

## Hannes Falkensteiner

# Versuchsgestützte Untersuchungen von selbstschneidenden und -furchenden Welle-Nabe-Verbindungen

Diplomarbeit

Technische Universität Graz

Institut für Maschinenelemente und Entwicklungsmethodik Interimistischer Leiter: Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Dirk JODIN

> Betreuer: Ass.Prof.Dipl-Ing.Dr.techn.Michael BADER

> > Graz, April 2014

# Eidesstattliche Erklärung<sup>1</sup>

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen/Hilfsmittel nicht benutzt, und die den benutzten Quellen wörtlich und inhaltlich entnommene Stellen als solche kenntlich gemacht habe.

Graz, am

 $\operatorname{Datum}$ 

Unterschrift

## Statutory Declaration

I declare that I have authored this thesis independently, that I have not used other than the declared sources/resources, and that I have explicitly marked all material which has been quoted either literally or by content from the used sources.

Graz,

Date

Signature

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Beschluss der Curricula-Kommission für Bachelor-, Master- und Diplomstudien vom 10.11.2008; Genehmigung des Senates am 1.12.2008

# Danksagung

Bedanken möchte ich mich vor allem bei Ass.Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Michael Bader und Manfred Wilding, sowie beim gesamten Team des Instituts für Maschinenelemente und Entwicklungsmethodik für die Unterstützung, die Motivation und die lehrreichen Betreuungsstunden.

Ich widme diese Diplomarbeit meinen Eltern, die mir dieses Studium überhaupt ermöglicht und mich immer unterstützt haben; meiner Schwester die immer ein offenes Ohr für mich hatte und meiner Partnerin, die mir immer verständnisvoll zur Seite stand.

# Kurzfassung

Die selbstschneidende und selbstfurchende Rändelverbindung ist schon seit einigen Jahrzehnten Stand der Technik und zeichnet sich durch ihr hohes Potential zur Belastungsübertragung aus. Schon seit dem Jahre 1968 sind mehrere Patente dokumentiert und einige wissenschaftliche Abhandlungen zu dieser speziellen Verbindungsthematik verfasst.

Nichtsdestotrotz gehört die Rändelverbindung noch immer zu den weniger bekannten Welle-Nabe-Verbindungen und es gibt noch keinerlei konstruktive Gestaltungs- und Auslegungsvorschriften in der Literatur.

Diese Diplomarbeit enthält weiterführende Untersuchungen zu verfassten Arbeiten/Studien am Institut für Maschinenelemente und Entwicklungsmethodik und beschäftigt sich hauptsächlich mit der prüftechnischen Untersuchung und Erfassung verschiedener Einflüsse und Vorgänge beim Fügevorgang sowie der daraus resultierenden Effekte auf die Belastungsübertragung der Rändelverbindung.

Das Hauptaugenmerk liegt dabei auf der Variation des Spanwinkels am stirnseitigen Verzahnungsanfang der Rändel bei unterschiedlichen Werkstoffkombinationen. Die prüfstandsgestützten Untersuchungen der Belastbarkeit bzw. der Belastungsübertragungsfähigkeit dieser speziellen Welle-Nabe-Verbindung werden am statischen Torsionsprüfaufbau und am, im Zuge dieser Arbeit konzipiert und gefertigten, dynamischen Torsionsprüfstand durchgeführt.

 $\label{eq:model} \mbox{Mit Hilfe der prüftechnischen Auswertung konnten bestehende analytisch/empirische Berechnungsmodelle erweitert und verifiziert werden.$ 

Auch wird die theoretisch vorhandene axiale Belastungsübertragung dieser Verbindung betrachtet und allgemein ein Querverweis zu ähnlichen bzw. alternativen Verzahnungsgeometrien hergestellt.

# Abstract

The self-cutting and self-grooving knurl connection has been state of the art for several decades and is characterized by its high potential for load transmission. Since the year 1968 several patents have been filed and some research papers have been written on this special connection issue.

Nevertheless, the knurl connection is still one of the lesser known shaft-to-hub connections and there are no guidelines for the constructive design and dimensioning.

This work continues the research of written treatises at the Institute for Machine Elements and Methods of Development. It mostly deals with the investigation of different influences and processes during the joining operation. Additionally the resulting effects on the load transmission of the knurl-connection are examined.

The main focus lies on the variation of the angle of rake on the frontal beginning of the gearing of the knurl using different material combinations. The load capacity and the load transmission are tested with a static-torsion test setup and also with a dynamic-torsion test bench which has been specifically developed for this thesis.

With the help of technical test analysis existing analytical/empirical calculation models could be expanded and verified.

In addition the theoretical axial reliability is investigated and cross-references to similar or alternative gear geometries are made.

# Inhaltsverzeichnis

Ei	nleitu	ing	1
1	<b>Allg</b> 1.1 1.2 1.3	emeines zur Rändelung Stand der Technik	<b>3</b> 3 6 14
2	Rän	delung als selbstschneidende Welle-Nabe-Verbindung	16
	2.1	Allgemeines zu den Welle- Nabe Verbindungen	16
	2.2	Prinzip der Rändel Welle-Nabe Verbindung	18
		2.2.1 Resultierende Vorteile und Besonderheiten	19
		2.2.2 Nachteile	20
	2.3	Bestehende Verbindungen vs. untersuchte Rändel Welle-Nabe-Verbindung	21
		2.3.1 Beispiele dokumentierter Patente und ausgeführter Verbindungen	21
		2.3.2 Untersuchte Rändel-Welle-Nabe Verbindung	25
3	Rän	delgeometrie vs. alternative Zahngeometrien	26
	3.1	Definition der Standardprobe	26
		3.1.1 Definition der Standard-Welle	26
		3.1.2 Definition der Standard-Nabe	27
	3.2	Flächen, Winkel, Teilung und reale Geometrie	28
	3.3	Aufwand und Probleme der Fertigung	30
	3.4	Alternative Zahngeometrie Zykloide	32
		3.4.1 Berechnung einer Hypo-Zykloide	32
4	Prüf	fstandstechnik	34
	4.1	Statischer Torsionsprüfstand	34
		4.1.1 Auswahl und Adaptierung geeigneter Prüfstandskomponenten zum	
		Umbau des bestehenden Prüfstandes	36
		4.1.2 Applikation der Messtechnik	37
		4.1.3 Inbetriebnahme des Prüfstands	39
	4.2	Dynamischer Torsionsprüfstand	40
		4.2.1 Ausarbeitung des Prüfstandkonzepts	41
		4.2.2 Planung und Konstruktion	41
		4.2.3 Fertigung und Montage der Prüfstandskomponenten	44
		4.2.4 Applikation der Messtechnik	46

		4.2.5	Inbetriebnahme des Prüfstands	48
5	Axia riati	ales Fü ion des	gen und Lösen der Rändel-Welle-Nabe-Verbindungen unter Va Spanwinkels	a- 49
	5.1	Probe	nparametrisierung für die Füge- und Löseversuche	49
		5.1.1	Probendimensionierung	49
		5.1.2	Festlegung der Spanwinkelvariationen	50
		5.1.3	Festlegung der Werkstoffpaarungen	52
		5.1.4	Prüfanzahl und Probennomenklatur	52
	5.2	Probe	nfertigung und -prüfung	54
		5.2.1	Fertigung und Kontrolle der Rändelwellen	54
		5.2.2	Fertigung und Kontrolle der Naben	56
	5.3	Einpre	essversuche	57
		5.3.1	Ablauf	57
		5.3.2	Definition der Kräfte im Fügevorgang	59
		5.3.3	Erwartungen/Berechnung der Startkraft	60
		5.3.4	Ergebnisse	63
	5.4	Auspr	essversuche	. 74
		5.4.1	Ablauf	. 74
		5.4.2	Beobachtungen	75
		5.4.3	Ergebnisse	. 76
	5.5	Optise	che Beurteilung und Dokumentation während des gesamten Füge-	
		prozes	s	83
6	Stat	tische <sup>-</sup>	Torsionsuntersuchungen	87
-	6.1	Probe	ndimensionierung	87
	6.2	Prüfal	olauf	88
	6.3	Berech	nung der übertragbaren Momente	89
	6.4	Auswe	ertung/Ergebnisse	94
			5, 0	
7	Dyn	amisch	ie Torsionsuntersuchungen	102
	7.1	Probe	ndimensionierung	102
	7.2	Prüfal	olauf	103
	7.3	Auswe	${ m ertung/Ergebnisse}$	105
		7.3.1	Probenbruch/Versagen der Verbindung	108
8	Aus	blick		111
Ał	obild	ungsvei	rzeichnis	113
Ta	abelle	enverze	ichnis	118
Li	terat	ur		119

Anhang	121
Anhang zu Kapitel 4	122
Anhang zu Kapitel 6	127
Anhang zu Kapitel 7	133
Anhang zu Kapitel 8	135

# Einleitung

Am Institut für Maschinenelemente und Entwicklungsmethodik der TU-Graz wurden in den letzten Jahren, beginnend mit der Dissertation von Dr. Bader, einige Arbeiten zum Thema der selbstschneidenden Rändel-Welle-Nabe-Verbindungen verfasst. Das hohe Potential dieser doch noch sehr unbekannten Verbindungsform zur Belastungsübertragung wurde aufgezeigt und eine Vielzahl von Einflussfaktoren benannt und analytisch erfasst.

Auch diese Arbeit beschäftigt sich mit der selbstschneidenden Rändel-Welle-Nabe Verbindung, erweitert aber die bisherigen Betrachtungen und Forschungen um die Untersuchungen zum Einfluss des Spanwinkels an der Stirnseite der Rändelverzahnung(Abb.5.2). Wichtigster Parameter ist dabei der Spanwinkel  $\gamma$  bzw. die Variation dieses Winkels, die daraus resultierenden Einflüsse auf den Füge- und Löseprozess und in weiterer Folge auf die torsionale Belastungsübertragung. Die betrachtete Spanwinkelvariation umfasst den Bereich von  $-15^{\circ}$  bis  $+60^{\circ}$ , also den schneidenden und furchenden Winkelbereich.

Die theoretische axiale Belastungsübertragung wird, zwar untergeordnet, betrachtet, als axiale Sicherheit und als Widerstand der Verbindung nach dem Bruch bzw. Versagen der Verbindung sich aus dem gefügten Zustand lösen zu lassen. Die Nabe stellt in den Untersuchungen das versagende Element der Verbindung dar.

Auch wurden durch diese Arbeit die bisherigen Ergebnisse weiter bestätigt und bereits bestehende Berechnungsgrundlagen um gewisse Korrekturfaktoren erweitert.

#### Gliederung

Diese Arbeit gliedert sich in acht Kapitel, beginnend mit der Beschreibung des Stands der Technik, den verschiedenen Anwendungsgebieten von Rändelverzahnungen und den Möglichkeiten der Fertigung unter Beachtung der Spezial- bzw. Sonderrändelräder und Werkzeuge.

Im zweiten Kapitel wird ein Einblick in die verschiedenen Welle-Nabe-Verbindungen gegeben und das Prinzip der Rändel-Welle-Nabe Verbindung mit zugehörigen Vor- und Nachteilen aufgezeigt. Zudem werden einige Patentschriften und ausgeführte Verbindungen gezeigt und der untersuchten Verbindung gegenübergestellt.

In Kapitel Drei wird die untersuchte Rändel-Welle-Nabe-Standardprobe definiert. Die realen Rändelverzahnungsgeometrien werden aufgezeigt und die durch das freischneidende Herstellungsverfahren resultierenden Probleme in der Fertigung benannt. Zudem wird eine alternative Zahngeometrie vorgestellt. Das vierte Kapitel beschreibt die Prüfstandtechnik zur Durchführung der statischen und dynamischen Untersuchungen. Die Konzeption, Fertigung und Funktionsweise des dynamischen Torsionsprüfstands werden dabei genauer betrachtet. In diesem Zusammenhang wird auch die verwendete Messtechnik beschrieben und ihre Position im Prüfaufbau definiert.

Kapitel fünf behandelt den axialen Füge- und Lösevorgang der Rändel-Welle-Nabe Verbindung unter der Variation des Spanwinkels. Dabei werden anfangs die Prüfbedingungen festgelegt und dann die Probenfertigung und -kontrolle aufgezeigt. In den Untersuchungen wird der Einfluss des stirnseitigen Spanwinkels der Wellenverzahnung auf den Füge- und Lösevorgang prüftechnisch erfasst, interpretiert und in ein analytisch/numerisches Betrachtungsmodell miteinbezogen. Durch den Vergleich mit vorangegangenen Betrachtungen zu dieser speziellen Verbindung werden die Ergebnisse bestätigt. Abschließend werden einige Bespiele der durchgeführten optische Dokumentation über den gesamten Variationsbereich des Spanwinkels veranschaulicht.

Das sechste Kapitel beschreibt die statischen Torsionsversuche zur Ermittlung des Einflusses des Spanwinkels auf die torsionale Drehmomentenübertragung. Ein bereits existierendes analytisch/numerisches Berechnungsmodell wird um einen Korrekturfaktor erweitert und die Unabhängigkeit einiger Parameter im Winkelberich von  $-15^{\circ}$  bis  $+10^{\circ}$  gezeigt.

Im siebten Kapitel wird das Langzeitschwingverhalten von dynamisch wechselnd belasteten Prüflingen untersucht, im speziellen die Übertragungsfähigkeit der Werkstoffpaarung Stahl-Rändelwelle mit Aluminiumnabe. Der Bruch einer Probe wird dabei genauer analysiert und veranschaulicht.

Im abschließenden achten Kapitel wird ein Ausblick gegeben.

# Kapitel 1

# Allgemeines zur Rändelung

## 1.1 Stand der Technik

Rändeloberflächen finden sich in den verschiedensten Anwendungsbereichen unserer Zeit. Eine sehr verbreitete und bekannte Art der Rändelung ist die Oberflächengestaltung von meist runden/rotationssymmetrischen Teilen zur Steigerung der Griffigkeit. Beispiele hierfür sind Drehverschlüsse jeglicher Art, Feststellschrauben, Bohrfutter von Bohrmaschinen, Griffe von Handwerkzeugen und Sportgeräten, usw. In den folgenden Abbildungen sind einige Ausführungen dieser Rändeloberflächen dargestellt.



Abbildung 1.1: Beispiele für Rändeloberflächen [1]

Ein weiteres häufiges Anwendungsgebiet gerändelter Oberflächen stellen die Verdrehsicherung und der mögliche Toleranzausgleich bei der Montage von speziellen Schrauben, Nietmuttern, Kegelhülsen und ähnlichen Halbzeugen dar. Einige konstruktive Ausführungen sind in nachfolgenden Abbildungen 1.2 bis 1.5 ersichtlich.





Abbildung 1.2: Rändelschrauben [2]

Abbildung 1.3: Senkkopf Rändelnietmuttern
[3]



Abbildung 1.4: Rändelmuttern [4]



Abbildung 1.5: Schrägverzahnte Rändelmuttern
[3]

Auch in der Kunststofftechnik werden umspritzte Rändelungen zur Krafteinleitung eingesetzt. Beispiele dafür sind in den Abbildungen 1.6 und 1.7 ersichtlich.



Abbildung 1.6: Gewindeeinsätze für Kunststoffe [3]



Abbildung 1.7: Rändelmuttern und Sterngriffe aus Kunststoff [5]

Die Ausführung einer Rändelverbindung als selbstschneidende Welle-Nabe-Verbindung zur Belastungsübertragung ist seit einigen Jahrzehnten Stand der Technik und bereits seit dem Jahre 1968 patentrechtlich dokumentiert. Einige Bespiele patentierter Rändel Welle-Nabe Verbindungen sind in Kapitel 2 aufgezeigt.

# 1.2 Herstellungsvarianten und deren Anwendung/Eigenschaften

In der Rändeltechnik wird das Rändelwerkzeug als Oberflächenbearbeitungswerkzeug und zur Herstellung geometrisch definierter Oberflächen eingesetzt. Dabei unterscheidet man zwei Herstellungsarten, welche jeweils spezielle Anwendungsgebiete und Einsatzmöglichkeiten, aber auch gewisse Einschränkungen besitzen:

• Rändelformen:

Das Rändelformen gehört zu den spanlosen Bearbeitungsverfahren. Dabei wird im Rändelprozess der Werkstoff durch das eindringende Rändelrad kaltverformt. Dieses Kaltumformen bedingt auch eine Oberflächenverdichtung und eine Vergrößerung des Außendurchmessers des bearbeiteten Werkstücks.

• Rändelfräsen:

Beim Rändelfräsen handelt es sich hingegen um ein weitgehend spanendes/spanabhebendes Bearbeitungsverfahren. Hier führt das Rändelrad durch seine Schrägstellung eine axiale Schnittbewegung aus und schneidet sich in den zu bearbeitenden Werkstoff ein bzw. schabt die gewünschte Rändelkontur ab.



Abbildung 1.8: Rändelformen (links) und Rändelfräsen (rechts) [6]

Abbildung 1.9 veranschaulicht den Zusammenhang zwischen der Herstellbarkeit der Rändelprofile und der zugehörigen Bearbeitungsrichtung: Die Bezeichnung der einzelnen Profilarten wird in den nachfolgenden Abbildungen 1.11, 1.12 und 1.13 erklärt.



Abbildung 1.9: Rändelverfahren und daraus resultierende Rändelprofile [7]

In nachfolgender Übersicht 1.10 sind die jeweiligen Anwendungsgebiete und Eigenschaften der beiden Herstellungsvarianten zusammengefasst.

	Rändelformen	Rändelfräsen
Anwendung	<ul> <li>Bearbeitung von kaltumformbaren Werkstoffen</li> <li>Rändelformen an dünnwandigen Werkstücken ist problematisch</li> <li>Breiter Anwendungsbereich <ul> <li>Alle Rändelformen und Rändelprofile können hergestellt werden</li> <li>Für Stim- und Innenrändelung geeignet</li> <li>Rändelung bis zum Bund möglich</li> <li>Werkzeug kann an jeder Stelle des Werkstückes angesetzt werden</li> </ul> </li> </ul>	<ul> <li>Bearbeitung von fast allen Werkstoffen möglich</li> <li>Dünnwandige Werkstücke lassen sich bearbeiten</li> <li>Für Sichträndel geeignet – höchste Rändelqualität</li> <li>Begrenzter Anwendungsbereich</li> <li>Nur die Rändelprofile RAA und RGE sind herstellbar</li> <li>Bearbeitet werden können ausschließlich zylindrische Werkstücke in axialer Bearbeitungsrichtung</li> <li>Zum Ansetzen des Werkzeuges im mittleren Bereich des Werkstückes ist ein Einstich erforderlich</li> </ul>
Eigenschaften	<ul> <li>Durch Werkstoffverdrängung wird der Außendurchmesser des Werkstückes vergrößert</li> <li>Die Oberfläche wird verdichtet</li> <li>Höhere Maschinenbelastung als beim Rändelfräsen</li> </ul>	<ul> <li>Keine erhebliche Veränderung des Außendurchmessers vom Werkstück</li> <li>Geringe Oberflächenverdichfung</li> <li>Hohe Präzision und Oberflächengüte des Rändels</li> <li>Geringere Maschinenbelastung als beim Rändelformen</li> </ul>
Handhabung	<ul> <li>Vorbereitung des Werkstücks generell nicht erforderlich</li> <li>Sehr einfache Handhabung des Werkzeuges</li> </ul>	<ul> <li>Präzise Werkzeugeinstellung und Feinjustierung erforderlich</li> <li>Präzise Vorbereitung des Werkstücks erforderlich</li> </ul>

Abbildung 1.10: Eigenschaften beider Herstellungsverfahren[8]

Die verschiedenen Profilarten (Rändelprofil am Werkstück) sind nach DIN 82 genormt und in Abbildung 1.11, 1.12 und 1.13 veranschaulicht.



Abbildung 1.11: DIN 82 Seite 1[9]

#### **Benennung und Darstellung**

Herstellmöglichkeiten mit Rändelrädern nach DIN 403



Abbildung 1.12: DIN 82 Seite 2 [9]



#### Herstellmöglichkeiten mit Rändelrädern nach DIN 403







Abbildung 1.13: DIN 82 Seite 3 [9]

Rändelherstellung nur in axialer Richtung (Längsrändelung) möglich

Rändelherstellung in axialer und radialer Richtung möglich

Die DIN 403 reguliert und spezifiziert die unterschiedlichen Rändelräder (genauer das Rändelprofil am Rändelrad) zur Herstellung der gewünschten Rändelung, in Abb. 1.14 ersichtlich. Rändelräder werden pulvermetallurgisch hergestellt und bei Bedarf wird die gewünschte Rändelverzahnung eingeschliffen.

Verzahnungen, die von der DIN 403 abweichen, werden im Allgemeinen als Sonderrändel bezeichnet. Limitierender Faktor ist die von Hersteller HHW angegebene Werkstückfestigkeit bis max. 1500 N/mm<sup>2</sup>.



Abbildung 1.14: DIN 403 [10]

Aus der Summe der Vor- und Nachteile und der daraus resultierenden Eigenschaften, aber vor allem wegen der besseren Reproduzierbarkeit und der hohen Oberflächenqualität der Rändelung, wurden alle Prüflinge, welche im Rahmen dieser Arbeit untersucht wurden, mittels Rändelfräsen an der institutseigenen CNC-Drehmaschine hergestellt. Die eingeschnittene Verzahnung entspricht dem Rändelprofil RAA, d.h. Rändel mit achsparallelen Riefen.

Das verwendete **Rändelwerkzeug** des Typs  $QUICK \ A2/Fl$  ist in Abbildung 1.15 zu sehen und verfügt laut Hersteller Quick über folgende Eigenschaften:

- A2 Werkzeuge können an allen gängigen konventionellen und CNC gesteuerten Drehmaschinen eingesetzt werden.
- Maximum an Flexibilität: Das A2/FL kann flexibel als linkes oder rechtes Werkzeug an Haupt- und Gegenspindel eingesetzt werden. Die A2 Schäfte 20x25, 25x25 können wahlweise für den A2/FL und A2/KF Trägerkörper verwendet werden.
- Maximale Stabilität: Die Trägerkörper der A2 Serie werden mit einer spielfreien Flächenklemmung montiert. Die durch die Bearbeitung entstehenden Vibrationen werden durch die spielfreie Flächenklemmung reduziert und können besser abgeleitet werden. Dadurch wird die Standzeit der Rändelrollen verlängert.
- Lagerreduktion durch vielfältige Einsetzbarkeit
- einfache und präzise Feinjustierung des Trägerkörpers ohne Demontage



Abbildung 1.15: Verwendetes Rändelwerkzeug A2Fl mit adaptierter Kühlleitung [11]

# 1.3 Sonderrändel-/Spezialrändelräder

Unter dem Begriff Sonderrändel versteht man im Allgemeinen Rändelungen, welche mit Rändelrädern gefertigt wurden, die von der zitierten DIN 403 abweichen. Beispiele solcher Spezialräder sind in den nachfolgenden Abbildungen 1.16 und 1.17 angeführt und sind meist das Resultat kundenspezifischer Anfragen und Anforderungen.

Durch die ständigen Neu- und Weiterentwicklungen im Techniksektor können Rändelräder mit verschiedensten Zahngeometrien, Feinheiten und Spezialformen für spezielle Anwendungen und Anforderungen gefertigt werden.



Abbildung 1.16: Spezialrändelräder zur Herstellung von Sonderrändelungen [12]



Abbildung 1.17: Sonderrändelräder in konischer und konvex/konkaver Ausführung [13]

Nachfolgende Abbildung 1.18 zeigt beispielhaft einige Sonderwerkzeuge zur Herstellung von Konischen- und Planseitenrändelungen.



Abbildung 1.18: Konische und planseiten Rändelung [7]

Mittlerweile werden auch schon verschiedenste Werkzeughalterungen angeboten, von einstellbarer Neigung des Rändelrades ausgehend bis hin zu Halterungen die auch mehrere Rändelräder gleichzeitig aufnehmen können, um somit wieder neuartige Verzahnungen zu realisieren. In Abbildung 1.19 sind zwei Beispiele angeführt.

Zusätzlich kann noch zwischen dem sich drehenden/rotierendem Rändelwerkzeug, wobei das zu bearbeitende Werkstück still steht und dem sich drehenden Werkstück bei Stillstand des Rändelwerkzeugs unterschieden werden.



Abbildung 1.19: Spezialrändelwerkzeuge zur Herstellung von Sonderrändelungen [14]

Eines haben jedoch alle Rändel- Herstellungsvarianten gemeinsam, das Rändelrad wird nicht angetrieben und ist auf dem Werkzeughalter drehbar gelagert. Die Rotation des Schneidrades beginnt erst mit dem Kontakt des zu bearbeitenden Werkstücks.

# Kapitel 2

# Rändelung als selbstschneidende Welle-Nabe-Verbindung

## 2.1 Allgemeines zu den Welle- Nabe Verbindungen

Im Maschinenbau und vielen anderen technischen Bereichen werden Welle-Nabe-Verbindungen meist als genormte und standardisierte Verbindungsarten zur Belastungsübertragung zwischen einer Welle und einer Nabe eingesetzt und können nach der Art dieser Belastungsübertragung unterteilt werden:

• Formschlüssige Welle-Nabe-Verbindungen:

Die Kraftübertragung zwischen Welle und Nabe erfolgt durch eine bestimmte geometrische Formgebung der Verbindungselemente zueinander. Beispiele hierfür sind Verzahnungen, Profile und Mitnehmerelemente zur Belastungsübertragung. Es wird zwischen mittelbarem und unmittelbarem Formschluss unterschieden, je nach dem, ob die Kraftübertragung zwischen Welle und Nabe direkt, oder über Zwischenelemente erfolgt.



