$$\text{Lg. M} = -\text{Lg. a}(1-e^2)\sin 1'' - \tfrac{3}{2}k\,(e^2 \sin\varphi^2 + \tfrac{1}{2}e^4 \sin\varphi^4 + \tfrac{1}{3}e^6 \sin\varphi^6 \text{ etc.})$$

atque simili modo

$$\text{Log. N} = -\text{Log. a}\sin 1'' - \tfrac{1}{2}k(e^2 \sin\varphi^2 + \tfrac{1}{2}e^4 \sin\varphi^4 + \tfrac{1}{3}e^6 \sin\varphi^6 \text{ etc.})$$

Posito Log. a = 6,5147696; et $\frac{b}{a} = \frac{311.7}{312.7}$ obtinentur.

$$-\text{Log. a}(1-e^2)\sin 1'' = 8{,}8024376.9-10$$

$$-\text{Log. a}\sin 1'' = 8{,}7996555.3-10$$

$$\text{Log. } \frac{e^2 k}{2} = 7{,}1419614.5-10$$

$$\text{Log. } \frac{e^4 k}{4} = 4{,}6461386. -10$$

$$\text{Log. } \frac{e^6 k}{6} = 2{,}2752545 -10$$

pars autem variabilis Log. M tripla est partis variabilis Log. N.

§. 122.

Beispiele der geographischen Bestimmung.

Für den praktischen Gebrauch hat Professor v. Bohnenberger die oben angegebenen Formeln auf folgende gestellt:

I. die Breite $B = 48^0\, 31'\, 12,''4 + x'' - \tfrac{1}{2}\sin 1''\, y''^2\, \text{Tag.}\,(48^0\, 31'\, 12,''4 + x'')$[1]

II. die Länge $L = 26^0\, 42'\, 51'' + \dfrac{y''}{\cos(48\ \ 31'\, 12{,}4 + x''} - \dfrac{\tfrac{1}{3}\sin^2 1''\, y''\, y''^2\, \text{Tag.}\,(48^0\, 31'\, 12,''4 + x'')^2}{\cos(48\ \ 31'\, 12,''4 + x'')}$

und denselben die Erklärung beigegeben:

Man suche zuerst x″ Sekunden näherungsweise mittelst der Formel: $\text{Log. } x'' = \text{Log. } x + 7{,}9672689 - 10$ (bei $48^0\, 30'$ in der Tabelle II.) und hernach mit der Breite $48^0\, 31'\, 12,''4 + \tfrac{1}{2}\, x'$ bestimme man aus der Tabelle den Log. M; so erhält man aus Log. x + Log. M den Log. x″ genau.

Ferner: erhält man aus der Tabelle mit der Breite $48^0\, 31'\, 12,''4 + x''$ den Log. N und alsdann auch Log. y″ aus Log. y + Log. N − 10.

Sind sonach x″ und y″ Sekunden gefunden, so lässt sich die weitere Berechnung nach obigen zwei Formeln leicht ausführen. Hiebei ist aber

[1] Das dritte Glied in I ist in allen 4 Quadranten negativ und das zweite Glied in II ist in $\begin{cases}\text{NW und SW negativ}\\ \text{NO und SO positiv}\end{cases}$ so wie das dritte in $\begin{cases}\text{NW und SW positiv.}\\ \text{NO und SO negativ.}\end{cases}$

noch zu bemerken, dass die Formeln I. und II. x und y als positiv voraussetzen, mithin bei der Anwendung auf die Zeichen von x und y besondere Rücksicht genommea werden muss.

Beispiel 1) Es sey ein Meridianbogen = 59236 Toisen und dessen südlicher Endpunkt = $48^0\ 23'\ 17''$ gegeben; man soll die Breite seines nördlichen Endpunkts bestimmen.

Auflösung nach Tabelle I. Log. 59236 = 4,77256
Log. M = 8,80010 für $48^0\ 30'$
nahe Log. ξ = 3,57266 und nahe $\xi = 3738''$

daher 48 23 17
$\frac{1}{2}\xi$ = 0 31 9
also $\varphi' + \frac{1}{2}\xi$ = 48 54 26

Dann ist nach Tabelle I.

für $48^0\ 50'\ 0''$ 8,8000760
„ 4′ —48
„ 20″ — 4
„ 6″ — 1
(zusammen — 53)

Log. M = 8,8000707
Log. 59236 = 4,7725857
Log. ξ = 3,5726564. $\xi = 3738,''147 = 1^0\ 2'\ 18,''147$

$\varphi' = 48^0\ 23'\ 17''$
ξ = 1 2 18,147
folglich $\varphi' + \xi$ 49 25 35,147 nördlicher Endpunkt.

Beispiel 2) Entspräche aber $48^0\ 23'\ 17''$ dem nördlichen Endpunkt des Meridianbogens von 59236 Toisen, so findet sich die Breite des südlichen Endpunktes folgendermassen:

Wie in 1) ist $\frac{1}{2}\xi = -\ 0^0\ 31'\ 9''$ nahe
φ' = 48 23 17
$\varphi' + \frac{1}{2}\xi$ = 47 52 8

Daher für $47^0\ 50'\ 0''$ 8,8001483
„ 2′ — 24
„ 8″ — 2
(zusammen — 26)

Log. M = 8,8001457
Log. 59236 = 4,7725857 $\varphi' = 48^0\ 23'\ 17''$
Log. ξ = 3,5727314. ξ = - 3738,″793 = - 1 2 18,793
folglich $\varphi' + \xi = 47^0\ 20'\ 58,''207$

