

in seinem Flächenausmaße jedoch nicht mehr gleich ist der Fläche des Indikatordiagrammes. Die Differenz dieser beiden Flächen stellt jedoch nicht die ganze durch Reibung verlorene Arbeit der Maschine dar, nachdem die Reibung der Kurbelwelle selbst, der Steuerung und anderer von der Maschine bewegter Teile derselben in Berücksichtigung gezogen werden müßte, wenn es sich um Bestimmung des Wirkungsgrades der Maschine als eines vollkommen geschlossenen Mechanismus handelt.

174. Einfluß der Trägheit der abwechselnd bewegten Teile der Maschine. Das auf diese Weise ermittelte Momenten- beziehungsweise Tangentialdruckdiagramm erfährt eine weitere Veränderung, wenn man den Einfluß der Trägheit der abwechselnd bewegten Teile und zwar in erster Linie des Kolbens samt Stange und Kreuzkopf sowie der Schubstange in Betracht zieht; dieser Einfluß ist im allgemeinen viel wichtiger als jener der Reibung.

Um den Einfluß der Trägheit dieser Teile der Maschine zu untersuchen wollen wir annehmen, daß die Kurbel mit n sekundlichen Umdrehungen gleichmäßig rotiert.

Sei M das Gewicht des Kolbens, der Kolbenstange und des Kreuzkopfes, a die Zunahme der Geschwindigkeit dieser Teile in irgend einem Punkte des Kolbenhubes, dann ist die zur Hervorbringung dieser Geschwindigkeitszunahme erforderliche Kraft

$$\frac{M a}{g}$$

Diese Kraft ist bei Bestimmung des wirklichen Wertes des Kolbendruckes P in Abzug zu bringen.

Nachdem die Geschwindigkeit des Kolbens von der Geschwindigkeit gleich Null im Totpunkte bis zur Maximalgeschwindigkeit in der Nähe der Hubmitte zunimmt, um dann wieder auf die Geschwindigkeit gleich Null im zweiten Totpunkte abzunehmen, wird die Trägheit der bewegten Massen während des ersten Teiles des Kolbenhubes eine Verminderung, gegen Ende desselben jedoch eine Vergrößerung des Kolbendruckes P zur Folge haben, wodurch namentlich bei kleineren Füllungen eine größere Gleichförmigkeit des Druckes während des ganzen Hubes erzielt wird.

Wäre die Schubstange so lang, daß der Einfluß ihrer Neigung gegen die Bewegungsrichtung des Kolbens vernachlässigt werden könnte, dann würde der Kolben die einfache schwingende Bewegung besitzen und der Kolbenweg s für irgend einen Drehungswinkel α der Kurbel, von der Totlage derselben, durch die einfache Beziehung

$$s = r(1 - \cos \alpha)$$

gegeben sein. Daraus bestimmt sich in bekannter Weise die Beschleunigung a :

$$\text{Kolbengeschwindigkeit } c = \frac{ds}{dt} = r \sin \alpha \frac{d\alpha}{dt}.$$

$$\text{Umfangsgeschwindigkeit der Kurbel } v = r \frac{d\alpha}{dt} = 2r\pi n;$$

somit

$$c = 2r\pi n \sin \alpha.$$

$$\text{Beschleunigung } a = \frac{dc}{dt} = 2r\pi n \frac{d \sin \alpha}{d\alpha} \cdot \frac{d\alpha}{dt} = 4r\pi^2 n^2 \frac{d \sin \alpha}{d\alpha},$$

$$a = -4r\pi^2 n^2 \cos \alpha.$$

In Berücksichtigung der endlichen Stangenlänge l bestimmt sich für ein beliebiges Verhältnis l/r die Beschleunigung aus der Gleichung:

$$a = -4r\pi^2 n^2 \left(\cos \alpha + \frac{rl^2 \cos 2\alpha + r^3 \sin^4 \alpha}{(l^2 - r^2 \sin^2 \alpha)^{\frac{3}{2}}} \right).$$