Abbildung 2.1: Beispiele formschlüssiger Welle-Nabe Verbindungen [15]

• Kraftschlüssige (reibschlüssige) Welle-Nabe-Verbindungen:

Die Belastungsübertragung zwischen den Verbindungselementen erfolgt rein durch den vorherrschenden Reibschluss/ Reibkraft. Beispiele sind vor allem Pressverbände und konische Klemmverbindungen.



Abbildung 2.2: Beispiele reibschlüssiger Welle-Nabe-Verbindungen [16]

• Vorgespannte formschlüssige Welle-Nabe-Verbindungen:

Die Kombination aus Form- und Kraftschluss entsteht z.B. durch den Einsatz von Keilen und zeichnet sich dadurch aus, dass jegliche Belastungsübertragung theoretisch möglich ist.

• Stoffschlüssige Welle-Nabe-Verbindungen:

Die Welle ist bei dieser Verbindungsart direkt mit der Nabe durch Kleben, Schweißen oder Löten verbunden. Somit ist kein bzw. nur bedingtes Lösen der Verbindung möglich, außer bei Überlast und daraus resultierendem Bauteilversagen.



Abbildung 2.3: Beispiele von stoffschlüssigen/verschweißten Welle-Nabe-Verbindung [17]

## 2.2 Prinzip der Rändel Welle-Nabe Verbindung

Welle-Nabe-Verbindungen mit Rändel-Oberflächen werden, bis auf wenige andere Anwendungsfälle, hauptsächlich zur Steigerung der Belastungsübertragung und zum Toleranzausgleich bei Pressverbänden eingesetzt (z.B. Pressverband mit unterbrochener Fuge, gerändelte Kegelpressverbände). Durch die plastische Verformung der Nabe resultiert eine Kombination aus Form- und Reibschluss.

Die selbstschneidende Rändelverbindung als Welle-Nabe-Verbindung gehört, in diesem speziellen Anwendungsfall, zu den formschlüssigen Welle-Nabe-Verbindungen.

Durch das axiale Einpressen der verzahnten *harten* Welle in die gebohrte *weiche* Nabe schneidet sich die Wellenverzahnung bei ausreichender Härtedifferenz ihre Gegenkontur selbst und somit ist eine formschlüssige Welle-Nabe-Verbindung entstanden.

Bei geeigneter Parametervariation kann ein gewisser axialer Reibschluss erreicht werden, resultierend aus dem Fugendruck in der Verbindung.



Abbildung 2.4: Selbstschneidende Rändel- WN- Verbindung

#### 2.2.1 Resultierende Vorteile und Besonderheiten

#### • Paarungsbau:

Die Rändelverzahnung bzw. Schneidverzahnung auf der Welle schneidet beim Fügevorgang der Verbindung die Gegenverzahnung selbst in die Nabe. Daraus resultiert die gleichmäßige Belastung aller am Übertragungsvorgang beteiligten Zähne und die vorherrschenden Spielfreiheit der Verbindung.

#### • Doppelfunktion der Verzahnung:

Die Schneidverzahnung dient nicht nur zur Herstellung der Gegenverzahnung in der Nabe, sondern gleichzeitig auch zur Belastungsübertragung.

• Einfache Herstellung:

Die Herstellung der Rändelverzahnung am Wellenteil erfolgt durch genormte Rändelräder(DIN 403) im Rändelfräsverfahren auf einer Drehmaschine. Die Nabe wird auch mittels Drehoperationen und/oder Bohren hergestellt, ausgerieben und bedarf keiner anschließenden Bearbeitung mehr.

• Geringer Bauraumbedarf:

Der benötigte radiale Bauraum der Rändel Welle-Nabe-Verbindung ist im Vergleich zu anderen formschlüssigen Verbindungen relativ klein. Dieser Umstand ergibt sich aus der geringen Zahnhöhe der Rändeloberfläche. Aus der vorherrschenden homogenen Belastungsverteilung ergibt sich zudem die Möglichkeit die Verbindung mit geringen axialen Bau- bzw. Rändellängen auszuführen.

• Wiederverwendbarkeit des Schneidteils:

Die Kombination einer harten Rändel Welle mit einer weichen Nabe, also bei geeigneter Härtedifferenz der beiden Verbindungselemente, ermöglicht die Wiederverwendbarkeit der Schneidverzahnung bzw. des Schneidteils.

#### 2.2.2 Nachteile

#### • freischneidendes Verfahren:

Das Rändelfräsen, wie bereits in Kapitel 1 beschrieben, gehört zu den freischneidenden Herstellungsverfahren. Dieses Verfahren bedingt jedoch, dass die entstehende Rändeloberfläche/Kontur von Werkstück zu Werkstück variieren kann, da sich die Zahnkontur und daraus die Zähnezahl und auch die Oberflächentopographie selbst einstellen. So kann durch die Überlagerung von Wälz-, Gleit- und Schneidbewegungen z.B. bei geometrisch identen Werkstücken eine leichte Streuung der Zähnezahl beobachtet werden.

• Festigkeit des Rändelrades:

Der Werkzeughersteller der verwendeten Rändelräder gibt eine maximale Festigkeit des zu bearbeitenden Werkstücks von maximal  $1500 \,\mathrm{N/mm^2}$  vor.

Dieser Umstand schränkt natürlich die verwendbaren Werkstoffe und deren Kombinationen wegen der nötigen Härtedifferenz ein und erfordert unter Umständen nach dem Rändelvorgang eine geeignete Wärmebehandlung (Härten) zur Festigkeitssteigerung des Schneidteils. Diese Wärmebehandlung führt jedoch zur *Abrundung* der Verzahnung und erfordert eine Nachbearbeitung mittels Keramikmesser um wieder stirnseitig eine scharfe Schneidkante zu erzeugen.

• Abhängigkeit von der Güte der Schneidverzahnung:

Die Güte der am Wellenteil eingeschnittenen Schneidverzahnung ist essenziell für die selbstschneidende oder auch selbstfurchende Welle-Nabe-Verbindung.

Die selbstschneidende oder auch selbstfurchende Welle-Nabe-Verbindung steht und fällt mit der Güte der am Wellenteil eingeschnittenen Schneidverzahnung, d.h. dass nur bei einer entsprechend hohen Qualität der Rändelverzahung eine dementsprechende Nabenverzahnung eingeschnitten werden kann um eine ausreichende Belastungsübertragung zu gewährleisten.

# 2.3 Bestehende Verbindungen vs. untersuchte Rändel Welle-Nabe-Verbindung

In diesem Kapitel wird ein kurzer Einblick in bereits ausgeführte Rändelverbindungen und dokumentierte Patente gegeben, die der untersuchten Welle-Nabe Verbindung ähnlich sind.

### 2.3.1 Beispiele dokumentierter Patente und ausgeführter Verbindungen

Die Auszüge einiger Patentschriften sind der Literatur [8] entnommen und werden kurz beschrieben:

#### Presspassungsaufbau für eine Rotorwelle

• Patentbeschreibung:

Diese Patentschrift bezieht sich auf die, in Abbildung 2.5 gezeigte, Welle mit achsparalleler Verzahnungsgeometrie und die Aufzieh-Nabe mit gestufter Durchgangsbohrung. Die beiden Verzahnungsbereiche der Welle sind durch Nuten, welche als Spanraum fungieren, abgeschlossen . Das aufzuziehende Element, versehen mit der Bohrung zur Aufnahme der Welle, ist an der Bohrungsinnenfläche mit mindestens einer Ringnut versehen. Die Spanräume und die Ringnut nehmen die, wächrend dem Fügeprozes, entstehenden Späne auf.

#### Presspassungsaufbau für eine Rotorwelle

Offenlegungsschrift DE 37 32 223 A1, C2 Erfinder: Iio, Masahiro, Saitama Inhaber: Diesel Kiki Co., Ltd., Tokio JP Anmeldetag: 24.09.87

Abbildung 2.5: Patent Presspassungsaufbau für Rotorwelle [8]

#### Wellenbefestigung

• Patentbeschreibung:

Bei dieser Patentschrift, ist die Welle über einen Teilbereich achsparallel verzahnt und wird formschlüssig in ein Element mit zweifach gestufter passgenauer Bohrung eingepresst.

Abbildung 2.6 zeigt die geometrische Ausführung der Befestigungselemente.

#### Wellenbefestigung

Europäische Patentmeldung 0661474A1 Erfinder: Manfred Wittenstein Inhaber: Alpha Getreidebau GmbH Anmeldetag: 24.09.94



Abbildung 2.6: Patent Wellenbefestigung [8]

Der verzahnte Wellenbereich (B) sitzt zwischen zwei Zentrierpassungen, Bereich (A) und (C), welche die zentrierte Aufnahme der Welle in dem Element garantieren. Der Wellenbereich (D) kennzeichnet ein Ritzel.

Die Erfindung beruht auf dem Gedanken, die Welle beim Einschneiden des verzahnten Bereiches in den Bohrungsabschnitt (B') des Aufnahmeteils, vor und hinter diesem Abschnitt, zentrisch zu führen.

#### Welle-Nabe-Verbindung

#### • Patentbeschreibung:

Diese patentierte Welle-Nabe-Verbindung, in Abbildung 2.7 ersichtlich, besteht aus einer abschnittsweise verzahnten Welle und einer Nabe mit einem Durchmessersprung. Der mittlere Wellenbereich weist am Außendurchmesser eine achsparallele Verzahnung vor, die sich im axialen Fügevorgang in den kleineren Bohrungsdurchmesser-Abschnitt einschneidet. Die Beiden, der Verzahnung benachbarten Wellenabschnitte bilden jeweils eine Zentrier- bzw. Fügepassung.

#### Welle-Nabe-Verbindung

Europäische Patentschrift EP 1 532 378 B1 Erfinder: Schulz Horst Kirschner Tino Buchmann Roland Patentinhaber: ZF Friedrichshafen AG Anmeldetag: 23.08.03



Abbildung 2.7: Patent Presspassungsaufbau für Rotorwelle [8]

Die Verbindung (1) zwischen der Welle (8) und der Nabe (3) ist formschlüssig mittels Rändelverzahnung (5) verbunden. Auch bei diesem Patent findet sich eine Doppelzentrierung, vor der Verzahnung wischen dem Führungszapfen (2) und der Nabenbohrung (11) im Bereich(6) und nach der Verzahnung im Bereich (7). Zwischen dem Führungszapfen und der Rändelverzahnung befindet sich einen Spanraum, zur Aufnahme der während des Fügevorgangs entstehenden Späne. Der Bereich (4) kennzeichnet ein Ritzel bzw.eine Ritzelwelle.

#### Rändelkegelbefestigungen nach DIN 72783

Die DIN 72783 [18] aus dem Jahre 1997 normiert die Merkmale von Rändelkegelbefestigungen für Scheibenwischer-Anlagen von Straßenfahrzeugen.

Diese Rändelverbindung wird zur Verbindung von Motorkurbeln und Wischarmen mit den jeweiligen Wellen von Front- bzw. Heck-Scheibenwischer-Anlagen verwendet. Abbildung 2.8 zeigt einen Ausschnitt dieser Schrift mit der geometrischen Ausführung der Verbindungselemente und zugehörigen Abmaßen.

#### 3.1 Wellenende mit Rändelkegel

3.1.1 Wellenende mit Rändelkegel A1 für die Befestigung von Motorkurbeln (auf Wischermotorwellen) Maße siehe Bild 1 und Tabelle 1.

- A1 f
  ür die Befestigung von Motorkurbeln (auf Wischermotorwellen)
- A2 für die Wischarm-Befestigung (auf Wischerlagerwellen)





Bild 1: Wellenende mit Rändelkegel

Bild 2: Kegelbohrung B zur Befestigung von Motorkurbeln

Bezeichnung eines Wellenendes mit Rändelkegel für die Befestigung von Motorkurbeln (A1) mit dem Nenndurchmesser  $d_1 = 10$  mm und mit Gewinde  $d_2 = M8$ :

Wellenende	DIN	72783 -	A1 -	$10 \times M8$
------------	-----	---------	------	----------------

Tabelle 1: Wellenende mit Rändelkegel A1 für die Befestigung von Motorkurbeln Maße in Millimeter

Nenndurch- messer	Gewinde	а	Ь		$c \qquad d_3^{1}$		Anzahl der Rändel- schneiden <sup>2</sup> )		Kegel- winkel &
<i>d</i> <sub>1</sub>	<i>d</i> <sub>2</sub>	min.		Grenz- abmaße	max.	0 _0,15		Grenzab- weichungen	+2° 0
8	M6	6,8			1,5	6,6	36	±2	
10			4,5	0,6	2	8,6	41	±3	18°55′
12	M8	8,8				10,6	50		
	M10	9,8			2				
14						12,6	60		

Abbildung 2.8: Ausschnitt der DIN 72783 von 1997

#### 2.3.2 Untersuchte Rändel-Welle-Nabe Verbindung

Die in dieser Arbeit untersuchte Rändel Welle-Nabe-Verbindung entspricht in der geometrischen Ausführung der Funktionsteile der, aus der Literatur [19] bekannten, Verbindung des Dr. Bader.

Abbildung 2.9 bezeichnet diese wichtigen Funktionsteile der Welle in der untersuchten Rändel Welle-Nabe Verbindung.



Abbildung 2.9: Funktionselemente der Rändel- WN- Verbindung

Folgende Eigenschaften ergeben sich aus der gewählten Ausführung:

- *Führungsteil* ... zentriert im Fügevorgang die Welle und die Nabe zueinander und verhindert somit ein mögliches Verkannten.
- Spanraum ... begünstigt durch seine geometrische Ausführung mit Übergangsradius den Spanabfluss und nimmt den Span auf.
- Schneidverzahnung ... beeinflusst durch ihre Schneidkantengeometrie den Zerspanvorgang und damit die Einpresskräfte. Die Verzahnung an sich erfüllt eine Doppelfunktion, da sie als Schneidwerkzeug dient und auch das Element zur Belastungsübertragung darstellt.
- *Freigestellter Bereich* ... ermöglicht ein Überpressen des Nabenkörpers damit die Nabenverzahnung ausserhalb des Wellenverzahnungsbereichs kein Kontakt zur Welle entsteht.

# Kapitel 3

# Rändelgeometrie vs. alternative Zahngeometrien

In diesem Abschnitt wird die Rändelgeometrie genauer untersucht bzw. definiert, eine alternative Verzahnungsart aufgezeigt und kurz auf die Probleme bei der Herstellung solcher Verzahnungen eingegangen.

## 3.1 Definition der Standardprobe

Die Bezeichnung Standardprobe gilt in dieser Arbeit für beide an der Welle-Nabe-Verbindung beteiligten Elemente, also für die Welle und die Nabe. Des Weiteren sind alle Proben, deren Funktionsteile von der definierten Standardprobe abweichen, als Ausschuss zu betrachten.

#### 3.1.1 Definition der Standard-Welle

Die Abbildung 3.1 zeigt die geometrische Ausführung der in dieser Arbeit untersuchten Rändelwellen und deren Funktionselemente.

Gleichbleibend in allen später aufgezeigten Versuchen ist der vordere Teil des Verbindungselements, also vom Führungszapfen bis hin zum Durchmessersprung auf 40 mm. Die Länge des daran anschließenden Wellenteils variiert je nach dem Einsatz in statischen oder dynamischen Prüfaufbauten als auch der Spanwinkel  $\gamma$  an der Vorderseite bzw. Stirnseite der Rändelverzahnung.

Die Variation dieses Spanwinkels und dessen Einfluss auf die Belastungsübertragung der Welle-Nabe Verbindung ist Hauptbestandteil dieser Arbeit.

Die Rändelverzahnung der Standardwelle weist eine Teilung von t = 1 mm bei einem Nenndurchmesser von  $d_{nenn}$ = 19 mm auf.



Abbildung 3.1: Standard- Welle

## 3.1.2 Definition der Standard-Nabe

Die Nabengeometrie, dargestellt in Abbildung 3.2, variiert prüfbedingt nur in ihrer Gesamtlänge. Der Bohrungsdurchmesser bzw. die Innenpassung und die Bohrungstiefe bleiben bei allen messtechnischen Untersuchungen konstant, wobei Fertigungstoleranzen laut Zeichnung akzeptiert wurden.



Abbildung 3.2: Standard- Nabe

## 3.2 Flächen, Winkel, Teilung und reale Geometrie

#### Reale Rändel-Verzahnungsgeometrie

Die Abweichung von der Idealgeometrie der Rändelverzahnung durch verschiedenste Einflüsse auf den freischneidenden Herstellungsprozess wurde ausführlich in Literatur [19] beschrieben und wird deshalb in dieser Betrachtung übernommen.

Abbildung 3.3 zeigt die wichtigsten geometrischen Abmessungen der verwendeten Wellenund Nabekörper.



Abbildung 3.3: Geometrische Größen der untersuchten Rändelwelle und Nabe [19]

Literatur [19] beschreibt:

Der Herstellprozess bedingt, dass der Rändelwinkel  $\alpha_W$  größer als der Spitzenwinkel  $\alpha$  des Rändelrades ist.

Die Krümmung der Oberfläche ergibt am Wellenteil einen Rändelwinkel  $\alpha_W$ , der kleiner als der Rändelöffnungswinkel  $\alpha_{0W}$  ist.

Beide Effekte bewirken eine Vergrößerung der Teilung am Zahnkopf ( $t_W > t$ ). Die Differenz zwischen Rändel- und Rändelöffnungswinkel steigt mit dem Teilungs-/ Durchmesserverhältnis, also mit sinkender Zähnezahl.

Der Rändelöffnungswinkel  $\alpha_{0W}$  ergibt sich aus folgender Gleichung:

$$\alpha_{_{oW}} = \alpha_{_{W}} + 360 \cdot \frac{t_{_{W}}}{d_{_{ZahnkopfW}} \cdot \pi}$$
Bei einem Nenndurchmesser von 19 mm und einem Spitzenwinkel  $\alpha$  von 90° am Rändelrad ergeben sich teilungsabhängig die in Tabelle 3 dargestellten Rändelwinkel  $\alpha_W$  und Teilungen t<sub>W</sub> am Wellenteil. Aus diesen ergeben sich rechnerisch die Rändelöffnungswinkel  $\alpha_{0W}$ .

Rändelteilung t [mm]	0,5	1	1,5
Rändelwinkel $\alpha_W$ [°]	92	95	100
Teilung tw am Wellenzahnkopf [mm]	0,52	1,04	1,65
Rändelöffnungswinkel $\alpha_{oW}$ [°]	~95	~101	~105
Zahnhöhe h <sub>Zreal</sub> [mm]	0,225	0,45	0,675

Abbildung 3.4: Teilungsabhängige Rändelgeometriegrößen am Wellenteil [19]

Bei der Herstellung der Gegenverzahnung durch den Einpressvorgang entspricht der Rändelöffnungswinkel des Wellenteils dem Rändelwinkel des geschnittenen Nabenteils  $(\alpha_W = \alpha_{0N}, \alpha_{0W} = \alpha_N).$ 

Die in dieser Arbeit untersuchten Rändelproben weisen alle eine Rändelteilung von  $t=1\,\mathrm{mm}$  auf und entsprechen den in obiger Tabelle dokumentierten realen Verzahnungsgeometrien.

# 3.3 Aufwand und Probleme der Fertigung

Der Aufwand in der Probenfertigung beschränkt sich bei der untersuchten Rändel-Welle-Nabe-Verbindung hauptsächlich auf die Welle. Sie stellt den schneidenden Teil der Verbindung dar und muss deshalb eine ausreichende Festigkeit aufweisen. Zudem beinhaltet die Welle bzw. der vordere Wellenzapfen sämtliche in Kapitel 2.3.2 definierte Funktionselemente.

Die Nabe stellt den zu schneidenden Teil der Verbindung dar und muss damit eine geringere Werksstofffestigkeit aufweisen. Die Nabenbearbeitung gestaltet sich relativ einfach mittels Drehoperationen und beinhaltet eine passgenaue Sacklochbohrung, welche entweder innen feingedreht oder mittels Reibahle ausgerieben wird.

Die größten Probleme der untersuchten Rändel-Welle-Nabe-Verbindung ergeben sich durch die Fertigung der Rändelwelle bzw. der Rändelverzahnung an sich. Die Reproduzierbarkeit der Versuchselemente leidet unter dem freischneidenden Verfahren, wobei gilt, dass Rändelungen welche mittels Rändelfräsen hergestellt werden eine höhere Verzahnungsqualität und eine geringere Abweichungen der Rändel-Außendurchmesser

aufweisen.

Die häufigsten Probleme in der Verzahnungsherstellung bzw. die Verzahnungsfehler mit der größten Auftrittswahrscheinlichkeit sind in Literatur [8] ausführlich beschrieben und werden in dieser Arbeit kurz angeführt bzw. veranschaulicht.

- Verzahnung verläuft nicht achsparallel
- lokales Überschneiden der Verzahnung
- Stumpfe Verzahnung
- Schlechte Oberflächengüte der Verzahnung
- Fußkreisdurchmesser der Wellenverzahnung größer als der Bohrungsdurchmesser der Nabe
- Bruch des Rändelrades bei Überlastung

Nachfolgende Abbildungen 3.5 bis 3.9, aus Literatur [8] übernommen, veranschaulichen die genannten Probleme in der Rändelfertigung und die daraus resultierende Verschlechterung der Verzahnungsgüte und .



Abbildung 3.5: Rändelverzahnung nicht ach- Abbildung 3.6: Überschneiden der Rändelversparallel [8] zahnung [8]





Abbildung 3.7: Stunpfe Rändelverzahnung [8] Abbildung 3.8: Schlechte Oberflächenqualität der Rändelverzahnung [8]



Abbildung 3.9: Bruch des Rändelrades bzw. Rändelfräsers [8]

# 3.4 Alternative Zahngeometrie Zykloide

Eine mögliche Verzahnungsart, welche durch ein nicht freischneidendes Verfahren hergestellt werden kann, ist beispielsweise die Zykloide. Zudem ermöglicht diese Verzahnung wegen der relativ frei wählbaren Geometrie eine anforderungsgerechte Gestaltung. Eine Zykloide, aus dem Lateinischen cyclus = Kreis und eidés = ähnlich, ist die Bahn oder Rollkurve, die ein Kreispunkt beim Abrollen eines Kreises auf einer beliebigen Leitkurve, zum Beispiel einer Geraden, beschreibt. Rollt der Kreis beispielsweise außen bzw. innen in dem anderen Kreis ab, entstehen sogenannte Epi- bzw. Hypozykloiden. In der folgenden Berechnung wird eine Hypo-Zykloide als analytische Gleichung und in Parameterdarstellung veranschaulicht. Ausgehend von den spezifischen Parametern der untersuchten Rändelverzahnung wird die vereinfachten Zykloidenberechnung mit diesen Parametern, wie zum Beispiel die Zahnhöhe und Grundkreisdurchmesser, bestückt und liefert somit vergleichbare Ergebnisse und Schaubilder, z.B. Abbildung 3.10.

Resultat dieser Betrachtung ist somit eine, mit der untersuchten Rändelverzahnung vergleichbare Verzahnungsart, die die negativen Einflüsse des freischneidenden Fertigungsverfahrens nicht teilt.

Trotzdem gehört das Fertigungsprinzip des Rändeln zu den einfacheren Herstellungsvariaten für Verzahnungen aller Art.

### 3.4.1 Berechnung einer Hypo-Zykloide

Die Zykloidenberechnung wird ausgehend von den Grundgleichungen 3.1 und 3.2 unter gewissen Vereinfachungen gezeigt.

$$x_{\alpha} = R_m \cdot \cos(\alpha) + a \cdot e \cdot \cos(\alpha \cdot f) + b \cdot e \cdot \cos(\alpha \cdot g) + c \cdot e \cdot \cos(\alpha \cdot h) + d \cdot e \cdot \cos(\alpha \cdot i) \quad (3.1)$$

$$y_{\alpha} = R_m \cdot \sin(\alpha) + a \cdot e \cdot \sin(\alpha \cdot f) + b \cdot e \cdot \sin(\alpha \cdot g) + c \cdot e \cdot \sin(\alpha \cdot h) + d \cdot e \cdot \sin(\alpha \cdot i) \quad (3.2)$$

Durch Vereinfachen, trigonometrisches Umformen und eine Extremwertbestimmung über die erste und zweite Ableitung ergibt sich folgendes Ergebnis:

$$R_{\alpha} = \sqrt{R_m^2 + A^2 + R_m \cdot A \cdot 2\cos(\alpha + \alpha \cdot f)}$$
(3.3)

Die vollständige Herleitung der Berechnung ist im Anhang angefügt.

Abbildung 3.10 zeigt die Darstellung einer Hypozykloide mit einer, der untersuchten Rändelverzahnung entsprechenden, Zahnhöhe von 0,46 mm. Die Zähnezahl der berechneten Zykloide ergibt sich daraus zu 21 über den Umfang verteilten Zähnen.

Die untersuchten Rändelverzahnungen besitzen bei gleicher Zahnhöhe jedoch 59 Zähne.

Weitere Darstellungen der berechneten Hypozykloide für unterschiedliche Zähnezahlen, entsprechend der möglichen anderen Rändelteilungen wie z.B. t=1 mm und t=1,5 mm, sind im Anhang angeführt.



 $\mathbf{x}(\alpha), \mathbf{K}\mathbf{X}(\beta), \mathbf{K}\mathbf{2}\mathbf{X}(\gamma)$ 

Abbildung 3.10: Modellierung der berechneten Zykloidenverzahnung

# Kapitel 4

# Prüfstandstechnik

# 4.1 Statischer Torsionsprüfstand

Der bereits bestehende Prüfaufbau zur Durchführung der statischen Torsionsversuche, gebaut von Dr. Bader und beschrieben in Literatur [19], ist in Abbildung 4.1 dargestellt und wurde im Rahmen dieser Arbeit modifiziert.



