Additamenten-Tabelle
für die Log. sin der Distanzen der Haupttriangulirung.

Log. R sin.	m.	Log. R sin.	m.	Log. R sin.	m.	Log. R sin	m.	Log. R sin.	m.	Log. R sin.	m.	Log. R sin.	m.
3,50	0.02	4,21	0.4	4,47	1.3	4,73	4.2	4,99	13.9	5,25	46.0	5,51	152.4
3,60	0.03	4,22	0.4	4,48	1.3	4,74	4.4	5,00	14.6	5,26	48.2	5,52	159.6
3,70	0.04	4,23	0.4	4,49	1.4	4,75	4.6	5,01	15.2	5,27	50.5	5,53	167.1
3,80	0.06	4,24	0.4	4,50	1.5	4,76	4.8	5,02	16.0	5,28	52.9	5,54	175.0
3,90	0.08	4,25	0.5	4,51	1.5	4,77	5.0	5,03	16.7	5,29	55.3	5,55	183.3
4,00	0.10	4,26	0.5	4,52	1.6	4,78	5.3	5,04	17.5	5,30	58.0	5,56	191.9
4,01	0.20	4,27	0.5	4,53	1.7	4,79	5.5	5,05	18.3	5,31	60.7	5,57	201.0
4,02	0.20	4,28	0.5	4,54	1.7	4,80	5.8	5,06	19.2	5,32	63.5	5,58	210.4
4,03	0.2	4,29	0.6	4,55	1.8	4,81	6.1	5,07	20.1	5,33	66.5	5,59	220.3
4,04	0.2	4,30	0.6	4,56	1.9	4,82	6.4	5,08	21.0	5,34	69.7	5,60	230.8
4,05	0.2	4,31	0.6	4,57	2.0	4,83	6.7	5,09	22.0	5,35	73.0	5,61	241.6
4,06	0.2	4,32	0.6	4,58	2.1	4,84	7.0	5,10	23.1	5,36	76.4	5,62	253.0
4,07	0.2	4,33	0.7	4,59	2.2	4,85	7.3	5,11	24.2	5,37	80.0	5,63	265.0
4,08	0.2	4,34	0.7	4,60	2.3	4,86	7.6	5,12	25.3	5,38	83.8	5,64	277.4
4,09	0.2	4,35	0.7	4,61	2.4	4,87	8.0	5,13	26.5	5,39	87.7	5,65	290.5
4,10	0.2	4,36	0.8	4,62	2.5	4,88	8.4	5,14	27.7	5,40	91.9	5,66	304.2
4,11	0.2	4,37	0.8	4,63	2.7	4,89	8.8	5,15	29.0	5,41	96.2	5,67	318.6
4,12	0.3	4,38	0.8	4,64	2.8	4,90	9.2	5,16	30.4	5,42	100.7	5,68	333.6
4,13	0.3	4,39	0.9	4,65	2.9	4,91	9.6	5,17	31.9	5,43	105.5	5,69	349.3
4,14	0.3	4,40	0.9	4,66	3.0	4,92	10.1	5,18	33.4	5,44	110.4	5,70	365.8
4,15	0.3	4,41	1.0	4,67	3.2	4,93	10.5	5,19	34.9	5,45	115.6	5,71	383.0
4,16	0.3	4,42	1.0	4,68	3.3	4,94	11.0	5,20	36.6	5,46	121.1	5,72	401.0
4,17	0.3	4,43	1.1	4,69	3.5	4,95	11.6	5,21	38.3	5,47	126.8	5,73	419.9
4,18	0.3	4,44	1.1	4,70	3.7	4,96	12.1	5,22	40.07	5,48	132.8	5,74	430.7
4,19	0.3	4,45	1.2	4,71	3.8	4,97	12.7	5,23	42.0	5,49	139.0	5,75	460.5
4,20	0.4	4,46	1.2	4,72	4.0	4,98	13.3	5,24	44.0	5,50	145.6		

Log. arc. x = Log. R + Log. sin x + m und Log. (R sin x) = Log. arc. x — m. (s. unten §. 62.)

