$$x^2 (b^2 \sin^2 \varphi' + a^2 \cos^2 \varphi') = a^4 \cos^2 \varphi' \text{ daher}$$

$$x^2 = \frac{a^4 \cos^2 \varphi'}{b^2 \sin^2 \varphi' + a^2 \cos^2 \varphi'} = \frac{a^4 \cos^2 \varphi'}{b^2 (1 - \cos^2 \varphi') + a^2 \cos^2 \varphi'}$$

$$x = \frac{a^2 \cos \varphi'}{\sqrt{b^2 (1 - \cos^2 \varphi') + a^2 \cos^2 \varphi'}} = \frac{a^2 \cos \varphi'}{\sqrt{b^2 - b^2 \cos^2 \varphi' + a^2 \cos^2 \varphi'}} =$$

$$\frac{a^2 \cos \varphi'}{\sqrt{b^2 \left(1 + \frac{a^2 - b^2}{b^2}\right) \cos^2 \varphi'}}$$

und setzt man nun $\frac{a^2 - b^2}{b^2} = e^2$, so ist

$$x = \frac{a^2 \cos \varphi'}{b \sqrt{1 + e^2 \cos^2 \varphi'}}$$

Führt man aber in obiger Gleichung $x^2 = \frac{a^4 . \cos^2 \varphi'}{b^2 \sin^2 \varphi' + a^2 \cos^2 \varphi'}$ für $\cos^2 \varphi'$ die ihr gleiche Grösse $1 - \sin^2 \varphi'$ ein, so ist

$$x^2 = \frac{a^4 \cos^2 \varphi'}{b^2 \sin^2 \varphi' + a^2 (1 - \sin^2 \varphi')} = \frac{a^4 \cos^2 \varphi'}{b^2 \sin^2 \varphi' + a^2 - a^2 \sin^2 \varphi'}$$

$$= \frac{a^4 \cos^2 \varphi'}{(b^2 - a^2) \sin^2 \varphi' + a^2}$$

$$x^2 = \frac{a^4 \cos^2 \varphi'}{a^2 - (a^2 - b^2) \sin^2 \varphi'} = \frac{a^4 \cos^2 \varphi'}{\left(a^2 1 - \frac{(a - b^2)}{a^2}\right) \sin^2 \varphi'} \text{ und folglich wenn}$$

man $\frac{a^2 - b^2}{a^2} = e^2$ setzt, so ist

$$x = \frac{a^2 \cos \varphi'}{a \sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi'}} = \frac{a \cos \varphi'}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi'}} \text{ (§. 40. Form 4.)}$$

§. 54.

Bestimmung der Ordinate y.

Um den Werth der Ordinate y zu finden, hat man wieder die Gleichung der Ellipse $x = \frac{a}{b} \sqrt{b^2 - y^2}$ in die Gleichung $\frac{\sin \varphi'}{\cos \varphi'} = \frac{a^2 y}{b^2 x}$ zu setzen, und es ist $\frac{\sin \varphi'}{\cos \varphi'} = \frac{a^2 y}{b^2 \frac{a}{b} \sqrt{b^2 - y^2}} = \frac{a y}{b \sqrt{b^2 - y^2}}$ folglich

$\left(b \sqrt{b^2 - y^2}\right) \frac{\sin \varphi'}{\cos \varphi'} = a\, y.$ Diese Gleichung ins Quadrat erhoben,

gibt: $b^4 \frac{\sin^2 \varphi'}{\cos^2 \varphi'} - b^2 y^2 \frac{\sin^2 \varphi'}{\cos^2 \varphi'} = a^2 y^2$

$$b^4 \frac{\sin^2 \varphi'}{\cos^2 \varphi'} = a^2 y^2 + b^2 y^2 \frac{\sin^2 \varphi'}{\cos^2 \varphi'} = \left(a^2 + b^2 \frac{\sin^2 \varphi'}{\cos^2 \varphi'}\right) y^2$$

$$b^4 \sin^2 \varphi' = (a^2 \cos^2 \varphi' + b^2 \sin^2 \varphi')\, y^2, \text{ folglich:}$$

$$y^2 = \frac{b^4 \sin^2 \varphi'}{(a^2 \cos^2 \varphi' + b^2 \sin^2 \varphi'} \text{ und}$$

$$y = \frac{b^2 \sin \varphi'}{\sqrt{a^2 \cos^2 \varphi' + b^2 \sin^2 \varphi'}} \text{ weil aber } \cos^2 \varphi'$$

$$= 1 - \sin^2 \varphi' \text{ so ist auch } y = \frac{a^2 \sin \varphi' - a^2 \sin \varphi' + b^2 \sin \varphi'}{\sqrt{a^2 (1 - \sin^2 \varphi') + b^2 \sin^2 \varphi'}}$$

$$= \frac{a^2 \sin \varphi' - (a^2 - b^2) \sin \varphi'}{\sqrt{a^2 - a^2 \sin^2 \varphi' + b^2 \sin^2 \varphi'}} = \frac{a^2 \sin \varphi' - (a^2 - b^2) \sin \varphi'}{\sqrt{a^2 - (a^2 - b^2) \sin^2 \varphi'}}$$

$$y = \frac{[a^2 - (a^2 - b^2)] \sin \varphi'}{\sqrt{a^2 - (a^2 - b^2) \sin^2 \varphi'}} = \frac{a^2 \left[1 - \left(\frac{a^2 - b^2}{a^2}\right)\right] \sin \varphi'}{\sqrt{a^2 \left[1 - \left(\frac{a^2 - b^2}{a^2}\right) \sin^2 \varphi'\right.}}$$

$$\text{und } y = \frac{a^2 (1 - e^2) \sin \varphi'}{a \sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi'}} = \frac{a (1 - e^2) \sin \varphi'}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi'}} \quad (\S.\ 40.\ \text{Form } 5.)$$

§. 55.

Bestimmung des Krümmungsradius der Perpendikelcurve in B Fig. 24.

Das Segment der Normale, welches zwischen dem elliptischen Bogen ABP und der kleinen Axe PH liegt, ist der Radius der Perpendikel-Curve B a b c, also BR = r′, und für die Bestimmung von r′ hat man in dem rechtwinkligen Dreieck BWR.

$$BW : BR = 1 : \text{Secante } \varphi'$$

$$x : r' = 1 \,.\, \text{Sec. } \varphi' \text{ folglich}$$

$r' = x \sec. \varphi' = \dfrac{x}{\cos \varphi'}$ Substituirt man nun für x den oben §. 53 gefundenen Werth, so hat man,

$$r' = \frac{a \cos \varphi'}{\cos \varphi' \sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi'}} = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi'}} \quad (\S.\ 40.\ \text{Form } 6.)$$

§. 56.

Das Stück CR Fig. 24. welches die Normale BR von CH abschneidet, heisse c, dieses zu bestimmen hat man:

$$BW : WR = 1 : \text{Tang. } \varphi'$$

$$x : y + c = 1 : \text{Tang. } \varphi'$$

und $y + c = x$ Tang φ' folglich $c = x$ Tang.