eingangs erwähnt.

Doch nicht nur Mitstudenten, sondern auch manchen Professoren gilt mein Dank. Hier sei besonders Herr Nicolaos Dourdoumas erwähnt, welcher mich mit seiner Begeisterung und Liebe zur Regelungstechnik angesteckt!

Nun füllen sich die Seiten schon, doch kann der Dank hier noch nicht enden. Nicht bevor ich mich bedankt bei den guten Freunden, die mich über die Jahre immer wieder unterstützt und ermutigt! Allen voran gilt mein Dank hier meinem Mitbewohner Alexander J. Wolf, welcher mich so lange ausgehalten und mich ermutigt, wenn ich nicht mehr wollte. Sodann will ich mich bedanken bei Sebastian Steiner, Paul E. Fink, Thomas Höll und Berthold Weinberger für ihre treue Freundschaft! Aber auch Julia Brugger will ich nicht unerwähnt lassen zumal sie immer an mich geglaubt, als ich noch alles aufgeben und Kindergärtner werden wollte!

Ganz großen Dank schulde ich meiner Familie, allen voran meinen Eltern Lambert und Huberta! Sie haben mich immer unterstützt und mir mein Studium überhaupt ermöglicht! Doch nicht nur das – von ihnen habe ich viel lernen dürfen und ihre Großzügigkeit sucht ihresgleichen. Sie haben mir erlaubt das zu tun, was mir Freude macht und mir ermöglicht die Studienzeit zu genießen (und dieser, mein Schreibstil ist wohl ein beredter Zeuge dafür, dass ich mich in den letzten Jahren nicht nur der Lektüre technischer Werke hingegeben).

Ach, vielen würde ich gerne noch meine Dankbarkeit bezeugen, doch muss ich langsam zum Ende kommen.

Mein größter Dank und meine höchste Ehrerbietung gebühren meinem Herrn und Heiland, meinem Gott Jesus Christus! Er hat diese Welt so wunderbar geschaffen, dass wir sie erforschen und begreifen und unsre Freude daran haben können. Er hat mich gesegnet mit meinen Eltern und all den Menschen, die ich zuvor erwähnt. Er hat mich beschenkt mit einem Verstande, mit welchem ich die wohl schönste aller Disziplinen, die Regelungstechnik, begreifen kann. Und er gibt mir Sinn und Freude im Leben und schließlich Zukunft und Hoffnung, die über dieses Leben hinausgehen.

*Stefan Lambert Hölzl*

# Zusammenfassung

Diese Arbeit gibt zunächst eine kurze Übersicht über Prinzip und Funktionsweise der synchronen Reluktanzmaschine.

Sodann wird ein physikalisch motiviertes mathematisches Modell derselben erstellt. Hierfür wird das Grundwellenmodell der Asynchronmaschine, welches auf der Raumzeigertheorie basiert, auf die synchrone Reluktanzmaschine übertragen. Dabei zeigt sich, dass das Modell der Reluktanzmaschine im rotorfesten Koordinatensystem eine große Ähnlichkeit zu dem Modell der Asynchronmaschine im rotorflussfesten Koordinatensystem aufweist.

Bei der Modellbildung wird ein besonderes Augenmerk auf die sog. Sättigung gelegt, da diese bei Reluktanzmaschinen eine nicht unbedeutende Rolle spielt. Die Eisen- oder Ummagnetisierungsverluste werden hingegen vernachlässigt.

Darauf aufbauend wird eine feldorientierte Regelung entworfen. Hierbei zeigt sich, dass sich die Ideen der Asynchronmaschine auf die synchrone Reluktanzmaschine übertragen lassen. Weiters werden Methoden zur Parameterbestimmung – vornehmlich der Induktivitäten – erörtert.

Endlich wird die Regelung an einem Prüfstand mithilfe von Drehmoment- und Drehzahlprüfungen verifiziert. Dabei zeigt sich, dass die synchrone Reluktanzmaschine durchaus einen Vorteil gegenüber der Asynchronmaschine aufweist. Allerdings kann sich der Einfluss der Sättigung, gerade von einem praktischen Standpunkt aus, als problematisch erweisen.



# Abstract

At first, this thesis gives an overview of the functional principle of a synchronous reluctance machine.

Then, a mathematical model, by means of physically based modelling, is developed. This model is based on the fundamental wave model of the asynchronous machine—which is based on space phasor theory. It is shown that the model of the synchronous reluctance machine in rotor fixed reference frame is very similar to the model of the asynchronous machine in rotor-flux fixed reference frame.

The so-called saturation is taken into consideration, for it is significant when it comes to reluctance machines. Yet core losses are neglected.

Based on this model, a field-oriented control is designed. Here, the ideas of the asynchronous machine can be adopted. Furthermore, methods for parameter identification—most notably for identifying inductances—are discussed.

Finally, the control is evaluated on a test bench, by means of torque and speed step responses. It is shown, that the synchronous reluctance machine has a certain advantage over the asynchronous machine. However, the impact of saturation can be a serious problem—especially from a practical point of view.



# Inhaltsverzeichnis

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| <b>1</b> | <b>Einleitung</b>                                | <b>1</b>  |
| 1.1      | Motivation und Ziel . . . . .                    | 1         |
| 1.2      | Notation . . . . .                               | 2         |
| 1.3      | Reluktanzmaschine . . . . .                      | 3         |
| 1.4      | Feldorientierte Regelung . . . . .               | 5         |
| 1.4.1    | Koordinatensysteme . . . . .                     | 5         |
| <b>2</b> | <b>Modellbildung</b>                             | <b>9</b>  |
| 2.1      | Vorbetrachtungen . . . . .                       | 9         |
| 2.2      | Elektromagnetisches Teilsystem . . . . .         | 10        |
| 2.2.1    | Definition der Induktivität . . . . .            | 11        |
| 2.2.2    | Zustandsvariablen . . . . .                      | 15        |
| 2.3      | Drehmoment . . . . .                             | 18        |
| 2.4      | Mechanisches Teilsystem . . . . .                | 20        |
| 2.5      | Vereinfachungen . . . . .                        | 20        |
| <b>3</b> | <b>Reglerentwurf</b>                             | <b>25</b> |
| 3.1      | Vorbetrachtungen . . . . .                       | 25        |
| 3.2      | Stromregelkreis . . . . .                        | 26        |
| 3.3      | Drehmomentregler . . . . .                       | 28        |
| 3.4      | Drehzahlregelkreis . . . . .                     | 28        |
| 3.5      | Gesamtstruktur . . . . .                         | 30        |
| 3.6      | Berücksichtigung nichtlinearer Effekte . . . . . | 30        |
| <b>4</b> | <b>Parameterbestimmung</b>                       | <b>35</b> |
| 4.1      | Umrichternichtlinearität . . . . .               | 35        |
| 4.2      | Induktivitätsmessung . . . . .                   | 37        |
| 4.2.1    | Gleichstromsprungversuche (Stillstand) . . . . . | 37        |
| 4.2.2    | Wechselstromversuche (Stillstand) . . . . .      | 41        |
| 4.2.3    | Stromabklingversuche (Stillstand) . . . . .      | 42        |
| 4.2.4    | Messung der induzierten Spannung . . . . .       | 43        |

## *Inhaltsverzeichnis*

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| 4.3      | Rotornullwinkel . . . . .                           | 46        |
| 4.4      | Spannungsmessung bei PWM-Signalen . . . . .         | 48        |
| <b>5</b> | <b>Ergebnisse</b>                                   | <b>51</b> |
| 5.1      | Beschreibung des Prüfstandes . . . . .              | 51        |
| 5.2      | Beschreibung der Regler . . . . .                   | 55        |
| 5.3      | Drehmomentsprünge . . . . .                         | 56        |
| 5.3.1    | Dynamik . . . . .                                   | 56        |
| 5.3.2    | Stationäre Genauigkeit . . . . .                    | 58        |
| 5.4      | Drehzahlsprünge . . . . .                           | 59        |
| <b>6</b> | <b>Résumé</b>                                       | <b>69</b> |
| <b>A</b> | <b>Zusammenhang zwischen Fluss und Strom</b>        | <b>73</b> |
| <b>B</b> | <b>Definition magnetische Energie und Koenergie</b> | <b>75</b> |
| <b>C</b> | <b>Rotorbauweisen</b>                               | <b>79</b> |
|          | <b>Abkürzungsverzeichnis</b>                        | <b>81</b> |
|          | <b>Symbolverzeichnis</b>                            | <b>83</b> |
|          | <b>Literaturverzeichnis</b>                         | <b>87</b> |

# Abbildungsverzeichnis

|      |   |    |
|------|---|----|
| 1.1  | Prinzip Reluktanzkraft . . . . .                                      | 6  |
| 1.2  | Aufbau geschaltete Reluktanzmaschine . . . . .                        | 6  |
| 1.3  | Aufbau synchrone Reluktanzmaschine . . . . .                          | 8  |
| 1.4  | Stator- und rotorfestes Koordinatensystem . . . . .                   | 8  |
| 2.1  | Definition Induktivität . . . . .                                     | 14 |
| 2.2  | Kreuzsättigung . . . . .  | 14 |
| 2.3  | Einfluss der Kreuzsättigung . . . . .                                 | 23 |
| 2.4  | Differenzielle Induktivitäten (FEM-Berechnung) . . . . .              | 23 |
| 3.1  | Strukturbild Kaskadenregelkreis . . . . .                             | 32 |
| 3.2  | Strukturbild PI-Regler mit „Anti-Windup“-Maßnahme . . . . .           | 32 |
| 3.3  | Umrichternichtlinearität . . . . .                                    | 32 |
| 3.4  | Strukturbild Drehzahlregler (detailliert) . . . . .                   | 33 |
| 4.1  | Ersatzschaltbild PWR und SynRM . . . . .                              | 36 |
| 4.2  | Projektion Statorstromraumzeiger . . . . .                            | 36 |
| 4.3  | Messung Umrichternichtlinearität: $i(t), u(t)$ . . . . .              | 38 |
| 4.4  | Messung Umrichternichtlinearität: $u(i)$ . . . . .                    | 38 |
| 4.5  | Ersatzschaltbild synchrone Reluktanzmaschine . . . . .                | 40 |
| 4.6  | Gleichstromsprungversuch (Strommessung) . . . . .                     | 40 |
| 4.7  | Differenzielle Induktivität (AC- und DC-Versuch) . . . . .            | 44 |
| 4.8  | Stromabklingversuch (Strommessung) . . . . .                          | 44 |
| 4.9  | Stromverlauf bei Messung der induzierten Spannung . . . . .           | 47 |
| 4.10 | Einfluss Eisenverluste bei Messung der induzierten Spannung . . . . . | 47 |
| 5.1  | Aufbau Prüfstand . . . . .  | 54 |
| 5.2  | Stator und Rotor (synchrone Reluktanzmaschine) . . . . .              | 54 |
| 5.3  | Versuch 1 (Drehmomentsprung) . . . . .                                | 60 |
| 5.4  | Versuch 2 (Drehmomentsprung) . . . . .                                | 61 |
| 5.5  | Versuch 3 (Drehmomentsprung) . . . . .                                | 62 |
| 5.6  | Versuch 4 (Drehmomentsprung) . . . . .                                | 63 |

*Abbildungsverzeichnis*

|      |   |    |
|------|---|----|
| 5.7  | Versuch 5 (Drehmomentsprung) . . . . .                  | 64 |
| 5.8  | Versuch 6 (Drehmomentsprung) . . . . .                  | 65 |
| 5.9  | Versuch 7 (Drehmomentsprung) . . . . .                  | 66 |
| 5.10 | Versuch 8 (Drehzahlsprung) . . . . .                    | 66 |
| 5.11 | Versuch 9 (Drehzahlsprung) . . . . .                    | 67 |
| 5.12 | Versuch 10 (Drehzahlsprung) . . . . .                   | 68 |
| A    | Magnetisierungskennlinie . . . . .                      | 78 |
| B    | Magnetische Energie und magnetische Koenergie . . . . . | 78 |
| C    | Rotorbauweisen . . . . .                                | 79 |

# Tabellenverzeichnis

|     |  |    |
|-----|--|----|
| 5.1 | Technische Daten (Asynchronmaschine) . . . . .           | 52 |
| 5.2 | Technische Daten (synchrone Reluktanzmaschine) . . . . . | 53 |
| 5.3 | Reglerparameter der einzelnen Versuche . . . . .         | 57 |



# 1

## Einleitung



Synchrone Reluktanzmaschinen erwiesen sich in den letzten Jahren als interessante Alternative zu permanentmagneterregten Synchron- und Asynchronmaschinen (vgl. Vagati 1994). Die vorliegende Arbeit befasst sich mit synchronen Reluktanzmaschinen aus regelungstechnischer Sicht.

In diesem Kapitel werden zunächst *Motivation und Ziel* dargelegt. Hernach wird die verwendete *Notation* erläutert. Weiters wird ein kurzer Überblick über die (synchrone) *Reluktanzmaschine* gegeben. Endlich folgt ein knapper Abriss über die Regelung elektrischer Drehfeldmaschinen mittels *feldorientierter Regelung*.

### 1.1 Motivation und Ziel

Im Zuge einer Dissertation wurde für die Firma Kristl, Seibt & Co. GmbH eine synchrone Reluktanzmaschine (SynRM) gebaut (siehe Lang 2015). Der Fokus dieser Dissertation lag jedoch auf Design und Konstruktion der Maschine und weniger auf der Regelung.

Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist es daher, die Regelung von synchronen Reluktanzmaschinen zu untersuchen und ein geeignetes Regelungskonzept zu finden. Ausgehend von einer Asynchronmaschine (AM) sollen dazu die Ideen der feldorientierten Regelung (engl. „field-oriented control“, FOC) auf die synchrone Reluktanzmaschine übertragen werden. Dazu sollen zunächst mathematische Modelle für Simulation und Reglerentwurf erstellt werden. Die Regelung soll dann in der Simulation getestet und schließlich anhand von Versuchen am Prüfstand verifiziert und gegebenenfalls verbessert werden. Es bleibt

## 1 Einleitung

noch zu definieren, was unter einem *geeigneten* Regelungskonzept zu verstehen ist. Im Rahmen dieser Arbeit soll ein besonderes Augenmerk auf möglichst schnellen Drehmomentaufbau sowie möglichst gute Übereinstimmung zwischen erwartetem und tatsächlichem Moment gelegt werden.

Da die Qualität von Simulation und Regelung von der möglichst guten Übereinstimmung zwischen Modell- und Streckenparametern abhängt, sollen weiters Überlegungen zur Parameteridentifikation angestellt werden. Diese sollen dann am Prüfstand umgesetzt und für die Regelung verwendet werden.

Endlich soll in der ganzen Arbeit auf die Gemeinsamkeiten und Unterschiede zwischen Asynchron- und synchroner Reluktanzmaschine eingegangen werden.

## 1.2 Notation

An dieser Stelle sei in knappen Zügen die verwendete Notation erläutert.

*Kleinbuchstaben* bezeichnen grundsätzlich Augenblickswerte von zeitlich veränderlichen Größen (z. B. elektrische Stromstärke  $i$ ). Konsequenterweise wird deshalb auch der Augenblickswert des verketteten magnetischen Flusses  $\psi^1$  mit einem Kleinbuchstaben bezeichnet.

*Großbuchstaben* bezeichnen grundsätzlich Effektivwerte von zeitlich veränderlichen Größen. *Scheitelwerte* werden mit einem Dach gekennzeichnet (z. B.  $\hat{U} = \sqrt{2} \cdot U$ ).

*Vektoren* und *Matrizen* werden durch Fettdruck kenntlich gemacht (z. B.  $\boldsymbol{\psi} = \mathbf{L} \cdot \mathbf{i}$ ). Dabei stehen Kleinbuchstaben für Vektoren und Großbuchstaben für Matrizen. Vektoren sind immer Spaltenvektoren (d. h.  $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ \dots]^T$ ).

Das Ergebnis der *Ableitung* einer Funktion *nach einem Vektor* wird als Zeilenvektor definiert, z. B.

$$\frac{\partial \psi}{\partial \mathbf{i}} = \left[ \frac{\partial \psi}{\partial i_1} \quad \dots \quad \frac{\partial \psi}{\partial i_n} \right].$$

Die Ableitung eines Vektors nach einem Vektor ergibt damit die sog. Jacobi-Matrix.

*Komplexe Zahlen* werden unterstrichen (z. B.  $\underline{i} = \Re\{\underline{i}\} + j \Im\{\underline{i}\}$ )<sup>2</sup>. Dabei

---

<sup>1</sup>Der magnetische Fluss wird allgemein mit  $\Phi$  bezeichnet. Um zu verdeutlichen, dass der gesamte, von mehreren stromdurchflossenen Leitern hervorgerufene, Fluss gemeint ist, wird der verkettete magnetische Fluss  $\psi$  verwendet. In weiterer Folge wird abkürzend nur vom Fluss  $\psi$  gesprochen.

<sup>2</sup>Zur Bezeichnung der imaginären Einheit wird wie in der Elektrotechnik üblich  $j$  verwendet.

stehen Kleinbuchstaben weiterhin für Augenblickswerte und Großbuchstaben für Effektivwerte. Die *komplexe Konjugation* wird mit einem hochgestellten Stern bezeichnet (z. B.  $\underline{i}^* = \Re\{\underline{i}\} - j \Im\{\underline{i}\}$ ).

Für *Raumzeiger* werden zwei verschiedene Darstellungen verwendet. Zum einen werden sie als komplexe Zahlen dargestellt (z. B.  $\underline{u}^S = u_\alpha + ju_\beta$ ), zum anderen als Vektoren (z. B.  $\underline{u}^S = [u_\alpha \ u_\beta]^T$ ). In beiden Fällen bezeichnet ein *hochgestellter Index* das zu dem Raumzeiger gehörende Koordinatensystem.

*Vektoren im physikalischen Sinne* werden wie gewöhnlich mit einem Pfeil über der Größe gekennzeichnet (z. B.  $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$ ). Der *Betrag* wird durch  $|\cdot|$  oder durch Weglassen des Pfeils bezeichnet, und ist definiert als

$$x = |\vec{x}| = \sqrt{\sum_{j=1}^n x_j^2}.$$

Die Ableitung einer Funktion nach einem Vektor im physikalischen Sinne wird, im Unterschied zu normalen Vektoren, dennoch als Spaltenvektor definiert und entspricht somit dem *Gradienten*:

$$\frac{\partial W}{\partial \vec{x}} = \text{grad}_{\vec{x}} W = \frac{\partial W}{\partial x_1} \vec{e}_{x_1} + \dots + \frac{\partial W}{\partial x_n} \vec{e}_{x_n}.$$

Funktionen im *Laplace*-Bereich werden nur durch ein  $s$  im Argument gekennzeichnet (z. B.  $\mathcal{L}\{i(t)\} = i(s)$ ).

Für eine Liste der verwendeten Variablen und Symbole sei auf das Symbolverzeichnis, S. 83, verwiesen.

## 1.3 Reluktanzmaschine

Die folgenden Ausführungen über die Reluktanzmaschine sind entnommen aus Binder 2012, Lang 2015, Stölting und Kallenbach 2002 und Schröder 2009a.

Bei der Reluktanzmaschine handelt es sich um eine Synchronmaschine. Allerdings besitzt der Rotor weder Erregerwicklung noch Permanentmagneten. Das Funktionsprinzip der Reluktanzmaschine basiert auf den anisotropen Eigenschaften des Rotors und der sog. Reluktanzkraft (auch Maxwell'sche Zugkraft genannt). Abbildung 1.1 soll die Reluktanzkraft veranschaulichen. Dargestellt ist ein magnetischer Kreis mit beweglichem Kern. Fließt ein Strom, wird eine

## 1 Einleitung

Kraft auf den beweglichen Kern ausgeübt. Diese Kraft wird als Reluktanzkraft  $\vec{F}_R$  bezeichnet. Sie ist so gerichtet, dass der magnetische Widerstand (Reluktanz)  $R_{\text{mag}}$  des magnetischen Kreises minimiert wird. Die Reluktanzkraft kann über die Änderung der magnetischen Energie  $W_{\text{mag}}$  wie folgt ausgedrückt werden<sup>3</sup>:

$$\vec{F}_R = \frac{\partial W_{\text{mag}}}{\partial \vec{x}} = \frac{1}{2} \frac{\partial (L i^2)}{\partial \vec{x}} = \frac{N^2 i^2}{2} \frac{\partial}{\partial \vec{x}} \left( \frac{1}{R_{\text{mag}}} \right), \quad (1.1)$$

wobei  $N$  die Anzahl der Windungen bezeichnet. Bei der Reluktanzmaschine nutzt man diese Kraft zum Drehmomentaufbau, indem man durch verschiedene Maßnahmen versucht, den Reluktanzunterschied über den Umfang möglichst groß zu machen.

Grundsätzlich unterscheidet man zwei Arten von Reluktanzmaschinen, die *geschaltete* (engl. „switched reluctance motor“, SRM) und die *synchrone* (SynRM). In Abbildung 1.2 ist der prinzipielle Aufbau einer geschalteten Reluktanzmaschine dargestellt. Sie besitzt ausgeprägte Stator- und Rotornuten. Bei der geschalteten Reluktanzmaschine werden jeweils zwei gegenüberliegende Statorspulen bestromt, wodurch sich der Rotor aufgrund des durch die Reluktanzkraft hervorgerufenen Reluktanzmoments entsprechend ausrichtet. Ein offensichtlicher Nachteil der geschalteten Reluktanzmaschine ist die dadurch zu erwartende Drehmoment-Welligkeit. Des Weiteren werden ganz spezielle Stator- und Rotorformen benötigt.

Bei der synchronen Reluktanzmaschine ist der Stator gleich wie bei der Asynchronmaschine aufgebaut. Es wird ebenso ein sinusförmiges Drehfeld erzeugt, weshalb sich die Ideen der feldorientierten Regelung auf die synchrone Reluktanzmaschine übertragen lassen. Um einen möglichst großen Reluktanzunterschied über den Umfang zu erreichen, wird ebenfalls eine spezielle Rotorform benötigt. Ein guter Überblick über mögliche Rotorformen für eine hohe Anisotropie ist in Vagati 1994 gegeben. Der Aufbau der synchronen Reluktanzmaschine, welche für diese Arbeit zur Verfügung stand, ist in Abbildung 1.3 dargestellt.

Aufgrund ihres einfachen Aufbaus ergeben sich für die Reluktanzmaschine einige Vorteile. Zum einen wird die Maschine dadurch leicht, robust und kostengünstig. Des Weiteren entstehen, im Gegensatz zur Asynchronmaschine, keine Verluste im Rotor. Bei geeignetem Aufbau des Rotors liegt die synchrone Reluktanzmaschine, im Bezug auf die Drehmomentdichte (d. i. Moment bezogen auf

---

<sup>3</sup>Es wird angenommen, dass keine Sättigung auftritt, d. h.  $W_{\text{mag}} = W_{\text{mag}}^*$  (vgl. Anhang B).

Volumen), zwischen Asynchron- und permanentmagneterregter Synchronmaschine (bei Drehmomenten im Bereich 10–200 N m, vgl. Vagati 1994).

## 1.4 Feldorientierte Regelung

Das Konzept der feldorientierten Regelung hat sich als besonders leistungsfähig im Bezug auf die Regelung von Drehfeldmaschinen erwiesen. Dieses Konzept basiert auf dem sog. Grundwellenmodell der Drehfeldmaschine. Bei diesem Modell wird jeweils nur die Grundwelle betrachtet und die Oberwellen vernachlässigt. Des Weiteren werden elektrische Größen mithilfe von sog. Raumzeigern dargestellt.

Da es in der Literatur bereits viele sehr gute Abhandlungen zu diesem Thema gibt, wird hier nicht weiter darauf eingegangen. Vielmehr wird das Grundwellenmodell der Asynchronmaschine als bekannt vorausgesetzt. Für eine Herleitung des Grundwellenmodells der Asynchronmaschine und Grundlagen zu Raumzeigern sei an dieser Stelle jedoch auf die entsprechenden Kapitel in Forstinger 2013 und Schröder 2009b verwiesen.

### 1.4.1 Koordinatensysteme

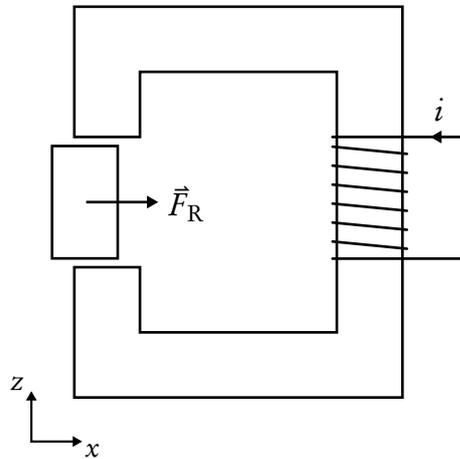
Es lassen sich in Verbindung mit Raumzeigern verschiedene Koordinatensysteme definieren. Der Realteil eines solchen Koordinatensystems wird dabei auch als *Längsweig* oder *-richtung*, der Imaginärteil als *Querweig* oder *-richtung* bezeichnet.

Ein erstes, naheliegendes Koordinatensystem ist das statorfeste. Wie auch bei der Asynchronmaschine üblich werden die Komponenten der Raumzeiger in diesem statorfesten Koordinatensystem (SKS) mit den Indizes  $\alpha$  und  $\beta$  bezeichnet. Ein Raumzeiger  $\underline{z}$  wird also im statorfesten Koordinatensystem wie folgt dargestellt:

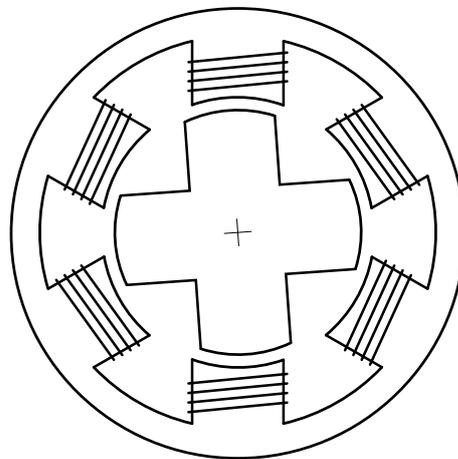
$$\underline{z}^S = u_\alpha + j u_\beta . \quad (1.2)$$

Da sich der magnetische Widerstand über den Rotorumfang ändert, ist es zweckmäßig, ein rotorfestes Koordinatensystem (RKS) zu definieren (siehe Abbildung 1.4). **NB:** Im Unterschied zur Asynchronmaschine werden die Komponenten der Raumzeiger im rotorfesten Koordinatensystem mit den Indizes  $d$  und  $q$  bezeichnet. Bei der Asynchronmaschine waren das die Komponenten

## 1 Einleitung



**Abbildung 1.1:** Ein magnetischer Kreis mit beweglichem Kern. Fließt ein Strom  $i$ , wirkt die sog. Reluktanzkraft  $\vec{F}_R$  auf den beweglichen Kern. Sie ist dabei so gerichtet, dass der magnetische Widerstand (Reluktanz) des magnetischen Kreises minimiert wird.



