

Um dann die über die Endpunkte der Basis berechneten Directions-
winkel für den gesuchten Punkt zu finden, war der Dreieckswinkel auf
dem Basisendpunkt rechts, für den ersten Directionswinkel immer positiv,
so wie der Dreieckswinkel auf dem Basisendpunkt links, für den zweiten
Directionswinkel immer negativ; wenn daher im obigen Dreieck 1 Fig. 36
für die Basis MG, $omg = \alpha$ und $ogm = 180 + \alpha$

oder 1) $OMG = 162^{\circ} 10' 57'',2$ und $+ M = 75 29 11,3$	2) $OGM = 342^{\circ} 10' 57'',2$ $- G = 36 49 51$
--	---

so ist I) $OMH = 237^{\circ} 40' 8'',5$	II) $OGH = 305^{\circ} 21, 6'',2$
---	-----------------------------------

Um im allgemeinen die Directions-
winkel einer Basis, welche in den Coor-
dinaten zweier Punkte gegeben sind, zu
finden, hat man nur das rechtwinklige
Dreieck, das sich aus dem Coor-
dinaten-
unterschied dieser Punkte ergibt, aufzu-
lösen, und es ist in dem so bekannten
Dreieck GmM Fig. 38.

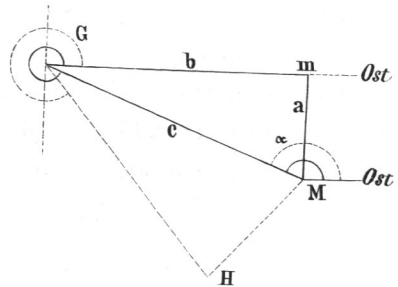


Fig. 38.

1) $OMG = R + \alpha$ $= 90^{\circ} + \alpha$	2) $OGM = 3 R + \alpha$ $= 270^{\circ} + \alpha$
und	

I. $OMG + M = OMH$ II. $OGM - G = OGH$.

wo OMH und OGH die beiden Directions-
winkel für H bezeichnen,
welche vom Ostpunkt über Nord und die Endpunkte der Basis berechnet
worden sind.

Die Basis $MG = c$ berechnet sich doppelt aus den Proportionen:

$$b : c = \sin \alpha : 1 \quad \text{und} \quad a : c = \cos \alpha : 1$$

$$c = \frac{b}{\sin \alpha} \quad \text{und} \quad c = \frac{a}{\cos \alpha}$$

§. 72.

Die Detailtriangulirung des Schwarzwaldes. ¹

Das Königreich Württemberg ist im Allgemeinen ein Hügelland,
welches eine grosse und schöne Abwechslung zwischen Bergen und Thä-
lern hat. Die Triangulirung und Bildung von geeigneten Dreiecken war

¹ Durch Trig. Kohler und Rieth.

daher in dem bei weitem grössten Theile desselben durch dominirende Höhen mit schönen Aussichten in der Runde und in die Ferne sehr erleichtert, und man konnte ausser dem Schwarzwald eigentlich durchaus Dreieck an Dreieck reihen, und so die Grundlage der Detailvermessung aus der Fortpflanzung der Dreieckskette durch Rechnung finden.

Auf dem Schwarzwald aber, wo die auf viele Quadratmeilen sich ausdehnenden Tannenwäldungen nur von engen Thälern, Klingen und Schluchten und fließenden Wassern durchschnitten sind, war schon die Secundärtriangulirung eine schwierige Aufgabe, und die Bestimmung von Dreieckspunkten dritten Ranges durch einfache Triangulirung unmöglich.

Um Anhaltspunkte für die Detailaufnahme in die Thäler des Schwarzwalds zu bringen, brachte man mit dem Theodolith einen Messapparat, bestehend aus 15schühigen Messlatten und einer Seztwage mit Gradbogen, in Verbindung, Fig. 39. Die Messlattenende Fig. 40 waren

Fig. 39.