Abbildung 4.1: Statischer Torsionsprüfstand [19]

Abbildung 4.2 zeigt den neuen statischen Prüfstand mit den neu adaptierten Winkelausgleichskupplungen und Spannsätzen zur Einbindung des Prüflings in den Prüfaufbau.



Abbildung 4.2: Statischer Torsionsprüfstand

Die Notwendigkeit dieses Umbaus ergab sich aus der daraus resultierenden Reduktion der Montage- und Demontagezeit des Prüflings im Prüflaufbau.

Zudem erleichtern die verwendeten hydraulischen Spannsätze die Einbindung der zu untersuchenden Rändel-Welle-Nabe Verbindung.

# 4.1.1 Auswahl und Adaptierung geeigneter Prüfstandskomponenten zum Umbau des bestehenden Prüfstandes

Die Drehmomentaufbringung im Prüfaufbau wird, der Literatur [19] entsprechend, weiterhin quasi statisch durch händische Krafteinleitung über einen Hebelarm realisiert. Die Einleitung der torsionalen Belastung in den Prüfling wird durch hydraulische Spannsätze garantiert.

Um die Bedienfreundlichkeit des Prüfstandes zu steigern sind Spannsätze des Typs *ETP* 40 adaptiert. Aus der daraus resultierenden Geometrieänderung entstand die Notwendigkeit auch die Kupplungen zu tauschen. Um weiterhin die geforderte ausschließliche Torsionsbelastung des Prüflings zu garantieren, sind wiederum Klauenkupplungen, diesmal jedoch aus Aluminium, mit innenliegendem Elastomerstern verbaut.

Die Abstützung des eingeleiteten Torsionsmoments erfolgt über einen Hebelarm, welcher über eine Kraftmessdose an die Grundplatte bzw. Prüfplatte gekoppelt ist. Der Kraftaufnehmer ist über zwei Gelenkösen fixiert, um eine biegemomentenfreie Einbindung zu verhindern. Abbildung 4.3 veranschaulicht den 500 mm langen Abstützhebel mit der Kraftmessdose zur Messung des übertragbaren Torsionsmoments des Prüflings im Prüfaufbau.



Abbildung 4.3: Statischer Torsionsprüfstand

# 4.1.2 Applikation der Messtechnik

Die messtechnische Erfassung der relevanten Größen der Welle-Nabe-Verbindung wird durch optische Messsensoren und eine Kraftmessdose erreicht.

Abbildung 4.4 zeigt die Positionierung der benötigten Laser- Sensoren an den zu untersuchenden Prüfelementen. Einer der Sensoren ist dabei für die Messung der Nabenaufweitung im Prüfbetrieb zuständig, während der zweite Sensor über eine Referenzfläche die Verdrehung der beiden Prüfelemente zueinander vermisst.



Abbildung 4.4: Positionierung der Lasersensoren am Prüfling

### Messequipment:

### Kraftmessung

Hersteller	Hottinger Baldwin Messtechnik GmbH
Тур	HBM U2B
Messbereich	$-5\dots 5 \text{ kN}$
Genauigkeitsklasse	0,1
Linearitätsfehler	$\leq 0.1 \%$

# Wegmesssystem Nabenaufweitung

Hersteller	Waycon
Тур	Waycon LAM 2
Messbereich	$23 \dots 25 \mathrm{mm}$
Auflösung	$0.5\mu{ m m}$
Linearitätsfehler	$\pm 6\mu\mathrm{m}$
Strahlform	Punktlaser ø2mm
Messverstärker	Waycon LAM 2 Slave

# Wegmesssystem Verdrehung

Hersteller	Waycon
Тур	Waycon LAM 2
Messbereich	$23 \dots 25 \mathrm{mm}$
Auflösung	$0.5\mu{ m m}$
Linearitätsfehler	$\pm 6\mu\mathrm{m}$
Strahlform	Punktlaser ø2 mm
Messverstärker	Waycon LAM 2 Master

# Messverstärker

Hersteller	Hottinger Baldwin Messtechnik GmbH
Тур	HBM Spider
Genauigkeitsklasse	0,1
Seriennummer	F01206
Softwareversion	P22

# Messsoftware

Hersteller	AMS Gesellschaft für angewandte Mess- und System-				
	technik mbH				
Тур	AMS Beam Spider				
Softwareversion	V 3.12 Win 32				

### 4.1.3 Inbetriebnahme des Prüfstands

Nach der erfolgreichen Adaptierung der neuen Prüfstandskomponenten, Spannsatz und Kupplung, mussten diese auf ihre Tauglichkeit hin im Prüfaufbau untersucht werden. Dazu wurde eine gefügte Rändel Welle-Nabe-Verbindung in den Prüfaufbau eingebettet und bis zum Bruch bzw. bis zum Maximalmoment, circa 700 Nm, des Vorgelegegetriebes belastet.

Die Stahlnabe wurde gewählt, da bei der Werkstoffkombination Stahl-Stahl die höchste Belastungsübertragung zu erwarten ist. Die neuen Komponenten wurden also auf die sichere Übertragung der torsionalen Belastung überprüft. Hauptaugenmerk lag dabei auf der Fähigkeit der Spannsätze die torsionalen Belastungen, von der Kupplung kommend, in den Prüfkörper schlupffrei einzuleiten.

Abbildung 4.5 veranschaulicht das Funktionsprinzip der verwendeten hydraulischen Spannsätze.

Durch das Anziehen der am Umfang verteilten Druckchrauben mit vorgeschrieben Anziehdrehmoment baut sich der Druck im Spannsatz auf und die Hülse dehnt sich gleichmäßig aus. Die Hülsenflächen drücken somit innen gegen die Rändelwelle und aussen gegen die Nabe. Somit entsteht durch den erzeugten Reibschluss eine feste Verbindung zwischen Welle und Nabe.



Abbildung 4.5: Funktionsprinzip der verwendeten hydraulischen Spannsätze des Typs ETP-Classic [20]

# 4.2 Dynamischer Torsionsprüfstand

Ein Prüfaufbau zur Durchführung von dynamischen Torsionsversuchen wurde im Rahmen dieser Arbeit konstruiert, anschließend gefertigt, montiert und in Betrieb genommen.

Der Prüfaufstand zur dynamischen Schwinglasteinbringung ist in Abbildung 4.6 veranschaulicht, und wurde ausgehend von einer bereits bestehenden statischen Lagerung mit angeflanschtem Schwingarm zur Drehmomenteinleitung konstruiert.

Wichtige Nebenaspekte des Prüfstandskonzepts sind die allgemeine Mobilität/Flexibilität des Prüfstandes als auch die ausschließliche axiale Verschiebbarkeit entweder des Lagerbocks mit Drehmomenteinleitung oder der gegenüber befindlichen Abstützkonsole. Unter Mobilität des Prüfstandes wird die Unabhängigkeit vom Aufstellungsort verstanden, d.h., der Prüfaufbau kann an jeder beliebigen Prüfplatte fixiert werden und ist ortsunabhängig bzw. nicht ortsgebunden.



Abbildung 4.6: 3D Modell des Dynamischen Torsionsprüfstands

### 4.2.1 Ausarbeitung des Prüfstandkonzepts

Der dynamische Torsionsprüfstand wurde unter Erfüllung folgender Kriterien und Anforderungen konzipiert:

- Reine Torsionsbelastung des Prüfkörpers
- Messtechnische Erfassung des Torsionsmoments
- Messtechnische Erfassung der Nabenaufweitung
- Messtechnische Erfassung der Verdrehung der beiden Prüfkörperelemente zueinander
- Dynamische Belastung des Prüfkörpers bis zum Erreichen der geforderten Lastspielzahl, bzw. bis zum vorzeitigen Versagen durch das Auftreten von Spiel in der Welle-Nabe-Verbindung
- Mobilität/ flexibler Einsatzort
- Hohe Reproduzierbarkeit

Des Weiteren galt es nach Möglichkeit vorhandene Komponenten bestehender Prüfstände in den neuen Prüfaufbau einzubinden.

Die einfache Handhabung des Prüfaufbaus und die Benutzerfreundlichkeit im Sinne der Probeneinbindung ist ein weiterer wichtiger Punkt. Es gilt, je leichter und definierter(Positionsgenau) sich eine zu untersuchende Probe in ein Prüfstandskonzept einbinden lässt, desto reproduzierbarer sind die erhaltenen Messergebnisse.

### 4.2.2 Planung und Konstruktion

Der Prüfaufbau aus Abbildung 4.6 besteht im Wesentlichen aus einem Grundrahmen und zwei darauf fixierten Lagerstellen, einmal die Linksseitige Lagerstelle zur Drehmomenteinleitung und die rechtsseitige Lagerung zur Abstützung des Torsionsmoments und zur axialen Einstellbarkeit. Dazwischen finden sich die Aufnahmekomponenten für den Prüfling.

Der Grundrahmen besteht aus verschweißten vierkantigen Hohlprofilen mit angeschweißten und nachträglich plan gefrästen Flacheisen als Auflagefläche. Darauf ist der Lagereinheit zur Drehmomenteinleitung, bestehend aus einem Lagerbock mit der zweifach gelagerten Welle und angeflanschtem Schwingarm, fix verschraubt. Der Schwingarm, gefertigt aus einem dickwandigem Vierkant- Träger, mit links und rechts angeschraubten Unwuchtmotoren des Typs Aviteq UVB1 Y981 dient zur Erzeugung eines Drehmoments. Die symmetrische Anbringung und gegenläufige Drehrichtung der Unwuchtmotoren am Schwingarm bring den positiven Effekt des Ausgleichs der, aus der umlaufenden Unwucht resultierenden, vertikalen Kräfte mit sich.

Abbildung 4.7 veranschaulicht das Prinzip des Ausgleichs der vertikalen Kräfte.



Abbildung 4.7: Darstellung des Funktionsprinzips der symmetrisch gegengleich laufenden Unwuchterreger des Dynamischen Torsionsprüfstands

Angesteuert werden die Motoren über einen Frequenz-Umrichter des Typs *Lenze smd* und sind damit Frequenz- bzw. Drehzahlgesteuert. Somit resultiert aus der vorgegebenen Drehzahl bzw. Frequenz am Umrichter und der Länge des Hebelarms bzw. dem Abstand der Unwuchtmotoren von der Mittelachse, die Belastungssituation der Probe.



Abbildung 4.8: Ausschnitt der Festlagerung des Dynamischen Torsionsprüfstands

Gegenüber der Lagerstelle zur Drehmomenteinleitung befindet sich die zweite Lagereinheit, die sogenannte Abstützlagereinheit, welche im Prüfbetrieb als Fixlagerung fungiert. Diese Lagerung, dargestellt in Abbildung 4.8, besteht aus einer Abstützkonsole, welche über seitliche Winkellaschen verfügt und axial über Führungen verschiebbar ist. Die Axialführungen sind mit einer Grundplatte verschraubt, welche wiederum über Schwingungsdämpfer/Silentblöcken an, innen am Grundrahmen verschweißten U- Profilen, den sogenannten Lagereinheit- Träger, befestigt ist.

Die Abstützlagerung wird erst durch den Einsatz der Abstützpfeiler zur Fixlagerung. Dazu werden die, zur Konsole gehörenden, angeschweißten Winkelprofile über Stützpfeiler mit dem Grundrahmen verschraubt und somit fixiert.

Ausgehend von der Drehmoment einleitenden Lagerstelle, ist ein Adapterflansch über einen mechanischen Spannsatz auf der zweifach gelagerten Welle fixiert. Daran anschließend sind die Aufnahmekomponenten für den Prüfling in symmetrischer Ausführung adaptiert. Die beiden drehstarren Metallbalgkupplungen zum Winkelausgleich sind mit den gelb lackierten, innen ausgedrehten Wellenteilen verschraubt. Diese Drehteile dienen zur Aufnahme der Spannsätze als auch zur Zentrierung des Prüflings am Passungsende. Zwischen den hydraulischen Spannsätzen des Typs ETP Express wird der Prüfling eingespannt und ist im Prüfaufbau zur Belastungsübertragung fixiert. Die Messung der eingeleiteten Belastung erfolgt durch einen Drehmomentmessflansch bzw. -aufnehmer des Typs TB2 welcher über einen weiteren Adapterflansch zwischen der rechten Kupplung und der Abstützkonsole verschraubt ist.

Der Prüfling kann somit auf Grund hydraulischer Spannsätze im Prüfaufbau leicht eingebunden werden und erfährt durch die Ausgleichskupplungen eine reine Torsionsbelastung. Um die Belastung und den damit einhergehenden Verschleiß der Axialführung im Betrieb so gering als möglich zu halten, ist die Grundplatte mit Hilfe der Silentblöcke nachgiebig am Grundrahmen montiert. Durch diese nachgiebige Aufhängung entsteht keine überbestimmte Lagersituation und durch die Belastungsausleitung über die Stützpfeiler kommt es zu keiner Drehmomenteinleitung in die Linearführungen.

# 4.2.3 Fertigung und Montage der Prüfstandskomponenten

Die meisten Komponenten des Prüfaufbaus wurden in den institutseigenen Werkstätten gefertigt, nur wenige Teile, welche mit den zur Verfügung stehenden Bearbeitungsmaschinen nicht erstellt werden konnten, wurden extern zur Fertigung vergeben. Hauptsächlich beschränkte sich diese Auslagerung jedoch auf spezifische Bearbeitungsschritte, wie z.B. die passgenaue Zentrierstufe in der Abstützkonsole zur Aufnahme des Drehmoment-Messflansches musste gespindelt werden.

Die Abbildung 4.9 zeigt einige gefertigte Prüfstandkomponenten.



Abbildung 4.9: Gefertigte Prüfstandskomponenten

Der finale Zusammenbau der einzelnen Komponenten erfolgte unter genauer Einhaltung aller Anziehdrehmomente für die Schraubverbindungen.

In Abbildung 4.10 ist der finale Prüfstand zur Durchführung von Langzeitschwingversuchen von Rändel-Welle-Nabe Verbindungen unter wechselnder Torsionsbelastung gezeigt.



Abbildung 4.10: Dynamischer Torsionsprüfstand

Die Positionierung der beiden Prüfstandhälften zueinander wurde mit hinreichender Genauigkeit gemacht, da die verwendeten Metallbalgkupplungen einen eingeschränkten Ausgleich von axialem, radialem und winkligem Wellenversatz ermöglichen. Das Vorhandensein anderer Belastungen als die reine Torsion kann somit ausgeschlossen werden. Zur genauen Ausrichtung wurde erst die Höhe der Mittelachse bestimmt und erst dann die horizontale Positionierung der beiden Hauptelemente gemacht. Schlussendlich wurden bei eingespannter Probe die beiden Abstützpfeiler (Drehmomentstützen) positioniert, im Grundrahmen Gewindebohrungen gesetzt und durch Verschraubung gesichert.

### 4.2.4 Applikation der Messtechnik

Die messtechnische Erfassung der relevanten Größen, Drehmoment, Nabenaufweitung und Verdrehung der beiden Prüfelemente zueinander, der untersuchten Welle-Nabe-Verbindung wird durch optische Triangulations-Messsensoren und einen Drehmomentmessflansch umgesetzt.



Abbildung 4.11: Positionierung der Lasersensoren

Abbildung 4.11 zeigt die Positionierung und Befestigung der beiden Laser- Sensoren zur messtechnischen Erfassung der Nabenaufweitung und der Verdrehung der beiden Prüfelemente zueinander. Die Adaptierung der Sensoren erfolgt beim dynamischen Prüfaufbau ident dem in Kapitel 4.1 beschriebenen statischen Torsionsprüfstand.

# Messequipment:

# Drehmomentmessung

Hersteller	Hottinger Baldwin Messtechnik GmbH
Тур	HBM TB2
Nenndrehmoment	$3\mathrm{kNm}$
Genauigkeitsklasse	0,03
Linearitätsabweichung	$\leq \pm 0.03 \%$

# Wegmesssystem Nabenaufweitung

Hersteller	Waycon
Тур	Waycon LAM 2
Messbereich	$2325\mathrm{mm}$
Auflösung	$0.5\mu{ m m}$
Linearitätsfehler	$6\mu{ m m}$
Strahlform	Punktlaser ø2 mm
Messverstärker	Waycon LAM 2 Slave

# Wegmesssystem Verdrehung

Hersteller	Waycon
Тур	Waycon LAM 2
Messbereich	$2325\mathrm{mm}$
Auflösung	$0.5\mu{ m m}$
Linearitätsfehler	$\pm 6\mu\mathrm{m}$
Strahlform	Punktlaser ø2 mm
Messverstärker	Waycon LAM 2 Master

### Messverstärker

Hersteller	Hottinger Baldwin Messtechnik GmbH
Тур	HBM Spider
Genauigkeitsklasse	0,1
Seriennummer	F01206
Softwareversion	P22

#### Messsoftware

Hersteller	AMS Gesellschaft für angewandte Mess- und System-				
	technik mbH				
Тур	AMS Beam Spider				
Softwareversion	V 3.12 Win 32				

### 4.2.5 Inbetriebnahme des Prüfstands

Wie bereits beim statischen Torsionsprüfstand, aus Kapitel 4.1, galt es eine Funktionskontrolle des dynamischen Prüfaufbaus durchzuführen, wobei hier nicht nur die schlupffreie Momentenübertragung der verwendeten Spannsätze zu überprüfen war.

Nach dem finalen Zusammenbau und der Ausrichtung aller Komponenten wurde eine Vollwelle in den Prüfaufbau eingespannt. Mittels Impulsanregung über den Hebelarm und der FFT (fast Fourier transform)-Analyse konnte die erste Torsions-Eigenfrequenz dieses Prüfaufbaus ermittelt werden. Zu beachten gilt, dass eine Vollwelle eine höhere Steifigkeit als die untersuchte Rändelverbindung aufweist. Die anschließende dynamische Drehmomenteinleitung durch die beiden Unwuchtmotore, einstellbar über den Frequenz-Umrichter des Typs *Lenze smd* in Zehntel Hz Schritten, wurde langsam, am stark ansteigenden Ast der Verstärkungsfunktion, bis knapp unter die Eigenfrequenz des Prüfstands gesteigert. Je näher die Erregerfrequenz an die Eigenfrequenz des Prüfaufbaus kommt, desto größer werden die Drehmomentausschläge pro Zehntel Hz Steigung.

Nach der Uberprüfung aller Schraubverbindungen, der steifen Anbindung an die Prüfplatte und der einwandfreien Funktion der Messtechnik wurden die ersten Rändel Welle-Nabe-Verbindungen messtechnisch untersucht.



Abbildung 4.12: Erste Torsionseigenfrequenz des Prüfaufbaus mit eingespannter Rändel Welle-Nabe-Verbindung

# Kapitel 5

# Axiales Fügen und Lösen der Rändel-Welle-Nabe-Verbindungen unter Variation des Spanwinkels

In diesem Abschnitt wird der Füge- und der Lösevorgang der untersuchten Rändel-Welle-Nabe-Verbindung prüftechnisch analysiert. Die Variation des Spanwinkels an der Stirnseite der Rändelverzahnung und dessen Einfluss auf den Füge- bzw. Löseprozess bei verschiedenen Werkstoffpaarungen ist Hauptbestandteil dieser Betrachtung bzw. Arbeit.

# 5.1 Probenparametrisierung für die Füge- und Löseversuche

### 5.1.1 Probendimensionierung

Die Abbildung 5.1 veranschaulicht die geometrische Gestaltung der für die Fügeversuche benötigten Prüfelemente, Welle und Nabe. Die kurze Ausführung der Rändelwelle unterscheidet sich von der in Kapitel 3 definierten *Standardwelle* nur in der Länge des hinteren Wellenteils, die Funktionselemente bleiben jedoch zur Vergleichbarkeit der Ergebnisse zwingend gleich.

Die Naben für die Fügeversuche wurden im Vergleich zur Standardprobe verkürzt und, um beidseitiges Einpressen zu ermöglichen, durchgebohrt. Die Nabenlänge von 25 mm ist so bemessen, dass ein Einpressen der Rändelwelle von beiden Seiten möglich ist. Das Bedeutet, dass der Führungszapfen beim Einpressen in die Nabe keinesfalls auf den gestauchten Span der bereits von der anderen Seite eingeschnittenen Verzahnung trifft.



Abbildung 5.1: Einpressproben, kurze Ausführung

### 5.1.2 Festlegung der Spanwinkelvariationen

#### **Definition Spanwinkel**

In der Zerspantechnik wird im Allgemeinen zwischen den, in Abbildung 5.2 bezeichneten Winkeln unterschieden:

- Freiwinkel  $\alpha$ : Dieser Winkel garantiert, dass zwischen der Freifläche des im Einsatz befindlichen Werkzeugs und dem zu bearbeitenden Werkstück ein Freiraum bleibt und somit keine Reibung entsteht. In Spezialfall der in dieser Arbeit behandelten selbstschneidenden Rändelverzahnungen ist dieser Freiraum jedoch nicht vorhanden, bzw.  $\alpha = 0^{\circ}$  oder sogar negativ bei konischen Rändelungen.
- Keilwinkel β: Der Keilwinkel stellt den Winkel der Werkzeug-Schneide dar und ist somit auch ein Maß für die thermische und mechanische Belastbarkeit des Werkzeugs, genauer der Schneide. Je größer also β ausgeführt wird, desto höher kann die Schneide im Spanungsvorgang bzw. in der trennenden Bearbeitung belastet werden, erfährt jedoch auch höhere Schnittkräfte. Es gilt also einen Kompromiss zwischen optimalem Schnitt (Schnittigkeit) und der Belastbarkeit zu finden.
- Spanwinkel  $\gamma$ : Die Spanbildung auf der Werkzeugschneide und die Größe der Schnittkraft werden maßgeblich vom Spanwinkel beeinflusst, wobei dieser positiv

als auch negativ sein kann, bezogen auf die vertikale Hilfsebene. Positive Spanwinkel, d.h.  $\gamma \leq 90^{\circ}$  schneiden in den Werkstoff, bei Negativen Spanwinkeln  $\gamma \geq 90^{\circ}$  spricht man von Schaben.

In dieser Arbeit wird die genannte Vorzeichendefinition für die Auswertung der Ergebnisse jedoch umgekehrt, das bedeutet, ein in den nachfolgenden Diagrammen und Analysen gekennzeichneter Spanwinkel von z.B.  $\gamma = -15^{\circ}$  entspricht eigentlich einem positiven Spanwinkel in der Fertigungstechnik und umgekehrt.



Winkel in der Zerspanungstechnik

Abbildung 5.2: Winkel in der Zerspantechnik [21]

Die Summe dieser drei Winkel ergibt immer 90°, d.h.  $\alpha$  +  $\beta$  +  $\gamma$  = 90°

Die in dieser Arbeit durchgeführte Variation des Spanwinkels  $\gamma$ , zur Untersuchung seines Einflusses auf den Fügevorgang und in Weiterer Folge auf die Belastungsübertragung, umfasste den Winkel-Bereich von  $-15^{\circ}$  bis  $+60^{\circ}$ .

### 5.1.3 Festlegung der Werkstoffpaarungen

Im Allgemeinen lassen sich durch die Verbundbauweise verschiedenster Werkstoffe intressante/optimierte Strukturen herstellen. Optimierungspotential besteht meist in der Steigerung der Belastungsübertragung, der Gewichtsreduktion und natürlich in der Kosteneinsparung.

Als **Wellenwerkstoff**, und somit als Werkstoff des Schneideteils, wurde die härtbare Stahlsorte CK45 bzw. nach neuer Bezeichnung C45E, gewählt.

Bei den **Nabenwerkstoffen**, also den zu schneidenden Element der Verbindung, wurde zwischen Aluminium, Messing und Stahl variiert.

- Aluminium: stellt einen duktilen Nabenwerkstoff mit geringer Festigkeit dar und wird im Leichtbau oft verwendet, zwecks Gewichtsoptimierung.
- Stahl: stellt einen Standardwerkstoff mit vielseitigen Einsatzgebiet dar, besonders die Sorte S235JR zeichnet sich in Bezug auf die Kostenreduktion aus.
- **Messing:** häufig für Armaturen und Schneckenräder verwendet, stellt im Gegensatz zu Aluminium und Stahl einen spröden Werkstoff dar und zeichnet sich vor allem durch seine kurzen Bruchspäne aus.

Die in dieser Arbeit untersuchten Werkstoffkombinationen verfügen alle über einen ausreichenden Härtequotienten zwischen schneidendem und zu schneidenden Element von mindestens 1,8. Dieser Wert wurde aus der Literatur [19] übernommen und garantiert, dass die Zerspanbedingungen sich über die gesamte Einpresslänge nicht ändern. Der Schneidteil behält somit seine Schneidhaltigkeit und kann zudem öfters verwendet werden.