**Abbildung 1.2:** Aufbau einer geschalteten Reluktanzmaschine mit 6 Stator- und 4 Rotorzähnen.

#### 1.4 Feldorientierte Regelung

im rotorflussfesten Koordinatensystem! Ein Raumzeiger  $\underline{z}$  wird demnach im rotorfesten Koordinatensystem wie folgt dargestellt:

$$\underline{z}^R = u_d + j u_q. \quad (1.3)$$

Die Umrechnung zwischen diesen beiden Koordinatensystemen entspricht dabei einer Drehung des Raumzeigers um den Winkel  $\varphi_R$ . Hierbei gilt

$$\underline{z}^S = \underline{z}^R e^{j\varphi_R}. \quad (1.4)$$

Der elektrische Rotorwinkel (also der Winkel zwischen dem stator- und rotorfesten Koordinatensystem) wird mit  $\varphi_R$  bezeichnet. Er hängt mit dem mechanischen Rotorwinkel  $\varphi_{R,\text{mech}}$  über

$$\varphi_R = p \cdot \varphi_{R,\text{mech}} \quad (1.5)$$

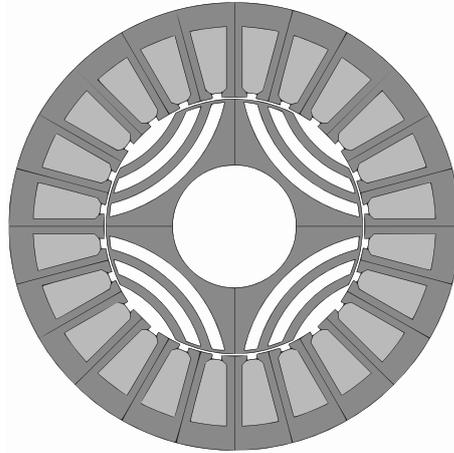
zusammen, wobei  $p$  die Polpaarzahl bezeichnet.

Der elektrische Rotorwinkel  $\varphi_R$  hängt mit der elektrischen Rotorwinkelgeschwindigkeit  $\omega_R$  über die Beziehung

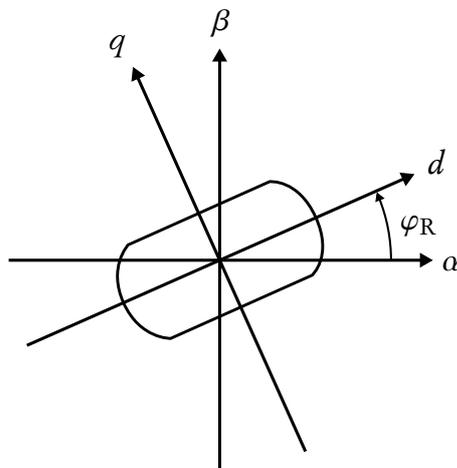
$$\varphi_R = \varphi_{R,0} + \int_0^t \omega_R(\tau) d\tau \quad \text{bzw.} \quad \omega_R = \frac{d\varphi_R}{dt} \quad (1.6)$$

zusammen. Wobei sich die elektrische Rotorwinkelgeschwindigkeit wiederum über die Polpaarzahl auf die mechanische umrechnen lässt ( $\omega_R = p \cdot \omega_{R,\text{mech}}$ ).

## 1 Einleitung



**Abbildung 1.3:** Aufbau der synchronen Reluktanzmaschine, welche für diese Arbeit zur Verfügung stand. Der Rotor besitzt zwei Polpaare. Aus: Lang 2015 (Änderungen durch den Autor).



**Abbildung 1.4:** Statorfestes  $\alpha$ - $\beta$ - und rotorfestes  $d$ - $q$ -Koordinatensystem. Im Unterschied zur Asynchronmaschine werden bei der synchronen Reluktanzmaschine die Komponenten des rotorfesten Koordinatensystems mit den Indizes  $d$  und  $q$  bezeichnet. Der Winkel zwischen dem stator- und rotorfesten Koordinatensystem entspricht dem elektrischen Rotorwinkel  $\varphi_R$ .

## 2

# Modellbildung



In diesem Kapitel wird zunächst ein *physikalisch motiviertes* Modell hergeleitet. Im Zuge dessen wird die Frage nach *Ursache und Wirkung* erörtert und der Begriff der *Induktivität* etwas näher betrachtet. Endlich werden *Vereinfachungen* getroffen, um dieses Modell für den Reglerentwurf nutzen zu können.

## 2.1 Vorbetrachtungen

Die Verwendung mathematischer Modelle hat sich in der Regelungstechnik als äußerst hilfreich und gewinnbringend erwiesen. Zum einen können diese Modelle zur Simulation verwendet werden, wodurch manche Fragen bereits im Vorfeld beantwortet werden können. Des Weiteren erweisen sie sich für den Reglerentwurf als äußerst nützlich.

Ein mathematisches Modell wird die Wirklichkeit nie exakt abbilden können. Dies ist jedoch, gerade aus Sicht der Regelungstechnik, auch nicht erwünscht. Ein Modell wird aus regelungstechnischer Sicht dann als gut bezeichnet, wenn es einerseits einfach ist, andererseits aber die wesentlichen dynamischen Vorgänge ausreichend gut abbildet. Was unter „ausreichend gut“ zu verstehen ist, richtet sich dabei nach dem konkreten Anwendungsfall. Insbesondere bei Modellen, welche für den Reglerentwurf verwendet werden, gilt somit der Grundsatz: „So einfach wie möglich, so kompliziert wie nötig.“ Aus diesem Grundsatz leitet sich auch die grundsätzliche Vorgehensweise ab. Zunächst wird möglichst einfach begonnen. Stellt sich heraus, dass das Modell zu stark vereinfachend ist, werden weitere Aspekte berücksichtigt, bis das Modell ausreichend genau ist.

Das in weiterer Folge präsentierte Modell basiert auf dem Grundwellenmodell

## 2 Modellbildung

der Asynchronmaschine. Da jedoch die sog. Sättigung bei synchronen Reluktanzmaschinen eine nicht unbedeutende Rolle spielt, wird diese zunächst bis zu einem gewissen Grade berücksichtigt. Die sog. Eisen- bzw. Ummagnetisierungsverluste, welche durchaus eine Rolle spielen können, werden hingegen vernachlässigt<sup>1</sup>.

### 2.2 Elektromagnetisches Teilsystem

Das dynamische Verhalten des elektromagnetischen Teilsystems der synchronen Reluktanzmaschine wird durch die komplexe Statorspannungsgleichung beschrieben. Sie folgt aus dem *Faraday'schen Induktionsgesetz* unter Berücksichtigung einer externen Spannungsquelle  $u$  und des Innenwiderstands der Spule  $R_S$  (vgl. Binder 2012). Im statorfesten Koordinatensystem lautet die komplexe Spannungsgleichung<sup>2</sup>

$$\underline{u}_S^S = R_S \underline{i}_S^S + \frac{d\underline{\psi}_S^S}{dt}. \quad (2.1)$$

**NB:** Im Unterschied zur Asynchronmaschine gibt es bei der synchronen Reluktanzmaschine nur *eine* komplexe Spannungsgleichung für den Stator. Die von der Asynchronmaschine bekannte Rotorspannungsgleichung entfällt. Es fällt auf, dass diese Gleichung exakt der Statorspannungsgleichung der Asynchronmaschine entspricht. Dies ist jedoch nicht verwunderlich, da der Stator, wie bereits erwähnt, bei beiden Maschinen exakt gleich aufgebaut ist.

Da die Induktivitäten der synchronen Reluktanzmaschine über den Umfang variieren, ist es zweckmäßig, eine Beschreibung im rotorfesten Koordinatensystem zu verwenden. Unter Verwendung von Gleichung (1.4) folgt nach ein paar

---

<sup>1</sup>Eine Betrachtung der Eisenverluste findet sich unter anderem bei Xu u. a. 1991.

<sup>2</sup>Da es bei der synchronen Reluktanzmaschine nur eine Spannungsgleichung für den Stator, aber keine für den Rotor gibt, wäre das tiefgestellte S – als Hinweis, dass es sich um eine Statorgröße handelt – eigentlich nicht nötig. Dennoch wird es bei Raumzeigern, in der Darstellung als komplexe Zahl, grundsätzlich angegeben. In der Vektordarstellung wird es, zusammen mit der Angabe des Koordinatensystems, grundsätzlich weggelassen. Alle Raumzeiger in Vektorschreibweise beziehen sich grundsätzlich auf Statorgrößen im rotorfesten Koordinatensystem!

kurzen Umformungen:

$$\underline{u}_S^R e^{j\varphi_R} = R_S \dot{i}_S^R e^{j\varphi_R} + \frac{d}{dt} (\underline{\psi}_S^R e^{j\varphi_R}) \quad (2.2a)$$

$$\underline{u}_S^R e^{j\varphi_R} = R_S \dot{i}_S^R e^{j\varphi_R} + \frac{d\underline{\psi}_S^R}{dt} e^{j\varphi_R} + j \underbrace{\underline{\psi}_S^R}_{\omega_R} \frac{d\varphi_R}{dt} e^{j\varphi_R}. \quad (2.2b)$$

Man erhält somit die Statorspannungsgleichung im rotorfesten Koordinatensystem:

$$\underline{u}_S^R = R_S \dot{i}_S^R + \frac{d\underline{\psi}_S^R}{dt} + j \omega_R \underline{\psi}_S^R. \quad (2.3)$$

In dieser Gleichung kommt sowohl der Strom  $i$  als auch der (verkettete) magnetische Fluss  $\psi$  vor. Diese beiden Größen sind jedoch nicht unabhängig voneinander<sup>3</sup>. Vielmehr führt ein Strom  $i$  zu einem Fluss  $\psi$ .

### 2.2.1 Definition der Induktivität

Der Zusammenhang zwischen Fluss  $\psi$  und Strom  $i$  kann mithilfe der *Induktivität* beschrieben werden. Da die Induktivität i. Allg. vom Arbeitspunkt abhängt, ist es sinnvoll, zwischen der (Sekanten-)Induktivität  $L$  und der differentiellen Induktivität  $L_\delta$  zu unterscheiden (vgl. Bode 2009).

Die Induktivität  $L$  wird dabei wie gewöhnlich als

$$L := \frac{\psi}{i} \quad (2.4)$$

definiert und entspricht der Steigung der Sekante im Arbeitspunkt. Die differentielle Induktivität  $L_\delta$  wird als

$$L_\delta := \frac{\partial \psi}{\partial i} \quad (2.5)$$

definiert und stellt damit die Steigung der Tangente im Arbeitspunkt dar. Diese beiden Definitionen werden in Abbildung 2.1 veranschaulicht.

<sup>3</sup>Für eine genauere Betrachtung des physikalischen Zusammenhangs sei an dieser Stelle auf Anhang A verwiesen.

## 2 Modellbildung

Die Umrechnung der beiden Induktivitäten ineinander ist grundsätzlich möglich und folgt aus den Definitionen. Es gilt

$$L_\delta = \frac{\partial \psi}{\partial i} = \frac{\partial(L i)}{\partial i} = \frac{\partial L(i)}{\partial i} i + L(i). \quad (2.6)$$

Durch Trennung der Variablen und Integration von Gleichung (2.5) erhält man bei verschwindenden Anfangswerten:

$$L i = \psi = \int d\psi = \int L_\delta(i) di \quad (2.7a)$$

$$\Rightarrow L = \frac{\int L_\delta(i) di}{i} \quad (2.7b)$$

Definiert man nun nach Gleichung (2.4) für den Rotor eine Induktivität  $L_d$  in Längs- und eine Induktivität  $L_q$  in Querrichtung, so kann der Zusammenhang zwischen dem Statorstromraumzeiger  $i_S^R$  und dem Statorflussraumzeiger  $\underline{\psi}_S^R$  (jeweils im rotorfesten Koordinatensystem) für die einzelnen Komponenten mit

$$\psi_d = L_d i_d \quad \text{bzw.} \quad \psi_q = L_q i_q \quad (2.8)$$

angeben werden. Verwendet man die Vektorschreibweise<sup>4</sup>, so kann der Zusammenhang mit

$$\underline{\psi} = \begin{bmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{bmatrix} \underline{i} = \underline{L} \cdot \underline{i} \quad (2.9)$$

dargestellt werden. Dabei ist  $\underline{\psi} = [\psi_d \ \psi_q]^T$  und  $\underline{i} = [i_d \ i_q]^T$ . Die Induktivitätsmatrix  $\underline{L}$  ist zwangsweise eine *Diagonalmatrix*, da Längs- und Quersweig orthogonal zueinander sind und somit keine Gegeninduktion stattfindet.

Wie eingangs bereits erwähnt, ist der Zusammenhang zwischen Fluss und Strom  $i$ . Allg. nichtlinear. Dafür ist jedoch nicht nur die Sättigung verantwortlich, sondern auch die sog. *Kreuzsättigung* (engl. „cross saturation“). Die Kreuzsättigung beschreibt das Phänomen, dass die Induktivität im Längsweig nicht nur vom Strom im Längsweig, sondern auch vom Strom im Quersweig abhängt. Dasselbe gilt natürlich auch umgekehrt. Abbildung 2.2 zeigt diese Abhängigkeit qualitativ für den Fluss in Längsrichtung. Der Grund für diese Abhängigkeit

<sup>4</sup>Wie bereits erwähnt, bezeichnen Raumzeiger in Vektorschreibweise grundsätzlich Statorgrößen im rotorfesten Koordinatensystem.

liegt darin, dass die Flüsse in Längs- und Querrichtung teilweise denselben Pfad durchfließen (siehe Im u. a. 2009)<sup>5</sup>.

Die Kreuzsättigung führt dazu, dass die differenzielle Induktivitätsmatrix

$$\mathbf{L}_\delta = \frac{\partial \boldsymbol{\psi}}{\partial \mathbf{i}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \psi_d}{\partial i_d} & \frac{\partial \psi_d}{\partial i_q} \\ \frac{\partial \psi_q}{\partial i_d} & \frac{\partial \psi_q}{\partial i_q} \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

i. Allg. eine vollbesetzte Matrix ist. Allerdings handelt es sich bei  $\mathbf{L}_\delta$  um eine *symmetrische* Matrix (siehe Anhang B).

Da der Zusammenhang zwischen Fluss und Strom i. Allg. nichtlinear ist, kann er somit i. Allg. auch nicht wie in Gleichung (2.9) durch eine lineare Abbildung beschrieben werden. Aus diesem Grunde soll an dieser Stelle die Abbildung

$$l: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, \mathbf{i} \mapsto \boldsymbol{\psi} \quad (2.11)$$

definiert werden, wobei diese gegeben ist durch

$$\boldsymbol{\psi} = l(\mathbf{i}) = \begin{bmatrix} L_d \cdot i_d \\ L_q \cdot i_q \end{bmatrix}. \quad (2.12)$$

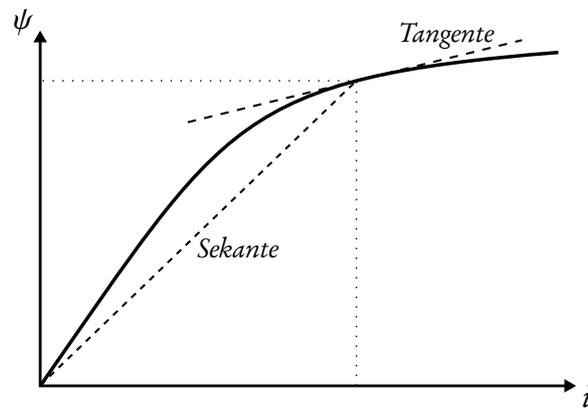
Es stellt sich dabei die Frage, ob zu dieser Abbildung auch eine Umkehrabbildung existiert. Um diese Frage zu klären wird der Begriff des *Diffeomorphismus* eingeführt. Ein Diffeomorphismus bezeichnet eine Abbildung, welche stetig differenzierbar und eineindeutig ist (siehe Adamy 2014). Letzteres bedeutet, dass die Umkehrabbildung existiert. Dabei gilt, dass die Abbildung  $\boldsymbol{\psi} = l(\mathbf{i})$  genau dann ein Diffeomorphismus auf  $\mathcal{U} \subseteq \mathbb{R}^2$  ist, wenn

$$\det \left( \frac{\partial l(\mathbf{i})}{\partial \mathbf{i}} \right) \neq 0, \quad \forall \mathbf{i} \in \mathcal{U} \quad (2.13)$$

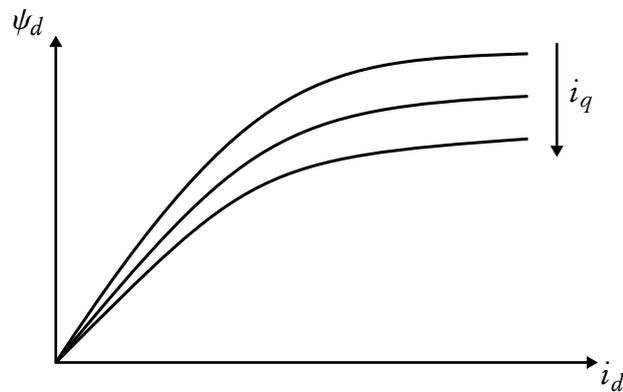
ist. Dabei handelt es sich bei der Jacobi-Matrix der Abbildung  $\boldsymbol{\psi} = l(\mathbf{i})$  genau um die differenzielle Induktivitätsmatrix  $\mathbf{L}_\delta$ . Gelingt es zu zeigen, dass die differenzielle Induktivitätsmatrix (in einem gewissen Gebiet) invertierbar ist, so

<sup>5</sup>Dadurch wäre es, insbesondere bei großen Flüssen, auch denkbar, dass in einem Zweige, aufgrund der Magnetisierung  $\vec{M}$  (vgl. Binder 2012, S. 18 ff.), ein Fluss vorhanden ist, obgleich in demselben Zweige kein Strom fließt. Dieser Effekt wird jedoch, zusammen mit der Hysterese, vernachlässigt (vgl. hierzu auch Anhang A).

## 2 Modellbildung



**Abbildung 2.1:** Bei der Definition der Induktivität als Quotient von Fluss  $\psi$  und Strom  $i$ , wird zwischen der als Sekantensteigung definierten Induktivität  $L$  und der als Tangentensteigung definierten differentiellen Induktivität  $L_\delta$  unterschieden.



**Abbildung 2.2:** Die Kreuzsättigung beschreibt das Phänomen, dass die Induktivität (und damit der Fluss) in Längsrichtung nicht nur vom Strom in Längsrichtung, sondern auch vom Strom im Querrichtung abhängt. Dasselbe gilt natürlich auch für die Induktivität in Querrichtung.

folgt daraus, dass auch die Umkehrabbildung von  $\boldsymbol{\psi} = l(\mathbf{i})$  (in diesem Gebiet) existiert<sup>6</sup>. Dazu soll nun die differenzielle Induktivitätsmatrix etwas genauer untersucht werden:

$$L_{\delta} = \frac{\partial \boldsymbol{\psi}}{\partial \mathbf{i}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \psi_d}{\partial i_d} & \frac{\partial \psi_d}{\partial i_q} \\ \frac{\partial \psi_q}{\partial i_d} & \frac{\partial \psi_q}{\partial i_q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial L_d}{\partial i_d} i_d + L_d & \frac{\partial L_d}{\partial i_q} i_d \\ \frac{\partial L_q}{\partial i_d} i_q & \frac{\partial L_q}{\partial i_q} i_q + L_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{dt} & L_{dq} \\ L_{dq} & L_{qt} \end{bmatrix} \quad (2.14a)$$

$$\text{mit} \quad L_{dt} := \frac{\partial \psi_d}{\partial i_d}, \quad L_{qt} := \frac{\partial \psi_q}{\partial i_q}, \quad L_{dq} := \frac{\partial \psi_d}{\partial i_q} = \frac{\partial \psi_q}{\partial i_d}. \quad (2.14b)$$

Damit  $L_{\delta}$  invertierbar ist, darf deren Determinante nicht verschwinden, d. h. es muss

$$L_{dt}L_{qt} - L_{dq}^2 \stackrel{!}{\neq} 0 \quad (2.15)$$

gelten. Ausgehend von den Anmerkungen in Anhang A und der Gleichung (A.6) kann leicht nachvollzogen werden, dass  $L_{dt}$  und  $L_{qt}$  stets größer null sein müssen.

Hier enden jedoch die theoretisch-analytischen Aussagen. Die Frage nach der Existenz der Inversen von  $L_{\delta}$  muss somit für den konkreten Anwendungsfall geklärt werden. Es ist jedoch zu erwarten, dass die Inverse für praktisch relevante Fälle existiert<sup>7</sup>.

### 2.2.2 Zustandsvariablen

Nachdem nun die nötigen Grundlagen gelegt sind, kann das Modell erstellt werden. Dazu noch einmal die Statorspannungsgleichung (im RKS) in Vektorschreibweise:

$$\mathbf{u} = \underbrace{\begin{bmatrix} R_S & 0 \\ 0 & R_S \end{bmatrix}}_{=:R} \mathbf{i} + \frac{d\boldsymbol{\psi}}{dt} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}}_{=:J} \omega_R \boldsymbol{\psi} = R \mathbf{i} + \frac{d\boldsymbol{\psi}}{dt} + J \omega_R \boldsymbol{\psi} \quad (2.16a)$$

$$\text{mit} \quad \boldsymbol{\psi} = \begin{bmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{bmatrix} \mathbf{i} = L \mathbf{i} \quad \text{bzw.} \quad L^{-1} \boldsymbol{\psi} = \mathbf{i}. \quad (2.16b)$$

<sup>6</sup>Da die Bedingung in Gleichung (2.13) sowohl notwendig als auch hinreichend ist, folgt andererseits aus der Existenz der Umkehrabbildung die Existenz der Inversen der differenziellen Induktivitätsmatrix.

<sup>7</sup>Dies war auch bei der vorliegenden Arbeit der Fall.

## 2 Modellbildung

Die *erste Möglichkeit* der Modellierung besteht nun darin, Gleichung (2.16a) nach der Änderung des Flusses umzuformen und den *Fluss als Zustandsvariable* zu wählen. Der Strom kann dabei über die inverse Induktivitätsmatrix  $L^{-1}$  ermittelt werden. Das führt zu folgendem Modell:

$$\frac{d\psi}{dt} = u - RL^{-1}\psi - J\omega_R\psi = u - \underbrace{(R + J\omega_R L)}_{=:Z} L^{-1}\psi, \quad (2.17)$$

mit den Eingangsgrößen Statorspannung  $u$  und elektrische Rotorwinkelgeschwindigkeit  $\omega_R$  und der Zustandsgröße Fluss  $\psi$ .

Um etwas mehr Einsicht zu gewinnen, wird Gleichung (2.17) nun für Längs- und Querzweig getrennt angeschrieben. Man erhält:

$$\frac{d\psi_d}{dt} = u_d - R_S \frac{\psi_d}{L_d} + \omega_R \psi_q \quad (2.18a)$$

$$\frac{d\psi_q}{dt} = u_q - R_S \frac{\psi_q}{L_q} - \omega_R \psi_d. \quad (2.18b)$$

Dabei erkennt man gut, dass die beiden Zweige durch die induzierte Spannung miteinander gekoppelt sind. Weiter sind die beiden Zweige natürlich auch implizit durch die Kreuzsättigung gekoppelt.

Die *zweite Möglichkeit* besteht darin, den *Strom als Zustandsvariable* zu wählen. Ausgehend von Gleichung (2.17) erhält man

$$\underbrace{\frac{\partial\psi}{\partial i}}_{=:L_\delta} \frac{di}{dt} = u - \underbrace{(R + J\omega_R L)}_{=:Z} i \quad (2.19a)$$

$$\frac{di}{dt} = L_\delta^{-1} (u - Zi), \quad (2.19b)$$

ebenfalls mit den Eingangsgrößen Statorspannung  $u$  und elektrische Rotorwinkelgeschwindigkeit  $\omega_R$ , aber mit der Zustandsgröße Strom  $i$ .

Um eine bessere Einsicht zu gewinnen, soll Gleichung (2.19b) wiederum

komponentenweise dargestellt werden:

$$\frac{di_d}{dt} = \frac{1}{L_{dt}L_{qt} - L_{dq}^2} (L_{qt}\tilde{u}_d - L_{dq}\tilde{u}_q) \quad (2.20a)$$

$$\frac{di_q}{dt} = \frac{1}{L_{dt}L_{qt} - L_{dq}^2} (L_{dt}\tilde{u}_q - L_{dq}\tilde{u}_d) \quad (2.20b)$$

mit

$$\tilde{u}_d = u_d - R_S i_d + \omega_R L_q i_q \quad \tilde{u}_q = u_q - R_S i_q - \omega_R L_d i_d. \quad (2.20c)$$

In dieser Darstellung erkennt man sehr gut die Koppelung der beiden Zweige aufgrund der Kreuzsättigung.

Jetzt stellt sich die Frage, welche der beiden Varianten gewählt werden soll. Grundsätzlich sind die beiden Varianten äquivalent. In Abschnitt 2.2.1 wurde zudem bereits gezeigt, dass die Inverse der differentiellen Induktivitätsmatrix mit der Umkehrabbildung  $l^{-1}: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ ,  $\psi \mapsto i$  zusammenhängt. Aus der Existenz der einen (in einem gewissen Gebiet) folgt die Existenz der anderen (in demselben Gebiet), und umkehrt.

Die Wahl des Flusses als Zustandsgröße führt zu besonders einfachen Beziehungen, siehe Gleichungen (2.18a-b). Dabei kann sowohl die Sättigung als auch die Kreuzsättigung auf einfache Weise, an einer Stelle, mithilfe der Umkehrabbildung  $l^{-1}$ , berücksichtigt werden. Diese Umkehrabbildung kann dabei empirisch ermittelt und in Form eines sog. Kennfeldes bereitgestellt werden. Diese Darstellung bietet sich somit besonders für die Simulation an.

Die Wahl des Stromes als Zustandsgröße scheint zunächst aufgrund der komplizierteren Gleichungen (2.20a-c) weniger sinnvoll. Dies mag für die Simulation auch zutreffen. Allerdings ergeben sich im Hinblick auf den Reglerentwurf einige Vorteile. Zunächst kommen Sättigung und Kreuzsättigung getrennt voneinander vor. Dadurch lassen sich Vereinfachungen gezielter treffen – beispielsweise die Vernachlässigung der Kreuzsättigung. Des Weiteren kann man den Strom i. Allg. leicht, den Fluss aber normalerweise nur schwer messen. Somit lassen sich Stellgrößenbeschränkungen auf diese Weise besser berücksichtigen.

**NB:** Dadurch ergeben sich ähnliche Verhältnisse wie bei der Asynchronmaschine. Dort ist es ebenfalls vorteilhaft, für die Simulation ein Modell mit den Flüssen und für den Reglerentwurf ein Modell mit den Strömen zu verwenden.

## 2.3 Drehmoment

Als nächstes soll – gleichsam als Bindeglied zwischen dem elektromagnetischen und dem mechanischen Teilsystem – die Drehmomentbeziehung hergeleitet werden. In der Literatur finden sich dabei unterschiedliche Herleitungen (z. B. über die sog. magnetische Koenergie, vgl. Anhang B). An dieser Stelle soll das Drehmoment über die Leistungsbilanz hergeleitet werden (siehe Lang 2015 und Binder 2012).

