



Patrick Salman

Spraybildung durch zentrifugale Instabilitäten

Masterarbeit

Zur Erlangung des akademischen Grades eines Diplom-Ingenieurs (Dipl.Ing.)

Studienrichtung: Maschinenbau

Technische Universität Graz Institut für Strömungslehre und Wärmeübertragung

Betreuer: Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Günter Brenn

Graz, Dezember 2013

Eidesstattliche Erklärung

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen/Hilfsmittel nicht benutzt und die den benutzten Quellen wörtlich und inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe.

Ort

Datum

Unterschrift

Statutory Declaration

I declare that I have authored this thesis independently, that I have not used other than the declared sources / resources and that I have explicitly marked all material which has been quoted either literally or by content from the used sources.

Place

Date

Signature

Kurzfassung

In der Entwicklung der Zerstäubungstechnik ist man stets auf der Suche nach neuen Verfahren um monodisperse Sprays zu erzeugen. Die vorliegende Masterarbeit untersucht eine Ringspaltdurchströmung und das durch ihre Instabilität entstehende Spray. Der durchströmte Spalt ist durch eine konvex gekrümmte Fläche und die Austrittsgeometrie eines Rohres begrenzt.

Im zweiten Abschnitt wird mittels der Navier-Stokes-Gleichungen die Spaltströmung in sphärischen und zylindrischen Koordinaten beschrieben. Des Weiteren werden die zentrifugalen Instabilitäten, insbesondere die Dean-Instabilität, und die Plateau-Rayleigh-Instabilität näher beschrieben. Der Dean-Mechanismus destabilisiert die Spaltströmung, und der Plateau-Rayleigh-Mechanismus zerlegt Flüssigkeitsstrahlen in Tropfen. Im dritten Abschnitt wird die für die Untersuchung unterschiedlicher Geometrieformen und Spaltgrößen entwickelte Versuchsanlage beschrieben. Durch systematische Experimente konnte die ideale Geometrie zur Bildung von Dean-Wirbeln im Spalt und für die Erzeugung von Tropfen ähnlicher Größer außerhalb des Spaltes empirisch gefunden werden. Im vierten Kapitel werden die experimentell ermittelten Daten in Form von Durchflusscharakteristika und Tropfengrößenhistogrammen dargestellt. Abschließend werden im fünften Abschnitt die entstehenden Dean-Wirbel abgebildet und deren Anzahl mit den theoretischen Voraussagen verglichen. Aus den gemessenen Werten können Kennzahlen wie die Ohnesorgezahl und die Reynoldszahl der Strahlen berechnet werden, um die Plateau-Rayleigh-Instabilität als wirkenden Zerfallsmechanismus der Strahlen zu bestätigen. Ferner wurde die Grundströmung durch den Spalt numerisch simuliert, wodurch die Ergebnisse der analytischen Lösung bewertet werden konnten.

Abstract

Atomizing technology is continuously being researched to find new technologies for producing monodisperse sprays. The present master thesis is focused on the investigation of a flow through an annular gap and the spray formed by its instabilities. The gap is defined by a convex curved body surface and the exit geometry of a tube.

In the second section, the gap flow is analysed in the spherical and cylindrical forms of the Navier-Stokes-equations. Furthermore, centrifugal instabilities, especially the Dean instability, and the Plateau-Rayleigh instability are described. The Dean mechanism destabilizes the gap flow, and the Plateau-Rayleigh mechanism disintegrates liquid jets into droplets. The third section describes the test rig developed and used to investigate in different forms of geometry and gap widths. Due to a series of systematic experiments, a suitable form for the geometry to create Dean vortices in the gap and to produce Rayleigh jets was found. In the fourth section, the experimentally collected data are put together to represent flow characteristics and droplet size histograms. The resulting Dean vortices are shown, and their numbers are counted in comparison with the theoretical predictions of section five. Based on the measured values, dimensionless quantities like the Ohnesorge and the Reynolds numbers of the jets are calculated, so that the Plateau-Rayleigh-instability could be confirmed as the mechanism disintegrating the jets. Moreover, the basic flow through the gap was numerically simulated, so that the results from the analytical solution could be rated.

Danksagung

Zunächst möchte ich mich bei Professor Günter Brenn für die Bereitstellung dieses interessanten Themas bedanken. Seine hervorragende Betreuung und Unterstützung trugen wesentlich zu dieser Masterarbeit bei. Vor allem die anregenden Diskussionen halfen gewisse Themen leichter zu verstehen.

Des Weiteren danke ich den Mitarbeitern des Institutes für Strömungslehre und Wärmeübertragung und meinen Freunden, für die inspirierenden Gespräche in dem letzten halben Jahr. Insbesondere möchte ich meinen Dank gegenüber Herrn Christian Bratschitz für die rasche und fachgerechte Fertigung der notwendigen Bauteile und Herrn Emil Baric für die Bereitstellung der Simulationsrechnung ausdrücken.

Ein besonderer Dank gilt jedoch meiner Familie, vor allem meinen Eltern, die mir mein Studium ermöglicht und mich in dieser Zeit stets unterstützt haben. Hervorheben möchte ich meine Mutter, die mir während der Masterarbeit eine große Hilfe war.

Inhaltsverzeichnis

Abkürzungsverzeichnis VI			
1	Einleit	ung und Zielsetzung1	
2	Theore	etische Grundlagen 4	
2.1	Grun	dgleichungen der Kontinuumsmechanik4	
2.2	Hydr	odynamische Schmierungstheorie7	
2.3	Herle	eitung der Spaltströmung8	
	2.3.1	Spaltströmung im sphärischen Fall8	
	2.3.2	Spaltströmung zylindrischer Fall11	
2.4	Strör	nungsinstabilitäten14	
	2.4.1	Instabilität laminarer Strömungen14	
	2.4.2	Zentrifugale Instabilitäten15	
	2.4.3	Dean-Strömung17	
	2.4.4	Plateau-Rayleigh-Instabilität21	
3	Versuc	hseinrichtung	
3.1	Entw	icklung des Versuchsstandes24	
3.2	Entw	icklung der Düsengeometrie	
3.3	3 Spaltgeometrie		
3.4	Disku	ussion der Düsengeometrie42	
4	Messg	eräte und Messergebnisse 56	
4.1	Mess	geräte	
	4.1.1	Durchflussmessung	
	4.1.2	Druckmessung57	
	4.1.3	Viskosimeter	
	4.1.4	Bildverarbeitung	

Inhaltsverzeichnis

4.2	.2 Kalottendurchmesser	
4.3	3 Durchflussverhalten	
	4.3.1	Wasser
	4.3.2	Glycerin-Wasser-Mischung
4.4	Tropfe	engröße67
	4.4.1	Wasser
	4.4.2	Glycerin-Wasser-Mischung70
4.5	4.5 Diskussion der Messergebnisse	
	4.5.1	Diskussion der Durchflusscharakteristik72
	4.5.2	Diskussion der Tropfenverteilung73
5	Auswer	tung und Diskussion77
5.1	Dean-	Instabilität77
5.2	Wirbe	lablösung direkt am Austritt80
5.3	Vergle	eich analytische Lösung mit Simulation82
6	Zusamn	nenfassung und Ausblick 89
Literat	turverzei	chnis
Anhan	ıg	i
Anhang A Darstellungen der Simulation		Darstellungen der Simulationii
Anhang B		Störanalyse im Spalt vi
Anhang C		Konstruktionszeichnungenxi

Abkürzungsverzeichnis

Lateinische Symbole

Symbol	Beschreibung	Einheit
 a	Dimensionslose Wellenzahl (Dean-Problem)	_
a	Kritischer Wert des Produktes aus Wellenzahl und	_
u _c	Snalthreite	
٨	Fläche	m ²
h	Radius des ungestörten Strahles	m
C C	Konstante 1 (Dean-Problem)	-
d	Charakteristische Länge	m
d.	Kalottendurchmesser	m
	Ableitung nach der Koordinate x	-
D-	Tronfendurchmesser (gemessen)	m
D_{T}	Tronfendurchmesser (berechnet)	m
D_{Tb}	Doon-Zohl	-
ρ	Spezifische Innere Energie	l/ka
F	Konstante 2 (Dean-Problem)	J/ KB
E E.	Kinetische Energie	-
⊏ kin ⊂ B	Körperkräfte	J
J		
F	Kraft	N / 2
g	Beschleunigung	m/s ⁻
h	Spalthöhe	m
h _e	Spalthöhe am Austritt	m
h	Charakteristische Spalthöhe	m
K	Gerätekonstante Viskosimeter	m²/s²
I_R	Vertikalabstand zwischen Krümmungsmittelpunkt	m
	von R_{κ} und Austrittskante	
I_V	Vertikalabstand zwischen den	m
	Krümmungsmittelpunkten von R_l und R_k	
L	Länge des Spaltes (Zylinder)	m
L_L	Charakteristische Länge (Taylor-Zahl)	m
ṁ	Massenstrom	kg/s
Oh	Ohnesorge-Zahl	-
р	Druck	Ра
p_0	Druck am "Eintritt" des Spaltes	Ра
<i>p</i> s	Statischer Druck	Ра
∆p	Druckdifferenz	Ра

Symbol	Beschreibung	Einheit
P _{ref} ≓	Charakteristischer Druck	Pa
q	Spezifischer Warmestrom	W/m
$q_{\scriptscriptstyle Q}$	Innere Wärmequellen	W/m ³
r	Radius	m
R	Krümmung (allgemein)	m
R_1	Innerer Radius (Taylor/Dean-Problem)	m
R ₂	Äußerer Radius (Taylor/Dean-Problem)	m
R _a	Äußerer Krümmungsradius gestörter Strahl	m
R _A	Rohraustrittsradius	m
R_{I}	Kugelradius	m
R_k	Krümmungsradius konkave Einsätze	m
R_{K}	Krümmungsradius Innenkante am Rohraustritt	m
R_R	Rohrinnenradius	m
R _s	Strahlradius an engster Stelle	m
Re	Reynoldszahl	-
Re _{krit}	Kritische Reynoldszahl	-
S	Spaltbreite	m
t	Zeit	S
Та	Taylor-Zahl	-
U_0	Anströmgeschwindigkeit	m/s
ū	Geschwindigkeitsvektor	m/s
\overline{u}	Charakteristische Tangentialgeschwindigkeit	m/s
V	Geschwindigkeitsstörgröße in	m/s
	Hauptströmungsrichtung (Dean-Problem)	
V	Charakteristische Geschwindigkeit	m/s
V(r)	Geschwindigkeit in Strömungsrichtung (Zylinder)	m/s
V_m	Mittlere Geschwindigkeit im Spalt	m/s
V _{ref}	Charakteristische Radialgeschwindigkeit	m/s
V_s	Vertikalverstellung	m
V	Volumenstrom	m³/s
We	Weber-Zahl	-
X	Spaltkoordinate (Dean-Problem)	-
Ζ	Axiale Richtung (Taylor/Dean-Problem)	m

Griechische Symbole

Symbol	Beschreibung	Einheit
Г	Zirkulation	m^2/c
۱ ۶	Gronzschichtdicko	m /5
0	Nabla Operator	111 1 /m
7	Nabia-Operator Stärungsamplituda das Strablas	1/111
ζ		[[] no.d
0	Polarwinkei Dalaa jalahaya Fishsiu((daa Gaalaa	rad
θ_0	Polarwinkel am "Eintritt" des Spaltes	rad
θ_e	Polarwinkel am Spaltaustritt	rad
$\Delta \theta$	Charakteristische Polarwinkel	rad
λ	Wellenlänge	m
Λ	Taylor-Zahl (Dean-Problem)	-
Λ_c	Kritische Taylor-Zahl (Dean-Problem)	-
μ	Dynamische Viskosität	kg/ms
ν	Kinetische Viskosität	m²/s
ρ	Dichte	kg/m ³
σ	Oberflächenspannung	N/m ²
σ_{s}	Standardabweichung	m
τ	Spannungstensor	N/m ²
ϕ	Azimutwinkel	rad
Ψ	Stromfunktion (Dean-Problem)	m²/s
$ec{\omega}$	Wirbelstärke	1/s
Ω_1	Winkelgeschwindigkeit innerer Zylinder (Taylor-	rad/s
-	Problem)	
Ω_2	, Winkelgeschwindigkeit äußerer Zvlinder (Tavlor-	rad/s
2	Problem)	, -
Δ	Laplace-Operator	1/m²

Indizes

Symbol	Beschreibung
()*	Dimensionslose Größen
() _θ	Komponente in Polarwinkelrichtung
()φ	Komponente in azimutaler Richtung
()r	Komponente in radialer Richtung

1 Einleitung und Zielsetzung

Die Zerstäubung von Flüssigkeiten ist sowohl in der Kraftstoffeinspritzung in Fahrzeugen oder für Inhalatoren in der Medizintechnik, als auch in der Fertigungsindustrie und Verfahrenstechnik, wie etwa der Sprühtrocknung oder der Beschichtungstechnik von besonderer Bedeutung. Ziel der Zerstäubungstechnik ist es, ein kontrolliertes Spray zu erzeugen. Der Idealfall wäre dabei ein monodisperses Spray mit einer konstanten Tropfengröße. In der Realität jedoch entsteht ein Spektrum an Tropfengrößen. Es ist das Bestreben von Kontrollmaßnahmen, dieses möglichst schmal zu halten. Durch instabile Vorgänge wird die Flüssigkeit in einzelne Tropfen zerteilt. Derartige Vorgänge sind von vielen Faktoren abhängig, wie beispielsweise der Düsengeometrie, der Strömungsgeschwindigkeit, der Oberflächenspannung und der Viskosität der zu hydrodynamischen zerstäubenden Flüssigkeit. Die Instabilitäten verursachen unterschiedliche Effekte auf eine Flüssigkeit. Manche Mechanismen bewirken beispielsweise eine Bildung von Wirbel, die eine Flüssigkeit in einem schmalen Spalt in periodische Abschnitte zerteilt. Andere Instabilitäten lassen Lamellen und Strahlen zu Tropfen zerfallen. Die zentrifugalen Instabilitäten sind Bestandteil der ersten Kategorie. Sie sind in der Strömungsmechanik ein bekanntes Thema und wurden in der Vergangenheit beschrieben, selten jedoch für eine technische Anwendung genutzt. Insbesondere in Bezug auf die Spraybildung sind keine Veröffentlichungen bekannt, die diesen Effekt für den Zerfall von Flüssigkeiten untersuchen. Die vorliegende Arbeit setzt die Dean-Instabilität als einen dieser Effekte experimentell ein, um ein Spray zu erzeugen.

Aufgabenstellung war es, herauszufinden und zu verstehen, welche Vorgänge auf eine Flüssigkeit wirken, die durch einen Ringspalt fließt, wobei der Ringspalt durch eine konvex gekrümmte Fläche (Kugel) und den Austritt eines Rohres geformt ist. Als Vorbild dient Abb. 1-1 (a), das in einem Versuch am Lehrstuhl für Strömungsmechanik (LSTM) der Universität Erlangen-Nürnberg entstand. In dem Bild ist nicht ersichtlich, ob es sich bei dem erzeugten flüssigen System um Tropfen, Strahlen oder einen geschlossenen Film handelt, da diese Aufnahme unter langer Belichtungszeit ohne Blitzlicht entstand, sodass die Form des Sprays wie ein Hohlkegel aus Strahlen erscheint.

Die vorliegende Masterarbeit befasst sich mit Fragen nach der Geometrie und dem Phänomen, das die Bildung von Strahlen in diesem Ringspalt bewirkt. Insbesondere bezogen auf die Phänomenologie ist eine fundierte Literaturstudie notwendig. Es soll des Weiteren untersucht werden, ob die Kugel die einzige Geometrie darstellt bei der sich Strahlen bilden oder andere Formen ein gleichwertiges Ergebnis liefern.

Abb. 1-1 (b) zeigt Sprays aus einem Kraftstoffinjektor, der Kraftstoffstrahlen durch einen Ringspalt unter Nutzung des genannten Effektes erzeugt. Der Injektor entstand durch eine Entwicklungsarbeit der Firma Continental. Aus Geheimhaltungsgründen gab es bis auf die Information der Grundform des Ringspaltes keine weiteren Angaben.



Abb. 1-1: (a) Spray erzeugt durch eine Kugel am Ende eines Rohres [Abbildung LSTM Erlangen]; (b) Spray aus einem Kraftstoffinjektor [Abbildung von Continental]

Ferner besteht die Aufgabenstellung darin, die entstehenden Strahlen näher zu untersuchen. Es soll ermittelt werden, welchem Zerfallsprozess sie unterliegen, sodass ein Schluss auf die Tropfengröße möglich wird. Die Tropfengrößen sollen mittels eines passenden Verfahrens gemessen und in einer Häufigkeitsverteilung wiedergegeben werden. Für die Untersuchungen ist ein Versuchsaufbau zu entwickeln, durch den unterschiedliche Größen von Kugeln, aber auch von Körpern anderer Formen, gepaart mit unterschiedlichen Rohraustrittsgeometrien, getestet werden können. Die Rohre für diese Versuche sollen konstruiert werden.

Weiterer Aspekt dieser Arbeit ist das Durchflussverhalten der Versuchsanlage in Abhängigkeit von der Ringspaltgröße. Neben den praktischen Gesichtspunkten wird die sich einstellende Grundströmung im Spalt auch theoretisch beschrieben und mit den Messergebnissen verglichen.

2 Theoretische Grundlagen

In diesem Kapitel werden die theoretischen Grundlagen dargestellt, die notwendig sind, um die Strömung durch einen Ringspalt zu beschreiben. Des Weiteren werden verschiedene Strömungsinstabilitäten beschrieben, um einerseits Mechanismen zu beschreiben, die für den Flüssigkeitszerfall verantwortlich sind, und andererseits später einen Vergleich mit den erzielten Ergebnissen zu schaffen. Diese Gegenüberstellung gibt Aufschluss über die Instabilität die für die Wirbel- und daraus folgende Spraybildung verantwortlich ist.

2.1 Grundgleichungen der Kontinuumsmechanik

Die Grundgleichungen der Kontinuumsmechanik werden hier für fluide Stoffe formuliert. Sie beschreiben in unserer Darstellung das Strömungsverhalten von Newtonschen Fluiden. Für diese Arbeit werden ausschließlich inkompressible Fluide betrachtet. Die Impulsbilanz entspricht der Anwendung des Zweiten Newtonschen Gesetzes. Gemeinsam mit den Gleichungen für Massen- und Energieerhaltung bildet die Impulsgleichung ein System von partiellen Differentialgleichungen, welches die Bewegung eines Fluids ohne oder mit Wärmeübertragung vollständig beschreiben kann. In differentieller Form werden die Gleichungen folgendermaßen angeschrieben:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0 \tag{2.1}$$

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \left(\vec{u} \cdot \vec{\nabla}\right)\vec{u} = -\frac{1}{\rho}\vec{\nabla}\rho + \nu\Delta\vec{u} + \vec{f}^{B}$$
(2.2)

$$\rho \frac{\partial}{\partial t} \left(e + \frac{1}{2} |\vec{u}|^2 \right) + \rho \left[\vec{\nabla} \cdot \vec{u} \left(e + \frac{1}{2} |\vec{u}|^2 \right) \right] = \rho \left(\vec{u} \cdot \vec{f}^B \right) - \left(\vec{\nabla} \cdot p \vec{u} \right) + \left(\vec{\nabla} \cdot [\tau \cdot \vec{u}] \right) - \left(\vec{\nabla} \cdot \vec{q} \right) + \dot{q}_Q$$
(2.3)

Die Zeitableitungen beschreiben die Transienz der Strömung. Sie fallen weg, wenn das Fluid keine Zustandsänderung mit der Zeit erfährt. Die Skalarprodukte von \vec{u} und Gradient der bilanzierten Größe stellen die konvektiven Transportströme dar. In der Impulsgleichung repräsentiert die linke Seite die Trägheit des Fluids. Bei turbulenten Strömungen dominiert diese Seite gegenüber den viskosen Spannungen, was durch eine hohe Reynoldszahl zum Ausdruck kommt.

Die rechten Seiten der Gleichungen sind die Ursachen für Veränderungen der Erhaltungsgrößen. In der Impulsgleichung sind das Druck-, Zähigkeits- und Volumenkräfte. In Strömungen kleiner Reynoldszahl dominieren die viskosen über die Trägheitskräfte. Dieser Fall wird auch oft als schleichende Strömung bezeichnet, auf die in Kapitel 2.2 näher eingegangen wird.

Je nach Wahl des Koordinatensystems können die Navier-Stokes-Gleichungen auf unterschiedliche Weise ausgedrückt werden. Dies zeigt sich im Nabla-Operator und im Geschwindigkeitsvektor. Nachstehend sind die Navier-Stokes-Gleichungen in Kugelkoordinaten dargestellt, da diese Form später aus geometrischen Gründen von Vorteil ist.

$$\rho \left(\frac{\partial u_r}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_{\theta}}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} + \frac{u_{\phi}}{r \sin \theta} \frac{\partial u_r}{\partial \phi} - \frac{u_{\theta}^2 + u_{\phi}^2}{r} \right) \\
= -\frac{\partial p}{\partial r} + \mu \left(\frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial r^2} (r^2 u_r) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial u_r}{\partial \theta} \right) \\
+ \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 u_r}{\partial \phi^2} \right) + \rho g_r$$
(2.4)

$$\rho \left(\frac{\partial u_{\theta}}{\partial t} + u_{r} \frac{\partial u_{\theta}}{\partial r} + \frac{u_{\theta}}{r} \frac{\partial u_{\theta}}{\partial \theta} + \frac{u_{\phi}}{r \sin \theta} \frac{\partial u_{\theta}}{\partial \phi} + \frac{u_{r} u_{\theta}}{r} - \frac{u_{\phi}^{2} \cot \theta}{r} \right) \\
= -\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \mu \left(\frac{1}{r^{2}} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^{2} \frac{\partial u_{\theta}}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^{2}} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (u_{\theta} \sin \theta) \right) \\
+ \frac{1}{r^{2} \sin^{2} \theta} \frac{\partial^{2} u_{\theta}}{\partial \phi^{2}} + \frac{2}{r^{2}} \frac{\partial u_{r}}{\partial \theta} - \frac{2 \cos \theta}{r^{2} \sin^{2} \theta} \frac{\partial u_{\phi}}{\partial \phi} \right) + \rho g_{\theta}$$
(2.5)

$$\rho \left(\frac{\partial u_{\phi}}{\partial t} + u_{r} \frac{\partial u_{\phi}}{\partial r} + \frac{u_{\theta}}{r} \frac{\partial u_{\phi}}{\partial \theta} + \frac{u_{\phi}}{r \sin \theta} \frac{\partial u_{\phi}}{\partial \phi} + \frac{u_{\phi} u_{r}}{r} + \frac{u_{\theta} u_{\phi}}{r} \cot \theta \right) \\
= -\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial p}{\partial \phi} + \mu \left(\frac{1}{r^{2}} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^{2} \frac{\partial u_{\phi}}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^{2}} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(u_{\phi} \sin \theta \right) \right) \\
+ \frac{1}{r^{2} \sin^{2} \theta} \frac{\partial^{2} u_{\phi}}{\partial \phi^{2}} + \frac{2}{r^{2} \sin \theta} \frac{\partial u_{r}}{\partial \phi} + \frac{2 \cos \theta}{r^{2} \sin^{2} \theta} \frac{\partial u_{\theta}}{\partial \phi} \right) + \rho g_{\phi}$$
(2.6)

Die Basis zur Berechnung der in dieser Arbeit betrachteten Ringspaltdurchströmung bilden Gleichung (2.2) und die Kontinuitätsgleichung (2.1).

