

§. 32.

a) Das Basismessungs-Protokoll. (Auszug.)

1. Lage.	2. Stange.	3. Keil.	4. Neigung. ¹	5. Temperatur.	6. Intervalle in Par. Linien.	7. Sinus-Versus der Neigung.
1.	1	0	+ 1° 28' 0''	17° 0	0	0,0003276
	2	13,3	1 6 30	17,0	1,0218	1871
	3	38,3	1 35 40	17,0	2,3425	3872
	4	28,5	1 45 20	17,5	1,8248	4694
	5	40,7	1 31 0	18,6	2,4693	3503
				17,4	7,6584	0,0017216
2.	1	6,6	2 59 30	17,3	0,6678	0,0013629
	2	11,0	4 49 15	17,7	0,9003	35376
	3	39,0	4 15 20	17,5	2,3795	27570
	4	40,3	4 26 0	17,8	2,4481	29920
	5	42,2	4 31 30	18,7	2,5486	31170
				17,8	8,9443	0,0137665
3.	1	8,9	4 49 0	17,6	0,7893	0,0035315
	2	20,6	4 2 0	18,9	1,4075	24767
	3	29,8	4 48 0	18,5	1,8935	35071
	4	0,4	4 44 30	18,6	0,3403	34225
	5	36,3	4 25 0	18,2	2,2369	29696
				18,4	6,6674	0,0159074
4.	1	15,3	4 33 0	18,3	1,1274	0,0031515
	2	44,7	5 21 30	19,2	2,6807	43699
	3	14,0	4 13 20	19,2	1,0588	27140
	4	12,7	4 14 0	19,2	0,9901	27283
	5	36,0	7 53 0	19,3	2,2210	94506
				19,0	8,0780	0,0224143
5.	1	12,0	8 54 15	19,2	0,9531	0,0120514
	2	7,0	8 13 0	19,7	0,6890	102653
	3	48,8	7 19 0	19,7	2,8973	081426
	4	31,6	10 9 40	19,3	1,9885	156811
	5	22,0	8 8 0	19,3	1,4812	100585
				19,4	8,0093	0,0561989
6.	1	28,0	7 5 0	19,6	1,7984	0,0076321
	2	15,7	7 10 0	19,7	15,7	78126
	3	39,0	10 23 35	19,7	2,3795	164067
	4	38,6	8 58 40	19,2	2,3584	122511
	5	49,7	8 58 0	19,3	2,9448	122208
				19,5	25,1811	0,0563233

¹ Gefäll +, Steigung —. Spalte 1 bis 5 wurde auf dem Felde und 6 und 7 im Zimmer ausgefüllt.

Lage.	Stange.	Keil.	Neigung.	Temperatur.	Intervalle in Par. Linien.	Sinus-Versus der Neigung.
Endlich: 663.	1	34	— 0° 52' 20"	6°,0	2,1154	0,0001159
	2	18,3	— 1 10 20	6,8	1,2858	2093
	3	19,1	— 1 11 0	6,3	1,3283	2133
	4	15,1	— 0 47 20	6,1	1,1169	948
	5	45,0	— 0 41 40	5,8	2,6965	734
				6,2	8,5430	0,0007067
664.	1	32,6	— 0 8 0	6,2	2,0414	0,0000027
	2	32,8	— 0 13 20	6,9	2,0520	76
	3	17,9	— 0 3 0	6,5	1,2648	4
	4	9,9	0 0 0	6,2	0,4822	0
	5	24,6	+ 0 5 0	6,0	1,6188	11
				6,4	7,8192	0,0000118
665.	1	22,3	— 0 6 30	6,3	1,4972	0,0000018
	2	18,8	— 0 35 0	7,0	1,3124	518
	3	12,5	— 2 3 20	6,6	0,9795	6435
	4	15,8	— 1 33 0	6,3	1,1539	3659
	5	16,4	— 1 4 20	6,0	1,1855	1751
				6,4	6,1285	0,0012381
666.	1	22,8	— 0 10 0	6,4	1,5237	0,0000042
	2	12,0	0 0 0	7,0	0,9531	0
	3	20,0	— 0 35 20	6,8	1,3758	528
	4	26,0	— 0 34 20	6,4	4,6927	499
	5	26,8	— 0 54 40	6,2	1,7350	1265
				6,6	7,2803	0,0002334
667.	1	21,9	— 0 31 0	6,7	1,4761	0,0000407
	2	16,4	— 1 14 30	7,2	1,1855	2348
	3	9,1	— 1 40 0	7,0	0,8000	4230
	4	10,9	— 1 15 40	6,6	0,8950	2423
	5	18,0	+ 1 0 0	6,4	1,2701	1523
				6,8	5,6267	0,0010931
668.	1	7,3	+ 2 57 30	6,9	0,7048	0,0013327
	2	14,2	+ 1 18 40	7,4	1,0694	2618
	3	4,1	+ 0 57 20	7,2	0,5358	1391
	4	22,3	+ 1 5 20	6,8	1,4972	1806
	5	16,0	+ 0 3 0	6,7	1,1644	4
				7,0	4,9716	0,0019146
669.	1	30,8	+ 0 11 0	8,1	1,9463	0,0000051
	2	22,6	— 0 19 0	8,0	1,5131	153
	3	22,1	— 0 18 30	8,5	1,4867	145
	4	21,2	— 0 6 20	8,0	1,4392	17
	5	29,2	+ 0 3 20	11,1	1,8618	5
				8,7	8,2471	0,0000371

b) Summierung der Messungsergebnisse.