Die elektrische Leistung  $P_{\text{el}}$  der drei Wicklungsstränge kann mit den Effektivwerten von Strom und Spannung als

$$P_{\text{el}} = 3 \cdot \Re \{ \underline{U}_S^S \cdot \underline{I}_S^{S*} \} \quad (2.21)$$

angeschrieben werden. Da es sich bei Strom und Spannung um sinusförmige Größen handelt, lässt sich die elektrische Leistung auch mithilfe der Scheitelwerte als

$$P_{\text{el}} = \frac{3}{2} \cdot \Re \{ \hat{U}_S^S \cdot \hat{I}_S^{S*} \} \quad (2.22)$$

angeben. Der Rotor der synchronen Reluktanzmaschine läuft synchron mit den Statorgrößen (im statorfesten Koordinatensystem). Bei einer Beschreibung der Statorgrößen im rotorfesten Koordinatensystem werden die sinusförmigen Größen deshalb zu Gleichgrößen, wobei die Augenblickswerte der Größen im rotorfesten Koordinatensystem den Scheitelwerten im statorfesten Koordinatensystem entsprechen. Diese Überlegung führt letztlich zu folgender Darstellung der elektrischen Leistung:

$$P_{\text{el}} = \frac{3}{2} \cdot \Re \{ \underline{u}_S^R \cdot \underline{i}_S^{R*} \}. \quad (2.23)$$

Die elektrische Leistung setzt sich nun zusammen aus der für die mechanische Arbeit nutzbaren elektrischen Leistung  $P$ , den Kupferverlusten  $P_{\text{Cu}}$  und der Änderung der magnetischen Energie  $W_{\text{mag}}$ . Unter Verwendung von Gleichung (2.3) erhält man:

$$\begin{aligned} P_{\text{el}} &= \frac{3}{2} \cdot \Re \left\{ R_S \underline{i}_S^R \underline{i}_S^{R*} + \frac{d\underline{\psi}_S^R}{dt} \underline{i}_S^{R*} + j\omega_R \underline{\psi}_S^R \underline{i}_S^{R*} \right\} \\ &= \frac{3}{2} \cdot \left[ \Re \{ R_S (i_d + ji_q) (i_d - ji_q) \} \right] \end{aligned} \quad (2.24a)$$

### 2.3 Drehmoment

$$\begin{aligned}
 & + \Re \left\{ \left( \frac{d\psi_d}{dt} + j \frac{d\psi_q}{dt} \right) (i_d - j i_q) \right\} \\
 & + \Re \{ j \omega_R (\psi_d + j \psi_q) (i_d - j i_q) \} \quad (2.24b)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 = & \underbrace{\frac{3}{2} R_S (i_d^2 + i_q^2)}_{=P_{Cu}} + \underbrace{\frac{3}{2} \left( \frac{d\psi_d}{dt} i_d + \frac{d\psi_q}{dt} i_q \right)}_{=\frac{dW_{mag}}{dt}} + \underbrace{\frac{3}{2} \omega_R (\psi_d i_q - \psi_q i_d)}_{=P} . \quad (2.24c)
 \end{aligned}$$

Die für die mechanische Arbeit nutzbare elektrische Leistung  $P$  muss gleich der mechanischen Leistung sein:

$$P \stackrel{!}{=} M \cdot \omega_{R,mech} . \quad (2.25)$$

Somit ergibt sich das Drehmoment zu

$$M = \frac{3}{2 \cdot \omega_{R,mech}} p \omega_{R,mech} (\psi_d i_q - \psi_q i_d) = \frac{3p}{2} (\psi_d i_q - \psi_q i_d) . \quad (2.26)$$

Mit den Induktivitäten  $L_d$  und  $L_q$  erhält man die Drehmomentgleichung

$$M = \frac{3p}{2} (L_d - L_q) i_d i_q . \quad (2.27)$$

**NB:** Dieses Ergebnis ähnelt sehr stark der Drehmomentgleichung der Asynchronmaschine, welche im eingeschwungenen Zustand gegeben war durch

$$M_{AM} = \frac{3p}{2} (L_S - L_\sigma) i_d i_q \quad \text{mit} \quad L_\sigma = \frac{L_S L_R - L_h^2}{L_R} , \quad (2.28)$$

wobei sich  $i_d$  und  $i_q$  bei der Asynchronmaschine auf das rotorflussfeste Koordinatensystem beziehen.

Für ein großes Drehmoment ist es wünschenswert, den Quotienten  $L_d/L_q$  möglichst groß zu machen<sup>8</sup>. Bei entsprechender Bauweise kann dieses Verhältnis den Wert 20 erreichen<sup>9</sup> (vgl. Anhang C).

<sup>8</sup>Analog dazu ist bei der Asynchronmaschine der Quotient  $L_s/L_\sigma$  bedeutend. Ist die Hauptinduktivität  $L_h$  um einiges größer als die Streuinduktivitäten und sind weiters Statorstreuinduktivität  $L_{\sigma S}$  und Rotorstreuinduktivität  $L_{\sigma R}$  gleich groß, so gilt folgende Abschätzung:  
 $L_s/L_\sigma \approx 1 + L_h/2L_{\sigma S}$ .

<sup>9</sup>Bei der für diese Arbeit zur Verfügung stehenden Maschine galt  $L_d/L_q \approx 2$ .

## 2.4 Mechanisches Teilsystem

Das mechanische Teilsystem ist denkbar einfach. Mit dem Trägheitsmoment der Reluktanzmaschine  $J$  erhält man unter Anwendung des sog. *Drallsatzes*

$$\frac{d\omega_{R,\text{mech}}}{dt} = \frac{1}{J} (M - M_{\text{ext}}), \quad (2.29)$$

wobei  $M$  das Drehmoment der Maschine und  $M_{\text{ext}}$  die Summe aller externen Gegenmomente bezeichnet (vgl. Kranawetter 2014).

## 2.5 Vereinfachungen

Nun sollen Vereinfachungen getroffen werden, um ein möglichst einfaches Modell für den Reglerentwurf zu erhalten<sup>10</sup>. Wie in Abschnitt 2.2.2 bereits erörtert wurde, bietet sich dafür das Modell mit den Strömen als Zustandsvariablen an, da Ströme i. Allg. einfacher zu messen sind als Flüsse.

Das Modell, mit Strömen als Zustandsvariablen, war gegeben als

$$\frac{di_d}{dt} = \frac{1}{L_{dt}L_{qt} - L_{dq}^2} (L_{qt}\tilde{u}_d - L_{dq}\tilde{u}_q) \quad (2.30a)$$

$$\frac{di_q}{dt} = \frac{1}{L_{dt}L_{qt} - L_{dq}^2} (L_{dt}\tilde{u}_q - L_{dq}\tilde{u}_d) \quad (2.30b)$$

mit

$$\tilde{u}_d = u_d - R_S i_d + \omega_R L_q i_q \quad \tilde{u}_q = u_q - R_S i_q - \omega_R L_d i_d. \quad (2.30c)$$

Als *erste Vereinfachung* wird die *Kreuzsättigung* vernachlässigt, d. h.  $L_{dq} = 0$ . Dadurch erhält man

$$\frac{di_d}{dt} = \frac{1}{L_{dt}(i_d, i_q)} (u_d - R_S i_d + \omega_R L_q(i_d, i_q) i_q) \quad (2.31a)$$

$$\frac{di_q}{dt} = \frac{1}{L_{qt}(i_d, i_q)} (u_q - R_S i_q - \omega_R L_d(i_d, i_q) i_d). \quad (2.31b)$$

<sup>10</sup>Diese Vereinfachungen sind vom Reglerentwurf (Kapitel 3) her motiviert.

Zur Klärung der Frage, ob diese Vereinfachung zulässig ist, soll Abbildung 2.3 dienen. Dargestellt sind die Messergebnisse eines Versuches am Prüfstand. Es handelt sich dabei um einen Drehzahlsprung. Der Längsstrom  $i_d$  wird vom Regler konstant gehalten. Das Drehmoment wird mittels Querstrom  $i_q$  aufgebaut. Obwohl der Regler nur versucht, den Strom  $i_q$  zu verändern (von 0 A auf den Maximalwert), ändert sich auch der Strom  $i_d$ . Allerdings ist diese Änderung vergleichsweise klein und wird vom Regler wieder ausgeglichen. Dies rechtfertigt die getroffene Vereinfachung.

Als *zweite Vereinfachung* sollen die differentiellen Induktivitäten  $L_{dt}$  und  $L_{qt}$  als *konstant* angenommen werden<sup>11</sup>. Vergleicht man dazu die Daten der differentiellen Induktivitäten in Abbildung 2.4, so mutet dieser Schritt als zu grobe Vereinfachung an. Allerdings ist diese Vereinfachung nötig, um einen einfachen Regler entwerfen zu können. Es wird sich zeigen, dass das Modell dadurch dennoch für die Praxis ausreichend genau ist.

Das endgültige, für den Reglerentwurf verwendete Gesamtmodell der synchronen Reluktanzmaschine (im rotorfesten Koordinatensystem) ergibt sich somit zu

$$\frac{di_d}{dt} = \frac{1}{L_{dt}} (u_d - R_S i_d + \omega_R L_q(i_d, i_q) i_q) \quad (2.32a)$$

$$\frac{di_q}{dt} = \frac{1}{L_{qt}} (u_q - R_S i_q - \omega_R L_d(i_d, i_q) i_d) \quad (2.32b)$$

$$M = \frac{3p}{2} (\psi_d i_q - \psi_q i_d) = \frac{3p}{2} (L_d - L_q) i_d i_q \quad (2.32c)$$

$$\frac{d\omega_{R,\text{mech}}}{dt} = \frac{1}{J} (M - M_{\text{ext}}) . \quad (2.32d)$$

**NB:** Das Modell der synchronen Reluktanzmaschine im *rotorfesten* Koordinatensystem weist große Ähnlichkeiten zu dem Modell der Asynchronmaschine im *rotorflussfesten* Koordinatensystem auf<sup>12</sup>. Nach Kompensation der nichtlinearen

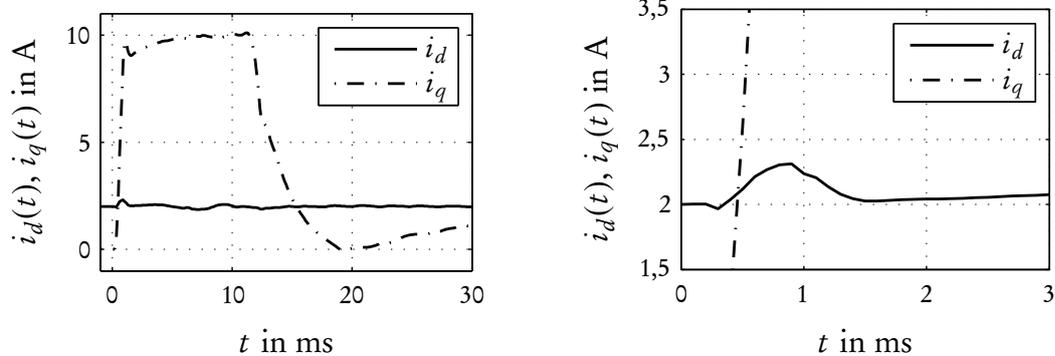
<sup>11</sup>Dabei wurde  $L_{dt}$  im Bereich um  $i_d = 2$  A gewählt. Für  $L_{qt}$  wurden sowohl Werte im Bereich um  $i_q = 0$  A als auch Werte um den Maximalwert verwendet. Die Wahl eines größeren Wertes (um  $i_q = 0$  A) erwies sich dabei als vorteilhafter.

<sup>12</sup>Bei der synchronen Reluktanzmaschine werden aus diesem Grunde auch die Komponenten des *rotorfesten* Koordinatensystems mit  $d$  und  $q$  bezeichnet.

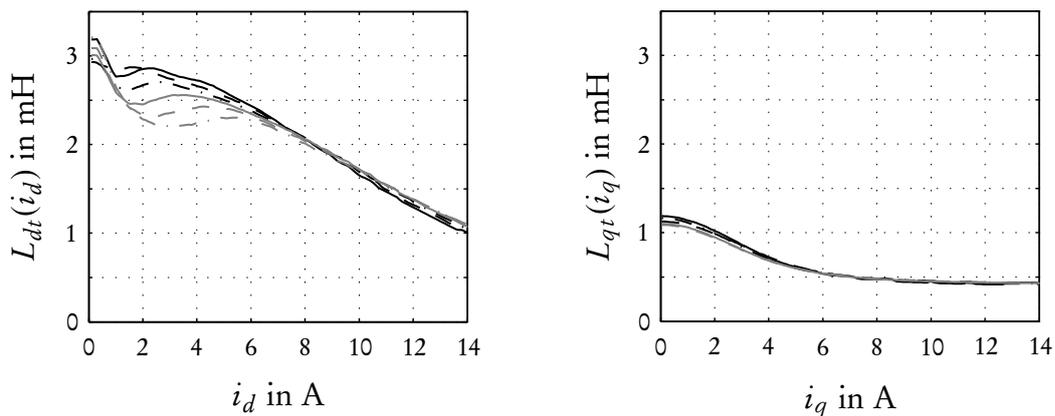
## *2 Modellbildung*

Ausdrücke entsprechen die Stromstrecken in beiden Fällen sog. Verzögerungsgliedern 1. Ordnung ( $PT_1$ -Glieder). Allerdings besitzen Längs- und Querzweig der synchronen Reluktanzmaschine unterschiedliche Zeitkonstanten.

Weiters wird das Drehmoment in beiden Fällen durch die Ströme bestimmt (bei der Asynchronmaschine indirekt über den Hauptfluss). An die Stelle des Hauptflusses der Asynchronmaschine tritt bei der synchronen Reluktanzmaschine gewissermaßen der Längsstrom. Das Drehmoment kann in beiden Fällen unabhängig davon mittels Querstrom aufgebaut werden. Auch das Verhältnis der Zeitkonstanten für Fluss- und Drehmomentaufbau der Asynchronmaschine werden durch das Verhältnis der Zeitkonstanten der beidem Stromstrecken der synchronen Reluktanzmaschine widerspiegelt.



**Abbildung 2.3:** Dieses Messergebnis eines Versuches am Prüfstand soll den Einfluss der Kreuzsättigung verdeutlichen. Die *rechte* Abbildung stellt einen Ausschnitt der *linken* Abbildung dar. Der Strom  $i_d$  verändert sich bei einer Änderung von  $i_q$ . Allerdings ist diese Änderung vergleichsweise klein und wird vom Regler ausgeglichen.



**Abbildung 2.4:** Mittels FEM-Berechnung ermittelte Daten der differentiellen Induktivitäten  $L_{dt}$  und  $L_{qt}$ . Für die *linke* Abbildung wurde  $i_q$  konstant gehalten, mit  $i_q = 0, 3, 6, 9, 12$  und  $15$  A. Mit steigendem Querstrom  $i_q$  sinkt die differentielle Induktivität im Längsweig  $L_{dt}$ , vor allem um den, aus praktischer Sicht relevanten, Punkt  $i_d = 2$  A. Für die *rechte* Abbildung wurde  $i_d$  konstant gehalten, mit  $i_d = 0, 1, 2, 3$  und  $4$  A. Der Längsstrom  $i_d$  (im relevanten Bereich) wirkt sich kaum auf die differentielle Induktivität im Querweig  $L_{qt}$  aus. Allerdings führt die Sättigung zu einem deutlichen Absinken.



# 3

## Reglerentwurf



Ausgehend von dem in Kapitel 2 erstellten Modell soll nun die Regelung entworfen werden. Das Ziel dieser Arbeit stellt eine Drehzahlregelung dar. Hierzu wird ein sog. *Kaskadenregelkreis*, bestehend aus *Strom-*, *Drehmoment-* und *Drehzahlregelung*, entworfen. Nebst dem Entwurf des linearen Regelkreises folgen endlich Überlegungen zur Berücksichtigung nichtlinearer Effekte.

### 3.1 Vorbetrachtungen

Die komplexe Aufgabe der Drehzahlregelung wird in kleinere Aufgaben zerteilt. Dies führt zum sog. Kaskadenregelkreis (siehe Abbildung 3.1). Die Stromregelung stellt dabei die innerste Schleife dar. Ist es möglich, den Strom – und damit das Drehmoment – schnell genug einzuregulieren, so kann das Drehmoment als Stellgröße des Drehzahlreglers angesehen werden. Die Drehzahlregelung stellt dabei die äußere Schleife dar. Durch diesen Aufbau wäre es z. B. auch denkbar, eine Positionsregelung als weitere Schleife um die Drehzahlregelung zu entwerfen.

**NB:** Im Unterschied zur Asynchronmaschine gibt es bei der synchronen Reluktanzmaschine keinen Hauptfluss, welcher aufgebaut und geschätzt werden muss. Aus diesem Grunde gibt es bei der synchronen Reluktanzmaschine auch keinen Flussregler- oder beobachter. Ansonsten entsprechen die Regler der synchronen Reluktanzmaschine den Reglern der Asynchronmaschine. Deshalb kann auch der Entwurf von der Asynchronmaschine übernommen werden. Der in der vorliegenden Arbeit dargestellte Entwurf basiert dabei auf den entsprechenden Ausführungen in Kranawetter 2014.

## 3.2 Stromregelkreis

Die Stromstrecke ist gegeben durch die Gleichungen (2.32a–b). Diese Gleichungen sind aufgrund der induzierten Spannungen  $\omega_R \psi_q$  und  $-\omega_R \psi_d$  nichtlinear. Diese nichtlinearen Einflüsse sind jedoch bekannt und werden mithilfe der Kompensationsspannungen  $v_{d,\text{komp}}$  und  $v_{q,\text{komp}}$  kompensiert. Für den Regler werden die neuen Eingänge  $v_d$  und  $v_q$  definiert. Die Eingangsspannungen  $u_d$  und  $u_q$  setzen sich damit wie folgt zusammen:

$$u_d = v_d + v_{d,\text{komp}} = v_d - \omega_R L_q(i_d, i_q) i_q \quad (3.1a)$$

$$u_q = v_q + v_{q,\text{komp}} = v_q + \omega_R L_d(i_d, i_q) i_d. \quad (3.1b)$$

Mit diesen Eingangsspannungen erhält man die nunmehr linearen Gleichungen

$$\frac{di_d}{dt} = \frac{1}{L_{dt}} (v_d - R_S i_d) \quad (3.2a)$$

$$\frac{di_q}{dt} = \frac{1}{L_{qt}} (v_q - R_S i_q). \quad (3.2b)$$

Die beiden Stromstrecken entsprechen damit sog. PT<sub>1</sub>- oder Verzögerungsgliedern 1. Ordnung. Da beide Strecken gleich sind, wird zunächst nur der Längszweig betrachtet<sup>1</sup>. Der Reglerentwurf für den Querszweig erfolgt analog. Nach Anwendung der Laplace-Transformation erhält man die Übertragungsfunktion der Strecke als

$$P_i(s) = \frac{1}{L_{dt}s + R_S}. \quad (3.3)$$

Mithilfe eines PI-Reglers soll erreicht werden, dass das Führungsverhalten des geschlossenen Regelkreises einem PT<sub>1</sub>-Glied mit Verstärkungsfaktor 1 entspricht. Dabei soll die Anstiegszeit vorgegeben werden können. Dies führt zu folgender Forderung für den offenen Kreis:

$$L_i(s) \stackrel{!}{=} \frac{\omega_{c,i}}{s}, \quad (3.4)$$

Dadurch ergibt sich die Führungsübertragungsfunktion wie gewünscht zu:

$$T_i(s) = \frac{L_i(s)}{1 + L_i(s)} = \frac{\frac{\omega_{c,i}}{s}}{1 + \frac{\omega_{c,i}}{s}} = \frac{\omega_{c,i}}{s + \omega_{c,i}} = \frac{1}{1 + \frac{s}{\omega_{c,i}}}. \quad (3.5)$$

<sup>1</sup>Der Übersichtlichkeit halber wird nachfolgend das tiefgestellte  $d$  weggelassen.

Die Übertragungsfunktion des offenen Kreises mit PI-Regler lautet:

$$L_i(s) = R_i(s)P_i(s) = \frac{K_{P,i} s + K_{L,i}}{s(L_{dt}s + R_S)} \stackrel{!}{=} \frac{\omega_{c,i}}{s}. \quad (3.6)$$

Es ist leicht ersichtlich, dass diese Forderung mit der Wahl  $K_{P,i} = \omega_{c,i}L_{dt}$  und  $K_{L,i} = \omega_{c,i}R_S$  erfüllt wird.

Die Reglerparameter der beiden Stromstrecken werden deshalb zu

$$K_{P,i_d} = \omega_{c,i_d}L_{dt} \quad K_{L,i_d} = \omega_{c,i_d}R_S \quad (3.7a)$$

$$K_{P,i_q} = \omega_{c,i_q}L_{qt} \quad K_{L,i_q} = \omega_{c,i_q}R_S \quad (3.7b)$$

gewählt. Da zudem der Strom beschränkt werden soll, wird zusätzlich noch eine sog. „Anti-Windup“-Maßnahme eingesetzt. Hierfür wurde die „klassische“ Methode nach *Hanus* (vgl. Hanus u. a. 1987) gewählt. Die Struktur eines PI-Reglers mit „Anti-Windup“-Maßnahme nach *Hanus* ist in Abbildung 3.2 dargestellt.

Die beiden Stromstrecken sind vom Prinzip her gleich, unterscheiden sich aber in ihren Zeitkonstanten. Da für große Drehmomente die Induktivität in Längsrichtung möglichst groß und die Induktivität in Querrichtung möglichst klein sein soll, gilt:

$$\tau_{i_d} = \frac{L_{dt}}{R_S} > \tau_{i_q} = \frac{L_{qt}}{R_S}. \quad (3.8)$$

Es ist deshalb naheliegend, das Drehmoment mittels Querstrom aufzubauen, da dieser eine kleinere Zeitkonstante als der Längsstrom besitzt.

**NB:** Hierin liegt ein weiterer Unterschied zur Asynchronmaschine. Dort sind beide Stromstrecken gleich, wobei die Zeitkonstante von Streuinduktivität und Rotorwiderstand abhängt<sup>2</sup>.

<sup>2</sup>An dieser Stelle sei jedoch darauf hingewiesen, dass für den Aufbau des Drehmoments bei der Asynchronmaschine die beiden Stromstrecken keineswegs äquivalent sind, auch wenn Gleichung (2.28) dies vermuten ließe. Diese Gleichung gilt nämlich nur im eingeschwungenen Zustand, d. h. insbesondere erst dann, wenn der Hauptfluss mithilfe des Längsstromes bereits aufgebaut wurde. Da der Querstrom viel schneller als der Hauptfluss aufgebaut werden kann, ergibt sich somit im Hinblick auf den Drehmomentaufbau eine Ähnliche Situation wie bei der synchronen Reluktanzmaschine.

### 3.3 Drehmomentregler

Hinter dem „Drehmomentregler“ verbirgt sich lediglich eine Steuerung bzw. Umrechnung. Nach Gleichung (2.32c) berechnet sich das Drehmoment zu

$$M = \frac{3p}{2}(L_d - L_q) i_d i_q. \quad (3.9)$$

Wie bereits erörtert, ist es sinnvoll, das Drehmoment mittels  $i_q$  aufzubauen. Der Strom  $i_d$  wird dabei konstant gehalten. Ein Sollmoment  $M_{\text{soll}}$  lässt sich also auf einen Sollstrom  $i_{q,\text{soll}}$  umrechnen:

$$i_{q,\text{soll}} = M_{\text{soll}} \frac{2}{3p(L_d - L_q) i_d}. \quad (3.10)$$

Um ein Sollmoment exakt zu erreichen ist es dabei entscheidend, die Induktivitäten genau zu kennen, da sonst ein falscher Sollstrom vorgegeben wird. Die Induktivitäten könnten zu diesem Zwecke mithilfe von Kennfeldern ermittelt werden. Aufgrund von Sättigung und Kreuzsättigung wird allerdings eine Änderung des Stromes  $i_q$  – trotz gleichbleibendem Sollmoment – ein Änderung des Sollstromes  $i_{q,\text{soll}}$  zur Folge haben.

Wird der Fluss direkt aus dem Strom ermittelt, so bietet es sich an, Gleichung (3.10) mit Flüssen statt mit Induktivitäten anzugeben:

$$i_{q,\text{soll}} = \frac{M_{\text{soll}} \frac{2}{3p} + \psi_q i_d}{\psi_d}. \quad (3.11)$$

**NB:** Auch hier ist das Vorgehen gleich wie bei der Asynchronmaschine. Allerdings muss kein Hauptfluss aufgebaut werden. An die Stelle des Flusses tritt hier gewissermaßen der Längsstrom  $i_d$ , welcher ebenfalls konstant gehalten wird. Ein weiterer Unterschied besteht in dem nicht unerheblichen Einfluss der (Kreuz-) Sättigung. Die genaue Kenntnis der Induktivitäten ist deshalb entscheidend.

### 3.4 Drehzahlregelkreis

Für den Entwurf des Drehzahlreglers wird vorausgesetzt, dass die Stromregelung so schnell ist, dass Drehzahl- und Stromregelung als zeitlich entkoppelt angesehen

### 3.4 Drehzahlregelkreis

werden können. Vernachlässigt man das Gegenmoment, so ergibt sich nach Gleichung (2.32d) die Differenzialgleichung der Strecke zu

$$\frac{d\omega_{R,\text{mech}}}{dt} = \frac{1}{J}M. \quad (3.12)$$

Nach Anwendung der *Laplace*-Transformation erhält man die Übertragungsfunktion der Strecke als<sup>3</sup>

$$P_n(s) = \frac{1}{Js}. \quad (3.13)$$

Für die Regelung wird wiederum ein PI-Regler eingesetzt. Damit ergibt sich der offene Regelkreis zu

$$L_n(s) = R_n(s)P_n(s) = \frac{K_{P,n}s + K_{I,n}}{s} \frac{1}{Js} = \frac{\kappa_p s + \kappa_i}{s^2} \quad (3.14a)$$

$$\text{mit} \quad \kappa_p := \frac{K_{P,n}}{J} \quad \text{und} \quad \kappa_i := \frac{K_{I,n}}{J}. \quad (3.14b)$$

Für den geschlossenen Regelkreis gilt weiters:

$$T_n(s) = \frac{L_n(s)}{1 + L_n(s)} = \frac{\frac{\kappa_p s + \kappa_i}{s^2}}{1 + \frac{\kappa_p s + \kappa_i}{s^2}} = \frac{\kappa_p s + \kappa_i}{s^2 + \kappa_p s + \kappa_i}. \quad (3.15)$$

Die Pole dieser Übertragungsfunktion liegen bei

$$s_{1,2} = -\frac{\kappa_p}{2} \pm \sqrt{\frac{\kappa_p^2}{4} - \kappa_i}. \quad (3.16)$$

Mit den Reglerparametern ließen sich beliebige Pole realisieren. An dieser Stelle soll jedoch eine doppelte Polstelle gewählt werden. Daraus folgt:

$$\kappa_i \stackrel{!}{=} \frac{\kappa_p^2}{4}. \quad (3.17)$$

<sup>3</sup>Da anstatt der mechanischen Rotorwinkelgeschwindigkeit  $\omega_{R,\text{mech}}$ , in rad/s, in der Praxis oft die Drehzahl  $n$ , in 1/min, Verwendung findet, wird die Strecke der Drehzahlregelung mit  $P_n(s)$  bezeichnet. Für den Zusammenhang zwischen mechanischer Winkelgeschwindigkeit und Drehzahl gilt:  $\omega_{R,\text{mech}} = \frac{\pi}{30}n$ .

