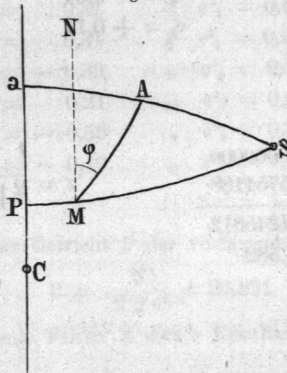


Es kann also jede einzelne Beobachtung mit diesem Instrumente noch dem wahrscheinlichen Fehler $0'',292$ unterworfen seyn, aber er wird nicht grösser als $0'',336$ und nicht kleiner als $0'',248$ seyn.

§. 148.

Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate auf die Bestimmung des Signals Lerchenberg mittelst der sechs Punkte: Solitude, Hohenneuffen, Deckenfronn, Achalm, Kornbühl und Oberjettingen, nach Bohnerberger.

Fig. 77.



Berechnung der Richtungswinkel aus sphärischen Coordinaten.

$Ca = a$; $aA = b$; $CP = x$; $PM = y$; $NMA = 90^\circ - AMS = \varphi$

$$\text{Tang. } \varphi = \frac{\sin(b-y)}{\cos b \sin(a-x)} + \sin y \cdot \text{Tang. } \left(\frac{a-x}{2}\right) \text{ genau.}$$

$$\text{Es sey } \text{Tang. } w = \frac{\sin(b-y)}{\cos b \sin(a-x)}; \text{ so ist } \text{Tang. } \varphi = \text{Tang. } w + \sin y \cdot \text{Tang. } \left(\frac{a-x}{2}\right),$$

$$\frac{\sin(\varphi-w)}{\cos \varphi \cdot \cos w} = \sin y \cdot \text{Tang. } \left(\frac{a-x}{2}\right)$$

$$\sin(\varphi-w) = \sin y \cdot \text{Tang. } \left(\frac{a-x}{2}\right) \cos w \cos(w+\varphi-w) = \sin y \cdot \text{Tang. } \left(\frac{a-x}{2}\right)$$

$$\cos w^2 \cos(\varphi-w) - \sin y \cdot \text{Tang. } \left(\frac{a-x}{2}\right) \cos w \cdot \sin w \cdot \sin(\varphi-w)$$

$$\text{Tang. }(\varphi-w) = \sin y \cdot \cos w^2 \cdot \text{Tang. } \left(\frac{a-x}{2}\right) - \sin y \cdot \text{Tang. } \left(\frac{a-x}{2}\right) \cos w \cdot \sin w$$

$$\text{Tang. }(\varphi-w)$$

$$\text{Tang. }(\varphi-w) = \frac{\sin y \cdot \text{Tang. } \left(\frac{a-x}{2}\right) \cos w^2}{1 + \sin y \cdot \text{Tang. } \left(\frac{a-x}{2}\right) \cos w \cdot \sin w}$$

$$\varphi-w = \sin y \cdot \text{Tang. } \left(\frac{a-x}{2}\right) \cos w^2 - \sin y^2 \cdot \text{Tang. } \left(\frac{a-x}{2}\right)^2 \cos w^3 \cdot \sin w - \frac{1}{3}$$

$$\sin y^3 \text{Tang. } \left(\frac{a-x}{2}\right)^3 \cos w^3 \cos 3w$$

$$\varphi = w + \frac{\sin y \cdot \text{Tang. } \frac{1}{2}(a-x) \cdot \cos w^2}{\sin 1''} - \frac{\sin y^2 \cdot \text{Tang. } \frac{1}{2}(a-x)^2 \cdot \cos w^3 \cdot \sin w}{\sin 1''}$$

$$- \frac{1}{3} \sin y^3 \cdot \text{Tang. } \frac{1}{2}(a-x)^3 \cdot \cos w^3 \cdot \cos 3w \text{ etc.}$$

φ nahe = $w + \frac{\sin y}{2 \rho \sin 1''} (a - x) \cos w^2 - \text{etc.}$, wo der Fehler für $a - x = 1^\circ$ und $y = 5^\circ$ höchstens auf $0'',04$ steigt.

