$\text{Log. } \sin 2\gamma = 9{,}9924176$ $\quad$ $\text{Log. } \sin 2\beta = 9{,}5984478$ $\quad$ $\text{Log. M} = 9{,}1813704$

$\text{Log. } \cos {}^1/_2\, z^4 = 9{,}4557084$ $\quad$ $\text{Log. } \sin {}^1/_2\, z^4 = 9{,}3360540$ $\quad$ $\text{Log. Cotg. t} = 9{,}5412105$

$\text{Log. } \frac{\sin 2\gamma}{\cos {}^1/_2\, z^4} = 0{,}5367092$ $\quad$ $= 0{,}2623938$ $\quad$ $= 8{,}7225809$

$\frac{\sin 2\gamma}{\cos {}^1/_2\, z^4} = 3{,}4412$ $\quad$ $\frac{\sin 2\beta}{\sin {}^1/_2\, z^4} = 1{,}8298$ $\quad$ $\text{M Cotg. t} = 0{,}05279$

$3{,}4412$

$$\frac{\sin 2\gamma}{\sin {}^1/_2\, z^4} = \frac{\sin 2\beta}{\sin {}^1/_2\, z^4} = 5{,}2710$$

Log. 5,2710	= 0,7218930	N = 0,47132 + 0,05279	= 0,52411
Log. sin t	= 9,9752169	Log. N	= 9,7194224
Log. cos δ^2	= 9,9395648	Log. 2,856	= 0,4557582
Log. cos φ^2	= 9,6386968	folgl. Log. 2,856 N	= 0,1751806
Comp. Log. 4	= 9,3979400		
	= 9,6733115		
	= 0,47132		

$$\text{Endlich } \Delta\alpha = \frac{M}{n} \cdot \Sigma \frac{2 \sin^2 {}^1/_2 \Delta t}{\sin 1''} + \frac{2{,}856\, N}{n} \cdot \Sigma \left(\frac{\Delta t'}{10}\right)^3$$

Log. M	= 9,1813704
Log. 307,4	= 2,4877039
Comp. Log. 4	= 9,3979400

$$\text{Log.} \left(\frac{M}{n} \cdot \Sigma \frac{2 \sin^2 {}^1/_2 \Delta t}{\sin'' 1}\right) = 1{,}0670143 \qquad = 11'',669$$

Log. 2,856 N	= 0,1751806
Log. 0,577	= 9,7611758
Comp. Log. 4	= 9,3979400

$$\text{Log.} \left(\frac{2{,}856\, N}{n} \cdot \Sigma \frac{\Delta t}{10}\right)^3 = 9{,}3342964 \qquad = 0{,}2159$$

$$\Delta\alpha = +\ 11{,}88$$

$180^0 - \beta - \gamma = 180^0 - 62^0\ 1'\ 23'',88 = 117^0\ 58'\ 36'',12$

$A = -\ 82\quad 24\quad 9{,}72$

$35\quad 34\quad 26{,}40$

$\Delta\alpha = +\qquad 11{,}88$

Folglich Azimuth DCF $= 35\quad 34\quad 38{,}28.$

§. 143.

Zweite Methode der Auflösung des ersten Beispiels, nach Bohnenbergers geogr. Ortsbestimmung von 1795.