### 3 Reglerentwurf

Weiters soll anstatt der Lage der doppelten Polstelle die Durchtrittsfrequenz  $\omega_{c,n}$  als Parameter verwendet werden. Dazu wird folgende Beziehung verwendet:

$$|L_n(j\omega_{c,n})| = \left| -\frac{1}{4} \left( \frac{\kappa_p}{\omega_{c,n}} \right)^2 - j \frac{\kappa_p}{\omega_{c,n}} \right| \stackrel{!}{=} 1. \quad (3.18)$$

Aus Gleichung (3.18) folgt  $\kappa_p \approx 0,97 \cdot \omega_{c,n}$ . Mit der Wahl

$$\kappa_p = \omega_{c,n} \quad (3.19)$$

ergeben sich die Reglerparameter zu

$$K_{P,n} = J\omega_{c,n} \quad K_{I,n} = J \frac{\omega_{c,n}^2}{4}. \quad (3.20)$$

Auch für den Drehzahlregler wird dieselbe „Anti-Windup“-Maßnahme wie für die Stromregler eingesetzt. Damit ergibt sich wiederum die in Abbildung 3.2 dargestellte Struktur des Reglers.

## 3.5 Gesamtstruktur

Die prinzipielle Struktur des gesamten Regelkreises ist in Abbildung 3.1 dargestellt. Eine detaillierte Darstellung des gesamten Drehzahlreglers findet sich in Abbildung 3.4. Die Drehzahl wird von einem PI-Regler geregelt, welcher ein Sollmoment ausgibt. Dieses wird vom „Drehmomentregler“ in einen Sollquerstrom  $i_{q,soll}$  umgerechnet. Längs- und Querstrom werden ebenfalls von PI-Reglern geregelt.

Zwischen dem eigentlichen Regler und der synchronen Reluktanzmaschine befindet sich noch ein sog. Pulswechselrichter (PWR). Dieser kann für die Simulation als Verzögerung um einen Abtastschritt ( $z^{-1}$ ) modelliert werden. Auch die Strommessung beeinflusst die Regelung. Sie kann in der Simulation mithilfe des FIR-Filters  $1/4 + 1/2 z^{-1} + 1/4 z^{-2}$  berücksichtigt werden.

## 3.6 Berücksichtigung nichtlinearer Effekte

Für den Entwurf der Regelung wurde das System als linear betrachtet. Das reale System ist allerdings mit nichtlinearen Effekten behaftet. Im Rahmen dieser

### 3.6 Berücksichtigung nichtlinearer Effekte

Arbeit sind dabei insbesondere die *Umrichternichtlinearität* und die *Stromabhängigkeit der Induktivitäten* zu nennen.

Die *Umrichternichtlinearität* ist in Abbildung 3.3 dargestellt. Besonders um den Ursprung ist der Zusammenhang zwischen Strom und Spannung nichtlinear. Für größere Ströme ist der Zusammenhang zumindest affin. Da nun innerhalb einer elektrischen Periode sechs Nulldurchgänge auftreten, äußert sich diese Nichtlinearität, insbesondere im Drehmoment, durch eine Störung 6. Ordnung (elektrisch). Ist die Spannung-Strom-Kennlinie des Umrichters bekannt, so kann diese Nichtlinearität kompensiert werden. Allerdings ist dazu, insbesondere bei hohen Drehzahlen, noch ein weiterer Schritt nötig, damit diese Kompensation gut funktioniert. Wie bereits erwähnt, führt der Pulswechselrichter zu einer Zeitverzögerung um einen Abtastschritt. Auch die Strommessung führt, salopp ausgedrückt, zu einer Zeitverzögerung um einen Abtastschritt. Das heißt also, dass im aktuellen Abtastschritt die Ströme des letzten Abtastschrittes zur Verfügung stehen und die Ausgabe der aktuell eingestellten Spannung erst im nächsten Abtastschritt erfolgt. Somit erfolgt die Ausgabe der Kompensationsspannung immer zwei Abtastschritte „zu spät“.

Um dieses „Totzeit-Problem“ in den Griff zu bekommen, bietet sich der Einsatz eines sog. *Smith-Prädiktors* an. Dieser prädiziert die Stromwerte und erlaubt damit die rechtzeitige Ausgabe der Kompensationsspannung. Ein weiterer Vorteil des Smith-Prädiktors liegt darin, dass die Stromregler damit bedeutend „aggressiver“ eingestellt werden können<sup>4</sup>. Zum Thema Entwurf und Einsatz des Smith-Prädiktors sei an dieser Stelle auf Forstinger 2013 verwiesen<sup>5</sup>.

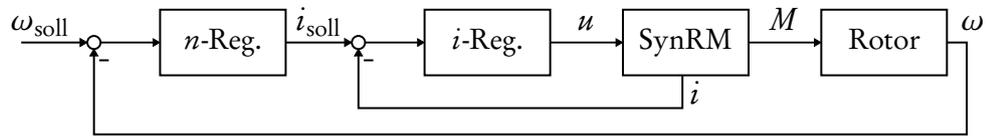
Wie bereits erörtert, beeinflusst die *Stromabhängigkeit der Induktivitäten* vor allem das Drehmoment. Um diesen Einfluss zu kompensieren, können die Induktivitäten mithilfe von Kennfeldern zur Verfügung gestellt werden. Diese wahren Werte mögen insbesondere bei der Umrechnung von Sollmoment auf Sollstrom Berücksichtigung finden. Des Weiteren bietet es sich an, die wahren Werte der Induktivitäten für die Ermittlung der Kompensationsspannung  $v_{\text{komp}}$  und ggf. beim Smith-Prädiktor zu verwenden.

---

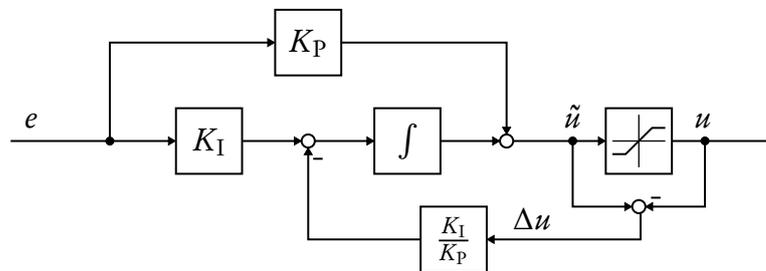
<sup>4</sup>Die Totzeit wirkt sich auf die Stabilität des Stromregelkreises aus. Durch den Smith-Prädiktor wird diese Totzeit kompensiert.

<sup>5</sup>Es sei jedoch noch angemerkt, dass für den Einsatz des Smith-Prädiktors die genaue Kenntnis der Induktivitäten nicht unbedeutend ist.

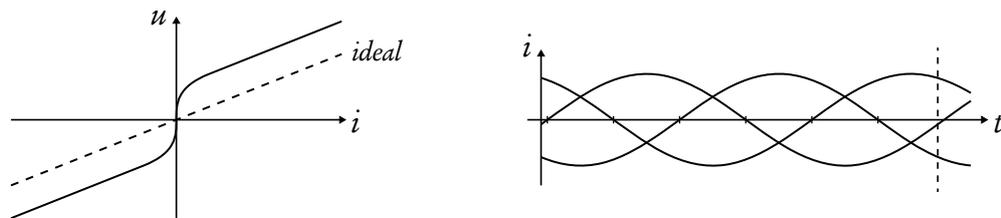
### 3 Reglerentwurf



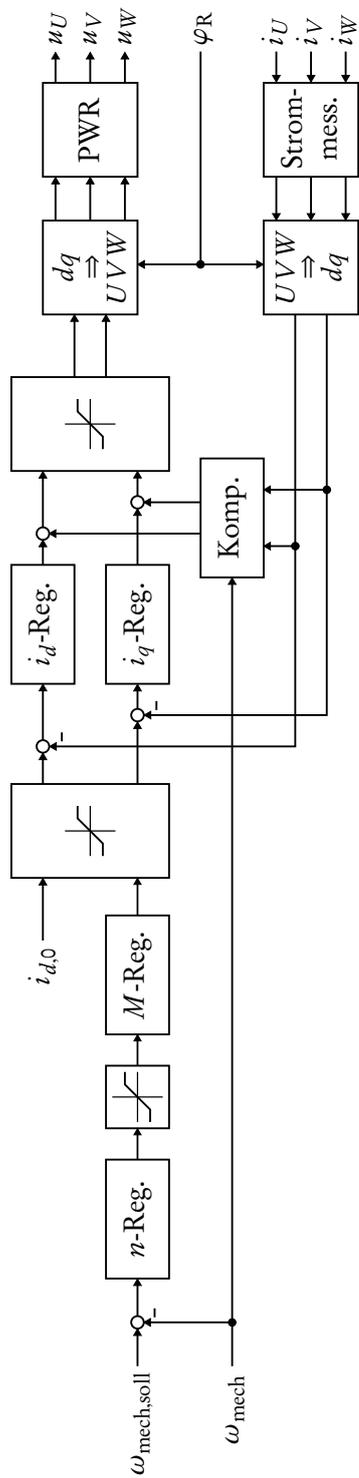
**Abbildung 3.1:** Struktur des Kaskadenregelkreises. Der Stromregler bildet die innere Schleife. Ist dieser schnell genug, so kann für den Drehzahlregler (äußere Schleife) das Drehmoment  $M$  als Stellgröße betrachtet werden.



**Abbildung 3.2:** Struktur eines PI-Reglers mit der klassischen „Anti-Windup“-Maßnahme nach *Hanus*.



**Abbildung 3.3:** Die *linke* Abbildung stellt die Umrichternichtlinearität dar. Für kleine Ströme ist der Zusammenhang zwischen Strom und Spannung nichtlinear, für größere Ströme ist er affin. Die *rechte* Abbildung stellt den Verlauf der drei Strangströme über der Zeit für eine elektrische Periode dar. Die sechs Nulldurchgänge äußern sich in einer Störung 6. Ordnung (elektrisch).



**Abbildung 3.4:** Struktur des gesamten Drehzahlreglers. Neben den eigentlichen Reglern sind auch Pulswechselelrichter (PWR) und Strommessung dargestellt. Bei dem Block „ $M$ -Reg.“ handelt es sich lediglich um eine Umrechnung zwischen Sollmoment und Sollquerstrom. Die Eingänge der Regler für die „Anti-Windup“-Maßnahme sind nicht eingezeichnet.



## 4

# Parameterbestimmung



Sowohl für die Regelung als auch für die Simulation ist die genaue Kenntnis der Maschinenparameter entscheidend. Aus diesem Grunde widmet sich das vorliegende Kapitel der Bestimmung der Maschinenparameter. Dabei werden die *Umrichternichtlinearität*, die *Induktivitäten* und die Ermittlung des sog. *Rotornullwinkels* behandelt. Endlich folgt ein knapper Abriss über die *Spannungsmessung bei PWM-Signalen*.

### 4.1 Umrichternichtlinearität

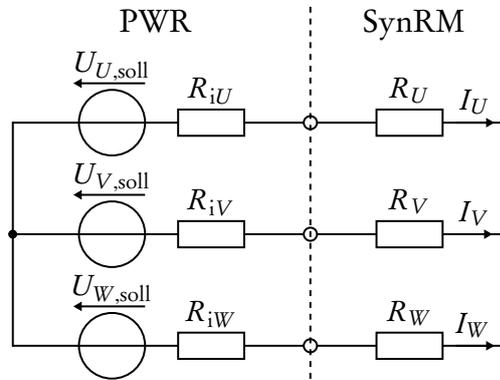
Die Ermittlung der Umrichternichtlinearität erfolgt gleich wie bei der Asynchronmaschine. Die im Folgenden gezeigte Methode ist aus Krischan und Seebacher 2012 entnommen.

Für Simulation und Reglerentwurf wird statt des Statorwiderstandes  $R_S$  die Summe aus Statorwiderstand und Umrichterinnenwiderstand verwendet. In Abbildung 4.1 ist ein Ersatzschaltbild des Pulswechselrichters und der synchronen Reluktanzmaschine, bei Gleichspannung und Stillstand, dargestellt. Die Messung erfolgt ebenfalls im Stillstand.

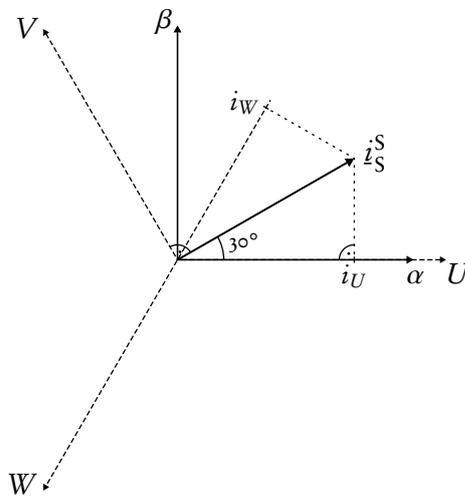
Idealerweise würde die Messung mit konstanten Gleichströmen durchgeführt werden. Um jedoch die Versuchsdauer kurz – und damit die Erwärmung gering – zu halten, wird eine Stromrampe mit geringer Steigung verwendet. Wird ein Statorstromraumzeiger  $i_S^S$  mit  $30^\circ$  vorgegeben, so ist die Projektion in Richtung  $120^\circ$  und damit der Strangstrom  $i_V$  gleich null. Die beiden anderen Strangströme sind gleich groß und einander entgegengesetzt, d. h.  $i_U = -i_W$  (siehe Abbildung 4.2).

Zur Ermittlung der Umrichternichtlinearität wird nun jeweils ein Statorstromraumzeiger, mithilfe eines Stromreglers, in Richtung  $30^\circ$ ,  $150^\circ$  bzw.  $270^\circ$  (im

#### 4 Parameterbestimmung



**Abbildung 4.1:** Ersatzschaltbild des Pulswechselrichters (PWR) und der synchronen Reluktanzmaschine (SynRM) bei Gleichspannung und Stillstand.



**Abbildung 4.2:** Projektion des Statorstromraumzeigers  $i_S^S$  im statorfesten Koordinatensystem auf die drei Statorstränge.

statorfesten Koordinatensystem) vorgegeben. Die Amplitude wird dabei langsam auf ein Maximum erhöht, dann auf ein Minimum verringert und hernach wieder auf null erhöht. Die Ströme und die dafür auszugebenden Spannungen werden gemessen (siehe Abbildung 4.3). Aus diesen Daten kann, durch auftragen der Spannung über dem Strom, die Spannung-Strom-Kennlinie ermittelt werden. Das Ergebnis für den Strang  $U$  ist in Abbildung 4.4 dargestellt. Als Statorwiderstand  $R_S$  wird beim Reglerentwurf der differenzielle Widerstand für größere Ströme verwendet.

Bei genauerer Betrachtung der gemessenen Kennlinie in Abbildung 4.4 fällt bei höheren Strömen ein „Herumzappeln“ der Spannung auf. Theoretisch sollte die Spannung für größere Ströme affin mit dem Strom ansteigen. Der Grund für diese Störung dürfte in dem nicht optimalen Aufbau des Prüfstandes liegen (vgl. Kapitel 5). Eine ausführliche Untersuchung dieses Phänomens war jedoch im Rahmen der vorliegenden Arbeit nicht möglich. Weiters sei an dieser Stelle erwähnt, dass sich dieses „Gezappel“ ebenfalls in den Messungen der Induktivitäten finden lässt, wodurch sich die gemessenen von den theoretischen Induktivitäten unterscheiden. Dies ist vermutlich auf besagtes Phänomen in der  $u(i)$ -Kennlinie zurückzuführen.

## 4.2 Induktivitätsmessung

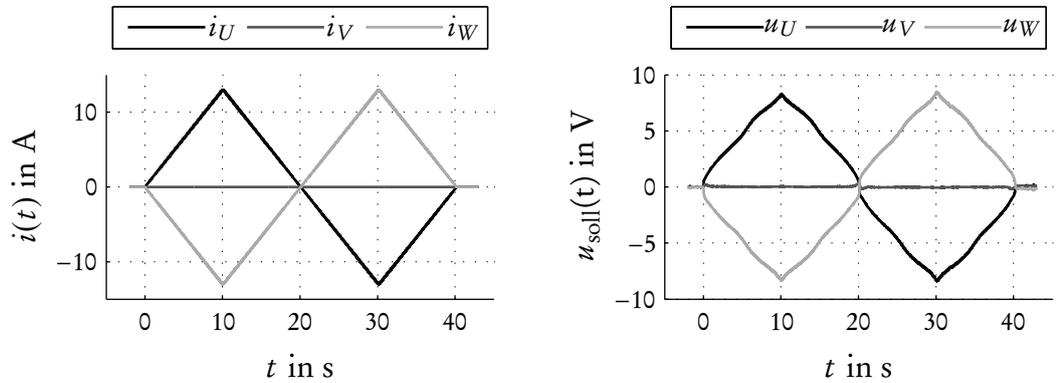
Zur Bestimmung der Induktivitäten finden sich in der Literatur einige Methoden. Nachfolgend werden vier dieser Methoden vorgestellt. Es hat sich dabei gezeigt, dass Sättigung und Kreuzsättigung ein nicht unbedeutendes Problem darstellen.

### 4.2.1 Gleichstromsprungversuche (Stillstand)

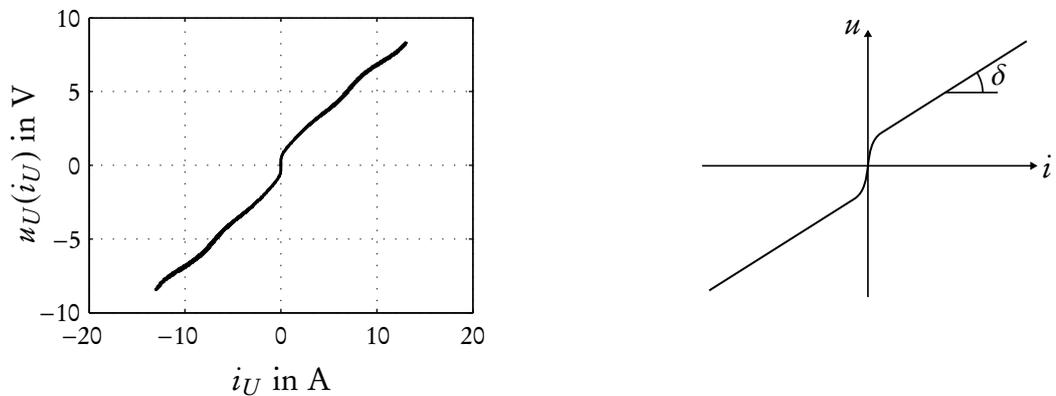
Eine naheliegende Methode stellen Gleichstromsprungversuche dar. Dabei wird *angenommen*, dass das Verhalten der Maschine als  $RL$ -Netzwerk ( $PT_1$ -Glied) modelliert werden kann. Die Parameter dieses Netzwerkes lassen sich dann aus den Messdaten – zum Beispiel mit der Methode der kleinsten Fehlerquadrate – ermitteln.

Aus den Spannungsgleichungen der Reluktanzmaschine lassen sich die entsprechenden Ersatzschaltbilder herleiten. Die Spannungsgleichungen sind gegeben

#### 4 Parameterbestimmung



**Abbildung 4.3:** Die *linke* Abbildung stellt die Stromrampe zur Ermittlung der Umrichternichtlinearität dar. Dabei wurde der Statorstromraumzeiger mit  $30^\circ$  ausgegeben, wodurch der Strom  $i_V$  verschwindet. Die *rechte* Abbildung stellt die dazugehörigen Spannungen dar, welche vom Regler ausgegeben wurden.



**Abbildung 4.4:** Die *linke* Abbildung stellt die gemessene, die *rechte* Abbildung eine theoretische  $u(i)$ -Kennlinie dar. Für den Reglerentwurf wird anstelle des Statorwiderstandes  $R_S$  der differentielle Widerstand  $\tan \delta$  verwendet.

durch<sup>1</sup>

$$u_d = R_S i_d + L_{dt} \frac{di_d}{dt} - \omega_R L_{qt} i_q \quad (4.1a)$$

$$u_q = R_S i_q + L_{qt} \frac{di_q}{dt} + \omega_R L_{dt} i_d, \quad (4.1b)$$

wobei die differentiellen Induktivitäten  $L_{dt}$  und  $L_{qt}$  nach Gleichung (2.14b), S. 15, als

$$L_{dt} = \frac{\partial L_d}{\partial i_d} i_d + L_d \quad \text{und} \quad L_{qt} = \frac{\partial L_q}{\partial i_q} i_q + L_q \quad (4.2)$$

gegeben sind. Die Ersatzschaltbilder für Längs- und Querzweig sind in Abbildung 4.5 dargestellt. Um den Einfluss der induzierten Spannung zu eliminieren, wird der Versuch im Stillstand ( $\omega_R = 0 \text{ rad/s}$ ) durchgeführt. Dadurch erhält man das gewünschte  $RL$ -Netzwerk. Allerdings handelt es sich dabei aufgrund der Sättigung um ein nichtlineares Netzwerk, da die differentiellen Induktivitäten  $L_{dt}$  bzw.  $L_{qt}$  stromabhängig sind.

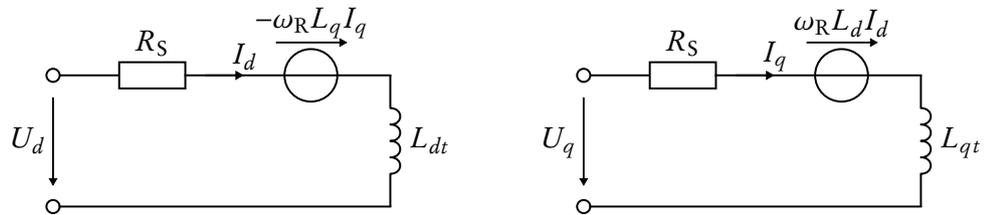
Um dieses Problem zu umgehen, wird *angenommen*, dass die differentiellen Induktivitäten  $L_{dt}$  und  $L_{qt}$  für kleine Stromänderungen annähernd konstant sind. Somit lässt sich dieses Verfahren anwenden, indem viele kleine Stromsprünge ausgewertet werden (vgl. Kirchengast u. a. 2015). Zur Berücksichtigung der *Kreuzsättigung* wird dabei der jeweils andere Strom während der Sprungversuche konstant gehalten.

**NB:** Dieses Verfahren liefert die stromabhängigen, differentiellen Induktivitäten  $L_{dt}$  und  $L_{qt}$  und nicht die Induktivitäten  $L_d$  und  $L_q$ !

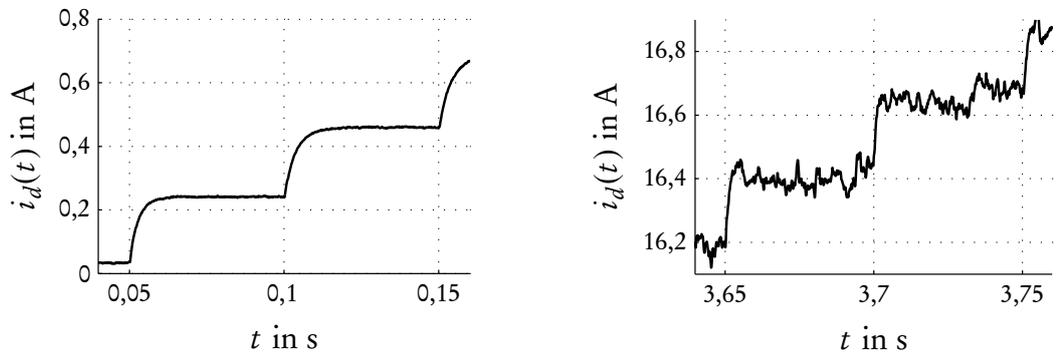
Im Rahmen dieser Arbeit hat sich der Gleichstromsprungversuch als ungeeignet herausgestellt, da er – im Gegensatz zum Wechselstromversuch – zu veräuschten Ergebnissen führte (vgl. Abbildung 4.7). Zudem ist bei der gegebenen Maschine die Annahme eines linearen  $RL$ -Netzwerkes für große Ströme nicht erfüllt. In Abbildung 4.6 ist der Stromverlauf für einen Gleichstromsprungversuch dargestellt. Kann man bei kleinen Strömen noch von einem  $PT_1$ -Verhalten sprechen, so ist das für große Ströme nicht mehr der Fall. Bei großen Strömen macht sich zusätzlich das Messrauschen stärker bemerkbar. Endlich wird der Einfluss der Umrichternichtlinearität bei dieser Methode zur Gänze vernachlässigt.

<sup>1</sup>Diesem Kapitel wird ebenfalls das vereinfachte Modell aus Abschnitt 2.5 zugrunde gelegt (siehe Gleichungen (2.32a–b), S. 21).

#### 4 Parameterbestimmung



**Abbildung 4.5:** Ersatzschaltbild der synchronen Reluktanzmaschine für das vereinfachte Modell aus dem Reglerentwurf. Die *linke* Abbildung stellt den Längs-, die *rechte* den Querzweig dar.



**Abbildung 4.6:** Strommessung eines Gleichstromsprungversuches. Die *beiden* Abbildungen zeigen dieselbe Messung zu unterschiedlichen Zeitpunkten. Bei großen Strömen macht sich zum einen das Messrauschen bemerkbar, zum anderen kann man nicht mehr von  $PT_1$ -Verhalten sprechen.

### 4.2.2 Wechselstromversuche (Stillstand)

Eine Abwandlung des Gleichstromsprungversuches stellt der Wechselstromversuch dar. Die Spannungsgleichungen und Ersatzschaltbilder sind dieselben wie beim Gleichstromsprungversuch. Zudem wird der Versuch ebenfalls bei Stillstand durchgeführt, wodurch es wiederum keine induzierte Spannung gibt. Der Unterschied besteht darin, dass statt eines Spannungssprunges eine Wechselspannung aufgeschaltet wird. Die Auswertung erfolgt dabei mithilfe des Frequenzganges.

Dazu wird zunächst die *Laplace*-Transformation auf die Spannungsgleichungen im Stillstand (Gleichungen (4.1a–b) mit  $\omega_R = 0 \text{ rad/s}$ ) angewandt. Dies führt zu

$$u_d(s) = R_S i_d(s) + s L_{dt} i_d(s) \quad (4.3)$$

$$u_q(s) = R_S i_q(s) + s L_{qt} i_q(s). \quad (4.4)$$

Hernach werden diese Gleichungen auf der imaginären Achse ausgewertet ( $s = j\omega_S$ ). Somit erhält man

$$\frac{u_d(j\omega_S)}{i_d(j\omega_S)} = R_S + j\omega_S L_{dt} \quad \text{und} \quad \frac{u_q(j\omega_S)}{i_q(j\omega_S)} = R_S + j\omega_S L_{qt}, \quad (4.5)$$

wobei  $\omega_S$  die elektrische Statorkreisfrequenz (Statorspannung) bezeichnet. Die differentiellen Induktivitäten erhält man folglich zu

$$L_{dt} = \frac{\Im \left\{ \frac{u_d(j\omega_S)}{i_d(j\omega_S)} \right\}}{2\pi f_S} \quad \text{und} \quad L_{qt} = \frac{\Im \left\{ \frac{u_q(j\omega_S)}{i_q(j\omega_S)} \right\}}{2\pi f_S}, \quad (4.6)$$

mit der elektrischen Statorfrequenz  $f_S$ .

Das Problem der Stromabhängigkeit der Induktivitäten löst man wie bei den Gleichstromsprungversuchen durch die *Annahme*, dass die differentiellen Induktivitäten für kleine Stromänderungen annähernd konstant sind. Es wird deshalb eine Wechselspannung mit kleiner Amplitude gewählt. Die Arbeitspunkte werden durch Überlagerung einer Gleichspannung eingestellt. Auf diesem Wege kann auch die *Kreuzsättigung* berücksichtigt werden.

