a) einen Bericht über den Stand und Fortgang des Geschäfts,

b) ein Verzeichniss über die berechneten Coordinaten,

c) ein Netz im $^1/_{75000}$ th. Massstab, in welchem die bestimmten Punkte nach Messtischblättern angegeben, und

d) ein in tabellarischer Form geführtes Journal über seine Arbeiten unter Beischluss sämmtlicher Kostenzettel.

§. 70.

Die übereinstimmende Berechnung der ebenen Dreiecke.

Die Triangulirung ging vom Grossen ins Kleine, und die Dreiecke zweiten Ranges bildeten die Zwischenglieder bei dem Uebergang von den Dreiecken ersten Rangs auf die Detailtriangulation.

Jede Klasse dieser Dreiecke controlirte die zunächst vorangehende, und die ebene Trigonometrie, welche bei den Dreiecken dritten Ranges in Anwendung kam, hatte hiefür den Satz:

$$a : b : c = \sin A : \sin B : \sin C.$$

wo a, b, c die Dreiecksseiten und A, B und C deren Gegenwinkel bezeichnen. Für die Coordinatenberechnung dieser Dreieckspunkte wurden die Directionswinkel vom Ostpunkt an über Nord, West und Süd berechnet (s. oben §. 16).

Da bei der Bestimmung eines Dreieckspunktes dritten Rangs möglicherweise Distanzen von allen drei Rangklassen der Dreiecke zu Grunde gelegt werden können, und dann auch aus der Berechnung jedes einzelnen Dreiecks die gleichnamigen Distanzen wegen des Uebergangs von den sphärischen Distanzen und Winkeln auf ebene nicht ganz übereinstimmend hervorzugehen pflegen, so wurden für die Bestimmung jedes einzelnen Punktes des dritten Ranges gewöhnlich 2, 3 und mehr Dreiecke angesetzt, und diese so in Uebereinstimmung und alle auf 180^0 gebracht, dass

a) die Directionswinkel für gleichnamige Seiten gleichgestellt,

b) die gleichnamigen Seiten vorläufig berechnet, und

c) hierauf durch nochmalige kleine Correction der auf die gleichnamigen Seiten einwirkenden Winkel der Calcul so geführt, damit aus allen in Berechnung gezogenen Dreiecken die gleichnamigen Seiten auch von gleicher Länge, sowie endlich die Coordinaten aus den andern Seiten und Winkeln berechnet übereinstimmend hervorgingen, wie die zwei folgenden Beispiele von 2 und 3 Dreiecken nachweisen.

Diese Berechnungsmethode nannte man die übereinstimmende Dreiecksberechnung, weil sie die kleinen Differenzen beim Uebergang von der sphärischen Triangulirung im Grossen auf die ebene Triangulirung der kleinen Dreiecke so ausgleicht, dass für die practische Detailaufnahme im ganzen Vermessungssystem eine völlige Uebereinstimmung stattfindet.

Beispiele der übereinstimmenden Dreiecksberechnung.

Dreiecke zu Figur 36.

Beispiel Nro. 1.

Dreieckspunkte.	Gemessene (Winkel.)	Verbesserte (Winkel.)	Uebereinstimmende (Winkel.)	Distanzenberechnung.		
Marlach = M =	75° 29′ 14″	17″	11″,3	Log. GH	= 3,620. 2213.	2133
Holzacker = H =	67 40 52	52	57,7	Log. sin M	= 9,985. 9182.	5,5. 9151
Grosshänfling = G =	36 49 50	51	51	Log. MG	= 3,600. 4845.	4845
	179 59 56	60	60	D. E. Lg. sin H	= 0,033. 8186.	8,6. 8137
				Log. sin G	= 9,777. 7562.	7562
OMG = 162° 10′ 57″,2	OGM = 342° 10′ 57″,2			Log. MH	= 3,412	0544
+M = 75 29 11,3	−G = 36 49 51					
OMH = 237 40 8,5	OGH = 305 21 6,2					
Grosshänfling = G =	41° 23′ 35″	35″,92	35″,92	Log. SH	= 3,535.	5804
Holzacker = H =	85 8 36	36	30,3	Log. sin G	= 9,820. 3488.	3488
Schlupf = S =	53 27 46	48,08	53,78	Log. GS	= 3,713. 6684.	6684
	179 59 57	60	60	D. E. Lg. sin H	= 0,001. 5622.	1,8. 5631
				Log. sin S	= 9,904. 9728.	15,6. 9819
OGS = 263° 57′ 30″,28	OSG = 83° 57′ 30″,28			Log. GH	= 3,620. 2034.	2134
+G = 41 23 35,92	−S = 53 27 53,78					
OGH = 305 21 6,2	OSH = 30 29 36,5					

Coordinatenberechnung.

