$$\frac{m y^2}{2} + m n y + \tfrac{1}{3} m n^2 = \frac{m y'^2}{2} - \tfrac{1}{2} m n^2 + \tfrac{1}{3} m n^2$$

$$= \frac{m y'^2}{2} - \tfrac{1}{6} m n^2$$

$$\text{folglich } x' = x + m + \frac{m y'^2}{2 r'^2} - \tfrac{1}{6} \frac{m n^2}{r'^2}.$$

Endlich:

$$\text{I) } y' = y + \delta \sin a - \frac{1}{6 r'^2} \delta \sin a (\delta \cos a)^2 - \frac{1}{2 r'^2} y (\delta \cos a)^2$$

$$= y + n - \frac{y m^2}{2 r'^2} - \frac{m^2 n}{6 r'^2}.$$

$$\text{II) } x' = x + \delta \cos a + \frac{1}{3 r'^2} \delta \cos a (\delta \sin a)^2 + \frac{1}{2 r'^2} y^2 \delta \cos a$$

$$= x + m + \frac{y'^2 m}{2 r'^2} + \frac{m n^2}{3 r'^2} + \frac{y m n}{r'^2} + \frac{y \delta \sin a \delta \cos a}{r'^2}$$

$$= x + m + \frac{y'^2 m}{2 r'^2} - \frac{m n^2}{6 r'^2}.$$

$$\text{III) } a' = 180 + a - \frac{y \delta \cos a}{r'^2 \sin 1''} - \frac{1}{2 r'^2 \sin 1''} \delta \sin a \delta \cos a$$

$$= 180 + a - \frac{y m}{r'^2 \sin 1''} - \frac{m n}{2 r'^2 \sin 1''}.$$

## §. 64.

### Berechnung der Constanten für die Coordinatenformeln des vorhergehenden Paragraphen.

Der Halbmesser der Perpendikelscurve des Observatoriums zu Tübingen r′, welcher den Coordinatenformeln zu Grunde liegt, ist in §. 59 berechnet, und sein Logarithme für Toisen ist = 6,5155492. Dieser gibt für württ. Fuss und den Vermessungshorizont nach §. 60 Log. r′ = 7,3483804 und es berechnen sich die Constanten und deren Complemente von $\frac{1}{2 r'^2}$, $\frac{1}{6 r'^2}$, $\frac{1}{r'^2 \sin 1''}$ und $\frac{1}{2 r'^2 \sin 1''}$ folgendermassen:

1) $\frac{1}{2 r'^2}$

Log. $r'^2$ = 14,6967608
Log. 2 = 0,3010300

Log. $(2 r'^2)$ = 14,9977908
Cpl. Log. $(2 r'^2)$ = 5,0022092—20.

2) $\frac{1}{6 r'^2}$

Log. $r'^2$ = 14,6967608
Log. 6 = 0,7781512

Log. $(6 r'^2)$ = 15,4749120
Cpl. Log. $(6 r'^2)$ = 4,5250880—20.

| 3) $\frac{1}{r'^2 \sin 1''}$ | | 4) $\frac{1}{2\, r'^2 \sin 1''}$ | |
|---|---|---|---|
| Log. $r'^2$ | $= 14{,}6967608$ | Log. $r'^2$ | $= 14{,}6967608$ |
| Log. $\sin 1''$ | $= 4{,}6855749-10$ | Log. 2 | $= 0{,}3010300$ |
| | | Log. $\sin 1''$ | $= 4{,}6855749-10$ |
| Log. $(r'^2 \sin 1'')$ | $= 9{,}3823357$ | Log. $(2\, r'^2 \sin 1'')$ | $= 9{,}6833687$ |
| Cpl. Log. $(r'^2 \sin 1'')$ | $= 0{,}6176643-10$ | Cpl. Log. $(2\, r'^2 \sin 1'')$ | $= 0{,}3166343-10.$ |

Zusatz 1. Die obigen Formeln I, II, III, kommen mit denjenigen überein, welche Soldner bei der Bayerischen Haupt-Triangulirung gebraucht hat, nur dass von demselben die westlichen, von dem Meridian des nördlichen Thurms der Frauenkirche zu München senkrecht ausgehenden Ordinatenkreise als $+$ genommen und die Winkel, welche die Seiten der Dreiecke mit den Ordinatenkreisen machen, als Directionswinkel angenommen, und vom Westpunkte über Nord, Ost und Süd bis $360^0$ gezählt werden.

Zusatz 2. Wenn man in obigen drei Formeln diejenigen Glieder welche den Halbmesser $r'$ enthalten weglässt, so ist:

1) $y' = y + n = y + \delta \sin a$

2) $x' = x + m = x + \delta \cos a$ und

3) $a^1 = 180^0 + a$ welches die gewöhnlichen Formeln sind, die für geradlinige Coordinaten in der ebenen Trigonometrie gebraucht werden.