Lerchenberg

durch die drei Punkte Deckenfronn, Kornbühl, Oberjettingen.

			Ord. in Sekunden	Compl. Log. cos b
Solitude	a = + 103692,58	b = + 8596,98	1 19',5	0,0000000
Hohenneuffen	a' = + 14133,11	b' = + 88102,33	13 34,8	0,0000033.5
Deckenfronn	a'' = + 41467,06	b'' = - 58260,23	8 58,8	0,0000015
Achalm	a''' = - 9889,15	b''' = + 49864,86	7 21,2	0,0000010
Kornbühl	a ^{IV} = - 64126,62	b ^{IV} = + 12218,51	1 53,0	0
Oberjettingen	a ^V = + 22045,22	b ^V = - 71186,60	10 58,4	0,0000022
Lerchenberg	x = + 55792,55	y = - 66478,27	10 14,8128	0,0000019.5
a - x = +	47900,03	b - y = + 75075,25	Log. sin y	= 7,4743171
a' - x = -	41659,44	b' - y = + 154580,60	Comp. Log. sin 1'' =	5,3144251
a'' - x = -	4325,49	b'' - y = + 8218,04		2,7887422
a''' - x = -	65681,70	b''' - y = + 116343,13	Log. ρ =	7,3483619
a ^{IV} - x = -	119919,17	b ^{IV} - y = + 78696,78	(perp. Curv. Rad) für w. Fuss	
a ^V - x = -	33747,23	b ^V - y = + 4708,33		5,4403803
			Log. 2	0,3010300
			Log. $\frac{\sin y}{2 \rho \sin 1''}$ =	5,1393503

	Red. auf Lg. sin		Red. auf Lg. sin
Log. (a - x) = 4,6803357.7	3,3	Log. (b - y) = 4,8754967.5	8,2
Log. (a' - x) = 4,6197134.2	2,5	Log. (b' - y) = 5,1891549.9	34,8
Log. (a'' - x) = 3,6360353.0	0	Log. (b'' - y) = 3,9147682.2	0
Log. (a''' - x) = 4,8174444.2	1,3	Log. (b''' - y) = 5,0657407.7	19,7
Log. (a ^{IV} - x) = 5,0788886.0	20,9	Log. (b ^{IV} - y) = 4,8959569.9	9,0
Log. (a ^V - x) = 4,5282383.4	1,7	Log. (b ^V - y) = 3,6728668.9	0

Tang. $\varphi = \frac{(\sin b - y)}{\cos b \cdot \sin (a - x)} + \sin y \cdot \text{Tang. } \frac{1}{2} (a - x)$ genau.

Tang. $w = \frac{\sin (b - y)}{\cos b \cdot \sin (a - x)}$ und $\varphi = w + \frac{\sin y}{2 \rho \sin 1''}$ (a - x) $\cos w^2$ sehr nahe.

* soll $2 \rho^2 \sin 1''$ heissen, wo ρ = Radius terrae ist.

Berechnung der vorläufigen Werthe von φ .

1) C. Log. cos b	= 0,0000000		
Log. sin (b - y)	= 4,8754959.3		
Log. sin (a - x)	= 4,6803354.4 +		
Log. Tang. w	= 0,1951604.9;	w	= 57° 27' 39'',589 - 0,191
Log. sin y	= 5,1393503	φ	= 57 27 39,398
$\frac{2 \rho \sin 1''}{\sin y}$			
Lg. sin (a - x)	= 4,6803358		
Lg. cos w^2	= 9,4613578		
	= 9,2810439 = -0,191		