In Kugelkoordinaten lautet die Kontinuitätsgleichung [1], [2]

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(\rho r^2 u_r \right) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\rho u_\theta \sin \theta \right) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} \left(\rho u_\phi \right) = 0$$
(2.7)

Bei rotationssymmetrischen Strömungen vereinfacht sich die Beschreibung der Strömung von der dreidimensionalen zu einer zweidimensionalen Form (Abb. 2-1 (a) und (b)). Alle Abhängigkeiten des Strömungsfeldes von der Winkelkoordinate ϕ entfallen dann. Häufig ist auch die Geschwindigkeitskomponente u_{ϕ} in dieser Richtung null (drallfreie Strömung). Diese Form des Strömungsfeldes ermöglicht die Anwendung des Konzeptes der Stokesschen Stromfunktion zur Berechnung der Strömung.



Abb. 2-1: (a) Kugelkoordinaten und Geschwindigkeitskomponenten im dreidimensionalen Feld; (b) zweidimensionale Betrachtung in den Koordinaten r und θ

2.2 Hydrodynamische Schmierungstheorie

Die hydrodynamische Schmierungstheorie befasst sich mit "schleichende Strömungen" in engen Spalten, deren Breite viel geringer ist als ihre Länge in Strömungsrichtung [3], [4]. Wie im vorigen Kapitel kurz erwähnt, gehören diese zu den Strömungen mit kleinen Reynoldszahlen. Gegenüber den dominierenden Reibungskräften können die Trägheitskräfte in den Navier-Stokes-Gleichungen vernachlässigt werden. Für stationäre Strömungen erhält man durch Vernachlässigen der Massenkräfte in Gleichung (2.2) die "Stokes-Gleichungen"

$$\dot{\nabla} p = \mu \Delta \vec{u} \tag{2.8}$$

Dies wird beispielsweise bei der Berechnung von Gleitlagern angewandt, wo ein viskoses Fluid einen sehr engen Spalt durchfließen muss. Durch die kleinen Abmessungen des Strömungsfeldes quer zur Hauptbewegungsrichtung erfährt das Fluid in dieser Richtung nur geringfügige Beschleunigungen. Die Geschwindigkeiten sind ebenfalls klein. Zusammen mit der geringen Spaltbreite resultiert eine schleichende Strömung. Folglich handelt es sich dabei in den meisten Fällen um laminare Strömungen, deren Stromlinien durch die Spaltgeometrie mitbestimmt sind. Durch diese spezielle Geometrieanordnung verliert der Druck *p* seine dreidimensionale Abhängigkeit in Richtung der Spaltbreite und ändert sich nur mit der Koordinate in Strömungsrichtung.

Die in dieser Arbeit zu untersuchende Instabilität entsteht ebenfalls in einem schmalen Spalt. Die Herleitung der Grundströmung in diesem Spalt erfolgt im nächsten Unterkapitel. Die Beschreibung der Spaltgeometrie erfolgt in Kapitel 3.

2.3 Herleitung der Spaltströmung

In diesem Unterkapitel soll die mathematische Beschreibung einer schmalen Spaltströmung sowohl im sphärischen als auch im zylindrischen Fall wiedergegeben werden. Die Berechnungen im zylindrischen Fall verdeutlichen den Zusammenhang mit dem später in Kapitel 2.4 beschriebenen Dean-Problem.

2.3.1 Spaltströmung im sphärischen Fall

Angenommen wird eine inkompressible, stationäre, rotationssymmetrische, drallfreie Strömung unter Vernachlässigung der Massenkräfte. Störungen, wie Pulsation, Gebäudevibration, Oberflächenrauhigkeit und andere anregende Einflüsse auf das Fluid werden vernachlässigt. Aus den Annahmen folgen die vereinfachten Navier-Stokes-Gleichungen (2.9) und (2.10), sowie die vereinfachte Kontinuitätsgleichung (2.11).

r-Impuls:

$$\rho \left(u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_{\theta}}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} - \frac{u_{\theta}^2}{r} \right)$$

$$= -\frac{\partial p}{\partial r} + \mu \left(\frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial r^2} (r^2 u_r) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial u_r}{\partial \theta} \right) \right)$$
(2.9)

$$\theta$$
-Impuls:

$$\rho \left(u_r \frac{\partial u_{\theta}}{\partial r} + \frac{u_{\theta}}{r} \frac{\partial u_{\theta}}{\partial \theta} + \frac{u_r u_{\theta}}{r} \right) = -\frac{\partial \rho}{\partial \theta} + \mu \left(\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial u_{\theta}}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(u_{\theta} \sin \theta \right) \right) + \frac{2}{r^2} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} \right)$$
(2.10)

Kontinuität:

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(\rho r^2 u_r) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}(\rho u_\theta \sin\theta) = 0$$
(2.11)

Um herauszufinden, um welche Größenordnungen sich die einzelnen Komponenten unterscheiden, müssen die obigen Formeln zuerst dimensionslos gemacht werden. Dazu ist es notwendig, für jede Variable eine charakteristische Größe zu wählen. Dimensionslose Größen:

$$r^{*} = \frac{r}{R_{l}}; \qquad \partial r^{*} = \frac{\partial r}{\overline{h}}; \qquad \theta^{*} = \frac{\theta}{\Delta \theta}$$
$$u_{r}^{*} = \frac{u_{r}}{V_{ref}}; \qquad u_{\theta}^{*} = \frac{u_{\theta}}{\overline{u}}; \qquad p^{*} = \frac{p}{P_{ref}}$$
(2.12)

Die Begründung warum die beiden Geschwindigkeitskomponenten unterschiedliche charakteristische Größen besitzt, liegt darin, dass durch den engen Spalt sich kaum das Fluid in radialer Richtung ausbreiten kann, und deshalb sich ein signifikanter Unterschied zwischen u_r und u_{θ} einstellen muss. Beweisen kann man diese Aussage, durch die dimensionslose Kontinuitätsgleichung, aus der sich folgende Forderung ergibt:

$$V_{ref} = \overline{u} \frac{\overline{h}}{R_{I} \triangle \theta} \ll \overline{u}$$
(2.13)

 \overline{h} beschreibt die charakteristische Größe der Spalthöhe, welche sehr klein ist. Dadurch erkennt man, dass zwischen den beiden charakteristischen Größen der Geschwindigkeitskomponenten durch den Bruchterm ein Unterschied von mindestens einer Zehnerpotenz liegt. Wird die Impulsgleichung nach θ (2.10) dimensionslos gemacht, zeigt das Quadrat des selben Terms, dass die Trägheitsterme zumindest im Gegensatz zu den Viskositätskräften vernachlässigbar klein sind, wegen dem Quadrat des Terms wie in (2.13).

$$\left[\left(\frac{\overline{h}}{R_{I} \bigtriangleup \theta} \right)^{2} \cdot \left[u_{r}^{*} \frac{\partial u_{\theta}^{*}}{\partial r^{*}} + \frac{u_{\theta}^{*}}{r^{*}} \frac{\partial u_{\theta}^{*}}{\partial \theta^{*}} \right] = -\frac{P_{ref}}{\rho \overline{u}^{2}} \left(\frac{\overline{h}}{R_{I} \bigtriangleup \theta} \right)^{2} \frac{1}{r^{*}} \frac{\partial p^{*}}{\partial \theta^{*}} + \frac{V}{\overline{u}R_{I} \bigtriangleup \theta} \left[\frac{1}{r^{*2}} \frac{\partial}{\partial r^{*}} \left(r^{*2} \frac{\partial u_{\theta}^{*}}{\partial r^{*}} \right) \right]$$

Damit diese Impulsgleichung im Gleichgewicht bleibt, ergibt sich eine neue Forderung für die charakteristische Größe des Druckes *p*:

$$P_{ref} = \mu \overline{u} \, \overline{\frac{R_i \, \triangle \theta}{\overline{h}^2}} \tag{2.14}$$

Wird (2.13) und (2.14) auf die Impulsgleichung in radialer Richtung (2.9) angewendet, ist erkennbar, dass auch bei dieser Gleichung die Trägheitsterme sehr klein werden und

deshalb vernachlässigbar sind. Des Weiteren ergibt sich folgender Zusammenhang der Ableitung des dimensionslosen Druckes nach r^* :

$$\frac{\partial p^*}{\partial r^*} = \left(\frac{\overline{h}}{R_1 \triangle \theta}\right)^2 \frac{1}{r^{*2}} \frac{\partial^2}{\partial r^{*2}} \left(r^{*2} u_r^*\right)$$

Auch hier ist das Quadrat des Terms wie in (2.13) ersichtlich, was bedeutet, dass diese Ableitung vernachlässigbar klein wird und deswegen der Druck nur mehr vom Polarwinkel θ abhängig ist. Durch diese Erkenntnis ergibt sich für den θ -Impuls folgende Gleichung:

$$\frac{1}{\mu}\frac{dp}{d\theta} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial u_\theta}{\partial r}\right)$$
(2.15)

Sie stellt auch eine der Komponenten der Stokes-Gleichungen (2.8) dar. Durch zweifache Integration dieser Gleichung und einsetzen der Randbedingungen (2.16) ergibt sich eine Formel für die Geschwindigkeitskomponente in θ -Richtung in Abhängigkeit von r, der Spalthöhe $h(\theta)$ und des Druckgradienten nach θ . Dabei stellt $h(\theta)$ eine veränderliche Spalthöhe in Strömungsrichtung dar auf die in Kapitel 3.3 näher eingegangen wird.

$$u_{\theta}(R_{I},\theta) = 0 \text{ und } u_{\theta}(R_{I}+h(\theta),\theta) = 0$$
 (2.16)

$$u_{\theta}(r,\theta) = -\frac{1}{2\mu} \frac{dp}{d\theta} (r - R_{I}) \left[\frac{R_{I} + h(\theta)}{r} - 1 \right]$$
(2.17)

Da man von der Geschwindigkeitskomponente in radialer Richtung absehen kann, lässt sich der Volumenstrom wie folgt definieren:

$$\dot{V} = \int_{A} u_{\theta} \, dA = konst \tag{2.18}$$

Die Querschnittsfläche A ist jene Fläche im Spalt, die orthogonal zur Strömungsrichtung steht. Die Untersuchungen dieser Arbeit konzentrieren sich auf die Durchströmung eines Ringspaltes, bei dem die Querschnittsfläche der Mantelfläche eines Kegelstumpfes gleicht. Durch Integration von (2.18) bekommt man den Volumenstrom in Abhängigkeit des Druckgradienten.

$$\dot{V} = -\frac{\pi}{6\mu} \frac{d\rho}{d\theta} h(\theta)^3 \sin\theta$$
(2.19)

Eingesetzt in (2.17) ergibt das:

$$u_{\theta}(r,\theta) = \frac{3\dot{V}}{\pi} \frac{r - R_{I}}{h(\theta)^{3} \sin\theta} \left[\frac{R_{I} + h(\theta)}{r} - 1 \right]$$
(2.20)

Formt man (2.19) um, sodass die Gleichung nach der Ableitung des Druckes entwickelt ist und integriert diese, erhält man eine Formel für den Druck im Spalt (2.21).

$$p(\theta) - p_0 = -\frac{6\mu\dot{V}}{\pi} \int_{\theta=\theta_0}^{\theta} \frac{1}{h(\theta)^3 \sin\theta} d\theta$$
(2.21)

Wird (2.21) über den gesamten Spalt integriert, und formt diese wieder auf den Volumenstrom um, bekommt man eine Gleichung mit der der Volumenstrom über die treibende Druckdifferenz berechnet werden kann. Später wird in Kapitel 3 darauf hingewiesen, dass die Düsen mit einer Druckmessbohrung ausgestattet worden sind und dass der Volumenstrom im Versuchsaufbau gemessen wird. Dadurch kann die oben hergeleitete Gleichung durch eine Gegenüberstellung mit diesen Messungen auf ihre Gültigkeit überprüft werden.

2.3.2 Spaltströmung zylindrischer Fall

Obwohl sich die Untersuchungen dieser Arbeit auf die Anströmung von Kugeln und daraus schließenden Kugelkoordinaten konzentrieren, wird in diesem Abschnitt die Grundströmung durch Zylinderkoordinaten formuliert, was in späterer Folge dabei hilft, die untersuchende Strömungsinstabilität zu verstehen.

Die Basisgleichungen bilden wie im vorigen Kapitelteil die Navier-Stokes-Gleichungen ((2.22) und (2.23)) und die Kontinuitätsgleichung (2.24) für inkompressible Newtonsche Fluide. Die Komponenten in axialer Richtung des Zylinders (z-Richtung) können vernachlässigt werden, da man von einem ebenen Problem ausgeht. Aus diesem Grund sehen die Navier-Stokes-Gleichungen in Zylinderkoordinaten folgendermaßen aus:

$$\rho\left(\frac{\partial u_r}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_{\theta}}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} - \frac{u_{\theta}^2}{r}\right) = -\frac{\partial p}{\partial r}$$

$$+ \mu\left(\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(ru_r)\right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_r}{\partial \theta^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial u_{\theta}}{\partial \theta}\right) + \rho g_r$$
(2.22)

$$\rho\left(\frac{\partial}{\partial t} + u_{r}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial}{r}\frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{\partial}{r}\right) = -\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \theta}$$

$$+\mu\left(\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(ru_{\theta})\right) + \frac{1}{r^{2}}\frac{\partial^{2}u_{\theta}}{\partial \theta^{2}} + \frac{2}{r^{2}}\frac{\partial u_{r}}{\partial \theta}\right) + \rho g_{\theta}$$
(2.23)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\rho r u_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (\rho u_\theta) = 0$$
(2.24)

Es wird angenommen, dass die Strömung stationär ist, die Volumenkräfte vernachlässigbar klein sind und keine Störung wirkt. Des Weiteren geht man davon aus, dass auch die Trägheitsterme wie im sphärischen Fall vernachlässigt werden können. Aus diesen Vereinfachungen folgen:

r-Impuls:
$$0 = -\frac{\partial p}{\partial r} + \mu \left(\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ru_r) \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_r}{\partial \theta^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} \right)$$
(2.25)

$$\theta \text{-Impuls:} \qquad \theta = -\frac{1}{r}\frac{\partial p}{\partial \theta} + \mu \left(\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(ru_{\theta})\right) + \frac{1}{r^{2}}\frac{\partial^{2}u_{\theta}}{\partial \theta^{2}} + \frac{2}{r^{2}}\frac{\partial u_{r}}{\partial \theta}\right) \qquad (2.26)$$

Kontinuität:
$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(\rho r u_r) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \theta}(\rho u_{\theta}) = 0$$
(2.27)

Werden auf die vereinfachten Gleichungen dieselben dimensionslosen Größen (2.12) wie im Kugelfall angewendet, folgt aus der Kontinuitätsgleichung der identische Zusammenhang zwischen den beiden charakteristischen Größen für u_r und u_{θ} (2.13). Analog ergibt sich durch die dimensionslose Betrachtung der Impulsgleichungen, dass der Druck radial unabhängig ist. Aus der θ -Impulsgleichung folgt durch Vernachlässigung kleinster Terme:

$$\frac{1}{r}\frac{1}{\mu}\frac{\partial p}{\partial \theta} = \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(ru_{\theta})\right)$$
(2.28)

Durch zweifache Integration nach *r* und durch Einsetzen der Randbedingungen (2.16) ergibt sich für $u_{\theta}(r, \theta)$:

$$u_{\theta}(r,\theta) = \frac{1}{2\mu} \frac{dp}{d\theta} \left[r \ln|r| - r \frac{(R_{i}+h)^{2} \ln|R_{i}+h| - R_{i}^{2} \ln|R_{i}|}{(R_{i}+h)^{2} - R_{i}^{2}} + \frac{1}{r} \frac{R_{i}^{2} (R_{i}+h)^{2}}{(R_{i}+h)^{2} - R_{i}^{2}} \ln\left|\frac{R_{i}+h}{R_{i}}\right| \right]$$
(2.29)

Der Einfachheit halber wurde in der obigen Gleichung $h(\theta)$ durch h ersetzt. Für den Volumenstrom ergibt sich nach (2.18)

$$\dot{V} = \frac{L}{8\mu} \frac{dp}{d\theta} R_I^2 \left[1 - \left(\frac{R_I + h}{R_I}\right)^2 + \frac{4}{1 - \left(\frac{R_I}{R_I + h}\right)^2} \left(\ln\left|\frac{R_I}{R_I + h}\right|\right)^2 \right]$$
(2.30)

Die Querschnittsfläche zur Berechnung des Volumenstromes setzt sich zusammen aus der Länge L und Höhe h des Spaltes. Wird (2.30) auf den Druckgradienten umgeformt und in (2.29) eingesetzt, erhält man eine Gleichung für die tangentiale Geschwindigkeitskomponente abhängig von Spalthöhe *h*, der radialen Position *r* und dem Volumenstrom \dot{V} .

$$u_{\theta}(r,\theta) = \frac{4\dot{V}}{LR_{l}^{2}} \frac{(R_{l}+h)^{2}}{(R_{l}+h)^{2}-R_{l}^{2}} \left[\frac{r\ln\left|\frac{r}{R_{l}+h}\right| - r\left(\frac{R_{l}}{R_{l}+h}\right)^{2}\ln\left|\frac{r}{R_{l}}\right| - \frac{R_{l}^{2}}{r}\ln\left|\frac{R_{l}}{R_{l}+h}\right|}{1 - \left(\frac{R_{l}}{R_{l}}\right)^{2} + \frac{4}{1 - \left(\frac{R_{l}}{R_{l}+h}\right)^{2}} \left(\ln\left|\frac{R_{l}}{R_{l}+h}\right|\right)^{2}}\right]$$
(2.31)

Der Klammerausdruck in Gleichung (2.31) wird dem in (2.29) bevorzugt, da die Logarithmusausdrücke dimensionslos angeschrieben sind. Logarithmen sollten immer dimensionslos angeschrieben werden, da sie sonst eine physikalisch undefinierte Einheit mitführen.

Die Priorität dieser Arbeit liegt im sphärischen Fall, wodurch auf detaillierte Untersuchungen und Messungen im zylindrischen Fall verzichtet wird. In Kapitel 3 werden einzelne Versuche des zylindrischen Aufbaues für Vergleichszwecke besprochen. Die in diesem Abschnitt hergeleiteten Gleichungen weisen den Zusammenhang zu der Dean-Instabilität im nächsten Unterkapitel auf. Die Analogie zwischen dem Zylinder- und Kugelfall ist offensichtlich, was darauf schließen lässt, dass die Ringspaltströmung in beiden Fällen ähnlich ist und darin auftretende Instabilitäten die gleiche Ursache besitzen.

2.4 Strömungsinstabilitäten

Unter Strömungsinstabilitäten oder hydrodynamischen Instabilitäten versteht man im Allgemeinen eine Strömungsveränderung durch Störeinflüsse. Diese Störungen entstehen beispielsweise durch Oberflächenrauhigkeiten, Gebäude- oder Anlagenvibrationen, oder auch durch magnetische Einflüsse. Die bekannteste Strömungsinstabilität ist der durch Osborne Reynolds (1883) beschriebene Umschlag von laminarer zur turbulenten Strömung in Rohren. Für die vorliegende Arbeit sind die in laminarer Strömung durch geometrische Einflüsse entstehenden Instabilitäten von Bedeutung [5].

2.4.1 Instabilität laminarer Strömungen

Als Beispiel für eine Instabilität laminarer Strömungen wird hier etwas näher auf die Rohrströmung eingegangen.

Aus zahlreichen Experimenten in der Vergangenheit konnte ein Richtwert für die kritische Reynoldszahl von Rohrströmungen ermittelt werden, bei der eine laminare Strömung unter noch so kleinem Störeinfluss in eine turbulente Strömung umschlägt. Dieser Richtwert der kritischen Reynoldszahl beträgt

$$Re_{krit} = \left(\frac{V \cdot d}{v}\right)_{krit} = 2300$$
 (2.32)

Untersuchungen zeigen, dass bei einer besonders störungsarmen Zuströmung auch eine Rohrströmung mit Re = 40000 laminar bleiben kann. Wirkt jedoch eine kleine Störung auf diese Strömung, schlägt sie sofort in die turbulente Form um. Rohrströmungen unter Re = 2000 bleiben sicher laminar, egal wie groß die Störeinflüsse sind, was bedeutet, dass für den Bereich 2000 < Re < 2300 die Strömung sich in Abhängigkeit der Störgröße verschiedenartig beeinflussen lässt. Die Breite dieses Spektrums soll verdeutlichen, dass ein Unterschied zwischen jener Reynoldszahl besteht, bei der eine Strömung vollständig turbulent wird und jener, bei der eine Strömung zum ersten Mal instabil wird.

Instabilitäten, hervorgerufen durch kleine Störungen, können auch zu komplexeren laminaren Strömungen führen. Ein Beispiel dazu zeigen die Taylorwirbel, die zwischen zwei koaxial rotierenden Zylindern entstehen. Auf sie wird im nächsten Abschnitt näher eingegangen [5].

2.4.2 Zentrifugale Instabilitäten

Die zentrifugale Instabilität ist ein geometrisch bedingter Mechanismus der in der Regel zu einer ebenfalls laminaren neuen Strömungsform führt. Diese Art der Instabilität ist essentiell für die Untersuchungen in dieser Arbeit.

Ein notwendiges Kriterium für eine zentrifugale Instabilität ist eine gekrümmte Begrenzung des Strömungsfeldes. Dabei ist das Vorzeichen der Krümmung irrelevant. Eine Instabilität kann durch konvexe und durch konkave Ränder entstehen. Eine hinreichende Bedingung für instabiles Strömungsverhalten liefert das Rayleighsche Zirkulationskriterium

$$\frac{d|u_{\theta} \cdot r|}{dr} < 0, \tag{2.33}$$

welches besagt, dass die Zirkulation, formuliert mit tangentialer Geschwindigkeit und radialem Abstand vom Krümmungsmittelpunkt, mit steigendem radialem Abstand abnehmen muss, um eine Instabilität zu erzeugen. Abb. 2-2 verdeutlicht diese Aussage. (a) und (d) sind dabei stabile Anordnungen, und (b) und (c) instabile. Zu beachten ist, dass die gekrümmte Oberfläche in (a) und (c) stillsteht, in (b) und (d) aber rotiert. Sonst wäre der eingezeichnete Geschwindigkeitsverlauf nicht möglich [6].



Abb. 2-2: Mögliche Anordnungen einer Strömung entlang einer gekrümmten Wand (nach [6]).