Abbildung 4.7 stellt einen Vergleich zwischen dem Gleichstromsprungversuch und dem Wechselstromversuch dar. Die differentielle Induktivität  $L_{dt}$  wurde für  $i_q = 0 \text{ A}$  mit beiden Verfahren ermittelt. Die beiden Ergebnisse sind zwar qualitativ in etwa gleich, doch führt der Wechselstromversuch zu einem „glatteren“ Ergebnis. Vergleicht man die gemessene differentielle Induktivität mit

#### 4 Parameterbestimmung

der theoretischen (siehe Abbildung 2.4, S. 23), so lässt sich eine Abweichung feststellen. Dieses Phänomen wurde bereits in Abschnitt 4.1 diskutiert und hängt vermutlich mit dem nicht optimalen Aufbau des Prüfstandes und dem „Gezappel“ der  $u(i)$ -Kennlinie zusammen.

Es stellt sich an dieser Stelle noch die Frage, mit welcher Frequenz der Wechselstromversuch durchgeführt werden soll. Eine hohe Frequenz hätte den Vorteil, dass dadurch die Versuchszeit verkürzt und damit die Erwärmung verringert werden könnte. Allerdings führen höhere Frequenzen zu höheren Eisen- bzw. Ummagnetisierungsverlusten. Aus diesem Grunde sollte niedrigeren Frequenzen der Vorzug gegeben werden (siehe Jovanović und Betz 1999).

#### 4.2.3 Stromabklingversuche (Stillstand)

Ein weiteres Verfahren im Stillstand findet sich in Boldea 1996. Bei dieser Methode wird zunächst eine Gleichspannung vorgegeben und gewartet, bis das System eingeschwungen ist. Danach wird die Spannung auf null gesetzt und das Abklingen des Stromes betrachtet.

Ausgangspunkt dieses Verfahrens sind wiederum die Spannungsgleichungen im Stillstand. Allerdings wird hier direkt der Fluss berechnet:

$$-\frac{d\psi_d}{dt} = R_S i_d - u_d \quad (4.7a)$$

$$-\int_0^{\infty} \frac{d\psi_d}{dt} dt = R_S \int_0^{\infty} i_d dt - \int_0^{\infty} u_d dt \quad (4.7b)$$

$$-\underbrace{[\psi_d(t = \infty) - \psi_d(t = 0)]}_{=0} = R_S \int_0^{\infty} i_d dt - \int_0^{\infty} u_d dt \quad (4.7c)$$

$$\psi_{d,0} = R_S \int_0^{\infty} i_d dt - \int_0^{\infty} u_d dt . \quad (4.7d)$$

Daraus lässt sich nun die Induktivität  $L_d$  bestimmen:

$$L_d(i_{d,0}) = \frac{R_S \int_0^{\infty} i_d dt - \int_0^{\infty} u_d dt}{i_{d,0}}, \quad (4.8)$$

mit  $i_{d,0} = i_d(t = 0)$ . Boldea empfiehlt dabei den Widerstand  $R_S$  für jeden Versuch aus den Anfangswerten  $u_d(t = 0)$  und  $i_d(t = 0)$  neu zu bestimmen. Die Induktivität  $L_q$  lässt sich analog dazu herleiten und ist gegeben als

$$L_q(i_{q,0}) = \frac{R_S \int_0^\infty i_q dt - \int_0^\infty u_q dt}{i_{q,0}}, \quad (4.9)$$

mit  $i_{q,0} = i_q(t = 0)$ . In Abbildung 4.8 sind Strom- und Spannungsverlauf für einen Stromabklingversuch dargestellt.

Obgleich dieses Verfahren einfach anzuwenden wäre, hat es sich im Zuge dieser Arbeit ebenfalls als ungeeignet herausgestellt. Zunächst wird bei dieser Methode gleich wie beim Gleichstromsprungversuch die Umrichternichtlinearität vernachlässigt. Zudem hat sich die Berücksichtigung der *Kreuzsättigung* beim Stromabklingversuch als nicht trivial herausgestellt. Es wurden zwar Ansätze dafür vorgeschlagen (siehe z. B. Im u. a. 2009), allerdings bedürfen diese der Modifikation der Schaltung.

#### 4.2.4 Messung der induzierten Spannung

Endlich soll ein Verfahren bei drehender Maschine vorgestellt werden. Dieses Verfahren wurde vorgeschlagen in Armando u. a. 2013.

Die grundsätzliche Idee besteht in der Messung der induzierten Spannungen im eingeschwungenen Zustand. Dazu werden die Ströme mittels Stromregelung eingepreßt und die vom Regler ausgegebenen Spannungen, zusammen mit den Strömen, aufgezeichnet. Die zu vermessende Maschine muss dabei von einer *zweiten Maschine* auf konstanter Drehzahl gehalten werden.

Die Spannungsgleichungen im eingeschwungenen Zustand sind gegeben durch

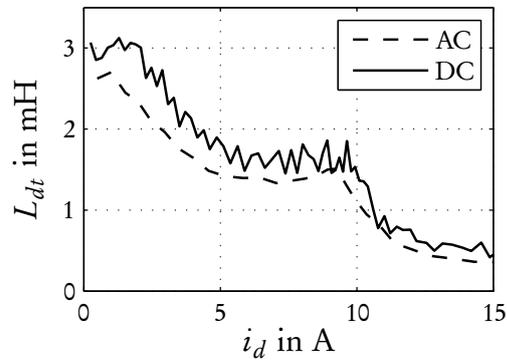
$$u_d = R_S i_d - \omega_R \psi_q \quad \text{und} \quad u_q = R_S i_q + \omega_R \psi_d. \quad (4.10)$$

Daraus lassen sich die Flüsse ermitteln:

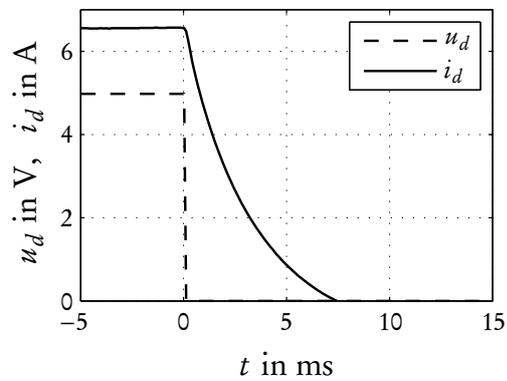
$$\psi_d = \frac{u_q - R_S i_q}{\omega_R} \quad \text{und} \quad \psi_q = -\frac{u_d - R_S i_d}{\omega_R}. \quad (4.11)$$

Der Fluss in eine gewisse Richtung ergibt sich aus dem Strom in die jeweils andere Richtung. Mit dem Strom in selber Richtung kann die *Kreuzsättigung* berücksichtigt werden.

#### 4 Parameterbestimmung



**Abbildung 4.7:** Differenzielle Induktivität  $L_{dt}$  ermittelt aus einem Wechselstromversuch (AC) und einem Gleichstromsprungversuch (DC), ohne Querstrom ( $i_q = 0$  A).



**Abbildung 4.8:** Strom- und Spannungsverlauf bei einem Stromabklingversuch. Aus dem Integral der beiden Verläufe lässt sich der Fluss  $\psi_d$ , und damit die Induktivität  $L_d$ , ermitteln.

Zusätzlich soll der Einfluss des Statorwiderstandes  $R_S$  eliminiert werden. Dazu wird der entsprechende Strom einmal mit positivem und einmal mit negativem Vorzeichen vorgegeben. Dies soll nun anhand des Flusses in Längsrichtung gezeigt werden. Die Herleitung für den Fluss in Querrichtung erfolgt analog.

Der Versuch wird mit den Strömen

$$\mathbf{i}_1 = \begin{bmatrix} i_{d,1} \\ i_{q,1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{i}_2 = \begin{bmatrix} i_{d,2} \\ i_{q,2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_d \\ -i_q \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

durchgeführt. Dies führt zu den beiden Flüssen

$$\psi_{d,1} = \frac{u_{q,1} - R_S i_{q,1}}{\omega_R} = \frac{u_{q,1} - R_S i_q}{\omega_R} \quad (4.13a)$$

$$\psi_{d,2} = \frac{u_{q,2} - R_S i_{q,2}}{\omega_R} = \frac{u_{q,2} + R_S i_q}{\omega_R}. \quad (4.13b)$$

Da der Strom in Längsrichtung bei beiden Versuchen gleich ist, muss auch der Fluss in Längsrichtung bei beiden Versuchen gleich sein. Um den endgültigen Fluss zu erhalten wird deshalb der Mittelwert der beiden Ergebnisse gebildet. Somit erhält man

$$\psi_d = \frac{1}{2} \frac{u_{q,1} - \cancel{R_S i_q} + u_{q,2} + \cancel{R_S i_q}}{\omega_R} = \frac{u_{q,1} + u_{q,2}}{2 \omega_R}. \quad (4.14)$$

Auf diese Weise wurde der Einfluss des Statorwiderstandes  $R_S$  beseitigt. Um zusätzlich noch die Temperaturabhängigkeit des Statorwiderstandes<sup>2</sup> zu kompensieren, wird der erste Versuch am Ende noch einmal wiederholt und die Spannungen aus dem ersten und dritten Versuch gemittelt. Abbildung 4.9 zeigt den Stromverlauf und die Temperaturabhängigkeit des Statorwiderstandes.

Der Fluss in Längsrichtung lässt sich somit wie folgt ermitteln:

$$\psi_d = \frac{1}{2} \left( \frac{u_{q,1} + u_{q,3}}{2} + u_{q,2} \right) \frac{1}{\omega_R} = \left( \frac{u_{q,1}}{4} + \frac{u_{q,2}}{2} + \frac{u_{q,3}}{4} \right) \frac{1}{\omega_R}, \quad (4.15)$$

wobei  $i_q$  alterniert und  $i_d$  gleich bleibt. Den Fluss in Querrichtung erhält man durch

$$\psi_q = - \left( \frac{u_{d,1}}{4} + \frac{u_{d,2}}{2} + \frac{u_{d,3}}{4} \right) \frac{1}{\omega_R}, \quad (4.16)$$

<sup>2</sup>Der Statorwiderstand  $R_S$  wird sich, aufgrund der Temperaturänderung, in beiden Versuchen leicht unterscheiden.

#### 4 Parameterbestimmung

wobei hier  $i_d$  alterniert und  $i_q$  gleich bleibt.

Um drehzahlabhängige Störungen zu kompensieren, sollte die Spannung über ein ganzzahliges Vielfaches der mechanischen Periodendauer gemittelt werden.

Es stellt sich nun noch die Frage, bei welcher Drehzahl diese Versuche durchgeführt werden sollen. Eine hohe Drehzahl führt zu höheren Spannungen, aber auch zu höheren Eisen- bzw. Ummagnetisierungsverlusten. Diese führen dazu, dass die Flüsse nicht mehr symmetrisch um die jeweilige Achse sind. Für den Fluss in Längsrichtung bedeutet das, dass für  $i_2 = i_1^*$  nun  $\psi_2 \neq \psi_1^*$  gilt (siehe Abbildung 4.10). Aus diesem Grunde sollte die Drehzahl nicht zu hoch gewählt werden. Laut Armando u. a. erhält man mit einem Drittel der Nenndrehzahl einen guten Kompromiss.

### 4.3 Rotornullwinkel

Für die Koordinatentransformation wird der Rotorwinkel  $\varphi_R$  benötigt. Wie eingangs bereits erwähnt, lässt sich dieser über das Integral der Rotorwinkelgeschwindigkeit  $\omega_R$  ermitteln. Es gilt:

$$\varphi_R = \varphi_{R,0} + \int_0^t \omega_R(\tau) d\tau. \quad (4.17)$$

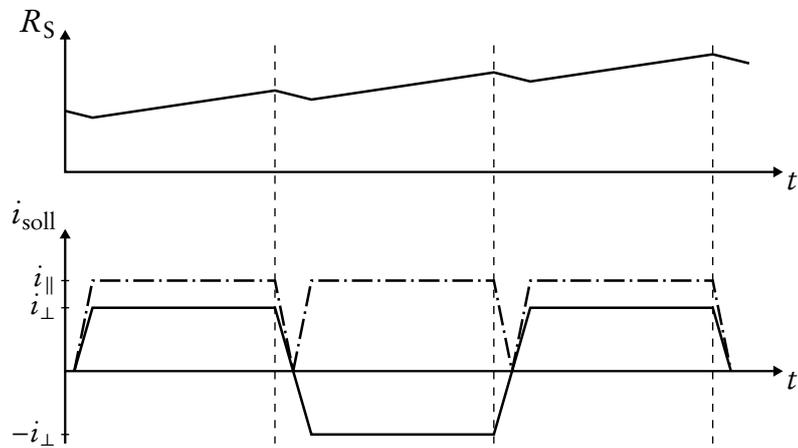
Weiters soll für einen Rotorwinkel von  $0^\circ$  das rotorfeste mit dem statorfesten Koordinatensystem genau übereinstimmen.

Mit dem sog. Rotornullwinkel  $\varphi_{R,0}$  lässt sich dabei ein möglicher Versatz der beiden Koordinatensysteme (aufgrund der Messung) ausgleichen. Um den Rotornullwinkel zu bestimmen, gibt es mehrere Möglichkeiten. Zwei dieser Möglichkeiten sollen hier erläutert werden. Ihnen ist gemein, dass bei beiden ein konstanter Statorspannungsraumzeiger  $\underline{u}_S^S$  mit

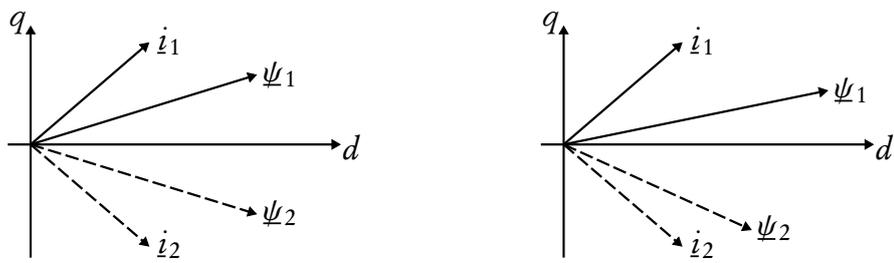
$$u_\alpha > 0 \text{ V} \quad \text{und} \quad u_\beta = 0 \text{ V} \quad (4.18)$$

ausgegeben wird.

**1. Methode: Unbelastete Maschine.** Ist die Maschine nicht belastet, so wird sich der Rotor so ausrichten, dass seine Längsachse mit der reellen Achse des statorfesten Koordinatensystems übereinstimmt. Der Rotorwinkel beträgt also



**Abbildung 4.9:** Stromvorgabe und Temperaturabhängigkeit des Statorwiderstandes  $R_S$  beim Verfahren der Messung der induzierten Spannung. Die *strichpunktierte* Linie stellt den Strom in die selbe Richtung wie der zu messende Fluss dar; die *durchgezogene* Linie, den Strom in die jeweils andere Richtung.



**Abbildung 4.10:** Einfluss der Eisen- bzw. Ummagnetisierungsverluste auf den Fluss beim Verfahren der Messung der induzierten Spannung. Dargestellt sind die Zeiger der Ströme und Flüsse zur Messung des Flusses in Längsrichtung. Die *linke* Abbildung zeigt das Zeigerdiagramm ohne Eisenverluste; die *rechte* das Zeigerdiagramm mit Eisenverlusten.

#### 4 Parameterbestimmung

$0^\circ$  und der Rotornullwinkel kann aus dem gemessenen Rotorwinkel ermittelt werden<sup>3</sup>.

**2. Methode: Stromsymmetrie.** Bei dieser Methode wird der Rotor solange gedreht, bis

$$i_V = i_W = -\frac{i_U}{2} \quad (4.19)$$

gilt. Ist diese Gleichung erfüllt, kann der resultierende Rotorwinkel ebenfalls als  $0^\circ$  definiert werden. Diese Methode beruht auf der magnetischen Symmetrie der Maschine (siehe Jovanović und Betz 1999).

### 4.4 Spannungsmessung bei PWM-Signalen

Bei der messtechnischen Erfassung der Induktivitäten wurde versucht, die tatsächlich an der Maschine anliegende Spannung zu messen. Dieses Vorhaben musste jedoch letztlich aufgrund von praktischen Überlegungen verworfen werden.

Die Schwierigkeit liegt darin, dass es sich bei den Spannungen um PWM-Signale handelt. Um diese exakt messen zu können, benötigt man insbesondere bei hohen Frequenzen ein Oszilloskop mit sehr hoher zeitlicher Auflösung. Diese hohe zeitliche Auflösung führt allerdings zu großen Datenmengen. Infolgedessen wird es schwierig, längere Sequenzen aufzuzeichnen. Bei den Versuchen für die Induktivitätsmessung ist aber genau das erforderlich.

Des Weiteren ergibt sich bei dem Versuch, Spannungen direkt an den Klemmen zu messen, noch eine zusätzliche Schwierigkeit. Bisher wurde stillschweigend angenommen, dass die Maschine in Sternschaltung geschaltet ist (vgl. Abbildung 4.1). Dies trifft allerdings selten zu<sup>4</sup>. Auch bei der vorliegenden Arbeit war das nicht der Fall. Somit lässt sich einerseits nur die Spannung zwischen den Strängen messen. Andererseits stellt sich die Frage, wie sich die tatsächliche Dreieckschaltung mit der theoretisch angenommenen Sternschaltung in Einklang bringen lässt. In der Tat hat sich diese Frage als nicht ganz trivial herausge-

---

<sup>3</sup>Aufgrund der Rotorsymmetrie ist es dabei egal, ob der sich einstellende Winkel als  $0^\circ$  oder  $180^\circ$  definiert wird. Ist die Polpaarzahl  $p$  größer als eins, so kann der sich einstellende Winkel als ein Vielfaches von  $180^\circ/p$  definiert werden.

<sup>4</sup>Die Dreieckschaltung lässt sich einfacher fertigen, da für die Sternschaltung zusätzlich der Sternpunkt aus der Maschine herausgeführt werden muss.

#### 4.4 Spannungsmessung bei PWM-Signalen

stellt. Da jedoch die Annahme einer Sternschaltung für die vorliegende Arbeit ausreichend gute Ergebnisse liefert, wurde nicht weiter darauf eingegangen.

Letztlich wurde auf die exakte Messung der Spannungen verzichtet. Vielmehr wurden die vom Umrichter auszugebenden Sollspannungen herangezogen, mit der *Annahme*, dass diese auch in etwa so umgesetzt werden.



# 5

## Ergebnisse



Das vorliegende Kapitel behandelt schließlich die praktische Erprobung der Regelung am Prüfstand. Dabei wird zunächst der *Aufbau des Prüfstandes* beschrieben. Hernach werden die Ergebnisse der Messungen am Prüfstand diskutiert. Zur Verifikation der Regelung wurden dabei *Drehmoment-* und *Drehzahlsprünge* vorgegeben.

### 5.1 Beschreibung des Prüfstandes

Die folgende Beschreibung des Prüfstandes basiert auf den entsprechenden Ausführungen in Forstinger 2013 und Kranawetter 2014. Der prinzipielle Aufbau des von der Firma Kristl, Seibt & Co. GmbH zur Verfügung gestellten Prüfstandes ist in Abbildung 5.1 dargestellt.

Bei der Asynchronmaschine handelt es sich um eine Maschine des Typs Lenze MCA14L16. Die wichtigsten Daten dieser Maschine sind in Tabelle 5.1 zusammengefasst.

Die synchrone Reluktanzmaschine wurde, wie eingangs erwähnt, von der Firma Kristl, Seibt & Co. GmbH im Zuge einer Dissertation gefertigt (vgl. Lang 2015). Stator und Rotor der synchronen Reluktanzmaschine sind in Abbildung 5.2 dargestellt. Ihre technischen Daten finden sich in Tabelle 5.2.

Der angegebene Nennpunkt bedarf einer Erklärung. Grundsätzlich richtet er sich nach den Anforderungen in Lang 2015. Dort wird ein besonderes Augenmerk auf minimale Verluste gelegt, da es sich um eine spezielle Anwendung in einer Umgebung mit erhöhter Temperatur handelt. Weiters wird eine Zwischenkreisspannung von 24 V verwendet und die Maschine nicht zusätzlich gekühlt. Der Ausgangspunkt in jener Arbeit ist unter anderem eine Nennspannung von 2 V.

| Beschreibung    | Symbol            | Wert                | Einheit         |
|-----------------|-------------------|---------------------|-----------------|
| Nennleistung    | $P_{\text{nenn}}$ | 2,1                 | kW              |
| Nennmoment      | $M_{\text{nenn}}$ | 12                  | N m             |
| Nenndrehzahl    | $n_{\text{nenn}}$ | 1 635               | $1/\text{min}$  |
| Nennspannung    | $U_{\text{nenn}}$ | 390                 | V               |
| Nennstrom       | $I_{\text{nenn}}$ | 4,8                 | A               |
| Polpaarzahl     | $p$               | 2                   | 1               |
| Trägheitsmoment | $J$               | $1,9 \cdot 10^{-3}$ | $\text{kg m}^2$ |

**Tabelle 5.1:** Technische Daten der Asynchronmaschine (Lenze MCA14L16).

Dies führt zu einem Nennstrom von 3,6 A und weiters zu einer Nenndrehzahl von 1 200  $1/\text{min}$ . Die letzten beiden Werte bilden nun zusammen mit der angegebenen Zwischenkreisspannung die Basis der vorliegenden Arbeit. Zusammen mit den Daten der Induktivitäten (welche aus einer FEM-Berechnung ermittelt wurden, vgl. Abbildung 2.4, S. 23) wurden Nennspannung, Nennmoment und Nennleistung ermittelt. Dabei wurde ein konstanter Längsstrom von 2 A angenommen. Dies erklärt den relativ niedrigen Nennpunkt. Es wäre jedoch durchaus möglich mit der gegebenen Maschine eine höhere Leistung zu erzielen, wobei die Erwärmung dabei eine entscheidende Rolle spielt<sup>1</sup>.

Der Statorwiderstand wurde bei einer Temperatur von etwa 30 °C ermittelt. Die Polpaarzahl und das Trägheitsmoment wurden ebenfalls aus Lang 2015 übernommen.

Die beiden Maschinen können mithilfe einer Welle verbunden werden. Dabei kann das Wellenmoment mit einem Drehmomentmessflansch des Typs HBM T22 (mit 50 N m Nennmoment) gemessen werden. Aus einem Vergleich der Maschinendaten wird deutlich, dass damit exakte Messungen des Drehmoments der synchronen Reluktanzmaschine nicht möglich sind. Durch Filterung der Messergebnisse ist es jedoch möglich, Aussagen über die stationäre Genauigkeit des Drehmoments zu machen. Wenn nicht anders angegeben, handelt es sich deshalb beim dargestellten Drehmoment um das im Regler berechnete. Wird das mittels Drehmomentmessflansch gemessene und gefilterte Drehmoment dargestellt, so wird es mit dem Zusatz „mess“ gekennzeichnet. Aus dem Vergleich der beiden Maschinen ist weiters ersichtlich, dass es nicht möglich ist, die Asyn-

<sup>1</sup>Insbesondere kann auch ein höherer Maximalstrom verwendet werden. Entscheidend dabei ist ebenfalls die Erwärmung.

## 5.1 Beschreibung des Prüfstandes

| Beschreibung                    | Symbol            | Wert                | Einheit         |
|---------------------------------|-------------------|---------------------|-----------------|
| Nennleistung <sup>2</sup>       | $P_{\text{nenn}}$ | 6,4                 | W               |
| Nennmoment <sup>2</sup>         | $M_{\text{nenn}}$ | 50,6                | mN m            |
| Nenndrehzahl                    | $n_{\text{nenn}}$ | 1 200               | $1/\text{min}$  |
| Maximaldrehzahl                 | $n_{\text{max}}$  | 6 000               | $1/\text{min}$  |
| Nennspannung <sup>2</sup>       | $U_{\text{nenn}}$ | 4,2                 | V               |
| Maximalspannung                 | $U_{\text{max}}$  | 17,0                | V               |
| Nennstrom                       | $I_{\text{nenn}}$ | 3,6                 | A               |
| Maximalstrom                    | $I_{\text{max}}$  | 7,2                 | A               |
| Statorwiderstand                | $R_S$             | 0,57                | $\Omega$        |
| Induktivität <sup>3</sup>       | $L_d$             | 2,70–2,90           | mH              |
| Diff. Induktivität <sup>3</sup> | $L_{dt}$          | 2,25–2,90           | mH              |
| Induktivität <sup>3</sup>       | $L_q$             | 0,70–1,30           | mH              |
| Diff. Induktivität <sup>3</sup> | $L_{qt}$          | 0,45–1,25           | mH              |
| Polpaarzahl                     | $p$               | 2                   | 1               |
| Trägheitsmoment                 | $J$               | $6,2 \cdot 10^{-6}$ | $\text{kg m}^2$ |

**Tabelle 5.2:** Technische Daten der von der Firma Kristl, Seibt & Co. GmbH gefertigten synchronen Reluktanzmaschine. Der Nennpunkt basiert auf den Anforderungen in Lang 2015.

chronmaschine mithilfe der Reluktanzmaschine zu drehen<sup>4</sup>. Umgekehrt ist es jedoch mithilfe der Asynchronmaschine leicht möglich, der Reluktanzmaschine eine Rotorwinkelgeschwindigkeit „einzuprägen“.

Die Rotorwinkel der beiden Maschinen werden mit Drehgebern der Firma Heidenhain gemessen.

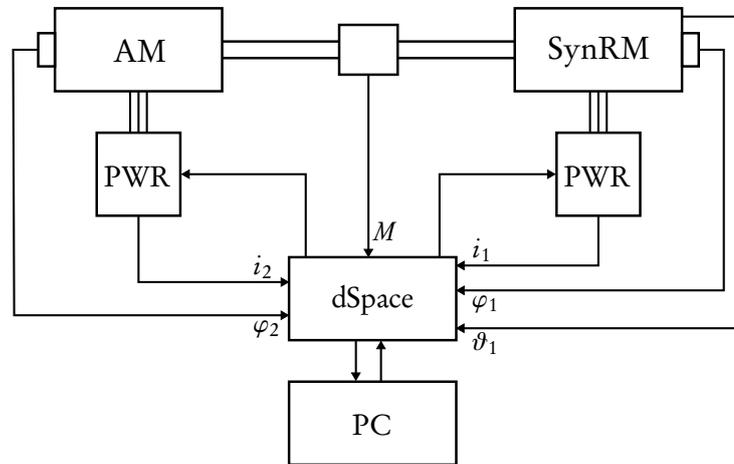
Bei der synchronen Reluktanzmaschine kann weiters die Temperatur  $\vartheta$  der

<sup>2</sup>Diese Werte wurden aus dem Nennstrom und der Nenndrehzahl, mit einem konstanten Längsstrom  $i_{d,0} = 2$  A, und den Induktivitäten  $L_d$  und  $L_q$  ermittelt. Die Nennleistung wurde aus der Nenndrehzahl und dem Nennmoment berechnet.