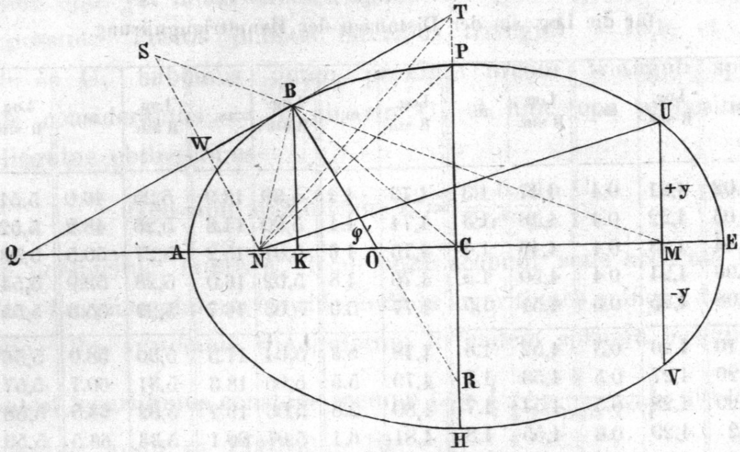
§. 51.

Entwicklung der Formeln für die Krümmungshalbmesser,

wie sie in §. 40 aufgestellt sind.

An den Punkt B der Ellipse ABPE, welchem die Coordinaten x und y entsprechen, werde die Normale BO gezogen, und es sey der Winkel BOA, welchen diese Normale mit der grossen Axe AE bildet = φ' = der

Fig. 23.



geographischen Breite des Orts B. Um die Krümmungshalbmesser für den Meridian und Perpendikel des Punktes B in der Breite φ' bestimmen zu können, sind vorerst nach der Lehre der Kegelschnitte die Gleichungen der Ellipse, der Subnormale KO, der Excentricität CN und der Coordinaten x und y zu suchen.

Es sey nun AC die grosse Halbaxe $= a$.

CP die kleine „ $= b$.

CK die Abscisse $= x$ und KB die Ordinate $= y$.

CN die Excentricität $= e$.

$NK = CN - CK = e - x$.

$KM = e + x$; $BN = z$; $BM = 2\,a - z$.

so ist in den Dreiecken BNK und BKM

$$BK^2 = BN^2 - KN^2 = BM^2 - KM^2.$$

$$y^2 = z^2 - (e - x)^2 = (2\,a - z)^2 - (e + x)^2$$

$$(e + x)^2 - (e - x)^2 = (2\,a - z)^2 - z^2$$

$$e^2 + 2\,e\,x + x^2 - e^2 + 2\,e\,x - x^2 = 4\,a^2 - 4\,a\,z + z^2 - z^2$$

$$4\,e\,x = 4\,a^2 - 4\,a\,z \text{ und } 4\,a\,z = 4\,a^2 - 4\,e\,x$$

also $z = \dfrac{4\,a^2 - 4\,e\,x}{4\,a} = a - \dfrac{e\,x}{a}$, diesen Werth in die obige Gleichung $y^2 = z^2 - (e - x)^2$ gesetzt, gibt:

$$y^2 = \left(a - \frac{e\,x}{a}\right)^2 - (e - x)^2$$

$$= a^2 - 2\,e\,x + \frac{e^2\,x^2}{a^2} - e^2 + 2\,e\,x - x^2$$

$$= a^2 - e^2 + \frac{e^2\,x^2}{a^2} - x^2 = a^2 - e^2 + \frac{(e^2 - a^2)}{a^2}\,x^2$$

$$= \frac{(a^2 - e^2)\,a^2 - (a^2 - e^2)\,x^2}{a^2}, \text{ folglich}$$

$$y = \sqrt{\frac{(a^2 - e^2)\,a \;-\; (a^2 - e^2)}{a^2}\,x^2} = \frac{1}{a}\sqrt{(a^2 - e^2)}\,.\sqrt{(a^2 - x^2}$$

da aber $\sqrt{a^2 - e^2} = \sqrt{PN^2 - CN^2} = \sqrt{CP^2} = \sqrt{b^2} = b$. so ist

$$y = \pm\,\frac{b}{a}\sqrt{(a^2 - x^2)} \text{ und}$$

$$x = \pm\,\frac{a}{b}\sqrt{b^2 - y^2}$$

Dieses sind die Gleichungen der Ellipse, wenn die Abscissen x vom Mittelpunkt aus genommen werden.