Betrachtet man ein Fluidteilchen entlang einer gekrümmten Bahn wie in Abb. 2-2 (b), so geschieht folgendes: befindet sich dieses Fluidteilchen auf einer Kreisbahn mit Radius *r*, dann beträgt seine Zirkulation

$$\Gamma = 2\pi \cdot \mathbf{r} \cdot \mathbf{u}_{\theta}(\mathbf{r}) \tag{2.34}$$

die sich aus dem Ringintegral des Drehimpulses entlang der Kreisbahn ergibt.

Wird nun dieses Fluidteilchen durch eine kleine Störung auf eine Bahn mit größerem Radius angehoben, auf dem eine geringere Zirkulation herrscht, wird es durch die Zentrifugalkraft immer weiter abgedrängt, was zu einer Instabilität führt. Dieser Fall liegt beispielsweise dann vor, wenn zwei koaxiale Kreiszylinderflächen einen Ringspalt bilden, wobei die innere Fläche rotiert. Diese zentrifugale Instabilität bezeichnet man als Taylor-Instabilität. Die Folge ist die Ausbildung von Taylor-Wirbeln [5].

Zwei andere wichtige Fälle, die derartige Zentrifugalinstabilitäten aufweisen, wurden für diese Arbeit näher betrachtet: die Görtlersche und die Deansche Instabilität.

Ein Vergleich von Abb. 2-2 und Abb. 2-3 (b) zeigt, dass die Görtler-Strömung dem Fall Abb. 2-2 (c) entspricht. Das Rayleighsche Zirkulationskriterium für eine Instabilität ist erfüllt. Da Görtler-Wirbel nur bei Grenzschichtströmungen entlang einer konkaven Wand entstehen können, wollen wir auf diese Instabilität nicht weiter eingehen.



Abb. 2-3: (a)Taylor-Strömung, (b) Görtler-Strömung, (c) Dean-Strömung (nach [7]).

Ebenso können wir Taylor-Wirbel für diese Arbeit ausschließen, da für ihre Entstehung eine Rotationsbewegung der koaxialen Zylinder vorausgesetzt wird. Hier soll kurz erwähnt werden, dass eine Bewegung des äußeren und ein Stillstehen des inneren Zylinders sogar eine stabilisierende Wirkung hat und so keine Instabilität entsteht [5].

Die Dean-Strömung hat mehr Bedeutung für die Grundlagenforschung dieser Arbeit, weshalb sie im folgenden Abschnitt näher beschrieben wird.

2.4.3 Dean-Strömung

Dean-Wirbel entstehen bei einer durch einen Druckgradienten erzeugten Strömung in einem gekrümmten Kanal. Gemäß dem Rayleighschen Zirkulationskriterium ist die äußere Hälfte des Strömungsfeldes für die Entstehung der Dean-Wirbel verantwortlich, während die innere Hälfte stabil ist (vgl. dazu Abb. 2-2 (a), (c) mit Abb. 2-3 (c)). Der besagte Druckgradient ist in Zylinderkoordinaten längs des Polarwinkels θ orientiert, zeigt also in Richtung der gekrümmten Stromlinien [7].

Reid [7], [8] hat umfangreiche Untersuchungen bezüglich dieser Instabilitäten durchgeführt, die auf der Arbeit von Dean [9] aufbauen. Reid [7] hat gezeigt, dass eine Grundströmung (2.35), in der *C* und *E* Konstanten sind, die sich aus den Randbedingungen ergeben, in eine vereinfachte Form überführt werden kann, die der parabolischen Form der Poiseuilleströmung (2.37) entspricht. Diese Vereinfachung entsteht durch eine Näherung aufgrund des schmalen durchströmten Spaltes.

$$V(r) = \frac{1}{2\rho v} \left(\frac{\partial p}{\partial \theta}\right)_0 \left(r \ln(r) + Cr + \frac{E}{r}\right)$$
(2.35)

mit
$$C = -\frac{R_2^2 \ln(R_2) - R_1^2 \ln(R_1)}{R_2^2 - R_1^2}$$
 und $E = \frac{R_1^2 R_2^2}{R_2^2 - R_1^2} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$ (2.36)

$$V(r) \cong \frac{3}{2} V_m \left(1 - 4x^2 \right)$$
 (2.37)

Dabei handelt es sich bei V_m um die mittlere Geschwindigkeit entlang des Spaltes und xum eine dimensionslose radiale Koordinate im Spalt:

$$V_m = -\frac{s^2}{12\mu R_1} \left(\frac{\partial p}{\partial \theta}\right)_0$$
(2.38)

$$x = \frac{r - R_1}{R_2 - R_1} - \frac{1}{2} \tag{2.39}$$

Die Größe $s = R_2 - R_1$ in Gleichung (2.38) ist die Spaltbreite.

Zieht man Gleichung (2.29) zum Vergleich heran und setzt darin für $R_1 = R_1$ und für $(R_1+h) = R_2$ ein, erhält man dieselbe Form wie in oben angeführter Gleichung (2.35). Dies soll die Korrektheit der Berechnungen des zylindrischen Falles verdeutlichen.

In der Grundströmung werden zentrifugale Effekte vernachlässigt, jedoch für die Beschreibung der Instabilität teilweise beibehalten. Für die Herleitung der Gleichung zur Beschreibung der Dean-Wirbel werden linearisierte Strömungsgleichungen für axialsymmetrische kleine Störungen entwickelt, aus denen sich folgende Beziehungen ergeben:

$$(D^{2} - a^{2})^{2} \Psi(r) = (1 - 4x^{2})v(r)$$
 (2.40)

$$(D2 - a2)v(r) = -a2\Lambda x\Psi(r)$$
(2.41)

mit
$$D = \frac{d}{dx}$$
, $a = \lambda s$, $\Lambda = 36 \operatorname{Re}^2 \frac{s}{R_1}$ wobei $\operatorname{Re} = \frac{V_m s}{v}$ gilt. (2.42)

Nach Reid [8] wird Ψ als Stromfunktion und v als Geschwindigkeitsstörung in Hauptströmungsrichtung definiert, wobei beide Parameter periodisch in Achsrichtung (z-Richtung) angenommen werden. Hierbei ist $\Psi(r)$ die Amplitude der Stromfunktion zur

Beschreibung der Störgeschwindigkeiten in *r*- und *z*-Richtung, und *v*(*r*) die Amplitude der θ -Geschwindigkeit.

$$\Psi \sim \Psi(r) \sin(\lambda z)$$
 und $\nu \sim \nu(r) \cos(\lambda z)$ (2.43)

In Gleichungen (2.40) und (2.41) ist *D* die Ableitung nach der neu definierten Koordinate *x*, und *a* lässt sich durch Wellenzahl λ und Spaltbreite *s* berechnen. Die Wellenzahl ergibt sich durch ein Eigenwertproblem 4.Ordnung mittels trigonometrischen und hyperbolischen Funktionen. Die Argumente dieser Funktionen beinhalten die Eigenwerte. Der Parameter Λ fungiert bei diesem Problem als Taylor-Zahl und ist unter anderem von der Reynoldszahl, bezogen auf die mittlere Geschwindigkeit im Spalt, abhängig. Allerdings werden aus historischen Gründen die Ergebnisse mittels eines gleichwertigen Parameters beschreiben, der auch als Dean-Zahl (2.45) bekannt ist. Durch die Taylor-Zahl Ta werden normalerweise Reibungseffekte in rotierenden Flüssigkeiten charakterisiert, wobei die genaue Definition variieren kann. Für die Taylor-Instabilität ist sie folgendermaßen definiert:

$$Ta = \frac{4\Omega^2 L_L^4}{v^2}$$
(2.44)

wobei Ω die Rotationsgeschwindigkeit des inneren Zylinders ist und L_L eine charakteristische Länge.

Die erwähnte Dean-Zahl lässt sich folgendermaßen beschreiben:

$$De = Re \sqrt{\frac{s}{R_1}}$$
(2.45)

Auf die Details der in (2.40) bis (2.43) angeführten Parameter wird nicht näher eingegangen.

Die Amplitude der radialen Geschwindigkeitsstörung, die sich bei beginnender Instabilität im Spalt einstellt, ist in Abb. 2-4 zu sehen [8]. Leicht erkennbar ist die Verschiebung des Maximums der Geschwindigkeit von der Mittellinie des Spaltes (x = 0) weg nach außen. Dies lässt sich auf Fliehkrafteffekte beziehungsweise das Rayleighsche Zirkulationskriterium zurückführen.



Abb. 2-4: Radiale Geschwindigkeitsstörung zu Beginn der Instabilität bei a_c = 3.98 und Λ_c = 47494 (aus [8]).

In Abb. 2-5 ist das durch die Dean-Instabilität entstehende Strömungsfeld dargestellt [8]. Zu sehen sind Stromlinien Ψ = konstant. Auch hier ist zu erkennen, dass die Zentren der Wirbel nicht genau in der Mitte des Kanals liegen, sondern dem äußeren Rand des Spaltes näher sind. Eine weitere wichtige Erkenntnis ist, dass die Wirbelzellen in radialer und axialer Richtung dieselbe Größenordnung besitzen. Dean hat auch gefunden, dass es zum ersten Mal zu diesen Instabilitäten kommt, wenn die nach ihm benannte Zahl den Wert 36 überschreitet. Reid hat mit seinen Berechnungen diesen Wert bestätigt [7], [8].



Abb. 2-5: Zellmuster in einem Spaltabstand bei $a_c = 3.98$ und $\Lambda_c = 47494$ (aus [8]).

Für eine detailliertere Beschreibung der mathematischen Herleitung wird auf [7] und [8] verwiesen.

2.4.4 Plateau-Rayleigh-Instabilität

Die Plateau-Rayleigh-Instabilität ist neben der zentrifugalen Instabilität für die Untersuchungen dieser Arbeit von besonderer Wichtigkeit, da sie den Mechanismus beschreibt, der für den Zerfall eines Strahls in Tropfen verantwortlich ist. Dabei spielen Parameter wie der Durchmesser der Düsenöffnung und die Relativgeschwindigkeit des Fluids zum Umgebungsmedium eine wesentliche Rolle. Diese Parameter werden in der Reynolds- und Ohnesorgezahl zusammengefasst. Ohnesorge hat die Abhängigkeit des auftretenden Zerfallsmechanismus von diesen Parametern in dem folgenden Nomogramm verdeutlicht:



Abb. 2-6: Ohnesorge-Nomogramm (aus [10])

Sektor *I* markiert dabei jenen Bereich, in dem der Zerfallsprozess nach Plateau-Rayleigh wirkt. Bereich *II* zeigt den windinduzierten Zerfall, und Bereich *III* die Zerstäubung des Strahles an. Die Zerfallsmechanismen des windinduzierten Bereiches beruhen auf der Einwirkung des umgebenden Fluids. Bei der Zerstäubung des Strahles spielt die Turbulenz

in der Flüssigkeit eine wichtige Rolle. Bei dieser Arbeit wird das zerfallende Fluid bei moderaten Reynoldszahlen in ruhende Umgebung (Luft) eingeleitet. Die Mechanismen *II* und *III* spielen daher keine Rolle.

Wie zuvor erwähnt, fasst die Ohnesorge-Zahl (2.47) Parameter des Strahles zusammen, die für den Strahlzerfall verantwortlich sind. Sie kann durch die Weber-Zahl (2.46) und die Reynoldszahl wiedergegeben werden.

$$We = \frac{V_m^2 \rho s}{\sigma} = \frac{Tr \ddot{a} ghe its kraft}{Oberfl \ddot{a} chenspannung skraft}$$
(2.46)

$$Oh = \frac{\sqrt{We}}{Re} = \frac{\mu}{\sqrt{\rho \sigma s}} = \frac{Z\ddot{a}higkeitskraft}{Oberfl\ddot{a}chenspannungskraft}$$
(2.47)

Die Reynoldszahl bezieht sich dabei auf die Strömung im Strahl, der aus der Düse austritt, was auf diese Arbeit angewendet bedeutet, dass sie analog zu (2.42) berechnet werden kann. Daraus folgt derselbe Bezug der Weber-Zahl auf die mittlere Geschwindigkeit des Austrittes am Spalt.

Tritt ein Strahl aus einer Düse aus, wirkt auf ihn im Realfall eine Störung, deren Entstehung sich durch Anlagenvibrationen oder andere Einwirkungen ergibt. Durch diese Störung wird die geschlossene Strömungsform (zylindrischer Strahl) aus ihrem Gleichgewichtszustand gebracht. Das Gleichgewicht ist bei kreiszylindrischen Strahlen für Störungen hinreichend großer Wellenlänge labil. Bei Verformung wird Oberflächenenergie frei, was zu einer angefachten Schwingung mit Amplitude ζ wie in Abb. 2-7 resultiert.



Abb. 2-7: Schema des Strahlzerfalls nach Plateau-Rayleigh (aus [11]).

Diese Oszillation, deren Amplitude mit der Zeit verstärkt wird, führt zu einem Einschnüren des Strahles, aus dem wiederum die Tropfenbildung folgt. Rayleigh hat gefunden, dass solch ein Aufschwingen nur dann entsteht, falls die Wellenlänge der Störung größer ist als der Umfang des ungestörten zylindrischen Strahles (2.48).

$$\lambda > 2b\pi \tag{2.48}$$

Des Weiteren hat er seine Aussage dahingehend erweitert, dass die am schnellsten anwachsende Störung den Zerfallsprozess beherrscht. Aus seinen Berechnungen ergab sich, dass der Durchmesser der Tropfen beinahe die doppelte Größe aufweist wie der Durchmesser des Strahls.

$$D_{\tau} = 1,89 \cdot 2b$$
 (2.49)

Rayleigh hat die Viskosität der Flüssigkeit und den Einfluss des Umgebungsmediums vernachlässigt. Weber hingegen hat sie mitberücksichtigt um eine allgemeinere Aussage treffen zu können [12]. Wie in Abb. 2-6 dargestellt, liegt der Rayleighsche Zerfall auch bei hohen Reynoldszahlen vor, solange die Ohnesorge-Zahl klein genug ist.

Je nach Wellenlänge der Störung können auch andere Tropfengrößen entstehen, deren Durchesser kleiner oder größer sind als jene die mit (2.49) beschrieben werden. Die kleineren Tropfen werden als Satelliten bezeichnet, auf die jedoch nicht näher eingegangen wird [11], [13].

Die Begründung für die sphärische Form der Tropfen liegt darin, dass bei gegebenen Volumen eine Kugel, unter allen Körpern die kleinste Oberfläche besitzt. Dadurch erreicht ihre Oberflächenenergie ein Minimum.

3 Versuchseinrichtung

In diesem Kapitel wird die konstruktive Entwicklung des Versuchsaufbaus beschrieben. Die Unterteilung erfolgt in Versuchsstand und Düsengeometrie. Es wird gezeigt, dass anfänglich verschiedene Komponenten der Anlage an ihre Grenzen stießen, und wie die Geometrie der Düse verändert wurde um ein günstiges Spraybild zu erzeugen.

3.1 Entwicklung des Versuchsstandes

Zu Beginn war die Aufgabe, eine Anlage zu entwickeln, mit der mittels eines Rohres Flüssigkeit auf die Oberfläche einer Kugel geleitet werden kann. Aus dieser Anforderung sind mehrere Komponenten entstanden:

- Förderelement zur Strömungserzeugung
- Auffangbehälter der Flüssigkeit
- Befestigung des Rohres
- Befestigung der Kugel

Am Institut für Strömungslehre & Wärmeübertragung existierte bereits eine Versuchsanlage, die die ersten drei Punkte realisierte. Diese Anlage musste mit einer Vorrichtung erweitert werden, die es ermöglichte Kugeln verschiedener Durchmesser zu fixieren. Kugeln zu fertigen und sie so zu bearbeiten, dass sie beispielsweise zentrisch auf einer Schraube oder Gewindestange montiert werden können, ist fertigungstechnisch mit erheblichem Aufwand verbunden. Aus diesem Grund wurden Kugeln aus Messing zugekauft, die bereits vom Hersteller mit einer Gewindebohrung versehen wurden. Die Messingkugeln wurden mittels Gewindestange an einem Aluminiumzylinder, der mit einem passenden Innengewinde versehen wurde, montiert.



Abb. 3-1: (a) Versuchsstand 0, (b) Kugel mit Halterung

Ausgestattet war die Anlage mit einer einfachen Zahnradpumpe, deren Drehzahl mittels eines Potentiometers eingestellt wurde. Dadurch war es möglich, den Aufbau in verschiedenen Betriebspunkten zu testen.



Abb. 3-2: (a) Versuchsstand 1, (b) Versuchsstand 2

Das Rohr sollte bezüglich der Kugel seiten- und höhenverstellbar sein. Dies war bis zu einem gewissen Grad mit dem beschriebenen Aufbau gegeben. In Abb. 3-2 (a) sind die Verstellmöglichkeiten des Aufbaues eingezeichnet (blau). Man erkennt, dass durch die Befestigung des Rohres ein Hebelarm entsteht (rot), der die Symmetrie des Ringspaltes zwischen Kugel und Rohr negativ beeinflusst. Strömt das Fluid durch den Spalt, baut sich ein Druck auf, der auf das Rohr wirkt. Hierdurch entfernt sich das Rohr mittels einer Hebelbewegung von der Kugel. Des Weiteren kann es dabei zu einer Schwingung kommen, die eine periodische Veränderung der Spaltgeometrie bewirkt, was Messungen und Untersuchungen unmöglich macht. Eine akzeptable Genauigkeit der Verstellung war mit diesem Aufbau nicht gegeben. Deshalb mussten für die weitere Planung zusätzliche Anforderungen berücksichtigt werden:

- Höherer Druck
- Genauere Einstellmöglichkeit des Ringspaltes
- Symmetrische Befestigung des Rohres

Der erste Punkt wurde durch einen Druckbehälter realisiert, aus dem Flüssigkeiten mit Drücken bis zu 4 bar entnommen werden kann. Dadurch ging aber der Flüssigkeitskreislauf der Anlage verloren. Das ständige Befüllen des Druckbehälters und die geringe Füllmenge führten zu einem kurzen Zeitfenster, in dem Untersuchungen durchgeführt werden konnten.

Durch eine Verstellvorrichtung konnte die zweite Anforderung erfüllt werden. Diese Einrichtung ermöglicht in allen drei Raumrichtungen Verstellungen im Mikrometerbereich (siehe Abb. 3-2 (b) blau eingezeichnet). Sie wurde zwischen dem Boden der Anlage und dem Befestigungsarm des Rohres installiert. Dadurch konnte das Rohr über der Kugel mit hoher Genauigkeit zentriert und mittels der z-Achse die Höhe des Ringspaltes nach Belieben verstellt werden.

Durch den höheren Druck war der Einfluss der einseitigen Befestigung allerdings noch stärker. Deswegen wurde eine zweite Befestigung angebracht, die symmetrisch zum Rohr angeordnet wurde. Dadurch kam es zwar zu keiner Asymmetrie mehr, jedoch änderte sich die Höhe des Ringspaltes je nach Druck (in Abb. 3-2 (b) rot eingezeichnet). Eine konkrete Aussage über die Spaltgeometrie war dadurch nicht möglich. Darüber hinaus wurde durch die zweite Laborklemme die Verstellung des Rohres komplizierter und die
Genauigkeit geringer, da stets das Risiko bestand, die Position des Rohres durch die Betätigung der zweiten Befestigung zu verändern. Aus diesen Gründen mussten die Anforderungen nochmals überdacht werden:

- Kreislauf der Testflüssigkeit
- Zentrische Befestigung des Rohres

Mit den zusätzlichen Angaben konnte eine Versuchsanlage entwickelt werden, die einen einfachen und genauen Betrieb gewährleistet und in der folgenden Abbildung dargestellt ist.



Abb. 3-3: Verwendete Versuchsanlage

Einzelne Komponenten aus früheren Versuchen konnten für die Versuchsanlage verwendet werden. Dazu gehören der Auffangbehälter (grün), Stehvorrichtung des Behälters (blau), das Grundgestell (gelb) und der Befestigungsaufbau (rot). Die Kugelhalterung wurde am Boden des Befestigungsaufbaus mittels einer Rändelschraube montiert. Dadurch war ein einfacher Aus- und Einbau der verschiedenen Kugeldurchmesser möglich.

Die Verstellvorrichtung musste kopfüber montiert werden, damit das Rohr relativ zu der Kugel bewegt werden konnte. Aus Platzmangel wurde die Vorrichtung unter einem Winkel von 30° angebracht, da sonst die Betätigung der Einstellachsen für die Bewegung in der horizontalen Ebene unmöglich geworden wäre. Damit war es möglich, das Rohr bezogen auf die Kugel so auszurichten, dass ein achssymmetrischer Ringspalt zwischen den beiden Komponenten entsteht und mit Hilfe der Vertikalachse die Ringspalthöhe einstellbar war.

Für die zentrische Befestigung des Rohres wurde eigens eine Düsenhalterung konstruiert und gefertigt, um Hebelbewegungen zu eliminieren (Abb. 3-4 (a)). Sie bestand aus zwei Teilen: dem Boden, der für die Befestigung an der Verstellvorrichtung notwendig war, und der Gabel, die als Befestigung des Rohres fungierte. Die beiden Komponenten wurden im Zuge der Fertigung miteinander verschweißt. An dem Rohr wurden zwei Nuten eingefräst, damit eine Führung für die Gabel vorhanden war. Für die Befestigung des Rohres wurden an jeder Gabelseite zwei M5-Bohrungen angebracht, sodass das Rohr mittels vier Wurmschrauben gehalten wurde (Abb. 3-4 (b)).



Abb. 3-4: (a) Düsenhalterung mit M5-Wurmschrauben, (b) Halterung mit eingesetztem Rohr

Die Gabel musste dementsprechend lang ausgeführt werden, damit die axial von oben in das Rohr mündende Flüssigkeitszufuhr genügend Platz hatte, um einen Knick in der Zuleitung zu vermeiden.

Für den Antrieb des hydraulischen Kreislaufs wurde eine Exzenterschneckenpumpe von Netzsch verwendet, mit der ein Druck im Bereich von 6 bar erzeugt werden konnte. Mittels eines Drehzahlreglers wurde die Leistung der Pumpe eingestellt. Der Vorteil dieser Exzenterschneckenpumpe war eine druckstabile und pulsationsarme Förderung. Der Pumpe nachgeschaltet war ein Bypass, der dafür sorgte, dass der Druck nicht zu hoch anstieg, um mechanische Beschädigungen der Pumpe zu vermeiden. Mittels einer Justierschraube konnte der Maximaldruck eingestellt werden. Im Falle des geschlossenen Ringspaltes (wenn das Rohr direkt an der Kugel aufliegt) lässt der Bypass die Flüssigkeit zirkulieren.

Vor der "Düsenkonfiguration" war ein berührungsloses Durchflussmessgerät zwischengeschaltet auf das in Kapitel 4 näher eingegangen wird. Der Druck wurde kurz vor dem Ringspalt gemessen. Details dazu sind im nächsten Unterkapitel zu finden. In der nachfolgenden Abbildung ist der hydraulische Kreislauf schematisch zusammengefasst.



