

X. Abschnitt.

Die Arbeit an der Kurbel.

171. Schwankungen der Geschwindigkeit während einer Umdrehung der Kurbelwelle. Aufgabe des Schwungrades. Außer jenen Veränderungen der Geschwindigkeit der Maschinenwelle, welche von Hub zu Hub stattfinden, deren Ausgleich Aufgabe des Regulators ist, kommen während jedes einzelnen Kolbenhubes Geschwindigkeitsschwankungen vor, über welche der Regulator keine Kontrolle besitzt. Diese Schwankungen sind die Folge der Veränderlichkeit der während einer Umdrehung an die Kurbelwelle abgegebenen Arbeit. Diese unvermeidlichen Geschwindigkeitsschwankungen während einer Arbeitsperiode innerhalb bestimmter Grenzen zu erhalten, ist Aufgabe des Schwungrades.

Das Schwungrad ist ein Energiereservoir, welches in jener Periode einer Umdrehung, während welcher die von der Kurbelwelle aufgenommene Arbeit größer ist, als die von derselben abgegebene Arbeit, diesen Arbeitsüberschuß ansammelt, um in jener Periode, während welcher die von der Kurbelwelle abgegebene Arbeit größer ist als die aufgenommene Arbeit, denselben wieder an die Welle abzugeben. Dieses abwechselnde Ansammeln und Abgeben von Energie ist selbstverständlich mit Schwankungen der Geschwindigkeit des Schwungrades verbunden, deren Größe abhängig ist von dem Verhältnisse dieses wachsenden Überschusses und Mangel an Energie zu jener Energie, welche das Schwungrad vermöge seiner Geschwindigkeit besitzt.

Die Aufgabe des Schwungrades läßt sich am besten an Hand eines Tangentialdruckdiagrammes studieren, welches die auf die Kurbel übertragene Arbeit in gleicher Weise graphisch darstellt, wie das Indikatorgramm die auf den Kolben übertragene Arbeit.

172. Das Tangentialdruckdiagramm. Das Tangentialdruckdiagramm ist eine mit rechtwinkligen Koordinaten gezeichnete Kurve, welche die Beziehung des von der Schubstange auf die Kurbel übertragenen Momentes zu dem von der Kurbel durchlaufenen Winkel darstellt. Ist der Winkel im Bogenmaße ausgedrückt, dann stellt die Dia-

Nachdem jedoch

$$l \sin \beta = r \sin \alpha, \text{ somit } \sin \beta = \frac{r}{l} \sin \alpha,$$

wird

$$CN = r \sin \alpha + r^2 \sin \alpha \frac{\sin \alpha}{l \cos \beta}.$$

Ferner besteht die bekannte Beziehung zwischen den Winkeln β und α

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \frac{r^2}{l^2} \sin^2 \alpha};$$

somit wird

$$CN = r \sin \alpha \left(1 + \frac{r \cos \alpha}{\sqrt{l^2 - r^2 \sin^2 \alpha}} \right),$$

und

$$Q \cdot CM = Pr \sin \alpha \left(1 + \frac{r \cos \alpha}{\sqrt{l^2 - r^2 \sin^2 \alpha}} \right).$$

Für den praktischen Gebrauch dieser Gleichung ist die graphische Bestimmung von CN durch Einzeichnen der Stangenrichtung für die der Reihe nach folgenden Stellungen der Kurbel vorzuziehen.

Unter Zugrundelegung des Indikatordiagrammes Fig. 166 (ca. $\frac{1}{3}$ Füllung) und einer Stangenlänge $l = 3,5 r$ wurde das Momentendiagramm Fig. 167 entworfen. Die Stangenkraft P bestimmt sich aus dem Indika-

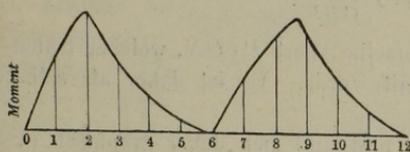


Fig. 167.

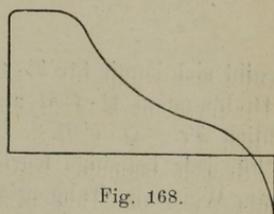


Fig. 168.

tordiagramm Fig. 166, indem man die Differenz der Drücke vor und hinter dem Kolben (ausgedrückt in kg/qcm) mit der Kolbenfläche multipliziert. Die Fläche dieses Diagrammes entspricht der pro Umdrehung der Maschine geleisteten Arbeit.

In dem vorliegenden Beispiel arbeitete die Maschine mit sehr geringer Kompression, daher der Arbeitsdruck auf den Kolben während des ganzen Kolbenhubes größer war als der Gegendruck. In vielen Fällen steigt jedoch infolge weitgehender Kompression der Gegendruck gegen Ende des Hubes so hoch, daß der resultierende Druck der Bewegung des Kolbens entgegenwirkt und die Kurve des effektiven Dampfdruckes die in Fig. 168 skizzierte Form annimmt; die Ordinaten der korrespondierenden Partie des Momentendiagrammes werden daher negativ.

