Beispiel.

$$b = 4326 \quad c = 5212 \quad \beta = 80^0\ 10'\ 24''$$
$$\delta = 24\ \ 17\ \ 30$$
$$\varepsilon = 19\ \ 24\ \ 31$$
$$\overline{123\ \ 52\ \ 25}$$

also $\mu = 360^0 - (\beta + \delta + \varepsilon) = 236^0\ 7'\ 35''$

$\text{Lg.}\,(\text{c.} \sin\delta \cos\mu) = -3{,}0773873 = -1195{,}05$

$\text{Log.}\ \cos\mu = 9{,}7461379\ \text{n.}$
$\text{Log.}\ c = 3{,}7170044$
$\text{Log.}\ \sin\delta = 9{,}6142450$
$\text{Log.}\ \sin\mu = 9{,}9192189.\ \text{n}$

$\text{Log.}\,(c \sin\delta \sin\mu) = -3{,}2504683$
$+2{,}3846938$

$\text{Log. Tang. } x = -10{,}8657745-10$ gibt $-82^0\ 14'\ 35'',4$

$\text{Log. } b = 3{,}6360865$
$\text{Log. } \sin\varepsilon = 9{,}5215320$
$\text{Log. } (b \sin\varepsilon = +3{,}1576185 = +1437{,}54$
$-1195{,}05$

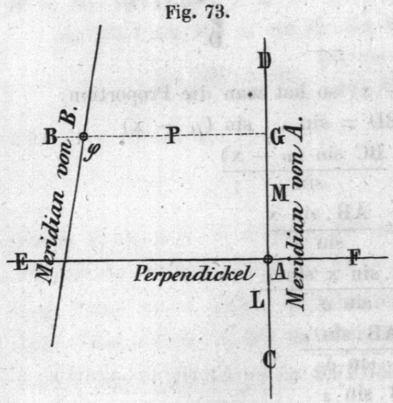
$b \sin\varepsilon + c \sin\delta \cos\mu = +242{,}49$
$\text{Log. } 242{,}49 = 2{,}3846938$

daher Winkel $x = 180^0 - 82^0\ 14'\ 35'',4 = 97^0\ 45'\ 24'',6$

Mit x sind alle Winkel des Vierecks ABCD bestimmt, und folglich die unbekannten Seiten leicht zu finden.

§. 140.

Fig. 73.



5) Aus der geographischen Lage zweier Punkte A und B die Coordinaten des einen Punktes B in Bezug auf den Meridian und Perpendikel des andern A zu bestimmen. Nach Oriani.

Es sey L die geographische Breite des Orts A, für dessen Meridian CD und Perpendikel EF die Coordinaten des Punktes B berechnet werden sollen. φ sey die geographische Breite des Orts B und u der Längenunterschied von A und B.

Die Abscisse B sey $= AG = M$ und seine Ordinate $BG = P$ Toisen. Dann sey ferner $b =$ der halben kleinen Erdaxe und $e =$ der Excentricität.

Auflösung. Man berechne zuerst zwei Hülfswinkel λ' und ψ mittelst der Formeln

$$1)\ \text{Tang. } \lambda' = \frac{\text{Tang. } \varphi}{\cos u} \text{ und } 2)\ \sin\psi = \sin u \cos\varphi$$

dann sey die Breite des Fusspunkts $G = \lambda$ so ist

$$3)\ \lambda = \lambda' + {}^1/_2\, e^2\, \psi'' \sin\lambda' \cos^2\lambda' \text{ Tang. } u.$$

Hieraus hat man
$$4)\ \frac{M}{b \sin 1''} = (\lambda - L) + {}^1/_4\, e^2 \left[(\lambda - L) - \frac{3 \sin(\lambda - L) \cos(\lambda + L)}{\sin 1''} \right] = N.$$

so ist $M = b \sin 1''\ N$ (Toisen).

Ferner berechne man z nach der Gleichung 5) $\cos z = \dfrac{\sin\varphi}{\sin\lambda}$ und man erhält:

$$6)\ \frac{P}{b \sin 1''} = Z + {}^1/_8\, e^2 \sin^2\lambda \left(2\ Z'' + \frac{3 \sin 2\ Z}{\sin 1''}\right) = Q$$

so ist $P = b \sin 1''\ Q$ (in Toisen).

Beispiel.

Man soll aus den bekannten Längen und Breiten von Tübingen und Paris die Coordinaten von Paris für den Tübinger Meridian bestimmen.

L = der Breite der Tübinger Sternwarte = $48^0\ 31'\ 12,''4$

φ = „ „ „ Pariser „ = $48\ 50\ 13,22$

u = dem Längenunterschied v. T. und P. = $6\ 42\ 51$

b = 3261208,3 Toisen, und Log. b = 6,5133785

Log. e^2 = 7,8052071—10.

