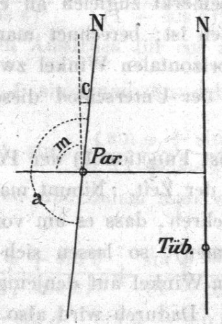
zuerst berechne man die beiden Hülfswinkel $\xi'' = \text{x}M$ und $\varphi'' = \xi + \varphi'$

| | |
|---|---|
| Log. x $= 4{,}4661086$ | $\xi'' = 1845'',9 = 0^0\ 30'\ 45'',9$ |
| Log. M $= 8{,}8000989$ | $\varphi' = 48\ 31\ 12{,}4$ |
| Log. $\xi'' = 3{,}2662075$ | $\varphi'' = 49\ 1\ 58{,}3$ |
| $\varphi = 48\ 50\ 13{,}22$ | Log. sin $^1/_2(\varphi + \varphi'') = 9{,}8773506$ |
| $\varphi'' = 49\ 1\ 58{,}3$ | CLg. cos $^1/_2(\varphi - \varphi'') = 6$ |
| $\varphi + \varphi'' = 97\ 52\ 11{,}5$ | Log. w'' $= 4{,}3832946$ |
| $\varphi - \varphi'' = 11\ 45{,}08$ | $4{,}2606458 = 18224{,}10$ |
| $^1/_2(\varphi + \varphi'') = 48\ 56\ 5{,}76$ | Lg. $w^2 = 8{,}7665892$ |
| $^1/_2(\varphi - \varphi'') = 0\ 5\ 52{,}54$ | Log. cos $\varphi^2 = 9{,}6367202$ |
| | Log. $^1/_{12}$ sin $1''^2 = 8{,}2919686$ |
| Convergenz C $= 5^0\ 3'\ 53'',13$ | $0{,}9559238 = 9{,}035$ |
| Azimuth m $= 95\ 3\ 53{,}13$ | |
| $\alpha = 275\ 3\ 53{,}13$ | C $= 18233{,}13$ |

Fig. 74.




## §. 141.

## Die Azimuthbestimmung aus Messungen von Sonnenhöhen und Azimuthalwinkeln mit dem Theodolith.

Ueber die Bestimmung des Azimuths von Kornbühl, vom Tübinger Observatorium aus gesehen $= 169^0\ 12'\ 44'',3$, auf welches die württembergische Landestriangulirung gegründet ist, und das schon in den Jahren von 1792—1796 durch Professor von Bohnenberger bestimmt wurde, fehlen die Details der Sonnenhöhenbeobachtungen, aus denen dasselbe berechnet worden ist.

Ebenso fehlen für die neue Bestimmung desselben zu $169^0\ 12'\ 59'',88$ vom Jahr 1819 die Polarsternbeobachtungen [1] mittelst des Reichenbachischen Universalinstruments, so dass also oben §. 65 ausser den genannten Resultaten dieser Bestimmungen weiter nichts gegeben werden konnte.

Da es aber doch von Interesse seyn dürfte, auch über diesen Gegenstand in dieser Beschreibung das Nöthige zu finden, so wählte der Verfasser hiezu einen **Auszug** aus

[1] Die Azimuthbestimmung von Altomünster bei München, aus der beobachteten grössten westlichen Digression des Polarsterns, herausgegeben von Soldner, königl. bayer. Steuerrath, München 1813. Soldner gibt sie als die beste Methode für den geodätischen Gebrauch an. Auch bei der englischen Gradmessung wurde diese Methode angewendet. (Monatl. Corresp. Bd. 26. S. 109.)

einer Abhandlung von Astronom Soldner, die 1814 in München über die Azimuthbestimmung aus Sonnenhöhenmessungen mittelst eines Theodoliths erschien und die Aufschrift hat:

Neue Methode, beobachtete Azimuthe zu reduciren.

In den Göttinger gelehrten Anzeigen 46 St. den 23. März 1815 S. 449 u. f. ist von dem Recensenten unter anderem darüber gesagt: „Das hier kürzlich beschriebene Verfahren, welches Herr Soldner in der vorliegenden Abhandlung vorträgt, ist so einfach und liegt so nahe, dass man sich wundern muss, dass es mehreren praktischen Astronomen bei Azimuthbestimmung oder bei ganz ähnlichen Veranlassungen entgangen ist etc.“

Ein Auszug aus der genannten Abhandlung dürfte sonach die Lücke der fehlenden Bohnenberger'schen Anleitung zur Azimuthbestimmung besonders auch desswegen vollständig ausfüllen, als noch durch Zugabe einiger vollständig gelöster Beispiele der Gegenstand gründlich abgehandelt und erläutert ist.

Soldner sagt: „Bei der Beobachtung des Azimuths eines irdischen Objectes kommt es im Allgemeinen auf folgendes an: Man misst den horizontalen Winkel zwischen dem Objecte und einem Gestirn und bemerkt zugleich an einer Uhr den Zeitmoment, in welchem der Winkel gemessen worden ist; berechnet man nun für diesen Moment das Azimuth des Gestirns, d. h. den horizontalen Winkel zwischen dem Meridian und dem Gestirn, so wird die Summe oder der Unterschied dieser zwei Winkel das Azimuth des Objectes seyn.

Das Azimuth eines Gestirns ist Function 1) der Polhöhe des Orts, 2) der Declination und 3) des Stundenwinkels oder der Zeit. Nimmt man nun einen gewissen Zeitmoment willkührlich an (die Folge wird lehren, dass es am vortheilhaftesten ist, dafür das Mittel aller Beobachtungszeiten zu nehmen), so lassen sich durch analytische Ausdrücke die ausser diesem Momente gemessenen Winkel auf denjenigen reduciren, welcher im Momente selbst stattgefunden haben würde. Dadurch wird also die Reduction der gemessenen Azimuthe auf ein Verfahren gebracht, welches dem der Reduction gemessener Zenithdistanzen in der Nähe des Meridians ganz analog, und daher jedem praktischen Astronomen geläufig ist.

Wir zählen wie gewöhnlich die Stundenwinkel vom Meridian an gegen Westen bis zu $360^0$ oder 24 Stunden und die Azimuthe vom südlichen Meridian über Westen, Norden, Osten etc., d. h. von der Linken zur Rechten bis $360^0$. Heisst nun an dem gegebenen oder vielmehr willkürlich angenommenen Zeitmomente der Stundenwinkel des Gestirns t, seine nördliche Declination $\delta$, sein Azimuth $\alpha$ und Polhöhe des Orts $\varphi$, so ist bekanntlich:

$$\text{Cotang}\ \alpha = \sin\varphi\,.\,\text{Cotg.}\ t - \cos\varphi\,.\,\text{Tang.}\ \delta\,.\,\text{cosec.}\ t.$$

Wenn im Augenblicke einer Beobachtung der Stundenwinkel um $\Delta t$ grösser ist als t, so wird das Azimuth um eine Grösse $\Delta\alpha$ grösser seyn als $\alpha$ und man hat, da man die Declination constant annehmen kann, nach dem Taylor'schen Theoreme:

$$\Delta\alpha = \Delta t\,.\,\frac{d\alpha}{dt} + \frac{\Delta t^2}{1.2}\,.\,\frac{dd\alpha}{dt^2} + \frac{\Delta t^3}{1.2.3}\,.\,\frac{d^3\alpha}{dt^3} + \text{etc.}$$

Es kommt also darauf an, die Differentialverhältnisse zu entwickeln.

