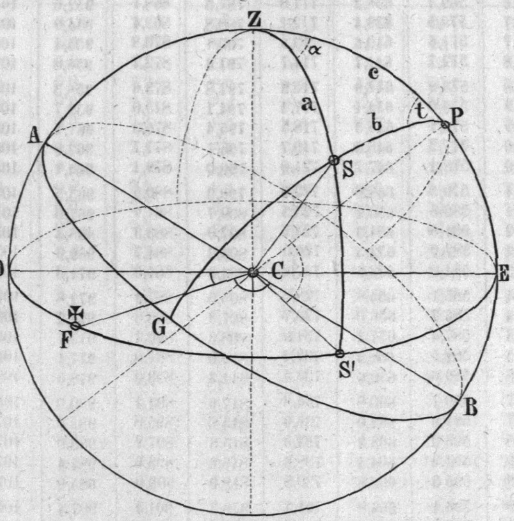
§. 142.

Erstes Beispiel der Azimuthbestimmung nach der neuen Methode von Soldner.

Fig. 75.



Es sind auf einem Punkte C [1] der östlichen Halbkugel, dessen Polhöhe $= 48^0\ 43'\ 22''$ ist, im Juli durch vier Zenith-Distanzenmessungen die von der Refraction bereinigten und mit der Parallaxe (P. cosh.) und dem Sonnenhalbmesser vermehrten und somit rectificirten Sonnenmittelpunktshöhen SCS' und die dazu gehörigen vier Azimuthalwinkel S'CF bestimmt worden (der Horizontalfaden des Kreuzes im Fernrohr tangirte also beim Anvisiren der Sonne den obern Sonnenrand und der Verticalfaden den Sonnenrand links); nun soll hiernach das Azimuth DCF dieses Punktes, F welcher Vormittags rechts von der Sonne lag, bestimmt werden.

Auf den Mittelpunkt der Sonne berechnete:

	a) wahre Sonnenhöhen SCS' = h		b) Azimuthalwinkel S'CF = A'
Beobachtung 1)	$2^0\ 54'\ 24''$	. . . . .	$83^0\ 43'\ 24''$
„ 2)	3 32 40	. . . . .	82 53 17,6
„ 3)	3 56 58	. . . . .	82 23 29,3
„ 4)	5 23 38	. . . . .	80 36 28,0
		Summe	329 36 38,9 und div. 4
		A =	82 24 9,725.

Eine nach der wahren Zeit regulirte Sekundentaschenuhr zeigte nach den Momenten der Beobachtung

1)	4 u 36' 8'' Morgens	Dauer der Beobachtung 17' 3'' und in dieser Zeit nahm die Declination um 7'' ab; also bis auf das Mittel 3'',5
2)	4 40 33 „	
3)	4 43 17 „	
4)	4 53 11 „	

und hier berechnen sich

I. die Declinationen GS = δ		II. die Polardistanzen SP = D
1) $+ 21^0\ 7'\ 39''$	. . . . .	$68^0\ 52'\ 21''$
2) + 21 7 37	. . . . .	68 52 23
3) + 21 7 36	. . . . .	68 52 24
4) + 21 7 32	. . . . .	68 52 28

Mittlere Declination $\delta = +\ 21\ \ 7\ \ 35{,}5$

[1] Bohnenberger geographische Ortsbestimmung von 1795. S. 461. In Altburg bei Calw wurde das Azimuth von Kornbühl zu $35^0\ 34'\ 46''$ bestimmt.

Berechnung der Stundenwinkel t.

Aus h der wahren Sonnenhöhe
D der Polardistanz und
φ der Polhöhe
} hat man $(\sin {}^1/_2 t)^2 = \frac{\cos {}^1/_2 S \cdot \sin ({}^1/_2 S - h)}{\cos \varphi \cdot \sin D}$
wo $h + D + \varphi = S$ ist.

Ad 1te Beobachtung

h	= 2° 54′ 24″	Log. cos ½ S	= 9,6956583
D	= 68 52 21	Log. sin (½ S — h)	= 9,9252751
φ	= 48 43 22		9,6209334
S	= 120 30 7	Log. cos φ	= 9,8193484
½ S	= 60 15 3,5	Log. sin D	= 9,9697795
½ S — h	= 57 20 39,5		9,7891279
		Log. (sin ½ t)²	= 9,8318055
		und Log. sin ½ t	= 9,9159027⁵; ½ t = 55° 28′ 57″,14

folglich ad 1. Stundenwinkel t = Bogen AG = 110° 57′ 54″,28 = 7 St. 23′ 51″,41.

Die erste Beobachtung geschah also Morgens 4u 36′ 8″59.