Log. SH	= 3,535. 5804	Log. SH	= 3,535. 5804
Log. sin OSH	= 9,705. 3849	Log. cos OSH	= 9,935. 3495
	3,240. 9653		3,470. 9299
	+ 1741,67		+ 2957,54
Absc. S	= + 322946,87	Ord. S	= + 135269,75
Absc. H	= + 324688,54	Ord. H	= + 138227,29
Log. MH	= 3,412. 0544	Log. MH	= 3,412. 0544
Log. sin OMH	= 9,926. 8428	Log. cos OMH	= 9,728. 1989
	3,338. 8972		3,140. 2533
	− 2182,21		1381,19
Absc. M	= + 326870,74	Ord. M	= + 139608,45
Absc. H	= + 324688,53	Ord. H	= + 138227,26

Beispiel Nro. 2.

Dreiecke zu Figur 37.

Dreieckspunkte.	Gemessene Winkel	Verbesserte Winkel	Uebereinstimmende Winkel	Distanzenberechnung.
Galgenberg = G =	43° 48′ 7″	7″,3	7″,3	Log. MS = 3,772. 7052
Schlossberg = S =	76 40 24	24,7	36,2	Log. sin G = 9,840. 1975. 22,0. 2120
Mittelberg = M =	59 31 24	28	16,5	Log. GM = 3,920. 6441. 6441
	179 59 55	60,0	60	D. E. Lg. sin S = 0,011. 8548. 5,0. 8491
OGM = 333° 53′ 16″,3	OMG = 153° 53′ 16″,3			Log. sin M = 9,935. 4295. 12,5. 4152
G = 43 48 7,3	M = 59 31 16,5			Log. GS = 3,867. 9284. 9084
OGS = 17 41 23,6	OMS = 94 21 59,8			
Galgenberg = G =	33° 21′ 51″	51″	51″	Log. PS = 3,843. 5112
Schlossberg = S =	111 3 50	52	46,8	Log. sin G = 9,740. 3299. 32,0. 3299
Platz = P =	35 34 15	17	22,2	Log. GP = 4,073. 1494. 1494
	179 59 56	60	60	D. E. Lg. sin S = 0,030. 0362. 8,1. 0319
OGP = 344° 19′ 32,6	OPG = 164° 19′ 32″,6			Log. sin P = 9,764. 7116. 29,5. 7270
G = 33 21 51	P = 35 34 22,2			Log. GS = 3,867. 8972. 9083
OGS = 17 41 23,6	OPS = 128 45 10,4			
Lauch = L =	40° 21′ 42″	43″,6	46″,1	Log. GS = 3,867. 9031. 9085
Schlossberg = S =	98 51 20	18,3	15,8	Log. sin L = 9,811. 3177. 24,7. 3239
Galgenberg = G =	40 46 57	58,1	58,1	Log. LG = 4,051. 3779. 3779
	179 59 59	60	60	D. E. Lg. sin S = 0,005. 2075. 3,3. 2067
OLG = 238° 28′ 21,7	OGL = 58° 28′ 21″,7			Log. sin G = 9,815. 0417. 24,4. 0417
L = 40 21 46,1	G = 40 46 58,1			Log. LS = 3,871. 6263
OLS = 278 50 7,8	OGS = 17 41 23,6			

Coordinatenberechnung.

Log. LS = 3,871. 6263	Log. LS = 3,871. 6263
Log. sin OLS = 9,994. 8156	Log. cos OLS = 9,186. 3859
3,866. 4419	3,058. 0122
— 7352,62	+ 1142,91
Absc. L = + 100942,67	Ord. L = — 43956,94
Abcs. S = + 93590,05	Ord. S = — 42814,03
Log. PS = 3,843. 5112	Log. PS. = 3,843. 5112
Log. sin OPS = 9,892. 0127	Log. cos OPS = 9,796. 5486
3,735. 5239	3,640. 0598
+ 5439,06	— 4365,76
Absc. P = + 88150,99	Ord. P = — 38448,27
Absc. S = + 93590,05	Ord. S = — 42814,03

Fig. 36.