Diese Gleichung ergibt sich auf folgende Weise: Der Neigungswinkel der Schubstange bei gegebenem Kurbeldrehungswinkel α sei β ($\beta = \sphericalangle BAC$, Fig. 166):

$$\beta = \sin^{-1} \left(\frac{r \sin \alpha}{l} \right),$$

$$\frac{d\beta}{dt} = \frac{r \cos \alpha}{\sqrt{l^2 - r^2 \sin^2 \alpha}} \cdot \frac{d\alpha}{dt} = \frac{2\pi n r \cos \alpha}{\sqrt{l^2 - r^2 \sin^2 \alpha}}.$$

Abermals differenziert und berücksichtigt, daß infolge der Annahme, die Kurbel rotiere mit gleichmäßiger Geschwindigkeit, $\frac{d^2\alpha}{dt^2} = 0$ ist, ergibt sich

$$\frac{d^2\beta}{dt^2} = \frac{-r(l^2 - r^2) \sin \alpha}{(l^2 - r^2 \sin^2 \alpha)^{\frac{3}{2}}} \cdot \left(\frac{d\alpha}{dt} \right)^2 = \frac{-4\pi^2 n^2 r (l^2 - r^2) \sin \alpha}{(l^2 - r^2 \sin^2 \alpha)^{\frac{3}{2}}}.$$

Sei ferner (Fig. 166)

$$AC = x = r \cos \alpha + l \cos \beta,$$

$$\frac{dx}{dt} = -r \sin \alpha \frac{d\alpha}{dt} - l \sin \beta \frac{d\beta}{dt},$$

und

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = -r \cos \alpha \left(\frac{d\alpha}{dt} \right)^2 - l \cos \beta \left(\frac{d\beta}{dt} \right)^2 - l \sin \beta \frac{d^2\beta}{dt^2}.$$

Setzt man die obigen Werte für $\frac{d\alpha}{dt}$, $\frac{d\beta}{dt}$ und $\frac{d^2\beta}{dt^2}$ ein, setzt man ferner $r \sin \alpha$ für $l \sin \beta$ und $\sqrt{l^2 - r^2 \sin^2 \alpha}$ für $l \cos \beta$, dann erhält man den oben angeführten Ausdruck für a :

$$a = -4r\pi^2 n^2 \left(\cos \alpha + \frac{rl^2 \cos 2\alpha + r^3 \sin^4 \alpha}{(l^2 - r^2 \sin^2 \alpha)^{\frac{3}{2}}} \right).$$

Der so gefundene Wert von a bestimmt sodann für jeden beliebigen Kurbeldrehungswinkel bzw. jede beliebige Kolbenstellung die zur Her-

vorbringung dieser Geschwindigkeitszunahme erforderliche Kraft, den sogenannten Beschleunigungsdruck. Trägt man diesen Druck als Ordinate über den Kolbenweg als Abscisse auf, dann erhält man die Beschleunigungsdruckkurve Fig. 170. Für die Stangenlänge gleich unendlich wird diese Kurve durch die strichpunktierte gerade Linie cd dargestellt; die vollgezogene Kurve aeb entspricht einer Stangenlänge gleich der $3\frac{1}{2}$ -fachen Kurbellänge.

Die schraffierte Diagrammfläche stellt somit das hinsichtlich des Einflusses der Trägheit der abwechselnd bewegten Massen rektifizierte Diagramm des effektiven Dampfdruckes dar.

Bei einer stehenden Maschine ist das Gewicht des Kolbens, der Kolbenstange und des Kreuzkopfes zum Kolbendrucke P zu addieren oder von demselben abzuziehen.

Die Form der Beschleunigungsdruckkurve aeb kann man auf viel kürzerem und für den in Rede stehenden Zweck hinreichend genauem

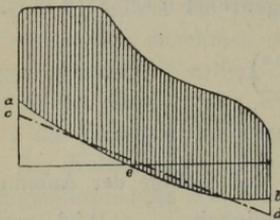


Fig. 170.

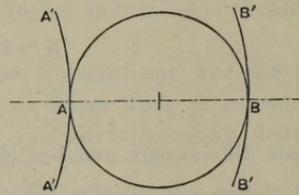


Fig. 171.

Wege dadurch bestimmen, daß man die Lage der Punkte a , e und b ermittelt und durch diese drei Punkte eine kontinuierliche, dem Charakter derselben entsprechende Kurve zieht.