Der andere, vorhin angedeutete Weg, die Beziehung des in Rede

stehenden Drehmomentes zum Druck auf den Kolben P aufzustellen, basiert darauf, daß man den Druck Q in der Richtung der Schubstange in eine Komponente T , in der Richtung der Tangente im Punkte B , und eine Komponente in der Richtung des Halbmessers BC zerlegt. Nur der Tangentialdruck T allein erzeugt ein Drehmoment $T \cdot CB$ um die Kurbelwelle.

Der Tangentialdruck T kann nach der Arbeitsgleichung

$$T v_b = P v_o,$$

worin v_b die Geschwindigkeit des Punktes B im Kurbelkreise und v_o jene des Kolbens darstellt, bestimmt werden;

$$T = \frac{P v_o}{v_b} = \frac{P \cdot IO}{IB},$$

worin I das Momentancentrum für die Bewegung der Schubstange bildet.

Das Momentancentrum I läßt sich für jede Kurbelstellung graphisch durch Verlängerung der CB bis zum Durchschnitte mit einem in O gerichteten Perpendikel bestimmen. Nachdem nun

$$\frac{IO}{IB} = \frac{CN}{CB} \quad (\text{siehe Fig. 166}),$$

so wird

$$T = P \frac{CN}{CB};$$

es ergibt sich somit für $T \cdot CB$ derselbe Wert $P \cdot CN$, welcher früher für das Drehmoment $Q \cdot CM$ aufgestellt wurde. Es ist daher als selbstverständlich $Tr = Q \cdot CM$.

Für jede beliebige Kurbelage bestimmt sich daher graphisch in einfachster Weise der Tangentialdruck T aus dem korrespondierenden Kolbendruck P , indem man die Richtung der Schubstange bis zum Durchschnitte N mit der Vertikalen in C zur Richtung des Kolbenweges verlängert; das Verhältnis der Strecke CN zum Halbmesser $r = CB$ ergibt das jeweilige Verhältnis von T zu P .

T als Ordinate über den Kurbelweg als Abscisse aufgetragen und die Endpunkte der Ordinaten durch eine kontinuierliche Kurve verbunden, gibt die Tangentialdruckkurve nach Fig. 167. Die Fläche des Diagrammes stellt die an die Kurbel übertragene Arbeit pro Umdrehung der Maschine dar; sie ist bei Vernachlässigung der Reibung des Gestänges gleich der Fläche des Indikatordiagrammes.

173. Einfluß der Reibung. Die Reibung des Kolbens im Cylinder sowie der Kolbenstange in der Stopfbüchse kann, sobald ihre Größe bekannt ist, einfach in der Weise berücksichtigt werden, daß man einen

in seinem Flächenausmaße jedoch nicht mehr gleich ist der Fläche des Indikatordiagrammes. Die Differenz dieser beiden Flächen stellt jedoch nicht die ganze durch Reibung verlorene Arbeit der Maschine dar, nachdem die Reibung der Kurbelwelle selbst, der Steuerung und anderer von der Maschine bewegter Teile derselben in Berücksichtigung gezogen werden müßte, wenn es sich um Bestimmung des Wirkungsgrades der Maschine als eines vollkommen geschlossenen Mechanismus handelt.

174. Einfluß der Trägheit der abwechselnd bewegten Teile der Maschine. Das auf diese Weise ermittelte Momenten- beziehungsweise Tangentialdruckdiagramm erfährt eine weitere Veränderung, wenn man den Einfluß der Trägheit der abwechselnd bewegten Teile und zwar in erster Linie des Kolbens samt Stange und Kreuzkopf sowie der Schubstange in Betracht zieht; dieser Einfluß ist im allgemeinen viel wichtiger als jener der Reibung.

Um den Einfluß der Trägheit dieser Teile der Maschine zu untersuchen wollen wir annehmen, daß die Kurbel mit n sekundlichen Umdrehungen gleichmäßig rotiert.

Sei M das Gewicht des Kolbens, der Kolbenstange und des Kreuzkopfes, a die Zunahme der Geschwindigkeit dieser Teile in irgend einem Punkte des Kolbenhubes, dann ist die zur Hervorbringung dieser Geschwindigkeitszunahme erforderliche Kraft

$$\frac{M a}{g}$$

Diese Kraft ist bei Bestimmung des wirklichen Wertes des Kolbendruckes P in Abzug zu bringen.

Nachdem die Geschwindigkeit des Kolbens von der Geschwindigkeit gleich Null im Totpunkte bis zur Maximalgeschwindigkeit in der Nähe der Hubmitte zunimmt, um dann wieder auf die Geschwindigkeit gleich Null im zweiten Totpunkte abzunehmen, wird die Trägheit der bewegten Massen während des ersten Teiles des Kolbenhubes eine Verminderung, gegen Ende desselben jedoch eine Vergrößerung des Kolbendruckes P zur Folge haben, wodurch namentlich bei kleineren Füllungen eine größere Gleichförmigkeit des Druckes während des ganzen Hubes erzielt wird.