### 5.1.4 Prüfanzahl und Probennomenklatur

Die **Probenbenennung** zeigt Abbildung 5.3:



Abbildung 5.3: Probenbenennung als Beispiel der 1er Welle mit einem Spanwinkel von +10° mit einer Alu-Nabe verpresst

Um den Einfluss des Spanwinkels beim Fügevorgang der selbstschneidenden Rändel-Welle-Nabe-Verbindung ausreichend genau beschreiben zu können bzw. auch aussagekräftige Messergebnisse zu erhalten, wurde eine Parametervariation durchgeführt. Dazu wurden 12 Rändelwellen mit jeweils 3 Nabenkörpern, entsprechend der Werkstoffvariation Aluminium, Messing und Stahl, verpresst und anschließend wieder axial gelöst. Die prüftechnisch untersuchten Spanwinkel  $\gamma$  waren:  $-15^{\circ}$ ,  $-10^{\circ}$ ,  $-5^{\circ}$ ,  $0^{\circ}$ ,  $+5^{\circ}$ ,  $+10^{\circ}$ ,  $+30^{\circ}$ ,  $+45^{\circ}$  und  $+60^{\circ}$ . Somit ergibt sich eine Probenanzahl von über Hundert untersuchten Rändel-Welle-Nabe-Fügevorgängen. Abbildung 5.4 zeigt einige Beispiele.

Auch jene Rändel-Welle-Nabe-Verbindungen, welche in den nachfolgenden Kapiteln im Bezug auf ihre Torsionsbelastungsübertragung untersucht wurden, mussten zuerst dem Fügevorgang unterzogen werden. Dabei sind auch die Füge-und Lösekräfte messtechnisch erfasst worden.

Die Lösekräfte, z.B. nach der statischen Belastung bis zum Bruch, können nicht verglichen werden, da durch die sich bei Überlastung einstellende Verdrehung der beiden Prüfelemente zueinander beim Lösevorgang eine neue Verzahnung in die Nabe geschnitten wird. Diese Messergebnisse werden gesondert, unter dem Aspekt der axialen Sicherheit nach Versagen der Rändel- Welle- Nabe Verbindung, betrachtet.



Abbildung 5.4: Verschiedene Einpressproben

Des Weiteren werden die Messergebnisse der Fügeversuche bei einem Spanwinkel von  $-10^{\circ}$  mit jenen aus Literatur [19] und [8] verglichen.

# 5.2 Probenfertigung und -prüfung

Die Wellen- und Nabenkörper werden in der institutseigenen Werkstatt gefertigt. Die Prüf-Elemente bekommen durch Drehoperationen ihre Rohkontur und erst dann beginnt die eigentlichen Fertigung ihrer Funktionsteile, d.h. die Rändelung der Welle und die Innenpassung der Nabe.

### 5.2.1 Fertigung und Kontrolle der Rändelwellen

Die Rändelung der Wellenelemente wird durch Rändelfräsen an der CNC-Drehmaschine hergestellt. Das verwendete Rändelwerkzeug des Typs QUICK A2/Fl schneidet die Rändelverzahnung entsprechend dem Rändelprofil RAA, d.h. Rändel mit achsparallelen Riefen, ein.

Ein wichtiger Aspekt beim Rändelvorgang ist die ständige Kühlung und Schmierung des Rändelrades durch eine Schmier- bzw. Schneidemulsion zu garantieren. Richtet man die Kühldüsen direkt auf das Rändelrad treten folgende Effekte auf:

- Die Schmierung fördert die Oberflächenqualität der entstehenden Verzahnung, da es den Schneidevorgang als Solchen begünstigt.
- Die ausreichende Zufuhr von Kühlflüssigkeit garantiert den Abtransport der entstehenden Materialspäne.

Die Besonderheit der institutseigenen Rändelfertigung liegt in der hohen Reproduzierbarkeit identer Verzahnungsgeometrien mit hoher Oberfächenqualität, selbst im freischneidenden Rändelprozess. Dies wird nicht nur durch die ausreichende Zufuhr von Kühlmittel erreicht, sondern vielmehr durch den optimierten Produktionsvorgang. Die langjährige Erfahrung in der Herstellung von Rändelverzahnungen spiegelt sich in der Verzahnungsgüte und der Belastungsübertragungsfähigkeit wieder.

Das Rändelrad wird nicht direkt an die Position der einzuschneidenden Verzahnung geführt und radial zugestellt, sondern das Schneidrad beginnt sich bereits am Führungszapfen einzuschneiden. Nach radialem Zustellen der gewünschten finalen Zahnhöhe und axialem Verfahren vom Führungszapfen über die Spankammer hinweg bis zur eigentlichen Verzahnungsposition, wird dort die gewünschte Verzahnung eingeschnitten. Während des Überstreichens der Spankammer wird das Rändelrad immer in der Verzahnung des Führungszapfens geführt und kann sich somit an der gewünschten finalen Verzahnungsposition nicht neu einteilen.

Nach dem Rändelprozess wird die Verzahnung auf Unregelmäßigkeiten untersucht und mit einer gefertigten Lehre die Achsparallelität kontrolliert. Sind die Anforderungen der Standardprobe erfüllt, werden die C45E-Rändelwellen einem Härteprozess unterzogen. Die Flammhärtung erfolgt mittels eines Autogenbrenners bis der Funktionsteil der Rändelwelle hell kirschrot glüht, das entspricht in etwa einer Temperatur von 800 °C. Anschließend wird die Welle direkt im kalten Wasser abgeschreckt und ausgekühlt. Wichtig beim Härtevorgang ist die gleichmäßige Temperatureinbringung, wobei zu beachten ist, dass die Flamme nicht zu lange auf der Verzahnung verweilt, damit die Zahnspitzen nicht abschmelzen und dadurch stumpf werden.

Abbildung 5.5 zeigt zwei Beispiele gehärteter Rändelwellen.



Abbildung 5.5: Flammgehärtete Rändelwellen

Die Härteprüfung der Rändelwellen erfolgt mittels Härteprüfverfahren nach Rockwell HRC 10. Alle, in dieser Arbeit untersuchten, C45E-Wellen wiesen nach dem Härtevorgang einen Härtewert von 60 bis 61 *Rockwell* auf. Das entspricht nach der Härte-Vergleichstabelle nach DIN 50150 einer Zugfestigkeit von zirka 2400  $N/mm^2$ . Durch die hohen Festigkeitswerte der gehärteten Wellenelemente wird in jedem Fall, bei allen untersuchten Werkstoffkombinationen, das geforderte Mindest-Festigkeitsverhältnis von 1,8 erreicht.

Abschließend ist noch das Feindrehen/Schlichten des Führungszapfens auf Passmaß und das Einschneiden des gewünschten Spanwinkels in die Stirnseite der Rändelverzahnung mittels einer, in den Drehmeißelschaft eingespannten, Schneidkeramik durchzuführen.

### 5.2.2 Fertigung und Kontrolle der Naben

Die Naben werden teils mit CNC- und NC- Drehmaschinen in der institutseigenen Werkstatt gefertigt. Dazu wird die Nabe mittels Spiralbohrer grob vorgebohrt und im Anschluss durch Innenfeindrehen auf das geforderte Passmaß reduziert.

Auch hier wurde die Zugfestigkeit des jeweiligen Werkstoffs über die Umrechnungstabelle nach DIN 50150 aus der Härteprüfung nach Vickers ermittelt, und in weiterer Folge wurden alle untersuchten Nabenkörper aus der jeweiligen gleichen Materialcharge gefertigt.

Werkstoff	Bezeichnung	Werkstoff- nummer	Härtewert HV10	Zugfestigkeit in N/mm <sup>2</sup>
Aluminium	AlCuMgPb	31645	129	412
Messing	CuZn39Pb3 R430	2.0401	133	425
Baustahl	S235JR	10037	147	472
Vergütungsstahl	C45E	1.1191	204	655

Folgende Werte, dargestellt in Tabelle 5.1 wurden aus den Härteprüfungen nach Vickers 10HV (Vickershärteprüfung mit 98,06 N Prüfkraft) ermittelt:

Tabelle 5.1: Härtewerte und Zugfestigkeiten aller verwendeter Werkstoffe

Die Festigkeitskennwerte werden für die nachfolgenden Berechnungen herangezogen. Abbildung 5.6 zeigt die, der Härteprüfung unterzogenen, Materialproben im direkten Vergleich mit den Festigkeitskennwerten der in Literatur [19] untersuchten Werkstoffchargen.

	Nabenwerkstoff	Werstoff- nummer	Härte [HV]		Durchschnitts- wert [HV]	daraus ermittelte Zugfestigkeit [N/mm²]		
	The second		Prüf- stelle 1	Prüf- stelle 2	Prüf- stelle 3			
	AlCuMgPb (2007)	3.1645	122	120	111	117,7	379	
	CuZn39Pb3 R430	CW614N / 2.0401	121	121	126	122,7	394	
	S235 JR (St37-2)	1.0037	173	176	178	175,7	563	
	16MnCr5	1.7131	203	207	208	206,0	663	
	an in the state of the	THE LOUIS IN COMPANY	-	wendeten	Hait	The second second		
HV10-0 N/mm-0	129 642	Mmm2	+13:	5	S	235	CK45	1

Abbildung 5.6: Vergleich der Festigkeitskennwerte mit Literatur [19]

# 5.3 Einpressversuche

### 5.3.1 Ablauf

Abbildung 5.7 zeigt den Prüfaufbau zur messtechnischen Untersuchung des Fügevorgangs.



Abbildung 5.7: Messaufbau zur Untersuchung des Fügevorgangs

Die Einpressversuche dienen zur Erfassung des Einflusses des Spanwinkels auf den Fügeprozess der untersuchten selbstschneidenden bzw. -furchenden Welle-Nabe-Verbindung. Dazu werden die Probenelemente, Welle und Nabe, mit der institutseigenen hydraulischen Pressvorrichtung axial verpresst. Die Zentrierung der beiden Elemente wird durch den Führungszapfen der Rändelwelle gewährleistet. Die auftretende Reibung im Fügevorgang wird durch das Auftragen eines dünnen Schneidölfilms auf die Rändelverzahnung und den Führungszapfen verringert.

Während des Prüfvorganges werden die auftretenden Kräfte durch einen Kraftsensor

gemessen, welche direkt zwischen der Kolbenstange und dem hydraulischen Stempel angebracht ist. Der Einpressweg wird mittels eines optischen Lasers erfasst und durch zwei halbkreisförmige Distanzringe begrenzt.

Aus der Messung der beiden Parameter, Kraft und Weg, ergibt sich ein Kraft-Weg Diagramm, welches den Einfluss des Spanwinkels abbildet. Die abschließende Auswertung veranschaulicht die erhaltenen Messergebnisse in Abhängigkeit des Spanwinkels.

### Messequipment:

### Kraftmessung

Hersteller	Hottinger Baldwin Messtechnik GmbH
Тур	HBM U2A
Messbereich	$-100\dots100\mathrm{kN}$
Genauigkeitsklasse	0,1
Linearitätsfehler	$\leq \pm 0.1 \%$

### Wegmesssystem

Hersteller	Keyence
Тур	Keyence IL 065
Messbereich	$55\dots 105\mathrm{mm}$
Linearitätsfehler	$\leq \pm 0.1 \%$
Strahlform	Punktlaser 550 * 1750 $\mu$ m
Messverstärker	Keyence IL 1000

### Messverstärker

Hersteller	Hottinger Baldwin Messtechnik GmbH
Тур	HBM Spider8
Genauigkeitsklasse	0,1
Seriennummer	F01206
Softwareversion	P22

#### Messsoftware

Hersteller	AMS Gesellschaft für angewandte Mess- und System-
	technik mbH
Тур	AMS Beam Spider
Softwareversion	V 3.12 Win 32

# 5.3.2 Definition der Kräfte im Fügevorgang

Die Definition der betrachteten Fügekräfte wird im Sinne der Vergleichbarkeit aus der Literatur [19] bzw. [8] übernommen. Der Einpresskraftverlauf beim Fügevorgang einer Rändel-Welle-Nabe-Verbindung ist in Abbildung 5.8 dargestellt.

Der reale Kraftverlauf wird dabei durch zwei Geraden angenähert, in deren Schnittpunkt der Übergang zwischen An- und Vollschnitt definiert wird. Ausgehend von diesem Schnittpunkt, der gleichzeitig die Startkraft  $F_{start}$  in N bezeichnet, wird nach dem Überstreichen der Rändellänge der untersuchten Probe die Einpresskraft  $F_{ein}$  in N am Rändelende definiert. Die Steigung der Kurve zwischen beiden Kräften bezeichnet den Schnittkraftgradienten  $F_{qrad}$  in N/mm.



Abbildung 5.8: Einpresskraftverlauf beim Fügevorgang einer Rändelverbindung [8]

### 5.3.3 Erwartungen/ Berechnung der Startkraft

Die nachfolgende Berechnung zur Vorabschätzung der Startkraft bezieht sich auf eine bereits in der Literatur [8] erwähnte Berechnungsgrundlage, in welcher die allgemein bekannte Schnittkraftberechnung bei spanabhebenden Prozessen herangezogen wird. Um den wichtigen Zusammenhang zwischen der Schnittkraft beim Anschnitt, in weiterer Folge als Startkraft bezeichnet, und dem variierenden Spanwinkel herzustellen, wurde die Gleichung 5.1 um den Spanwinkel-Korrekturfaktor K $\gamma$  erweitert. Dieser Faktor verdeutlicht den Einfluss des Spanwinkels auf die spezifische Schnittkraft  $k_c$  und wurde aus der Literatur [22] übernommen.

$$F_{start} = k_c \cdot A = k_c \cdot A_{real} \cdot z \cdot K_{\phi I} \cdot K_T \cdot K_{WI}$$
(5.1)

Gleichung 5.1 wurde aus der Literatur [8] übernommen, in welcher die Grundgleichung der Startkraftberechnung um drei Korrekturfaktoren erweitert wurde. Diese Faktoren beschreiben verschiedene Einflüsse während des Anschnittvorgangs im Spezialfall der selbstschneidenden Rändelverbindung:

- $k_c \dots$  spezifische Schnittkraft in  $N/mm^2$
- $A_{real}$  ... realer Spanungsquerschnitt pro Zahn in  $mm^2$  aus  $A_{real} = \left(\frac{t_w * h_z}{2}\right)$
- z ... Zähnezahl der Rändelwelle
- $K_{WI}$  ... Die Werkstoffabhängigkeit der Startkraft wird durch diesen Korrekturfaktor berücksichtigt. Da die spezifische Schnittkraft im Wesentlichen eine Werkstoffkonstante widerspiegelt war die Beschreibung dieses Parameters mittels der Zugfestigkeit nicht ausreichend und musste um den Elastizitätsmodul erweitert werden.
- $K_T \dots$  Die Teilungsabhängigkeit der Startkraft wird durch den Faktor  $K_T$  beschrieben, spielt aber bei den in dieser Arbeit betrachteten Prüflingen keine Rolle, da die Teilung jener der Standardprobe entspricht. Somit ist  $K_T = 1$  zu setzen.
- $K_{\phi I}$ ... Auch die Rändeldurchmesserabhängigkeit der Startkraft, beschrieben durch den Korrekturfaktor  $K_{\phi I}$ , spielt für diese Berechnung keine Rolle, da der Rändeldurchmesser konstant gehalten wurde und dem der Standardprobe entsprach. Somit ist auch  $K_{\phi I} = 1$ .

Die zur Berechnung der Startkraft nach [8] benötigten Parameter sind in der Tabelle 5.2 angeführt. Der Werkstoffkorrekturfaktor  $K_{WI}$  wurde auf die Festigkeitswerte der, in dieser Arbeit, verwendeten Werkstoff-Charge angepasst.

Werkstoff	$\begin{array}{l} {\bf Spanung squer-}\\ {\bf schnitt \ pro \ Zahn}\\ {\bf A}_{real} \ {\bf in} \ mm^2 \end{array}$	$\begin{array}{l} \textbf{Teilung} \\ \textbf{t}_w \ \textbf{in} \ mm \end{array}$	Zahnhöhe h <sub>z</sub> in mm	Werkstoff Korrektur faktor $\mathbf{K}_{WI}$	Zähne- zahl z
Aluminium	0,24	$1,\!04$	0,46	$0,\!91$	59
Messing	0,24	$1,\!04$	0,46	1,24	59
Baustahl	0,24	1,04	0,46	0,85	59

Tabelle 5.2: Parameter zur	Berechnung	$\operatorname{der}$	Startkra	ıft
----------------------------	------------	----------------------	----------	-----

### Erweiterung der Gleichung um die Berechnung der spezifischen Schnittkraft:



Abbildung 5.9: Startkraftberechnung über Hauptwert der spez. Schnittkraft [22]

Nachfolgende Tabelle 5.3 beinhaltet den Hauptwert der spezifischen Schnittkraft  $k_{c1.1}$ und die Werkstoffkonstante  $m_c$  für die verschiedenen untersuchten Nabenmaterialien. Beide Werte stammen aus der Literatur [23].

Werkstoff	Hauptwert der spezifischen Schnittkraft $k_{c1.1}$ in $N/mm^2$	$ \begin{array}{l} \mathbf{Werkstoffkonstante} \\ m_c \end{array} $	${f Zahnh\"ohe}\ h_z \ {f in} \ mm$
Aluminium	830	$0,\!45$	0,46
Messing	780	0,18	0,46
Baustahl	1780	0,17	0,46

Tabelle 5.3: Parameter zur Berechnung der Startkraft

#### Erweiterung um den Spanwinkelkorrekturfaktor $K_{\gamma}$ :

Der wichtige Einfluss des Spanwinkels  $\gamma$  auf die Startkraft wird durch den Korrekturfaktor  $K_{\gamma}$  beschrieben, wobei in der zitierten Literatur [22] dieser Winkel mit  $\gamma_0$  bezeichnet wird und in ° (Grad) einzusetzen ist.

Spanwinkel-	$K_{\gamma} = 1,09 - 0,015 \gamma_0^{\circ}$
Korrekturfaktor	K, für langspanende Werk-
	stoffe z.B. Stahl
	$K_{y} = 1,03 - 0,015 \gamma_{0}^{\circ}$
	für kurzspanende Werkstoffe
	wie Gusseisen

Abbildung 5.10: Spanwinkel- Korrekturfaktor [22]

**Tabelle** 5.4 mit den Ergebnissen für  $K_{\gamma}$  bei den in dieser Arbeit untersuchten variierenden Spanwinkeln:

Spanwinkel in °	15	10	5	0	-5	-10	-30	-45	-60
$K_{\gamma}$ Aluminium	0,865	0,94	1,015	1,09	1,165	1,24	1,54	1,765	1,99
$K_{\gamma}$ Messing	$0,\!805$	0,88	$0,\!955$	$1,\!03$	$1,\!105$	1,18	$1,\!48$	1,705	$1,\!93$
$K_{\gamma}$ Baustahl	0,865	0,94	$1,\!015$	1,09	1,165	1,24	$1,\!54$	1,765	1,99

Tabelle 5.4: Spanwinkelkorrekturfaktor zur Berechnung der Startkraft

Daraus ergibt sich folgende finale Berechnungsformel für die Startkraft  $F_{start}$  beim Fügevorgang der Rändel-Welle-Nabe-Verbindung:

$$F_{start} = \left(\frac{k_{c1.1}}{h^{m_c}}\right) \cdot A_{real} \cdot z \cdot K_{\phi I} \cdot K_T \cdot K_{WI} \cdot K_{\gamma}$$
(5.2)

Die Ergebnisse der aus der Gleichung 5.2 errechneten Startkräfte sind in nachfolgender Auswertung dokumentiert und den aus den Fügeversuchen erhaltenen Messwerten gegenübergestellt.

Die rechnerische Ermittlung der Einpresskraft  $F_{ein}$  am Rändelende und des Schnittkraftgradienten wurden in dieser Arbeit nicht gezeigt. Eine mögliche Berechnungsgrundlage dazu ist in Literatur [8] dokumentiert.

### 5.3.4 Ergebnisse

In diesem Abschnitt werden die Versuchsergebnisse des Fügevorgangs graphisch dargestellt und analysiert. Durch die Variation der Werkstoffpaarungen und des Spanwinkels ergeben sich teilweise sehr unterschiedliche Einflüsse auf den Fügeprozess der untersuchten Verbindung. Aus der Vielzahl an Messungen und der geringen Streuung kann mittels der Erfassung von linearen Regressionen das jeweilige Werkstoffverhalten und der Einfluss des Spanwinkels gut abgebildet werden. Somit bildet diese Arbeit eine gute Grundlage für weiterführende Untersuchungen bzw. um Auslegungsrichtlinien und Berechnungsgrundlagen zu festigen.

Nachfolgende Abbildung 5.11 und 5.12 veranschaulicht beispielhaft zwei Kraft-Weg Diagramme, eines kurzspanenden spröden Messing-Werkstoffs und eines duktilen Baustahls.

Zu Beginn des Fügeprozesses ist in beiden Abbildungen ein hoher Kraftanstieg bei sehr geringem Einpressweg ersichtlich. Die Wellenverzahnung richtet sich in diesem Bereich aus und beginnt sich in die Nabe einzuschneiden. Nach diesem Anschnittvorgang sinkt der Kraftverlauf wieder ab, bzw. es fällt die Steigung der Kurve.

Beim spröden Messingwerkstoff zeigt der Schnittkraftverlauf nach dem Anschnitt in Summe einen fast horizontalen Verlauf. Die erkennbaren Schwankungen der Schnittkraft sind auch akustisch durch ein lautes Knattern/Knacksen während des Fügeprozesses hörbar. Dieses Verhalten resultiert aus der Bruchspanneigung des Messing-Materials und dem damit einhergehenden unterbrochenen Schneidprozess. Literatur [19] beschreibt diesen Zustand als einen dem Slip-Stick-Effekt ähnlichen. Die Kraftamplituden nehmen mit steigender Einpresslänge ab, da es durch den Schnittvorgang zu einer Glättung der Oberfläche kommt und die in Kontakt stehende Verzahnungszone als Reibdämpfer diese reduziert.

Der duktile Stahlwerkstoff zeigt dieses Verhalten nicht. Im Schneidprozess bilden sich zusammenhängende Fließspäne, welche sich im Spanraum der Verbindung zu einem Spanring verdichten. Aus diesem starken Plastifizieren des entstehenden Spans und der Reibung zwischen der Schneidverzahnung und der mit ihr in Kontakt stehenden Zone der eingeschnittenen Nabenverzahnung resultiert während des Fügeprozesses der Kraftanstieg im Kraft-Weg-Diagramm. 3.Einpressen -15°

Probe F\_1-2\_II



Abbildung 5.11: Kraft-Weg-Verlauf beim Einpressvorgang einer Messingnabe bei einem Spanwinkel von  $-15^\circ$ 



Abbildung 5.12: Kraft-Weg-Verlauf beim Einpressvorgang einer Stahlnabe bei einem Spanwinkel von  $-15^\circ$
Die Versuchsergebnisse der Fügeversuche sind in nachfolgenden Diagrammen dargestellt. Dabei werden zwei Spanwinkelbereiche definiert:

- der detailliert betrachtete Bereich von -15° bis +10° zur allgemeinen Vergleichbarkeit mit den in der Zerspanungstechnik üblichen Spanwinkeln für spröde und duktile Werkstoffe.
- der Gesamtbereich der Spanwinkel-Variation von -15° bis +60° zur Gesamtbetrachtung der möglichen Spanwinkeln mit dem Übergang zu ganz flachen Phasenwinkeln bzw. stark positiven Spanwinkeln um das gesamte Feld vom schneidenden- zum furchenden Verfahren abzudecken.

### Startkraft F<sub>start</sub>

In den Abbildungen 5.13 und 5.14 sind die gemessenen Startkräfte der untersuchten Rändel Welle-Nabe-Verbindungen in den beiden Spanwinkelbereichen dargestellt. Die Startkraft bezeichnet den Punkt im Fügevorgang bei dem der Verzahnungsquerschnitt erstmals voll zerspant wird. Sie definiert somit den Übergang zwischen An- und Vollschnitt und ist hauptsächlich von der stirnseitigen Verzahnungsgeometrie abhängig.

Abbildung 5.13 veranschaulicht die prüftechnisch ermittelten Startkräfte im Spanwinkelbereich von  $-15^{\circ}$  bis  $+10^{\circ}$ . Der erwartete Anstieg der Startkraft mit steigendem Spanwinkel wird durch die Messungen bestätigt. Die Aluminium- und Messingnaben weisen im Verhältnis zum untersuchten Stahlwerkstoff eine relativ geringe Steigung des Kraftverlaufes auf. Der Kraftanstieg stellt den, mit steigendem Winkel, zunehmenden Widerstand der Nabe gegen das spanabhebende Einschneiden der Verzahnung dar. Während sich die negativen Spanwinkel in den Nabenwerkstoff relativ leicht einschneiden, kommt es bei den positiven Winkeln zu einem schabenden Prozess der den gezeigten Kraftanstieg mit sich bringt.

Abbildung 5.14 zeigt die Startkräfte über den gesamten untersuchten Spanwinkelbereich von  $-15^{\circ}$  bis  $+60^{\circ}$ . Das Werkstoffverhalten im Übergang zwischen An- und Vollschnitt und der daraus resultierende Startkraftverlauf zeigt bei bei den positiven Spanwinkeln eine Änderung der Steigung in Vergleich zu den genauer untersuchten Bereich von  $-15^{\circ}$ bis  $+10^{\circ}$ . Vor allem der Aluminiumwerkstoff, aber auch die Messingnaben, zeigen bei den Fügeversuchen mit positiven Spanwinkeln ab  $+10^{\circ}$  eine verstärkte Zunahme der Startkraft, folgen aber dem Trend, dass bei Zunahme des Spanwinkels auch die nötige Startkraft steigt. Bei den Stahlnaben ist jedoch ein anderes Verhalten ersichtlich. Aus den Messergebnissen geht hervor, dass der Trend bzw. die erwartete Steigung der Startkraft bis  $+45^{\circ}$  erfüllt ist, dann aber die benötigte Kraft zum Erreichen des Vollschnittes wieder sinkt. Dieses Verhalten erfordert eine genauere Betrachtung dieses Überganges, um genaue Aussagen treffen zu können.