Im sphärischen Dreieck ZPS Fig. 75 ist

$$\sin ZS : \sin ZPS = \sin PS : \sin PZS$$

$$\cos h : \sin t = \cos \delta : \sin \alpha$$

$$\text{folglich } \sin \alpha = \frac{\sin t \cdot \cos \delta}{\cos h}$$

Legt man nun die in I. bestimmten Grössen von t, δ und h zu Grunde, so ist für

Beobachtung 1)	$t = 110^0\ 57'\ 54'',28$	und Log. sin t	$= 9,9702532$
	$\delta = 21\quad 7\quad 39$	Log. cos δ	$= 9,9697796$
	$h = 2\quad 54\quad 24$	Comp. Log. cos h	$= 0,0005591$
$180^0 - \alpha = 119^0\ 17'\ 25'',34$		Log. sin α	$= 9,9405919$
$- A' = 83\quad 43\quad 24$		α	$= 60^0\ 42'\ 34'',66$
Azim. ad 1) $= 35\quad 34\quad 1,34$			
für Beobachtung 2)	$t = 109^0\ 51'\ 36'',62$	und Log. sin t	$= 9,9733701$
	$\delta = 21\quad 7\quad 37$	Log. cos δ	$= 9,9697812$
	$h = 3\quad 32\quad 40$	Comp. Log. cos h	$= 0,0008315$
$180^0 - \alpha = 118^0\ 28'\ 46'',2$		Log. sin α	$= 9,9439828$
$- A' = 82\quad 53\quad 17,6$		α	$= 61^0\ 31'\ 13'',8$
Azimuth ad 2) $= 35\quad 35\quad 28,6$			
für Beobachtung 3)	$t = 109^0\ 9'\ 47'',32$	und Log. sin t	$= 9,9752423$
	$\delta = 21\quad 7\quad 36$	Log. cos δ	$= 9,9697820$
	$h = 3\quad 56\quad 58$	Comp. Log. cos h	$= 0,0010326$
$180^0 - \alpha = 117^0\ 58'\ 10'',98$		Log. sin α	$= 9,9460569$
$- A' = 82\quad 23\quad 29,3$		α	$= 62^0\ 1'\ 49'',02$
Azimuth ad 3) $= 35\quad 34\quad 41,68$			
für Beobachtung 4)	$t = 106^0\ 42'\ 10'',06$	und Log. sin t	$= 9,9812787$
	$\delta = 21\quad 7\quad 32$	Log. cos δ	$= 9,9697852$
	$h = 5\quad 23\quad 38$	Comp. Log. cos h	$= 0,0019273$
$180^0 - \alpha = 116^0\ 10'\ 48'',84$		Log. sin α	$= 9,9529912$
$- A' = 80^0\ 36\quad 28$		α	$= 63^0\ 59'\ 11'',16$
Azimuth ad 4) $= 35\quad 34\quad 20,84$			

Azimuth 1)	35^0	$34'$	$1'',34$
„ 2)	35	35	28,60
„ 3)	35	34	41,68
„ 4)	35	34	20,84
Summa	142	18	32,46

und diese dividirt mit 4 gibt das Azimuth DCF $= 35^0\ 34'\ 38'',11$ wie oben aus I.

Werden die Seiten des sphärischen Dreiecks ZPS Fig. 75 als bekannt angenommen und mit a, b, c bezeichnet, so ist

$$a = SZ = 90^0 - h$$
$$b = SP = 90 - \delta \text{ oder } 90^0 + \delta$$
$$c = PZ = 90 - \varphi$$

und nach der sphärischen Trigonometrie hat man für t den Stundenwinkel:

$$\sin {}^1/_2\, P = \sqrt{\frac{\sin {}^1/_2\,(a + b - c) \, . \, \sin {}^1/_2\,(a + c - b)}{\sin b \, . \, \sin c}}$$

und für α; $$\sin {}^1/_2\, Z = \sqrt{\frac{\sin {}^1/_2\,(a + b - c) \, . \, \sin {}^1/_2\,(b + c - a)}{\sin a \, . \, \sin c}}$$

oder wenn $S = a + b + c$ genommen wird,

$$\sin {}^1/_2\, Z = \sqrt{\frac{\sin ({}^1/_2\, S - a) \, . \, \sin ({}^1/_2\, S - c)}{\sin a \, . \, \sin c}}$$

Ist ferner 1) der Stundenwinkel t aus der genauen Beobachtungszeit,
2) die Polhöhe φ,
3) die Declination der Sonne δ bekannt, so findet sich die wahre Sonnenhöhe aus der Formel: $\sin h = \sin \varphi . \sin \delta + \cos \varphi . \cos \delta . \cos t.$ (wenn $\delta +$)