<sup>3</sup>Die angegebenen Bereiche beziehen sich auf die Änderung des Querstromes  $i_q$  von 0 A bis zum maximal zulässigen Strom  $i_{q,\text{max}}$ , wobei der Längsstrom mit 2 A angenommen wurde. Die Werte im Nennpunkt betragen  $L_d = 2,75$  mH,  $L_{dt} = 2,7$  mH,  $L_q = 0,95$  mH und  $L_{qt} = 0,6$  mH. Diese Werte stammen aus einer FEM-Berechnung.

<sup>4</sup>Dies gilt zumindest für den angegebenen Maximalstrom und einen konstanten Längsstrom von ungefähr einem Drittel des Nennstromes. Das bei diesem Maximalstrom höchstens erreichbare Moment beträgt in etwa 260 mN m.

## 5 Ergebnisse



**Abbildung 5.1:** Schematischer Aufbau des Prüfstandes. Die Asynchronmaschine (AM) ist über eine Welle mit der synchronen Reluktanzmaschine (SynRM) verbunden. Ein dSpace-System übernimmt die Ansteuerung der Pulswechselrichter (PWR), sowie die Messung der Ströme, der Rotorwinkel und des Drehmoments. Die Kommunikation mit dem dSpace-System erfolgt über einen PC.



**Abbildung 5.2:** Die *linke* Abbildung stellt den Stator, die *rechte* den Rotor der synchronen Reluktanzmaschine dar. Aus: Lang 2015 (Änderungen durch den Autor).

Maschine gemessen werden.

Die beiden für eine Zwischenkreisspannung von etwa 565 V ausgelegten Pulswechselrichter<sup>5</sup> sind mit IGBT-Modulen ausgestattet. Der Pulswechselrichter der synchronen Reluktanzmaschine wird allerdings, wie bereits erwähnt, nur mit einer Zwischenkreisspannung von 24 V betrieben. Dieser Aufbau ist nicht optimal. Für diese Zwischenkreisspannung wären MOSFET-Halbbrücken besser geeignet als die IGBT-Module. Da eine solche Modifikation jedoch über den Rahmen dieser Arbeit hinausginge, wurde darauf verzichtet.

Die Regelung läuft auf einem dSpace-System. Dabei handelt es sich um ein modular aufgebautes und frei konfigurierbares System der Firma dSpace. Im Wesentlichen besitzt das dSpace-System, welches im Prüfstand verbaut ist, eine Prozessorkarte (DS1006 Prozessorboard), eine Karte zur Ansteuerung der Pulswechselrichter (DS5202 ACMC FPGA Board) und eine Karte zur Kommunikation mit den Drehgebern (DS3002 Drehgeberboard). Die Kommunikation mit dem dSpace-System erfolgt über einen PC und das Programmpaket Control Desk. Die eigentlichen Regler werden mithilfe von MATLAB/Simulink als sog. Simulink-Koppelpläne erstellt und mithilfe des Programmpakets MATLAB Real Time Workshop in ausführbaren C-Code übersetzt. Dieser kann sodann mittels Control Desk auf das dSpace-System übertragen werden.

Die Verwendung des dSpace-Systems bringt einige Vorteile. Zum einen können Regler schnell ausprobiert werden. Sodann können zur Laufzeit die Parameter der Maschinen überwacht und ggf. die Parameter der Regelung geändert werden. Weiters können die Messungen ebenfalls über das dSpace-System durchgeführt werden. Somit wird es einfach, die Daten zu speichern und mit MATLAB auszuwerten. Endlich können mit dem dSpace-System hohe Frequenzen erreicht werden. Die Regelung läuft mit einer Abtastfrequenz von  $f_A = 10$  kHz, die Schaltfrequenz der Pulswechselrichter beträgt 5 kHz. Die analogen Eingangssignale werden mit einer Frequenz von 10 MHz abgetastet und hernach über das Abtastintervall gemittelt.

## 5.2 Beschreibung der Regler

Im weiteren Verlaufe dieses Kapitels werden Messergebnisse für verschiedene Regler diskutiert. Bei den Messungen wurden im Wesentlichen zwei Varianten

---

<sup>5</sup>Ursprünglich wurde der Prüfstand für zwei Asynchronmaschinen des Typs Lenze MCA14L16 konstruiert.

des Reglers eingesetzt. In der *ersten Variante* werden die nichtlinearen Effekte vernachlässigt. Dieser Regler wird in weiterer Folge als *Typ 1* bezeichnet. Die für diese Variante relevanten Parameter sind die Durchtrittsfrequenzen der Stromregler  $\omega_{c,i_d}$  und  $\omega_{c,i_q}$ , die Durchtrittsfrequenz des Drehzahlreglers  $\omega_{c,n}$ , die angenommenen Induktivitäten  $L_d$ ,  $L_{dt}$ ,  $L_q$  und  $L_{qt}$ , der Statorwiderstand  $R_S$  und schließlich die Vorgabe des Längsstromes  $i_{d,0}$ .

In der *zweiten Variante* werden die nichtlinearen Effekte berücksichtigt. Dazu wird ein Smith-Prädiktor eingesetzt und die Umrichternichtlinearität mithilfe der Spannung-Strom-Kennlinie kompensiert. Weiters werden die gemessenen Werte der Induktivitäten verwendet, und zwar im Smith-Prädiktor, bei der Kompensation der induzierten Spannungen und bei der Umrechnung von Sollmoment auf Sollstrom. Für die Berechnung der Stromreglerparameter  $K_P$  und  $K_I$  werden jedoch weiterhin konstante Induktivitäten angenommen. Dieser Regler wird als *Typ 2a* bezeichnet. Als kleine Abwandlung dieser Variante wird mit *Typ 2b* ein Regler bezeichnet, bei dem die Querstrom-Reglerparameter in jedem Zeitschritt neu berechnet werden. Dazu werden die Induktivität  $L_{qt}$  und der Widerstand  $R_S$  mithilfe des prädizierten Stromes ermittelt<sup>6</sup>.

Die genauen Reglerparameter der einzelnen Versuche und die über die Versuchsdauer gemittelte Temperatur der Reluktanzmaschine  $\vartheta$  sind in Tabelle 5.3 aufgelistet.

### 5.3 Drehmomentsprünge

Zunächst soll das Drehmoment betrachtet werden. Dabei wird einerseits die Dynamik des Regelkreises, andererseits die stationäre Genauigkeit des Drehmoments untersucht. Dies geschieht mithilfe von Drehmomentsprüngen.

#### 5.3.1 Dynamik

Der Dynamik sind die Versuche 1–6 gewidmet. Die Maschine ist bei diesen Versuchen unbelastet (kein Gegenmoment) und startet im Stillstand. In den Abbildungen 5.3 bis 5.8 werden die Sprungantworten des Drehmoments, der

---

<sup>6</sup>Die Daten der Induktivitäten und der Umrichternichtlinearität stammen aus den in Kapitel 4 beschriebenen Messungen, wobei zur Bestimmung der Induktivitäten die Methode der Messung der induzierten Spannung eingesetzt wurde.

### 5.3 Drehmomentsprünge

| №  | Regler | $i_{d,0}$ | $\omega_{c,i_d}$ | $\omega_{c,i_q}$ | $\omega_{c,n}$ | $L_d$ | $L_{dt}$ | $L_q$ | $L_{qt}$ | $R_S$             | $\vartheta$ |
|----|--------|-----------|------------------|------------------|----------------|-------|----------|-------|----------|-------------------|-------------|
|    |        | A         | $1/s$            | $1/s$            | $1/s$          | mH    | mH       | mH    | mH       | $\Omega$          | $^{\circ}C$ |
| 1  | 1      | 2,0       | 1700             | 1700             | –              | 2,05  | 2,00     | 0,5   | 0,5      | 0,65              | 24,4        |
| 2  | 1      | 2,0       | 1700             | 1700             | –              | 2,05  | 2,00     | 0,5   | 0,5      | 0,65              | 23,8        |
| 3  | 1      | 1,5       | 1700             | 1700             | –              | 2,05  | 2,00     | 0,5   | 0,5      | 0,65              | 24,5        |
| 4  | 2a     | 2,0       | 2 500            | 3 300            | –              | –     | 2,65     | –     | 1,5      | 1,5 <sup>7</sup>  | 27,9        |
| 5  | 2a     | 2,0       | 2 500            | 3 300            | –              | –     | 2,65     | –     | 1,3      | 0,57              | 30,6        |
| 6  | 2b     | 2,0       | 2 500            | 3 300            | –              | –     | 2,65     | –     | 1,6      | 1,14 <sup>8</sup> | 29,5        |
| 7  | 2a     | 2,0       | 2 500            | 2 800            | –              | –     | 2,65     | –     | 1,3      | 0,57              | 44,3        |
| 8  | 1      | 2,0       | 1700             | 1700             | 400            | 2,05  | 2,00     | 0,5   | 0,5      | 0,65              | 21,8        |
| 9  | 1      | 2,0       | 1700             | 1700             | 400            | 2,05  | 2,00     | 0,5   | 0,5      | 0,65              | 21,5        |
| 10 | 2a     | 2,0       | 2 500            | 2 800            | 300            | –     | 2,65     | –     | 1,3      | 0,57              | 31,7        |

**Tabelle 5.3:** Reglerparameter und durchschnittliche Temperatur der Reluktanzmaschine für die einzelnen Versuche.

Spannung und des Stromes für die einzelnen Versuche dargestellt.

Die Anstiegszeit ist mit etwa 2 ms relativ groß. Maßgeblich für die Anstiegszeit des Drehmoments ist die Anstiegszeit des Querstromes  $i_q$ . Aus der (vereinfachten) Differenzialgleichung des Querstromes

$$\frac{di_q}{dt} = \frac{1}{L_{qt}} (u_q - R_S i_q) \quad (5.1)$$

geht hervor, dass für dessen Anstiegszeit im Wesentlichen die differenzielle Induktivität  $L_{qt}$  und die Höhe der Spannung  $u_q$  von Bedeutung sind. Bei der gegebenen Reluktanzmaschine sind beide Werte nicht optimal. Zum einen ist die differenzielle Querinduktivität mit 0,95 mH im Nennpunkt relativ groß. Zum anderen ist die maximale Spannung recht niedrig. Letzteres stellt jedoch in den gezeigten Versuchen kein Problem dar, da die Spannungsgrenze nie erreicht wird.

<sup>7</sup>Dieser Widerstandswert wurde für die Berechnung von  $K_I$  des Querstromreglers verwendet.

Für den Rest der Regelung wurde  $R_S = 0,57 \Omega$  gesetzt.

<sup>8</sup>Dieser Widerstandswert wurde für den Rest der Regelung verwendet. Der Widerstandswert für die Berechnung von  $K_I$  des Querstromreglers wurde in jedem Zeitschritt mithilfe des prädizierten Stromes aus der Umrickerkennlinie neu ermittelt, wobei dieser Wert noch um 10 % vergrößert wurde.

## 5 Ergebnisse

Durch den Einsatz eines Smith-Prädiktors lässt sich die Durchtrittsfrequenz der Stromregler erhöhen, was zu einer Verminderung der Anstiegszeit führt. In den Versuchen 4–6 ist die Anstiegszeit mit rund 1 ms etwa halb so groß wie bei den Versuchen 1–3. Da die Spannungsgrenze bei diesen Versuchen nicht erreicht wird, ließe sich die Anstiegszeit wohl noch etwas verringern.

Weiters fällt auf, dass der Statorwiderstand – als differenzielle Steigung der Spannung-Strom-Kennlinie des Umrichters – für die verwendeten Betriebspunkte zu niedrig angesetzt ist<sup>9</sup>. Aus den Gleichungen für die Stromreglerparameter

$$K_{P,i_q} = \omega_{c,i_q} L_{qt} \quad \text{und} \quad K_{L,i_q} = \omega_{c,i_q} R_s \quad (5.2)$$

ist ersichtlich, dass dies zu einem langsameren Integrator führt. Dies ist besonders bei den Versuchen 2 und 5 gut ersichtlich.

Aus einem Vergleich der Versuche 1 und 3 ist weiters ersichtlich, dass die Wahl des Längsstromes durchaus einen Einfluss auf die Dynamik ausübt. Ein kleinerer Längsstrom führt zu einer kleineren Anstiegszeit.

Abschließend lässt sich in diesen Versuchen feststellen, dass die exakte Kenntnis der Maschinenparameter einen entscheidenden Einfluss auf die Dynamik besitzt.

### 5.3.2 Stationäre Genauigkeit

Zur Untersuchung der stationären Genauigkeit dient Versuch 7. Wie bereits erwähnt, ist die exakte Messung des Drehmoments mit dem gegebenen Versuchsaufbau nicht möglich. Es wurde deshalb bei einer konstanten Drehzahl von 100 1/min (welche mithilfe der Asynchronmaschine eingeprägt wurde) ein Drehmomentsprung von –50 mN m auf 50 mN m vorgegeben<sup>10</sup>. Das gemessene Drehmoment wurde danach stark gefiltert. Dieser Versuch ist in Abbildung 5.9 dargestellt. Daraus ist ersichtlich, dass das gemessene Drehmoment mit dem des Reglers zumindest stationär in etwa übereinstimmt. Daraus lässt sich schließen, dass die verwendeten Induktivitäten, zumindest in diesem Betriebspunkt, mit den tatsächlichen übereinstimmen.

---

<sup>9</sup>Diese Problematik hängt mit dem ungünstigen Aufbau des Prüfstandes zusammen.

<sup>10</sup>Das maximale Drehmoment, bei dieser Wahl des Maximal- und Längsstromes, liegt bei etwa 75 mN m.

## 5.4 Drehzahlsprünge

Nun soll die Regelung mithilfe von Drehzahlsprüngen untersucht werden. Dazu dienen die Versuche 8–10, welche in den Abbildungen 5.10 bis 5.12 dargestellt sind.

Das vom Drehzahlregler vorgegebene Sollmoment wird durch den Maximalstrom begrenzt. Dieses gesättigte Moment, welches bei der Bestimmung des Sollquerstromes Verwendung findet, wird in den Abbildungen 5.11 und 5.12 mit „sat“ (von engl. „saturation“) gekennzeichnet. Bei Versuch 9 würde man erwarten, dass das gesättigte Moment konstant ist. Aufgrund der Kreuzsättigung steigt jedoch der Längsstrom etwas an, was zu einem Anstieg des gesättigten Moments führt. Die Erhöhung des Längsstromes wird sodann vom Regler wieder ausgeglichen. Bei Versuch 10 werden die Induktivitäten in jedem Zeitschritt neu ermittelt. Dies führt zu einer Änderung des gesättigten Moments. Zusätzlich macht sich auch hier (wie bei Versuch 9) die Kreuzsättigung bemerkbar.

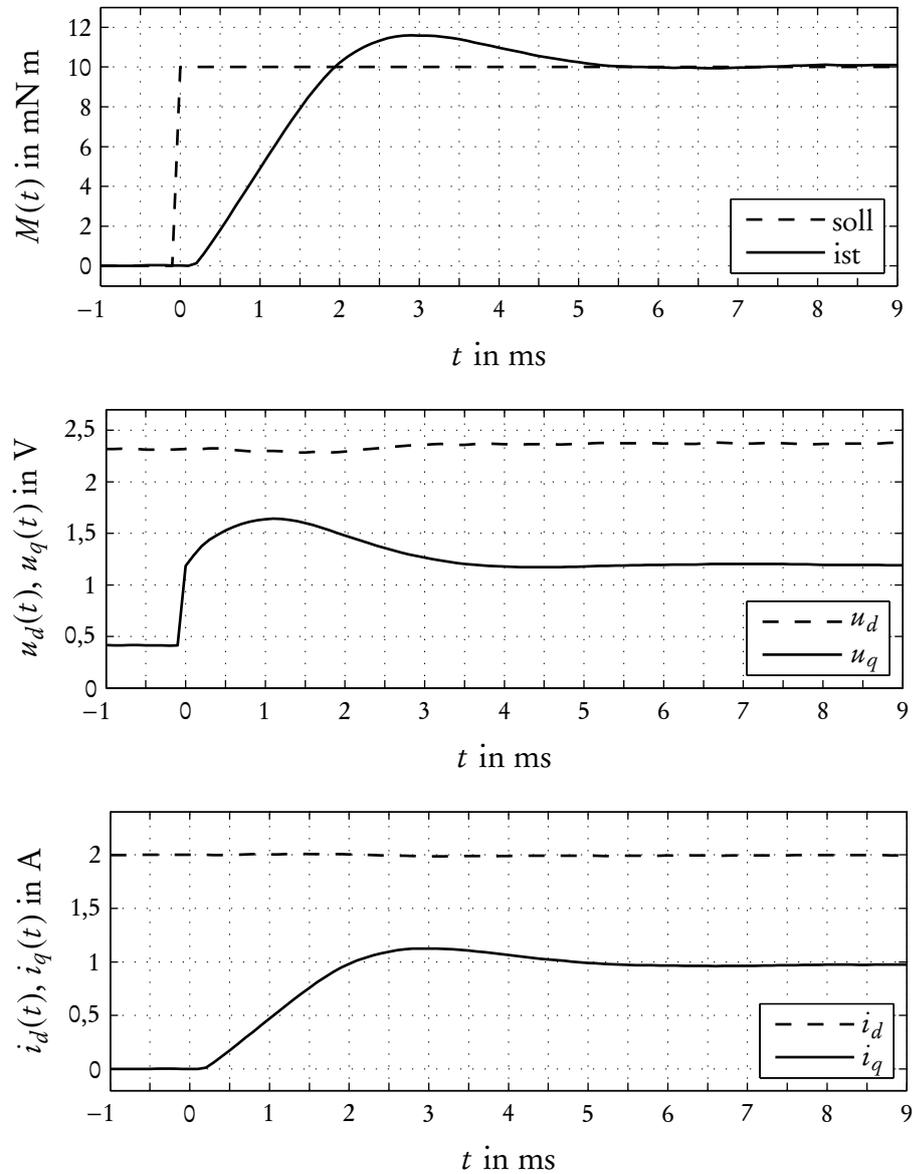
Besonders bei Versuch 8 ist die Drehmoment-Welligkeit gut erkennbar. Im Wesentlichen besteht diese aus der 1. und 12. Ordnung (mechanisch). Die 12. mechanische Ordnung entspricht hierbei der 6. elektrischen Ordnung. Zusätzlich kann man Vielfache der 6. elektrischen Ordnung feststellen. Die Amplitude der 6. elektrischen Ordnung hängt von der Höhe des Drehmoments ab. Bei Versuch 8 beträgt die Amplitude dieser Störung in der Beschleunigungsphase etwa 5 % der Höhe des Drehmoments. Im stationären Bereich liegt die Amplitude bei etwa 8 %.

Die 1. mechanische Ordnung rührt vom Drehgeber her. Dieser war bei den Versuchen mit Regler Typ 1 nicht optimal befestigt. Die 6. elektrische Ordnung rührt, wie in Abschnitt 3.6 bereits erwähnt, zum Teil von der Umrichternichtlinearität her<sup>11</sup>. Ein weiterer Grund mag darin liegen, dass der Stator 24 Nuten aufweist.

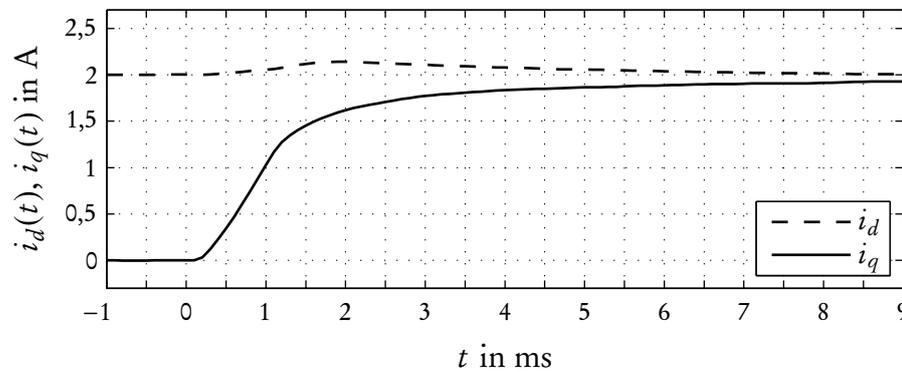
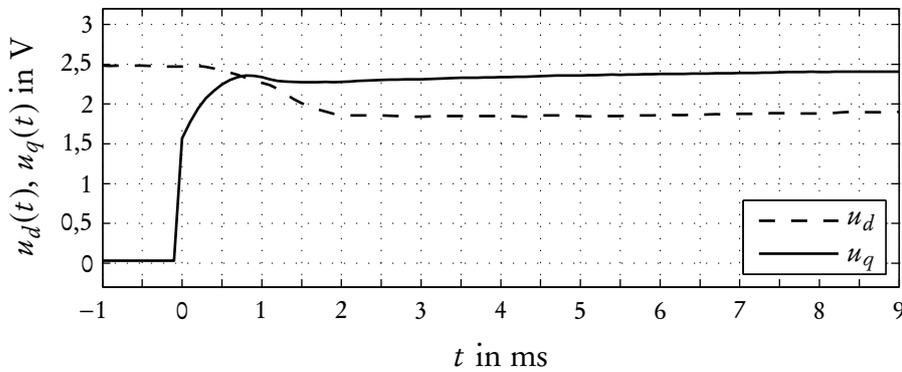
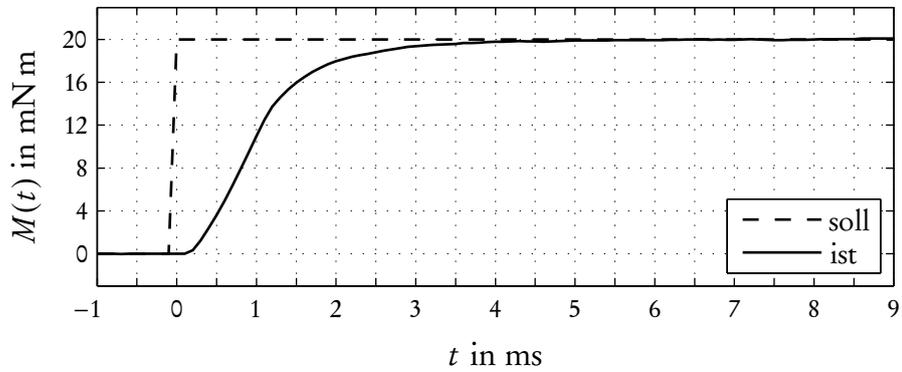
---

<sup>11</sup>Ein Indiz dafür, dass diese Störung nicht ausschließlich auf der Umrichternichtlinearität beruht, ist die Tatsache, dass diese Störung selbst unter Verwendung der Spannung-Strom-Kennlinie des Umrichters nicht beseitigt werden konnte. Allerdings mag das auch daher rühren, dass die gemessene Umrichternichtlinearität aufgrund des in Abschnitt 4.1 erwähnten „Gezappels“ nicht akkurat ist.

## 5 Ergebnisse

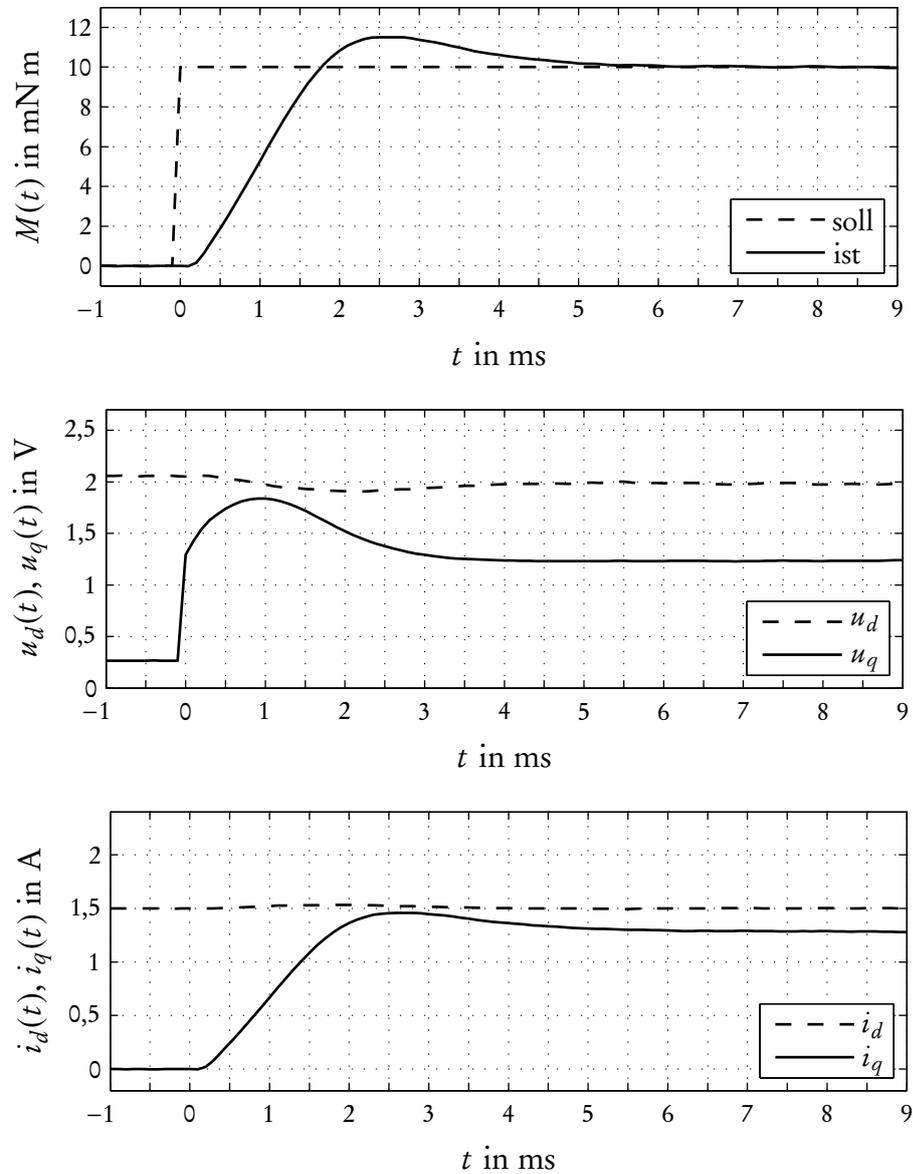


**Abbildung 5.3: Versuch 1, Drehmomentsprung (Regler Typ 1).** Mit einer Anstiegszeit von etwa 2 ms ist der Regelkreis recht langsam. Der Längsstrom beträgt etwa 40 % des Nennstromes. Mit  $0,65 \Omega$  ist der für die Regelung angenommene Statorwiderstand nur etwa halb so groß wie der echte Widerstand in diesem Betriebspunkt. Die angenommenen Induktivitäten sind ebenfalls zu niedrig.