Durch den obigen Ausdruck für $\alpha$ erhält man:

$$\frac{d\alpha}{dt} = \frac{\sin^2\alpha}{\sin^2 t}\,.\,(\sin\varphi - \cos\varphi\,.\,\text{Tang.}\ \delta\,.\,\cos t.)$$

Da hier auch $\alpha$ von t abhängt, so würden die fortgesetzten Differentiationen äusserst complicirt werden, und diess würde nicht bloss eine mühsame Rechnung verursachen, sondern es würden auch die Endresultate so zusammengesetzt erscheinen, dass es schwer hielte, sie auf ihre einfachste Form zurückzuführen.

Wir müssen daher suchen diesen Ausdruck abzuändern. Wenn z die Zeitdistanz des Gestirns, so hat man bekanntlich: $\frac{\sin \alpha}{\sin t} = \frac{\cos \delta}{\sin z}$ und

$$\cos z = \sin \varphi . \sin \delta + \cos \varphi . \cos \delta . \text{cosin. } t.$$

Setzt man nun in unserem Differentialverhältnisse für $\frac{\sin \alpha}{\sin t}$ seinen Werth, und anstatt cos. t dessen Werth aus der letzten Formel, so wird:

$$\frac{d\,\alpha}{d\,t} = \frac{\sin \varphi - \sin \delta . \cos z.}{\sin^2 z.}$$

Multiplicirt man hier $\sin \varphi$ mit $\cos^2 \tfrac{1}{2} z + \sin^2 \tfrac{1}{2} z$ und setzt $\cos^2 \tfrac{1}{2} z - \sin^2 \tfrac{1}{2} z$ anstatt cos z, so wird: $\frac{d\,\alpha}{d\,t} = \frac{\sin \varphi + \sin \delta}{2\,(1 + \cos z)} = \frac{\sin \varphi - \sin \delta}{2\,(1 - \cos z)}$

Hieraus erhält man ferner:

$$\frac{d\,d\,\alpha}{d\,t^2} = \left\{\frac{\sin \varphi + \sin \delta}{(1 + \cos z)^2} - \frac{\sin \varphi - \sin \delta}{(1 - \cos z)^2}\right\} . \frac{\sin z . d\,z}{2 . d\,t}$$

Nun ergibt sich aber durch den Ausdruck für cos z

$$\frac{\sin z\, d\, z}{d\,t} = \cos \varphi . \cos \delta . \sin t \text{ und dies substituirt wird:}$$

$$\frac{d\,d\,\alpha}{d\,t^2} = \tfrac{1}{2} \cos \varphi . \cos \delta . \sin t . \left\{\frac{\sin \varphi + \sin \delta}{(1 + \cos z)^2} = \frac{\sin \varphi - \sin \delta}{(1 - \cos z)^2}\right\}$$

Durch nochmaliges Differentiiren und indem man wieder für sin z d z seinen Werth setzt, erhält man:

$$\frac{d^3\,\alpha}{d\,t^3} = \cos^2 \varphi . \cos^2 \delta . \sin^2 t . \left\{\frac{\sin \varphi + \sin \delta}{(1 + \cos z)^3} + \frac{\sin \varphi - \sin \delta}{(1 - \cos z)^3}\right\} + \tfrac{1}{2} \cos \varphi . \cos \delta . \cos t .$$
$$\left\{\frac{\sin \varphi + \sin \delta}{(1 + \cos z)^2} - \frac{\sin \varphi - \sin \delta}{(1 - \cos z)^2}\right\}$$

Bekanntlich ist $1 + \cos z = \sin z . \text{Cotang } \tfrac{1}{2} z$ und $1 - \cos z = \sin z . \text{Tang. } \tfrac{1}{2} z$ und man erhält endlich:

$$\Delta\,\alpha = \frac{\Delta t}{2 \sin z} . \left\{(\sin \varphi + \sin \delta) . \text{Tang. } \tfrac{1}{2} z + (\sin \varphi - \sin \delta) . \text{Cotg. } \tfrac{1}{2} z\right\} + \frac{\Delta t^2}{4} .$$
$$\frac{\cos \varphi . \cos \delta . \sin t}{\sin^2 z} \left\{(\sin \varphi + \sin \delta) \text{ Tang.}^2 \tfrac{1}{2} z - (\sin \varphi - \sin \delta) . \text{Cotg.}^2 \tfrac{1}{2} z\right\} + \frac{\Delta t^3}{6}$$
$$\left\{\begin{array}{l} \frac{\cos^2 \varphi . \cos^2 \delta . \sin^2 t}{\sin^3 z} \left\{(\sin \varphi + \sin \delta) . \text{Tang.}^3 \tfrac{1}{2} z + (\sin \varphi - \sin \delta) . \text{Cotg.}^3 \tfrac{1}{2} z\right\} \\ \frac{\cos \varphi . \cos \delta . \cos t}{2 \sin^2 z} \left\{(\sin \varphi + \sin \delta) \text{ Tang.}^2 \tfrac{1}{2} z - (\sin \varphi - \sin \delta) \text{ Cotg.}^2 \tfrac{1}{2} z\right\} \end{array}\right\}$$

Wenn man für den Augenblick einer Beobachtung, in welchem der Stundenwinkel um $\Delta$ t grösser war als t, für welchen man $\alpha$ berechnet hat, den hieraus erhaltenen Werth von $\Delta\,\alpha$ zu $\alpha$ addirt, so erhält man das Azimuth des Gestirns für den Augenblick der Beobachtung; oder wenn man $\Delta\,\alpha$ von dem beobachteten Winkel abzieht, erhält man ihn so wie er zur Zeit des Stundenwinkels t stattgefunden haben würde.

Da mir das erstere für die Folge einfacher zu seyn scheint, so werde ich es dabei lassen. Es folgt also, dass wenn man für jede Beobachtungszeit $\Delta\,\alpha$ berechnet, und das Mittel aller $\Delta\,\alpha$ zu $\alpha$ addirt, so wird man dasjenige Azimuth des Gestirns erhalten, welches dem gemessenen Mittelbogen entspricht.