Betreffend die geographische Bestimmung aus Landes-Vermessungs-Coordinaten, bezeichne man ferner für die näherungsweise Bestimmung von x'' den Log. 7,9672689 der Tabelle II, welcher der Breite von $48^0\ 30'$ entspricht mit M', so ist

1) der vorläufige Log. x'' = Log. x + Log. M' und hienach

2) $M = 48^0\ 31'\ 12,''4 + \frac{1}{2}\, x''$, dessen Log. nach Tabelle II zu bestimmen ist; und man hat

3) den genauen Log. x'' = Log. x + Log. M; hieraus folgt:

4) $N = 48^0\ 31'\ 12,''4 + x''$. Endlich von N nach Tabelle II den Log. bestimmt gibt

5) Log. y'' = Log. y + Log. N

und es verwandeln sich obige zwei Formeln, welche für den nordöstlichen Vermessungsquadranten gelten, wo x und y positiv genommen sind, in folgende:

I. Breite $B = N - \frac{1}{2} \sin 1'' \, y''^2 \, \text{Tang. } N$.

II. Länge $L = 26^0\ 42'\ 51'' + \dfrac{y''}{\cos N} - \frac{1}{3} \sin 1''^2 \dfrac{y''}{\cos N} \, y''^2 \, \text{Tang. } N^2$

wo Log. $\frac{1}{2} \sin 1'' = 4{,}3845449$ und Log. $\frac{1}{3} \sin 1''^2 = 8{,}8940286$.

Beispiel 3) Es sind gegeben die Coordinaten des St. Michaelthurms in Hall = + 230940,76 + 175063,57, man soll dessen geographische Lage bestimmen.

Auflösung.

Log. x = 5,3635006
Log. M' = 7,9672689

Log. x'' = 3,3307695; vorläufig $x'' = 2141,''753 = 0^0\ 35'\ 41,''753$
und $\frac{1}{2}\, x'' = 0^0\ 17'\ 50,''88$

daher $M = 48^0\ 31'\ 12,''4 + 0^0\ 17'\ 50'',88 = 48^0\ 49'\ 3,''28$ und nach Tab. II.

ist für	$48^0\ 40'\ 0''$	7,9672568
„	$9'$	— 108
„	3,28	— 0,656
		Log M = 7,9672459.3

Log. x = 5,3635006
Log. M = 7,9672459.3 $\qquad 48^0\ 31'\ 12,''4$

Log. x'' = 3,3307465.3; $x'' = 2141,''64 = 0\ 35\ 41,64$

$N = 49^0\ 6'\ 54,''04$ und nach Tab. II.

		ist für $49^0\ 0'\ 0''$	7,9660331
		„ $6'$	— 24
Log. y	= 5,2431957	„ $50''$	— 3,3
Log. N	= 7,9660303.4	„ $4,''04$	— 0,28
Log. y''	= 3,2092260.4		Log. N = 7,9660303.4

$$\left.\begin{array}{ll} \text{Log. } y''^2 & = 6,4184520.8 \\ \text{Log. Tg. N} & = 0,0625981 \\ \text{Log. } \tfrac{1}{2}\sin 1'' & = 4,3845449 \end{array}\right\} \quad N = 49^0\ 6'\ 54,''04$$

$$0,8655950.8 = -7,''338 \qquad -7,34$$

folglich Breite v. St. Michael $= 49^0\ 6'\ 46,''7$

$$\begin{array}{ll} \text{Log. } y'' & = 3,2092260.4 \\ \text{Log. Cos. N} & = 9,8159380.4 \end{array} \qquad 26^0\ 42'\ 51''$$

$$3,3932880.0 = 2473,''363 = 0\ 41\ 13,63$$

$$\left.\begin{array}{ll} \text{Log. } y''^2 & = 6,4184520.8 \\ \text{Log. Tg. N}^2 & = 0,1251962 \\ \text{Log. } \tfrac{1}{3}\sin 1'' & = 8,8940286 \end{array}\right\} \qquad \begin{array}{r} 27\ 24\ 4,63 \\ -0,07 \\ \text{Länge } 27^0\ 24'\ 4,''56 \end{array}$$

$$8,8309648.8 = -0,''06775$$

§. 123.

Zweite Ableitung der Formeln für geographische Bestimmungen [1] ohne die Tabellen §. 121.

Ausser den oben von Professor v. Bohnenberger aufgeführten Formeln für geographische Ortsbestimmung hat derselbe auch folgende vier Formeln in der monatlichen Correspondenz zur Beförderung der Erd- und Himmelskunde VI. S. 24 und 25 und X. S. 249 bekannt gemacht:

$$1)\ \beta' = B \pm M\left(1 - \frac{e^2}{4}\right) \pm \frac{\tfrac{3}{4}\, e^2 \cos\,[2\,B \pm M]\,\sin M}{\sin 1''}$$

$$2)\ \psi = p - p\,\frac{e^2}{4}\sin^2\beta' - \tfrac{3}{8}\,e^2\,\frac{\sin^2\beta'\,\sin 2\,p}{\sin 1''}$$

$$\left.\begin{array}{l} 3)\ \sin\beta = \sin\beta'\,\cos\psi \\ 4)\ \mp\varphi = \text{arc}\left(\text{Tg} = \dfrac{\text{tg}\,\psi}{\cos\beta'}\right) - \dfrac{e^2}{2}\,\psi\,\cos\beta' \end{array}\right\} \text{für Breite und Länge.}$$

und Oriani hat in der monatlichen Corr. X. S. 249 für die Convergenz der Meridiane die Formel gegeben:

[1] Nach Decker.