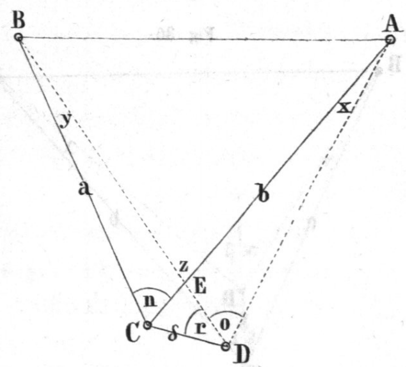
§. 66.

Das Centriren der Winkel.

Bei den Winkelmessungen kam es öfters vor, dass man bei der Beobachtung eines Winkels den Mittelpunkt des Winkelmessers nicht immer über den Mittelpunkt der Beobachtungsstation stellen konnte. In diesem Falle hat man, namentlich auf Thürmen, einen Nebenpunkt unter einem Schallladen so gewählt, dass man 1) nach Aussen alle die Punkte sah, für welche man die Winkel suchte, und 2) nach Innen auch das Centrum des Stationspunktes sehen konnte. Auf diesem Nebenpunkte D, der sehr verschiedene Lagen gegen das Stationscentrum haben konnte, hat man den falschen Dreieckswinkel ADB, den Winkel ADC und den Abstand des Centrums vom Aufstellungspunkte gemessen, und aus diesen Daten die Ableitung des Winkels C gesucht. Diese Correction des Winkels D heisst die Centrirung desselben, oder seine Reduction ad Centrum. In folgendem sind 4) Hauptfälle der Centrirung aufgeführt und die Formeln dafür hergeleitet.

I. Fall wo D rechts von C ist.

Fig. 28.



In dem Dreieck ABC kann man den Winkel C = n nicht im Centrum der Station messen, und es sey das Instrument im Punkt D aufgestellt, wo man die Punkte A und B und auch das Centrum C sehen kann. Beobachtet man nun die Winkel o und r und misst auch die Distanz CD = δ, auf Linien genau, so hat man in diesen drei Stücken und in den näherungsweise berechneten Seiten AC = b und BC = a alles was zur Bestimmung des Winkels C = n nöthig ist, und man hat $\sphericalangle$ AEB = z = o + x = n + y also n = o + x − y.

Da aber b : δ = sin (r + o) : sin x und a : δ = sin r : sin y so ist:

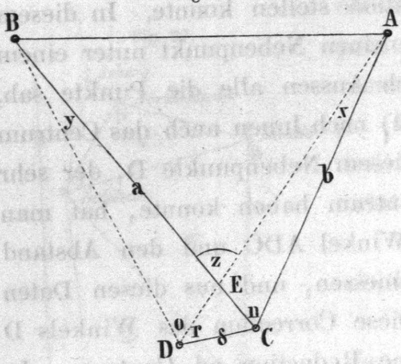
$$1)\ \sin x = \frac{\delta \sin (r + o)}{b} \text{ und } 2)\ \sin y = \frac{\delta \sin r}{a}$$

Weil aber die Winkel x und y gewöhnlich sehr klein sind, so kann man statt sin x und sin y, x und y setzen, und ihre Werthe durch Division mit sin 1″ gleich in Sekunden erhalten, folglich:

$x = \frac{\delta \sin (r + o)}{b \sin 1''}$ und $y = \frac{\delta \sin r}{a \sin 1''}$ und nachdem x und y bekannt sind, hat man, $C = n = o + x - y = o + \frac{\delta \sin (r + o)}{b \sin 1''} - \frac{\delta \sin r}{a \sin 1''}$

II. Fall, wo D links von C ist.

Fig. 29.



Wenn der Standpunkt D links vom Centrum C liegt, so ist $z = o + y = x + n$.

folglich $n = o + y - x$. Da aber

1) $a : \delta = \sin (o + r) : \sin y$

2) $b : \delta = \sin r : \sin x$ so ist

$\sin y = \frac{\delta \sin (o + r)}{a}$ und $\sin x = \frac{\delta \sin r}{b}$

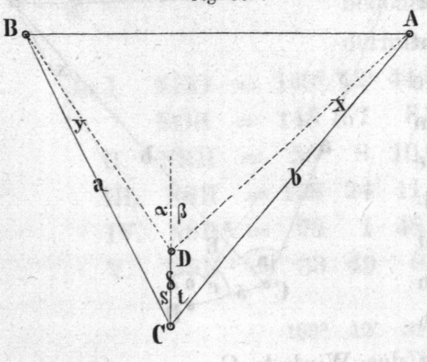
also in Sekunden

$y = \frac{\delta \sin (o + r)}{a \sin 1''}$ und $x = \frac{\delta \sin r}{b \sin 1''}$

Daher $C = n = o + y - x = o + \frac{\delta \sin (o + r)}{a \sin 1''} - \frac{\delta \sin r}{b \sin 1''}$

III. Fall, wo B in dem Winkel BCA liegt.

Fig. 30.



Liegt der Beobachtungsort D im △ ABC so misst man die drei Winkel ADC, CDB und BDA. Dieser letzte Winkel theilt sich bei der Centrirung von D in α und β und es ist $\alpha = y + s$ $\beta = x + t$, so wie $s = \alpha - y$ und $t = \beta - x$, folglich $C = s + t = \alpha - y + \beta - x = \alpha + \beta - x - y$. Es ist aber $a : \delta = \sin \alpha : \sin y$ und $b : \delta = \sin \beta : \sin x$, daher $\sin y = \frac{\delta \sin \alpha}{a}$;

$\sin x = \frac{\delta \sin \beta}{b}$; und $y = \frac{\delta \sin \alpha}{a \sin 1''}$; $x = \frac{\delta \sin \beta}{b \sin 1''}$

folglich $C = \alpha + \beta - x - y = BDA - \frac{\delta \sin \beta}{b \sin 1''} - \frac{\delta \sin \alpha}{a \sin 1''}$

IV. Fall, wenn D hinter C liegt.

Liegt der Beobachtungspunkt D hinter dem Punkt C und man misst die drei Winkel BDA, r, s und $CD = \delta$ so ist:

$$u = y + r \text{ und } r = x + s$$
$$C = u + v = x + y + r + s.$$

Setzt man aber

$$u + v = C \text{ und } r + s = D, \text{ so ist}$$
$$C = D + x + y$$

Da aber $b : \delta = \sin s : \sin x$ und $a : \delta = \sin r : \sin y$ so ist:

$$\sin x = \frac{\delta \sin s}{b} \text{ und } \sin y = \frac{\delta \sin r}{a}$$

und in Sekunden

$$x = \frac{\delta \sin s}{b \sin 1''} \qquad y = \frac{\delta \sin r}{a \sin 1''}$$

$$\text{folglich } C = D + x + y = D + \frac{\delta \sin s}{b \sin 1''} + \frac{\delta \sin r}{a \sin 1''}$$

Fig. 31.