Der Werth von t oder der Zeitpunkt, von welchem man ausgehen will, ist willkürlich; nimmt man aber dafür das Mittel aller Beobachtungszeiten, so wird, weil die $\Delta$ t vor dem angenommenen Zeitpunkte negativ sind, die Summe aller *positiven* $\Delta$ t der Summe aller negativen gleich seyn, und daher das erste Glied der obigen Reihe, welches natürlich immer das grösste ist, sich beständig aufheben.

Wir wollen nun suchen den Formeln eine solche Einrichtung zu geben, dass sie für den Gebrauch leicht zu übersehen und bequemer werden.

Setzt man:

$$M = \frac{\cos\varphi \,.\, \cos\delta \,.\, \sin t}{2 \,.\, \sin^2 z}\left\{(\sin\varphi + \sin\delta)\,\text{Tang.}^2\,{}^1\!/_2\, z - (\sin\varphi - \sin\delta)\,\text{Cotg.}^2\,{}^1\!/_2\, z\right\}$$

$$N = \frac{\cos^2\varphi \,.\, \cos^2\delta \,.\, \sin^2 t}{\sin^3 z}\left\{(\sin\varphi + \sin\delta)\,\text{Tang.}^3\,{}^1\!/_2\, z + (\sin\varphi - \sin\delta).\,\text{Cotg.}^3\,{}^1\!/_2\, z\right\}$$
$$+ M\,\text{Cotg.}\ t$$

so wird in Sekunden:

$$\Delta\,\alpha = \frac{\Delta\, t^2}{2\sin 1''}.\,M + \frac{\Delta\, t^3}{6\sin 1''}.\,N$$

$\Delta$ t ist hier in Theilen des Halbmessers ausgedrückt, durch die Beobachtungen aber ist es immer in Zeit gegeben; der Ausdruck muss daher so abgeändert werden, dass man die gegebenen $\Delta$ t unmittelbar gebrauchen kann.

Anstatt ${}^1\!/_2\,\Delta\, t^2$ kann man setzen $2\sin^2{}^1\!/_2\,\Delta\, t$; der daraus entstehende Fehler wird nur von der Ordnung $\Delta\, t^4$ und daher unmerklich. Es wird also das erste Glied: $\frac{2\sin^2{}^1\!/_2\,\Delta\, t}{\sin 1''}.\,M$, wovon der mit M multiplicirte Theil für die verschiedenen $\Delta$ t in Zeit, durch Delambre's Reductionstafeln der Zeitdistanzen schon gegeben ist. Für den zweiten Theil oder $\Delta\, t^3$ hat man noch keine Tafel, dieser Theil ist aber immer sehr klein, so dass es dabei nicht nöthig ist, weiter als auf ganze, höchstens zehntel Zeitminuten zu geben.

Bedeutet daher $\Delta\, t'$ Zeitminuten, so ist

$$\Delta\, t^3 = (900\sin 1'')^3 \,.\, \Delta\, t'^3$$

oder um zu grosse Zahlen zu vermeiden

$$\Delta\, t^3 = (9000\sin 1'')^3 \,.\left(\frac{\Delta\, t'}{10}\right)^3.$$

Wir erhalten also in Sekunden

$$\Delta\,\alpha = M\,\frac{2\sin^2{}^1\!/_2\,\Delta\, t}{\sin 1''} + 2{,}856\,N\left(\frac{\Delta\, t'}{10}\right)^3.$$

Man wird nun bei der vollständigen Berechnung eines beobachteten Azimuths auf folgende Weise zu verfahren haben: Man sucht erst das Mittel aller Beobachtungszeiten und dafür den Stundenwinkel t und Declination $\delta$. Damit berechnet man die Hülfswinkel $\beta$ und $\gamma$ durch

$$\text{Tang.}\,\beta = \frac{\sin{}^1\!/_2\,(\varphi - \delta)}{\cos{}^1\!/_2\,(\varphi + \delta)}.\,\text{Cotg.}\ {}^1\!/_2\, t \qquad \text{Tang.}\,\gamma = \frac{\cos{}^1\!/_2\,(\varphi - \delta)}{\sin{}^1\!/_2\,(\varphi + \delta)}.\,\text{Cotg}\ {}^1\!/_2\, t$$

wo nachher, wie bekannt $\alpha = 180^0 - \beta - \gamma$ dann

$$\sin z = \frac{\cos\delta \,.\, \sin t}{\sin(\beta + \gamma)}$$

und damit

$$M = \frac{\cos\varphi \,.\, \cos\delta \,.\, \sin t}{2 \sin^2 z} \left\{ (\sin\varphi + \sin\delta) \text{ Tang.}^2 \tfrac{1}{2} z - (\sin\varphi - \sin\delta) \text{ Cotg.}^2 \tfrac{1}{2} z \right\}$$

$$= \frac{\cos\varphi \,.\, \cos\delta}{4} \,.\, \left( \frac{\sin 2\gamma}{\cos \tfrac{1}{2} z^2} - \frac{\sin 2\beta}{\sin \tfrac{1}{2} z^2} \right)$$

$$N = \frac{\cos\varphi^2 \,.\, \cos\delta^2 \,.\, \sin^2 t}{\sin^3 z} \,.\, \left\{ (\sin\varphi + \sin\delta) \text{ Tang.}^3 \tfrac{1}{2} z + (\sin\varphi - \sin\delta) \text{ Cotg.}^3 \tfrac{1}{2} z \right\} + \text{M. Cotg. t.}$$

$$= \frac{\cos\varphi^2 \,.\, \cos\delta^2 \,.\, \sin t}{4} \left( \frac{\sin 2\gamma}{\cos \tfrac{1}{2} z^4} + \frac{\sin 2\beta}{\sin \tfrac{1}{2} z^4} \right) + \text{M. Cotg. t.}$$

Bedeutet nun $\Sigma$ die Summe aller Zahlen, welche nach Anleitung des vorhergehenden, den verschiedenen $\Delta$ t entsprechen, und n die Anzahl der Beobachtungen, so ist

$$\Delta\,\alpha = \frac{M}{n} \,.\, \Sigma \frac{2 \sin^2 \tfrac{1}{2} \Delta t}{\sin 1''} + \frac{2{,}856\,N}{n} \,.\, \Sigma \left( \frac{\Delta\, t'}{10} \right)^3$$

Und wenn endlich noch A der Mittelbogen des gemessenen Winkels unter der Voraussetzung, dass während der Messung das terrestrische Object links vom Gestirne war, so hat man, vom südlichen Meridiane gezählt, das gesuchte Azimuth $= 180^0 - \beta - \gamma - A + \Delta\,\alpha$.