$$\begin{aligned}
 \varphi^{IV} &= 146^\circ 43' 31'',508 \\
 \varphi &= 57 \ 27 \ 39,398 \\
 &89 \ 15 \ 52,110 = \varphi^{IV} - \varphi \\
 &89 \ 15 \ 56,000 \text{ beobachtet fünffach} \\
 \hline
 &3,890 \text{ Diff.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \varphi^V &= 187^\circ 56' 33'',583 \\
 \varphi^{IV} &= 146 \ 43 \ 31,508 \\
 &41 \ 13 \ 2,075 = \varphi^{IV} - \varphi^V \\
 &41 \ 13 \ 2,000 \text{ beobachtet fünffach.} \\
 \hline
 &0,075 \text{ Diff.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \varphi^{IV} &= 146^\circ 43' 31'',508 \\
 \varphi'' &= 117 \ 45 \ 34,510 \\
 &28 \ 57 \ 56,998 = \varphi^{IV} - \varphi'' \\
 &28 \ 57 \ 57,2 \text{ beobachtet fünffach} \\
 \hline
 &0,202 \text{ Diff.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \varphi^{IV} &= 146^\circ 43' 31'',508 \\
 \varphi''' &= 119 \ 26 \ 49,485 \\
 &27 \ 16 \ 42,023 = \varphi^{IV} - \varphi''' \\
 &27 \ 16 \ 46,0 \text{ beobachtet fünffach} \\
 \hline
 &3,977 \text{ Diff.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \varphi^{IV} &= 146^\circ 41' 31'',508 \\
 \varphi' &= 105 \ 4 \ 58,322 \\
 &41 \ 38 \ 33,186 = \varphi^{IV} - \varphi' \\
 &41 \ 38 \ 44 \text{ einfach beobachtet} \\
 \hline
 &10,814 \text{ Diff.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Lg. } (b - y) &= 4,87550 \\
 \text{Lg. } \sin \varphi &= 9,92584 \\
 \hline
 \text{Lg. } r &= 4,94966
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Lg. } (b - y) &= 4,87550 \\
 &5,31442 \\
 \hline
 &10,18992 \\
 \text{Lg. } r^2 &= 9,89932 \\
 &0,29060; \\
 \hline
 \alpha &= + 1'',95
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Lg. } (a - x) &= 4,68034 \\
 &5,31442 \\
 \hline
 &9,99476 \\
 &9,89932 \\
 \hline
 &0,09544; \\
 \hline
 \beta &= - 1'',25
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Lg. } (b' - y) &= 5,18915 \\
 \text{Lg. } \sin \varphi' &= 9,98477 \\
 \hline
 \text{Lg. } r' &= 5,20438
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Lg. } (b' - y) &= 5,18915 \\
 &5,31442 \\
 \hline
 &10,50357 \\
 &10,40876 \\
 \hline
 &1,09481; \\
 \hline
 \alpha' &= + 1'',24
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Lg. } (a' - x) &= 4,61971 \\
 &5,31442 \\
 \hline
 &9,93413 \\
 &10,40876 \\
 \hline
 &9,52537; \\
 \hline
 \beta' &= + 0'',33
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Lg. (b'' - y)} &= 3,91477 \\ \text{Lg. sin } \varphi'' &= 9,94690 \\ \hline \text{Lg. r''} &= 3,96787 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Lg. (b'' - y)} &= 3,91477 \\ &5,31442 \\ \hline &9,22919 \\ &7,93574 \\ \hline &1,29345; \\ \alpha'' &= + 19,65 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Lg. (a'' - x)} &= 3,63604 \\ &5,31442 \\ \hline &8,95046 \\ &7,93574 \\ \hline &1,01472; \\ \beta'' &= + 10',34 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Lg. (b''' - y)} &= 5,06574 \\ \text{Lg. sin } \varphi''' &= 9,93985 \\ \hline \text{Lg. r'''} &= 5,12589 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Lg. (b''' - y)} &= 5,06574 \\ &5,31442 \\ \hline &10,38016 \\ &10,25178 \\ \hline &0,12838 \\ \alpha''' &= + 1',34 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Lg. (a''' - x)} &= 4,81744 \\ &5,31442 \\ \hline &10,13186 \\ &10,25178 \\ \hline &9,88008; \\ \beta''' &= + 0',76 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Lg. (a^{IV} - x)} &= 5,07889 \\ \text{Lg. cos } \varphi^{IV} &= 9,92223 \\ \hline \text{Lg. r^{IV}} &= 5,15666 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Lg. (b^{IV} - y)} &= 4,89596 \\ &5,31442 \\ \hline &10,21038 \\ &10,31332 \\ \hline &9,89706; \\ \alpha^{IV} &= + 0',79 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Lg. (a^{IV} - x)} &= 5,07889 \\ &5,31442 \\ \hline &10,39331 \\ &10,31332 \\ \hline &0,07999; \\ \beta^{IV} &= + 1',20 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Lg. (a^V - x)} &= 4,52824 \\ \text{Lg. cos } \varphi^V &= 9,99581 \\ \hline \text{Lg. r^V} &= 4,53243 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Lg. (b^V - y)} &= 3,67287 \\ &4,31442 \\ \hline &8,98729 \\ &9,06496 \\ \hline &9,92243; \\ \alpha^V &= - 0',84 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Lg. (a^V - x)} &= 4,52824 \\ &5,31442 \\ \hline &9,84266 \\ &9,06486 \\ \hline &0,77780; \\ \beta^V &= + 6',00 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varphi &= 57^\circ 27' 39'',40 + 1,95 \text{ dx} - 1,25 \text{ dy} \\ \varphi' &= 105 \quad 4 \quad 58,32 + 1,24 \text{ dx} + 0,33 \text{ dy} \\ \varphi'' &= 117 \quad 45 \quad 34,51 + 19,65 \text{ dx} + 10,34 \text{ dy} \\ \varphi''' &= 119 \quad 26 \quad 49,49 + 1,34 \text{ dx} + 0,76 \text{ dy} \\ \varphi^{IV} &= 146 \quad 43 \quad 31,51 + 0,79 \text{ dx} + 1,20 \text{ dy} \\ \varphi^V &= 187 \quad 56 \quad 33,58 - 0,84 \text{ dx} + 6,00 \text{ dy.} \end{aligned}$$