Abbildung 5.13: Startkraft über Spanwinkel von  $-15^\circ$  bis  $+10^\circ$ der untersuchten Rändel-Welle-Nabe-Verbindungen



Abbildung 5.14: Startkraft über Spanwinkel aller untersuchten Rändel-Welle-Nabe-Verbindungen

### Einpresskraft $F_{ein}$



Abbildung 5.15: Einpresskraft über Spanwinkel von  $-15^\circ$  bis $+10^\circ$ der untersuchten Rändel-Welle-Nabe-Verbindungen



Abbildung 5.16: Einpresskraft über Spanwinkel aller untersuchten Rändel-Welle-Nabe-Verbindungen

In den Abbildungen 5.15 und 5.16 sind die gemessenen Einpresskräfte der untersuchten Rändel Welle-Nabe-Verbindungen in den beiden Spanwinkelbereichen dargestellt. Die Einpresskraft bezeichnet den Punkt im Fügekraft-Verlauf, der ausgehend von der Startkraft bis zum Erreichen der realen Rändellänge im Fügevorgang definiert wird. Sie stellt somit die maximale Einpresskraft in dieser Kräftebetrachtung dar.

Die Abbildung 5.15 zeigt die Einpresskräfte im Spanwinkelbereich von  $-15^{\circ}$  bis  $+10^{\circ}$ . Der erwartete Anstieg der Einpresskraft mit steigendem Spanwinkel wird durch die Messungen für die beiden duktilen Werkstoffe bestätigt. Die Einpresskräfte der Messingnaben zeigen im Winkelbereich von  $-15^{\circ}$  bis  $+10^{\circ}$  keine Abhängigkeit vom Spanwinkel, daraus resultiert der horizontale Kraftverlauf.

Abbildung 5.16 veranschaulicht den Einpresskraft-Verlauf der untersuchten Werkstoffe über den gesamten variierten Spanwinkelbereich von  $-15^{\circ}$  bis  $+60^{\circ}$ . Die Stahlnaben zeigen, wie bereits bei den Untersuchungen zur Startkraft, einen Abfall des Kraftniveaus ab einem Spanwinkel von  $+45^{\circ}$ . Die Messingnaben zeigen plötzlich eine Abhängigkeit der Einpresskraft vom eingeschnitten stirnseitigen Spanwinkel. Der horizontale Kraftverlauf aus Abbildung 5.15 wird ab den positiven Spanwinkeln größer  $+10^{\circ}$  verlassen und deutet somit auf eine grundlegende Änderung in Fügevorgang hin.

### Schnittkraftgradient Fgrad

In den Abbildungen 5.17 und 5.18 sind die ermittelten Schnittkraftgradienten der untersuchten Rändel Welle-Nabe-Verbindungen in den beiden untersuchten Spanwinkelbereichen dargestellt. Der Schnittkraftgradient bezeichnet die Steigung des Fügekraftverlaufs, der ausgehend von der Startkraft bis zum Erreichen der Einpresskraft am realen Rändellänge im Fügevorgang definiert wird. Die in Abbildungen 5.8 definierte Reib- und Spanumformkraft ergibt sich also aus dem Produkt des Schnittkraftgradient und der Rändel-Verzahnungslänge am Wellenfunktionsteil.

Abbildung 5.17 zeigt das Verhalten des Schnittkraftgradienten unter der Variation des Spanwinkels. Während die duktilen Nabenmaterialien Aluminium und Stahl ein ähnliches Verhalten im Fügeprozess zeigen und einen positiven Schnittkraftgradienten-Verlauf haben, weist der Messingwerkstoff einen negativen Schnittkraftgradienten-Verlauf auf. Dieses Verhalten wurde bereits in früheren Arbeiten [19] und [8] erkannt und konnte durch diese Untersuchungen bestätigt werden.

In Abbildung 5.18 ändern sich die Gradientenverläufe mit steigendem Spanwinkel. Die Stahlnaben zeigen den, bereits in der Betrachtung der Start- und Einpresskraft diskutierten, Abfall des Kraftniveaus ab einem Spanwinkel von 45°. Bei den Messingnaben stellt sich mit steigenden Winkeln auch ein positiver Schnittkraftgradienten-Verlauf ein. Ersichtlich ist weiter, dass ab einem Spanwinkel von 45° der Gradient Werte größer Null besitzt und dann ab 60° einen voll ausgeprägten positiven Schnittkraftgradient aufweist. Die starke Streuung der Schnittkraftgradienten über den gesamten untersuchen Spanwinkelbereich resultiert aus der Änderung der Schnittart durch die Variation der Spanwinkel im Fügeprozess und den damit einhergehenden unterschiedlichen Zuständen in der Verzahnungskontaktzone.



Abbildung 5.17: Schnittkraftgradient über Spanwinkel von  $-15^\circ$  bis $+10^\circ$ der untersuchten Rändel-Welle-Nabe-Verbindungen



Abbildung 5.18: Schnittkraftgradient über Spanwinkel aller untersuchten Rändel-Welle-Nabe-Verbindungen

#### Vergleich der Berechnung mit den Messergebnissen

Die Ergebnisse, der in Kapitel 5.3.3 gezeigten Berechnung der Startkraft, werden in nachfolgender Betrachtung den Messergebnissen aus den Fügeversuchen gegenübergestellt.

Abbildung 5.19 zeigt beispielhaft die Abweichung zwischen den Messergebnissen und den berechneten Werten für die Startkraft bei der Werkstoffkombination Stahl-Stahl. Durch die Erweiterung der Berechnung mittels des Spanwinkelkorrekturfaktors ist die Abweichung der Startkräfte zwischen der Messung und der Berechnung sehr gering, bzw. über weite Strecken der Spanwinkelvariation im untersuchten Bereich von  $-15^{\circ}$  bis 10° sogar deckungsgleich. Die maximale Abweichung zwischen den Regressionsgerade beträgt für die Stahlnabe weniger als 1%.

Im furchenden Spanwinkelbereich, genauer ab 30°, verliert diese Betrachtung jedoch an Genauigkeit. Die maximale Abweichung ergibt sich bei einem Spanwinkel von 60° zu 21%. Dieser Umstand, veranschaulicht in Abbildung 5.20, resultiert aus der bereits beschriebenen Anomalie der Stahlnaben, da dort ein Spanwinkel von 45° die höchste Startkraft hervorruft und ab dann ein sinkendes Kraftniveau festzustellen ist.

Der Unterschied zwischen der Messung und der Berechnung ist auch bei der Werkstoffkombination aus Stahlwelle mit Aluminiumnabe minimal, die Abweichungen der ermittelten Regressionsgeraden liegt im schneidenden Spanwinkelbereich, also zwischen  $-15^{\circ}$ bis 10°, zwischen 1% und 8,6%. Betrachtet man den gesamten Winkelbereich von  $-15^{\circ}$ bis 60° ergibt sich eine maximale Abweichung von 9,2% bei einem Spanwinkel von60°.

Die untersuchten Messingnaben zeigen die größte Abweichung. Die berechneten Startkräfte bzw. der daraus resultierende Startkraftverlauf liegt vom Kraftniveau her unter dem aus den Messungen ermittelten. Die minimale und maximale Abweichung der Regressionsgeraden im untersuchten Spanwinkelbereich von  $-15^{\circ}$  bis 10° liegt bei 6,4 % und 15,7 %. Bei den positiven Spanwinkeln steigt die Maximalabweichung auf zirka 17%.

Zusammenfassend kann also festgehalten werden, dass die maximale Abweichungen zwischen der Messung und der Berechnung der Startkräfte ausschließlich im furchenden Winkelbereich auftritt. Dieses Verhalten gilt für alle untersuchten Werkstoffkombinationen. Dieser Umstand zeigt gleichzeitig auch die Grenzen, der in dieser Arbeit erweiterten Berechnung auf. Das bedeutet, die Berechnung zur Vorabschätzung der Startkraft im Fügevorgang bzw. bei erstem Vollschnitt des Verzahnungsquerschnittes, kann im Bereich der, in der Fertigungstechnik üblichen, Spanwinkeln von  $-15^{\circ}$  bis 10° mit hinreichender Genauigkeit eingesetzt werden. Bei steigenden bzw. positiveren Spanwinkeln verliert die Berechnung an Genauigkeit und dient nur noch zur groben Abschätzung.



Abbildung 5.19: Vergleich der Startkraft- Berechnet zu Gemessen über Spanwinkel von  $-15^\circ$  bis $+10^\circ$ 



Abbildung 5.20: Vergleich der Startkraft- Berechnet zu Gemessen über Spanwinkel von  $-15^\circ$  bis $+60^\circ$ 

### Vergleich der Kräfte und Gradienten im Fügeprozess mit denen von Dr. Bader [B] und DI Scartezzini [S]

Im Diagramm 5.21 werden die Ergebnisse der gemessenen Startkraft  $F_{start}$  für  $-10^{\circ}$  Spanwinkel bei der Werkstoffkombination Stahl-Stahl mit den Ergebnissen von Dr. Bader und DI Scartezzini verglichen.



Abbildung 5.21: Vergleich der Startkraft bei  $-10^\circ$  Spanwinkel

Das Kraftniveau der in dieser Arbeit ermittelten Startkräfte entspricht in etwa jenem aus der Literatur [19] und [8].

Trotz des Umstandes, dass Dr. Bader seine untersuchten Rändelverzahnungen durch das Verfahren der Rändelformens erstellte, entspricht seine Startkraft jener der hier betrachteten und durch das Rändelfräsverfahren hergestellten Verzahnung.

Die Ermittlung der Startkraft ist aber durch das händische Ablesen des Kraftpunktes, welcher den Übergang zwischen An- und Vollschnitt definiert, nicht eindeutig und variiert deshalb von Anwender zu Anwender. Zudem scheint für den Anschnitt nur die Stirnfläche der Rändelverzahnung mit zugehörigem Spanwinkel von Bedeutung zu sein, nicht aber die Verzahnungsgüte über die Rändellänge.



Abbildung 5.22: Vergleich des Schnittkraftgradienten bei  $-10^{\circ}$  Spanwinkel

Im Diagramm 5.22 werden die Ergebnisse der ermittelten Schnittkraftgrdienten  $F_{grad}$ , für einen Spanwinkel von  $-10^{\circ}$ , bei der Werkstoffkombination Stahl-Stahl mit den Ergebnissen von Dr. Bader [19] und DI Scartezzini [8] verglichen.

Die Schnittkraftgradienten der betrachteten Fügevorgänge dieser Arbeit weisen im direkten Vergleich mit den vorangegangenen Untersuchungen dieser Füge-Thematik, aus Literatur [19] und [8], ein deutlich niedrigeres Kraftniveau auf. Jedoch gilt hier eine gewisse Einschränkung in der Aussagekraft, da die Schnittkraftgradienten aus der Differenz der Start- und Einpresskraft dividiert durch die entsprechende Rändellänge gebildet werden. Somit stellt dieser Verlauf ein Verhältnis der beiden definierten Kräfte über die Rändellänge her.

Der beträchtliche Unterschied im Kraftniveau deutet, trotz Einschränkungen, darauf hin, dass die untersuchten Rändelverzahnungen eine höhere Oberflächenqualität aufweisen bzw. die Verzahnungsgüte an sich viel höher ist.

Der Schnittkraftgradient beschreibt die Spanumform- und Reibkraft, somit kann durch den Umstand des besseren Schneidverhaltens durch die hohe Rändel-Verzahnungsgüte ein deutlich niedrigeres Schnittkraftgradienten-Niveau erreicht werden. Die Reibung im Zahnkontakt zwischen Welle und Nabe bleibt annähernd konstant über den gesamten Fügevorgang.

## 5.4 Auspressversuche

Die Auspressversuche klären den Einfluss des variierenden Spanwinkels auf den Lösevorgang, und damit die axiale Sicherheit der untersuchten Rändel-Welle-Nabe-Verbindung.

### 5.4.1 Ablauf

Dazu werden die, mit der in Kapitel 5.3 beschriebenen institutseigenen hydraulischen Pressvorrichtung, gefügten Probenelemente axial über einen Lösestempel gelöst bzw. ausgepresst. Abbildung 5.23 zeigt den Prüfaufbau.



Abbildung 5.23: Messaufbau zur Untersuchung des Lösevorgangs

Die gefügten Rändel-Welle-Nabe-Verbindungen werden in die extra angefertigte Auspressvorrichtung eingespannt und über einen Löse-Stempel axial ausgepresst. Die Auspressvorrichtung besteht aus einem geteilten, durchbohrtem und mit eingefrästen Nuten versehenen Vollmaterial mit angeschraubten Löseklemmen.

Auch jene Proben, welche in den nachfolgenden Kapiteln 6 und 7 auf ihre statische und dynamische Belastungsübertragung untersucht wurden, werden auch dem prüftechnischen Lösevorgang unterzogen. Einziger Unterschied besteht darin, dass diese Proben nicht über die Lösevorrichtung, sondern über das eingeschnittene Gewinde im Nabenund Wellenteil axial gelöst werden.

Während des Prüfvorganges werden die auftretenden Kräfte durch eine Kraftmessdose gemessen, welche direkt zwischen der Kolbenstange und dem hydraulischen Stempel angebracht ist. Der Einpressweg wird mittels eines optischen Lasers erfasst.

Aus der Messung der beiden Parameter, Kraft und Weg, ergibt sich ein Kraft-Weg Diagramm, welches den Einfluss der genannten Spanwinkelvariation auf die axiale Sicherheit abbildet. Die abschließende Auswertung veranschaulicht die erhaltenen Messergebnisse in Abhängigkeit des Spanwinkels.

### 5.4.2 Beobachtungen

Abbildung 5.24 zeigt die unterschiedlichen Spanarten der untersuchten Werkstoffkombinationen nach dem Lösevorgang bei einem Spanwinkel von -10°. Die während des Fügevorgangs entstehenden Späne werden im Spanraum gehalten und wirken dem Lösevorgang als Widerstand entgegen. Sofort ersichtlich ist die Bruchspanbildung beim Messingwerkstoff, während Aluminium und Stahl zusammenhängende Fließspäne bilden. Diese Werkstoffabhängigkeit spiegelt sich in der Auswertung der Löseversuche wieder.



Abbildung 5.24: Spanarten der untersuchten Werkstoffkombinationen bei -10° Spanwinkel

### 5.4.3 Ergebnisse

In diesem Abschnitt werden die Versuchsergebnisse des Lösevorgangs graphisch dargestellt und interpretiert. Durch die Variation des Spanwinkels und der Werkstoffpaarungen ergeben sich teilweise sehr unterschiedliche Einflüsse auf den axialen Löseprozess der untersuchten Verbindung. Die hohe Prüfanzahl und die geringen Streuung der Messergebnisse ermöglicht die Erfassung von linearen Regressionen. Somit bildet diese Arbeit eine gute Grundlage für weiterführende Untersuchungen im Hinblick auf die axiale Belastungsübertragung bzw. Lösesicherheit dieser speziellen Welle-Nabe-Verbindung.

Nachfolgende Abbildungen 5.25 und 5.26 veranschaulichen beispielhaft zwei Kraft-Weg Diagramme beim Lösevorgang, eines kurzspanenden spröden Messing-Werkstoffs und eines duktilen Baustahls.

Zu Beginn des Lösevorgangs ist in beiden Abbildungen ein geringer Kraftanstieg bei geringem axialem Löseweg ersichtlich. Es kommt zum Loslösen der Wellenverzahnung aus der Nabenverzahnung, somit als Lösekraft  $F_{los}$  der Verbindung bezeichnet. Nach diesem ersten Lösen der Verbindung sinkt der Kraftverlauf wieder ab, bzw. bleibt konstant oder steigt an, entsprechend der untersuchten Werkstoffpaarung. Der höchste Kraftausschlag im gesamten Kraft-Weg-Verlauf wird als maximale Lösekraft  $F_{max}$  definiert.

Beim spröden Messingwerkstoff, in Abbildung 5.25, zeigt der Lösekraft-Verlauf nach dem ersten Lösen der Verbindung einen fast horizontalen Verlauf. Die ersichtliche Zunahme der Schnittkraft am Ende des Löseweges resultiert aus dem Überstreichen der Nabenverzahnung durch den Führungszapfen.

Das niedrige Kraftniveau im gesamten Auspressvorgang resultiert aus der Bruchspanneigung des Messing-Materials und der damit einhergehenden nicht vorhandenen Spanausbildung im Spanraum während des Fügevorgangs als auch der geringen Flächenpressung in der Verbindung.

Der duktile Stahlwerkstoff, in Abbildung 5.26, zeigt nach dem Loslösen der Verbindung einen stetigen Kraftanstieg bis zur maximalen Lösekraft. Die Steigung des Schnittkraftverlaufes mit zunehmenden Löseweg resultiert aus der notwendigen Umformung des, im Schneidprozess gebildeten stark plastifizierten, Spanrings. Das höchste Kraftniveau wird wieder beim Überstreichen der eingeschnittenen Nabenverzahnung erreicht. 4.Auspressen 0°

Probe F\_1-2\_--



Abbildung 5.25: Kraft-Weg-Verlauf beim Einpressvorgang einer Messingnabe bei einem Spanwinkel von  $-15^\circ$ 



Abbildung 5.26: Kraft-Weg-Verlauf beim Einpressvorgang einer Stahlnabe bei einem Spanwinkel von  $-15^\circ$ 

Die Versuchsergebnisse der Löseversuche sind in nachfolgenden Diagrammen dargestellt. Dabei werden zwei Spanwinkelbereiche definiert, entsprechend Kapitel 5.3:

- der detailliert betrachtete Bereich von  $-15^{\circ}$  bis  $+10^{\circ}$  zur allgemeinen Vergleichbarkeit mit den in der Zerspanungstechnik üblichen Spanwinkeln für spröde und duktile Werkstoffe.
- der Gesamtbereich der Spanwinkel-Variation von -15° bis +60° zur Gesamtbetrachtung der möglichen Spanwinkeln mit dem Übergang zu ganz flachen Phasenwinkeln bzw. stark positiven Spanwinkeln um das gesamte Feld vom schneidenden- zum furchenden Verfahren abzudecken.

Die Versuchsergebnisse des Lösevorgangs der, auf ihre torsionale Belastungsübertragungsfähigkeit hin, untersuchten Prüflinge wird gesondert unter der Betrachtung der axialen Sicherheit gegen Lösen nach Überlastung bzw. Versagen der Welle-Nabe-Verbindung analysiert.

Lösekraft Flos



Abbildung 5.27: Lösekraft über Spanwinkel von  $-15^{\circ}$  bis  $+60^{\circ}$  der untersuchten Rändel-Welle-Nabe-Verbindungen

Die Abbildung 5.27 zeigt die Lösekräfte der untersuchten Rändel-Welle-Nabe-Verbindung über den gesamten Variationsbereich des Spanwinkels.

Sofort ersichtlich ist die relativ große Streuung der Messergebnisse. Im untersuchten Spanwinkelbereich von  $-15^{\circ}$  bis  $+10^{\circ}$  variiert die Lösekraft zwischen Null und zirka 6500 N. Die nicht vorhandene Lösekraft, also  $F_{los}=0$ , ergibt sich aus der fehlenden Flächenpressung bzw. mangelndem Fugendruck in der Verbindung. Die dem Fügevorgang unterzogenen Proben lassen sich somit ohne Kraftaufwand axial aus ihrer eingepressten Position loslösen, sie weisen also axiales Spiel auf. Dieses Verhalten kann bei den duktilen Stahlproben und dem spröden Messingwerkstoff bei negativen Spanwinkeln von  $-15^{\circ}$  und  $-10^{\circ}$  beobachtet werden, nicht jedoch bei den untersuchten Aluminiumnaben. Dieser Effekt erklärt sich wahrscheinlich durch die fehlende elastische Aufweitung der Stahlund Messingnaben im schneidenden Fügeprozess. Bei positiven Spanwinkeln kommt es durch den schabenden Fügevorgang zu einer Zunahme der elastischen und plastischen Aufweitung und damit kann die Lösekraft nur Werte  $\geq 0$  erreichen.

Eine technisch interessante bzw. zur axialen Sicherheit relevante Lösekraft kann also erst mit steigendem stirnseitigen Spanwinkel erreicht werden. Den höchsten Anstieg der in Abbildung 5.27 dargestellten Lösekraftverläufe über die gesamte Spanwinkelvariation zeigt die Werkstoffkombination aus Stahlwelle mit Aluminiumnabe. Der Messingwerkstoff hingegen weist die geringste Steigung im Lösekraft-Verlauf auf. Die maximalen Lösekräfte der untersuchten Werkstoffen werden bei einem positiven Spanwinkel von  $+60^{\circ}$  erreicht und liegen im Bereich zwischen 10000 N und 22000 N.

Es gilt also, dass erst bei positiven Spanwinkeln ein Loslösen der Schneidverzahnung aus der eingeschnittenen Nabenposition ohne zusätzliche axiale Sicherungselemente gewährleistet werden kann.

#### Maximale Lösekraft $F_{max}$

Die maximale Lösekraft definiert sich in dieser Arbeit durch den höchsten Kraftausschlag im Kraft-Weg Verlauf über den gesamten Lösevorgang. Die nachfolgenden Abbildungen 5.28 und 5.29 veranschaulichen die erhaltenen Messergebnisse bzw. die ermittelten maximalen Lösekräfte der untersuchten Rändel-Welle-Nabe-Verbindung, in Abhängigkeit vom stirnseitig eingeschnittenen Spanwinkel.

Im untersuchten Spanwinkelbereich von  $-15^{\circ}$  bis  $+10^{\circ}$  sieht man sehr deutlich die Werkstoffabhängigkeit der Lösekraft, bzw. die Fähigkeit der untersuchten Nabenmaterialien Fließspäne oder Bruchspäne auszubilden und im Spanraum zu verdichten. Je mehr die im Fügeprozess entstehenden Späne gestaucht und verdichtet werden umso größer wird der Widerstand den dieser Span dem Lösevorgang der Verbindung entgegensetzt.

Die Messingnaben, charakterisiert durch ihre Bruchspanausbildung, zeigen in diesem Bereich keine Abhängigkeit vom Spanwinkel, ersichtlich durch den annähernd horizontalen Kraftverlauf. Die duktilen Werkstoffe Aluminium und Stahl zeigen jedoch den Einfluss des Spanwinkels auf die Lösekraft, wobei gilt, dass die Stahlnaben von vornherein ein viel höheres Lösekraftniveau aufweisen.



Abbildung 5.28: Maximale Lösekraft über Spanwinkel von  $-15^{\circ}$  bis  $+10^{\circ}$  der untersuchten Rändel-Welle-Nabe-Verbindungen



Abbildung 5.29: Maximale Lösekraft über Spanwinkel von  $-15^\circ$  bis  $+60^\circ$  der untersuchten Rändel-Welle-Nabe-Verbindungen

Der Spanwinkelbereich von  $-15^{\circ}$  bis  $+60^{\circ}$  in Abbildung 5.29 veranschaulicht, dass nun auch der spröde Messingwerkstoff eine Abhängigkeit von den steigenden positiven Spanwinkeln steigt. Zudem ist ein Abflachen des Kraftverlaufs bei den Stahlnaben erkennbar. Es kann festgestellt werden, dass ein Spanwinkel zwischen  $+30^{\circ}$  und  $+45^{\circ}$  die höchsten Lösekräfte mit sich bringt. Dieser Effekt erfordert zur genauen Beschreibung eine genauere Betrachtung dieses Winkelbereiches.

# Maximale Lösekraft $F_{max-stat}$ der Prüflinge aus den statischen Torsionsuntersuchungen

In diesem Abschnitt werden die Versuchsergebnisse des Lösevorgangs der, auf ihre torsionale Belastungsübertragungsfähigkeit hin, untersuchten Prüflinge unter der Betrachtung der axialen Sicherheit gegen Lösen nach Überlastung bzw. nach Versagen der Rändel-Welle-Nabe-Verbindung analysiert. Die Betrachtung dieses Vorgangs erfolgt zur Abschätzung der benötigten Kräfte um ein Lösen der Verbindung nach Bruch zu ermöglichen. Da die gehärtete Rändelwelle wiederverwendet werden kann, wird die versagende Nabe ausgepresst und ersetzt.



Abbildung 5.30: Maximale Lösekraft über Spanwinkel von  $-15^\circ$  bis  $+60^\circ$  der auf ihre statische Drehmomentbelastungsübertragung untersuchten Rändel-Welle-Nabe-Verbindungen

Die Vergleichbarkeit mit den Lösekräften der untersuchten Fügeproben bzw. Prüflinge, welche rein den Füge- und Löseprozess unterzogen wurden, ist nicht gegeben. Die statischen Torsionsuntersuchungsproben weisen nach der quasistatischen Torsionsbelastung bis zum Erreichen des Maximalmoments bzw. Bruch eine bleibende Verdrehung auf. Durch diese Verdrehung im eingepressten Zustand kommt es zu nicht definierbaren bzw. vergleichbaren Kräftesituation im Lösevorgang. Es kann also sein, dass die Wellenverzahnung zufällig die im Fügeprozess eingeschnittene Nabenverzahnung trifft und daraus ein niedriges Kraftniveau resultiert oder aber die Schneidverzahnung muss sich eine neue Verzahnung in das Nabenelement im Auspressvorgang schneiden.

Es kann jedoch definitiv festgestellt werden, dass die untersuchten Lösevorgänge und die daraus ermittelten Lösekraftniveaus nach der Überlastung der Verbindung bzw. nach dem Bruch eine Senkung der maximalen Lösekraft mit sich bringt. Dieser Umstand ergibt sich durch das Abbrechen/Abdrehen des gestauchten Spanes in der Verzahnungskontaktzone beim Versagen der Verbindung.