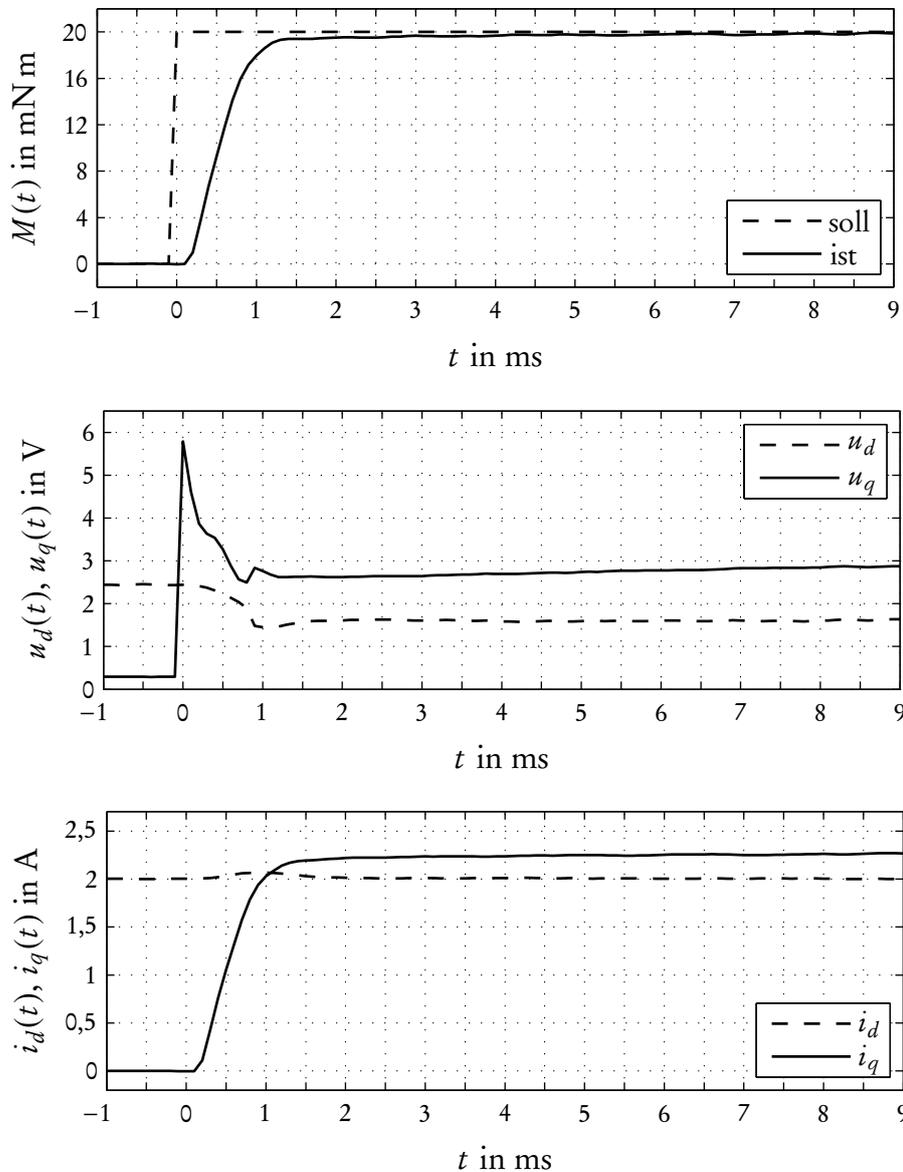


**Abbildung 5.4: Versuch 2, Drehmomentsprung (Regler Typ 1).** Die Parameter sind dieselben wie bei Versuch 1. Allerdings ist das Sollmoment doppelt so groß. Hier ist der Einfluss des falschen Statorwiderstandes (welcher zu einem langsameren Integrator führt) noch deutlicher zu sehen.

## 5 Ergebnisse

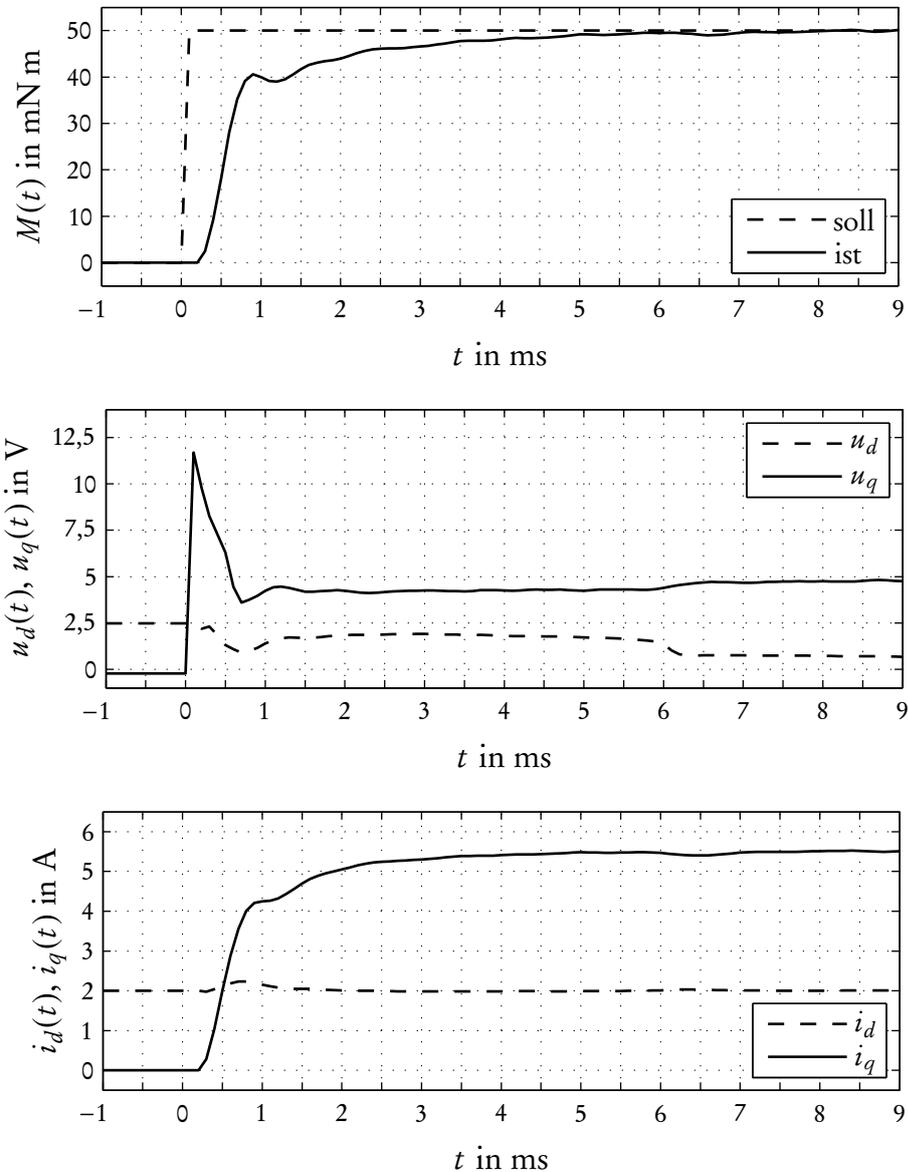


**Abbildung 5.5: Versuch 3, Drehmomentsprung (Regler Typ 1).** Die Parameter sind, abgesehen vom Längsstrom, dieselben wie bei Versuch 1. Der Längsstrom liegt bei etwa 30 % des Nennstromes. Dies äußert sich in einer etwas kleineren Anstiegszeit.

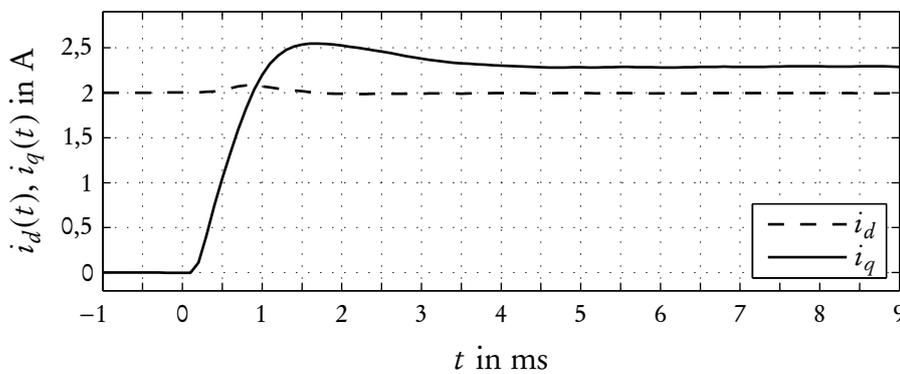
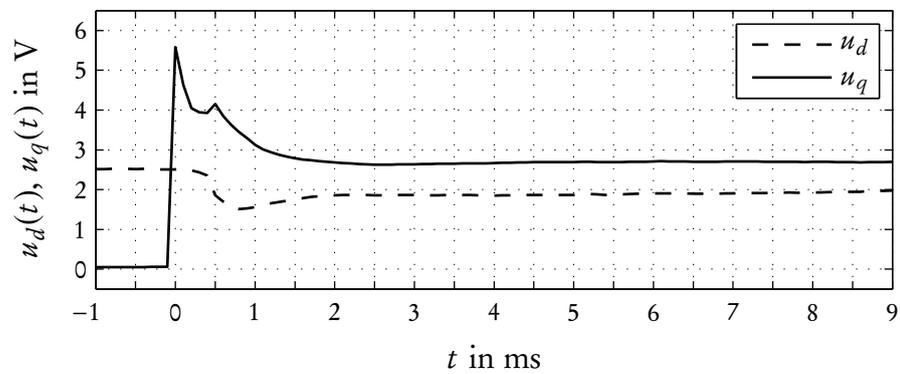
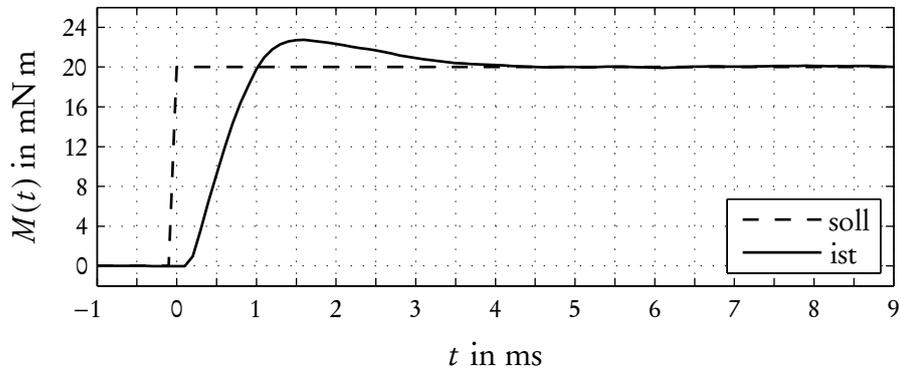


**Abbildung 5.6: Versuch 4, Drehmomentsprung (Regler Typ 2a).** Durch den Einsatz eines Smith-Prädiktors kann die Durchtrittsfrequenz des Reglers erhöht werden. Somit ist die Anstiegszeit etwa halb so groß wie bei den ersten drei Versuchen. Die Maschinenparameter stimmen besser mit den wahren Werten überein, dennoch dauert es lange, bis der Regelfehler zu null wird.

## 5 Ergebnisse



**Abbildung 5.7: Versuch 5, Drehmomentsprung (Regler Typ 2a).** Die Parameter sind großteils dieselben wie bei Versuch 4, jedoch liegt das Sollmoment bei 50 mNm. Zudem liegt die differenzielle Querinduktivität etwas niedriger und der Statorwiderstand beträgt mit  $0,57 \Omega$  nur etwa 60 % des echten Widerstandes in diesem Betriebspunkt. Dies äußert sich wiederum in einem zu langsamen Integrator.



**Abbildung 5.8: Versuch 6, Drehmomentsprung (Regler Typ 2b).** Die Parameter sind ähnlich wie in Versuch 4. Durch das Berechnen der Querstrom-Reglerparameter in jedem Zeitschritt wird der richtige Statorwiderstand berücksichtigt und der Regelfehler geht schneller gegen null.

## 5 Ergebnisse

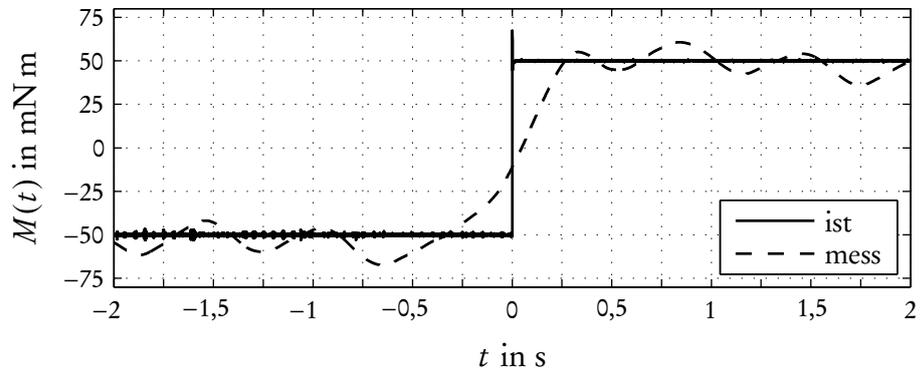


Abbildung 5.9: Versuch 7, Drehmomentsprung (Regler Typ 2a). Das dargestellte gemessene Drehmoment ist (stark) gefiltert.

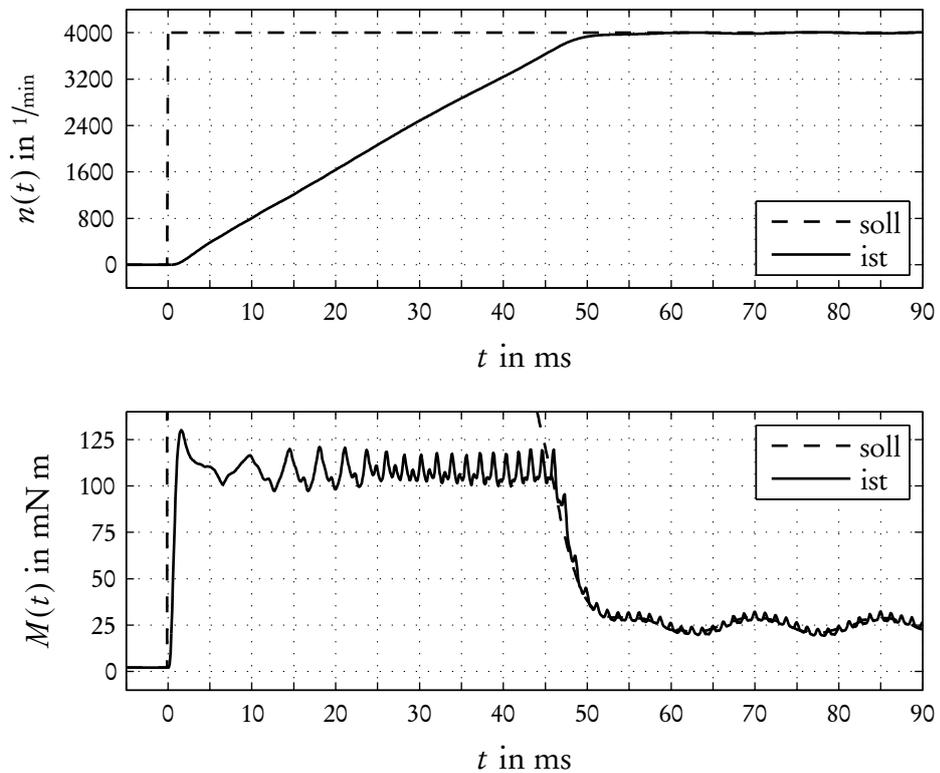
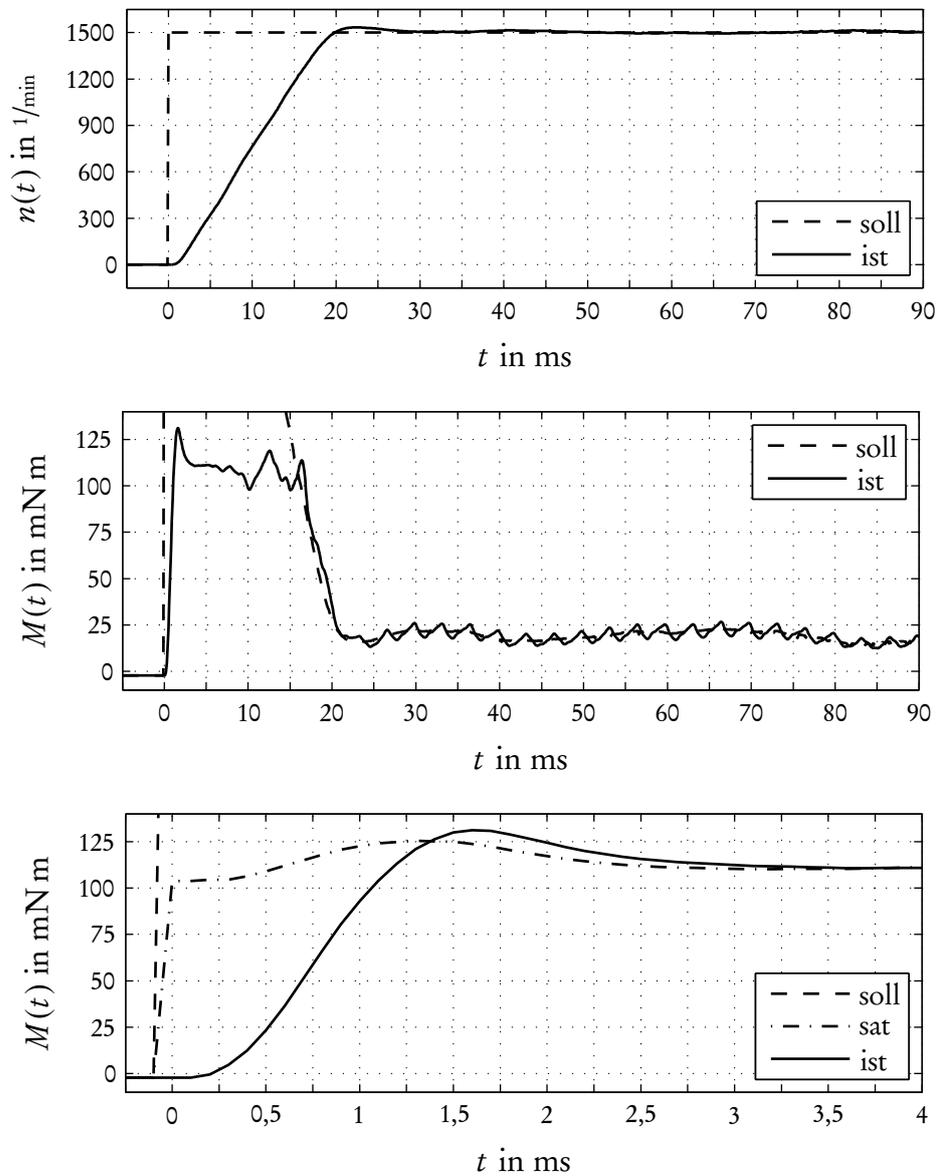
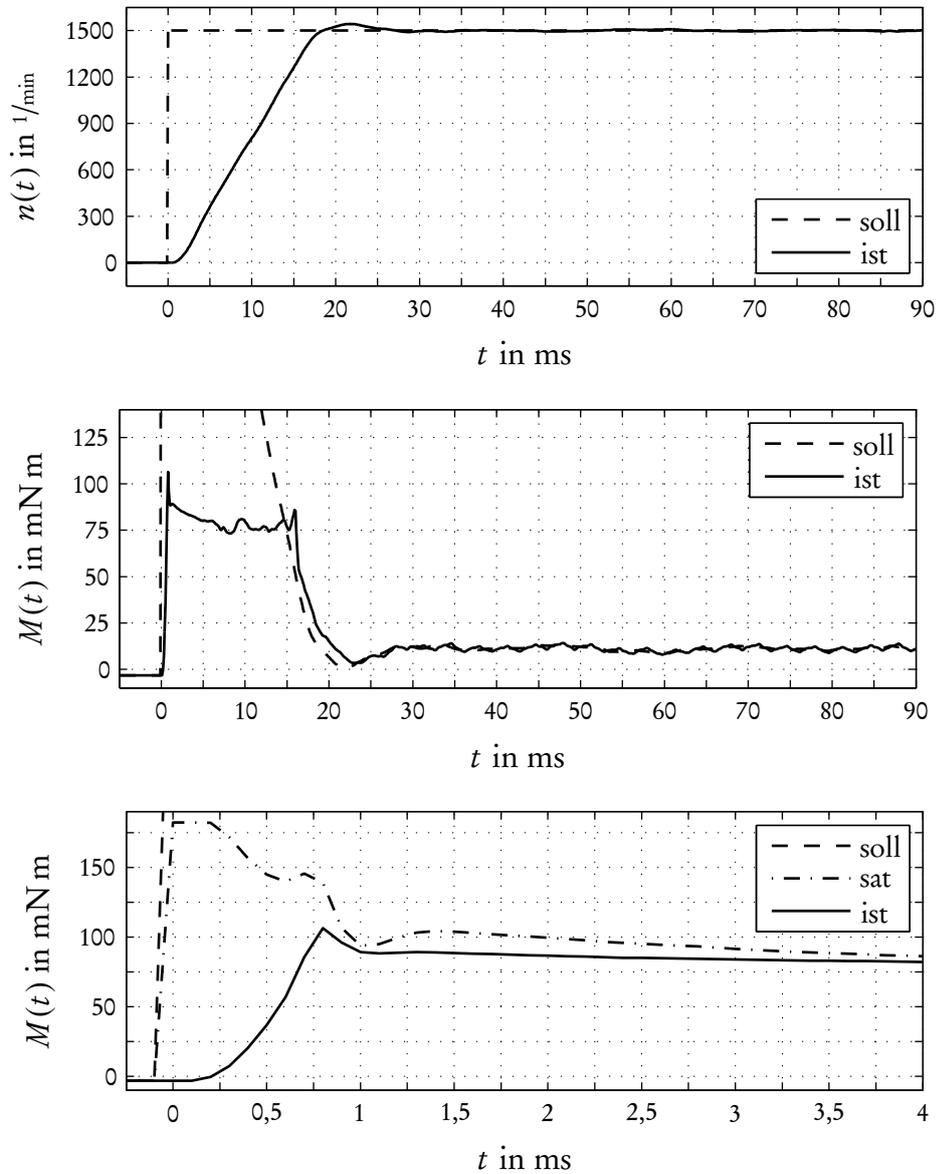


Abbildung 5.10: Versuch 8, Drehzahlssprung (Regler Typ 1). Die Drehmoment-Welligkeit besteht hauptsächlich aus der 1. und 12. Ordnung (mechanisch). Die Amplitude der 12. Ordnung ist abhängig von der Höhe des Drehmoments.



**Abbildung 5.11: Versuch 9, Drehzahl sprung (Regler Typ 1).** Die *untere* Abbildung zeigt einen Ausschnitt von etwa 4 ms des Drehmomentverlaufs der *mittleren* Abbildung. Die *strichpunktiierte* Linie (mit der Bezeichnung „sat“) stellt zusätzlich das gesättigte Moment dar. Der Grund für die leichte Erhöhung des gesättigten Moments liegt darin, dass der Längsstrom, infolge der Kreuzsättigung, zusammen mit dem Querstrom ansteigt und diese Abweichung sodann wieder ausgegelt wird.

## 5 Ergebnisse



**Abbildung 5.12: Versuch 10, Drehzahlsprung (Regler Typ 2a).** Die *untere* Abbildung zeigt einen Ausschnitt der *mittleren*. Die *strichpunktierte* Linie stellt das gesättigte Moment dar. Da die Induktivitäten in jedem Zeitpunkt neu ermittelt werden, verändert sich das gesättigte Moment mit dem Anstieg des Querstromes. Aufgrund der Kreuzsättigung kommt es ab  $t_1 = 0,4$  ms zu einer Erhöhung des Längsstromes, welche bis  $t_2 = 1,2$  ms wieder ausgeregelt wird. Diese macht sich ebenfalls im gesättigten Moment bemerkbar.

## 6

# Résumé



Dieses Kapitel will nun abschließend ein *Fazit* aus der vorliegenden Arbeit ziehen und einen *Ausblick* zum Thema „Synchrone Reluktanzmaschinen“ geben.

Die synchrone Reluktanzmaschine erweist sich aufgrund ihrer Robustheit und ihres einfachen Aufbaus als interessante Alternative zu Asynchron- und permanentmagneterregten Synchronmaschinen. Im Bezug auf die Drehmomentdichte liegt sie bei richtiger Bauweise (vgl. Anhang C) zwischen Asynchron- und Synchronmaschine (vgl. Vagati 1994). Damit hat sie aus praktischer Sicht den Vorteil, dass sie bei entsprechender Bauweise ein geringeres Trägheitsmoment als eine entsprechende Asynchronmaschine aufweist. Im Vergleich zur permanentmagneterregten Synchronmaschine kommt sie dabei jedoch ohne teure Permanentmagnete aus und unterliegt deshalb auch nicht denselben thermischen Grenzen wie jene. Weiters lassen sich hinsichtlich der Regelung die Ideen der Asynchronmaschine auf die synchrone Reluktanzmaschine übertragen.

Ein großer Nachteil der Reluktanzmaschine liegt in dem Einfluss der Sättigung. Obgleich in dieser Arbeit versucht wurde, dieses Problems mithilfe von Kennfeldern Herr zu werden, führt dies zumindest zu einem erhöhten Vermessungsaufwand bei der Inbetriebnahme einer solchen Maschine. Zu diesem Zwecke wurden jedoch Methoden zur Bestimmung der Induktivitäten untersucht. Dabei hat sich die Methode der Messung der induzierten Spannung als vielversprechend erwiesen.

Ein weiteres, nicht zu vernachlässigendes Problem stellt die Drehmomentwelligkeit dar. Jedoch konnte im Zuge dieser Arbeit nicht geklärt werden, ob

## 6 Résumé

diese Drehmoment-Welligkeit der synchronen Reluktanzmaschine inhärent ist, oder ob sie vielmehr ein Problem der gegebenen Maschine und des verwendeten Prüfstandes darstellt. Diese Frage muss somit Gegenstand weiterer Untersuchungen bleiben.

Generell muss bezweifelt werden, dass sich auf der Grundlage der vorliegenden Arbeit eine allgemeingültige Aussage über synchrone Reluktanzmaschinen treffen lässt. Dies hat im Wesentlichen zwei Gründe. Zum einen war der gegebene Versuchsaufbau nicht optimal. Dies mag wohl auch der Grund dafür sein, dass die Messungen der Maschinenparameter ein eigenartiges „Gezappel“ aufweisen – wenngleich dessen Ursprung im Rahmen dieser Arbeit nicht vollständig ergründet werden konnte. Doch schon dieses „Gezappel“ stellt die Allgemeingültigkeit dieser Versuche in Frage. Zum anderen handelt es sich bei der gegebenen Reluktanzmaschine um eine für eine Spezialanwendung entworfene Maschine. Insbesondere die relativ hohe Querinduktivität und das niedrige Verhältnis von Längs- zu Querinduktivität ( $L_d/L_q \approx 2$ ) wirken sich negativ auf die Dynamik und die Höhe des Drehmoments aus.

Um dieser Dinge willen muss eine abschließende Beurteilung der synchronen Reluktanzmaschine an dieser Stelle ausbleiben. Es bleibt somit zu untersuchen, ob die genannten Nachteile in den Griff bekommen werden können und ob die besagten Eigenschaften in dieser Form allgemein auf synchrone Reluktanzmaschinen zutreffen.

# Anhang



# Anhang A

## §

### Zusammenhang zwischen dem verketteten magnetischen Fluss und dem Strom

Der Zusammenhang zwischen dem Fluss  $\psi$  und dem Strom  $i$  kann ganz allgemein über die beiden *Maxwell'schen Gleichungen*<sup>1</sup>

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{J} \quad (\text{A.1a})$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad (\text{A.1b})$$

hergeleitet werden (siehe<sup>2</sup> Glück u. a. 2014).