Hieraus die Gleichungen:

$$\begin{aligned} - 3'',89 - 1,16 \text{ dx} + 2,45 \text{ dy} &= 0 \\ + 0,07 - 1,63 \text{ dx} + 4,80 \text{ dy} &= 0 \\ - 0,20 - 18,86 \text{ dx} - 9,14 \text{ dy} &= 0 \\ - 3,98 - 0,55 \text{ dx} + 0,44 \text{ dy} &= 0 \\ [- 10,81 - 0,45 \text{ dx} + 0,87 \text{ dy} = 0] \\ - 2,16 - 0,09 \text{ dx} + 0,17 \text{ dy} &= 0 \end{aligned}$$

fünffach

fünffach

fünffach

fünffach

einfach

die letzte Gleichung mit 5 dividirt

$$\begin{aligned}
 & - 4'',5124 - 1,3456 dx + 2,8420 dy = 0 && \text{Product der ersten Gleichung} \\
 & && \text{durch den Coefficienten von } dx \\
 + & 0,1141 - 2,6569 dx + 7,8240 dx = 0 && \text{Product der zweiten Gleichung} \\
 & && \text{durch ihren Coeff. v. } dx \text{ etc.} \\
 & - 3,7720 - 355,6996 dx - 172,3804 dy = 0 \\
 & - 2,1890 - 0,3025 dx + 0,2420 dy = 0 \\
 & - 0,1944 - 0,0081 dx + 0,0153 dy = 0 \\
 \text{oder} & - 10,5537 - 360,0127 dx + 161,4571 dy = 0 \\
 & 10,55 + 360,01 dx + 161,46 dy = 0 \\
 & - 9'',5305 - 2,8420 dx + 6,0025 dy = 0 && \text{Product der ersten Gleichung} \\
 & && \text{durch ihren Coeff. v. } dy \\
 + & 0,3360 - 7,8240 dx + 23,0400 dy = 0 && \text{Prod. der zweiten Gleichung} \\
 & && \text{d. ihren Coeff. v. } dy \text{ u. s. w.} \\
 & - 1,8280 - 172,3804 dx - 83,5396 dy = 0 \\
 & - 1,7512 - 0,2420 dx + 0,1936 dy = 0 \\
 & - 0,3672 - 0,0153 dx + 0,0289 dy = 0 \\
 \text{oder} & - 13,1409 - 183,3037 dx - 54,2746 dy = 0 \\
 & 13,14 + 183,30 dx + 54,27 dy = 0
 \end{aligned}$$