Ueber diese Formeln ist zu bemerken, dass bloss die Winkel $\beta$ und $\gamma$ und etwa z scharf berechnet werden müssen; in den Ausdrücken für M und N braucht man die trigonometrischen Functionen, Tang. $\tfrac{1}{2}$ z ausgenommen wegen der höhern Potenzen, nur auf ganze Minuten und rechnet so wie in dem Werthe von $\Delta\,\alpha$ mit kleinen Logarithmentafeln von fünf Decimalstellen. In den Werthen für M und N lassen sich bekanntlich, wenn man es bequemer findet, die Summen $\sin\varphi + \sin\delta$ und $\sin\varphi - \sin\delta$ in Producte verwandeln; auch die schon gegebenen Hülfswinkel $\beta$ und $\gamma$ liessen sich dabei benützen, aber durch letzteres könnte leicht Verwechslung entstehen. Auf die Zeichen hat der Rechner sorgfältig zu sehen, aber auch durch sie allein gibt sich alles von selbst, so dass er nicht nöthig hat eine Figur zu entwerfen. Im allgemeinen sieht man, dass bei Beobachtungen in der östlichen Halbkugel $\beta$ und $\gamma$ negativ werden, weil t im dritten oder vierten Quadranten ist. M wird dann auch negativ, aber nicht N. Wenn $\delta$ grösser als $\varphi$ ist, und z bedeutend kleiner als $90^0$, gehen auch Verwechslungen von Zeichen vor, welche nicht übersehen werden dürfen. Wenn das terrestrische Object rechts von dem Gestirne steht, ist das Zeichen von A umgekehrt. In dem Werthe von $\Delta\,\alpha$ richtet sich das Zeichen des ersten Theils nach dem von M, im zweiten Theil aber nach den Zeichen von N und dem der algebraischen Summe $\Sigma \left( \frac{\Delta\, t'}{10} \right)^3$.

Um die Rechnung zu erläutern, wollen wir ein fingirtes Beispiel vornehmen, weil man ein solches erstens so einrichten kann, dass es für die Methode besonders ungünstig wird, und weil dann dadurch, dass die Winkel berechnet anstatt gemessen worden, sie vollkommen genau sind und daher einen sichern Probirstein für die Methode geben.

Ich nehme an, man habe an einem Orte, dessen Polhöhe $\varphi = 48^0$ an folgenden Zeiten $6^u\ 55'$, $7^u\ 0'$, $7^u\ 5'$, $10'$, $20'$ und $30'$ Abends wahre Sonnenzeit, den Azimuthalwinkel zwischen einem irdischen Objecte, dessen Azimuth $= 20^0$ und dem Mittelpunkte der Sonne gemessen. Indem ich nun $\delta = + 16^0$ und constant annahm, habe ich die sechs Azimuthe der Sonne, welche obigen Zeiten entsprechen, berechnet, von jedem $20^0$ abgezogen und so die sechs Winkel zwischen dem Objecte und der Sonne in Summa gefunden $561^0\ 16'\ 20''4$. Diese Summe würde man gefunden haben, wenn man den Winkel sechsmal repetirt hätte, folglich wäre der einfache gemessene Winkelbogen $A = 93^0\ 32'\ 43'',4$. Diess also die Beobachtung.

Nun ist das Mittel obiger Zeiten $7^u\ 10'$, das gibt $t = 107^0\ 30'$ und damit $\beta = 13^0\ 24'\ 16'',6$; $\gamma = 53^0\ 3'\ 45''2$; $z = 89^0\ 20'\ 40''$ und endlich

$$\text{Log. } M = 9{,}20063 + \text{ und Log. } (2{,}856\ N) = 0{,}1570 +$$

Nun steht die weitere Berechnung so:

| Zeiten. $7^u\ 40'$. | $\Delta t'$. | $\frac{2 \sin^2 \frac{1}{2} \Delta t}{\sin 1''}$. | $\left\{\frac{\Delta t'}{10}\right\}^3$. |
|---|---|---|---|
| $6^u\ 55'$ | $-15'$ | $441'',6$ | $-3'',4$ |
| 7 0 | $-10$ | 196,3 | $-1{,}0$ |
| 7 5 | $-5$ | 49,1 | $-0{,}1$ |
| 7 10 | 0 | 0,0 | 0,0 |
| 7 20 | $+10$ | 196,3 | $+1{,}0$ |
| 7 30 | $+20$ | 784,9 | $+8{,}0$ |
| | | 1668,2 | $+4{,}5$ |
| | | $= \Sigma \frac{2 \sin^2 \frac{1}{2} \Delta t}{\sin 1''}$ | $= \Sigma \left\{\frac{\Delta t'}{10}\right\}^3$ |

Hieraus erhält man:

$$\frac{2{,}856\ N}{n} \cdot \Sigma \left(\frac{\Delta t}{10}\right)^3 = +\ 1{,}08$$

$$\frac{M}{n} \cdot \Sigma \frac{2 \sin^2 \frac{1}{2} \Delta t}{\sin 1''} = +\ 44'',13$$

$$\Delta \alpha = 45'',21$$

$$\text{und } 180^0 - \beta - \gamma = 113^0\ 31'\ 58'',2$$

$$A = -\ 93\ \ 32\ \ 43{,}4$$

$$19^0\ 59'\ 14'',8$$

$$+ \Delta \alpha = \quad + 4{,}52$$

$$\text{Azimuth} = \ 20\ \ 0\ \ 0{,}0$$

Dieses Azimuth ist vollkommen wie es seyn muss, woraus hervorgeht, dass die folgenden Glieder unserer Reihe, welche von höherer Ordnung sind als die dritte, unmerklich sind, und dass man also nach unserer Methode ohne Bedenken eine Reihe Beobachtungen zusammennehmen kann, welche während eines Zeitraums von vierzig und mehr Minuten gemacht worden sind.

Das zweite Glied von $\Delta \alpha$, welches von $\Delta t^3$ abhängt, ist hier sehr klein und wird bei wirklichen Beobachtungen fast immer vernachlässigt werden können.

Denn es ist klar, dass die algebraische Summe aller $\left(\frac{\Delta t}{10}\right)^3$ null wird, wenn die Zwischenzeiten der Beobachtungen gleich sind, und das ist bei wirklichen Beobachtungen gewöhnlich nahe der Fall und nicht wie hier, wo sie absichtlich sehr ungleich und von 5′ und 10′ angenommen worden sind. Wenn man diess Glied vernachlässigen kann, so kann man auch noch die Berechnung von z dadurch ersparen, dass man M nach der Formel:

$$M = \frac{\cos\varphi \,.\, \sin^2(\beta+\gamma)}{\cos\delta \,.\, \sin t} \,.\, \left\{ \frac{\cos\varphi \,.\, \sin 2(\beta+\gamma)}{\cos\delta \,.\, \sin t} - \sin\delta \right\}$$

berechnet, welche sich durch bekannte Verwandlungen und Substitutionen aus der vorigen ableiten lässt.