Anlagen.	Temperatur.	Intervalle in Par. Linien.	Sinus-Versus der Neigung.	Anlagen.	Temperatur.	Intervalle in Par. Linien.	Sinus-Versus der Neigung.	
Summen von je 10 Anlagen = 50 Stangen.	16,04	144,7479	0,3707973	S. von 10 A.	10,43	66,8074	0,1080037	
	11,38	89,4380	0,4580377		9,96	74,5333	0,1386940	
	10,20	78,5536	0,4195710	IV. 100.	9,890	712,7453	0,7687141	
	10,24	76,7206	0,3875887	Summen von je 10 Anlagen.	8,86	70,2754	0,2505683	
	11,65	62,3858	0,0543568		10,87	68,8151	0,1263537	
	16,56	60,3095	0,0590357		14,04	63,6376	0,0066937	
	14,07	75,4506	0,0643945		16,57	70,9224	0,0216188	
	13,08	63,0703	0,0796345		16,53	65,1220	0,0113148	
	18,30	49,4449	0,0583898		9,92	61,7965	0,0206004	
	12,88	54,0126	0,0392107		8,60	64,8469	0,0281040	
I. 100.	13,440	754,1338	1,9910167		9,57	71,0488	0,0360529	
Summen von je 10 Anlagen.	10,61	61,4106	0,0137840		11,41	69,6845	0,0155456	
	10,03	69,6808	0,0934039		8,23	65,2463	0,0063213	
	12,91	59,9050	0,0186393	V. 100.	11,460	671,3955	0,5231735	
	13,10	68,5323	0,0040401	Summen von je 10 Anlagen.	8,67	64,8786	0,0042504	
	11,28	64,8816	0,0032422		13,47	61,0012	0,0042362	
	10,31	70,4760	0,0064837		14,04	61,2368	0,0448100	
	10,39	69,7602	0,0250115		7,66	61,5905	0,0353881	
	11,42	73,6692	0,0105867		11,01	62,4014	0,0080355	
	12,60	71,8546	0,0080994		14,55	60,6768	0,0012610	
12,91	71,5726	0,0655309	14,49		65,6382	0,0200239		
II. 100.	11,556	681,7429	0,2488217		8,94	64,0932	0,0106678	
Summen von je 10 Anlagen.	11,57	62,9170	0,1311713		7,40	53,0118	0,0070621	
	15,78	76,0942	0,0528770	15,49	64,7841	0,0030711		
	16,97	83,3893	0,0704057	VI. 100.	11,572	619,3126	0,1388061	
	14,92	83,0628	0,0374085	S. von je 10 Anl. S. von 9 Anlagen.	18,34	68,0276	0,0035594	
	13,39	86,9605	0,0414300		8,21	60,4444	0,0107047	
	12,53	77,5819	0,0909158		15,36	63,8840	0,0019874	
	15,72	77,4568	0,0095695		15,84	60,0132	0,0041302	
	18,38	78,0168	0,0146519		10,85	69,0852	0,0026004	
	18,00	72,2113	0,0347662		4,51	66,7073	0,0435219	
	16,79	81,6669	0,0291367		6,65	63,6314	0,0122003	
III. 100.	15,405	779,3575	0,5123326		69	11,4591	451,7931	0,0787043
Summen von je 10 Anl.	10,72	66,2480	0,0050957		VI.	11,572	619,3126	0,1388061
	9,09	65,9648	0,0061705		V.	11,460	671,3955	0,5231735
	9,29	66,5456	0,0992368	IV.	9,890	712,7453	0,7687141	
	11,20	65,5428	0,2384475	III.	15,405	779,3575	0,5123326	
	9,65	74,0400	0,0360597	II.	11,556	681,7429	0,2488217	
	8,50	83,7228	0,0996570	I.	13,440	754,1338	1,9910166	
	9,50	72,6971	0,0117669	Haupts. 669.	12,221	4670,4807	4,2615689	
	10,56	76,6435	0,0255823					

c) Reduction der Basis auf den Horizont.

Die ganze Basis zählt 669 Lagen der fünf Messstangen à 12 Par. Fuss, was nach dem unebenen Terrain genommen, worüber die Linie sich zieht, eine Länge von $669 \cdot 12 = 40140$ Par. Fuss gibt.