Abbildung 5.31 veranschaulicht den Spezialfall, dass die Verdrehung der beiden Prüfelemente zueinander zirka den Wert der halben Rändelverzahnungsteilung besitzt und somit eine komplett neue Verzahnung in die Nabe eingeschnitten werden muss. Die halbe Teilung deshalb, weil bei dieser Probe die höchste Spanbildung beobachtet wurde. Dabei gilt zu beachten, dass der Spanwinkel der Verzahnungshinterkante 0° beträgt.



Abbildung 5.31: Spanbildung im Lösevorgang an der Rändelhinterkante

# 5.5 Optische Beurteilung und Dokumentation während des gesamten Fügeprozess

Die optische Dokumentation der Prüflinge ist ein probates Mittel um Auffälligkeiten im Messverlauf bestenfalls sofort sichtbar zu machen und damit zu beurteilen. Die Fotodokumentation beschränkte sich hauptsächlich auf eine Wellen-Serie der Fügeversuchsproben. Dabei wurde jeweils vor dem Füge- und nach dem Lösevorgang die Welle als auch die Nabe mit einem Makroobjektiv abgelichtet.

In nachfolgenden Abbildungen 5.32 und 5.33 sind einige charakteristische Beispiele angeführt, welche z.B. die wechselnde Verzahnungsqualität in den Messing- und Stahlnaben, als Resultat des Spanwinkels an der Wellenverzahnung, darstellen.

Zu beachten gilt, dass die Nabenverzahnungen nach dem Lösevorgang fotografiert wurden, da es im Zuge der Wiederverwendbarkeit der Wellenelemente nicht zweckdienlich erschien die Rändelverzahnung durch ein Auftrennen der Verbindung zu beschädigen.



Abbildung 5.32: Unterschiedliche Verzahnungsqualität der untersuchten Messing-Naben bei verschiedenen Spanwinkel (v.l.  $-10^\circ$ ,  $+45^\circ$  und  $+60^\circ$ )



Abbildung 5.33: Unterschiedliche Verzahnungsqualität der untersuchten Stahl-Naben bei verschiedenen Spanwinkel (v.l. -10°, +45° und +60°)

Die Schneidhaltigkeit bzw. die Geometrie der Schneidverzahnung wurde auch optisch dokumentiert, um die messtechnische Kontrolle der wiederverwendeten Prüfwellen zu unterstützen. Abbildung 5.34 veranschaulicht einige Beispiele.

Bei gleichbleibendem Außendurchmesser der Verzahnung z.B. kann trotzdem in den Seitenflanken eine Veränderung im Laufe der Untersuchungen auftreten oder durch die torsionale Belastung ein Plastifizieren der Rändelzähne entstanden sein. Durch die alleinige Kontrolle der Abmessungen mittels konventioneller Messinstrumente kann die theoretisch sinkende Verzahnungsgüte nicht festgestellt werden.



Abbildung 5.34: Gleichbleibende Verzahnungsqualität der gehärteten Rändelverzahnung (v.l.  $-10^{\circ}, +5^{\circ}$  und  $+10^{\circ}$ )

Um die Spanbildung im Inneren der gefügten Probe erfassen zu können, wurde eine Proben-Serie der Fügeproben bei einem Spanwinkel von +10° im gefügten Zustand mittels eines Trennschleifers aufgetrennt. Die materialspezifische Spanbildung wird in der Abbildung 5.35 am Beispiel einer Aluminium und einer Messingprobe gezeigt.



Abbildung 5.35: Unterschiedliche Spanbildung der Aluminium- und Messingnaben bei +10° Spanwinkel

Die untersuchte Stahlnabe zeigt in Abbildung 5.36 eine ähnliche Fließspanbildung wie die Aluminiumnaben. Vor dem Span ist jedoch ein gestauchter Bereich zu sehen. Dieser Vorgang bestätigt die in den vorherigen Füge- und Löseversuchen gezeigte hohe Kräftesituation beim Ein- und Auspressvorgang. Mit steigendem positiven Spanwinkel steigt auch der Plastifizierungsgrad des Nabenwerkstoffs.



Abbildung 5.36: Spanbildung einer Stahlnabe bei  $+10^\circ$  Spanwinkel

Mit steigendem Einpressweg steigt das Spanvolumen und der entstehende Fließspan verformt sich entlang des Übergangradius im Spanraum bis er radial am Grund ansteht. Abbildung 5.37 zeigt die, in die Nabenelemente, eingeschnittene Rändelverzahnung und deren Oberflächenqualität.

Während die Aluminium- und Messing Naben bei einem Spanwinkel von +10° eine noch gleichmäßige Verzahnung über die gesamte Einpresslänge zeigen, sieht man bei der Stahlnabe die über den Einpressweg sinkende Qualität der Zahnflanken. Zu Beginn des Schneidvorgangs lässt sich also das Nabenmaterial noch leichter plastisch verformen, bis zu dem Punkt wo die Schnittkräfte bzw. Fügekräfte so hoch werden, dass sie die Materialfestigkeit übersteigen und das Nabenmaterial herausgerissen wird. Die schlechteste Verzahnungsqualität nach ist nach circa zweidrittel des Einpressweges ersichtlich.



Abbildung 5.37: Unterschiedliche Verzahnungsqualität und Spanbildung der untersuchten Naben bei +10° Spanwinkel

Die anfängliche erhöhte Nachgiebigkeit der Nabe erklärt sich durch ihre geometrische Ausführung und des damit einhergehenden Einflusses der Spannungsverteilung in der Randzone.

# Kapitel 6

# Statische Torsionsuntersuchungen

# 6.1 Probendimensionierung



Abbildung 6.1: Prüfelemente für die statischen Torsionsversuche

Abbildung 6.1 veranschaulicht die für die statischen Belastungsversuche verwendeten Prüfelemente. Wie bereits beschrieben entspricht der Funktionsteil der Welle, als auch der Nabe, dem der definierten Standardprobe.

Die Passungslänge beider Elemente musste entsprechend den Gegebenheiten des Prüfaufbaus angepasst werden. Am Wellen- und Nabenende wurde jeweils ein Gewinde eingeschnitten, um nach der Durchführung des statischen Belastungsversuche ein axiales Lösen der Rändel-Welle-Nabe-Verbindung zu gewährleisten/ermöglichen.

### 6.2 Prüfablauf

Die Untersuchungen der statischen Torsionsbelastungsübertragung der Rändel-Welle-Nabe-Verbindung werden am statischen Torsionsprüfstand gemacht.

Die beiden in Abbildung 6.1 dargestellten Prüfelemente müssen dazu zuerst dem in Kapitel 5.3 beschriebenen Fügeprozess unterzogen werden. Nach der prüftechnischen Erfassung des Einpressvorgangs wird die entstandene Rändelverbindung über die hydraulischen Spannsätze in den beiden Klauenkupplungshälften mit Elastomerstern fixiert. Durch die axiale Verschiebbarkeit des Vorliegegetriebes kann die Probe samt Klauenkupplungen einfach in den Prüfstand eingebaut werden. Nun werden die optischen Messsensoren zur messtechnischen Erfassung der Nabenaufweitung und der Verdrehung der beiden Prüfelemente zueinander durch Anklemmung am Wellen- bzw. Nabenelement befestigt.

Nach der Funktionskontrolle der optischen Sensoren und des Kraftsensors wird im Messprogramm die Abnullung jener Parameter vorgenommen. Die Messung des durch die Welle-Nabe-Verbindung übertragenen Drehmoments erfolgt über eine Kraftmessdose, welche über Gelenkösen zwischen dem 500 mm langen Hebelarm bzw. Abstützbalken und der Prüfplatte fixiert ist. Aus der Multiplikation der gemessenen Zug- bzw. Druckkraft mit der Hebellänge ergibt sich das übertragbare Torsionsmoment.

Um eventuell vorhandenes Spiel in der Verbindung nachzuweisen werden die Proben dreimalig quasistatisch mit einem rein wechselnden Drehmoment von  $\pm$  100 Nm belastet. Die sich daraus ergebenden Hysterese-Kurven bezeichnen im Nulldurchgang der Kurve das vorhandene Verzahnungsspiel.

Anschließend ist die Probe bis zum Bruch, also Versagen der Verbindung, über den Hebelarm zu belasten bzw. bis zur Maximalbelastung des Vorgelegegetriebes. Die messtechnisch erfassten Ergebnisse in Form einer *Beam-Datei* werden zur Auswertung des Versuchs herangezogen. Abschließend wird die geprüfte Probe ausgespannt und an der hydraulischen Presse axial gelöst/ausgepresst, unter der in Kapitel 5.4 beschriebenen messtechnischen Betrachtung diese Vorgangs.

# 6.3 Berechnung der übertragbaren Momente

In der Dissertation [19] von Dr. Bader wurde zu dieser Thematik gezeigt, dass die Querschubspannung ein gutes Auslegungskriterium für Rändel-Welle-Nabe-Verbindungen darstellt und ausgehend von dieser Betrachtungsweise wurden die Querschubübertragende Fläche in der Nabe definiert.

Die Abbildung 6.2 veranschaulicht die auf Querschub belasteten Flächen, am Verzahnungsgrund und an den Stirnflächen.



Abbildung 6.2: Belastete Zonen der Nabenverzahnung [19]

Die Berechnung zur Vorabschätzung des Moments bei Erreichen der Streckgrenze  $M_{TS}$ und des maximal übertragbaren Moments  $M_{Tmax}$  wird aus der Literatur [19] übernommen; Die zur rechnerischen Ermittlung der beiden Momente benötigten Korrekturfaktoren ebenfalls.

In weiterer Folge wird ein zusätzlicher Korrekturfaktor eingeführt, welcher den Einfluss des Rändel-Fertigungsverfahrens in die Berechnung einfließen lässt. Im folgenden Abschnitt werden die Berechnungsgleichungen aus Literatur [19] angeführt, die enthaltenen Faktoren benannt und in tabellarischer Form gelistet.

$$M_{Tmax} = K_h \cdot K_K \cdot \frac{\tau_B \cdot (d_{nenn} + t)^2 \cdot \pi \cdot [l \cdot K_{Tl} \cdot K_{dl} \cdot K_{QL} + t/2 \cdot K_T \cdot K_d \cdot K_Q]}{2 \cdot s}$$
(6.1)

$$M_{TS} = K_h \cdot K_K \cdot \frac{\tau_S \cdot (d_{nenn} + t)^2 \cdot \pi \cdot [l \cdot K_{Tl} \cdot K_{dl} \cdot K_{QL} + t/2 \cdot K_T \cdot K_d \cdot K_Q]}{2 \cdot s}$$
(6.2)

Die in den Gleichungen 6.1 und 6.2 vorkommenden Parameter sind:

- $K_h \dots$ Zahnhöhen-Korrekturfaktor, zur Berücksichtigung des Einflusses der tragenden Zahnhöhe. Die untersuchten Prüflinge dieser Arbeit weisen wegen der hohen Qualität der Rändelverzahnung bzw. des Fügevorgangs und der passgenauen Nabenfertigung eine tragende Zahnhöhe von über 90 % auf und somit ist  $K_h = 1$  zu setzen.
- $K_K \dots$  Konusfaktor, beschreibt die Momenterhöhung durch die Ausführung konischer anstatt der hier untersuchten zylindrischen Rändel; Daraus folgt, dass  $K_K = 1$  ist.
- $\tau_B$  ... Schubbruchgrenze in N/mm<sup>2</sup> ermittelt aus der Zugfestigkeit:  $\tau_B = \frac{1}{2} * \sigma_{Z,B}$
- $\tau_S$  ... Schubstreckgrenze in N/mm<sup>2</sup> ermittelt aus der Streckgrenze:  $\tau_S = \frac{1}{2} * \sigma_{Z,S}$
- $d_{nenn}$  ... Nenndurchmesser in mm, für die untersuchten Proben gilt  $d_{nenn} = 19$  mm.
- $t \dots$  Teilung in mm, wobei die Rändelteilung nicht variierte, somit ist t = 1 mm.
- *l* ... Rändellänge in mm.
- $K_{Tl}$  ... Längenabhängiger Wert des Teilungsfaktors, bei  $t = 1 \text{ mm gilt } K_{Tl} = 0.8$ .
- $K_{dl}$  ... Längenabhängiger Wert des Durchmesserfaktors, bei  $d_{nenn} = 19 \,\mathrm{mm}$  ist  $K_{dl} = 1$ .
- $K_{Ql}$ ...Längenabhängiger Wert des Nabendicken-Korrekturfaktors, beschreibt den Einfluss des Nabendurchmesser-Verhältnisses auf die Belastungsübertragung. Die im Zuge dieser Arbeit untersuchten Nabenkörper wiesen ein konstantes Durchmesserverhältniss von Q=0,475 auf, damit wird  $K_{Ql}=1$ .
- $K_T \dots$  Konstantwert des Teilungskorrekturfaktors, bei t = 1 mm ist  $K_T = 1,2 \text{ zu}$  setzen.

- $K_d \dots$  Konstantwert des Durchmesserkorrekturfaktors, bei  $d_{nenn} = 19 \text{ mm}$  ist  $K_d = 1$ .
- $K_Q \dots$  Konstantwert des Nabendicken-Korrekturfaktors, bei Q=0,475 wird  $K_Q=1$ .
- s ... Sicherheitsfaktor, zur Reduzierung der Bruchspannung bei der Dimensionierung gegen Bruch.

Die oben aufgelisteten, aber noch nicht definierten Parameter Rändellänge und Zugund Schubfestigkeit der versuchstechnisch erfassten Prüfkörper sind in den nachfolgenden Tabellen 6.1 und 6.2 dokumentiert.

Dabei wurde die Streckgrenze bzw. Zugstreckgrenze in Anlehnung an die Literatur berechnet. Die dort angeführten Werte für werkstoffspezifische Streckgrenzen zeigen, dass diese zirka 65 % der, aus der Härtemessung ermittelten, Zugfestigkeit beträgt.

Naben- Werkstoff	RealeZug-festigkeit $\sigma_{Z,B}$ in $N/mm^2$	Schubbruch- grenze $\tau_{Z,B}$ in $N/mm^2$	$\begin{array}{c} \textbf{Zugstreck-}\\ \textbf{grenze}  \sigma_{Z,S}\\ \textbf{in}  N/mm^2 \end{array}$	Schubstreck- grenze $\tau_{Z,S}$ in $N/mm^2$
AlMgCuPb	412	206	267,8	$133,\!9$
CuZn39Pb3	425	212,5	276,3	138,1
S235 JR	472	236	306,8	153,4

Tabelle 6.1: Zug- und Schubfestigkeitswerte verschiedener Nabenwerkstoffe

Die variierenden Rändellängen *l* der einzelnen Prüfwellen sind in Tabelle 6.2 aufgelistet und sind das Resultat der verschiedenen untersuchten Spanwinkel, da nach jeder Versuchsreihe am Stirnteil der Verzahnung ein neuer Winkel eingeschnitten werden musste. Positiver Effekt daran war, dass somit jeder neue Fügevorgang zwischen Welle und Nabe mit scharfer Rändel-Schnittkante erfolgte.

Spanwinkel in °	15	10	0	-10	-45	-60
$l_{S1}$ in $mm$	3,22	3,14	2,85	2,72	2,22	3,0
$l_{S2}$ in $mm$	3,23	3,14	2,82	2,68	2,18	2,94
$l_{S3}$ in $mm$	3,24	3,14	2,84	2,66	$2,\!27$	2,97

Tabelle 6.2: Rändellängen der statisch geprüften Wellen

#### Erweiterung der Berechnung um den Fertigungskorrektrufaktor $K_F$

Die Ergebnisse der Berechnungsgleichungen 6.1 und 6.2 aus Literatur [19], zur Vorabschätzung der torsionalen Belastungsübertragung der Rändel-Welle-Nabe-Verbindung, sind in Abbildung 6.3 den Messergebnissen, am Beispiel der Werkstoffkombination Stahlwelle mit Aluminiumnabe, gegenübergestellt. Die Verläufe der hier nicht angeführten Werkstoffkombinationen sind im Anhang dokumentiert.

Das berechnete Momentenniveau liegt deutlich unter dem gemessenen Maximalmoment für die jeweilige Rändellänge. Dieser Umstand erfordert die Erweiterung der Berechnung.



Abbildung 6.3: Gemessenes und berechnetes Maximalmoment bei statischer Torsionsbelastung der Werkstoffkombination Stahlwelle mit Aluminiumnabe

Der einzige Unterschied in den betrachteten Welle-Nabe-Verbindungen liegt in der Herstellung der Rändelverzahnung an sich. Die Berechnungsformeln aus Literatur [19] beziehen sich auf Rändelverzahnungen die durch das Fertigungsverfahren des Rändelfräsens hergestellt wurden. Die Rändelverzahnung der, in dieser Arbeit betrachteten Elemente wird ebenfalls durch das Rändelfräsen realisiert, weist aber eine deutlich höhere Verzahnungsgüte auf. Die bereits beschriebene Steigerung der Verzahnungsgüte durch den optimierten Herstellungsprozess und der daraus resultierende Einfluss auf die zu schneidende Naben-Verzahnung erfordert die Einführung des Fertigungskorrekturfaktors  $K_F$ .

Die Tabelle 6.3	beinhaltet den,	durch ein	ne lineare	Regres	sion	ermittelten	Fertigung	;skor-
rekturfaktor K	<sub>F</sub> der jeweiligen	Werkstof	fpaarung	en bzw.	Nal	benwerkstoff	e.	

Naben-Werkstoff	${f Fertigungskorrekturfaktor}\ K_F$
AlMgCuPb	1,21
CuZn39Pb3	1,32
S235 JR	1,39

Tabelle 6.3: Fertigungskorrekturfaktor verschiedener Nabenwerkstoffe

Daraus ergibt sich die folgende finale Berechnungsformel zur Vorabschätzung des maximal übertragbaren Moments der untersuchten Rändel-Welle-Nabe-Verbindung:

$$M_{max} = K_F \cdot K_h \cdot K_K \cdot \frac{\tau_B \cdot (d_{nenn} + t)^2 \cdot \pi \cdot [l \cdot K_{Tl} \cdot K_{dl} \cdot K_{QL} + t/2 \cdot K_T \cdot K_d \cdot K_Q]}{2 \cdot s}$$
(6.3)

Die Ergebnisse der, aus den finalen Berechnungsgleichungen 6.3 zur Vorabschätzung der torsionalen Belastungsübertragung, errechneten Momente sind in der nachfolgenden Auswertung dokumentiert und den, aus den statischen Torsionsübertragungsversuchen, erhaltenen Messwerten gegenübergestellt.

### 6.4 Auswertung/Ergebnisse

In diesem Kapitel werden die Versuchsergebnisse der statischen Belastungsversuche graphisch dargestellt und interpretiert. Durch die Variation des Spanwinkels und der Werkstoffpaarungen ergeben sich unterschiedliche Einflüsse auf die Belastungsübertragung der untersuchten Verbindung.

Aufgrund der hohen Reproduzierbarkeit der Versuchsergebnisse, der damit einhergehenden geringen Streuung und der Erfassung der linearen Regressionen bildet diese Arbeit eine gute Grundlage für weiterführende Untersuchungen bzw. Auslegungsrichtlinien und Berechnungsgrundlagen.

Die Abbildung 6.4 zeigt das prinzipielle Verhalten bei torsionaler Belastung.



Abbildung 6.4: Prinzipielles Verhalten bei statischer Torsionsbelastung und definierte Momente der untersuchten Rändel-Welle-Nabe-Verbindungen [19]

Zu Beginn der statischen Torsionsbelastungsversuche wird eine Hysteresekurve aufgenommen, ersichtlich direkt am Beginn der Belastung-Verdrehweg Kurve (Abb.6.5 und 6.6) zwischen zirka  $\pm 100$  Nm, zur Bestimmung des möglichen Spiels der Welle-Nabe-Verbindung.

Die Belastungsverläufe steigen dann nahezu linear an, es besteht also ein Zusammenhang zwischen Belastung und Verdrehung der Elemente zueinander. Mit zunehmender Belastung sinkt die Steigung der Belastungskurve, es kommt zu einem Abflachen des Verlaufs.

Nach dem Erreichen des übertragbaren Maximalmoments, gekennzeichnet durch den höchsten Drehmomentausschlag im Belastungsverlauf, sinkt die Belastung mit steigendem Verdrehweg. Je nach Werkstoffpaarung ergeben sich steilere bzw. flachere Kurvenverläufe. Die nachfolgenden Abbildungen 6.5 und 6.6 veranschaulichen beispielhaft den Zusammenhang zwischen Moment und Verdrehweg für die untersuchter Werkstoffpaarungen bei einem Spanwinkel von  $\gamma = 10^{\circ}$ .



Abbildung 6.5: Moment-Verdrehweg-Verlauf beim statischen Torsionsversuch einer Aluminiumnabe bei einem Spanwinkel von 10°



Abbildung 6.6: Moment-Verdrehweg-Verlauf beim statischen Torsionsversuch einer Stahlnabe bei einem Spanwinkel von  $10^\circ$ 

#### Hystereseverhalten

Die Hysterese beschreibt im Allgemeinen ein, bezogen auf die Eingangsgröße, variant verzögertes Verhalten einer Ausgangsgröße. Es handelt sich also um ein Systemverhalten, bei dem die Ausgangsgröße nicht allein von der unabhängig veränderlichen Eingangsgröße, sondern auch von dem vorherigen Zustand der Ausgangsgröße abhängt. Im betrachteten Fall charakterisiert die Hysterese das elastisch oder plastische Verformungsverhalten der untersuchten Werkstoffkombinationen bei mehrmaliger Belastung.

Die Abbildung 6.7 veranschaulicht den Einfluss des Spanwinkels auf die Spielfreiheit in der selbstschneidenden Rändel-Welle-Nabe-Verbindung beispielhaft an zwei Stahl-Prüflingen mit einem Spanwinkel von  $-10^{\circ}$  und  $+60^{\circ}$ .



Abbildung 6.7: Plastifizeirung und linear-elastisches Verhalten beim statischen Torsionsversuch einer Stahlnabe bei einem Spanwinkel von  $-10^{\circ}$  und  $+60^{\circ}$  (v.l.)

Der horizontale Bereich bei Null-Belastung in der linken Abbildung stellt das vorhandene Winkelspiel der Verbindung bei einem Spanwinkel  $\gamma = -10^{\circ}$  dar. Dieses Verhalten weist darauf hin, dass bereits am Anfang der Belastungseinleitung die Nabenverzahnung im Kontaktbereich so stark plastifiziert wird, dass die daraus resultierenden Verformungen ein Winkelspiel erzeugen.

Jene Rändelwellen, welche an der Stirnseite der Verzahnung positive Spanwinkel ab  $\gamma = +10^{\circ}$  aufweisen, zeigen bei der beschriebenen mehrmaligen Be- und Entlastung ein linearelastisches Verhalten. Der auf der rechten Seite gezeigte Belastungs-Verdrehweg-Verlauf verdeutlicht diese Linearität beispielhaft an einer Rändel-Welle-Nabe-Verbindung mit einem Spanwinkel von  $\gamma = +60^{\circ}$ .

### Moment bei Streckgrenze

Das übertragbare Torsionsmoment bei Erreichen der Streckgrenze der untersuchten Nabenwerkstoffe ist in Abbildung 6.4 definiert und in den Abbildungen 6.8 und 6.9 veranschaulicht.



Abbildung 6.8: Gemessenes Torsionsmoment bei Streckgrenze von  $-15^\circ$  bis $+10^\circ$ der untersuchten Rändel-Welle-Nabe-Verbindungen



Abbildung 6.9: Gemessenes Torsionsmoment bei Streckgrenze über die Rändellänge der untersuchten Rändel-Welle-Nabe-Verbindungen

Verlässt die Belastungskurve die empirisch ermittelte Gerade im linearisierten Anfangsbereich, ersichtlich in Abb. 6.4 durch das Abflachen der Kurve, wird dieses Belastungsniveau als Moment bei Erreichen der Streckgrenze herangezogen. Diese Streckgrenzdefinition beschreibt somit das Plastifizieren des gesamten Zahnfußes und unterliegt einer gewissen Unschärfe.

In den Abbildungen 6.8 und 6.9 kann man erkennen, dass sich hier keine großen Momentensprünge über die Spanwinkelvariation und die damit einhergehende Reduktion der Rändelverzahnungslänge zeigen und die untersuchten Werkstoffpaarungen nahe beieinander liegen.

Somit wurde gezeigt, dass im betrachteten Spanwinkel-Bereich von  $-15^{\circ}$  bis  $+10^{\circ}$  die untersuchte Rändelverbindung im Bezug auf die Momentenübertragung bei Erreichen der Streckgrenze keine ausgeprägte Abhängigkeit von den, durch die Spanwinkelvariation resultierenden, unterschiedlichen Fügeverhältnissen und der abnehmenden Rändellänge besitzt.

Durch die empirische Ermittlung und der damit einhergehenden subjektiven Interpretation der Moment-Verdrehweg-Kurve spielt die Aussagekraft des gemessenen Moments bei Erreichen der Streckgrenze eine eher untergeordnete Rolle.

### **Maximales Moment**

Das maximal übertragbare Torsionsmoment der Rändel-Welle-Nabe-Verbindung lässt sich im Gegensatz zum Moment bei Erreichen der Streckgrenze genau definieren.

Die prüftechnisch ermittelte Belastung-Verdrehweg Kurve beschreibt das Versagen bzw. den Bruch der Verbindung mit hinreichender Genauigkeit. Zudem wird durch die quasistatische Drehmomenteinleitung über den Hebelarm der Bruch des Welle-Nabe Prüflings direkt merk- bzw. erkennbar.