---

## Zusätze.

1) Es ist vielleicht nicht überflüssig zu erinnern, dass, wenn man mit einem Theodolith- oder Horizontalkreise nicht abwechselnd beide Sonnenränder nimmt, wodurch man den Mittelpunkt erhält, sondern immer den nämlichen und am Ende an den gemessenen Mittelbogen den Sonnenhalbmesser anbringt, man diesen nicht so nehmen dürfe, wie er in den Tafeln steht, sondern durch sin z dividirt, oder in dem Verhältnisse sin z : 1 vergrössert, wovon sich der Grund leicht einsehen lässt.

Beispiel. Es ist oben $z = 89^0\ 20'\ 40''$ und angenommen es sey in den Tafeln der Sonnenhalbmesser zu $16'\ 5''$ angegeben, so ist

Log. $16'\ 5''$ oder Log. $965 = 2{,}9845273$

und Log. $\sin z = 9{,}9999710$

Log. des Sonnenhalbmessers $= 2{,}9845563 = 965'',07$

folglich Sonnenhalbmesser $= 16'\ 5'',07$.

2) Die genaue Vertikalbewegung des Fernrohrs ist Haupterforderniss bei Azimuthalwinkelmessungen; denn wenn diese fehlerhaft ist, so werden die Winkel desto unsicherer je höher die Sonne steht, und ein Fehler in der Zeitbestimmung im Meridian ist von weit grösserem Einfluss auf das Azimuth als am Horizonte.

Ein Fehler von einer Zeitsekunde verursacht einen Fehler im Azimuthe am Horizont von $15''$ sin (Polhöhe), folglich bei $\varphi = 45^0$ einen Fehler von $10'',6$ Sekunden und im Meridian ist dieser

$$15'' \frac{\cos(\text{Declination})}{\sin(\text{Zenithdistanz})}$$ also bei $\varphi = 45^0$ beträgt der Fehler $21'',2$ Sekunden.

Für die Bestimmung der Azimuthe ist sonach die Beobachtung der auf- oder untergehenden Sonne (wodurch etwaige Fehler in Polhöhe und Declination unwirksam gemacht werden) viel vortheilhafter, als Meridianbeobachtungen. Bei Azimuthbestimmung durch den Polarstern, wo ungefähre Zeitangaben schon hinreichend sind, kann die Bewegung des Fernrohrs nur allein ungünstig wirken.

3) Um eine mittelst eines Theodoliths beobachtete Sonnenhöhe zu rectificiren, d. h. auf die wahre Sonnenmittelpunktshöhe zurückzuführen, hat man, wenn

H = der beobachteten Sonnenhöhe,
h = der rectificirten Sonnenhöhe,
a = der Refraction,
b = der Parallaxe, wenn diese = Horizontalparallaxe × cos H genommen ist,
c = dem Sonnenhalbmesser, im Verhältniss wie sin z: 1 genommen,
d = dem Collimationsfehler des Höhenkreises

$$h = H - a + b \pm c \pm d.$$

Der gemessene horizontale Azimuthalwinkel A′ wird auf den Sonnenmittelpunkt berechnet durch $A' \pm c$; das Mittel aus mehreren solchen Winkeln ist $= A$.

Delambre's Reductionstafel des Stundenwinkels $\Delta t'$ in Sekunden für Bogen $\frac{1}{2}\,\Delta t$, d. i. für Theile des Halbmessers, nach der Formel $\dfrac{2\sin^2 \frac{1}{2}\,\Delta t}{\sin 1''}$.