Aus dieser Formel findet sich aber auch der Ausdruck für die Bestimmung von t

$$\cos t = \frac{\sin h - \sin \varphi . \sin \delta}{\cos \varphi . \cos \delta}$$

und diese Formel für genaue logarithmische Berechnung einzurichten, setze man statt $\cos t$ seinen gleichen Werth $1 - 2 (\sin {}^1/_2\, t)^2$ und man hat:

$$\sin h = \cos (\varphi - \delta) - 2 (\sin {}^1/_2\, t)^2 . \cos \varphi . \cos \delta,$$

folgl. $2 (\sin {}^1/_2\, t)^2 . \cos \varphi . \cos \delta = \sin h - \cos (\varphi - \delta) = \sin h - \sin (90^0 - \varphi + \delta)$

$$= 2 \cos \left(\frac{h + 90^0 - \varphi + \delta}{2}\right) . \sin \left(\frac{h - 90^0 + \varphi - \delta}{2}\right)$$

und setzt man endlich für δ die Polardistanz D, also $\delta = 90^0 - D$, so erhält man:

$$(\sin {}^1/_2\, t)^2 . \cos \varphi . \sin D = \sin \left\{\frac{(\varphi + D - h)}{2}\right\} . \cos \left\{\frac{(\varphi + D + h)}{2}\right\}$$

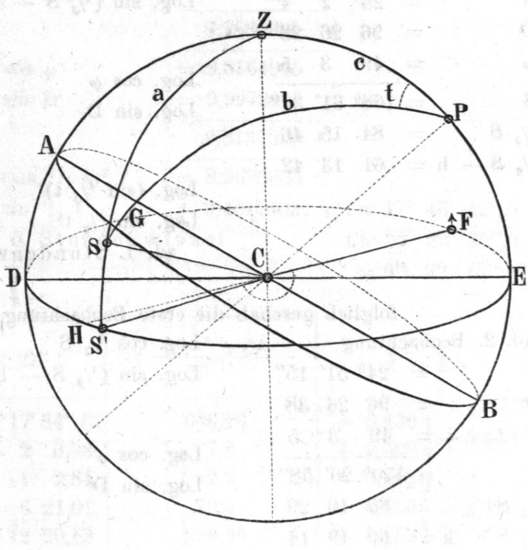
und wird noch der Kürze wegen $\varphi + D + h = S$ gesetzt, so erhält man die Formel für die Bestimmung des Stundenwinkels:

$$(\sin {}^1/_2\, t)^2 = \frac{\cos {}^1/_2\, S . \sin ({}^1/_2\, S - h)}{\cos \varphi . \sin D.}$$

§. 144.

Erste Methode der Auflösung nach Soldner, zweites Beispiel. [1]

Fig. 76.



Angenommen es seyen im October auf einem Punkte C, dessen Polhöhe $= 49^0\ 3'\ 5''$ ist, mit einem Theodolith Messungen für die Azimuthbestimmung desselben vorgenommen worden, wo das Object F Vormittags links von der Sonne lag.

Nebst 5 Sonnenhöhen S′S seyen auch zugleich die zugehörigen 5 horizontalen Azimuthal-Winkel FCS′ gemessen worden, man soll hiernach das Azimuth F von C aus gesehen, bestimmen.

Die Sonnenränder wurden mit dem astronomischen Fernrohr so pointirt, dass der Horizontalfaden den untern Sonnenrand und der Verticalfaden die Sonne links tangirte. Die 5 gemessenen Sonnenhöhen wurden dann so

[1] Dieses ist die Azimuthbestimmung von Prof. Pross für den Treppenschacht in Wilhelmsglück, den 10. October 1843; s. dessen praktische Geometrie ohne Instrumente von 1844. S. 86 ff., wo das Azimuth $= 35^0\ 44\ 46$ angegeben ist.