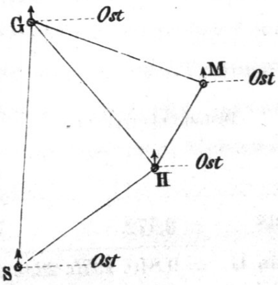
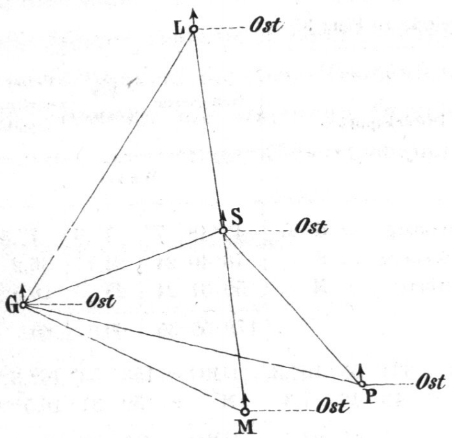


Fig. 37.



§. 71.

Da oben Abschnitt I. §. 16 schon etwas über das Azimuth, die Directionswinkel und das ebene Dreieck gesagt ist, so ist hier nur noch anzugeben, wie bei der vorstehenden übereinstimmenden Dreiecksberechnungsmethode, schon beim Ansatz der Dreieckswinkel eine feste mechanische Ordnung eingehalten wurde, aus welcher, ohne eine Zeichnung über die Lage des betreffenden Dreiecks weiter anzusehen, man den Calcul und die Coordinatenbestimmung richtig ausführen konnte.

a) Ansatz der Dreieckspunkte.

Man dachte sich, gegen die Basis des Dreiecks sehend, auf den gesuchten Punkt, und schrieb zuerst den rechts liegenden Basisendpunkt; dann den gesuchten Punkt, und zuletzt den links liegenden Endpunkt der Basis mit den dazu gehörigen Winkeln an; daher oben Fig. 36 für den gesuchten Punkt H aus Dreieck 1 gesetzt ist:

1) M = 75° 29′ 14
2) H = 67 40 52
3) G = 36 49 50

b) Ansatz der Directionswinkel für die Coordinatenbestimmung.

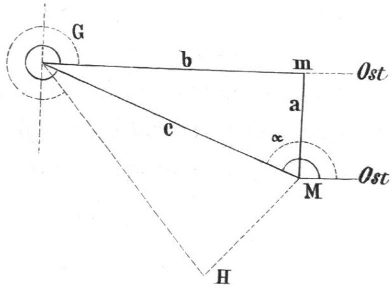
Für eine gegebene Basis wurde der von Ost über Nord und den rechts liegenden Basisendpunkt berechnete Directionswinkel zuerst, und der so über den links liegenden Basisendpunkt berechnete zuletzt angesetzt.

Um dann die über die Endpunkte der Basis berechneten Directionswinkel für den gesuchten Punkt zu finden, war der Dreieckswinkel auf dem Basisendpunkt rechts, für den ersten Directionswinkel immer positiv, so wie der Dreieckswinkel auf dem Basisendpunkt links, für den zweiten Directionswinkel immer negativ; wenn daher im obigen Dreieck 1 Fig. 36 für die Basis MG, omg $= \alpha$ und ogm $= 180 + \alpha$

oder 1)	$OMG = 162^0\ 10'\ 57{,}''2$	2)	$OGM = 342^0\ 10'\ 57'',2$
und	$+ M = 75\ 29\ 11{,}3$		$- G = 36\ 49\ 51$
so ist I)	$OMH = 237^0\ 40'\ 8'',5$	II)	$OGH = 305^0\ 21,\ 6'',2$

Um im allgemeinen die Directionswinkel einer Basis, welche in den Coordinaten zweier Punkte gegeben sind, zu finden, hat man nur das rechtwinklige Dreieck, das sich aus dem Coordinatenunterschied dieser Punkte ergibt, aufzulösen, und es ist in dem so bekannten Dreieck GmM Fig. 38.

Fig. 38.



1) $OMG = R + \alpha$ $\quad$ 2) $OGM = 3\ R + \alpha$

$= 90^0 + \alpha$ $\quad$ $= 270^0 + \alpha$

und

I. $OMG + M = OMH$ $\quad$ II. $OGM - G = OGH$.

wo OMH und OGH die beiden Directionswinkel für H bezeichnen, welche vom Ostpunkt über Nord und die Endpunkte der Basis berechnet worden sind.

Die Basis MG $=$ c berechnet sich doppelt aus den Proportionen:

$$b : c = \sin \alpha : 1 \quad \text{und} \quad a : c = \cos \alpha : 1$$

$$c = \frac{b}{\sin \alpha} \quad \text{und} \quad c = \frac{a}{\cos \alpha}$$

§. 72.

Die Detailtriangulirung des Schwarzwaldes.[1]

Das Königreich Württemberg ist im Allgemeinen ein Hügelland, welches eine grosse und schöne Abwechslung zwischen Bergen und Thälern hat. Die Triangulirung und Bildung von geeigneten Dreiecken war

[1] Durch Trig. Kohler und Rieth.