Die Lage des Punktes e im Kolbenhube ergibt sich von selbst, indem in diesem Punkte die Beschleunigung gleich Null, somit die Geschwindigkeit des Kolbens ein Maximum ist; dies ist in jener Kurbelstellung der Fall, in welcher die Schubstange nahezu senkrecht zur Kurbel steht (die genaue Position siehe §§ 175 und 176).

Die Beschleunigung im Punkte a ist die Zentrifugalbeschleunigung, gebildet aus der Summe der Beschleunigung in der Kreisbahn des Kurbelzapfens und in der mit der Länge der Schubstange l als Halbmesser beschriebenen Kreisbahn AA' Fig. 171. In gleicher Weise entspricht die Beschleunigung im Punkte b der Differenz dieser Zentrifugalbeschleunigungen.

Bedeutet somit nach früher v die Geschwindigkeit des Kurbelzapfens, dann ist die Acceleration im Punkte a

jene im Punkte b

$$\frac{v^2}{r} + \frac{v^2}{l},$$

$$\frac{v^2}{r} - \frac{v^2}{l}.$$

Substituiert man für v den Wert $2r\pi n$, dann ergibt sich die Beschleunigung des Kolbens in diesen beiden Punkten mit

$$4r\pi^2 n^2 \left(1 + \frac{r}{l}\right) \text{ und } 4r\pi^2 n^2 \left(1 - \frac{r}{l}\right).$$

Diese beiden Werte ergeben sich selbstverständlich auch aus der vorhin entwickelten Gleichung der Beschleunigung a , wenn man darin $\alpha = 0$ und $\alpha = 180^\circ$ einsetzt.

175. Graphische Methode der Bestimmung der Kolbenbeschleunigung. Die großen Geschwindigkeiten, mit welchen man heutzutage Wärmekraftmaschinen arbeiten läßt, erfordern in hohem Maße die Berücksichtigung des Einflusses der hin- und hergehenden Massen; infolgedessen sind auch in neuester Zeit bedeutsame Arbeiten über diesen Gegenstand sowie zahlreiche Vorschläge behufs Vereinfachung des Entwurfes der Beschleunigungsdiagramme veröffentlicht worden*). Unter diesen Konstruktionen sind jene von Mohr und Rittershaus (*Civilingenieur* 1879) am einfachsten; sie leiden jedoch, wie der Proellsche Satz, an dem Übelstande, daß sie gerade in der Nähe der toten Punkte, wo die Beschleunigungsdrücke am größten sind, illusorisch werden; andererseits ist auch die Ableitung der Konstruktion nicht genügend einfach, worunter die Anschaulichkeit, welcher die graphische Methode in erster Linie ihre Anwendung verdankt, sehr leidet. Eine dieser verschiedenen Konstruktionen und zwar die unter dem Namen Kleins Konstruktion bekannt gewordene Methode der praktischen Bestimmung der Kolbenbeschleunigung sei hier im Zusammenhange besprochen und in Fig. 172 dargestellt.

Der Kurbelzapfen befinde sich im Punkte P , die Lage der Kurbel und Schubstange ist somit durch CP und AP gegeben. Man verlängere

*) Radinger, *Dampfmaschinen mit hoher Kolbengeschwindigkeit*. — Proell, *Graphische Dynamik*. — Burmester, *Kinematik*. — Unwin, *Elements of Machine Design*. Vol. II. — Lorenz, *Die Massenwirkung am Kurbelgetriebe und ihre Ausgleichung bei mehrkurbeligen Maschinen*; Zeitschr. d. Vereins deutscher Ing. 1897. — Kirsch, *Über die graphische Bestimmung der Kolbenbeschleunigung*, ebenda 1890. — *Civilingenieur* 1879, S. 612 und 1883, S. 136, 283. — *Tijdschrift van het koninklijk Instituut van Ingenieurs*, 1890—91, von F. J. Vaes. — Ferner die in neuester Zeit erschienenen Arbeiten: Lorenz, *Dynamik der Kurbelgetriebe mit besonderer Berücksichtigung der Schiffsmaschinen*, Leipzig 1901. — Schubert, *Theorie des Schlichschen Massenausgleiches bei mehrkurbeligen Dampfmaschinen*, Leipzig 1901. — Schlick, *On balancing of steam-engines*, Institution of Naval Architects und Engineering 1900.