Die untersuchten Aluminium- und Stahlnaben zeigen wegen ihrer duktilen Eigenschaften ein mehr oder weniger allmähliches Versagen der Verbindung, ersichtlich in Abbildung 6.6. Nach dem Erreichen des Maximalmoments flacht der Kurvenverlauf und somit auch der nötige Kraftaufwand ab.

Bei dem spröde Messingwerkstoff macht sich im Prüfbetrieb das Versagen des Prüflings zudem durch ein lautes Knacken bemerkbar.

Die nachfolgenden Abbildungen 6.10 veranschaulichen das übertragbare maximale Torsionsmoment der untersuchten Rändel-Welle-Nabe-Verbindung in Abhängigkeit vom Spanwinkel sowie der Rändellänge.

Die negative Steigung der Maximalmoment-Spanwinkel Kurven resultiert aus dem, mit der Winkelvariation und Wiederverwendung der Rändelwellen einhergehendem Umstand der Verkürzung der Rändelverzahnungslänge. Zu beachten gilt also, dass die Rändel-Verzahnungslänge ausgehend von einem Spanwinkel von  $-15^{\circ}$  über die Winkelvariation stetig abnimmt. Die maximalen Drehmomentausschläge, aufgetragen über die Rändellänge, bestätigen die Erwartung, dass eine Steigerung der Verzahnungslänge auch eine Zunahme der übertragbaren Belastungen mit sich bringt. Abbildung 6.10 zeigt im untersuchten Parameterbereich den annähernd linearen Zusammenhang.

Die Abhängigkeit vom variierenden Spanwinkel kann durch diese reine prüftechnische Betrachtung nicht erfasst werden und wird aus dieser Betrachtung ausgeschlossen. Abbildung 6.11 bestätigt die getroffenen Annahme, dass im Bereich von  $-15^{\circ}$  bis  $+10^{\circ}$  der Spanwinkel keinen Einfluss auf die Belastungsübertragung hat.



Abbildung 6.10: Gemessenes Maxiam<br/>lmoment über Rändellänge und Spanwinkel $-15^\circ$ bis<br/>  $+10^\circ$ der untersuchten Rändel-Welle-Nabe-Verbindungen

# Maximales Moment korrigiert und referenziert auf 3 mm in Abhängigkeit der Spanwinkel-Variation

Die Korrektur ergibt sich aus dem, in diese Berechnung einfließendem Quotienten aus berechnetem zu gemessenem Maximalmoment. Referenziert, da in die Berechnungsgleichung 6.3 eine konstante Rändellänge von 3 mm eingesetzt und somit der Faktor Verzahnungslänge aus dieser Betrachtung ausgeschlossen wird. Die Quotienten zur Korrektur werden auch zur Ermittlung des Korrekturfaktors zur Beschreibung des Einflusses des Rändel-Fertigungsverfahrens herangezogen.

Die Abbildung 6.11 zeigt den Verlauf des übertragbaren Maximalmoments korrigiert und referenziert auf 3 mm Rändellänge.

Ersichtlich ist der annähernd horizontale Verlauf der Belastungsübertragungsfunktion aller Werkstoffkombinationen. Das bedeutet weiter, dass die Höhe des torsionalen Maximalmoments im Variationsbereich des Spanwinkels von -15° bis +10° konstant bleibt. Die in den Füge- und Löseversuchen gezeigten Einflüsse des variierenden Spanwinkels auf die Rändel-Verbindung, die damit verbundene Kräftesituation und die Verschlechterung der Naben-Verzahnungsgüte, beeinflussen nicht die Fähigkeit der Verbindung statische torsionale Drehmomente zu übertragen.

Das bestätigt auch die in Literatur[19] gezeigte Abhängigkeit der torsionalen Belastungsübertragung im Bezug auf die vorherrschende Überdeckung in der Verbindung. Dabei wurde bewiesen, dass bei einer tragenden Rändel-Zahnhöhe von ca. 70% noch immer 95% des Maximal-Moments (bei voller Zahnhöhe) übertragbar ist.



Abbildung 6.11: Maxiam<br/>lmoment korrigiert und referenziert im Spanwinkelbereich von <br/>  $-15^\circ$  bis $+10^\circ$
Die Rändel-Welle-Nabe Verbindung ist somit im untersuchten Bereich von  $-15^{\circ}$  bis  $+10^{\circ}$ unabhängig vom jeweiligen Spanwinkel und der dadurch einhergehenden Einflüsse auf die Verzahnungsgüte in der Nabe. Dieses Resultat ermöglicht es, im untersuchten Winkelbereich jenen Spanwinkel für die Rändel-Verbindung zu wählen, welcher die besten Schnittbedingungen und somit das niedrigste Fügekräfteniveau ergibt.

In Abbildung 6.12 ist jedoch ersichtlich, dass diese Aussage nicht über den gesamten untersuchten Spanwinkelbereich gültig ist und ab einem Winkel von  $+10^{\circ}$  ihre Gültigkeit verliert. Somit kann auch kein Berechnungs- bzw. Korrekturfaktor angegeben werden.



Abbildung 6.12: Maxiamlmoment korrigiert und referenziert der untersuchten Rändel-Welle-Nabe-Verbindungen

Der Bereich der positiven Spanwinkel ab +10° bedarf einer separaten weiterführenden Untersuchung, da dort nicht mehr ein Schneideprozess stattfindet und im Grenzfall sogar ein Längspressverband mit unterbrochener Fuge entsteht. Die Einflüsse des erhöhten Fugendrucks in der Verbindung und die elastische und plastische Aufweitung des Nabenelements spielen eine große Rolle in der Belastungs-Übertragungsfähigkeit.

# Kapitel 7

# Dynamische Torsionsuntersuchungen

## 7.1 Probendimensionierung



Abbildung 7.1: Prüfelemente für die dynamischen Torsionsversuche

Die in Abbildung 7.1 veranschaulichten Prüfelemente für die dynamischen Belastungsversuche weisen im Vergleich zu den in Kapitel 6 beschriebenen statischen Prüfelementen, eine noch größere Passungslänge auf. Der Funktionsteil der Welle und der Nabe entspricht wieder dem der definierten Standardprobe, wobei in dieser Betrachtung eine konisch ausgeführte Rändelverzahnung gewählt wurde.

Die Vergrößerung der Passungslänge resultiert aus der Anpassung beider Elemente an den Prüfaufbau. Am Wellen- und Nabenende ist jeweils ein Gewinde eingeschnitten, um nach der Versuchsdurchführung ein axiales Lösen der Rändel-Welle-Nabe Verbindung zu gewährleisten bzw. ermöglichen.

### 7.2 Prüfablauf

In dieser Arbeit beschränken sich die Untersuchungen zur dynamischen Belastungsübertragung auf die Werkstoffkombination Stahlwelle mit Aluminiumnabe. Die Langzeitschwingversuche unter dynamischer Wechsellast werden am, in Kapitel 4.2 beschriebenen, dynamischen Torsionsprüfstand durchgeführt.

Die in Abbildung 7.1 dargestellten Probeelemente müssen dazu zuerst dem, in Kapitel 5.3 beschriebenen Fügeprozess unterzogen werden. Nach der prüftechnischen Erfassung des Einpressvorgangs wird die entstandene Rändel Welle-Nabe Verbindung über die hydraulischen Spannsätze in den beiden Wellenteilen fixiert. Die innen ausgedrehten Adapternaben zentrieren die Probe und sind mit den torsionssteifen Winkelausgleichskupplungen verschraubt. Durch die axiale Verschiebbarkeit der Abstützkonsole kann die Probe einfach in den Prüfstand eingebettet werden.

Die optischen Sensoren zur Erfassung der Nabenaufweitung und der Verdrehung der beiden Prüfelemente zueinander werden, wie in den statischen Torsionsversuchen aus Kapitel 6, durch Anklemmung befestigt. Die Messung des durch die Welle- Nabe Verbindung übertragenen Drehmoments erfolgt über einen Drehmoment-Messsensor. Nach der Funktionskontrolle der Lasersensoren und des Drehmomentaufnehmers wird im Messprogramm die Abnullung jener Parameter vorgenommen.

Zuerst gilt es die Eigenfrequenz des Prüfaufbaus mittels breitbandiger Impulsanregung über den Schwingarm und einer FFT (fast Fourier transform)-Analyse zu bestimmen. Die anschließende dynamische Drehmomenteinleitung durch die beiden Unwuchtmotore, einstellbar über den Umrichter, wird langsam in Zehntel Hz Intervallen, am stark ansteigenden Ast der Verstärkungsfunktion, bis zum gewünschten Drehmomentausschlag gesteigert.

Eine Umrichterfrequenz von 15 Hz entspricht bei der vorherrschenden Unwuchtkonstellation und einer Eigenfrequenz des Prüfaufbaus von 17,5 Hz einer torsionalen Drehmomentbelastung von zirka 210 Nm. Der Prüfablauf ist zu beenden, wenn:

- die geforderte Lastwechselzahl bzw. Schwingdauer erreicht wird.
- das übertragenen Torsionsmoment um 10% seines Startwerts ansteigt.
- es zum Versagen bzw. Bruch der Verbindung kommt.

Abbildung 7.2 veranschaulicht den Vorgang des Drehmomentanstiegs als Resultat aus der sinkenden Torsionssteifigkeit der Rändel-Welle-Nabe Verbindung und der konstanten Erregerfrequenz der Unwuchtmotore.

Eine Verringerung der Steifigkeit von Verbindungen ergibt eine Senkung der Eigenfrequenz.



Abbildung 7.2: Verschiebung der Verstärkungsfunktion [8]

Die erfassten Ergebnisse der dynamischen Torsionsuntersuchungen werden zur Auswertung der Versuche herangezogen. Abschließend wird die geprüfte Probe ausgespannt und an der hydraulischen Presse gelöst bzw. ausgepresst; wiederum unter der in Kapitel 5.3 beschriebenen prüftechnischen Betrachtung diese Vorgangs.

### 7.3 Auswertung/Ergebnisse

#### Literatur [24] beschreibt:

Die Verläufe der Wöhlerkurve ändern sich bei verschiedenen Werkstoffen, z.B. geht die Wöhlerkurve für kubisch- raumzentrierte Stähle und für viele heterogene Nichteisenmetalllegierungen bei großen Zyklenzahlen in einen horizontalen Verlauf über. Dieser Kurvenverlauf wird als Wöhlerkurve vom Typ I bezeichnet. Aus der Lage der horizontalen Asymptote resultiert dann der Dauerfestigkeitsbereich. Im Vergleich dazu fällt die Wöhlerkurve vom Typ II auch bei niedrigen Spannungsamplituden mit zunehmender Lastwechselzahl stetig ab. Ein solches Verhalten tritt bei vielen kubisch- flächenzentrierten Legierungen, wie z. B. Aluminiumlegierungen auf.



Abbildung 7.3: Wöhlerkurvenverläufe [24]

Bei ferritisch-perlitischen Stählen beginnt der Bereich der Dauerfestigkeit bei zirka 2 \* 10<sup>6</sup>. Bei austenitischen Stählen und kubisch flächenzentriert Basiswerkstoffen, wie z.B. Aluminium, fällt die ertragbare Amplitude weiter ab. Eine echte Dauerfestigkeit existiert hier nicht. Daher wird hier meist die ertragbare Amplitude bei 10<sup>7</sup> Lastwechseln als Dauerfestigkeit bezeichnet.

In dieser Arbeit wird nicht von Dauerfestigkeit gesprochen, auch nicht nach Erreichen der genannten Lastspielzahl von 10<sup>7</sup> für kfz Basiswerkstoffe. Durch die dynamischen Versuche wird ein Langzeit-Schwingverhalten unter dynamisch wechselnder Torsionsbelastung untersucht und das Resultat daraus sind sog. Durchläufer. Diese Prüflinge zeigen, dass sie eine gewisse Torsionswechselbelastung über einen langen Zeitraum aufnehmen können.

Wird der Verzahnungsbereich jedoch plastifiziert, kommt es zur Senkung der Eigenfrequenz des Prüfaufbaus. Da die Erregerfrequenz der Unwuchterreger jedoch konstant bleibt kommt es zu einer Zunahme der Belastungsmoments, ersichtlich in Abbildung 7.2. Steigt der Wert des übertragbaren Torsionsmoments an, dann hat sich die Probe im Zahnkontakt plastisch verformt und bei anhaltender Belastung ist keine Spielfreiheit mehr gegeben. Es kommt in weiterer Folge zu einem starken Drehmomentabfall und somit zum Versagen der Verbindung.

Das Plastifizieren bringt eine Veränderung der Belastungszustände über den Zeitverlauf mit sich. Die Abbildungen 7.4 und 7.5 veranschaulichen dieses Verhalten.



Abbildung 7.4: Verlauf des übertragenen Torsionsmoments über die Zeit ohne Schädigung der Probe



Abbildung 7.5: Verlauf des übertragenen Torsionsmoments über die Zeit nach dem Versagen der Probe

Abbildung 7.6 zeigt die Wechselbelastungen und erreichten Lastspielzahlen bis zum definierten Versuchsabbruch der untersuchten Proben.

Die quantitative Aussagekraft der dynamischen Torsionsversuche ist wegen der geringen Anzahl an untersuchten Proben sehr gering. Trotzdem kann der Nachweis erbracht werden, dass der untersuchte Aluminiumwerkstoff über lange Zeit Wechsellasten übertragen kann.



Abbildung 7.6: Erreichte Schwingspielzahl bis zum Versuchsabbruchkriterium

Die untersuchten Prüflinge D1-1-I und D3-1-I erreichten bei einer Wechselbelastung von zirka 210 Nm jeweils eine Lastspielzahl von über  $1 * 10^7$  Lastwechseln. Das entspricht bei einer Erregerfrequenz von 15 Hz in etwa einer Prüfdauer von acht Tagen.

Die Probe D2-1-I bestätigt dieses Verhalten nicht, bei annähernd gleicher Belastung kommt es nach zirka  $3.8 \times 10^6$  Lastwechseln zum Versagen der Rändel-Welle-Nabe Verbindung. In nachfolgendem Abschnitt wird dieser Ausfall bzw. Versagensfall genauer beleuchtet.

Um das Langzeit-Schwingverhalten der Rändel-Welle-Nabe Verbindung bei erhöhten Belastungen zu betrachten, wurde die Erregerfrequenz auf 15,5 Hz gesteigert. Somit ergibt sich ein Belastungsmoment von zirca 330 Nm.

Die Prüflinge D2-1-I-300 und D3-1-I-300 erreichten ungefähr  $8,5 \times 10^5$  Lastwechsel, dann ist eine Erhöhung des Torsionsmoments um 10% des Startwerts eingetreten und der Versuch wurde abgebrochen.

Die Ergebnisse dieser wechselnden Langzeit-Schwingversuche verdeutlichen und bestätigen das, bereits in den statischen Versuchen nachgewiesene, hohe Potential der Rändel-Verbindung zur dynamischen Belastungsübertragung. Im Gegensatz zu anderen formschlüssigen Welle-Nabe-Verbindungen sinkt hier durch die eingeleitete Wechsellast die Übertragungsfähigkeit der Verbindung nicht. Dieses Verhalten gilt nur bei Verwendung von konischen Rändelverzahnungen und bei stark positiven Spanwinkeln.

### 7.3.1 Probenbruch/Versagen der Verbindung

Der Dauerbruch bzw. Schwingbruch (gemäß VDI-Richtlinie 3822 benannt) bezeichnet im allgemeinen den Bruch eines Elements unter Lastwechselbeanspruchung und stellt die häufigste Versagensart im Maschinenbau dar. Die Ermüdung eines Bauteils, bis hin zum Bruch/Versagen, ist vor allem von der Belastungsdauer und der Belastungsintensität, bedingt durch die Wechselbelastung, abhängig. Ein Schwingbruch tritt also umso früher ein, je höher die Frequenz der wechselnden Belastung und je ausgeprägter die Schwingamplitude ist.

Abbildung 7.7 zeigt typische Dauerbrüche verschiedener Bauteile und veranschaulicht die dabei entstehenden Bruchzonen.



Abb. 3.48a-c. Typische Dauerbrüche, a Biegedauerbruch an Exzenterwelle eines Brechers (d = 230 mm) am Übergang der Welle zum Exzenter, b Umlauf-Biegedauerbruch an Treibachse eines Kippräumers. Ursache: zu kleiner Hohlkehlradius, c Torsions-Dauerbruch an einer Drehstabfeder.

A: Erster Anbruch an Fehlstelle oder Kerbstelle der Oberfläche,

B: Zone des fortschreitenden Dauerbruchs,

C: Restbruch (Gewaltbruch)

Abbildung 7.7: Typische Dauerbrüche [25]

### Bruchbilder der untersuchten Probe D2-1-I :

Die Probe D2-1-I wurde im dynamischen Prüfaufbau insgesamt  $5,1 \times 10^6$  mal wechselnd belastet und versagte bei einer Schwingspielzahl von etwa  $3,8 \times 10^6$  Lastwechseln. Die Abbildungen 7.8 bis 7.11zeigen das Bruchbild der untersuchten Rändel-Verbindung mit Aluminium-Nabe.





Abbildung 7.8: Riss in Nabe

Abbildung 7.9: Bruchflächen



Abbildung 7.10: Restnabenkörper

Abbildung 7.11: radiale Bruchfläche

Abb. 7.8 zeigt eine untersuchte Rändel-Welle-Nabe Verbindung D2-1-I im gefügten Zustand mit dem Riss/Bruchriss in der Aluminiumnabe. Der Riss geht vom Kerbgrund der eingeschnittenen Nabenverzahnung aus, radial nach außen und dann am Umfang weiter. In Abb. 7.9 werden die Bruchflächen im Nabenkörper und im, durch den Lösevorgang abgerissenen, Naben-Halbkreisring dargestellt.

Der Schwingbruch der Verbindung kennzeichnet das Versagen der Probe durch Überlastung der Nabenverzahnung und ist in den Abb. 7.10 und 7.11 gut ersichtlich. Die Nabenverzahnung wird durch die torsionale Überlastung im Kontaktbereich plastifiziert und in weiterer Folge werden die Querschubübertragenden Flächen abgeschert. Am Ende der eingeschnittenen Rändelverzahnung in der Nabe geht der Anriss radial nach Außen und schert schlussendlich über den halben Umfang den vollen Nabenquerschnitt ab. Abb. 7.10 zeig weiter, dass der Riss unter dem noch vorhandenen Nabenmaterial weitergeht und lässt somit den Schluss zu, dass sich die Risse über den ganzen Umfang ausgebreitet haben. Die Rastlinien in Abb. 7.9 sind das sichtbare Kennzeichen für einen Ermüdungsbruch und lassen das zyklische Risswachstum auf der Bruchfläche erkennen.

Abbildung 7.12 stellt den linearen Zusammenhang zwischen der Belastung und dem Verdrehweg der untersuchten Probe D2-1-I dar.



Maximalmoment M<sub>T\_max</sub> über Verdrehweg sv

Abbildung 7.12: Belastungsausschlag über Verdrehweg der Probe D2-1-I

Der lineare Verlauf zwischen dem Belastungsausschlag und der Verdrehung ergibt sich durch die Zunahme der Verdrehung der Prüfelemente zueinander bei einer Steigerung des eingeleiteten Drehmoments. Die Zunahme resultiert wiederum aus der Abnahme der Steifigkeit der Verbindung durch das Plastifizieren der Nabenverzahnung.

Das Maximalmoment bzw. der Belastungsausschlag steigen bis zirka 290 Nm an und fällt dann rapide ab. Dieser Abfall beschriebt das Versagen bzw. das finale Abscheren der Querschubübertragenden Verzahnungsfläche im Nabenkörper.

# Kapitel 8

# Ausblick

Die Messergebnisse aus den verschiedenen Untesuchungen bestätigen das in Literatur [19] und [8] aufgezeigte große Potential der Rändel-Welle-Nabe-Verbindung zur Belastungsübertragung.

Die in dieser Arbeit gezeigten Prüfstandsversuche bilden eine gute Basis zu weiterführenden Untersuchungen und analytischen Berechnungs- und Auslegungsansätzen. Vor allem die Bereiche der positiven Spanwinkel zwischen +10° und +45° und von +60° bis hin zu ganz flachen Phasenwinkeln bedürfen noch einer genaueren Betrachtung. Die positiven Einflüsse auf das Übertragungsverhalten sprechen für konische Rändelverzahnungen bzw. für stark positive Spanwinkel trotz des hohen Füge-Kraftniveaus. Dabei gilt, dass die Untersuchungen zum Einfluss des variierenden Spanwinkels auf die Belastungsübertragung ohne Variation der Rändellänge zweckmäßig erscheinen.

Der modifizierte statische Prüfstand limitiert durch das Maximalmoment des Vorgelegegetriebes die maximal übertragbare Belastung auf ca. 700 Nm und schränkt damit den untersuchbaren Rändellängen-Bereich ein. Daher sind nur Rändel-Welle-Nabe-Verbindungen mit geringe Rändellängen bei geringen Durchmessern prüfbar.

Neben der weiterführenden Untersuchung dieser speziellen definierten Standard- Rändelverbindung ergeben sich auch weitere Möglichkeiten um die Rändelverbindung und das Belastungsübertragungsverhalten zu optimieren und die praktische Anwendungsgebiete zu steigern.

- Verringerung der Kerbwirkung im Kerbgrund der Nabe durch eine Veränderung der Rändel-Verzahnungsgeometrie. Erreichbar z.B. durch das Abschleifen der Verzahnungsspitzen oder durch eine Modifizierung der Schneidgeometrie des Rändelrades.
- Vergrößerung der Querschub übertragenden Fläche im Nabenelement durch geeignete Verzahnungsgeometrie, d.h. Vergrösserung der Zähne.
- Vermeiden des Härtevorgangs nach der Rändelfertigung durch geeignete Werkstoffpaarungen. Somit wird der Einfluss des Flammhärtens ausgeschlossen und zudem ergibt sich eine einfachere Herstellung.

- Umgehen des freischneidenden Rändelverfahrens mittels Einsatz von Schneidringen. Nachteilig dabei ist alleinig die Durchmessergebundenheit.
- Variation der Nabenwandstärke zur Bestimmung einer theoretisch möglichen Grenznabendicke um geforderte Belastungen und im Fügeprozess entstehende Spannungen bewältigen zu können.
- Vergrößerung des Spanraumes um den Einfluss der Spanumformkraft auf den Fügevorgang zu verringern. Dabei könnte sich aber die Sicherheit gegen axiales Lösen der Verbindung reduzieren.
- Dünnerer Führungszapfen bringt dem Lösevorgang einen kleineren Widerstand entgegen, da der Zapfen nicht auf den aufgeschobenen Span der eingeschnittenen Verzahnung trifft. Nachteilig dabei ist der erhöhte Fertigungsaufwand für das Nabenelement wegen der zweistufigen Bohrung.
- optimiertes Sonderrändelrad, pulvermetallurgisch hergestellt und genau geschliffen, zur Erzeugung der geometrisch günstigsten Verzahnung welche durch das freischneidende Verfahren noch herstellbar ist.
- Einsatz eines alternativen Verzahnung-Herstellungsverfahrens zur Steigerung der Reproduzierbarkeit z.B. mittels Abwälzfräsen, Räumen oder Stossen.
- Verzicht auf den selbeschneidenden bzw. -furchenden Fügevorgang durch thermisches Fügen der Verbindungselemente, z.B. eine mit Kreuzrändeln versehene Welle prägt die Verzahnungsgeometrie in den Nabenkörper.

Die angeführten Beispiele für weitergehende Untersuchungen und mögliche Variationen zeigen die Vielfalt der Möglichkeiten die Rändel-Welle-Nabe-Verbindung besser zu beschreiben, die Belastungsübertragung zu steigern und das Einsatzgebiet zu vergrößern.

