$$b^4 \frac{\sin^2 \varphi'}{\cos^2 \varphi'} = a^2 y^2 + b^2 y^2 \frac{\sin^2 \varphi'}{\cos^2 \varphi'} = \left(a^2 + b^2 \frac{\sin^2 \varphi'}{\cos^2 \varphi'}\right) y^2$$

$$b^4 \sin^2 \varphi' = (a^2 \cos^2 \varphi' + b^2 \sin^2 \varphi')\, y^2, \text{ folglich:}$$

$$y^2 = \frac{b^4 \sin^2 \varphi'}{(a^2 \cos^2 \varphi' + b^2 \sin^2 \varphi')} \text{ und}$$

$$y = \frac{b^2 \sin \varphi'}{\sqrt{a^2 \cos^2 \varphi' + b^2 \sin^2 \varphi'}} \text{ weil aber } \cos^2 \varphi'$$

$$= 1 - \sin^2 \varphi' \text{ so ist auch } y = \frac{a^2 \sin \varphi' - a^2 \sin \varphi' + b^2 \sin \varphi'}{\sqrt{a^2 (1 - \sin^2 \varphi') + b^2 \sin^2 \varphi'}}$$

$$= \frac{a^2 \sin \varphi' - (a^2 - b^2) \sin \varphi'}{\sqrt{a^2 - a^2 \sin^2 \varphi' + b^2 \sin^2 \varphi'}} = \frac{a^2 \sin \varphi' - (a^2 - b^2) \sin \varphi'}{\sqrt{a^2 - (a^2 - b^2) \sin^2 \varphi'}}$$

$$y = \frac{[a^2 - (a^2 - b^2)] \sin \varphi'}{\sqrt{a^2 - (a^2 - b^2) \sin^2 \varphi'}} = \frac{a^2 \left[1 - \left(\frac{a^2 - b^2}{a^2}\right)\right] \sin \varphi'}{\sqrt{a^2 \left[1 - \left(\frac{a^2 - b^2}{a^2}\right) \sin^2 \varphi'\right]}}$$

$$\text{und } y = \frac{a^2 (1 - e^2) \sin \varphi'}{a \sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi'}} = \frac{a (1 - e^2) \sin \varphi'}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi'}} \quad (\S.\ 40.\ \text{Form } 5.)$$

## §. 55.

**Bestimmung des Krümmungsradius der Perpendikelcurve in B Fig. 24.**

Das Segment der Normale, welches zwischen dem elliptischen Bogen ABP und der kleinen Axe PH liegt, ist der Radius der Perpendikel-Curve B a b c, also BR = r′, und für die Bestimmung von r′ hat man in dem rechtwinkligen Dreieck BWR.

$$BW : BR = 1 : \text{Secante } \varphi'$$

$$x : r' = 1 \;.\; \text{Sec. } \varphi' \text{ folglich}$$

$r' = x \sec. \varphi' = \dfrac{x}{\cos \varphi'}$ Substituirt man nun für x den oben §. 53 gefundenen Werth, so hat man,

$$r' = \frac{a \cos \varphi'}{\cos \varphi' \sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi'}} = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi'}} \quad (\S.\ 40.\ \text{Form } 6.)$$

## §. 56.

Das Stück CR Fig. 24. welches die Normale BR von CH abschneidet, heisse c, dieses zu bestimmen hat man:

$$BW : WR = 1 : \text{Tang. } \varphi'$$

$$x : y + c = 1 : \text{Tang. } \varphi'$$

und $y + c = x$ Tang $\varphi'$ folglich $c = x$ Tang.

$\varphi' - y$. Substituirt man nun aus §§. 53 und 54 in diese Gleichung die Werthe von x und y, so ist:

$$c = \frac{a \cos \varphi' \operatorname{Tang.} \varphi'}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi'}} - \frac{a\,(1 - e^2) \sin \varphi'}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi'}}$$

$$= \frac{a\,[\cos \varphi' \operatorname{Tang.} \varphi' - (1 - e^2) \sin \varphi']}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi'}} = \frac{a\,[\cos \varphi' \frac{\sin \varphi'}{\cos \varphi'} - (1 - e^2) \sin \varphi']}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi'}}$$

$$= \frac{a \sin \varphi' - a \sin \varphi' + a\,e^2 \sin \varphi'}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi'}} \text{ folglich } c = \frac{a\,e^2 \sin \varphi'}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi'}} \text{ und}$$

weil nach §. 55. $r' = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi'}}$, so ist auch

$$c = r'\,e^2 \sin \varphi'. \quad \text{(§. 40. Form 7.)}$$

§. 57.

Setzt man den Halbmesser der Erde $= R$, und $R^2 = y^2 + x^2$, so ist, wenn die für x und y oben gefundenen Werthe substituirt werden:

$$R^2 = \left(\frac{a \cos \varphi'}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi'}}\right)^2 + \left(\frac{a\,(1 - e^2) \sin \varphi'}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi'}}\right)^2$$

$$= \frac{a^2 \cos^2 \varphi' + a^2\,(1 - e^2)^2 . \sin^2 \varphi'}{1 - e^2 \sin^2 \varphi'}$$

$$= \frac{a^2 - a^2 . \sin^2 \varphi' + a^2\,(1 - 2\,e^2 + e^4) \sin^2 \varphi'}{1 - e^2 \sin^2 \varphi'}$$

$$= \frac{a^2 - a^2 \sin^2 \varphi' + (a^2 - 2\,a^2\,e^2 + a^2\,e^4) \sin^2 \varphi'}{1 - e^2 \sin^2 \varphi'}$$

$$= \frac{a^2 - a^2 \sin^2 \varphi' + a^2 \sin^2 \varphi' - 2\,a^2\,e^2 \sin^2 \varphi' + a^2\,e^4 \sin^2 \varphi'}{1 - e^2 \sin^2 \varphi'}$$

$$= \frac{a^2 - 2\,a^2\,e^2 \sin^2 \varphi' + a^2\,e^4 \sin^2 \varphi'}{1 - e^2 \sin^2 \varphi'} = \frac{a^2\,(1 - 2\,e^2 \sin^2 \varphi' + e^4 \sin^2 \varphi'}{1 - e^2 \sin^2 \varphi'}$$

$$= \frac{a^2\,[1 - e^2\,(2 - e^2) \sin^2 \varphi']}{1 - e^2 \sin^2 \varphi'} \text{ oder } R^2 = \frac{[a^2\,1 - e^2\,(2 - e^2) \sin^2 \varphi']}{1 - e^2 \sin^2 \varphi'}$$

(§. 40. Form 8.)

§. 58.

**Bestimmung des Krümmungsradius für den Meridian des Punktes B.** Fig. 24.

Es sey der Krümmungs-Halbmesser des elliptischen Meridians von B, unter der Breite $\varphi' = r$, und auch $p =$ dem halben Parameter der kleinen Axe, so ist aus der Lehre der Kegelschnitte bekannt, dass bei der Ellipse