| $\Delta'$ Sec. | 0′ | 1′ | 2′ | 3′ | 4′ | 5′ | 6′ | 7′ | 8′ | 9′ | 10′ | 11′ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0″ | 0″,0 | 2″,0 | 7″,8 | 17″,7 | 31″,4 | 49″,1 | 70″,7 | 96″,2 | 125″,7 | 159″,0 | 196″,3 | 237″,5 |
| 1 | 0,0 | 2,0 | 8,0 | 17,9 | 31,7 | 49,4 | 71,1 | 96,9 | 126,2 | 159,6 | 197,0 | 238,3 |
| 2 | 0,0 | 2,1 | 8,1 | 18,1 | 31,9 | 49,7 | 71,5 | 97,1 | 126,7 | 160,2 | 197 6 | 239,0 |
| 3 | 0,0 | 2,2 | 8,2 | 18,3 | 32,2 | 50,1 | 71,9 | 97,6 | 127,2 | 160,8 | 198,3 | 239,7 |
| 4 | 0,0 | 2,2 | 8,4 | 18,5 | 32,5 | 50,4 | 72,3 | 98,1 | 127,8 | 161,4 | 198,9 | 240,4 |
| 5 | 0,0 | 2,3 | 8,5 | 18,7 | 32,7 | 50,7 | 72,7 | 98,5 | 128,3 | 162,0 | 199,6 | 241,2 |
| 6 | 0,0 | 2,4 | 8,7 | 18,9 | 33,0 | 51,1 | 73,1 | 99,0 | 128,8 | 162,6 | 200.3 | 241,9 |
| 7 | 0,0 | 2,4 | 8,8 | 19,1 | 33,3 | 51,4 | 73,5 | 99,4 | 129,4 | 163,2 | 200,9 | 242,6 |
| 8 | 0,0 | 2,5 | 8,9 | 19,3 | 33,5 | 51,7 | 73,9 | 99,9 | 129,9 | 163,8 | 201,6 | 243,3 |
| 9 | 0,0 | 2,6 | 9,1 | 19,5 | 33,8 | 52,1 | 74,3 | 100,4 | 130,4 | 164,4 | 202,2 | 244,1 |
| 10 | 0,1 | 2,7 | 9,2 | 19,7 | 34,1 | 52,4 | 74,7 | 100,8 | 131,0 | 165,0 | 202,9 | 244,8 |
| 11 | 0,1 | 2,7 | 9,4 | 19,9 | 34,4 | 52,7 | 75,1 | 101,3 | 131,5 | 165,6 | 203.6 | 245,5 |
| 12 | 0,1 | 2,8 | 9,5 | 20,1 | 34,6 | 53,1 | 75,5 | 101,8 | 132,0 | 166,2 | 204,2 | 246,2 |
| 13 | 0,1 | 2,9 | 9,6 | 20,3 | 34,9 | 53,4 | 75,9 | 102,3 | 132,6 | 166,8 | 204,9 | 247,0 |
| 14 | 0,1 | 3,0 | 9,8 | 20,5 | 35,2 | 53,8 | 76,3 | 102,7 | 133,1 | 167,4 | 205,6 | 247,7 |
| 15 | 0,1 | 3,1 | 9,9 | 20,7 | 35,5 | 54,1 | 76,7 | 103,2 | 133,6 | 168,0 | 206,3 | 248,5 |
| 16 | 0,1 | 3,1 | 10,1 | 20,9 | 35,7 | 54,5 | 77,1 | 103,7 | 134,2 | 168,6 | 206,9 | 249,1 |
| 17 | 0,2 | 3,2 | 10,2 | 21,2 | 36,0 | 54,8 | 77,5 | 104,2 | 134,7 | 169,2 | 207,6 | 249,9 |
| 18 | 0,2 | 3,2 | 10,4 | 21,4 | 36,3 | 55,1 | 77,9 | 104,6 | 135,3 | 169,8 | 208,3 | 250,7 |
| 19 | 0,2 | 3,4 | 10,5 | 21,6 | 36,6 | 55,5 | 78,3 | 105,1 | 135,8 | 170,4 | 208,9 | 251,4 |
| 20 | 0,2 | 3,5 | 10,7 | 21,8 | 36,9 | 55,8 | 78,8 | 105,6 | 136,4 | 171,0 | 209,6 | 252,2 |
| 21 | 0,3 | 3,6 | 10,8 | 22,0 | 37,2 | 56,2 | 79,2 | 106,1 | 136,9 | 171,6 | 210,3 | 252,9 |
| 22 | 0,3 | 3,7 | 11,0 | 22,3 | 37,4 | 56,5 | 79,6 | 106,6 | 137,4 | 172,2 | 211,0 | 253,6 |
| 23 | 0,3 | 3,8 | 11,1 | 22,5 | 37,7 | 56,9 | 80,0 | 107,0 | 138,0 | 172,9 | 211,6 | 254,4 |
| 24 | 0,3 | 3,8 | 11,3 | 22,7 | 38,0 | 57,3 | 80,4 | 107,5 | 138,5 | 173,5 | 212,3 | 255,1 |
| 25 | 0,3 | 3,9 | 11,5 | 22,9 | 38,3 | 57,6 | 80,8 | 108,0 | 139,1 | 174,1 | 213,0 | 255,9 |
| 26 | 0,4 | 4,0 | 11,6 | 23,1 | 38,6 | 58,0 | 81,3 | 108,5 | 139,6 | 174,7 | 213,7 | 256,6 |
| 27 | 0,4 | 4,1 | 11,8 | 23,4 | 38,9 | 58,3 | 81,7 | 109,0 | 140,2 | 175,3 | 214,4 | 257,4 |
| 28 | 0,4 | 4,2 | 11,9 | 23,6 | 39,2 | 58,7 | 82 2 | 109,5 | 140,7 | 175,9 | 215,1 | 258,1 |
| 29 | 0,5 | 4,3 | 12,1 | 23,8 | 39,5 | 59,0 | 82,5 | 110,0 | 141,3 | 176,6 | 215,8 | 258,9 |