Abb. 3-5: Schematische Darstellung des Flüssigkeitskreislaufes

3.2 Entwicklung der Düsengeometrie

Die Düse, beziehungsweise die Austrittsgeometrie, bestand aus zwei Komponenten: einem Rohr und einer Kugel. Für die ersten Versuche wurde eine Messingwelle mit 100mm Länge und einem Durchmesser von 20mm mit einer 7mm-Bohrung versehen. Dadurch wurde auf einfache Art und Weise eine Vollstrahldüse erzeugt (Abb. 3-6 (a)). Nach den ersten Versuchen mit verschiedenen Kugeldurchmessern wurde erkannt, dass eine plane Fläche am Ende des Rohres ungeeignet für die Spraybildung ist. Es kam zu einer Ablenkung der Strahlen, auf das in Kapitel 3.4 näher eingegangen wird. Aus diesem Grund wurde mittels spanender Bearbeitung eine Außenanfasung Abb. 3-6 (b) am Ende des Rohres gefertigt. Um das Verhalten der Strömung bei verschiedenen Außenanfasungen zu überprüfen wurde ein Rohr mit 30° und ein Rohr mit 45° Anfasung gefertigt.



Abb. 3-6: (a) Reine Vollstrahldüse; (b) Vollstrahldüse mit 30° Außenfase

Die nächste Änderung der Düse bezog sich auf die Innenkontur (Abb. 3-7 (a)). Anstatt der scharfkantigen Austrittsöffnung wurde eine Innenanfasung angebracht. Um auch hier einen Vergleich anstellen zu können, wurde eine Düse mit 90° (Abb. 3-7 (b)) und eine mit 60° (Abb. 3-7 (c)) Austrittskegel gefertigt. Dabei wurde die Länge des Kegels so bemessen, dass bis zu einer bestimmten Kugelgröße die Oberfläche der Kugeln eine tangentiale

Berührung mit dem Innenkegel des Rohres bildet. Bei den größeren Kugeln lag die Außenkante an der sphärischen Oberfläche an (Abb. 3-7 (a)). Der zweite Fall ist ähnlich zu dem Test mit der reinen Vollstrahldüse, nur mit größerem Austrittsdurchmesser.



Abb. 3-7: (a) Schematische Darstellung der Innenanfasung mit verschiedenen Kugeldurchmessern; Längsschnitt des Rohres mit (b) 90° Austrittskegel; (c) 60° Austrittskegel

Die letzte Geometrieänderung des Rohres entstand aus der Frage, was passieren würde wenn auf der konvexen Krümmung der Kugel eine zweite konvex gekrümmte Wand anliegt. Bei entsprechender Wahl der Abmessungen würden die beiden Krümmungen im Längsschnitt eine ähnliche Geometrieform wie eine Lavaldüse erzeugen. Die Länge der äußeren Krümmung wurde auch hier so gewählt, dass bei den größeren Sphärenradien die Austrittskante direkt an der Oberfläche der Kugel anliegen konnte (Abb. 3-8 (a)). Solch eine gekrümmte Innenkontur konnte nur mittels einer CNC-gesteuerten Drehmaschine gefertigt werden. Gefertigt wurden Rohre mit drei verschiedenen Krümmungsradien, $R_K =$ 4mm, $R_K =$ 7,5mm und $R_K =$ 15mm (Abb. 3-8 (b)-(d)).



Abb. 3-8: (a) Schematische Darstellung der Innenverrundung mit verschiedenen Kugelradien; Längsschnitt des Rohres mit (b) R_{κ} = 4mm; (c) R_{κ} = 7,5mm; (d) R_{κ} = 15mm

Zusätzlich zu den geometrischen Änderungen des Basisrohres mit einer 7mm-Bohrung wurde ein weiteres Rohr mit einer 4,7mm-Bohrung gefertigt um zu untersuchen, wie sich die Strömung im Ringspalt bei einer geringeren radialen Abmessung verhält. Die Bohrungsgröße wurde so gewählt, dass sie bezogen auf vorhandene Kugeldurchmesser demselben Verhältnis entspricht, wie die 7mm-Bohrung bezogen auf größere Kugeldurchmesser.

Wie im letzten Unterkapitel erwähnt wurden die Düsen dementsprechend präpariert, damit eine Druckmessung durchgeführt werden konnte. Die Rohre wurden alle mit einer Länge von 100mm gefertigt. Passend dazu wurden die Druckmessbohrungen bei einem einheitlichen Abstand von 85mm von der Oberkante des Rohres angebracht (siehe Anhang C). Um eine korrekte statische Druckmessung durchzuführen, muss die Bohrung rechtwinklig zu der Strömung angebracht werden (Abb. 3-9 (b)). Wäre sie beispielsweise schräg zur Strömung angebracht, würde man durch die Einwirkung der Dynamik fälschlicherweise einen höheren Druck messen. Für die Befestigung der Druckleitung wurde eine M5-Bohrung angebracht, um eine passende Stecknippelverschraubung zu montieren (Abb. 3-9 (a)). Die Druckleitung führt zu einem Druckaufnehmer, auf den in Kapitel 4 näher eingegangen wird.



Abb. 3-9: (a) Rohr mit R_{κ} = 7,5mm Austrittsradius und Stecknippelverschraubung; (b) Längsschnitt des Rohraustrittes

Neben den oben erwähnten Messingkugeln wurden des weiteren Glas- und Teflonkugeln beschafft, um mögliche Einflüsse der Oberflächeneigenschaften wie zum Beispiel der Benetzbarkeit zu untersuchen. Glas ist spanend nicht bearbeitbar. Daher wurden diese Kugeln auf eine Wurmschraube mit Innensechskant geklebt, deren Innenkontur für eine Zentrierung sorgte. Die Teflonkugeln wurden mit einer Bohrung ausgestattet, in die eine Gewindestange mit entsprechendem zylindrischem Ende eingeklebt wurde.

Um zu überprüfen, ob für die Instabilität im Ringspalt tatsächlich eine Krümmung der Wände notwendig ist, wurden Wellenstummel gefertigt, die planar abgedreht waren (Abb. 3-10 (a)). Ferner konnte mittels der Innenradien an den Rohren getestet werden, ob für die Erzeugung der Instabilität eine Krümmung an dem zu beaufschlagenden Körper (Kugel) vorhanden sein muss, oder ob es reicht wenn die Krümmung an der Austrittskante des Rohres besteht (Abb. 3-10 (b)). Für diese Untersuchungen wurden Wellenstummel mit Durchmesser 7, 8, 11 und 12mm gefertigt. Die Größen ergaben sich aufgrund des Basisrohres und der entstandenen Austrittsradien der Innenverrundung.



Abb. 3-10: (a) Schematische Darstellung des Basisrohres gepaart mit den Wellenstummeln; (b) schematische Darstellung der Innenverrundung R_{κ} = 7,5mm mit den Wellenstummeln

Durch die Untersuchungen der bisherigen Düsengeometrie (Rohr und Kugel) konnte man erkennen, dass ein kleiner Anteil der Flüssigkeit entlang der Kugeloberfläche fließt, und am unteren Pol der Kugel abtropft, beziehungsweise durch die Montage an der Gewindestange abläuft. In Kapitel 3.4 wird dies genauer besprochen. Um dem entgegenzuwirken wurden die Kugeln spanend bearbeitet und zu einer Kalottenform abgedreht. Des Weiteren wurde der Einfluss der Oberflächenlänge der Kugeln durch verschiedene Kalottengrößen untersucht. Die entstehenden Kalotten wurden durch den Krümmungsradius (Kugelradius) und dem Kalottendurchmesser d_k (Abb. 3-11) beschrieben. Wegen der Montage an einer Gewindestange war die Einspannung und Bearbeitung mittels einer Drehmaschine mit geringem Aufwand verbunden. Damit nicht für jeden Kalottendurchmesser d_k eine neue Kugel behandelt werden musste, wurden nach jedem Test die vorhandenen Kalotten um eine Stufe verkleinert. Solch eine Stufe bringt eine Verkleinerung des Kalottendurchmessers um 0,5mm mit sich (Abb. 3-11). Dabei wurden Kalottendurchmesser von maximal dem entsprechenden Kugeldurchmesser $2R_l$ bis zum Austrittsdurchmesser d_A der verwendeten Rohre getestet (strichlierte Linien in Abb. 3-11). Diese Art der Behandlung wurde nur an den Messingkugeln durchgeführt. Für die Abstufung wurden Kugeldurchmesser mit 18, 20 und 25mm gewählt.



Abb. 3-11: Schematische Darstellung der Kalottenabstufung

Eine weitere Überlegung führte zur Fertigung von konkav gekrümmten Einsätzen, um das Verhalten der Strömung bei Vorzeichenänderung der Krümmung zu überprüfen. Die Erzeugung dieser Einsätze ist mit einer herkömmlichen Drehmaschine nicht möglich. Deshalb mussten sie extern durch eine CNC-gesteuerte Maschine gefertigt werden. Die Wahl des Krümmungsradius ergab sich durch die Kombination der Innenverrundung mit $R_k = 7,5$ mm, da man eine bestimmte Spaltbreite, wie in Kapitel 2.4 beschrieben, erzielen wollte. Es ergab sich der Krümmungsradius $R_k = 7,6$ mm für eine Spaltbreite s = 0,1mm (Abb. 3-12 (a)) und $R_k = 7,8$ mm für s = 0,3mm (Abb. 3-12 (b)). Mit dem jeweiligen Krümmungsradius wurden zwei unterschiedliche Längen der gekrümmten Wandung hergestellt, um den Einfluss der Spaltlänge zu untersuchen. Auch wurde der Fall getestet, bei dem die konvex gekrümmten Einsätze mit einem scharfkantigen Austritt gepaart werden (Abb. 3-12 (c)). Dadurch konnte man einen Vergleich mit der sich ergebenden Strömung bei einer Kugel vornehmen.



Abb. 3-12: Gekrümmter Spalt mit (a) 0,1mm und (b) 0,3mm Breite; (c) Kombination gerades Rohr und konkaves Gegenstück

Im Laufe der Analysen stellte sich die Frage, ob für die Entstehung der Instabilität eine Kugel (Krümmung in zwei Richtungen) notwendig ist, oder ob es reicht, eine Krümmung nur in einer Richtung wie bei einem Zylinder zu verwenden. Realisiert wurde dieser Versuch mittels einer 15mm-Welle aus Nirosta und eines 15x30mm Formrohres. Auf der Oberseite des Formrohres wurde ein Deckel angeschweißt, der mit einer ½ Zoll-Gewindebohrung versehen wurde, damit später die Schraubverbindung für die Flüssigkeitszufuhr montiert werden konnte. Am Austritt wurde mittels eines 30mm-

Fräskopfes eine Verrundung gefertigt, wodurch sich durch Anliegen des Zylinders an der längeren Seite des Formrohres ein Spalt mit 0,1mm Breite ergibt (Abb. 3-13). Zweifelsohne sind Formrohre für Messungen ungeeignet, da die Maßgenauigkeit solcher Teile äußerst begrenzt ist. Dennoch war der Einsatz in diesem Fall befriedigend, da die reine Demonstration für eine Verifikation des Funktionsprinzipes essenziell war. Hier soll erwähnt werden, dass dieser Versuch den Leitfaden bildete, der später die Ähnlichkeit zu den Dean-Wirbeln erkennen ließ.



Abb. 3-13: (a) Bearbeitetes Formrohr mit zylindrischen Gegenstück; (b) entstehender Spalt zwischen den Komponenten im Längsschnitt

Obwohl laut Aufgabenstellung nicht gefordert, wurden im Zuge dieser Arbeit zwei Prototypen eines Zerstäubers nach dem untersuchten Prinzip entwickelt und einer gefertigt. Diese entstanden aus der Idee, die Kugel- beziehungsweise Kalottenhalterung und das flüssigkeitsführende Rohr zu vereinigen. Besonders für den industriellen Einsatz ist diese Entwicklung von Bedeutung. Bereiche wie die Sprühtrocknung, Einspritzung oder Beschichtung erlauben nicht die Halterung der Kalotte von außen her. Aus diesem Grund

müsste sie seitlich aufgehängt oder mit dem Rohr vereinigt werden. Die seitliche Aufhängung würde die Sprayerzeugung stören. Deshalb blieb zur Realisierung nur die Möglichkeit, die Kalottenhalterung stromauf durch das Rohr zu führen. Bedenken bezüglich des Einflusses auf die Rohrströmung gab es nicht, da der schmale Spalt am Austritt eine Engstelle darstellt, die die Strömung in der Anlage zum größten Teil bestimmt. Solange der Ringspalt schmaler ist als andere Engstellen, liegt die Behauptung nahe, dass keine Einschränkung beziehungsweise Beeinflussung der Strömung besteht. In Abb. 3-14 sind beide Varianten des Prototyps ersichtlich. Der Aufbau in (a) ist komplexer, da die Verstellung der Spalthöhe an der Zufuhrseite angebracht wurde. Dabei war zu beachten, dass die Ausführung des Dichtringes normgerecht nach DIN 3771 erfolgte, da er bei Verstellung der Spalthöhe bewegt wird. Der Revolver sorgt für eine gleichmäßige Flüssigkeitszufuhr um die Rotationsachse. Der obere Revolver dient als Absicherung, dass die Lagerung der Kalotte durch die Zufuhr unbeeinflusst bleibt. Bei Versuchen sollten beide Varianten getestet werden, um eine mögliche Veränderung des Spraybildes auszuschließen. Dieser Fall wurde im Laufe der ersten Entwicklungsphasen wegen Zeitmangels abgebrochen. Deshalb sind in Anhang C keine Konstruktionszeichnungen darüber vorhanden.

In der Variante (b) erfolgt die Verstellung direkt an der Kalotte. Dadurch entfallen mehrere Bauteile und die Fertigung wird um einiges leichter, was zu der Wahl dieser Variante führte. Die Lagerung der Kalotte sitzt direkt am Eintritt der 7mm-Bohrung. Um eine ungehinderte Flüssigkeitszuführung gewährleisten zu können, mussten an der Lagerkugel um die axiale Richtung Schlitze angebracht werden. Dabei war zu beachten, dass deren Gesamtgrundfläche größer war als die maximale Austrittsfläche am Ringspalt. Sonst würde die Strömung durch eine kleinere Engstelle gedrosselt, und dadurch der Spalt am Austritt seine bestimmende Eigenschaft verlieren. Es käme zu einer fehlerhaften Auswertung, da die Änderung der Spalthöhe am Austritt ab einem gewissen Massendurchsatz konstant bleiben würde. Gefertigt wurden die Schlitze durch eine 2mm dicke Schneidscheibe.



Abb. 3-14: (a) Erste, (b) zweite Entwicklung des Prototyps

Die verwendete Art der Kalottenlagerung war wichtig, damit die Kalotte eine möglichst hohe Bewegungsfreiheit erhält, vergleichbar mit einem Kugelgelenk. Abb. 3-15 soll die folgende Erklärung unterstützen. Zur Vereinfachung betrachten wir den zweidimensionalen Fall. Befindet sich die Kalotte näher dem rechten Rand, beziehungsweise berührt die Kugeloberfläche die Austrittskante, muss die Strömung ausweichen und die Flüssigkeit fließt links vorbei. Aus Kontinuitätsgründen entsteht rechts ein hoher und links ein niedriger statischer Druck p_s, da durch die Strömung links ein hoher dynamischer Druck entsteht. Durch die Druckdifferenz beider Seiten entsteht eine Kraft F, die nach links wirkt. Durch diese Kraft wird die Kalotte gezwungen ihre Position zu ändern. Angewendet auf den dreidimensionalen Fall sollte sich die Kalotte selbstzentrieren. Man spricht von einer hydrodynamischen Selbstzentrierung.



Abb. 3-15: Schematische Darstellung der Schiefstellung der Kalotte und der daraus folgenden Zentrierung

3.3 Spaltgeometrie

Durch die spezielle Geometrieanordnung von Rohr und Kugel entsteht am Austritt ein kleiner werdender Ringspalt, der durch die Spalthöhe *h* definiert ist. Die Veränderlichkeit der Spalthöhe ist nur von dem Polarwinkel θ abhängig. Alle anderen Parameter sind durch die Geometrie bestimmte Konstanten. Zur Beschreibung dieser Formulierung wird die Rohrkontur mit Innenverrundung, die nur in rotationssymmetrischen Fällen für Messungen und Versuche verwendet wurde, herangezogen. Wird beispielsweise der Radius R_{k} dieser Verrundung sehr klein gewählt, quasi null, dann erhält man dieselbe Geometrie wie beim Basisrohr mit einer 7mm-Durchgangsbohrung, welche auch für den zylindrischen Fall bei zweidimensionaler Betrachtung zutrifft. Kugel und Rohr wurden konstruktiv so gewählt und angeordnet, dass sich die kleinste Spalthöhe beim Austritt befindet. Diese Höhe wird mit $h(\theta_e)$ bezeichnet, wobei dabei θ_e den Polarwinkel zwischen Düsenachse und Düsenaustritt definiert. Auf die Definition von θ_0 wird in Kapitel 5 näher eingegangen. Für die Berechnung wird davon ausgegangen, dass das Rohr zu der Kugel ideal zentrisch angeordnet ist. Mit Hilfe der im vorigen Kapitel beschriebenen Verstellvorrichtung, lässt sich die axiale Verschiebung des Rohres zu der Kugeloberfläche definieren. Diese Verstellung wird mit V_s bezeichnet. Der Vertikalabstand I_R und der Austrittsradius R_A ergibt sich durch die Definition, bei welchem Kugeldurchmesser noch eine tangentiale Berührung vorliegt. Abb. 3-16 zeigt neben den definierten Abmaßen den Kugelradius R_I und den Rohrinnenradius R_R .



Mittels der geometrischen Beschreibungen kann über trigonometrische Funktionen folgende Formel für die Spalthöhe *h* abgeleitet werden:

$$h(\theta) = I_{v} \cos(\theta) + (R_{\kappa} + R_{R})\sin(\theta) - \sqrt{(I_{v} \cos(\theta) + (R_{\kappa} + R_{R})\sin(\theta))^{2} - I_{v}^{2} - 2R_{\kappa}R_{R} - R_{R}^{2}} - R_{v}$$
(3.1)

mit $I_V = I_R + \sqrt{R_I^2 - R_A^2} + V_s$ (3.2)

Für eine bessere Übersicht bezüglich der Größen in Gleichung (3.1) kann diese zu folgender Form umgewandelt werden:

$$h(\theta) = \left(I_{v}\cos(\theta) + (R_{\kappa} + R_{R})\sin(\theta)\right) \cdot \left[1 - \sqrt{1 - \frac{(R_{\kappa} + R_{R})^{2} + I_{v}^{2} - R_{\kappa}^{2}}{(I_{v}\cos(\theta) + (R_{\kappa} + R_{R})\sin(\theta))^{2}}}\right]$$
(3.3)

Die eingeführte Konstante I_V entspricht dem Vertikalabstand zwischen den Mittelpunkten der beiden Krümmungsradien, wodurch die Formel für $h(\theta)$ übersichtlicher wird.

3.4 Diskussion der Düsengeometrie

In Kapitel 3.2 wurde die Geometrie der Düsenkomponenten beschrieben und angesprochen, warum diverse Veränderungen durchgeführt wurden. Die erste Bearbeitung erfolgte durch das Abdrehen des Rohres, um eine Fase am äußeren Rand des Rohraustrittes zu schaffen. Ohne diese Fase hätte das Rohr am Austritt eine große plane Fläche zwischen der 7mm-Bohrung und dem Außendurchmesser von 20mm. Wie in Abb. 3-17 (a) dargestellt, erzeugt die plane Fläche mit der Kugeloberfläche einen diffusorähnlichen Kanal am Austritt. Durch diese Erweiterung kam es zu einer Haftung der Strahlen an der planen Fläche (vgl. Abb. 3-17 (b)). Dieses Verhalten deutet auf die Notwendigkeit einer scharfen Kante hin, um die Ablenkung der Strahlen zu vermeiden. Abb. 3-17 (b) zeigt den Vorgang mit der später in Kapitel 4 beschriebenen Glycerinmischung. Zusätzlich wurde die Ansammlung von Tropfen an der planen Fläche und der Mantelfläche des Rohres beobachtet. Nach Erreichen einer gewissen Masse wurden diese von den Strahlen mitgerissen oder tropften durch ihr Gewicht ab, was zu einer Störung des Sprays führte. Dies ist für industrielle Arbeitsvorgänge, wie beispielsweise die Sprühtrocknung, kontraproduktiv.



Abb. 3-17: (a) Schematische Darstellung des Spaltes bei unbearbeitetem Rohr; (b) Extremfall eines haftenden Strahls

Bei den Versuchen mit der Innenanfasung (Abb. 3-7) konnte beobachtet werden, dass eine tangentiale Anordnung der Kugeloberfläche zur Innenwandung des Rohres zu keinem kontrollierten Spraybild führt (Abb. 3-18 (a)). Es kommt zu einem willkürlichen Zerfall von Filmabschnitten, die ein breites Spektrum an Tropfen erzeugen. Abb. 3-18 (b) zeigt das Geschwindigkeitsprofil der Grundströmung im Spalt. Der Vergleich von Abb. 3-18 (b), Abb. 2-2 und Abb. 2-3 lässt darauf schließen, dass es in dem gegebenen Spalt zu keiner Instabilität kommen kann. Bei der Dean-Instabilität liegt die Ursache der Entstehung im äußeren Bereich des Geschwindigkeitsprofiles. Bei der vorhandenen Geometrieanordnung hat die äußere Wandung jedoch keine Krümmung. Die Wandung der Innenfase kann mit einem sehr großen Krümmungsradius identifiziert werden. Eagles [14] hat mathematische Untersuchungen von Dean-Wirbeln in sich langsam ändernden Spaltbreiten durchgeführt (Änderungen im Bereich der Grenzschichtdicke). In Abb. 3-18 (b) ist erkennbar, dass sich der Spalt in einem kleinen Bereich schnell ändert, wodurch die Ergebnisse von [14] auf diesen Fall nicht anwendbar sind. Die Spaltaufweitung nach dem engsten Querschnitt (Position des Geschwindigkeitsprofils) führt außerdem zu einer Dämpfung der Störungen, was auch dazu beiträgt, dass sich keine Strahlen formen. Kleine Störungen und Fertigungsungenauigkeiten bewirken eine ersichtliche Asymmetrie des Films in Abb. 3-18 (a). Es wurde ein ähnlicher Versuch unternommen, bei dem sich die engste Spaltbreite direkt am Austritt befand. Die Innenanfasung reichte nur bis zum in Abb. 3-18 (b) eingezeichneten Geschwindigkeitsprofil. Eine Kanalaufweitung konnte dadurch vermieden werden. Das Spraybild zeigte jedoch keine Verbesserung. Es bildeten sich keine einzelnen Strahlen.