Zusammenstellung der Formeln für sphärische Coordinatenberechnung.

Zusatz 3.

| | | | |
|---|---|---|---|
| I. Die Ordinate $y' = y + n - \frac{y\, m^2}{2\, r'^2} - \frac{m^2\, n}{6\, r'^2}$ | Cpl. Log. | $\left(\frac{1}{2\, r'^2}\right)$ | $= 5{,}0022092-20$ |
| II. Die Abscisse $x' = x + m + \frac{y'^2 m}{2\, r'^2} - \frac{m\, n^2}{6\, r'^2}$ | „ Log. | $\left(\frac{1}{6\, r'^2}\right)$ | $= 4{,}5250880-20$ |
| III. Der Directionswinkel vom gesuchten auf den gegebenen Punkt. | „ Log. | $\left(\frac{1}{r'^2 \sin 1''}\right)$ | $= 0{,}6176643-10$ |
| $a' = 180^0 + a - \frac{y\, m}{r'^2 \sin 1''} - \frac{m\, n}{2\, r'^2 \sin 1''}$ | „ Log. | $\left(\frac{1}{2\, r'^2 \sin 1''}\right)$ | $= 0{,}3166343-10$ |

$n = \delta \sin a \qquad m = \delta \cos a \qquad \delta = MM'$ (Fig. 25.)

Diese Formeln beziehen sich auf die Vermessungs-Abtheilung NO. Die sphärischen Directionswinkel werden vom Nordpunkt über Ost, Süd und West bis $360^0$ gezählt.

a ist der Directionswinkel für den gegebenen Punkt

a' „ „ „ „ gesuchten „

also in Figur 25. $NMM' = a$ und $N'M'M = a'$

Der erste Directionswinkel für das Observatorium zu Tübingen ist das Azimuth von Kornbühl, welches Professor v. Bohnenberger schon 1792 — 1796 zu $169^0\ 12'\ 44'',3$ bestimmt hat.

Zusatz 4. In den §. 63 entwickelten Formeln für die Coordinatenberechnung kommt nur der Halbmesser r′ der Perpendikelcurve vor; führt man aber die beiden Krümmungshalbmesser r′ und r, wie sie in den §§. 59 und 60 gefunden wurden, in dieselben ein, so findet man:

1) für die Ordinate $y' = y + \delta \sin a - \frac{(\delta \cos a)^2}{2\, r^2}\, y - \frac{(\delta \cos a)^2\, \delta \sin a}{6\, r^2}$

2) „ die Abscisse $x' = x + \delta \cos a + \frac{\delta \cos a}{2\, r'^2}\, y^2 + \frac{\delta \cos a\, (\delta \sin a)}{r'^2}\, y + \frac{\delta \cos a\, (\delta \sin a)^2}{3\, r'^2}$

3) „ den Directionswinkel $a' = 180^0 + a - \frac{\delta \cos a\, y}{r\, r' \sin 1''} - \frac{\delta \sin a\, \delta \cos a}{2\, r\, r' \sin 1''}$

und setzt man: $d \sin a = n$ und $\delta \cos a = m$

$(\delta \sin a)^2 = n^2 \quad (\delta \cos a)^2 = m^2$

so wie

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1) Compl. $2\, r^2$ | $= a$ | dessen Log. | $= 5{,}0046552-20$ |
| 2) „ $6\, r^2$ | $= b$ | „ „ | $= 4{,}5275339-20$ |
| 3) „ $2\, r'^2$ | $= c$ | „ „ | $= 5{,}0022092-20$ |
| 4) „ $r'^2$ | $= d$ | „ „ | $= 5{,}3032392-20$ |
| 5) „ $3\, r'^2$ | $= e$ | „ „ | $= 4{,}8261179-20$ |
| 6) „ $r\, r' \sin 1''$ | $= f$ | „ „ | $= 0{,}6188873-10$ |
| 7) „ $2\, r\, r' \sin 1''$ | $= g$ | „ „ | $= 0{,}3178573-10$ |

Folglich 1) Ordinate $y' = y + n - a\, m^2 y - b\, m^2 n$

2) Abscisse $x' = x + m + c\, m\, y^2 + d\, m\, n\, y + e\, m\, n^2$

3) Direct. Winkel $a' = 180^0 + a - f\, m\, y - g\, m\, n.$

Diese Formeln tabellarisch gestellt, gewähren eine leichte Coordinaten-Berechnung. (Nach Deckers höherer Geodäsie. Mannheim 1836.)

## §. 65.

**Das Azimuth von Kornbühl auf dem Horizont der Sternwarte zu Tübingen.**

Das Detail der Beobachtungen des Polarsterns und der Sonnenhöhen, woraus die doppelte astronomische Bestimmung dieses Azimuths hervorgieng, kann nicht gegeben werden und es folgen hier nur die Resultate