| 30 | 0,5 | 4,4 | 12,3 | 24,0 | 39,8 | 59,4 | 83,0 | 110,4 | 141,8 | 177,2 | 216,4 | 259,6 |
| 31 | 0,5 | 4,5 | 12,4 | 24,3 | 40,1 | 59,8 | 83,4 | 110.9 | 142.4 | 177,8 | 217,1 | 260,4 |
| 32 | 0,6 | 4,6 | 12,6 | 24,5 | 40,3 | 60,1 | 83,8 | 111,4 | 143,0 | 178,4 | 217,8 | 261,1 |
| 33 | 0,6 | 4,7 | 12,8 | 24,7 | 40,6 | 60,5 | 84,2 | 111,9 | 143,5 | 179,0 | 218,5 | 261,9 |
| 34 | 0,6 | 4,8 | 12,9 | 25,0 | 40,9 | 60,8 | 84,7 | 112,4 | 144,1 | 179,7 | 219,2 | 262,6 |
| 35 | 0,7 | 4,9 | 13,1 | 25,2 | 41,2 | 61,2 | 85,1 | 112,9 | 144,6 | 180,3 | 219,9 | 263,4 |
| 36 | 0,7 | 5,0 | 13,3 | 25,4 | 41,5 | 61,6 | 85,8 | 113,4 | 145,2 | 180,9 | 220,6 | 264,1 |
| 37 | 0,7 | 5,1 | 13,4 | 25,7 | 41,8 | 61.9 | 86,0 | 113,9 | 145,8 | 181,6 | 221,3 | 264,9 |
| 38 | 0,8 | 5,2 | 13,6 | 25,9 | 42,1 | 62,3 | 86,4 | 114,4 | 146,3 | 182,2 | 222,0 | 265,7 |
| 39 | 0,8 | 5,3 | 13,8 | 26,2 | 42,5 | 62,7 | 86,8 | 114,9 | 146,9 | 182,8 | 222,7 | 266,4 |
| 40 | 0,9 | 5,4 | 14,0 | 26,4 | 42,8 | 63,0 | 87,3 | 115,4 | 147,5 | 183,4 | 223,4 | 267,2 |
| 41 | 0,9 | 5,6 | 14,1 | 26,6 | 43,1 | 63,4 | 87,7 | 115,9 | 148,0 | 184,1 | 224,1 | 267,9 |
| 42 | 1,0 | 5,7 | 14,3 | 26,9 | 43,4 | 63,8 | 88,1 | 116,4 | 148,6 | 184,7 | 224,8 | 268,7 |
| 43 | 1,0 | 5,8 | 14,5 | 27,1 | 43,7 | 64,2 | 88,6 | 116,9 | 149,2 | 185,4 | 225 3 | 269,5 |
| 44 | 1,1 | 5,9 | 14,7 | 27,4 | 44,0 | 64,5 | 89,0 | 117,4 | 149,7 | 186,0 | 226,2 | 270,2 |
| 45 | 1,1 | 6,0 | 14,8 | 27,6 | 44,3 | 64,9 | 89,5 | 117,9 | 150,3 | 186,6 | 226,9 | 271,0 |
| 46 | 1,2 | 6,1 | 15,0 | 27,9 | 44,6 | 65,3 | 89,9 | 118,4 | 150,9 | 187,3 | 227,6 | 271,8 |
| 47 | 1,2 | 6,2 | 15,2 | 28,1 | 44,9 | 65,7 | 90,3 | 118,9 | 151,5 | 187,9 | 228,3 | 272,6 |
| 48 | 1,3 | 6,4 | 15,4 | 28,3 | 45,2 | 66,0 | 90,8 | 119,5 | 152,0 | 188,5 | 229,0 | 273,3 |
| 49 | 1,3 | 6,5 | 15,6 | 28,6 | 45,5 | 66,4 | 91,2 | 120,0 | 152,6 | 189,2 | 229,7 | 274,1 |
| 50 | 1,4 | 6,6 | 15,8 | 28,8 | 45,9 | 66,8 | 91,7 | 120,5 | 153,2 | 189,8 | 230,4 | 274,9 |
| 51 | 1,4 | 6,7 | 15,9 | 29,1 | 46,2 | 67,2 | 92,1 | 121,0 | 153,8 | 190,5 | 231,1 | 275,6 |
| 52 | 1,5 | 6,8 | 16,1 | 29,4 | 46,5 | 67,6 | 92,6 | 121,5 | 154.4 | 191,1 | 231.8 | 276,4 |
| 53 | 1,5 | 7,0 | 16,3 | 29,6 | 46,8 | 68,0 | 93,0 | 122,0 | 154,9 | 191,8 | 232,5 | 277,2 |
| 54 | 1,6 | 7,1 | 16,5 | 29,9 | 47,1 | 68,3 | 93,5 | 122,5 | 155,5 | 192,4 | 233,3 | 278,0 |
| 55 | 1,6 | 7,2 | 16,7 | 30,1 | 47,5 | 68,7 | 93,9 | 123,1 | 156,1 | 193,1 | 234,0 | 278,9 |
| 56 | 1,7 | 7,3 | 16,9 | 30,4 | 47,8 | 69,1 | 94,4 | 123,6 | 156,7 | 193,7 | 234,7 | 279,5 |
| 57 | 1,8 | 7,5 | 17 1 | 30,6 | 48,1 | 69,5 | 94,8 | 124,1 | 157,3 | 194,4 | 235,4 | 280,3 |
| 58 | 1,8 | 7,6 | 17,3 | 30,9 | 48,4 | 69,9 | 95,3 | 124,6 | 157,8 | 195,0 | 236,1 | 281,1 |
| 59 | 1,9 | 7,7 | 17,5 | 31,1 | 48,8 | 70,3 | 95,7 | 125,1 | 158,4 | 195,7 | 236,8 | 281,9 |
| 60 | 2,0 | 7,8 | 17,7 | 31,4 | 49,1 | 70,7 | 96,2 | 125,7 | 159,0 | 196 3 | 237,5 | 282,7 |