Abb. 3-18: (a) Spraybild bei tangentialer Anordnung der Kugel an die Wandung; (b) Schematische Darstellung des Geschwindigkeitsprofiles im Spalt

Wird für die Erzeugung des Ringspaltes eine sehr große Kugel verwendet (vgl. Abb. 3-19 (b)), so entsteht der engste Spalt zwischen Kugeloberfläche und Austrittskante. Im Gegensatz zu Abb. 3-18 (a) bilden sich in diesem Fall definitiv Wirbel im Spalt, die am Austritt Strahlen formen (Abb. 3-19 (a)). Die Begründung liegt darin, dass die engste Stelle des Spaltes nicht tangential zu der Kugeloberfläche ausgerichtet ist. Die Strömung ist nicht durch die Wandung der Innenanfasung begrenzt, wodurch sie der Fläche des Innenkegels im engsten Spalt folgen muss (Abb. 3-18 (b)). Zur Erfüllung des Rayleighschen Zirkulationsprinzips ist eine Krümmung am äußeren Ende des Geschwindigkeitsprofiles erforderlich (vgl. R_2 in Abb. 2-3 (c)). Die Austrittskante des Rohres in Abb. 3-19 kann man sich als einen Punkt dieser Krümmung vorstellen (siehe punktierte Linie in Abb. 3-19 (b)). Das Rayleighsche Zirkulationskriterium (2.33) ist dadurch erfüllt. Aufgrund der Asymmetrie der Strahlen um die Düsenachse, sind Rohre mit Innenanfasung für die Bildung eines kontrollierten Spraybildes ungeeignet. Es ergab sich kein signifikanter Unterschied zwischen einem 60° und einem 90° Austrittskegel (vgl. Abb. 3-7).



Abb. 3-19: (a) Kombination einer 30mm-Kugel mit 7mm-Rohr und 90° Austrittskegel; (b) Schematische Darstellung der Austrittsgeometrie mit Geschwindigkeitsprofil

Als Alternative zur einfachen Austrittsbohrung und den beiden Innenfasen 60° und 90° wurden Rohre, wie in Abschnitt 3.2 beschrieben, mit einer Innenverrundung ausgestattet (Abb. 3-8). Durch diese Geometrie kam es einerseits zu einer Erweiterung des Austrittsdurchmessers d_A (wie im Fall der Innenanfasung), anderseits gab es durch die Krümmung keine abrupte Geometrieänderung, wodurch die Strömung gestört werden würde. Es wurden ähnliche Versuche wie in Abb. 3-18 und Abb. 3-19 unternommen, bei denen festgestellt werden konnte, dass eine tangentiale Anordnung der Kugel an die Innenkrümmung des Rohres zu keinem befriedigenden Ergebnis führt. In Abb. 3-20 (b) ist die schematische Darstellung des Spaltes aufgezeichnet. Vergleicht man die in Abb. 3-20 (b) dargestellte schematische Zeichnung des Spaltes mit Abb. 2-2 (a) und (c), so kann das Rayleighsche Zirkulationskriterium auf zwei Arten angewendet werden. Ausgehend vom Mittelpunkt der Kugel wäre die nähere Hälfte des Geschwindigkeitsprofiles zur Kugeloberfläche stabil und die andere Hälfte instabil. Wendet man das Zirkulationskriterium vom Zentrum der Rohrinnenkrümmung aus an, würden die Hälften ihre Stabilitätseigenschaften tauschen. Das widerspricht der Lösung der ersten Anwendung des Kriteriums. In Abb. 3-20 (a) ist eine solche Anordnung dargestellt. Es entstehen Strahlen, die jedoch zu Tropfenwolken zerfallen und kein kontrolliertes Spray bilden. Hinzu kommt bei dieser Anordnung die dämpfende Wirkung der Spaltaufweitung. Auch ein Versuch, bei dem der engste Querschnitt des Spaltes am Austritt der Rohrinnenkrümmung lag, führte zu keinem besseren Ergebnis.



Abb. 3-20: Tangentiale Anordnung der Kugel an Innenkrümmung des Rohraustrittes (a); (b) Schematische Darstellung des Geschwindigkeitsprofiles

Wird eine ausreichend große Kugel verwendet, sodass der kleinste Ringspalt zwischen Kugeloberfläche und Austrittskante entsteht und es zu keiner tangentialen Anordnung kommt, so ist das Rayleighsche Zirkulationskriterium erfüllt. Die in Abb. 3-16 dargestellte Geometrie des Spaltes wurde als zu untersuchende Konfiguration verwendet. Darstellungen des Sprays sind in Abb. 3-29 zu sehen beziehungsweise wird hier auf Kapitel 4 für weitere Bilder verwiesen.

Durch die in Kapitel 3.2 beschriebene Druckmessbohrung konnte ein Farbversuch realisiert werden, der die Aussage festigt, dass bei nicht tangentialer Anordnung Wirbel zwischen Austrittskante und Kugeloberfläche entstehen. Dafür wurde Wasser mit roter Lebensmittelfarbe durch die Druckmessbohrung der Strömung zugeführt. Für die Wirbelentstehung wurde an der Austrittskante eine Glaskugel mit 30mm Durchmesser montiert, durch die mittels eines Endoskops der Spalt von unten gefilmt werden konnte. Die Lichtbrechung zwischen Glaskugel und Umgebung bewirkte eine Vergrößerung des aufgenommenen Bildes. In Abb. 3-21 sind zwei Aufnahmen zu sehen, bei denen der Einspritzvorgang unterschiedlich durchgeführt wurde. In Abb. 3-21 (a) wurde die Farbe schlagartig eingespritzt. Dadurch war die Farbe stromabwärts besser über den gesamten Bohrungsquerschnitt des Rohres verteilt. In Abb. 3-21 (b) erfolgte die Einspritzung langsam, wodurch die Farbe von der Strömung mitgerissen wurde und nur auf der rechten Seite des Spaltes rauskam. In den Abbildungen sind die 7mm-Bohrung und die Austrittskante des Rohres deutlich zu sehen. Rechts von der Austrittskante sind die Strahlen ersichtlich, die an der Kugeloberfläche entlang liefen. In beiden Fällen erkennt man in dem eingefärbten Bereich keine Wirbel, wodurch gezeigt wird, dass die Instabilität tatsächlich an der Austrittskante entsteht.



Abb. 3-21: Farbversuch (a) bei schlagartiger Einspritzung, (b) bei langsamer Einspritzung

In Kapitel 3.2 wurden alternative Geometrien zur Kugel, wie Wellenstummel und konkav gekrümmte Einsätze beschrieben, die in dieser Arbeit untersucht wurden. Bei der Verwendung von Wellenstummeln und einem Rohr mit einer 7mm-Bohrung kam es, abhängig von der Spalthöhe, zur Bildung einer Wasserglocke. Abb. 3-10 (a) zeigt schematisch diese Anordnung. Wurde zur Fertigung des Wellenstummels eine 7mm-Welle verwendet, entstand bei maximalem Abstand zwischen dem Rohr und dem zylindrischen Körper eine Wasserglocke, die sich an der Gewindestange wieder schloss. Durch Verringerung des vertikalen Abstandes zwischen der planen Fläche des Wellenstummels und der Austrittsbohrung wurde die geschlossene Wasserglocke stetig größer, bis sie bei einem bestimmten Abstand aufriss und in eine offene Form überging (Abb. 3-22 (a)). Die Welle hatte am Durchmesser eine h7-Passung, wodurch sie in die Bohrung des Rohres eingeführt werden konnte. Bei einem sehr geringen Abstand zwischen Rohraustritt und Deckfläche des zylindrischen Körpers entstand eine Wasserglocke, die einem Hohlkegel ähnelte (Abb. 3-22 (b)). Diese Wasserglocke zerfiel unkontrolliert zu einem weiten Spektrum an Tropfengrößen.



Abb. 3-22: (a) Offene Wasserglocke bei Anströmung der planen Fläche eines Wellenstummels; (b) Hohlkegel bei sehr kleinem Spalt

Bei Verwendung einer 8mm-Welle für die Fertigung des zylindrischen Körpers entstand analog zum oberen Fall bei großen Abständen zwischen der planen Fläche und dem Rohraustritt eine Wasserglocke. Bei kontinuierlicher Verkleinerung des Abstandes zog sich diese Glocke zusammen und formte ein gestauchtes Rotationsellipsoid. Bei einem gewissen Spaltabstand riss die Glocke auf und der entstehende Film breitete sich bei entsprechend kleinem Spalt beinahe waagrecht aus (Abb. 3-23). Dabei entstanden in dem dünnen Flüssigkeitsfilm Perforationen.



Abb. 3-23: Film bei sehr engem Spalt zwischen planer Fläche mit 8mm Durchmesser und 7mm Austrittsbohrung am Rohr

Bei den Tests mit einer planen Fläche und einem Rohr mit einer Innenkrümmung am Austritt ergaben sich bei sehr kleinen Spalthöhen zum Teil Strahlen, die unstrukturiert zerfielen. Die kleinste Spalthöhe wurde durch die Rohrinnenkrümmung und die obere Kante des Wellenstummels definiert. Eine schematische Darstellung zeigt Abb. 3-10 (b). In Abb. 3-24 ist in (a) ein Hohlkegel erkennbar, der durch eine sehr große Spalthöhe entsteht. In Abb. 3-24 (b) wurde eine sehr kleine Spalthöhe gewählt, sodass es zu einer Instabilität kam. Schematisch betrachtet liegt ein ähnlicher Fall wie in Abb. 3-19 (b) vor, nur besitzt hierbei die äußere Wand eine Krümmung und die innere eine Kante. Diese Instabilität erzeugte jedoch keine am Umfang gleichmäßig verteilten Strahlen, sondern Filmabschnitte, die unkontrolliert zu Tropfen zerfielen. Die Anordnung war für das gewünschte Spraybild unbrauchbar. Für diese Visualisierung wurde ein 8mm-Wellenstummel und ein Rohr mit $R_{K} = 7,5mm$ Krümmungsradius an der Austrittskante verwendet. Dasselbe Rohr wurde dann mit einer planen Fläche mit Durchmesser 11mm getestet. Dabei entstand ausschließlich ein geschlossener Film wie in Abb. 3-24 (a). Aufgrund der vorher beschriebenen Effekte wurden die Untersuchungen mit planen Flächen eingestellt.



(a)

(b)

Abb. 3-24: (a) Hohlkegel bei großem Spalt; (b) Filmabschnitte bei kleinem Spalt

Bei den Tests mit konkav gekrümmte Einsätzen kombiniert mit einem Rohr mit $R_{k} = 7,5mm$ Krümmungsradius an der Austrittskante ergaben sich unterschiedliche Effekte, die im Folgenden beschrieben werden. Diese Anordnung erzeugte bei einer bestimmten Vertikaleinstellung einen Spalt konstanter Breite zwischen zwei gekrümmten Wänden

(Abb. 3-12). Bei einer geringeren Eindringtiefe der Einsätze in das Rohr entstand ein gekrümmter, sich in Strömungsrichtung aufweitender Kanal, was zu dem in Abb. 3-25 dargestellten Spraybild führte.



Abb. 3-25: Strahlen, die an dem konkav gekrümmten Einsatz abprallen

Die Wirbel, aus denen sich die Strahlen formten, mussten an der oberen Kante der Einsätze erzeugt worden sein und nicht entlang der Krümmung. Dadurch folgten die Strahlen nicht der Kontur sondern verließen den Spalt in einem bestimmten Winkel. Ein zu schmaler Austrittswinkel führte zum Aufprallen der Strahlen an der Oberfläche der Einsätze. Derselbe Versuch wurde nochmals mit einer gekürzten konkaven Form unternommen. Dabei entstand lediglich ein geschlossener Film.

Durch eine kontinuierliche Erhöhung der Eindringtiefe folgte ab einer gewissen Tiefe die Strömung der Kontur der konkav gekrümmten Einsätze. Bei der kontinuierlichen Veränderung der Eindringtiefe wurden zwei Stellungen passiert, bei denen es zu Resonanzen der Anordnung kam. Die Strömung des Fluids durch den schmalen Spalt erzeugte Schwingungen (Abb. 3-26). Ein kontrolliertes Spraybild konnte dadurch nicht erzeugt werden.



Abb. 3-26: Eigenfrequenzen bei konkav gekrümmten Einsätzen

Bei einer weiteren Erhöhung der Eindringtiefe entstanden die zu erwarteten Dean-Wirbel am Austritt des Spaltes (Abb. 3-27). Diese vereinigten sich stromabwärts paarweise und verließen die Oberfläche der Einsätze als Filmabschnitte. Die Anordnung erzeugte zu hohe Verluste, wodurch sich keine einzelnen Strahlen bildeten. Eine Kürzung der konkav gekrümmten Einsätze am äußeren Rand führte zu einem geschlossenen Film. Wegen der genannten Effekte wurde auf eine weitere Untersuchung dieser Einsätze verzichtet. Für die dargestellten Abbildungen wurde ein Rohr mit einem Krümmungsradius von $R_{K} =$ 7,5mm an der Austrittskante und ein konkav gekrümmter Einsatz mit Krümmungsradius $R_{k} = 7,8mm$ verwendet. Die verwendete Flüssigkeit war demineralisiertes Wasser.



Abb. 3-27: Dean-Wirbel am Spaltaustritt zwischen einem konkav gekrümmten Einsatz und einem Rohr mit Innenkrümmung

Aufgrund der bisher diskutierten Untersuchungen kamen wir zu dem Ergebnis, dass eine konvex gekrümmte Oberfläche (Kugel) als Form für den unteren Teil der Düse notwendig ist, um ein regelmäßiges Spraybild mittels zentrifugaler Instabilität zu erzeugen.

Bei den Tests mit Kugeln wurde beobachtet, dass ein Teil des Fluids an der Oberfläche zurückbleibt und sich am unteren Pol der Kugel ansammelte. Bei Überschreitung einer bestimmten Fluidmasse tropften diese Ansammlungen von der Oberfläche ab. Durch die Kugelhalterung kam es zwar zu keinem Abtropfen, aber es konnte ein konstanter Fluidstrom an der Gewindestange beobachtet werden (Abb. 3-28 (b)). In Abb. 3-28 (a) ist dargestellt, wie es zu den Rückständen des Fluides an der Kugeloberfläche kommt. Zwischen einem Strahl und der Oberfläche bildet sich ein Film, der nicht vollständig von dem Strahl mitgezogen wird. Jeder Strahl bildet solch einen Übergang, wie an den einzelnen Wasserpfaden an der Kugeloberfläche in Abb. 3-28 (b) zu sehen ist. Dies führte zu der Erkenntnis, dass eine andere Form im unteren Bereich der Kugel notwendig ist, um den beschriebenen Effekt zu beseitigen. Die dafür vorgesehene Form war die einer Kalotte.



Abb. 3-28: (a) Filmhäutchen zwischen Strahl und Kugeloberfläche; (b) Fluidansammlung am unteren Pol der Kugel (rote Pfeile zeigen Flüssigkeitspfade)

Die Kalottenform hatte zwei Aufgaben: einerseits hielt sie das Fluid davon ab, sich am unteren Pol der Kugel anzusammeln, und anderseits konnte durch sie der Ablösepunkt der Strahlen beeinflusst werden. In Kapitel 3.2 und 4.2 wird ausführlich auf die Herstellung der Kalotten sowie auf die Vorgehensweise bei den Untersuchungen eingegangen.

In Abb. 4-3 und Abb. 4-4 sind verschiedene Kalottendurchmesser d_k bei demselben Krümmungsradius R_l und Betriebspunkt der Anlage dargestellt. Dadurch konnte das Verhalten der Strahlen bei veränderlichen Kalottendurchmessern beobachtet werden. Wird der Durchmesser zu groß gewählt, so verlassen die Strahlen die Kalottenoberfläche bei unterschiedlichen Polarwinkeln θ . Im Extremfall ($d_k = 2R_l$) gleich wie bei der Verwendung einer Kugel (Abb. 3-29 (a)). Im Vergleich dazu steht Abb. 3-29 (b), bei der sich die Strahlen von der Kalotte beinahe an derselben Winkelposition abtrennen. Dadurch entsteht aus der Anordnung der Strahlen ein Hohlkegel. Wird andererseits der Kalottendurchmesser zu klein gewählt, so sind die Strahlen miteinander verbunden und verlassen die Oberfläche als Filmabschnitte (Abb. 4-3 $d_k = 20mm$). Durch diese Erkenntnisse konnten empirisch die optimalen Kalottendurchmesser für die untersuchten Kombinationen in Kapitel 4 ermittelt werden.



Abb. 3-29: (a) Strahlen bei Kugel mit R_1 = 12,5mm; (b) Strahlen bei Kalotte mit R_1 = 12,5mm und d_K = 23,5mm

Um die Ähnlichkeit zwischen dem Verhalten zylindrischer und sphärischer Düsen und Geometrien zu untersuchen, wurde die im Abschnitt 3.2 beschriebene Konstruktion für den zylindrischen Fall gefertigt und mit Wasser und der Glycerinmischung (Tab. 4-1) getestet. Wie dort bereits erwähnt ist die vorliegende Anordnung für Messungen ungeeignet, jedoch für eine Visualisierung ausreichend (Abb. 3-30). Analog zu der Beschreibung von Dean [9] entsteht die nach ihm benannte Instabilität entlang der Krümmung. Es bilden sich Wirbel, die in Richtung der Achse des zylindrischen Körpers nebeneinander angeordnet sind. Aus diesen Wirbeln entstehen die ersichtlichen Strahlen. Sowohl im zylindrischen, als auch im sphärischen Fall liegt die Ursache der Instabilität in gekrümmten Stromlinien innerhalb eines schmalen Spaltes. Im Fall der Dean-Wirbel ist die Strömung druckinduziert. Würde man den zylindrischen Spalt um eine imaginäre Rotationsachse wickeln, ergäbe dies ein ähnliches Spraybild wie in dem für diese Arbeit untersuchten sphärischen Fall.

(a)



Abb. 3-30: Strahlenbildung beim zylindrischen Fall mit einer Spaltbreite von 100µm (a) mit Wasser; (b) mit Glycerin-Wasser-Mischung

In Kapitel 3.2 wurde der entwickelte Prototyp beschrieben, bei dem die Kalotte über die Innengeometrie des Rohres gelagert wird. In einem Kurzversuch wurde dieser Prototyp mit der verwendeten Glycerinmischung betrieben. Im Ringspalt entstanden Wirbel, die entlang der Kalottenoberfläche Strahlen formten, jedoch kam es nicht zu der erwarteten Selbstzentrierung. Es wird zum einen vermutet, dass es durch die dämpfende Wirkung der Flüssigkeitsviskosität nicht zu der Zentrierung kam, zum anderen wegen des begrenzten Drucks, den die verwendete Pumpe maximal erzeugen konnte. Aus diesen Gründen sollte der Prototyp mit Wasser und mit einer Hochdruckpumpe betrieben werden. Da der Prototyp laut Aufgabenstellung nicht gefordert war, wurde auf eine nähere Untersuchung verzichtet.

4 Messgeräte und Messergebnisse

In diesem Kapitel werden zu Beginn die Messgeräte beschrieben, die für die experimentelle Arbeit eingesetzt wurden. Dazu zählt auch die Bildverarbeitung, die für die Tropfengrößenmessung verwendet wurde. Des Weiteren wird das empirische Verfahren dargestellt, mit dem der optimale Kalottendurchmesser ermittelt wurde. Im Anschluss daraus werden die Druck-Durchfluss-Kennlinien und die Tropfengrößenverteilungen dargestellt.

4.1 Messgeräte

4.1.1 Durchflussmessung

Für die Durchflussmessung wurde ein Massendurchfluss-Messsystem mit der Typenbezeichnung Promass F83 von Endress+Hauser verwendet. Das Messprinzip beruht auf der Coriolis-Wirkung. Sie entsteht, wenn eine translatorische und eine rotatorische Kraft zusammenkommen, wie beispielsweise bei einer über eine rotierende Scheibe rollenden Kugel. Bewegt sich das beobachtende System mit der drehenden Scheibe, erkennt man, dass auf die Kugel eine Kraft wirkt, die sie von einer geraden Bahn ablenkt. Im Messsystem wird anstatt der Rotationsbewegung das durchströmende Rohr in Schwingung versetzt. Fließt kein Medium, so bewegt sich das Rohr symmetrisch zwischen den beiden Sensoren A und B (Abb. 4-1 (a)). Strömt eine Flüssigkeit, so entsteht eine Art "laufender Welle", was zu einer Phasenverschiebung zwischen A und B führt (Abb. 4-1 (b) und (c)). Diese Phasenverschiebung ist proportional zum Massenstrom. Des Weiteren kann mit diesem System auch die Dichte gemessen werden. Dafür wird das Rohr mit seiner Resonanzfrequenz angeregt. Sobald Flüssigkeit durch das Rohr fließt, ändert sich die Gesamtdichte (Rohr + Medium) und dadurch die Eigenfrequenz, auf die automatisch nachjustiert wird. Durch Berechnungsalgorithmen in einem Mikrocontroller wird die Dichte über die vierzeilige Anzeige ausgegeben.



Abb. 4-1: Prinzip des Coriolis-Durchflussmessgerätes (aus [15])

Der Vorteil dieses Systems ist seine Unabhängigkeit bezüglich Viskosität, Temperatur und Druck [15].

4.1.2 Druckmessung

Für die Druckmessung wurde ein Präzisions-Handmessgerät, mit der Bezeichnung PR 9214 von Rösler + Cie. Instruments verwendet. Durch die in Kapitel 3 beschriebene Druckmessbohrung wird der Druckaufnehmer über einen passenden Schlauch angeschlossen, dessen Funktionsprinzip auf dem piezoresistiven Effekt beruht. Dabei wandelt eine Messmembrane den zu messenden Druck in ein elektrisches Signal um. Widerstände auf der Messmembrane ändern sich und erzeugen so eine Spannungsdifferenz, die mithilfe des Messgerätes als Druck an der Anzeige widergegeben wird. Die siliziumbasierte Membrane ist durch das Halbleiterelement temperaturabhängig, wobei diese Abhängigkeit durch eine geeignete Brückenschaltung der Messwiderstände kompensiert wird.

Die aufgenommenen Messwerte entsprechen dem Relativdruck gegenüber der Umgebung.

4.1.3 Viskosimeter

Für die Untersuchungen wurden zwei Flüssigkeiten verwendet: demineralisiertes Wasser und eine Glycerin-Wasser-Mischung. Die dynamische Viskosität der Flüssigkeiten wurde gemessen. Bei dem verwendeten Messgerät handelt es sich um ein Kapillarviskosimeter

57

nach Ubbelohde. Dabei wird die laminare Strömung durch eine Kapillare ausgenutzt. Gemessen wird die Zeit, die eine Flüssigkeit benötigt, um ein vorgegebenes Volumen zu leeren. Durch die Multiplikation der gemessenen Zeit mit der Gerätekonstante des Viskosimeters ergibt sich die kinematische Viskosität v. Die Gerätekonstante wird vom Hersteller über Normöle ermittelt und angegeben. Vor der Messung muss ein bestimmter Bereich der zu messenden Viskosität eingegrenzt werden, da durch den Aufbau der Kapillaren ein Viskosimeter nur begrenzt einsetzbar ist. Durch die spezielle Geometrie bleibt die Messung unabhängig vom hydrostatischen Druck der Flüssigkeitssäule im Messrohr. Die Messungen wurden mehrmals wiederholt, um zufällige Fehler zu kompensieren und einen wahren Wert zu ermitteln. Die Viskosität einer Flüssigkeit ist stark temperaturabhängig. Deshalb wurde darauf geachtet, das Viskosimeter ohne Berührung und ohne Einfluss anderer umgebender Wärmequellen zu betreiben. Die Messungen wurden innerhalb einer Stunde durchgeführt. Auch handelt es sich bei Glycerin um einen hygroskopischen Stoff. Durch die wasseranziehende Wirkung können sich die Stoffeigenschaften ändern [16].