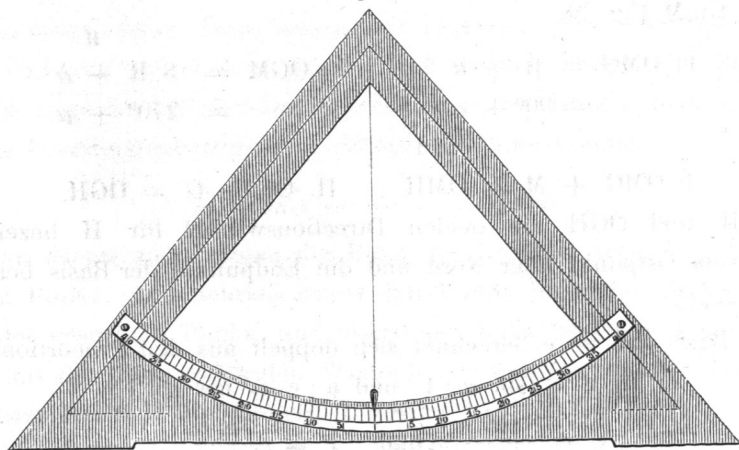
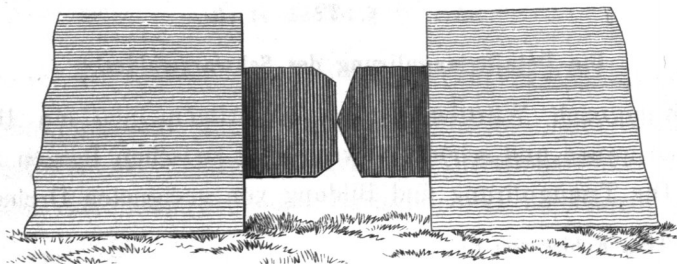


Fig. 40.



ähnlich denjenigen an den Basismessungsstangen, von Stahl, und der Gradbogen der Setzwage hatte, bei einem Radius von 9,6 Zoll, eine Eintheilung von 10 zu 10 Minuten.

Mittelst dieses Apparats und mit Anwendung der Grundsätze der Polygonometrie, konnte die Detailtriangulirung des Schwarzwaldes nicht nur ermöglicht, sondern auch die nachgefolgte Detailaufnahme durch die polygonometrische Triangulirungsart sehr erleichtert werden, so dass je mühsamer es dem Trigonometer wurde, den Thälern, Schluchten und Grenzen entlang seine Signale aufzupflanzen und deren Lagen zu bestimmen, der Geometer desto leichter die Detailaufnahme ausführte.

Die Geschäfte dieser polygonometrischen Triangulirung theilten sich auf dem Felde in die drei Operationen: Signalisirung, Messung der Signaldistanzen und Winkelmessung mit dem Theodolith.

A) Signalisirung. Von Haupt- und Sekundär-Dreiecks-Punkten ausgehend, stellte man in den Strassen, Wegen, Thälern und Schluchten die trigonometrischen Signale in Distanzen, wie es die Oertlichkeiten zuliessen, und setzte ihre Verkettung so lange nach allen Richtungen fort, bis die von verschiedenen festen Punkten ausgegangenen Signalisirungen Polygone schlossen, und hiedurch sich dem Trigonometer die Controle seines Geschäfts ergab.

B) Distanzenmessung. Das Messen der Polygonseiten war ein ebenso schwieriges als mühsames Geschäft, indem dabei die Messlatten Fig. 40 angestossen und von den Gehülfen auf dem unebenen Boden so lange festgehalten werden mussten, bis der Trigonometer die Neigungswinkel derselben an der aufgestellten Setzwage Fig. 39 beobachtet hatte. Diese Messung ging von Signal zu Signal, meistens über Stock, Stein, Felsen und durch Gesträuch und Wasser, Berg auf Berg ab, wobei hauptsächlich das Anlegen der Messstangen grosse Vorsicht und Mühe erforderte. Auf diese Weise wurden im Schwarzwald so viele Signaldistanzen gemessen, dass ihre Gesamtlänge 103 Stunden à 13000 Fuss ausmachte.