Ad 2te Beobachtung

h	= 3° 32′ 40″	Log. cos ½ S	= 9,6913977
D	= 68 52 23	Log. sin (½ S — h)	= 9,9237178
φ	= 48 43 22		9,6151155
S	= 121 8 25	Log. cos φ	= 9,8193484
½ S	= 60 34 12,5	Log. sin D	= 9,9697811
½ S — h	= 57 1 32,5		9,7891295
		Log. (sin ½ t)²	= 9,8259860
		Log. sin ½ t	= 9,9129930 u. ½ t = 54° 55′ 48″,31

folglich ad 2 Stundenwinkel t = 109° 51′ 36″,62 = 7 St. 19′ 26″,44

Ad 3te Beobachtung

h	= 3° 56′ 58″	Log. cos ½ S	= 9,6886639
D	= 68 52 24	Log. sin (½ S — h)	= 9,9227192
φ	= 48 43 22		9,6113831
S	= 121 32 44	Log. cos φ	= 9,8193484
½ S	= 60 46 22	Log. sin D	= 9,9697819
½ S — h	= 56 49 24		9,7891303
		Log. (sin ½ t)²	= 9,8222528
		Log. sin ½ t	= 9,9111264 u. ½ t = 54° 34′ 53″,66

folglich ad 3 Stundenwinkel t = 109° 9′ 47″,32 = 7 St. 16′ 39″,14.

Ad 4te Beobachtung

h	= 5° 23′ 38″	Log. cos ½ S	= 9,6787250
D	= 68 52 28	Log. sin (½ S — h)	= 9,9190930
φ	= 48 43 22		9,5978180
S	= 122 59 28	Log. cos φ	= 9,8193484
½ S	= 61 29 44	Log. sin D	= 9,9697835
½ S — h	= 56 6 6		9,7891319
		Log. (sin ½ t)²	= 9,8086861
		Log. sin ½ t	= 9,9043430⁵ u. ½ t = 53° 21′ 5″,03

folglich ad 4 Stundenwinkel t = 106° 42′ 10″,06 = 7 St. 6 48″,67.

Stundenwinkel.	Zeiten. $7^u\ 16'\ 41'',41$	$\Delta t'$.	$\frac{2\sin^2 {}^1/_2 \Delta t}{\sin 1''}$	$\left(\frac{\Delta t'}{10}\right)^3$
1) $110^0\ 57'\ 54'',28$	$7^u\ 23'\ 51'',41$	$+\ 7'\ 10''$	100,8	$+\ 0,373$
2) 109 51 36,62	7 19 26,44	$+$ 2 45,03	14,8	$+\ 0,020$
3) 109 9 47,32	7 16 39,14	0 2,27	0	0
4) 106 42 10,06	7 6 48,67	$-$ 9 52,74	191,8	$-\ 0,97$
436 41 28,28:4	29 6 45,66		307,4	$-\ 0,577$
$t =$ 109 10 22,07			$= \Sigma \frac{2\sin^2 {}^1/_2 \Delta t}{\sin 1''}$	$= \Sigma \left(\frac{\Delta t'}{10}\right)^3$
${}^1/_2 t =$ 54 35 11,03				

$$\text{Tang. } \beta = \frac{\sin {}^1/_2\,(\varphi - \delta)}{\cos {}^1/_2\,(\varphi + \delta)} . \text{Cotg. } {}^1/_2\, t$$

φ	$= 48^0\ 43'\ 22''$
$\delta =$	$+\ 21\ \ 7\ 35,5$
$\varphi - \delta$	$= 27\ 35\ 46,5$
${}^1/_2\,(\varphi - \delta)$	$= 13\ 47\ 53,25$
$\varphi + \delta$	$= 69\ 50\ 57,5$
${}^1/_2\,(\varphi + \delta)$	$= 34\ 55\ 28,75$

Log. $\sin {}^1/_2\,(\varphi - \delta)$ = 9,3774914
Log. $\cos {}^1/_2\,(\varphi + \delta)$ = 9,9137638
9,4637276
Log. Cotg. ${}^1/_2$ t = 9,8518820
Log. Tang. β = 9,3156096; und $\beta = 11^0\ 41'\ 8'',19$; $2\,\beta = 23^0\ 22'\ 16'',38$.

$$\text{Tang. } \gamma = \frac{\cos {}^1/_2\,(\varphi - \delta)}{\sin {}^1/_2\,(\varphi + \delta)} . \text{Cotg. } {}^1/_2\, t$$

Log. $\cos {}^1/_2\,(\varphi - \delta)$ = 9,9872828
Log. $\sin {}^1/_2\,(\varphi + \delta)$ = 9,7577745
0,2295083
Log. Cotg. ${}^1/_2$ t = 9,8518820
Log. Tang. γ = 0,0813903
γ = $50^0\ 20'\ 15'',69$
$2\,\gamma$ = 100 40 31,38
und $\beta + \gamma$ = 62 1 23,88

$$\sin z = \frac{\cos \delta \,.\, \sin t}{\sin (\beta + \gamma)}$$

Log. $\cos \delta$ = 9,9697824
Log. sin t = 9,9752169
C Log. $\sin (\beta + \gamma)$ = 0,0539713
Log. sin z = 9,9989706
z = $86^0\ 3'\ 24'',0$
${}^1/_2$ z = 43 1 42,0

$$\text{M} = \frac{\cos \varphi \,.\, \cos \delta}{4} . \left\{ \frac{\sin 2\,\gamma}{\cos {}^1/_2\, z^2} - \frac{\sin 2\,\beta}{\sin {}^1/_2\, z^2} \right\} .$$