Jede Messung wurde zehnmal durchgeführt. Aus den gemessenen Zeiten berechnete man für die Glycerin-Wasser-Mischung eine Durchschnittszeit von t = 275, 6s. Die Gerätekonstante des verwendeten Viskosimeters betrug $K = 0,05024 \frac{mm^2}{s^2}$, was zu der kinematischen Viskosität

$$v = K \cdot t = 0,05024 \cdot 275, 6 \frac{mm^2}{s} = 13,846 \frac{mm^2}{s}$$
 (4.1)

führte. Mit dieser Berechnung ergibt sich die folgende Tabelle:

Mischungsanteil von Glycerin in Massenprozent	kinematische Viskosität	dynamische Viskosität	Dichte
-	v	μ	ρ
%	mm²/s	mPa s	g/cm³
65,7	13,846	16,192	1,1694
0	1	1,002	1

Tab. 4-1: Eigenschaften der Flüssigkeiten

4.1.4 Bildverarbeitung

Mithilfe der Bildverarbeitung konnte die Größe der Tropfen ermittelt werden, die durch Zerfall der Flüssigkeitsstrahlen entstehen. Dazu wurden mit einer Canon D50 Spiegelreflexkamera Serien von Bildern erzeugt. Durch ein Stativ und einen Fernauslöser wurde sichergestellt, dass sich die Position der Kamera während der Bildaufnahme nicht änderte. Um schnell bewegte kleine Objekte wie Tropfen scharf abzubilden, benötigt man viel Licht und eine kurze Belichtungszeit. Infolge des speziellen Versuchsaufbaus waren wir mit der Belichtung eingeschränkt, jedoch konnte dies durch die Lichtempfindlichkeit der Kamera kompensiert werden (Abb. 4-2 (a)). Es musste darauf geachtet werden, dass die Lichtempfindlichkeit nicht zu hoch gewählt wurde, da sonst die Pixel auf der Sensorfläche jeweils zu wenig Licht erhalten. Dabei wäre die Differenz zwischen Lichtsignal und dem von Grund auf bestehenden Störsignal zu gering, was durch die Verstärkung zu einem Rauschen und zur Unschärfe des Bildes geführt hätte [17]. Durch den Vergleich von Probeaufnahmen konnte die passende Kameraeinstellung gefunden werden. Durch das Bildbearbeitungsprogramm Photoshop konnte die Farbbalance, eine Tonwertkorrektur und eine Schwarzweißumwandlung vorgenommen werden (Abb. 4-2 (b)), und mit dem Programm ImageJ wurde ein Binärbild angefertigt (Abb. 4-2 (c)). Solch ein Binärbild besteht aus reinem Weiß und reinem Schwarz, wodurch eine einfache Trennung der Tropfen von dem Hintergrund erfolgte. Durch eine spezielle Applikation desselben Programmes konnte die Tropfengröße in Pixel ausgegeben werden. Bei der Bildaufnahme wurde mit denselben Kameraeinstellungen und demselben Objektabstand ein Bild von einer Messskala erzeugt, wodurch eine Umrechnung von Pixel in µm gewährleistet werden konnte. Die Werte der Tropfendurchmesser wurden in einer Excel-Tabelle zusammengefasst und mittels Matlab zu Diagrammen umgewandelt, auf die später näher eingegangen wird. Diese Art der Bildverarbeitung wurde manuell durchgeführt, wodurch gewährleistet werden konnte, dass sich die Ränder der Tropfen durch die Bildbearbeitung nicht veränderten und so das Ergebnis nicht verfälscht wurde. Auch konnten mit dieser Bearbeitungsweise schwingende oder deformierte Tropfen aus der Messung ausgeschlossen werden, was beispielsweise bei einem PDA-System (Phasen Doppler Anemometer) nicht möglich ist. Nachstehend sind die Etappen der Bildbearbeitung abgebildet.

59



Abb. 4-2: Etappen der Bildbearbeitung, (a) Original, (b) Photoshopbearbeitung, (c) Binärbild

4.2 Kalottendurchmesser

Wie in Kapitel 3.2 beschrieben wurden für die gewählten Krümmungsradien 9, 10 und 12,5mm Kalotten mit unterschiedlichen Durchmessern angefertigt. Die daraus entstandenen Kalottenformen wurden mit vier verschiedenen Rohraustrittsgeometrien getestet, wodurch ein optimaler Kalottendurchmesser für jede dieser Austrittsgeometrien empirisch ermittelt werden konnte. Für die Testreihen wurde das Rohr mit gerader 7mm-Bohrung und Außenanfasung und die drei Rohre mit der Innenverrundung an der Austrittskante gewählt. In Abb. 4-3 sind die unterschiedlichen Kalottendurchmesser d_k bei einer Kugelkrümmung $R_l = 12,5mm$, gepaart mit einer Rohraustrittskrümmung von $R_{\kappa} =$ 15mm, dargestellt. Der Austrittsdurchmesser des Rohres beträgt dabei $d_A = 12,33mm$. Die Darstellungen wurden bei einer bestimmten Austrittsspalthöhe h_{e} , die mittels Gleichung (3.1) zu $99\mu m$ berechnet wurde, aufgenommen. Der Betriebspunkt befand sich bei einem Druck p = 4,24bar und einem Massenstrom von $\dot{m} = 173,2kg/h$. Durch den Vergleich der einzelnen Kalottendurchmesser ist erkennbar, dass sich das bessere Spraybild bei einem Kalottendurchmesser $d_k = 23,5mm$ ergibt. Die sich bildenden Strahlen sind entlang des Kalottenrandes symmetrischer verteilt, und sie verbinden sich nicht zu Filmabschnitten wie bei den Darstellungen mit geringeren Kalottendurchmessern.

Abb. 4-4 zeigt einen Fall unter Verwendung der Glycerin-Wasser-Mischung. Analog zum Versuch mit Wasser ergibt sich auch dabei ein optimaler Kalottendurchmesser, wobei

dieser 22mm beträgt. Der Betriebspunkt in diesem Fall befand sich bei p = 4,85bar und $\dot{m} = 233,4kg/h$ bei einer Austrittsspalthöhe $h_e = 122\mu m$. Der Austrittsdurchmesser d_A des verwendeten Rohres war 11mm.



*d*_{*k*} = 23*mm*

d_k = 23,5mm

 $d_k = 24mm$

Abb. 4-3: Kalottendurchmesser d_k mit Krümmungsradius R₁ = 12,5mm und Rohrinnenkrümmung R_K = 15mm bei Wasser



 $d_k = 20,5mm$





*d*_{*k*} = 21,5*mm*



d_k = 22mm



d_k = 23mm

d_k = 25mm

Abb. 4-4: Kalottendurchmesser d_k mit Krümmungsradius $R_l = 12,5$ mm und Rohrinnenkrümmung $R_k = 7,5$ mm bei der Glycerin-Wasser-Mischung
Bei beiden Flüssigkeiten wurden die zwölf entstandenen Kombinationen aus Kugelkrümmung und Rohraustritt untereinander verglichen und für jede Kugelkrümmung wurde jene Kombination gewählt, die in Bezug auf Rotationssymmetrie und Strahlenbildung das bessere Spraybild erzeugte. In Tab. 4-2 sind die Geometriedaten der gewählten Zusammenstellungen angeführt. Die Bezeichnungen setzen sich aus der Innenkrümmung des Rohraustrittes, dem doppelten Krümmungsradius (Kugeldurchmesser), dem Kalottendurchmesser und der Flüssigkeit zusammen. W steht dabei für Wasser und G für die Glycerin-Wasser-Mischung. Für eine übersichtliche Gestaltung werden die Abbildungen in zwei Kategorien unterteilt: jene Diagramme, die sich durch Verwendung von Wasser ergaben und jene durch die Untersuchungen mit der Glycerin-Wasser-Mischung.

	Krümmungs- radius	Kalotten- durchmesser	Innenkrümmung am Rohraustritt	Austritts- durchmesser
Bezeichnung	R _I in mm	d_{κ} in mm	R_{κ} in mm	d _A in mm
R15Ku18Ka17_W	9	17	15	12,33
R7,5Ku20Ka16,5_W	10	16,5	7,5	11
R7,5Ku25Ka20,5_W	12,5	20,5	7,5	11
R4Ku18Ka17_G	9	17	4	9,78
R7,5Ku20Ka18_G	10	18	7,5	11
R7,5Ku25Ka22_G	12,5	22	7,5	11

Tab. 4-2: Geometriedaten der Kombinationen

4.3 Durchflussverhalten

Der Ringspalt zwischen Kugel oder Kalotte und einem Rohr ist die bestimmende Position der gesamten Anlage. Wird der Spalt geschlossen, baut sich in den Leitungen zwischen Pumpe und Austritt ein Maximaldruck auf. Ist der Spalt hingegen sehr groß, folgt daraus ein sehr niedriger Druck in den Schlauchleitungen. Der Massenstrom verhält sich dabei umgekehrt. Ist der Spalt klein, ergibt sich ein geringer Massendurchsatz, wobei bei großem Spalt der Massenstrom sein Maximum erreicht. Der Zusammenhang zwischen Druck und Durchsatz bezogen auf die Spalthöhe wird in den nachfolgenden Abbildungen dargestellt. Es wurden sechs verschiedene Kombinationen zwischen Kalotten und Rohren verwendet (Tab. 4-2).

Für diese Untersuchung ist die optimale Kalottenform nebensächlich, da der Fokus auf dem Verhalten der Anlage liegt und nicht auf den Instabilitäten nach dem Ringspalt. Der Vollständigkeit halber sind jedoch die Kalottendurchmesser mit angeführt.

4.3.1 Wasser

Druck und Durchfluss wurden bei verschiedenen Spalteinstellungen aufgenommen. Mittels des Drehzahlgebers an der Pumpe konnte die Leistung verändert werden, wodurch die unterschiedlichen Betriebspunkte angefahren wurden. Bei diesem Vorgang blieb die Spalthöhe konstant. Für die Verarbeitung und Darstellungen wurden die Messpunkte (rot) in Matlab eingelesen. Mit Hilfe eines Polynoms zweiter Ordnung wurden Ausgleichskurven (blau) ermittelt. Die Ausgleichskurven werden nach dem Verfahren der kleinsten Quadrate bestimmt, bei dem die Summe der quadratischen Abweichungen zwischen Kurve und Messpunkten minimiert wird. Die zweite Ordnung ergibt sich aus dem quadratischen Zusammenhang zwischen Druck und Massenstrom gemäß der Bernoulli-Gleichung. Die Daten für Wasser sind in Abb. 4-5 bis Abb. 4-7 dargestellt.



Abb. 4-5: Druck-Durchfluss-Kurven bei R15_Ku18Ka17_W



Abb. 4-6: Druck-Durchfluss-Kurven bei R15_Ku20Ka16,5_W



Abb. 4-7: Druck-Durchfluss-Kurven bei R15_Ku25Ka20,5_W

4.3.2 Glycerin-Wasser-Mischung

Die Messpunkte (rot) in Abb. 4-8 bis Abb. 4-10 wurden wie im vorigen Unterkapitel mit Matlab eingelesen und verarbeitet. Es darf festgestellt werden, dass die Messdaten hohe Qualität haben und durch die Ausgleichskurven sehr gut wiedergegeben werden.



Abb. 4-8: Druck-Durchfluss-Kurven bei R4_Ku18Ka17_G



Abb. 4-9: Druck-Durchfluss-Kurven bei R7,5_Ku20Ka18_G



Abb. 4-10: Druck-Durchfluss-Kurven bei R7,5_Ku25Ka22_G

4.4 Tropfengröße

Für die Messungen der Tropfengröße wurden jene Kalotte-Rohr-Kombinationen verwendet, die sich aus den beschriebenen Untersuchungen in Kapitel 4.2 ergaben. In dem Ringspalt zwischen Kalotte und Rohr entstand die in Kapitel 2.4 beschriebene zentrifugale Instabilität. Die Wirbel formen stromab Strahlen, die aufgrund der Rotationssymmetrie des Spaltes auf der Mantelfläche eines Kegels angeordnet sind. Die Strahlen zerfallen nach der Plateau-Rayleigh-Instabilität in Tropfen. Mittels der oben geschilderten Bildverarbeitung konnte die Größe dieser Tropfen bestimmt werden. Für die Messungen wurde ein Strahl pro Geometrieanordnung und bei einer konstant gehaltenen Austrittsspalthöhe betrachtet. Bei der Spalthöhe mit der anliegenden Pumpenleistung ergab sich ein bestimmter Betriebspunkt. In Tab. 4-3 und Tab. 4-5 sind die Eckdaten der Messreihen zusammengefasst. Die Ergebnisse werden analog zu den Druck-Durchfluss-Diagrammen nach den Flüssigkeiten getrennt dargestellt.

4.4.1 Wasser

Für jede der Kalotte-Rohr-Anordnungen wurden verschiedene Austrittsspalthöhen durchgetestet und jene gemessen, bei der sich die Strahlen nach Beobachtung gleichmäßig am Umfang verteilten. Die Kamera wurde so ausgerichtet, dass sie sich für die Bildaufnahme an einer geeigneten Stelle befand, an der die Strahlen vollständig zu Tropfen zerfallen sind.

	Spalthöhe am Austritt	Druckdifferenz	Massenstrom
Bezeichnung	h _e in μm	Δp in bar	ṁ in kg⁄h
R15Ku18Ka17_W	83	3,96	129,4
R7,5Ku20Ka16,5_W	76	4,7	78,6
R7,5Ku25Ka20,5_W	73	4,1	121,3

Tab. 4-3: Eckdaten der Messungen mit Wasser

In Abb. 4-11 bis Abb. 4-13 sind die Häufigkeitsverteilungen (blau) der gemessenenTropfen dargestellt. Zu jeder Verteilung wurde eine Gaußkurve (rot) angenähert. In Tab.4-4 sind die Kenndaten der angenäherten Gaußverteilungen aufgelistet.



Abb. 4-11: Häufigkeitsverteilung R15Ku18Ka17_W



Abb. 4-12: Häufigkeitsverteilung R7,5Ku20Ka16,5_W





	Stichprobenanzahl	Mittelwert	Standard- abweichung
Bezeichnung	#	$\overline{\textit{D}_{\! au}}$ in μm	σ_s in μm
R15Ku18Ka17_W	288	272,69	47,30
R7,5Ku20Ka16,5_W	306	366,37	61,88
R7,5Ku25Ka20,5_W	342	322,55	52,08

Tab. 4-4: Kenndaten Gaußverteilung Wasser

4.4.2 Glycerin-Wasser-Mischung

Analog zu den Untersuchungen mit Wasser wurden die Aufnahmen für die Glycerinmischung mit den gleichen Anforderungen erzeugt. Den Häufigkeitsverteilungen in Abb. 4-14 bis Abb. 4-16 wurde dementsprechend eine Gauß-Kurve angenähert. Die Tropfen im kleineren Größenbereich wurden für die Ergebnisse nicht näher betrachtet. Durch die Viskosität und die damit einhergehende höhere Dämpfung des Glycerins war eine Visualisierung der Tropfen einfacher als mit Wasser. Deshalb ergaben sich mehr Stichproben aus den Aufnahmen. In Tab. 4-6 sind die Mittelwerte und Standardabweichungen der Häufigkeitsverteilungen zusammengefasst.

	Spalthöhe am Austritt	Druckdifferenz	Massenstrom
Bezeichnung	h_e in μm	Δp in bar	ṁ in kg∕h
R4Ku18Ka17_G	62	5,15	147,1
R7,5Ku20Ka18_G	93	3,73	194,4
R7.5Ku25Ka22 G	100	4.83	182.8

Tab. 4-5: Eckdaten der Messungen mit Glycerin-Wasser-Mischung



Abb. 4-14: Häufigkeitsverteilung von R4Ku18Ka17_G



Abb. 4-15: Häufigkeitsverteilung von R7,5Ku20Ka18_G



Abb. 4-16: Häufigkeitsverteilung von R7,5Ku25Ka22_G

Tab. 4-6: Kenndater	n Gaußverteilung	Glycerin-Wasser-	Mischung
---------------------	------------------	------------------	----------

	Stichprobenanzahl	Mittelwert	Standard- abweichung
Bezeichnung	#	$\overline{D_{ au}}$ in μm	σ_{s} in μm
R4Ku18Ka17_G	313	568,04	37,34
R7,5Ku20Ka18_G	400	569,80	35,63
R7,5Ku25Ka22_G	496	660,79	25,37

4.5 Diskussion der Messergebnisse

4.5.1 Diskussion der Durchflusscharakteristik

In Abschnitt 4.3 wurde das Verhalten von Massenstrom und Druckdifferenz der Anlage als Funktion der Austrittsspalthöhe beschrieben und dargestellt. In den nachfolgenden Abbildungen werden die zur Abb. 4-6 gehörigen Spraybilder gezeigt (Abb. 4-17). Ausgehend von der Fotografie bei einer Austrittsspalthöhe von $h_e = 76\mu m$ erkennt man, dass sich mit steigender Spalthöhe die Strahlen vereinigen und einen geschlossenen Film bilden. Die Vereinigung der Strahlen ergibt sich aus der geringer werdenden kinetischen einzelnen Strahles. Mit zunehmender Spalthöhe Energie jedes wird die Strömungsgeschwindigkeit im Spalt geringer, da die Durchtrittsfläche schneller anwächst als der Volumenstrom. Dies verringert die Wirbelstärke eines Strahles, wodurch seine Individualität kompensiert wird. In Abb. 4-17 sind bei einer Austrittsspalthöhe von h_e = 286µm nach Verlassen der Kalotte Strähnen im geschlossenen Film erkennbar. Diese Strähnen sind die Überreste der im Ringspalt entstandenen Wirbel. Im Fall der Glycerin-Wasser-Mischung entsteht dieser Effekt wegen der im Vergleich zu Wasser geringeren Oberflächenspannung und der erhöhten Viskosität noch schneller. Dadurch kann es zur Vereinigung von zwei oder mehreren Strahlen kommen. Aus diesem Grund konnte eine Tropfengrößenmessung nur bei sehr schmalen Spalten vorgenommen werden.

Aus dem Vergleich der Durchflusscharakteristiken zwischen Wasser und der Glycerinmischung lässt sich erkennen, dass bei der Verwendung der Glycerinmischung höhere Drücke und Massenströme erreicht werden. Der hohe Massenstrom ergibt sich bei gleichem Volumenstrom aus der erhöhten Dichte. Der höhere Druck kann dadurch erklärt werden, dass die Pumpe für Flüssigkeiten höherer Viskosität ausgelegt wurde und deswegen bei Verwendung der Glycerinmischung mehr Förderdruck erzeugt als bei Wasser.





 $h_e = 202 \mu m$



 $h_e = 160 \mu m$

h_e = 139μm



 $h_e = 118 \mu m$

 $h_e = 76 \mu m$

Abb. 4-17: Spraybilder bei unterschiedlichen Austrittsspalthöhen für Wasser

4.5.2 Diskussion der Tropfenverteilung

Im Abschnitt 4.4 sind die Häufigkeitsverteilungen der gemessenen Tropfen ersichtlich. Wie zu erwarten, entsprechen die Verteilungen einer Gauß-Verteilung. Im Falle der Glycerinmischung ist die Standardabweichung etwas kleiner als bei Wasser. Die schmälere Verteilung ergibt sich durch die starke Dämpfung von Störungen im Glycerin, welche die Schwingungen der Tropfen schneller abklingen lässt. Diese Schwingungen entstehen im Moment des Ablösens der Tropfen vom Strahl. Durch die dämpfende Wirkung von Glycerin werden die meisten Visualisierungen von Tropfen, Strahlen oder anderen Zerfallsprozessen mit der Glycerinmischung statt mit Wasser vorgenommen. Ferner konnten bei der Verwendung von Glycerin Tropfen geringerer Größe beobachtet werden. Diese kleineren Tropfen werden als "Satelliten" bezeichnet, weil sie sich zwischen den größeren Tropfen (Haupttropfen) bilden. In Abb. 4-14 bis Abb. 4-16 sind diese Satelliten durch die Anhäufungen im Bereich von *200µm* ersichtlich. Ihre Entstehung ist nebensächlich und unterliegt einem Aspekt des Zerfallsprozesses, der in dieser Arbeit nicht näher betrachtet werden soll.

Um zu kontrollieren, ob es sich bei dem Zerfallsprozess der Strahlen tatsächlich um die Plateau-Rayleigh-Instabilität handelt, musste die Strahlanzahl am Umfang des Ringspalts bei den jeweiligen Versuchen ermittelt werden. Dadurch kann auf den Strahldurchmesser geschlossen und der mittlere Tropfendurchmesser mithilfe von Gleichung (2.49) berechnet werden (Tab. 4-7).

	mittlere Strahlenanzahl	mittlere Geschwindigkeit im Spalt	mittlerer Strahldurch- messer	berechneter Tropfendurch- messer
Bezeichnung	#	V _m in <i>m/s</i>	<i>2b</i> in μ <i>m</i>	$\overline{D_{_{T}}}_{_{b}}$ in μm
R15Ku18Ka17_W	144	11,2	168,55	318,55
R7,5Ku20Ka16,5_W	120	8,3	166,63	314,93
R7,5Ku25Ka20,5_W	120	13,4	163,39	308,81
R4Ku18Ka17_G	60	18,3	201,02	379,94
R7,5Ku20Ka18_G	72	14,5	237,48	448,83
R7,5Ku25Ka22_G	72	12,7	246,24	465,40

Tab. 4-7: Berechneter Tropfendurchmesser

Die mittlere Geschwindigkeit ergibt sich aus dem Volumenstrom und der Austrittsfläche des Ringspaltes. Der Volumenstrom wird durch Umrechnung des Massenstromes ermittelt. Bei der Austrittsfläche handelt es sich um die Mantelfläche eines Kegelstumpfes, die durch den Krümmungsradius der Kalotte, die Austrittsspalthöhe und den Polarwinkel θ_e am Austritt definiert ist. Der mittlere Strahldurchmesser lässt sich aus dem Volumenstrom und der Strahlanzahl berechnen. Aus ihm können die Größen der Tropfen ermittelt werden. Durch Vergleich von Tab. 4-7 mit Tab. 4-4 und Tab. 4-6 erkennt man, dass sich im Fall von Wasser die berechneten Tropfengrößen im Intervall um den Mittelpunkt befinden, welches die Standardabweichung bildet.