C. Winkelmessung. Die Horizontalwinkelmessung mit dem achtzölligen Theodolith nahm man auf jedem Signalpunkt vor und sind wenigstens zwei Winkel für den ganzen Umkreis beobachtet, so dass mittelst dieser Winkel und der auf den Horizont reducirten Polygondistanzen die Coordinaten der signalisirten Punkte ebenso sicher und genau ausfielen,

wie wenn sie aus reiner einfacher Triangulirung im offenen Terrain hervorgegangen wären.

Tabelle der natürlichen Sinus-versus für den Radius = 1.

Winkel.	Sin. ver.	Winkel.	Sin. ver.	Winkel.	Sin. ver.	Winkel.	Sin. ver.	Winkel.	Sin. ver.	Winkel.	Sin. ver.
0 10	0,00001	4 10	0,00264	8 10	0,01014	12 10	0,02246	16 10	0,03954	20 10	0,06131
20	0,00002	20	0,00286	20	0,01056	20	0,02308	20	0,04036	20	0,06231
30	0,00004	30	0,00308	30	0,01098	30	0,02370	30	0,04118	30	0,06333
40	0,00007	40	0,00332	40	0,01142	40	0,02434	40	0,04201	40	0,06435
50	0,00011	50	0,00356	50	0,01186	50	0,02498	50	0,04285	50	0,06538
1 0	0,00015	5 0	0,00381	9 0	0,01231	13 0	0,02563	17 0	0,04370	21 0	0,06642
10	0,00021	10	0,00406	10	0,01277	10	0,02629	10	0,04455	10	0,06747
20	0,00027	20	0,00433	20	0,01324	20	0,02696	20	0,04541	20	0,06852
30	0,00034	30	0,00460	30	0,01371	30	0,02763	30	0,04628	30	0,06958
40	0,00042	40	0,00489	40	0,01420	40	0,02831	40	0,04716	40	0,07065
50	0,00051	50	0,00518	50	0,01469	50	0,02900	50	0,04805	50	0,07173
2 0	0,00061	6 0	0,00548	10 0	0,01519	14 0	0,02970	18 0	0,04894	22 0	0,07282
10	0,00071	10	0,00579	10	0,01570	10	0,03041	10	0,04985	10	0,07391
20	0,00083	20	0,00610	20	0,01622	20	0,03113	20	0,05076	20	0,07501
30	0,00095	30	0,00643	30	0,01675	30	0,03185	30	0,05168	30	0,07612
40	0,00108	40	0,00676	40	0,01728	40	0,03258	40	0,05260	40	0,07724
50	0,00122	50	0,00710	50	0,01782	50	0,03333	50	0,05354	50	0,07836
3 0	0,00137	7 0	0,00745	11 0	0,01837	15 0	0,03407	19 0	0,05448	23 0	0,07950
10	0,00153	10	0,00781	10	0,01893	10	0,03483	10	0,05543	10	0,08064
20	0,00169	20	0,00818	20	0,01950	20	0,03560	20	0,05639	20	0,08178
30	0,00187	30	0,00856	30	0,02008	30	0,03637	30	0,05736	30	0,08294
40	0,00205	40	0,00894	40	0,02066	40	0,03715	40	0,05833	40	0,08410
50	0,00224	50	0,00933	50	0,02125	50	0,03794	50	0,05932	50	0,08528
4 0	0,00244	8 0	0,00973	12 0	0,02185	16 0	0,03874	20 0	0,06031	24 0	0,08645

Mittelst dieser sin. vers. Tabelle ist die Reduction der oben unter B bezeichneten Polygondistanzen auf den Horizont sehr vereinfacht, da nach derselben nur die Summe der sinus-versus der einzelnen Messlattenlagen einer Distanz = b zu suchen, und wenn a die Länge einer Messlatte und n die Anzahl der Stangenanlagen bezeichnen:

Die auf den Horizont reducirte Distanz = $an - ab = D$ oder da die gebrauchten Messlatten = 15 Fuss sind

$$D = 15 n - 15 b.$$