Log. $\sin 2\gamma$ = 9,9924176
Log. $\cos {}^1/_2\, z^2$ = 9,7278542
0,2645634

$\frac{\sin 2\,\gamma}{\cos {}^1/_2\, z^2}$ = 1,83892

Log. $\sin 2\,\beta$ = 9,5984478
Log. $\sin {}^1/_2\, z^2$ = 9,6680270
9,9304208

$\frac{\sin 2\,\beta}{\sin {}^1/_2\, z^2}$ = 0,85196

Log. 0,98696 = 9,9942996
Log. $\cos \varphi$ = 9,8193484
Log. $\cos \delta$ = 9,9697824
Comp. Log. 4 = 9,3979400
Log. M = 9,1813704

$\frac{\sin 2\,\beta}{\cos {}^1/_2\, z^2}$ = 0,85196

$\frac{\sin 2\,\gamma}{\cos {}^1/_2\, z^2} - \frac{\sin 2\,\beta}{\sin {}^1/_2\, z^2} = 0,98696.$

$$\text{N} = \frac{\cos \varphi^2 .\, \cos \delta^2 .\, \sin t}{4} \left\{ \frac{\sin 2\,\gamma}{\cos {}^1/_2\, z^4} + \frac{\sin 2\,\beta}{\sin {}^1/_2\, z^4} \right\} + \text{M. Cotg. t.}$$

$\text{Log. } \sin 2\gamma = 9{,}9924176$ $\text{Log. } \sin 2\beta = 9{,}5984478$ $\text{Log. M} = 9{,}1813704$

$\text{Log. } \cos {}^1/_2\, z^4 = 9{,}4557084$ $\text{Log. } \sin {}^1/_2\, z^4 = 9{,}3360540$ $\text{Log. Cotg. t} = 9{,}5412105$

$\text{Log. } \frac{\sin 2\gamma}{\cos {}^1/_2\, z^4} = 0{,}5367092$ $= 0{,}2623938$ $= 8{,}7225809$

$\frac{\sin 2\gamma}{\cos {}^1/_2\, z^4} = 3{,}4412$ $\frac{\sin 2\beta}{\sin {}^1/_2\, z^4} = 1{,}8298$ $\text{M Cotg. t} = 0{,}05279$

$3{,}4412$

$$\frac{\sin 2\gamma}{\sin {}^1/_2\, z^4} = \frac{\sin 2\beta}{\sin {}^1/_2\, z^4} = 5{,}2710$$

$\text{Log. } 5{,}2710 = 0{,}7218930$ $N = 0{,}47132 + 0{,}05279 = 0{,}52411$

$\text{Log. } \sin t = 9{,}9752169$ $\text{Log. N} = 9{,}7194224$

$\text{Log. } \cos \delta^2 = 9{,}9395648$ $\text{Log. } 2{,}856 = 0{,}4557582$

$\text{Log. } \cos \varphi^2 = 9{,}6386968$ folgl. $\text{Log. } 2{,}856\ N = 0{,}1751806$

$\text{Comp. Log. } 4 = 9{,}3979400$

$= 9{,}6733115$

$= 0{,}47132$

Endlich $\Delta\alpha = \frac{M}{n} \cdot \Sigma \frac{2 \sin^2 {}^1/_2 \Delta t}{\sin 1''} + \frac{2{,}856\ N}{n} \cdot \Sigma \left(\frac{\Delta t'}{10}\right)^3$

$\text{Log. M} = 9{,}1813704$

$\text{Log. } 307{,}4 = 2{,}4877039$

$\text{Comp. Log. } 4 = 9{,}3979400$

$\text{Log.} \left(\frac{M}{n} \cdot \Sigma \frac{2 \sin^2 {}^1/_2 \Delta t}{\sin'' 1}\right) = 1{,}0670143$ $= 11'',669$

$\text{Log. } 2{,}856\ N = 0{,}1751806$

$\text{Log. } 0{,}577 = 9{,}7611758$

$\text{Comp. Log. } 4 = 9{,}3979400$

$\text{Log.} \left(\frac{2{,}856\ N}{n} \cdot \Sigma \frac{\Delta t}{10}\right)^3 = 9{,}3342964$ $= 0{,}2159$

$\Delta\alpha = +\ 11{,}88$

$180^0 - \beta - \gamma = 180^0 - 62^0\ 1'\ 23'',88 = 117^0\ 58'\ 36'',12$

$A = -\ 82\quad 24\quad 9{,}72$

$35\quad 34\quad 26{,}40$

$\Delta\alpha = +\quad 11{,}88$

Folglich Azimuth DCF $= 35\quad 34\quad 38{,}28.$

§. 143.

Zweite Methode der Auflösung des ersten Beispiels, nach Bohnenbergers geogr. Ortsbestimmung von 1795.

Im sphärischen Dreieck ZPS Fig. 75 ist

$$\sin ZS : \sin ZPS = \sin PS : \sin PZS$$

$$\cos h : \sin t = \cos \delta : \sin \alpha$$

$$\text{folglich } \sin \alpha = \frac{\sin t \cdot \cos \delta}{\cos h}$$