Bei Gegenüberstellung der Tropfendurchmesser im Glycerinfall zeigen sich starke Abweichungen zwischen berechneten und gemessenen Werten. Diese Abweichungen lassen sich auf die hohe Zähigkeit des Glycerins zurückführen. Die Strahlen entlang der Kalotte werden so stark verzögert, dass für die Berechnung der Strahldurchmesser nicht die mittlere Geschwindigkeit der Austrittsspaltströmung verwendet werden darf. Durch diese Verzögerung weiten sich die Strahlen entsprechend der Kontinuitätsbedingung auf. Des Weiteren gibt es zwei Gründe, die auf einen Plateau-Rayleigh-Zerfall schließen lassen: Zum einen durch die in Tab. 4-8 berechneten Kennzahlen, die verdeutlichen, dass sich in allen sechs Fällen die Strömung im Rayleighschen Bereich des Ohnesorge-Nomogrammes in Abb. 2-6 befindet. Die Reynoldszahl ist auf den Strahldurchmesser, dessen Austrittsgeschwindigkeit am Spalt und der Viskosität der Flüssigkeit bezogen.

	Reynoldszahl	Ohnesorgezahl
Bezeichnung	Re	Oh
R15Ku18Ka17_W	1885,64	9,03E-03
R7,5Ku20Ka16,5_W	1390,26	9,08E-03
R7,5Ku25Ka20,5_W	2188,03	9,17E-03
R4Ku18Ka17_G	266,40	1,29E-02
R7,5Ku20Ka18_G	248,35	1,18E-02
R7,5Ku25Ka22_G	225,22	1,16E-02

Tab. 4-8: Kennzahlen für Tropfenzerfall

Bei der Glycerinmischung ergeben sich durch die hohe kinematische Zähigkeit (Tab. 4-1) relativ kleine Werte der Reynoldszahl. Werden die Geschwindigkeiten der Strahlen für die Glycerinfälle durch die oben beschriebene Erklärung kleiner angenommen, so ergeben sich dadurch noch kleinere Reynoldszahlen. Die Ohnesorgezahlen unter Verwendung von Glycerin sind wiederrum wegen der dynamischen Viskosität um fast eine Ordnung größer als die für Wasser.

Zum anderen liegt die Begründung für eine Plateau-Rayleigh-Instabilität in der Tropfenvermessung und entspricht den Befunden der Sichtbarmachung. Der erwähnte Zerfallsprozess war eindeutig zu erkennen. Den Strahlen war eine Störung überlagert, die rotationssymmetrische Verformungen der Strahlen bewirkte. Diese führte zu einem Einschnüren der Strahlen und zur schlussendlichen Tropfenbildung (Abb. 2-7). In Abb. 4-18 ist der reale Fall abgebildet. Die Fotografie entstand bei der Tropfenvermessung für den Fall R7,5Ku20Ka18_G. Eine detailliertere Beschreibung der Kennwerte dieses Falles liefern die Tabellen in Kapitel 4.



Abb. 4-18: Beobachteter Plateau-Rayleigh-Zerfall

5 Auswertung und Diskussion

Dieses Kapitel beschreibt und diskutiert die Messergebnisse und die zugrunde liegenden Düsenkomponenten. Daher werden zum einen die Entstehungsgeschichte der Düsenendform, und zum anderen jene Versuche, die zur Verwendung einer Kugelform führten, beschrieben. Ferner werden die Messergebnisse aus Kapitel 4 diskutiert und zur Berechnung von Kennwerten wie Reynoldszahl und Ohnesorgezahl der Flüssigkeitsströme herangezogen. Zuletzt wird kurz auf eine Simulation des Ringspaltes eingegangen und deren Lösung mit den Ergebnissen der in Kapitel 2.3 hergeleiteten Gleichungen verglichen.

5.1 Dean-Instabilität

In Abb. 2-5 ist ein Wirbel schematisch dargestellt, wie er von Dean [9] und Reid [7], [8] für den zylindrischen Fall berechnet wurde. Es ist erkennbar, dass die Ausdehnung des Wirbels in radialer und axialer Richtung ident ist. Durch die Untersuchungen der vorliegenden Arbeit konnte diese Größenähnlichkeit experimentell für den sphärischen Fall bestätigt werden. In Abb. 5-1 ist die Spaltströmung unter Verwendung von Wasser dargestellt. Teilabbildung (a) stellt dabei die Normalaufnahme, und (b) den rot umrandeten Ausschnitt vergrößert dar. Durch die 15,1 Megapixel der Kamera und das Bildbearbeitungsprogramm Photoshop konnte diese Vergrößerung realisiert werden. Der Betriebspunkt befand sich dabei bei einem Massenstrom $\dot{m} = 106,3kg/h$ und einem Druck von p = 5,33bar, welcher durch eine Austrittsspalthöhe von $h_e = 93\mu m$ definiert war. Bei der verwendeten Düsenaustrittsgeometrie handelte es sich um die Kombination mit der Bezeichnung R7,5Ku20Ka16,5_W (siehe Tab. 4-2). Die weißen, senkrechten Linien im Spalt von Abb. 5-1 (b) sind die Wirbel. Durch die Reflexion der Belichtung mittels eines Halogenscheinwerfers kam es zu dieser Art der Abbildung. Dadurch konnten hochgerechnet 360 Wirbel entlang des Spaltumfangs gezählt werden. Durch den Austrittsdurchmesser von $d_A = 11mm$ ergeben sich mit der genannten Spalthöhe 372 Wirbel am Umfang, was mit der gezählten Anzahl gut zusammenpasst.



Abb. 5-1: Spaltfotografie (a) normal, (b) vergrößert und bearbeitet

Wendet man diese Erkenntnis für einen der Fälle an, bei denen die Tropfen vermessen wurden, so ergeben sich beispielsweise bei R7,5Ku20Ka16,5_W mit einer Spalthöhe von $h_e = 76\mu m$ 455 Wirbel. Vergleicht man diesen Wert mit der Anzahl der Strahlen in Tab. 4-7, so ergibt sich ein Verhältnis der Anzahlen von Wirbeln und Strahlen von 3,79. Es wurde beobachtet, dass sich die Wirbel sofort nach dem Spalt entlang der Kalottenoberfläche vereinigten. Qualitativ kann dies durch Reibungs- und Dämpfungseffekte des Fluids entlang der Oberfläche erklärt werden. Dies wird aber in dieser Arbeit nicht weiter untersucht.

Durch die Verwendung einer Sensicam von PCO, Typ qe "double shutter", war es möglich den Spalt sehr groß abzubilden. Dabei entstanden mehrere Filmaufnahmen, bei denen die Spalthöhe kontinuierlich verändert wurde. Diese Aufnahmen konnten in Bilder umgewandelt werden, die die Änderungen der Wirbelgrößen und der damit einhergehenden Wirbelanzahl zeigen. In Abb. 5-2 sind vier verschiedene Spalthöhen unter Verwendung der Düsengeometrie R15Ku18Ka17 dargestellt. In den Fotografien von Abb. 5-2 steigt die Austrittsspalthöhe von oben nach unten an. Dadurch sinkt die Anzahl der ersichtlichen Wirbel. Dies führt zu der Bestätigung der Annahme, dass sich die Wirbel sowohl in radialer als auch in azimutaler Richtung gleich ausdehnen.



Abb. 5-2: Spaltaufnahmen unter Verwendung der Düsengeometrie R15Ku18Ka17 und Wasser

Abb. 5-3 zeigt die Änderung der Wirbelgröße unter Verwendung der in Abschnitt 4.1.3 beschriebenen Glycerinmischung und einer Düsengeometrie mit der Bezeichnung R7,5Ku25Ka22 (Tab. 4-2). Mit steigender Austrittsspalthöhe (von oben nach unten), steigt die Größe eines jeden Wirbels in radialer und azimutaler Richtung an, wodurch eine Minderung der Wirbelanzahl ensteht. Die Abbildung stellt dieselben Änderungen der Wirbel wie bei Verwendung von Wasser dar. Die seitliche Perspektive zeigt die Änderung der Wirbel noch deutlicher.



Abb. 5-3: Spaltaufnahmen unter Verwendung der Düsengeometrie R7,5Ku25Ka22 und Glycerin

5.2 Wirbelablösung direkt am Austritt

In Kapitel 4.2 wurde gezeigt, dass ein bestimmter Kalottendurchmesser erforderlich ist, um einzelne Strahlen bei einer bestimmten Geometrie zu erzeugen. Ist die Kalottenoberfläche in Strömungsrichtung zu kurz, so entsteht ein geschlossener Film. In einem weiteren Versuch wurden die Kalotten so bearbeitet, dass ihr Durchmesser d_k gleich dem Austrittsdurchmesser d_A ist, wodurch eine zweiwandgeführte Austrittsgeometrie entstand. Wird bei dieser Anordnung eine Austrittsspalthöhe eingestellt, die der in Abb. 4-3 gleicht, so entsteht ein geschlossener Film. Reduziert man hingegen die Spalthöhe auf ein sehr kleines Maß, so kommt es zur Bildung eines äußerst feinen Sprays. Durch die fertigungstechnischen Grenzen ist dieses Spray nicht mehr rotationssymmetrisch, jedoch erkennt man in Abb. 5-4, dass es sich bei den einzelnen Strahlen um die Dean-Wirbel handelt, die die Kalottenoberfläche direkt am Ringspalt verlassen. Solch ein feiner Sprühnebel ist beispielsweise für Anwendungen im Bereich der Kraftstoffeinspritzung von Interesse. Wie in der Einleitung gezeigt, wurde von Continental ein Injektor für Otto-Kraftstoff entwickelt, der vermutlich den Mechanismus der Dean-Wirbel ausnutzt. Aus Geheimhaltungsgründen wurden wir nicht über die Realisierung beziehungsweise die Geometrie informiert, die zu Abb. 1-1 (a) führte. Abb. 5-4 (a) zeigt einzelne Wirbel, die als Strahlen den Spalt verlassen. Abb. 5-4 (b) hingegen stellt eine Großaufnahme der Anordnung dar, wodurch man das feine Spray erkennt.



(a)

(b)

Abb. 5-4: R7,5Ku25Ka11_W (a) Nahaufnahme; (b) Spraybild

Für die Demonstration wurde dieselbe Geometrie wie in Abb. 4-3 verwendet, jedoch beträgt der Kalottendurchmesser hier $d_k = 11mm$. Diese Untersuchung lässt vermuten, dass bei einer bestimmten Austrittsspalthöhe ein Mindestdruck notwendig ist, der für ein Ablösen der Wirbel am Austritt sorgt. Die verwendete Anlage war mit einem Überdruck im Bereich von 6bar begrenzt, wodurch solch ein Effekt nur bei sehr kleinem Austrittsspalt möglich war. h_e entsprach bei den Aufnahmen einem Wert von $37\mu m$, und der sich einstellende Druck befand sich bei p = 6,65bar. Der Massenstrom war so gering, dass er mit dem verwendeten Corioliszähler nicht mehr messbar war.

5.3 Vergleich analytische Lösung mit Simulation

In Kapitel 2.3 wurden die Gleichungen (2.20) und (2.21) hergeleitet um die Geschwindigkeit und den Druck im Spalt analytisch zu beschreiben. Wendet man diese Gleichungen für die sechs Fälle an, die in Kapitel 4 beschrieben wurden, so weichen deren Ergebnisse stark von den Messwerten ab. Der gemessene Druck stellt den Druckverlust im Spalt dar. Für die Fälle mit Wasser sagt Gleichung (2.21) Druckdifferenzen zwischen Umgebungs- und Rohrinnendruck im Millibar-Bereich voraus, während ein 200-mal so großer Druckunterschied gemessen wurde. Durch die dynamische Viskosität in Gleichung (2.21) steigt die berechnete Druckdifferenz unter der Verwendung der Glycerinmischung um eine Größenordnung, weicht jedoch gegenüber den Messergebnissen nach wie vor stark ab. Dies lässt darauf schließen, dass im Durchschnitt entlang der Strömungsrichtung die Annahme (2.13) verletzt ist. Zwar ist die Austrittsspalthöhe äußerst klein (μ m-Bereich), die Kanalhöhe wächst aber stromauf stark an (mm-Bereich), wodurch ein Unterschied von zwei Größenordnungen entsteht. Unter Verwendung von Wasser sind die Reynoldszahlen im Rohr leicht turbulent, sodass die Strömung nicht als laminar berechnet werden darf. Um die Diskrepanz zwischen den analytischen Ergebnissen und den Messwerten zu erklären, wurde die Spaltdurchströmung zuerst zweidimensional und dann dreidimensional konstruiert und mittels der CFD-Software Fluent von Herrn E. Baric am ISW simuliert. Für die Simulationen wurden nur die Fälle unter Verwendung der Glycerinmischung betrachtet, da es sich bei diesen Varianten um reine laminare Strömungen handelt. Für die leicht turbulenten Strömungen durch Wasser wäre ein Turbulenzmodell notwendig gewesen, worauf verzichtet wurde, da die Simulation als reiner Vergleich dient und nicht Aufgabenstellung dieser Arbeit war. Abb. 5-5 zeigt eine der für die Simulation verwendeten Geometrien. Abb. 5-5 (a) und (b) stellen die zweidimensionale, (c) und (d) die dreidimensionale Betrachtung des Strömungsraumes der Kombination R4Ku18Ka17 G dar. Der obere Rand im zweidimensionalen Fall ergibt

sich durch die Innenkontur des Rohres, der untere Rand durch die Symmetrieachse, die rechte Krümmung entsteht durch die Kugeloberfläche und der linke Rand ist durch den Abstand der Druckmessstelle vom Austritt gegeben [18].



Abb. 5-5: 2D-Gitter (a) Gesamtfläche, (b) Detail des Austrittes; 3D-Gitter (c) Gesamtkörper, (d) Detail des Austrittes

Für die zweidimensionale Simulation wurde das Gitter aus Quadraten gezeichnet. Es ergibt sich dadurch eine Zellenanzahl im Bereich von 43000. Die quadratische Form der Zellen wurde den dreieckigen Form vorgezogen, um Rechenzeit zu sparen. Im Bereich des Austrittes war die kleinste Seitenlänge einer Zelle 5µm, um den Austritt genügend hoch aufzulösen. Stromauf wurden die Zellen größer, um eine unnötig hohe Anzahl an Zellen zu vermeiden. Die Skalierung erfolgte dabei automatisch.

Für den dreidimensionalen Fall wurde aus dem Volumenkörper automatisch ein Simulationsnetz aus Tetraeder generiert. Diese haben gegenüber Hexaeder den Vorteil, den engen Spalt am Austritt höher aufzulösen. Die Anzahl der Zellen war im Bereich von 520000. Die kleinste Kantenlänge der Tetraeder betrug 1µm, die größte 0,47mm. Die Wachstumsrate hatte dabei einen Wert von 1,2. Sie kennzeichnet die maximale Größenänderung von zwei nebeneinanderliegenden Zellen.

Die roten Kreise in Abb. 5-5 markieren die Teile, die in (b) beziehungsweise in (d) vergrößert dargestellt sind. Die blauen Pfeile zeigen die Strömungsrichtung des Fluides an. In den Detailansichten ist erkennbar, dass die Austritte sehr fein aufgelöst wurden. Dies entspricht den Abmessungen des Kanals (μ m). Dadurch entsteht besonders im dreidimensionalen Fall eine hohe Anzahl an Elementen, die eine hohe Rechenkapazität erfordern. Deshalb wurde für die Simulation ein "Kuchenstück" des Rotationskörpers verwendet, da durch Dean [9] und Reid [7], [8] mathematisch und durch die vorliegende Arbeit experimentell nachgewiesen wurde, dass die sich im Spalt bildenden Wirbel periodisch auftreten. In Tab. 5-1 sind die gemessenen Werte der analytischen Lösung und den Werten der Simulation gegenübergestellt. Zur Definition der Strömung sind die Reynoldszahlen im Rohr (*7mm* Durchmesser) und am Austritt (abhängig von h_e) in Tab. 5-2 aufgelistet.

Durch den Vergleich der analytisch berechneten Werte des Druckverlustes im Fall der Glycerinmischung mit jenen Werten aus der zweidimensionalen Simulation in Tab. 5-1 lässt sich erkennen, dass das analytische Ergebnis relativ betrachtet bei R4Ku18Ka17_G am besten mit der Simulation übereinstimmt. Die Messwerte sind aber nach wie vor ein Vielfaches der analytisch berechneten Druckverluste, wodurch sich die vereinfachte analytische Lösung als ungeeignet für den enger werdenden Spalt in der vorliegenden Arbeit erweist. Für den Fall mit den konkav gekrümmten Einsätzen, bei denen der sich bildende Spalt konstant verläuft, wird angenommen, dass die analytische Gleichung anwendbar ist, vorausgesetzt die Reynoldszahlen sind in einem Bereich, in dem man die Trägheitsterme der Navier-Stokes-Gleichungen vernachlässigen kann.

84

	Austritts- spalthöhe	Druckverlust analytisch	Druckverlust 2D-Simulation	Druckverlust 3D-Simulation	Druckverlust gemessen
Bezeichnung	h _e in μm	Δp in bar	$\Delta { m p}$ in bar	$\Delta { m p}$ in bar	Δp in bar
R4Ku18Ka17_G	62	1,46	3,49	4,74	5,15
R7,5Ku20Ka18_G	93	0,53	2,00	2,43	3,73
R7,5Ku25Ka22_G	100	0,31	1,34	1,72	4,83
R15Ku18Ka17_W	83	0,032	-	-	3,96
R7,5Ku20Ka16,5_W	76	0,024	-	-	4,70
R7,5Ku25Ka20,5_W	73	0,029	-	-	4,10

TUD. 5-1. Vergieich Druckverius	Tab.	5-1:	Vergleich	Druckverlust
---------------------------------	------	------	-----------	--------------

Tab. 5-2: Beschreibende Reynoldszahlen

	Reynoldszahl im Rohr	Reynoldszahl im Spaltaustritt
Bezeichnung	-	-
R4Ku18Ka17_G	459,02	82,43
R7,5Ku20Ka18_G	606,62	96,94
R7,5Ku25Ka22_G	570,42	91,10
R15Ku18Ka17_W	6537,98	931,93
R7,5Ku20Ka16,5_W	3971,29	634,10
R7,5Ku25Ka20,5_W	6128,73	972,20

In Tab. 5-1 ist ersichtlich, dass die zweidimensionale Simulation plausiblere Werte liefert als die analytische Lösung. Dafür wurden die vollständigen Navier-Stokes-Gleichungen numerisch gelöst. Da die im Spalt entstehenden Dean-Wirbel Geschwindigkeitskomponenten orthogonal zur Strömungsrichtung aufweisen, wurde zum Vergleich eine dreidimensionale Simulation durchgeführt, die zu einer nochmaligen Steigerung des berechneten Druckverlustes im Spalt führt. Im Fall der Geometrie R4Ku18Ka17 G ist die aus der Simulation berechnete Druckdifferenz nahe dem gemessenen Wert. Bei den beiden anderen mit Glycerin benutzten Geometrien weichen die Drücke stärker von diesen Werten ab. Eine Begründung ist ein hervorgerufener Druckverlust durch die sich im Spalt bildenden Wirbel. Jeder der Wirbel besitzt eine bestimmte Wirbelstärke. Die kinetische Energie der Fluidbewegung entsteht durch die Umwandlung der Druckenergie. Wegen der unterschiedlichen Geometrien und Austrittsspalthöhen unterscheiden sich die Fälle in punkto Wirbelstärke und Wirbelanzahl, wodurch ein verschieden großer Druckverlust entstehen kann. Auch wird in der Simulation eine ideale Strömung angenommen, die keine Störungen in der Zuleitung oder an der Oberfläche der Bauteile berücksichtigt. Solch eine Modellierung wäre für den hier zu demonstrierenden Vergleichszweck zu aufwendig, sollte jedoch in zukünftige Untersuchungen miteinbezogen werden. In der vorliegenden Arbeit wird auf die Wirbelstärke und die Energie nicht weiter eingegangen.

Der gemessene Druckverlust von R7,5Ku25Ka22_G in Tab. 5-1 zeigt bei dem Vergleich mit den dazugehörigen Simulationswerten eine Diskrepanz. Solch eine Abweichung kann durch Fertigungsungenauigkeiten und Oberflächenbeschaffenheit der durch- und anströmenden Körper entstehen. Bei den für die Messungen verwendeten Kugeln handelte es sich um keine Präzisionskugeln, wodurch Unebenheiten der Oberfläche die Ergebnisse beeinflussen konnten. Auch wird für die Simulation ein vollständig rotationssymmetrischer Ringspalt vorausgesetzt, was in der Realität oft nicht umsetzbar ist.

Der Geschwindigkeitsverlauf am Austritt entspricht einer Parabel, deren Scheitelpunkt sich in der Mitte des Spaltes befindet. Für einen Vergleich der unterschiedlichen Varianten wurde der Mittelwert dieser Profile ermittelt und in Tab. 5-3 zusammengefasst. Bis auf die zweidimensionale Simulation sind die Werte der mittleren Geschwindigkeiten im Spaltaustritt beinahe gleich. Für das Geschwindigkeitsprofil der analytischen Lösung wurde in Gleichung (2.17) die Austrittsspalthöhe und der dazugehörige Druckgradient eingesetzt.

	Geschwindigkeit analytisch	Geschwindigkeit 2D-Simulation	Geschwindigkeit 3D-Simulation	Geschwindigkeit aus Volumenstrom
Bezeichnung	$\overline{u_{\theta}}$ in m/s	$\overline{u_{\theta}}$ in m/s	$\overline{u_{\theta}}$ in m/s	$\overline{u_{ heta}}$ in m/s
R4Ku18Ka17_G	18,10	16,95	18,41	18,35
R7,5Ku20Ka18_G	14,47	13,87	14,55	14,48
R7,5Ku25Ka22_G	12,69	11,91	12,81	12,66
R15Ku18Ka17_W	11,08	-	-	11,19
R7,5Ku20Ka16,5_W	8,29	-	-	8,34
R7,5Ku25Ka20,5_W	13,38	-	-	13,39

Tab. 5-3: Vergleich der mittleren Geschwindigkeiten am Spaltaustritt

Nachfolgend sind die Druckverläufe (Abb. 5-6) über dem Polarwinkel θ und die Geschwindigkeitsprofile (Abb. 5-7) am Spaltaustritt für den Fall R4Ku18Ka17_G jeweils in einem Diagramm zusammengefasst. Physikalisch zeigen die Druckverläufe ein korrektes Verhalten. Je näher dem Spaltaustritt, desto steiler fällt der Druck, da sich die Spalthöhe in der Nähe des Austrittes stark verkleinert [18].



Abb. 5-6: Druckdifferenzen zwischen Umgebung und dem Rohrinneren entlang der Kalottenoberfläche aus den verschiedenen Berechnungsmethoden



Abb. 5-7: Geschwindigkeitsprofile am Austritt aus den unterschiedlichen Berechnungsmethoden

Anhand der Druckverläufe in Abb. 5-6 ist erkennbar, dass sich der Druck erst bei einem Polarwinkel von 0,3rad beginnt zu ändern. Dieser Winkel ist der in Kapitel 3.3 erwähnte Anfangswinkel θ_0 . Im Anhang A sind die Konturplots des Druckes und der Geschwindigkeit für den beschriebenen Fall der Simulation dargestellt.