Ist $CM = x$ statt CK, so hat man $y = \pm\,\frac{b}{a}\sqrt{a^2 - e^2}$, und $UM = + y$ $MV = -\,y$. Ist demnach M der Brennpunkt der Ellipse, so wird auch $UM = \frac{b}{a}\sqrt{a^2 - e} = \frac{b^2}{a}$; und da $UV = p$ dem Parameter der Ellipse, so ist $p = 2\ UM = \frac{2\,b^2}{a}$ und auch $b^2 = \frac{a\,p}{2}$.

Für die Bestimmung der Subnormale KO, sey wieder $CK = x$, $NK = e - x$, $BN = BS$ wie oben $= a - \frac{e\,x}{a}$, BO und NS senkrecht auf der Tangente QT; so ist $\triangle\, MBO \backsim \triangle\, MSN$, folglich $MS : MN = BS : NO$. und weil $MS = MB + BN = 2\,a$, so ist $2\,a : 2\,c = \left(a - \frac{e\,x}{a}\right) : NO$ und also $NO = \frac{2\,e\left(a - \frac{e\,x}{a}\right)}{2\,a} = \frac{2\,a^2\,e - 2\,e^2\,x}{2\,a^2}$

daher $NO = e - \frac{e^2\,x}{a^2}$. Zieht man hievon $NK = e - x$ ab, so erhält man die Subnormale $KO = e - \frac{e^2\,x}{a^2} - (e - x) = \frac{a^2\,e - e^2\,x}{a^2} - e + x$

$$KO = \frac{a^2\,e - e^2\,x - a^2\,e + a^2\,x}{a^2} = \frac{a^2\,x - e^2\,x}{a^2} = \frac{(a^2 - e^2)\,x}{a^2} = \frac{b^2\,x}{a^2}$$

$$\text{also Subnormale } KO = \frac{b^2\,x}{a^2}, \text{ erster Werth.}$$

Für einen zweiten Werth derselben, hat man

$$BK : KO = 1 : \text{Cotg. } \varphi'.$$

$$y : KO = 1 : \text{Cotg. } \varphi' \text{ und } KO = y \text{ Cotg. } \varphi'.$$

$$\text{daher } KO = \frac{b^2 x}{a^2} = y \text{ Cotg. } \varphi' = y \cdot \frac{\cos \varphi'}{\sin \varphi'}$$

und

$$b^2 x \sin \varphi' = a^2 y \cos \varphi'. \quad (\S.\ 40.\ \text{Form } 2.)$$

§. 52.

Ist ferner in dem rechtwinkligen Dreieck CPN, $PN = a$, $CP = b$ und $CN = e$ der Excentricität, so ist $PN^2 = CP^2 + CN^2$

$$a^2 = b^2 + e^2$$

und $e^2 = a^2 - b^2$ folglich $e = \sqrt{a^2 - b^2}$, und in Theilen der halben grossen Axe $e = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}$ daher $a\, e = \sqrt{a - b^2}$

$$\text{oder } a^2 e^2 = a^2 - b^2 \quad (\S.\ 40\ \text{Form } 3.)$$

$$\text{wornach auch } b = \sqrt{a^2 - a^2 e^2} = a\sqrt{1 - e^2}.$$

§. 53.

Bestimmung der Abscisse x.

Die Gleichung der Ellipse $y = \frac{b}{a}\sqrt{a^2 - x^2}$

$$\text{gibt: } y^2 = \frac{b^2}{a^2}(a^2 - x^2)$$

$$a^2 y^2 = a^2 b^2 - b^2 x^2$$

$$a^2 y^2 + b^2 x^2 = a^2 b^2.$$

Fig. 24.