In der integralen Form ist Gleichung (A.1a) auch als *Ampère'scher Durchflutungssatz* bekannt. Er setzt die magnetische Feldstärke  $\vec{H}$  mit dem Gesamtstrom  $I$  in folgende Beziehung:

$$\int_{\mathcal{A}} \operatorname{rot} \vec{H} \cdot d\vec{a} = \oint_{\partial\mathcal{A}} \vec{H} \cdot d\vec{s} = \int_{\mathcal{A}} \vec{J} \cdot d\vec{a} = I, \quad (\text{A.2})$$

wobei  $\mathcal{A}$  eine Fläche mit der Berandung  $\partial\mathcal{A}$  bezeichnet.

Gleichung (A.1b) in integraler Form ergibt

$$\int_{\mathcal{V}} \operatorname{div} \vec{B} \, dv = \oint_{\partial\mathcal{V}} \vec{B} \cdot d\vec{a} = 0, \quad (\text{A.3})$$

wobei  $\mathcal{V}$  ein Volumen mit der Berandung  $\partial\mathcal{V}$  bezeichnet. Teilt man die Berandung  $\partial\mathcal{V}$  in mehrere Teilflächen  $\partial\mathcal{V}_i$  auf, so erhält man den (verketteten)

---

<sup>1</sup>Der „Verschiebungsstrom“  $\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$  kann in Gleichung (A.1a) vernachlässigt werden, da der „Leitungsstrom“  $\vec{J}$  dominiert (vgl. Preis 2012).

<sup>2</sup>Glück u. a. verwenden eine andere Notation. Bei ihnen werden Effektivwerte mit Kleinbuchstaben bezeichnet.

## Anhang

magnetischen Fluss  $\Psi$  als Integral der (gesamten) magnetischen Flussdichte  $\vec{B}$  über eine dieser Teilflächen:

$$\Psi_i = \int_{\partial V_i} \vec{B} \cdot d\vec{a}. \quad (\text{A.4})$$

Jetzt fehlt noch der Zusammenhang zwischen der magnetischen Feldstärke  $\vec{H}$  und der magnetischen Flussdichte  $\vec{B}$  (vgl. Binder 2012). In Luft ist die Flussdichte direkt proportional zur Feldstärke. Es gilt

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}, \quad (\text{A.5})$$

wobei  $\mu_0$  die magnetische Permeabilität des Vakuums bezeichnet. Durch den Einsatz von ferromagnetischen Werkstoffen kommt zusätzlich noch die sog. Magnetisierung  $\vec{M}$  ins Spiel. Es gilt somit

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) = \mu_0 (\vec{H} + \chi_m \vec{H}), \quad (\text{A.6})$$

wobei  $\chi_m$  die magnetische Suszeptibilität bezeichnet (vgl. Preis 2012). Dieser Zusammenhang kann durch die sog. *Magnetisierungskennlinie* beschrieben werden. Sie ist i. Allg. nichtlinear und mit Hysterese behaftet. Eine beispielhafte Magnetisierungskennlinie für weichmagnetische Werkstoffe ist in Abbildung A, S. 78, dargestellt. Für eine ausführlichere Erklärung dieses Zusammenhangs sei an dieser Stelle auf das entsprechende Kapitel in Binder 2012, S. 18 ff. verwiesen.

Für weichmagnetische Werkstoffe kann die Hysterese vernachlässigt werden. Es wird stattdessen von der sog. Neukurve ausgegangen. Für kleine Feldstärken kann somit der lineare Zusammenhang

$$\vec{B} = \mu \vec{H} = \mu_0 \mu_r \vec{H} \quad (\text{A.7})$$

angegeben werden, wobei  $\mu$  die magnetische Permeabilität und  $\mu_r$  die relative Permeabilität bezeichnet. Für größere Feldstärken gilt dieser lineare Zusammenhang nicht mehr, da das Material in *Sättigung* geht. Die relative Permeabilität muss deshalb allgemein als Funktion der Feldstärke angegeben werden:

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r(|\vec{H}|) \vec{H}. \quad (\text{A.8})$$

*Zusammenfassend* kann also der Zusammenhang zwischen dem Fluss  $\psi$  und dem Strom  $i$  wie folgt dargestellt werden: Ein Strom  $i$  führt zu einer magnetischen Feldstärke  $\vec{H}$ . Diese Feldstärke führt, abhängig vom Material, zu einer magnetischen Flussdichte  $\vec{B}$ . Diese wiederum ergibt, über eine gewisse Fläche integriert, den Fluss  $\psi$ .

# Anhang B

## §

### Definition der magnetischen Energie und der sog. magnetischen Koenergie

An dieser Stelle sollen die magnetische Energie  $W_{\text{mag}}$  und die magnetische Koenergie  $W_{\text{mag}}^*$  definiert werden (siehe<sup>1</sup> Glück u. a. 2014 und Binder 2012).

Gegeben sei ein System von  $n$  gekoppelten Spulen mit den Strömen  $\mathbf{i}_{\text{eff}} = [I_1 \ \cdots \ I_n]^T$  und den Spannungen  $\mathbf{u}_{\text{eff}} = [U_1 \ \cdots \ U_n]^T$ . Weiters wird angenommen, dass alle Spulen den gleichen Wicklungswiderstand  $R$  besitzen und die Flüsse  $\boldsymbol{\psi}_{\text{eff}} = [\Psi_1 \ \cdots \ \Psi_n]^T$  unabhängig sind.

Aus dem *Faraday'schen Induktionsgesetz* folgt die Spannungsgleichung

$$\mathbf{u}_{\text{eff}} = R \cdot \mathbf{i}_{\text{eff}} + \frac{d\boldsymbol{\psi}_{\text{eff}}}{dt}. \quad (\text{B.1})$$

Damit kann nun die elektrische Leistung  $P_{\text{el}}(t)$  angegeben werden. Diese setzt sich zusammen aus den Kupferverlusten  $P_{\text{Cu}}$  und der Änderung der magnetischen Energie, wobei gilt:

$$P_{\text{el}}(t) = \mathbf{i}_{\text{eff}}^T \mathbf{u}_{\text{eff}} = R \mathbf{i}_{\text{eff}}^T \mathbf{i}_{\text{eff}} + \mathbf{i}_{\text{eff}}^T \frac{d\boldsymbol{\psi}_{\text{eff}}}{dt} = P_{\text{Cu}}(t) + \frac{dW_{\text{mag}}(t)}{dt}. \quad (\text{B.2})$$

Die magnetische Energie kann damit wie folgt angegeben werden:

$$W_{\text{mag}}(t) = W_{\text{mag}}(t_0) + \int_{t_0}^t \mathbf{i}_{\text{eff}}^T \frac{d\boldsymbol{\psi}_{\text{eff}}}{d\tau} d\tau. \quad (\text{B.3})$$

---

<sup>1</sup>Es wurde bereits darauf hingewiesen, dass Glück u. a. eine andere Notation verwenden. An dieser Stelle wird mit einem Index darauf hingewiesen, dass es sich bei den Vektoren um Effektivwerte handelt.

## Anhang

Mit verschwindenden Anfangswerten erhält man die nun endgültige Form der Gleichung der magnetischen Energie:

$$W_{\text{mag}} = \int_0^{\psi_{\text{eff}}} \mathbf{i}_{\text{eff}}(\tilde{\boldsymbol{\psi}}_{\text{eff}})^{\top} d\tilde{\boldsymbol{\psi}}_{\text{eff}} = \int_0^{\psi_{\text{eff}}} \sum_{j=1}^n I_j(\tilde{\boldsymbol{\psi}}_{\text{eff}}) d\tilde{\Psi}_j. \quad (\text{B.4})$$

Nun soll anstelle des Flusses der Strom als unabhängige Variable verwendet werden. Durch Anwenden der Produktregel erhält man

$$\sum_{j=1}^n I_j d\Psi_j = \sum_{j=1}^n (d(I_j \Psi_j) - \Psi_j dI_j). \quad (\text{B.5})$$

Setzt man dieses Ergebnis wiederum in Gleichung (B.4) ein, ergibt sich

$$W_{\text{mag}}(\mathbf{i}_{\text{eff}}) = \sum_{j=1}^n I_j \Psi_j(\mathbf{i}_{\text{eff}}) - \int_0^{\mathbf{i}_{\text{eff}}} \sum_{j=1}^n \Psi_j(\tilde{\mathbf{i}}_{\text{eff}}) d\tilde{I}_j. \quad (\text{B.6})$$

Der zweite Ausdruck auf der rechten Seite wird als magnetische Koenergie  $W_{\text{mag}}^*$  bezeichnet:

$$W_{\text{mag}}^* := \mathbf{i}_{\text{eff}}^{\top} \boldsymbol{\psi}_{\text{eff}}(\mathbf{i}_{\text{eff}}) - W_{\text{mag}}(\mathbf{i}_{\text{eff}}) = \int_0^{\mathbf{i}_{\text{eff}}} \boldsymbol{\psi}_{\text{eff}}(\tilde{\mathbf{i}}_{\text{eff}})^{\top} d\tilde{\mathbf{i}}_{\text{eff}}. \quad (\text{B.7})$$

Für den magnetisch linearen Fall ergibt sich die Koenergie zu

$$W_{\text{mag}}^*(\mathbf{i}_{\text{eff}}) = \int_0^{\mathbf{i}_{\text{eff}}} \tilde{\mathbf{i}}_{\text{eff}}^{\top} \mathbf{L} d\tilde{\mathbf{i}}_{\text{eff}} = \frac{1}{2} \mathbf{i}_{\text{eff}}^{\top} \mathbf{L} \mathbf{i}_{\text{eff}}. \quad (\text{B.8})$$

Eine grafische Deutung von Energie und Koenergie wird in Abbildung B, S. 78, gegeben.

Des Weiteren folgt aus Gleichung (B.6) bzw. (B.7)

$$\Psi_j = \frac{\partial W_{\text{mag}}^*}{\partial I_j}, \quad j = 1, \dots, n. \quad (\text{B.9})$$

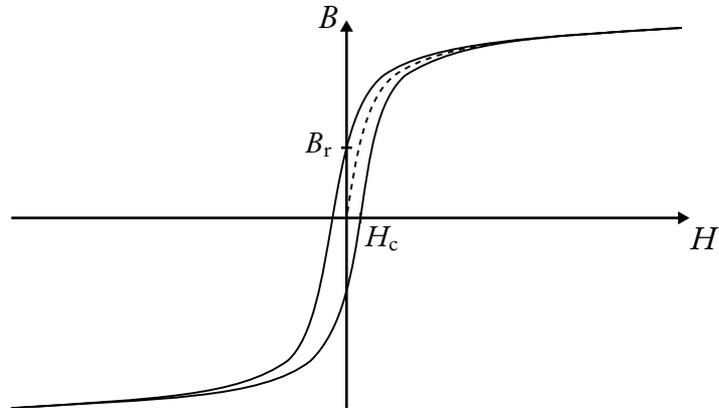
## B Definition magnetische Energie und Koenergie

Damit kann nun auch gezeigt werden, dass die differenzielle Induktivitätsmatrix  $L_\delta$  symmetrisch ist (vgl. Abschnitt 2.2.1), denn es gilt:

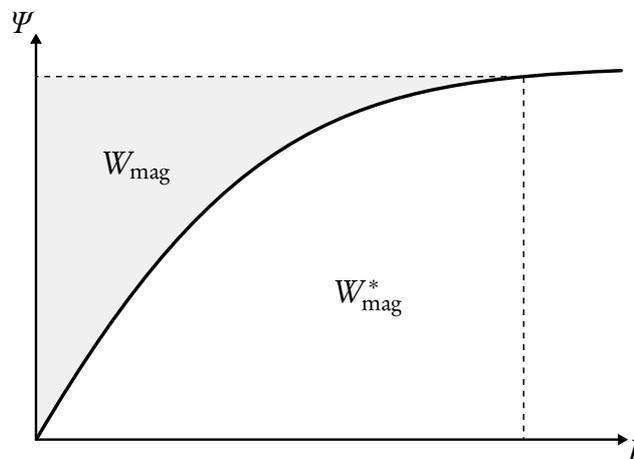
$$\frac{\partial \Psi_j}{\partial I_k} = \frac{\partial^2 W_{\text{mag}}^*}{\partial I_j \partial I_k} = \frac{\partial^2 W_{\text{mag}}^*}{\partial I_k \partial I_j} = \frac{\partial \Psi_k}{\partial I_j}, \quad j \neq k = 1, \dots, n. \quad (\text{B.10})$$

Endlich sei noch angemerkt, dass sich das Drehmoment auch über die magnetische Koenergie herleiten ließe. Es kann gezeigt werden, dass das Drehmoment der Änderung der magnetischen Koenergie entspricht (vgl. Schröder 2009a und Hofmann u. a. 2004). Es gilt:

$$M = \frac{\partial W_{\text{mag}}^*}{\partial \varphi_R}. \quad (\text{B.11})$$



**Abbildung A:** Die Magnetisierungskennlinie beschreibt den nichtlinearen Zusammenhang zwischen magnetischer Feldstärke  $\vec{H}$  und magnetischer Flussdichte  $\vec{B}$ . Die dargestellte Kennlinie entspricht einem weichmagnetischen Werkstoff (z. B. reines Eisen). Eingezeichnet sind die Koerzitivfeldstärke  $H_c$  und die Remanenzflussdichte  $B_r$ . Die strichlierte Linie entspricht der Neukurve.



**Abbildung B:** Die magnetische Energie  $W_{\text{mag}}$  entspricht der Fläche oberhalb, die magnetische Koenergie  $W_{\text{mag}}^*$  der Fläche unterhalb der  $\Psi(I)$ -Kennlinie. Ohne Sättigung gilt  $W_{\text{mag}} = W_{\text{mag}}^*$ , ansonsten ist die Energie stets kleiner als die Koenergie.

# Anhang C

## §

### Rotorbauweisen bei synchronen Reluktanzmaschinen

Die Form des Rotors der synchronen Reluktanzmaschine hat einen entscheidenden Einfluss auf die Längs- und Querinduktivität. Doch nicht nur die Form, sondern auch die Bauweise spielen dabei eine wichtige Rolle. Dabei gibt es zwei wichtige Arten der Rotorbauweise (vgl. Boldea 1996 und Soong 1993). Die erste, naheliegende Bauweise besteht darin, mehrere Blechpakete hintereinander anzuordnen. Diese Bauweise wird konventionell- oder radial-geblecht (engl. „conventional-laminated“ bzw. „radially-laminated“) genannt. Daneben gibt es die sog. axial-geblechte (engl. „axially-laminated“) Bauweise. Rotoren, welche auf diese Weise gebaut sind, werden häufig als ALA-Rotoren (engl. „axially-laminated anisotropic rotor“) bezeichnet. Diese beiden Bauweisen sind in Abbildung C veranschaulicht. Die axial-geblechte Bauweise ist zwar aufwändiger, ermöglicht aber Längsinduktivitäten, welche bis zu 20 mal größer sind als die dazugehörigen Querinduktivitäten.



**Abbildung C:** Die *linke* Abbildung stellt die konventionell- oder radial-geblechte Bauweise dar. Die *rechte* Abbildung zeigt die axial-geblechte Bauweise.



# Abkürzungsverzeichnis

|            |   |
|------------|---|
| AC         | Wechselstrom (engl. „alternating current“)  |
| ALA        | axial-geblecht anisotrop (engl. „axially-laminated anisotropic“)  |
| AM         | Asynchronmaschine   |
| bearb.     | bearbeitet  |
| bzw.       | beziehungsweise   |
| DC         | Gleichstrom (engl. „direct current“)  |
| d. h.      | das heißt   |
| d. i.      | das ist   |
| diff.      | differenziell   |
| engl.      | englisch  |
| erw.       | erweitert   |
| FEM        | Finite-Elemente-Methode   |
| FIR-Filter | Filter mit endlicher Impulsantwort (engl. „finite impulse response filter“)                             |
| FOC        | feldorientierte Regelung (engl. „field-oriented control“)   |
| ggf.       | gegebenenfalls  |
| i. Allg.   | im Allgemeinen  |
| IGBT       | Bipolartransistor mit isolierter Gate-Elektrode (engl. „insulated-gate bipolar transistor“)             |
| Komp.      | Kompensation  |
| KS         | Koordinatensystem   |
| MOSFET     | Metall-Oxid-Halbleiter-Feldeffekttransistor (engl. „metal-oxide-semiconductor field-effect transistor“) |
| NB         | notabene; merke wohl  |

### *Abkürzungsverzeichnis*

|                 |   |
|-----------------|---|
| PI-Regler       | proportional-integral-Regler                                      |
| PT <sub>1</sub> | Proportionalverhalten mit Verzögerung 1. Ordnung                  |
| PWM             | Pulsweitenmodulation  |
| PWR             | Pulswechselrichter (auch Umrichter genannt)                       |
| Reg.            | Regler  |
| RKS             | rotorfestes Koordinatensystem                                     |
| S.              | Seite   |
| SKS             | statorfestes Koordinatensystem                                    |
| sog.            | sogenannt   |
| SRM             | geschaltete Reluktanzmaschine (engl. „switched reluctance motor“) |
| SynRM           | synchrone Reluktanzmaschine                                       |
| u. a.           | und andere  |
| vgl.            | vergleiche  |
| z. B.           | zum Beispiel  |
| zw.             | zwischen  |

# Symbolverzeichnis

|                           |   |
|---------------------------|---|
| $\vartheta$               | Temperatur  |
| $\mu$                     | magnetische Permeabilität                                       |
| $\mu_0$                   | magnetische Permeabilität des Vakuums                           |
| $\mu_r$                   | relative Permeabilität  |
| $\tau_i$                  | Stromzeitkonstante  |
| $\Phi$                    | magnetischer Fluss  |
| $\varphi_R$               | elektrischer Rotorwinkel, Winkel zw. stator- und rotorfestem KS |
| $\varphi_{R,0}$           | elektrischer Rotornullwinkel                                    |
| $\varphi_{R,\text{mech}}$ | mechanischer Rotorwinkel  |
| $\chi_m$                  | magnetische Suszeptibilität                                     |
| $\Psi$                    | verketteter magnetischer Fluss, Effektivwert                    |
| $\psi$                    | verketteter magnetischer Fluss, Augenblickswert                 |
| $\underline{\psi}$        | Statorflussraumzeiger, Vektorschreibweise                       |
| $\underline{\psi}_S$      | Statorflussraumzeiger   |
| $\omega_c$                | Durchtrittsfrequenz   |
| $\omega_R$                | elektrische Rotorwinkelgeschwindigkeit                          |
| $\omega_{R,\text{mech}}$  | mechanische Rotorwinkelgeschwindigkeit                          |
| $\omega_S$                | elektrische Statorkreisfrequenz                                 |
| $\vec{B}$                 | magnetische Flussdichte   |
| $f_A$                     | Abtastfrequenz des Regelkreises                                 |
| $f_S$                     | elektrische Statorfrequenz                                      |

## Symbolverzeichnis

|                |  |
|----------------|--|
| $\vec{H}$      | magnetische Feldstärke                         |
| $I$            | Strom, Effektivwert                            |
| $\hat{I}$      | Strom, Scheitelwert                            |
| $i$            | Strom, Augenblickswert                         |
| $\vec{i}$      | Statorstromraumzeiger, Vektorschreibweise      |
| $\dot{i}_s$    | Statorstromraumzeiger                          |
| $J$            | Trägheitsmoment                                |
| $\vec{J}$      | elektrische Stromdichte                        |
| $J$            | 90°-Drehmatrix                                 |
| $j$            | imaginäre Einheit, $j^2 = -1$                  |
| $K_I$          | Reglerparameter, Integralanteil                |
| $K_P$          | Reglerparameter, Proportionalanteil            |
| $L$            | (Sekanten-)Induktivität                        |
| $L$            | Induktivitätsmatrix, rotorfest                 |
| $L(s)$         | Übertragungsfunktion, offener Regelkreis       |
| $L_\delta$     | diff. Induktivität                             |
| $L_\delta$     | diff. Induktivitätsmatrix, rotorfest           |
| $L_\sigma$     | Streuinduktivität, AM                          |
| $L_{\sigma R}$ | Rotorstreuinduktivität, AM                     |
| $L_{\sigma S}$ | Statorstreuinduktivität, AM                    |
| $L_{dq}$       | diff. Induktivität (Kreuzsättigung), rotorfest |
| $L_{dt}$       | diff. Induktivität in Längsrichtung, rotorfest |
| $L_h$          | Hauptinduktivität, AM                          |
| $L_{qt}$       | diff. Induktivität in Querrichtung, rotorfest  |
| $L_R$          | Rotorinduktivität, AM                          |
| $L_S$          | Statorinduktivität, AM                         |
| $l$            | Abbildung des Stromes auf den Fluss            |
| $M$            | Drehmoment                                     |
| $\vec{M}$      | Magnetisierung                                 |

## Symbolverzeichnis

|                   |  |
|-------------------|--|
| $M_{AM}$          | Drehmoment, AM                                 |
| $M_{ext}$         | Summe der externen Gegenmomente                |
| $n$               | Drehzahl in $1/\text{min}$                     |
| $P$               | Leistung                                       |
| $P(s)$            | Übertragungsfunktion, Strecke                  |
| $p$               | Polpaarzahl                                    |
| $P_{Cu}$          | Kupferverlustleistung                          |
| $P_{el}$          | elektrische Leistung                           |
| $R$               | hochgestellt, rotorfestes Koordinatensystem    |
| $\mathbf{R}$      | Statorwiderstandsmatrix                        |
| $R(s)$            | Übertragungsfunktion, Regler                   |
| $S$               | hochgestellt, statorfestes Koordinatensystem   |
| $T(s)$            | Übertragungsfunktion, geschlossener Regelkreis |
| $U$               | Spannung, Effektivwert                         |
| $\hat{U}$         | Spannung, Scheitelwert                         |
| $u$               | Spannung, Augenblickswert                      |
| $\underline{u}_S$ | Statorspannungsraumzeiger                      |
| $v$               | Reglereingangsspannung der Stromstrecke        |
| $v_{komp}$        | Kompensationsspannung der Stromstrecke         |
| $W_{mag}$         | magnetische Energie                            |
| $W_{mag}^*$       | magnetische Koenergie                          |
| $Z$               | Statorimpedanzmatrix                           |



# Literaturverzeichnis

- Adamy, J. (2014). *Nichtlineare Systeme und Regelungen*. 2., bearb. u. erw. Auflage. Berlin; Heidelberg: Springer.
- Armando, E. u. a. (2013). „Experimental identification of the magnetic model of synchronous machines“. In: *Industry Applications, IEEE Transactions on*. Bd. 49. № 5. IEEE, S. 2116–2125.
- Binder, A. (2012). *Elektrische Maschinen und Antriebe: Grundlagen, Betriebsverhalten*. Berlin; Heidelberg: Springer.
- Bode, C. (2009). „Methoden zur Induktivitätsberechnung“. In: *Jahresbericht 2009*. Institut für Elektrische Maschinen, Antriebe und Bahnen, Technische Universität Braunschweig. URL: [https://www.tu-braunschweig.de/Medien-DB/imab/09-Jahresberichte/2009/01\\_Bode\\_2009.pdf](https://www.tu-braunschweig.de/Medien-DB/imab/09-Jahresberichte/2009/01_Bode_2009.pdf) (besucht am 05. 04. 2016).
- Boldea, I. (1996). *Reluctance synchronous machines and drives*. Bd. 38. Monographs in Electrical and Electronic Engineering. Oxford: Clarendon Press.
- Forstinger, M. (2013). „Vergleich verschiedener Stromregelkonzepte für die feldorientierte Regelung von Drehfeldmaschinen“. Masterarbeit. Institut für Regelungs- und Automatisierungstechnik, Technische Universität Graz.
- Glück, T., W. Kemmetmüller und A. Steinböck (2014). *Fortgeschrittene Methoden der Modellbildung*. Skriptum zu Vorlesung und Übung. Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik, Technische Universität Wien. URL: [http://www.acin.tuwien.ac.at/fileadmin/cds/lehre/mblgext/VU\\_Fortgeschr\\_Methoden\\_Modellierung.pdf](http://www.acin.tuwien.ac.at/fileadmin/cds/lehre/mblgext/VU_Fortgeschr_Methoden_Modellierung.pdf) (besucht am 11. 04. 2016).
- Hanus, R., M. Kinnaert und J.-L. Henrotte (1987). „Conditioning technique, a general anti-windup and bumpless transfer method“. In: *Automatica*. Bd. 23. № 6. Elsevier, S. 729–739.
- Hofmann, H. F., S. R. Sanders und A. El-Antably (2004). „Stator-flux-oriented vector control of synchronous reluctance machines with maximized efficiency“. In: *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*. Bd. 51. № 5. IEEE, S. 1066–1072.

## Literaturverzeichnis

- Im, J.-B. u. a. (2009). „Inductance calculation method of synchronous reluctance motor including iron loss and cross magnetic saturation“. In: *Magnetics, IEEE Transactions on*. Bd. 45. № 6. IEEE, S. 2803–2806.
- Jovanović, M. G. und R. E. Betz (1999). „Off-line testing of reluctance machines“. In: *Energy Conversion, IEEE Transactions on*. Bd. 14. № 3. IEEE, S. 264–269.
- Kirchengast, M. u. a. (2015). „Identification and position control of an electromagnetic clutch actuator“. In: *IFAC-PapersOnLine*. Bd. 48. № 11. Elsevier, S. 59–64.
- Kranawetter, K. (2014). „Energieoptimale Positionsregelung einer Asynchronmaschine“. Masterarbeit. Institut für Regelungs- und Automatisierungstechnik, Technische Universität Graz.
- Krischan, K. und R. Seebacher (2012). *Regelung elektrischer Antriebe. Parameterbestimmung der Asynchronmaschine*. Laborunterlagen Wintersemester 12/13. Institut für Elektrische Antriebstechnik und Maschinen, Technische Universität Graz.
- Lang, K. (2015). „Design of IM and SynRM machine based actuators for elevated temperature environments“. Dissertation. Institut für elektrische Antriebstechnik und Maschinen, Technische Universität Graz.
- Preis, K. (2012). *Elektrodynamik*. Ergänzende Unterlagen zur Vorlesung. Institut für Grundlagen und Theorie der Elektrotechnik, Technische Universität Graz.
- Schröder, D. (2009a). *Elektrische Antriebe – Grundlagen*. 4., erw. Auflage. Berlin; Heidelberg: Springer.
- Schröder, D. (2009b). *Elektrische Antriebe – Regelung von Antriebssystemen*. 3., bearb. Auflage. Berlin; Heidelberg: Springer.
- Soong, W. L. (1993). „Design and modelling of axially-laminated interior permanent magnet motor drives for field-weakening applications“. Dissertation. Department of Electronics und Electrical Engineering, University of Glasgow.
- Stölting, H.-D. und E. Kallenbach, Hrsg. (2002). *Handbuch elektrische Kleinantriebe*. 2., aktualisierte Auflage. München; Wien: Carl Hanser.
- Vagati, A. (1994). „The synchronous reluctance solution: a new alternative in AC drives“. In: *Industrial Electronics, Control and Instrumentation, 1994. IECON '94., 20th International Conference on*. Bd. 1. IEEE, S. 1–13.
- Xu, L. u. a. (1991). „Vector control of a synchronous reluctance motor including saturation and iron loss“. In: *Industry Applications, IEEE Transactions on*. Bd. 27. № 5. IEEE, S. 977–985.