6 Zusammenfassung und Ausblick

Ziel dieser Masterarbeit war es, die Instabilität von Strömungen zu beschreiben, die durch gekrümmte Stromlinien durch einen Ringspalt entsteht. Die Krümmung der Stromlinien entsteht durch eine Kugeloberfläche in Wechselwirkung mit dem Austritt eines Rohres. Die Nutzbarkeit dieser Instabilität zur Bildung von Sprays mit schmalen Tropfendurchmesserverteilungen sollte durch experimentelle Untersuchungen untersucht werden. Zerstäuber, die auf diesem Prinzip beruhend arbeiten, gibt es in der technischen Anwendung derzeit nicht.

Mittels Literaturstudie wurde die Thematik der zentrifugalen Strömungsinstabilität untersucht. Hierdurch konnte die Instabilität im Ringspalts als Dean-Instabilität identifiziert werden. Als Grundströmung, deren Störung diese Instabilität aufweist, wurde die Spaltströmung durch Schmierungs-Approximation der Navier-Stokes-Gleichungen sowohl für ein sphärisches, als auch für ein zylindrisches Koordinatensystem beschrieben. Für die experimentellen Untersuchungen wurde eine Versuchsanlage entwickelt, um verschiedene Formen der Düsengeometrie am Austritt und speziell unterschiedliche Kugeldurchmesser gepaart mit unterschiedlichen Rohraustrittsgeometrien prüfen zu können. Durch systematische Studien mit Sichtbarmachung der Strömung wurde die optimale Spaltgeometrie ermittelt. Das Rayleighsche Zirkulationskriterium lieferte die Begründung dafür, dass eine nicht tangentiale Anordnung der Rohraustrittsgeometrie gegen die Kugeloberfläche notwendig ist, um die Dean-Wirbel im Spalt zu erzeugen. Die Wirbel bilden stromab entlang der Kugeloberfläche Wülste in der Flüssigkeitsströmung, die die Kugeloberfläche als Strahlen verlassen. Ein wichtiger Entwicklungsschritt war die Überführung der Kugel in eine Kalottenform, wodurch die Ablöseposition der Strahlen von der festen Oberfläche gezielt beeinflusst werden konnte. Des Weiteren konnte durch die Kalottenform ein Herunterrinnen der Flüssigkeit zum unteren Pol der Kugel vermieden werden, was für die Anwendung unerwünscht wäre. Empirisch wurde eine optimale Kalottengröße ermittelt, die eine räumlich periodische Anordnung der Strahlen bewirkte. Insgesamt wurden sechs Geometrieanordnungen näher untersucht. In drei dieser Fälle war demineralisiertes Wasser das Strömungsmedium, und in weiteren drei

89

Kombinationen wurde eine 66%ige Glycerin-Wasser-Mischung verwendet, um den Bereich der dynamischen Viskosität der Flüssigkeit zu ermitteln, für den diese Zerstäubungstechnik anwendbar ist.

Zur Charakterisierung des Zerstäuberverhaltens wurden Durchflusscharakteristika und Tropfengrößenhistogrammen vermessen. Das Durchflussverhalten erfolgte durch die Aufnahme von Druck und Massenstrom. Die Tropfengrößenverteilung wurde durch die Auswertung Bildverarbeitung von Serienaufnahmen der zerfallenden und Flüssigkeitsstrahlen vorgenommen. Durch Berechnung der Ohnesorgezahl und der Reynoldszahl der Strahlen konnte in Übereinstimmung mit den experimentellen Beobachtungen die Plateau-Rayleigh-Instabilität als wirkender Zerfallsprozess für die Tropfenbildung diagnostiziert werden. Ferner wurden zwei Betriebsarten der Düse beobachtet: zum einen die intensiv betrachtete Tropfenbildung, deren Entstehung durch die ursächlichen Wirbel und die anschließende Strömung entlang der Kalottenoberfläche beeinflusst wird, und zum anderen die direkte Bildung eines Sprays aus den Wirbeln. Letzteres erfordert eine detailliertere Untersuchung, insbesondere bei höheren treibenden Drücken. Untersuchungen mit hohen Drücken (\geq 10bar) könnten Aufschluss geben, ob die Ablösung der Wirbel am Austritt bei größeren Austrittsspalthöhen erreichbar ist. Dadurch wäre eine Kalottenfläche, die nur den Austrittsquerschnitt des Rohres abdeckt, ausreichend. Es stellt sich die Frage, ob auch bei einer sehr großen Spaltbreite (> 100µm) und hohem Druck die Wirbel einzeln den Spalt verlassen. Diese konnte aus Gründen der Begrenzung durch die Pumpenleistung im Rahmen der Arbeit nicht beantwortet werden.

Am Ende der Arbeit wurde die analytisch beschriebene Spaltströmung mit Ergebnissen numerischer Strömungssimulationen verglichen. Die Vereinfachung der Navier-Stokes-Gleichungen zu einer Schmierspaltströmung erwies sich dabei als ungeeignet für die Beschreibung der Grundströmung im Spalt, da sich die Spaltbreite in Strömungsrichtung zu stark ändert und damit die Annahme der Schlankheit des Strömungsfeldes verletzt wurde. Die dreidimensionale Simulation erwies sich als die geeignetste Art, die Strömung im Spalt zu beschreiben und sollte in zukünftigen Projekten weiterentwickelt werden. Insbesondere könnte die Bildung der Wülste an der Kalottenoberfläche eine stabilisierende Rückwirkung auf die Wirbel im Spalt haben. Deshalb wäre eine genaue

90

Simulation und Störungsanalyse des Gesamtsystems (Spalt + Kalottenoberfläche) als weitere Arbeit von Vorteil.

Abschließend lässt sich sagen, dass durch diese Arbeit eine Basis für die Zerstäubung durch zentrifugale Instabilität gelegt wurde und dass darin weiteres Forschungspotential steckt.

Literaturverzeichnis

[1] BRENN, G. Materialien zu den Vorlesung und Übungen Strömungslehre und
 Wärmeübertragung. Graz: Institut für Strömungslehre und Wärmeübertragung, TU Graz,
 2008.

[2] BRENN, G.; MEILE, W. Vorlesungsskriptum zu Strömungslehre und WärmeübetragungI. Graz: Institut für Strömungslehre und Wärmeübertragung, TU Graz, 2008.

[3] STEINER, H. Vorlesungsskriptum zu Strömungslehre und Wärmeübertragung II. Graz: Institut für Strömungslehre und Wärmeübertragung, TU Graz, 2010.

[4] BÖSWIRTH, L. Technische Strömungslehre. Wiesbaden: Vieweg, 2007.

[5] SPURK, J. H.; AKSEL, N. Strömungslehre - Einführung in die Theorie der Strömungen. 7.ed. Bad König: Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 2007, S. 219-221.

[6] SARIC, W. S. Görtler Vortices. Annual Review of Fluid Mechanics, 26, 1994, S. 379-409.

[7] DRAZIN, P. G.; REID, W. H. Hydrodynamic Stability. Cambridge: Cambridge University Press, 2004, S. 69-121.

[8] REID, W. H. On the stability of viscous flow in a curved channel. Proceedings of the Royal Society, 244, 1958, S. 186-198.

[9] DEAN, W. R. Fluid Motion in a Curved Channel. Proceedings of the Royal Society of London, 121, 1928, S. 402-420.

[10] OHNESORGE,. Die Bildung von Tropfen an Düsen und die Auflösung flüssiger Strahlen. Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik, 16, 1936, S. 355-358.

[11] ASHGRIZ, N.; YARIN, A. L. Capillary Instability of Free Liquid Jets. In: ASHGRIZ, N. Handbook of Atomization and Sprays. Heidelberg: Springer, 2011, S. 3-53.

[12] WEBER, C. Zum Zerfall eines Flüssigkeitsstrahles. Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik, 11, 1931, S. 136-159.

[13] LEFEBVRE, A. H. Atomization and Sprays. Washington: Hemisphere Publishing Corporation, 1989. [14] EAGLES, P. M. The effect of slowly varying gap width on Dean vortices. Physics of Fluids, A5(12), 1993, S. 3175-3180.

[15] ENDRESS+HAUSER. Technische Information Proline Promass 80F, 83F. Weil am Rhein.2010.

[16] WILKE, J. Theorie und Praxis der Kapillarviskosimetrie - Eine Einführung. Mainz: Schott-Geräte GmbH, 2001.

[17] GROSS, S. Das Profihandbuch zur Canon EOS 50D. Düsseldorf: Data Becker, 2009.

[18] BARIC, E. private communication, ISW TUGraz, 2013.

[19] GABERDIEL, M. R. Klassische Elektrodynamik. Zürich: Institut für Theoretische Physik, ETH Zürich, 2009.

Anhang



Abb. A- 1: Zweidimensionale Simulation der Druckdifferenz im Spalt von R4Ku18Ka17_G (a) gesamter Strömungsraum; (b) Detail des Spaltaustrittes



Abb. A- 2: Zweidimensionale Simulation der Geschwindigkeit im Spalt (a) gesamter Strömungsraum; (b) Detail des Spaltaustrittes



Abb. A- 3: Dreidimensionale Simulation der Druckdifferenz im Spalt (a) gesamter Strömungsraum; (b) Detail des Spaltaustrittes



Abb. A- 4: Dreidimensionale Simulation der Geschwindigkeit im Spalt (a) gesamter Strömungsraum; (b) Detail des Spaltaustrittes
Im Unterkapitel 3.3 wurde eine ungestörte Strömung betrachtet, für die $u_{\theta} = U_{\theta}$ galt. u_r war dabei vernachlässigbar klein und die Drallfreiheit ließ auf $u_{\phi} = 0$ schließen. In diesem Abschnitt wird der Grundströmung eine Störung überlagert, sodass die Geschwindigkeitskomponenten und der Druck wie folgt aussehen:

$$u_{\theta} = U_{\theta} + \hat{u}_{\theta}$$

$$u_{r} = U_{r} + \hat{u}_{r}$$

$$u_{\phi} = \hat{u}_{\phi}$$

$$p = P + \hat{p}$$
(5.1)

Setzt man die überlagerte Strömung in die Kontinuitätsgleichung (2.7) ein, wobei die Gleichung stationär betrachtet wird und spaltet die Differentialterme auf, lässt sich die Kontinuitätsgleichung der Grundströmung darin erkennen, die null sein muss. Daraus folgt die Massenerhaltung der gestörten Strömung zu

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\hat{u}_r\right) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\hat{u}_\theta\sin\theta\right) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\phi}\left(\hat{u}_\phi\right) = 0.$$
(5.2)

Für die dimensionslose Beschreibung der Kontinuitätsgleichung werden folgende charakteristische Größen definiert:

$$r^{*} = \frac{r}{R_{I}}; \quad \partial r^{*} = \frac{\partial r}{\overline{h}}; \quad \theta^{*} = \frac{\theta}{\Delta \theta}; \quad t^{*} = \frac{\phi}{\Delta \phi}$$
$$\hat{u}_{r} = \frac{\hat{u}_{r}}{\hat{V}_{ref,r}}; \quad \hat{u}_{\theta} = \frac{\hat{u}_{\theta}}{\hat{V}_{ref,\theta}}; \quad \hat{u}_{\phi} = \frac{\hat{u}_{\phi}}{\hat{V}_{ref,\phi}}$$
(5.3)

Es wird angenommen, dass die entstehenden Instabilitäten Strukturen annehmen, die in Höhe und Breite dieselbe Größenordnung besitzen. Diese geometrische Einschränkung hat in Umfangsrichtung (ϕ -Richtung) für die charakteristische Größe $\Delta \phi$ folgende Bedeutung:

$$\Delta \phi = \frac{\overline{h}}{R_{l} \sin \theta_{c}} \tag{5.4}$$

Dabei ist θ_c eine charakteristische Größe des Polarwinkels θ . Diese Gleichung ergibt sich durch das Verhältnis des Umfanges an der charakteristischen Position bezogen auf eine volle Umdrehung (2π). Des Weiteren führt sie zu folgenden Zusammenhänge der Bezugsgeschwindigkeiten der Störungen:

$$\hat{V}_{ref,r} = \frac{h}{R_{I}\Delta\theta}\hat{V}_{ref,\theta}$$
$$\hat{V}_{ref,\phi} = \frac{\overline{h}}{R_{I}\Delta\theta\sin\theta_{c}}\hat{V}_{ref,\theta}$$
(5.5)

In den Gleichungen erkennt man denselben Term wie bei der ungestörten Strömung. Dadurch sind die charakteristischen Geschwindigkeiten in Radial- und Umfangsrichtung um ein Vielfaches kleiner als jene in tangentialer Richtung. Des Weiteren liegt die Behauptung nahe, dass die beiden Bezugsgeschwindigkeiten (r und ϕ) derselben Größenordnung entsprechen.

Wird auf die Impulsgleichungen die gestörte Strömung angewendet, und streicht man sowohl jene Terme der Grundströmung wie auch quadratische Terme der Störgrößen weg, da letztere vernachlässigbar klein werden, folgt:

$$U_{r}\frac{\partial\hat{u}_{r}}{\partial r} + \frac{U_{\theta}}{r}\frac{\partial\hat{u}_{r}}{\partial\theta} - \frac{2U_{\theta}\hat{u}_{\theta}}{r} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial\hat{p}}{\partial r}$$

$$+ \nu \left(\frac{1}{r^{2}}\frac{\partial^{2}}{\partial r^{2}}\left(r^{2}\hat{u}_{r}\right) + \frac{1}{r^{2}\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial\hat{u}_{r}}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{r^{2}\left(\sin\theta\right)^{2}}\frac{\partial^{2}\hat{u}_{r}}{\partial\phi^{2}}\right)$$

$$\hat{u}_{r}\frac{\partial U_{\theta}}{\partial r} + U_{r}\frac{\partial\hat{u}_{\theta}}{\partial\theta} + \frac{1}{r}\frac{\partial U_{\theta}\hat{u}_{\theta}}{\partial\theta} + \frac{1}{r}\left(U_{r}\hat{u}_{\theta} + \hat{u}_{r}U_{\theta}\right) = -\frac{1}{\rho}\frac{1}{r}\frac{\partial\hat{p}}{\partial\theta}$$

$$+ \nu \left(\frac{1}{r^{2}}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^{2}\frac{\partial\hat{u}_{\theta}}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^{2}}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(\hat{u}_{\theta}\sin\theta)\right)$$

$$(5.7)$$

$$+ \frac{1}{r^{2}\left(\sin\theta\right)^{2}}\frac{\partial^{2}\hat{u}_{\theta}}{\partial\phi^{2}} + \frac{2}{r^{2}}\frac{\partial\hat{u}_{r}}{\partial\theta} - \frac{2\cos\theta}{r^{2}\left(\sin\theta\right)^{2}}\frac{\partial\hat{u}_{\theta}}{\partial\phi}$$

$$U_{r}\frac{\partial\hat{u}_{\phi}}{\partial r} + \frac{U_{\theta}}{r}\frac{\partial\hat{u}_{\phi}}{\partial\theta} + \frac{\hat{u}_{\phi}U_{r}}{r} + \frac{U_{\theta}\hat{u}_{\phi}}{r}\cot\theta = -\frac{1}{\rho}\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial\hat{\rho}}{\partial\phi}$$
$$+ \nu\left(\frac{1}{r^{2}}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^{2}\frac{\partial\hat{u}_{\phi}}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^{2}}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\hat{u}_{\phi}\sin\theta\right)\right)$$
$$+ \frac{1}{r^{2}\sin^{2}\theta}\frac{\partial^{2}\hat{u}_{\phi}}{\partial\phi^{2}} + \frac{2}{r^{2}\sin\theta}\frac{\partial\hat{u}_{r}}{\partial\phi} + \frac{2\cos\theta}{r^{2}\sin^{2}\theta}\frac{\partial\hat{u}_{\theta}}{\partial\phi}\right)$$
(5.8)

Für die dimensionslose Betrachtung der Impulsgleichungen müssen die in (5.3) beschriebenen charakteristischen Größen durch folgende erweitert werden:

$$U_{r}^{*} = \frac{U_{r}}{V_{ref,r}} ; \qquad U_{\theta}^{*} = \frac{U_{\theta}}{V_{ref,\theta}}$$
$$\hat{p}_{r}^{*} = \frac{\hat{p}}{\hat{P}_{ref,r}} ; \qquad \hat{p}_{\theta}^{*} = \frac{\hat{p}}{\hat{P}_{ref,\theta}}; \qquad \hat{p}_{\phi}^{*} = \frac{\hat{p}}{\hat{P}_{ref,\phi}}$$
(5.9)

Aus dem Unterkapitel 2.3.1 ist der Zusammenhang zwischen den beiden Bezugsgeschwindigkeiten der ungestörten Strömung bekannt. Für die dimensionslosen Drücke werden unterschiedliche Referenzgrößen angenommen, da durch die Instabilitäten starke Schwankungen bezüglich der Größenordnung der Druckgradienten möglich sein kann. Durch die Beziehungen der charakteristischen Geschwindigkeiten, lassen sich bestimmte Terme der oben angeführten gestörten Impulsgleichungen vernachlässigen, was zu den folgenden vereinfachten dimensionsbehafteten Gleichungen führt.

$$\frac{\partial \hat{p}}{\partial r} = \mu \left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial r^2} \left(r^2 \hat{u}_r \right) + \frac{1}{r^2 \cdot \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \hat{u}_r}{\partial \phi^2} \right]$$
(5.10)

$$\frac{1}{r}\frac{\partial\hat{\rho}}{\partial\theta} = \mu \left[\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial\hat{u}_{\theta}}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2\hat{u}_{\theta}}{\partial\phi^2}\right]$$
(5.11)

$$\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial\hat{p}}{\partial\phi} = \mu \left[\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial\hat{u}_{\phi}}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2\hat{u}_{\phi}}{\partial\phi^2} + \frac{2\cos\theta}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial\hat{u}_{\theta}}{\partial\phi}\right]$$
(5.12)

Die Impulsgleichungen haben zusammengefasst dieselbe Form wie die Stokes-Gleichungen:

$$\vec{\nabla}\hat{p} = \mu \cdot \Delta \vec{\hat{u}} \tag{5.13}$$

Zwar fehlen einige Komponenten in den Impulsgleichungen, jedoch können diese wegen ihrer geringen Größenordnung vernachlässigt werden. Durch Bildung der Divergenz von (5.13) erkennt man, dass die rechte Seite der Gleichung null sein muss, um die Kontinuitätsgleichung zu erfüllen. Aus diesem Grund folgt:

$$\Delta \hat{\rho} = 0 \tag{5.14}$$

Dieser Form wird auch als Laplacegleichung bezeichnet. Ausgeschrieben in Kugelkoordinaten ergibt dies:

$$\Delta \hat{p} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \hat{p}}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \hat{p}}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \hat{p}}{\partial \phi^2} = 0$$
(5.15)

Die Druckstörung ist abhängig von den drei Parametern r, θ und ϕ . Um eine Lösungsgleichung zu definieren liegt es nahe, den Separationsansatz anzuwenden, um drei unabhängige Ausdrücke zu beschreiben, die jeweils nur von einer Variablen abhängig sind. Es erweist sich als hilfreich die Druckstörung folgendermaßen anzuschreiben:

$$\hat{p} = \frac{S(r)}{r} \cdot P(\cos\theta) \cdot Q(\phi)$$
(5.16)

Durch einsetzen in (5.15) ergibt sich für $Q(\phi)$:

$$Q(\phi) = C_3 e^{-in\phi} + C_4 e^{in\phi}$$
(5.17)

Die Lösung muss eindeutig sein. Daraus folgt die Bedingung der Periodizität, was letztendlich zu

$$Q_n(\phi) = e^{in\phi} \text{ führt.}$$
(5.18)

Für die Lösung von $P(cos\theta)$ ergibt sich durch die Einführung einer neuen Separationskonstante der Form m(m+1) das Legendre-Polynom:

$$P_m^n(\cos\theta) = \frac{1}{2^m \cdot m!} \cdot \left(1 - (\cos\theta)^2\right)^{\frac{n}{2}} \cdot \frac{f^{m+n}}{f(\cos\theta)^{m+n}} \cdot \left((\cos\theta)^2 - 1\right)^m$$
(5.19)

Für den dritten, von der radialen Komponente abhängigen Ausdruck ergibt sich durch das lösen einer Eulerschen Differentialgleichung 2.Ordnung:

$$\frac{S(r)}{r} = C_5 r^m + C_6 r^{-(m+1)}$$
(5.20)

Durch Einsetzen der drei Ausdrücke in (5.16) ergibt sich die Lösung für die Instabilität des Druckes.

$$\hat{p} = \left(C_5 \cdot r^m + C_6 \cdot r^{-(m+1)}\right) \cdot P_m^n \left(\cos\theta\right) \cdot e^{i \cdot n \cdot \varphi}$$
(5.21)

Wird diese Instabilitätslösung in (5.10) und (5.11) eingesetzt können aus den Impulsgleichungen \hat{u}_r und \hat{u}_{θ} bestimmt werden. Aus der Kontinuitätsgleichung (5.2) lässt sich die Störung in Umfangsrichtung \hat{u}_{ϕ} ermitteln.

Der Rechengang zur Lösung der Laplacegleichung wurde in Anlehnung an [19] durchgeführt.

Konstruktionszeichnungen



















		43.7) RAO CI 42			
POS-NR.	BENENNUNG	1.2	material MENGE		
2	2 Kugel 18mm		2 0402 (Cu7n40Ph2)		
WENN NICHT ANDERS DEFINIERT: OBERFLÄCHENGÜTE: BEMASSUNGEN SIND IN MILLIMETER		ENTGRATEN UND SCHARFF	ZEICHNUNG NICHT SKALIEREN ÄNDERUNG		
OBERFLÄCHENBESCHAFFE TOLERANZEN: LINEAR: WINKEL:	NHEIT:	KANTEN BRECHEN			
NAME GEZEICHNET Patrick Salma GEPRÜFT GENEHMIGT PRODUKTION PRODUKTION	SIGNATUR DATUM n		"Kugellager" M4		
QUALITÄT	WERKSTOFF:		ZEICHNUNGSNR.	A4	
	CFWICHT-				
GEWICHT:			DEATH YON T		





	B				
1	Vollstahldüse	7mm r	nit R7.5 P		
2	Adapter_P2		···· /•_·		
3	''Kuaellaaer'' M4				
4	Kalotte 25mm 20.5 breit M4				
5	Hexagon Nut ISO - 4032 - M4 - D - N			N 1	
6	Dichtung				
WENN NICHT ANDERS DEFINIERT: OBERFLÄCHENGÜTE: ENTGRATEI BEMASSUNGEN SIND IN MILLIMETER IND SCHA		ENTGRATEN UND SCHARFF	ZEICHNUNG NICHT SKALIEREN ÄNDERUNG		
OBERFLÄCHENBESCHAFFENHEIT: TOLERANZEN: LINEAR: WINKEL:		KANTEN BRECHEN			
GEZEICHNET Patrick Salmi GEPRÜFT GENEHMIGT PRODUKTION	SIGNATUR DATUM			BENENNUNG: Prototyp 2	
QUALITÄT	WERKSTOFF:			ZEICHNUNGSNR. A	4
	+				
		GEWICHT:		MASSSTAB:1:1 BLATT 13 VON 13	