# Abbildungsverzeichnis

1.1	Beispiele für Rändeloberflächen [1]	3
1.2	Rändelschrauben [2]	4
1.3	Senkkopf Rändelnietmuttern [3]	4
1.4	Rändelmuttern [4]	4
1.5	Schrägverzahnte Rändelmuttern [3]	4
1.6	Gewindeeinsätze für Kunststoffe [3]	5
1.7	Rändelmuttern und Sterngriffe aus Kunststoff [5]	5
1.8	Rändelformen (links) und Rändelfräsen (rechts) [6]	6
1.9	Rändelverfahren und daraus resultierende Rändelprofile [7]	7
1.10	Eigenschaften beider Herstellungsverfahren[8]	8
1.11	DIN 82 Seite 1 [9] $\ldots$	9
1.12	DIN 82 Seite 2 [9]	10
1.13	DIN 82 Seite 3 [9]	11
1.14	DIN 403 [10]	12
1.15	Verwendetes Rändelwerkzeug A2Fl mit adaptierter Kühlleitung [11]	13
1.16	Spezialrändelräder zur Herstellung von Sonderrändelungen [12]	14
1.17	Sonderrändelräder in konischer und konvex/konkaver Ausführung [13] $\dots$	14
1.18	Konische und planseiten Rändelung [7]	15
1.19	Spezialrändelwerkzeuge zur Herstellung von Sonderrändelungen [14]	15
2.1	Beispiele formschlüssiger Welle-Nabe Verbindungen [15]	16
2.2	Beispiele reibschlüssiger Welle-Nabe-Verbindungen [16]	17
2.3	Beispiele von stoffschlüssigen/verschweißten Welle-Nabe-Verbindung [17]	17
2.4	Selbstschneidende Rändel- WN- Verbindung	18
2.5	Patent Presspassungsaufbau für Rotorwelle [8]	21
2.6	Patent Wellenbefestigung [8]	22
2.7	Patent Presspassungsaufbau für Rotorwelle [8]	23
2.8	Ausschnitt der DIN 72783 von 1997	24
2.9	Funktionselemente der Rändel- WN- Verbindung	25
3.1	Standard- Welle	27
3.2	Standard- Nabe	27
3.3	Geometrische Größen der untersuchten Rändelwelle und Nabe [19]	28
3.4	Teilungsabhängige Rändelgeometriegrößen am Wellenteil [19]	29
3.5	Rändelverzahnung nicht achsparallel [8]	31
3.6	Überschneiden der Rändelverzahnung [8]	31

$3.7 \\ 3.8$	Stunpfe Rändelverzahnung [8]	31 31
3.9	Bruch des Bändelrades bzw. Bändelfräsers [8]	31
3 10	Modellierung der berechneten Zykloidenverzahnung	33
0.10		00
4.1	Statischer Torsionsprüfstand [19]	34
4.2	Statischer Torsionsprüfstand	35
4.3	Statischer Torsionsprüfstand	36
4.4	Positionierung der Lasersensoren am Prüfling	37
4.5	Funktionsprinzip der verwendeten hydraulischen Spannsätze des Typs	
	ETP-Classic [20]	39
4.6	3D Modell des Dynamischen Torsionsprüfstands	40
4.7	Darstellung des Funktionsprinzips der symmetrisch gegengleich laufenden	
	Unwuchterreger des Dynamischen Torsionsprüfstands	42
4.8	Ausschnitt der Festlagerung des Dynamischen Torsionsprüfstands	43
4.9	Gefertigte Prüfstandskomponenten	44
4.10	Dynamischer Torsionsprüfstand	45
4.11	Positionierung der Lasersensoren	46
4.12	Erste Torsionseigenfrequenz des Prüfaufbaus mit eingespannter Rändel	
	Welle-Nabe-Verbindung	48
	0	
5.1	Einpressproben, kurze Ausführung	50
5.2	Winkel in der Zerspantechnik [21]	51
5.3	Probenbenennung als Beispiel der 1er Welle mit einem Spanwinkel von	
	+10° mit einer Alu-Nabe verpresst	52
5.4	Verschiedene Einpressproben	53
5.5	Flammgehärtete Rändelwellen	55
5.6	Vergleich der Festigkeitskennwerte mit Literatur [19]	56
5.7	Messaufbau zur Untersuchung des Fügevorgangs	57
5.8	Einpresskraftverlauf beim Fügevorgang einer Rändelverbindung [8]	59
5.9	Startkraftberechnung über Hauptwert der spez. Schnittkraft [22]	61
5.10	Spanwinkel- Korrekturfaktor [22]	62
5.11	Kraft-Weg-Verlauf beim Einpressvorgang einer Messingnabe bei einem	
	Spanwinkel von $-15^{\circ}$	64
5.12	Kraft-Weg-Verlauf beim Einpressvorgang einer Stahlnabe bei einem Span-	
	winkel von $-15^{\circ}$	64
5.13	Startkraft über Spanwinkel von $-15^{\circ}$ bis $+10^{\circ}$ der untersuchten Rändel-	
	Welle-Nabe-Verbindungen	66
5.14	Startkraft über Spanwinkel aller untersuchten Rändel-Welle-Nabe-Verbindun	ngen 66
5.15	Einpresskraft über Spanwinkel von $-15^{\circ}$ bis $+10^{\circ}$ der untersuchten Rändel-	
	Welle-Nabe-Verbindungen	67
5.16	Einpresskraft über Spanwinkel aller untersuchten Rändel-Welle-Nabe-Verbin	dungen 67
5.17	Schnittkraftgradient über Spanwinkel von $-15^\circ$ bis $+10^\circ$ der untersuchten	
	Rändel-Welle-Nabe-Verbindungen	69

5.18	Schnittkraftgradient über Spanwinkel aller untersuchten Rändel-Welle-	0.0
5.19	Nabe-Verbindungen	69
	$-15^{\circ}$ bis $+10^{\circ}$	71
5.20	Vergleich der Startkraft- Berechnet zu Gemessen über Spanwinkel von $-15^{\circ}$ bis $+60^{\circ}$	71
5.21	Vergleich der Startkraft bei –10° Spanwinkel	72
5.22	Vergleich des Schnittkraftgradienten bei –10° Spanwinkel	73
5.23	Messaufbau zur Untersuchung des Lösevorgangs	74
5.24	Spanarten der untersuchten Werkstoffkombinationen bei –10° Spanwinkel	75
5.25	Kraft-Weg-Verlauf beim Einpressvorgang einer Messingnabe bei einem Spanwinkel von -15°	77
5.26	Kraft-Weg-Verlauf beim Einpressvorgang einer Stahlnabe bei einem Span-	
0.20	winkel von $-15^{\circ}$	77
5.27	Lösekraft über Spanwinkel von $-15^{\circ}$ bis $+60^{\circ}$ der untersuchten Rändel- Welle-Nabe-Verbindungen	78
5.28	Maximale Lösekraft über Spanwinkel von –15° bis +10° der untersuchten Rändel-Welle-Nabe-Verbindungen	80
5.29	Maximale Lösekraft über Spanwinkel von $-15^{\circ}$ bis $+60^{\circ}$ der untersuchten	
	Rändel-Welle-Nabe-Verbindungen	80
5.30	Maximale Lösekraft über Spanwinkel von -15° bis +60° der auf ihre statische Drehmomentbelastungsübertragung untersuchten Rändel-Welle-	
	Nabe-Verbindungen	81
5.31	Spanbildung im Lösevorgang an der Rändelhinterkante	82
5.32	Unterschiedliche Verzahnungsqualität der untersuchten Messing-Naben bei verschiedenen Spanwinkel (v.l. $-10^{\circ}$ , $+45^{\circ}$ und $+60^{\circ}$ )	83
5.33	Unterschiedliche Verzahnungsqualität der untersuchten Stahl-Naben bei verschiedenen Spanwinkel (v.l. $-10^{\circ}$ , $+45^{\circ}$ und $+60^{\circ}$ )	83
5.34	Gleichbleibende Verzahnungsqualität der gehärteten Rändelverzahnung $(v.l10^{\circ}, +5^{\circ} \text{ und } +10^{\circ})$	84
5.35	Unterschiedliche Spanbildung der Aluminium- und Messingnaben bei +10° Spanwinkel	84
5.36	Spanbildung einer Stahlnabe bei +10° Spanwinkel	85
5.37	Unterschiedliche Verzahnungsqualität und Spanbildung der untersuchten	
	Naben bei +10° Spanwinkel	86
6.1	Prüfelemente für die statischen Torsionsversuche	87
6.2	Belastete Zonen der Nabenverzahnung [19]	89
6.3	Gemessenes und berechnetes Maximalmoment bei statischer Torsionsbe- lastung der Werkstoffkombination Stablwelle mit Aluminiumnabe	99
6.4	Prinzipielles Verhalten bei statischer Torsionsbelastung und definierte	32
	Momente der untersuchten Rändel-Welle-Nabe-Verbindungen [19]	94
6.5	Moment-Verdrehweg-Verlauf beim statischen Torsionsversuch einer Alu-	
	miniumnabe bei einem Spanwinkel von 10°	95

6.6	Moment-Verdrehweg-Verlauf beim statischen Torsionsversuch einer Stahl-	05
6.7	Plastifizeirung und linear-elastisches Verhalten beim statischen Torsions- versuch einer Stahlnabe bei einem Spanwinkel von $-10^{\circ}$ und $+60^{\circ}$ (v.l.).	96
6.8	Gemessenes Torsionsmoment bei Streckgrenze von -15° bis +10° der un- tersuchten Rändel-Welle-Nabe-Verbindungen	97
6.9	Gemessenes Torsionsmoment bei Streckgrenze über die Rändellänge der untersuchten Rändel-Welle-Nabe-Verbindungen	97
6.10	Gemessenes Maxiamlmoment über Rändellänge und Spanwinkel –15° bis +10° der untersuchten Rändel-Welle-Nabe-Verbindungen	99
6.11	Maxiamlmoment korrigiert und referenziert im Spanwinkelbereich von $-15^{\circ}$ bis $+10^{\circ}$	100
6.12	Maxiamlmoment korrigiert und referenziert der untersuchten Rändel-Welle- Nabe-Verbindungen	101
7.1	Prüfelemente für die dynamischen Torsionsversuche	102
7.2	Verschiebung der Verstärkungsfunktion [8]	104
7.3	Wöhlerkurvenverläufe [24]	105
7.4	Verlauf des übertragenen Torsionsmoments über die Zeit ohne Schädigung der Probe	106
7.5	Verlauf des übertragenen Torsionsmoments über die Zeit nach dem Ver-	
	sagen der Probe	106
7.6	Erreichte Schwingspielzahl bis zum Versuchsabbruchkriterium	107
7.7	Typische Dauerbrüche $[25]$	108
7.8	Riss in Nabe	109
7.9	Bruchflächen	109
7.10	Restnabenkorper	109
7.11	radiale Bruchflache	109
7.12	Belastungsausschlag über Verdrehweg der Probe D2-1-1	110
$\frac{1}{2}$	Herleitung der gezeigten vereinfachten Hypozykloidenberechnung Modellierung der berechneten Zykloidenverzahnung entsprechend der Zäh-	124
0	nezahl der 1er Teilung	125
ა	nezahl der 1,5er Teilung	126
4	Startkraft über Spanwinkel bei AlCuMgPb	127
5	Einpresskraft über Spanwinkel bei AlCuMgPb	128
6	Schnittkraftgradient über Spanwinkel bei AlCuMgPb	128
7	Startkraft über Spanwinkel bei CuZn39Pb3	129
8	Einpresskraft über Spanwinkel bei CuZn39Pb3	130
9	Schnittkraftgradient über Spanwinkel bei CuZn39Pb3	130
10	Startkraft über Spanwinkel bei S235JR	131
11	Einpresskraft über Spanwinkel bei S235JR	132

12	Schnittkraftgradient über Spanwinkel bei S235JR	132
13	Maximalmoment berechnet zu gemessen über Rändellänge der untersuch- ten Verbindung mit Messingnaben	133
14	Maximalmoment berechnet zu gemessen über Rändellänge der untersuch- ten Verbindung mit Stahlnaben	134
15	Maximalmoment über Schwingspielzahl der untersuchten Probe D2-1-I	135
16	Verdrehweg über Schwingspielzahl der untersuchten Probe D2-1-I	136

# Tabellenverzeichnis

5.1	Härtewerte und Zugfestigkeiten aller verwendeter Werkstoffe	56
5.2	Parameter zur Berechnung der Startkraft	61
5.3	Parameter zur Berechnung der Startkraft	61
5.4	Spanwinkelkorrekturfaktor zur Berechnung der Startkraft	62
6.1	Zug- und Schubfestigkeitswerte verschiedener Nabenwerkstoffe	91
6.2	Rändellängen der statisch geprüften Wellen	91
6.3	Fertigungskorrekturfaktor verschiedener Nabenwerkstoffe	93

## Literatur

- Eichenberger Gewinde AG. Rändelungen nach DIN 82. 2011. URL: http://www.gewinde.ch/deu/Lohnarbeit\_40476.shtml.
- [2] Body-Cult Tattoo Supplies. *Rändelschrauben M4 aus Edelstahl*. 2014. URL: http: //www.body-cult.com/Raendelschrauben.
- Shanghai Jingyang. Produkte von Shanghai Jingyang. 2014. URL: http://www. directindustry.de/prod/shanghai-jingyang-39223.html#product-item\_ 875823.
- [4] meinhausshop.de. Rändelmuttern. 2014. URL: http://www.meinhausshop.de/ Raendelmutter-DIN-6303-Innengewinde-M-10-Niro?ac=r%C3%A4ndelmutter.
- [5] Boteco. *Produkte von Boteco*. 2014. URL: http://www.directindustry.de/prod/boteco/randelmuttern-31439-902313.html.
- [6] Frank Dietsche. Das perfekte Profil. 2014. URL: http://www.zerspanungstechnik. de/news/2014/2/27/das-perfekte-profil/.
- [7] Hommel+Keller Präzisionswerkzeuge Gmbh. zeus RÄNDELTECHNIK. 2008. URL: http://www.vargus.ch/download/HK/HK-raendel2008\_01.pdf.
- [8] Christian Scartezzini. "Analytische & empirische Untersuchungen von Rändel-Welle-Nabe-Verbindungen unter besonderer Berücksichtigung des Einpressvorganges und der Rändelfertigung". Magisterarb. TU Graz, 2010.
- [9] Hommel+Keller Präzisionswerkzeuge Gmbh. zeus RÄNDELTECHNIK. 2011. URL: http://www.zeus-tooling.de/fileadmin/zeus\_tooling\_de/Anwendungsunterstuetzung/ DIN\_82.pdf.
- [10] Hommel+Keller Präzisionswerkzeuge Gmbh. zeus RÄNDELTECHNIK. 2008. URL: http://www.zeus-tooling.de/fileadmin/zeus\_tooling\_de/Anwendungsunterstuetzung/ DIN\_403\_00.pdf.
- Swarovski Optik KG. Rändelschneidwerkzeug A2FL. 2014. URL: http://www. directindustry.com/prod/swarovski-optik-kg/cut-knurling-tools-64475-427951.html.
- [12] Hommel+Keller Präzisionswerkzeuge Gmbh. zeus Sonder-Rändelräder. 2014. URL: http://www.directindustry.com/prod/hommel-keller/custom-knurlingwheels-15077-197606.html.

- [13] Hommel+Keller Präzisionswerkzeuge Gmbh. zeus Sonder-Rändelräder. 2014. URL: http://www.zeus-tooling.de/de/produkte/raendelraeder/sonderraendelraeder. html.
- Böni AG Präzisionswerkzeuge. Konusrändelwerkzeuge. 2014. URL: http://www. boeni-ag.com/de/raendeln/.
- [15] Tobias Heckele. Fragenkatalog Maschinenelemente zur Klausurvorbereitung. 2011. URL: http://me-lrt.de/img/me-26-formschlussige-welle-nabe-verbindung. png.
- [16] Prof. Dr.-Ing. Henning Meyer. Welle-Nabe-Verbindungen. 2008. URL: http://www. km.tu-berlin.de/uploads/media/KoWe-04-WNV-08-WiSe.
- [17] James Hampton. Pipe root weld with HAZ By Metal Magik. 2012. URL: http: //www.metalmagik.com/painting-sandblasting-and-welding/pipe-rootweld-with-haz-by-metal-magik/.
- [19] Michael Bader. "Das Übertragungsverhalten von Pressverbänden und die daraus abgeleitete Optimierung einer formschlüssigen Welle-Nabe-Verbindung". Diss. TU Graz, 2009.
- [20] ETP Transmission AB. Power Transmission ETP-Classic. 2014. URL: http:// www.etp.se/en/products/power-transmission/etp-classic.
- [21] Stefan 018. Winkel in der Zerspantechnik. 2011. URL: http://commons.wikimedia. org/wiki/File:Winkel\_in\_der\_Zerspanungstechnik.png.
- [22] Alfred Böge. Vieweg Handbuch Maschinenbau: Grundlagen und Anwendungen der Maschinenbau-Technik. Springer DE, 2007.
- [23] GARANT. Zerspanungshandbuch. 2012. URL: http://www.hoffmann-group. com/fileadmin/catalog/de/ZHB/BK/index.html.
- [24] Dr. P. Placke. *Dauerfestigkeitsprüfungen*. 2008. URL: http://www.pepla.de/ test\_dauerfestigkeit.html.
- [25] Höhn Niemann Winter. Maschinenelemente Band 1: Konstruktion und Berechnung von Verbindungen, Lagern, Wellen. Springer DE, 2005.

# Anhang

# Anhang zu Kapitel 4

#### Berechnung Hypozykloide:

Vereinfachung der Grundgleichungen: $x(\alpha) = Rm^*cos(\alpha)+a^*e^*cos(\alpha^*f)+b^*e^*cos(\alpha^*g)+c^*e^*cos(\alpha^*h)+d^*e^*cos(\alpha^*i)$  $y(\alpha) = Rm^*sin(\alpha)-a^*e^*sin(\alpha^*f)-b^*e^*sin(\alpha^*g)-c^*e^*sin(\alpha^*h)-d^*e^*sin(\alpha^*i)$ Für die einfachste Form, die noch brauchbare Profile erzeugt, werden die Parameter:b=0,c=0,d=0gesetzt.Zur weiteren Vereinfachung wird das Produkt a\*e zum Parameter A zusammengefaßt.Daraus folgt dann: $x(\alpha) = Rm^*cos(\alpha)+A^*cos(\alpha^*f)$  $y(\alpha) = Rm^*sin(\alpha)-A^*sin(\alpha^*f)$ Umrechnung in Polarkoordinaten:Ansatz: R  $(\alpha) = \sqrt{x(\alpha)^2 + y(\alpha)^2}$ 

Vereinfachung des Terms: " $x(\alpha)^2 + y(\alpha)^2$ " = $Rm^{2*}cos(\alpha)^2 + 2*Rm*A*cos(\alpha)*cos(\alpha*f) + A*cos(\alpha*f)^2 + Rm^{2*}sin(\alpha)^2 - 2*Rm*A*sin(\alpha)*sin(\alpha*f) + A^{2*}sin(\alpha*f)^2$ 

 $= \operatorname{Rm}^{2*}[\cos(\alpha)^{2} + \sin(\alpha)^{2}] + \operatorname{A}^{2*}[\cos(\alpha^{*}f)^{2} + \sin^{2}(\alpha^{*}f)] + 2^{*}\operatorname{Rm}^{*}\operatorname{A}^{*}[\cos(\alpha)^{*}\cos(\alpha^{*}f) - \sin(\alpha)^{*}\sin(\alpha^{*}f)]$ 

Mit den trigonometrischen Umformungen:

 $\cos(\alpha)^{2} + \sin(\alpha)^{2} = 1$  $\cos(\alpha^{*}f)^{2} + \sin^{2}(\alpha^{*}f) = 1$ 

 $\sin(\alpha)^*\sin(\alpha^*f) = \frac{1}{2}^*[\cos(\alpha - \alpha^*f) - \cos(\alpha + \alpha^*f)]$ 

 $\cos(\alpha)^*\cos(\alpha^*f) = \frac{1}{2}^*[\cos(\alpha - \alpha^*f) + \cos(\alpha + \alpha^*f)]$ 

Folgt:

 $= \operatorname{Rm}^{2} + \operatorname{A}^{2} + 2^{*}\operatorname{Rm}^{*}\operatorname{A}^{*\frac{1}{2}*}[\cos(\alpha - \alpha^{*}f) + \cos(\alpha + \alpha^{*}f) - \cos(\alpha - \alpha^{*}f) + \cos(\alpha + \alpha^{*}f)]$ 

 $= Rm^2 + A^2 + Rm^*A^*2^*\cos(\alpha + \alpha^*f)$ 

In die Wurzel einsetzen:

 $R(\alpha) = \sqrt{Rm^2 + A^2 + Rm * A * 2 * \cos(\alpha + \alpha * f)}$ 

Maximum und Minimum mit Kurvendiskussion ermitteln:

Ableiten:

 $\mathsf{R}(\alpha)' = \frac{-\sin(\alpha + \alpha * f) * \mathsf{Rm} * \mathsf{A} * (f+1)}{\sqrt{\mathsf{Rm}^2 + \mathsf{A}^2 + \mathsf{Rm} * \mathsf{A} * 2 * \cos(\alpha + \alpha * f)}}$ 

Damit die Ableitung null wird, muss:

 $sin(\alpha + \alpha^* f) Rm^*A^*(f+1) = 0$  erfüllt sein

Da die Parameter A, Rm und f immer größer als null sind, folgt daraus:

 $sin(\alpha + \alpha^* f) = 0$ 

Die Bedingung ist erfüllt wenn:

1.) α = 0

2.)  $\alpha = \frac{\pi}{1+f}$ 

Um zu prüfen ob es sich bei diesen Extremwerten um ein Maximum, Minimum, oder einen Wendepunkt handelt, ist die zweite Ableitung erforderlich:

 $\mathsf{R}(\alpha)'' = \frac{-[\cos(\alpha + \alpha * f)^2 * A * \mathsf{Rm} + \cos(\alpha + \alpha * f) * (A^2 + \mathsf{Rm}^2) + A * \mathsf{Rm}] * A * \mathsf{Rm} * (f+1)^2}{[\mathsf{Rm}^2 + A^2 + \mathsf{Rm} * A * 2 * \cos(\alpha + \alpha * f)]^{3/2}}$ 

Bedingung 1.) einsetzen:

$$R''(\alpha=0) = \frac{-(A+Rm)^2 * A * Rm * (f+1)^2}{(A+Rm)^3}$$

$$R''(\alpha=0) = \frac{(-1)*A*Rm*(f+1)^2}{A+Rm} < 0$$

Daraus folgt: Es handelt sich um ein Maximum.

Wert von R an der Stelle des Maximums:

R (
$$\alpha$$
=0) =  $\sqrt{Rm^2 + A^2 + Rm * A * 2}$  = Rm + A

Bedingung 2.) einsetzen:

$$\mathsf{R}''(\alpha = \frac{\pi}{1+f}) = \frac{-[(-1)*A*\mathsf{Rm}+(-1)*(A^2+\mathsf{Rm}^2)+A*\mathsf{Rm}]*A*\mathsf{Rm}*(f+1)^2}{[\mathsf{Rm}^2+A^2+\mathsf{Rm}*A*2*(-1)]^{3/2}}$$

$$R''(\alpha = \frac{\pi}{1+f}) = \frac{(A+Rm)^2 * A * Rm * (f+1)^2}{(Rm-A)^3} > 0$$

Daraus folgt: Es handelt sich um ein Minimum

Wert von R an der Stelle des Minimums:

 $R(\alpha = \frac{\pi}{1+f}) = \sqrt{Rm^2 + A^2 - Rm * A * 2} = Rm-A$ 

Daraus folgt dann: Der Parameter "A" ist nichts anderes als die "Zahnhöhe" des Profils

Abbildung 1: Herleitung der gezeigten vereinfachten Hypozykloidenberechnung

Nachfolgende **Abbildungen** veranschaulichen mögliche Zykloidenverzahnungen mit Zähnezahlen entsprechend der 1er und 1,5er Teilung der untersuchten Rändelwellen:



Abbildung 2: Modellierung der berechneten Zykloidenverzahnung entsprechend der Zähnezahl der 1er Teilung



 $\mathbf{x}(\alpha), \mathbf{K}\mathbf{X}(\beta), \mathbf{K}\mathbf{2}\mathbf{X}(\gamma)$ 



# Anhang zu Kapitel 6

### Werkstoffkombination Stahl - Aluminium

Nachfolgende Abbildungen zeigen die jeweiligen Kräfteverläufe über den variierenden Spanwinkel bei der Werkstoffkombination aus Stahl und Aluminium, das heißt, die Kombination der gehärteten Rändelwelle mit einer AlCuMgPb Nabe:



Abbildung 4: Startkraft über Spanwinkel bei AlCuMgPb



Abbildung 5: Einpresskraft über Spanwinkel bei AlCuMgPb



Abbildung 6: Schnittkraftgradient über Spanwinkel bei AlCuMgPb

### Werkstoffkombination Stahl - Messing

Nachfolgende Abbildungen zeigen die jeweiligen Kräfteverläufe über den variierenden Spanwinkel bei der Werkstoffkombination aus Stahl - Messing, das heißt, die Kombination der gehärteten Rändelwelle mit einer CuZn39Pb3- Nabe:



Abbildung 7: Startkraft über Spanwinkel bei CuZn39Pb3



Abbildung 8: Einpresskraft über Spanwinkel bei CuZn39Pb3



Abbildung 9: Schnittkraftgradient über Spanwinkel bei CuZn39Pb3

### Werkstoffkombination Stahl - Stahl

Nachfolgende Abbildungen zeigen die jeweiligen Kräfteverläufe über den variierenden Spanwinkel bei der Werkstoffkombination aus Stahl - Stahl, das heißt, die Kombination der gehärteten Rändelwelle mit einer S235JR- Nabe:



Abbildung 10: Startkraft über Spanwinkel bei S235JR



Abbildung 11: Einpresskraft über Spanwinkel bei S235JR



Abbildung 12: Schnittkraftgradient über Spanwinkel bei S235JR

# Anhang zu Kapitel 7

### Gemessenes und berechnetes Maximalmoment bei statischer Torsionsbelastung der untersuchten Werkstoffkombination

Nachfolgende Abbildungen veranschaulichen die Verläufe des berechneten zu gemessenen Maximalmoments der Messing- und Stahlnaben zur Bestimmung des Korrekturfaktors  $K_F$ .



Abbildung 13: Maximalmoment berechnet zu gemessen über Rändellänge der untersuchten Verbindung mit Messingnaben



Abbildung 14: Maximalmoment berechnet zu gemessen über Rändellänge der untersuchten Verbindung mit Stahlnaben

# Anhang zu Kapitel 8

### Diagramme zur Ermittlung des linearen Zusammenhangs aus Beslastung und Verdrehweg

Nachfolgende Abbildungen zeigen die Belastungsausschläge und den Verdrehweg der Prüfelemente zueinander in Abhängigkeit der Lastspielzahlen.



Abbildung 15: Maximalmoment über Schwingspielzahl der untersuchten Probe D2-1-I



Abbildung 16: Verdrehweg über Schwingspielzahl der untersuchten Probe D2-1-I