$$1933,81 + dx + 29595,62 dy = 0$$

$$4730,53 + dx + 19537,74 dy = 0$$

$$2796,72 - 10057,88 dy = 0$$

$$dy = \frac{2796,72}{10057,88} = + 0,278$$

$$dx = - \frac{28,227}{183,3} = - 0,154$$

Da $dx = - 0,154$ $dy = + 0,278$
 und gerechnet $x = + 55792,55$ gerechnet $y = - 66478,27$
 so ist verbessert $x = + 55792,40$ verbessert $y = - 66477,99$

Mittelst dieser Werthe von dx und dy finden sich die verbesserten φ, φ' etc.

$$\varphi = 57^\circ 27' 38'',75$$

$$\varphi' = 105 \quad 4 \quad 58,22$$

$$\varphi'' = 117 \quad 45 \quad 34,36$$

$$\varphi''' = 119 \quad 26 \quad 49,49$$

$$\varphi^{IV} = 146 \quad 43 \quad 31,72$$

$$\varphi^V = 187 \quad 56 \quad 35,38$$

$$\varphi^{IV} - \varphi = 89^\circ 15' 52'',97$$

$$\text{beobachtet } 89 \quad 15 \quad 56,00$$

$$\text{Fehler} = + 3,03$$

Solitude — Kornbühl, fünffach.

$$\varphi^V - \varphi^{IV} = 41 \quad 13 \quad 3,66$$

$$\text{beobachtet } 41 \quad 13 \quad 2,00$$

$$\text{Fehler} = - 1,66$$

Kornbühl — Oberjettingen, fünffach

$$\varphi^{IV} - \varphi'' = 28 \quad 57 \quad 57,36$$

$$\text{beobachtet } 28 \quad 57 \quad 57,2$$

$$\text{Fehler} = - 0,16$$

Deckenpfronn — Kornbühl, fünffach

$\varphi^{IV} - \varphi''' = 27^\circ 16' 42''{,}23$	}	Achalm — Kornbühl, fünffach
beobachtet 27 16 46,0		
Fehler + 3,77		
$\varphi^V - \varphi' = 41^\circ 38' 33''{,}50$	}	Hohenneuffen — Kornbühl, einfach.
beobachtet 41 38 44		
Fehler + 10,5		

Mit den corrigirten Winkeln.

α	= 28° 57' 57'',36	Lg. sin DO'	= 4,5069917.1
β	= 41 13 3,66	Lg. sin L	= 9,9734898.8
$\alpha + \beta$	= 70 11 1,02		<u>4,5335018.3</u>
	12 41 3,89	Lg. sin O'	= 9,4343517.1
	82 52 39,92	Lg. sin D	= 9,9989188.5
	359 59 60,80	Lg. sin D L	= 3,9678535.4
	277 7 20,88	Lg. sin O' L	= 4,5324206.8
	138 33 40,44		<u>0.1</u>
	- 10 34 9,26		<u>1.7</u>
	127 59 31,18	Lg. D L	= 3,9678535.5
	149 7 49,70	Lg. O' L	= 4,5324208.5
	112 13 0,4	N D L	= 297° 45' 34'',4
	55 5 21,4		<u>180</u>
Oberjettingen	15 46 30,78 = O'		117 45 34,4
Deckenfronn	94 2 28,30 = D		<u>0,112</u>
Lerchenberg	70 11 1,02 = L	φ''	= 117 45 34,512
	180 0 0,1		

N D O' = 203° 43' 6'',1

O' D L = 94 2 28,3

N D L = 296 45 34,4

Lg. D L = 3,9678535.5

Lg. sin N D L = 9,9468991.2 neg.

Lg. cos N D L = 9,6681642.0

Lg. n = 3,9147526.7

Lg. m = 3,6360177.5

n = - 8217,7447

m = + 4325,3155

Deckenfronn = - 58260,2332

+ 51467,060

- 66477,9779

+ 55792,3755

+ 0,0011

+ 0,0192

Lerchenberg, Ord. - 66477,9768

Absc. + 55792,3947