Die unter b gefundene Summe der Intervalle von 4670,4807 Par. Linien gibt $4670,4807 : 144 = 32,43389375$ Par. Fuss; diese zu 40140 Par. Fuss addirt, gibt die genaue Länge der nach den Unebenheiten des Bodens sich krümmenden Basislinie¹

$$= 40172,434 \text{ Par. Fuss.} \quad (\text{A.})$$

Betreffend den Abzug, welcher aus der Summe der Sinus-Verlus der Stangenneigungswinkel erwächst, so findet sich dieser $= 4,2615689 \times 12 = 51,1388268$ Par. Fuss, und zieht man diese von der bei (A) gefundenen Grösse ab, so erhält man die Länge der auf den Horizont reducirten Basis $= 40172,434 - 51,1388268$

$$= 40121,295 \text{ Par. Fuss.} \quad (\text{B.})$$

Beinahe die Hälfte dieser Reduction kommt auf das kleine Stück der Basis zwischen Solitude und Bergheimer Hof, wegen des beträchtlichen Falls des Bodens auf dieser Strecke.

d) Reduction der Basis auf die Normaltemperatur.

Was die Reduction der Messung, wegen der nach Verschiedenheit der Temperatur sich ändernden Länge der Messstangen, betrifft, so sind die Gelehrten übereingekommen, als Normallänge der Toise de Perou diejenige anzunehmen, welche sich bei einer Temperatur von $+ 13^{\circ}$ Reaumur ergibt.

Da nun nach obiger Zusammenstellung in (b) 600 Lagen der fünf Messstangen im mittlern Durchschnitt die Temperatur $= 12^{\circ},221$ Reaum. geben, und 69 Lagen $11^{\circ},4591$ R., so geben auch 600 Lagen oder 3000 Thermometerbeobachtungen $12,221 \times 3000 = 36663,0$ Thermometerstände; und ebenso:

69 Lagen oder 345 Thermometerbeobachtungen $11,4591 \times 345 = 3953,4$ Thermometerstände, folglich

3345 Thermometerbeobachtungen 40616,4 Thermometerstände, demnach einen mittleren Thermometerstand

¹ Das Längenprofil ist hinten in Blatt Nr. 3. Fig. 18 gegeben.

$= 40616,4 : 3345 = 12^{\circ},14242152$ Reaum.,
also sehr nahe $= 12\frac{1}{7}^{\circ}$ Grad Reaumur.

Es stand daher die mittlere Temperatur bei der ganzen Messung unter der Normaltemperatur um

$$13^{\circ} - 12^{\circ},14242152 = 0^{\circ},85757848 = \text{nahe } \frac{6}{7} \text{ R.} = 0^{\circ},86 \text{ R.}$$

Diese $0^{\circ},86$ R. geben nach Borda, — welcher die Ausdehnung des Eisens von 0° bis 80° R. zu $0,001158$ angibt und das auf 1° R. $0,0000144475$ beträgt, — auf die Länge von 40121 P. F. (B) einen Abzug $= 0,0000144475 \times 0,86 \times 40121$ P. F. $= 0,498497407$ P. F. macht: so dass also die Länge der Basis für die Normaltemperatur von 13° R. und einen 1019 Par. F. über dem Meer liegenden Horizont

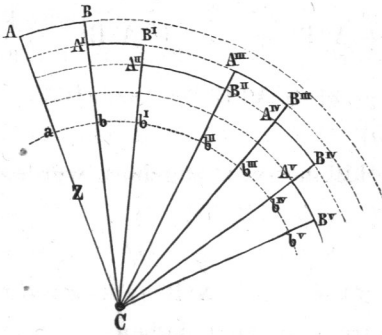
$$= 40121,295 - 0,498 \text{ Par. Fuss,}$$

$$= 40120,797 \text{ Par. Fuss ist.} \quad (\text{C.})$$

§. 33.

Entwicklung der Formel für die Bestimmung der mittleren Basishöhe über dem Meer, von Bohnenberger.

Fig. 19.



$$AB : ab = AC : Ca = r : z,$$

$$\text{daher } ab = \frac{AB}{r} z$$

$$b b' = \frac{A'B'}{r'} z$$

$$b' b'' = \frac{A''B''}{r''} z$$

$$b'' b''' = \frac{A'''B'''}{r'''} z$$

$$\text{Bogen } ab''' = \left(\frac{AB}{r} + \frac{A'B'}{r'} + \frac{A''B''}{r''} + \dots + \frac{A'''B'''}{r'''} \right) z$$

$$\text{Es ist aber } \frac{z}{r} = 1 - \frac{r-z}{r}$$

$$\frac{z}{r'} = 1 - \frac{r'-z}{r'}$$

$$\frac{z}{r''} = 1 - \frac{r''-z}{r''}$$

$$\vdots$$

$$\frac{z}{r'''} = 1 - \frac{r'''-z}{r'''}$$