Die Bestimmung von M und P gibt sich nun folgendermassen:

1) $\text{Tang. } \lambda' = \dfrac{\text{Tang. } \varphi}{\cos u}$

Log. Tang. φ = 0,0583427—10
Log. cos u = 9,9970112.5—10

Log. Tang. λ' = 0,0613314.5—10
$\lambda' = 49^0\ 1'\ 56'',28$

2) $\sin \psi = \sin u \cos \varphi$

Log. cos φ = 9,8183605.5—10
Log. sin u = 9,0678751—10

Log. sin ψ = 8,8862353,5—10
$\psi = 4^0\ 24'\ 48'',76$
$\psi'' = 15888'',76$

3) $\lambda = \lambda' + {}^1\!/_2\, e^2\, \psi'' \sin \lambda' \cos^2 \lambda' \text{ Tg. } u$

Log. ${}^1\!/_2\, e^2$ = 7,5041771—10
Log. ψ'' = 4,2010900
Log. sin λ' = 9,8779926—10
Log. $\cos^2 \lambda'$ = 9,6333222.8—10
Log. Tang. u = 9,0708638.3—10

0,2874458; = $1'',9384$.

$\lambda' = 49^0\ 1'\ 56'',28$
1,94

Fusspunkt der Ordinate $\lambda = 49^0\ 1'\ 58'',22$ Breite
$L = 48\ 31\ 12,4$

$\lambda - L = 0^0\ 30\ 45,82$

$\lambda + L = 97\ 33\ 10,62$

$$4)\ \frac{M}{b \sin 1''} = (\lambda - L) + {}^1\!/_4\, e^2 \left[(\lambda - L)'' - \frac{3 \sin (\lambda - L) \cos (\lambda + L)}{\sin 1''} \right]$$

Log. ${}^1\!/_4\, e^2$ = 7,2031471
Log. $(\lambda - L)''$ = 3,2661893

0,4693364 = $2''9467$

Log. ${}^3\!/_4\, e^2$ = 7,6802683—10
Log. sin $(\lambda - L)$ = 7,9517598—10
Log. cos $(\lambda + L)$ = 9,1187355—10 n.
Log. $\dfrac{1}{\sin 1''}$ = 5,3144251—10

0,0651887 = $1'',162$

M = 29248,84 Toisen
= 199039,8 württ. Fuss.

$\lambda - L = 0^0\ 30'\ 45'',82$
+ 2,95
+ 1,16

$\dfrac{M}{b \sin 1''} = 0^0\ 30'\ 49'',93 = 1849'',93 = N.$

$M = N\, b \sin 1''$

Log. N = 3,2671553
Log. b = 6,5130785
Log. sin $1''$ = 4,6855749

Log. M = 4,4661087

5) $\cos Z = \frac{\sin \varphi}{\sin \lambda}$ Log. $\sin \varphi = 9,8767028-10$

Log. $\sin \lambda = 9,8779961-10$

Log. $\cos Z = 9,9987067$ und $Z = 4^0\ 25'\ 10''$

$2\ Z = 8\ \ 50\ \ 20$

$2\ Z'' = 31820''$

6) $\frac{P}{b \sin 1''} = Z + {}^1/_8\ e^2 \sin^2 \lambda \left(2\ Z'' + \frac{3 \sin 2\ Z}{\sin 1''}\right)$

Log. ${}^1/_8\ e^2 = 6,9021171-10$

Log. $\sin^2 \lambda = 9,7559922-10$

Log. $2\ Z'' = 4,5027002$

$1,1608095 = 14'',481$

Log. ${}^3/_8\ e^2 = 7,3792383$

Log. $\sin^2 \lambda = 9,7559922$

Log. $\sin^2 Z = 9,1865511$

Log. $\frac{1}{\sin 1''} = 5,3144251$

$1,6362067 = 43'',272$

$Z = 4^0\ 25'\ 10''$

$+ 14,481$

$+ 43,272$

$\frac{P}{b \sin 1''} = 4^0,\ 26'\ 7'',753 = 15967'',753$

Log. $\frac{P}{b \sin 1''} = 4,2032437$

Log. $b = 6,5133785$

Log. $\sin 1'' = 4,6855749$

Log. $P = 5,4021971 = 252462,6$ Toisen.

red. Log. $= 0,8328312$

Für württ. Fuss Log. $P = 6,2350283 = 1718020,4$ w. F.

folglich sind die Coordinaten der Sternwarte von Paris

für den Tübinger Meridian, Absc. $+ 29248,84$. Ord. $- 252462,6$ Toisen.

„ $+ 199039,8$ „ $- 1718020,4$ württ. Fuss.