| Δ'' / Sec. | 12' | 13' | 14' | 15' | 16' | 17' | 18' | 19' | 20' | 21' | 22' | 23' |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0'' | 282'',7 | 331'',8 | 384'',7 | 441'',6 | 502'',5 | 567'',1 | 635'',8 | 708'',4 | 784'',9 | 865'',3 | 949'',6 | 1038'' |
| 1 | 283,5 | 332,6 | 385,6 | 442,6 | 503,5 | 568,2 | 637,0 | 709,7 | 786,2 | 866,7 | 951,0 | 1039 |
| 2 | 284,2 | 333,4 | 386,5 | 443,6 | 504,6 | 569,4 | 638,2 | 711,0 | 787,5 | 868,1 | 952,0 | 1041 |
| 3 | 285,0 | 334,3 | 387,5 | 444,6 | 505,7 | 570,5 | 639,4 | 712,2 | 788,8 | 869,4 | 954,0 | 1042 |
| 4 | 285,8 | 335,2 | 388,4 | 445,6 | 506,7 | 571,6 | 640,6 | 713,5 | 790,1 | 870,8 | 955,4 | 1044 |
| 5 | 286,6 | 336,0 | 389,3 | 446,5 | 507,8 | 572,7 | 641,7 | 714,7 | 791,4 | 872,2 | 956,8 | 1045 |
| 6 | 287,4 | 336,9 | 390,2 | 447,5 | 508,8 | 573,9 | 642,9 | 715,9 | 792,8 | 873,6 | 958,3 | 1047 |
| 7 | 288,2 | 337,7 | 391,1 | 448,5 | 509,9 | 575,0 | 644,1 | 717,2 | 794,1 | 875,0 | 959,7 | 1048 |
| 8 | 289,0 | 338,6 | 392,1 | 449,5 | 510,9 | 576,1 | 645,3 | 718,5 | 795,4 | 876,3 | 961,2 | 1050 |
| 9 | 289,8 | 339,4 | 393,0 | 450,5 | 512,0 | 577,3 | 646,5 | 719,7 | 796,7 | 877,7 | 962,6 | 1051 |
| 10 | 290,6 | 340,3 | 393,9 | 451,5 | 513,0 | 578,4 | 647,7 | 721,0 | 798,0 | 879,1 | 964,1 | 1053 |
| 11 | 291,4 | 341,2 | 394,8 | 452,5 | 514,1 | 579,5 | 648,9 | 722,2 | 799,3 | 880,5 | 965,5 | 1054 |
| 12 | 292,2 | 342,0 | 395,8 | 453,5 | 515,1 | 580,6 | 650,1 | 723,5 | 800,7 | 881,9 | 967,0 | 1056 |
| 13 | 293,0 | 342,9 | 396,7 | 454,5 | 516,2 | 581,8 | 651,3 | 724,7 | 802,0 | 883,3 | 968,4 | 1057 |
| 14 | 293,8 | 343,7 | 397,6 | 455,5 | 517,2 | 582,9 | 652,5 | 726,0 | 803,3 | 884,7 | 969,9 | 1059 |
| 15 | 294,6 | 344,6 | 398,6 | 456,5 | 518,3 | 584,0 | 653,6 | 727,2 | 804,6 | 886,0 | 971,3 | 1060 |
| 16 | 295,4 | 345,5 | 399,5 | 457,5 | 519,4 | 585,1 | 654,8 | 728,5 | 806,0 | 887,4 | 972,8 | 1062 |
| 17 | 296,2 | 346,3 | 400,5 | 458,5 | 520,4 | 586,2 | 656,0 | 729,7 | 807,3 | 888,8 | 974,2 | 1063 |
| 18 | 297,0 | 347,2 | 401,4 | 459,5 | 521,5 | 587,4 | 657,2 | 731,0 | 808,6 | 890,2 | 975,7 | 1065 |
| 19 | 297,8 | 348,1 | 402,3 | 460,5 | 522,5 | 588,5 | 658,4 | 732,2 | 810,0 | 891,6 | 977,1 | 1066 |
| 20 | 298,6 | 349,0 | 403,3 | 461,5 | 523,5 | 589,6 | 659,6 | 733,5 | 811,3 | 893,0 | 978,6 | 1068 |
| 21 | 299,4 | 349,8 | 404,2 | 462,5 | 524,7 | 590,7 | 660,8 | 734,8 | 812,6 | 894,4 | 980,0 | 1069 |
| 22 | 300,2 | 350,7 | 405,1 | 463,5 | 525,7 | 591,9 | 662,0 | 736,0 | 814,0 | 895,8 | 981,5 | 1071 |
| 23 | 301,0 | 351,6 | 406,0 | 464,5 | 526,8 | 593,0 | 663,2 | 737,3 | 815,3 | 897,2 | 983,0 | 1072 |
| 24 | 301,8 | 352,5 | 407,0 | 465,5 | 527,9 | 594,2 | 664,4 | 738,6 | 816,6 | 898,6 | 984,4 | 1074 |
| 25 | 302,6 | 353,3 | 408,0 | 466,5 | 528,9 | 595,3 | 665,6 | 739,8 | 818,0 | 900,0 | 985,9 | 1075 |
| 26 | 303,5 | 354,2 | 408,9 | 467,5 | 530,0 | 596,4 | 666,8 | 741,1 | 819,3 | 901,4 | 987,4 | 1077 |
| 27 | 304,3 | 355,1 | 409,9 | 468,5 | 531,1 | 597,6 | 668,0 | 742,4 | 820,6 | 902,8 | 988,8 | 1078 |
| 28 | 305,1 | 356,0 | 410,8 | 469,5 | 532,2 | 598,7 | 669,2 | 743,7 | 821,9 | 904,2 | 990,3 | 1080 |
| 29 | 305,9 | 356,9 | 411,7 | 470,5 | 533,2 | 599,9 | 670,4 | 744,9 | 823,3 | 905,6 | 991,7 | 1081 |
| 30 | 306,7 | 357,7 | 412,7 | 471,5 | 534,3 | 601,0 | 671,6 | 746,2 | 824,6 | 907,0 | 993,2 | 1083 |
| 31 | 307,5 | 358,6 | 413,6 | 472,6 | 535,4 | 602,1 | 672,8 | 747,4 | 826,0 | 908,4 | 994,7 | 1085 |
| 32 | 308,4 | 359,5 | 414,6 | 473,6 | 536,5 | 603,3 | 674,0 | 748,7 | 827,3 | 909,8 | 996,2 | 1086 |
| 33 | 309,2 | 360,3 | 415,6 | 474,6 | 537,6 | 604,4 | 675,3 | 750,0 | 828,6 | 911,2 | 997,6 | 1088 |
| 34 | 310,0 | 361,2 | 416,6 | 475,6 | 538,7 | 605,6 | 676,5 | 751,3 | 830,0 | 912,6 | 999,1 | 1089 |
| 35 | 310,8 | 362,1 | 417,5 | 476,6 | 539,7 | 606,7 | 677,7 | 752,6 | 831,3 | 914,0 | 1001 | 1091 |
| 36 | 311,6 | 363,0 | 418,4 | 477,6 | 540,8 | 607,9 | 678,9 | 753,8 | 832,7 | 915,5 | 1002 | 1093 |
| 37 | 312,5 | 363,9 | 419,4 | 478,7 | 541,9 | 609,0 | 680,1 | 755,1 | 834,0 | 916,9 | 1004 | 1094 |
| 38 | 313,3 | 364,8 | 420,3 | 479,7 | 543,0 | 610,2 | 681,4 | 756,4 | 835,4 | 918,3 | 1005 | 1096 |
| 39 | 314,2 | 365,7 | 421,3 | 480,7 | 544,1 | 611,3 | 682,6 | 757,7 | 836,7 | 919,7 | 1007 | 1097 |
| 40 | 315,0 | 366,5 | 422,2 | 481,7 | 545,2 | 612,5 | 683,8 | 759,0 | 838,1 | 921,1 | 1008 | 1099 |
| 41 | 315,8 | 367,5 | 423,2 | 482,8 | 546,3 | 613,7 | 685,0 | 760,3 | 839,4 | 922,5 | 1009 | 1100 |
| 42 | 316,6 | 368,4 | 424,2 | 483,8 | 547,4 | 614,8 | 686,3 | 761,5 | 840,8 | 923,9 | 1011 | 1102 |
| 43 | 317,4 | 369,3 | 425,1 | 484,8 | 548,5 | 616,0 | 687,5 | 762,8 | 842,1 | 925,4 | 1012 | 1103 |
| 44 | 318,3 | 370,2 | 426,1 | 485,8 | 549,6 | 617,1 | 688,7 | 764,1 | 843,5 | 926,8 | 1014 | 1105 |
| 45 | 319,1 | 371,1 | 427,0 | 386,9 | 550,6 | 618,3 | 690,0 | 765,4 | 844,8 | 928,2 | 1015 | 1106 |
| 46 | 319,9 | 372,0 | 428,0 | 487,9 | 551,7 | 619,5 | 691,2 | 766,7 | 846,2 | 929,6 | 1017 | 1108 |
| 47 | 320,8 | 372,9 | 429,0 | 488,9 | 552,8 | 620,6 | 692,4 | 768,0 | 847,5 | 931,0 | 1018 | 1109 |
| 48 | 321,6 | 373,8 | 430,0 | 490,0 | 553,9 | 621,8 | 693,6 | 769,3 | 848,9 | 932,5 | 1020 | 1111 |
| 49 | 322,4 | 374,7 | 430,9 | 491,0 | 555,0 | 622,9 | 694,9 | 770,6 | 850,2 | 933,9 | 1021 | 1112 |
| 50 | 323,3 | 375,6 | 431,9 | 492,0 | 556,1 | 624,1 | 696,1 | 771,9 | 851,6 | 935,3 | 1023 | 1114 |
| 51 | 324,1 | 376,5 | 432,8 | 493,1 | 557,2 | 625,3 | 697,3 | 773,2 | 853,0 | 936,7 | 1024 | 1116 |
| 52 | 325,0 | 377,4 | 433,8 | 494,1 | 558,3 | 626,4 | 698,6 | 774,5 | 854,3 | 938,2 | 1026 | 1117 |
| 53 | 325,8 | 378,3 | 434,8 | 495,2 | 559,4 | 627,6 | 699,8 | 775,8 | 855,7 | 939,6 | 1027 | 1119 |
| 54 | 326,7 | 379,2 | 435,7 | 496,2 | 560,5 | 628,8 | 701,1 | 777,1 | 857,1 | 941,0 | 1029 | 1120 |
| 55 | 327,5 | 380,2 | 436,7 | 497,2 | 561,6 | 630,0 | 702,3 | 778,4 | 558,4 | 942,4 | 1030 | 1122 |
| 56 | 328,4 | 381,1 | 437,7 | 498,2 | 562,7 | 631,1 | 703,5 | 779,7 | 859,8 | 943,9 | 1032 | 1124 |
| 57 | 329,2 | 382,0 | 438,7 | 499,2 | 563,8 | 632,3 | 704,8 | 781,0 | 861,2 | 945,3 | 1033 | 1125 |
| 58 | 330,0 | 382,9 | 439,6 | 500,3 | 564,9 | 633,5 | 706,0 | 782,3 | 862,6 | 946,7 | 1035 | 1127 |
| 59 | 330,9 | 383,8 | 440,6 | 501,4 | 566,0 | 634,6 | 707,2 | 783,6 | 863,9 | 948,2 | 1036 | 1128 |
| 60 | 331,8 | 384,7 | 441,6 | 502,5 | 567,1 | 635,8 | 708,4 | 784,9 | 865,3 | 949,6 | 1038 | 1130 |

Diese Reductionstafel ist den Beobachtern mit Repetitionskreisen unentbehrlich.