6) Aus 5. kennt man die Coordinaten der Sternwarte von Paris, in Bezug auf den Meridian der Sternwarte von Tübingen; man soll aus diesen und der bekannten geographischen Lage beider Punkte die Convergenz ihrer Meridiane und das Azimuth von Paris bestimmen.

$x =$ Absc. von Paris $+ 29248,84$ Toisen.

$M = \frac{1}{r \sin 1''}$; Log. $r = 6,5143262$

Log. $\sin 1'' = 4,6855749$

$1,1999011$ folglich Log. $M = 8,8000989$.

$\varphi' =$ der Breite von Tübingen $= 48^0\ 31'\ 12'',4$

$\varphi =$ der „ „ Paris $= 48\ \ 50\ \ 13,22$

$w =$ dem Längenunterschied von Paris und Tübingen $= 6^0\ 42'\ 51''$

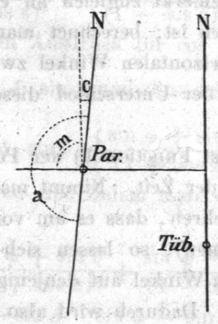
$= 24171''$

Azimuth $m = 90^0 + w \frac{\sin {}^1/_2 (\varphi + \varphi'')}{\cos {}^1/_2 (\varphi - \varphi'')} + {}^1/_{12}\ w \frac{\sin {}^1/_2 (\varphi + \varphi'')}{\cos {}^1/_2 (\varphi - \varphi'')}\ w^2 \sin 1''^2 \cos \varphi^2$.

zuerst berechne man die beiden Hülfswinkel $\xi'' = xM$ und $\varphi'' = \xi + \varphi'$

Log. x	$= 4{,}4661086$	ξ''	$= 1845'',9 = 0^0\ 30'\ 45'',9$
Log. M	$= 8{,}8000989$	φ'	$= 48\ 31\ 12{,}4$
Log. ξ''	$= 3{,}2662075$	φ''	$= 49\ \ 1\ 58{,}3$
φ	$= 48\ 50\ 13{,}22$	Log. sin $^1/_2(\varphi+\varphi'')$	$= 9{,}8773506$
φ''	$= 49\ \ 1\ 58{,}3$	CLg. cos $^1/_2(\varphi-\varphi'')$	$= \quad 6$
$\varphi + \varphi''$	$= 97\ 52\ 11{,}5$	Log. w''	$= 4{,}3832946$
$\varphi - \varphi''$	$= \quad 11\ 45{,}08$		$4{,}2606458 = 18224{,}10$
$^1/_2(\varphi + \varphi'')$	$= 48\ 56\ 5{,}76$	Lg. w²	$= 8{,}7665892$
$^1/_2(\varphi - \varphi'')$	$= 0\ \ 5\ 52{,}54$	Log. cos φ^2	$= 9{,}6367202$
		Log. $^1/_{12}$ sin $1''^2$	$= 8{,}2919686$
Convergenz C	$= 5^0\ 3'\ 53'',13$		$0{,}9559238 = \quad 9{,}035$
Azimuth m	$= 95\ \ 3\ 53{,}13$		
α	$= 275\ \ 3\ 53{,}13$		$C = 18233{,}13$

Fig. 74.



§. 141.

Die Azimuthbestimmung aus Messungen von Sonnenhöhen und Azimuthalwinkeln mit dem Theodolith.

Ueber die Bestimmung des Azimuths von Kornbühl, vom Tübinger Observatorium aus gesehen = 169⁰ 12′ 44″,3, auf welches die württembergische Landestriangulirung gegründet ist, und das schon in den Jahren von 1792—1796 durch Professor von Bohnenberger bestimmt wurde, fehlen die Details der Sonnenhöhenbeobachtungen, aus denen dasselbe berechnet worden ist.

Ebenso fehlen für die neue Bestimmung desselben zu 169⁰ 12′ 59″,88 vom Jahr 1819 die Polarsternbeobachtungen [1] mittelst des Reichenbachischen Universalinstruments, so dass also oben §. 65 ausser den genannten Resultaten dieser Bestimmungen weiter nichts gegeben werden konnte.

Da es aber doch von Interesse seyn dürfte, auch über diesen Gegenstand in dieser Beschreibung das Nöthige zu finden, so wählte der Verfasser hiezu einen Auszug aus

[1] Die Azimuthbestimmung von Altomünster bei München, aus der beobachteten grössten westlichen Digression des Polarsterns, herausgegeben von Soldner, königl. bayer. Steuerrath, München 1813. Soldner gibt sie als die beste Methode für den geodätischen Gebrauch an. Auch bei der englischen Gradmessung wurde diese Methode angewendet. (Monatl. Corresp. Bd. 26. S. 109.)