Wäre die Schubstange so lang, daß der Einfluß ihrer Neigung gegen die Bewegungsrichtung des Kolbens vernachlässigt werden könnte, dann würde der Kolben die einfache schwingende Bewegung besitzen und der Kolbenweg s für irgend einen Drehungswinkel α der Kurbel, von der Totlage derselben, durch die einfache Beziehung

$$s = r(1 - \cos \alpha)$$

gegeben sein. Daraus bestimmt sich in bekannter Weise die Beschleunigung a :

$$\text{Kolbengeschwindigkeit } c = \frac{ds}{dt} = r \sin \alpha \frac{d\alpha}{dt}.$$

$$\text{Umfangsgeschwindigkeit der Kurbel } v = r \frac{d\alpha}{dt} = 2r\pi n;$$

somit

$$c = 2r\pi n \sin \alpha.$$

$$\text{Beschleunigung } a = \frac{dc}{dt} = 2r\pi n \frac{d \sin \alpha}{d\alpha} \cdot \frac{d\alpha}{dt} = 4r\pi^2 n^2 \frac{d \sin \alpha}{d\alpha},$$

$$a = -4r\pi^2 n^2 \cos \alpha.$$

In Berücksichtigung der endlichen Stangenlänge l bestimmt sich für ein beliebiges Verhältnis l/r die Beschleunigung aus der Gleichung:

$$a = -4r\pi^2 n^2 \left(\cos \alpha + \frac{rl^2 \cos 2\alpha + r^3 \sin^4 \alpha}{(l^2 - r^2 \sin^2 \alpha)^{\frac{3}{2}}} \right).$$

Diese Gleichung ergibt sich auf folgende Weise: Der Neigungswinkel der Schubstange bei gegebenem Kurbeldrehungswinkel α sei β ($\beta = \sphericalangle BAC$, Fig. 166):

$$\beta = \sin^{-1} \left(\frac{r \sin \alpha}{l} \right),$$

$$\frac{d\beta}{dt} = \frac{r \cos \alpha}{\sqrt{l^2 - r^2 \sin^2 \alpha}} \cdot \frac{d\alpha}{dt} = \frac{2\pi n r \cos \alpha}{\sqrt{l^2 - r^2 \sin^2 \alpha}}.$$

Abermals differenziert und berücksichtigt, daß infolge der Annahme, die Kurbel rotiere mit gleichmäßiger Geschwindigkeit, $\frac{d^2\alpha}{dt^2} = 0$ ist, ergibt sich

$$\frac{d^2\beta}{dt^2} = \frac{-r(l^2 - r^2) \sin \alpha}{(l^2 - r^2 \sin^2 \alpha)^{\frac{3}{2}}} \cdot \left(\frac{d\alpha}{dt} \right)^2 = \frac{-4\pi^2 n^2 r (l^2 - r^2) \sin \alpha}{(l^2 - r^2 \sin^2 \alpha)^{\frac{3}{2}}}.$$

Sei ferner (Fig. 166)

$$AC = x = r \cos \alpha + l \cos \beta,$$

$$\frac{dx}{dt} = -r \sin \alpha \frac{d\alpha}{dt} - l \sin \beta \frac{d\beta}{dt},$$

und

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = -r \cos \alpha \left(\frac{d\alpha}{dt} \right)^2 - l \cos \beta \left(\frac{d\beta}{dt} \right)^2 - l \sin \beta \frac{d^2\beta}{dt^2}.$$

Setzt man die obigen Werte für $\frac{d\alpha}{dt}$, $\frac{d\beta}{dt}$ und $\frac{d^2\beta}{dt^2}$ ein, setzt man ferner $r \sin \alpha$ für $l \sin \beta$ und $\sqrt{l^2 - r^2 \sin^2 \alpha}$ für $l \cos \beta$, dann erhält man den oben angeführten Ausdruck für a :

$$a = -4r\pi^2 n^2 \left(\cos \alpha + \frac{rl^2 \cos 2\alpha + r^3 \sin^4 \alpha}{(l^2 - r^2 \sin^2 \alpha)^{\frac{3}{2}}} \right).$$

Der so gefundene Wert von a bestimmt sodann für jeden beliebigen Kurbeldrehungswinkel bzw. jede beliebige Kolbenstellung die zur Her-

vorbringung dieser Geschwindigkeitszunahme erforderliche Kraft, den sogenannten Beschleunigungsdruck. Trägt man diesen Druck als Ordinate über den Kolbenweg als Abscisse auf, dann erhält man die Beschleunigungsdruckkurve Fig. 170. Für die Stangenlänge gleich unendlich wird diese Kurve durch die strichpunktierte gerade Linie cd dargestellt; die vollgezogene Kurve aeb entspricht einer Stangenlänge gleich der $3\frac{1}{2}$ -fachen Kurbellänge.

Die schraffierte Diagrammfläche stellt somit das hinsichtlich des Einflusses der Trägheit der abwechselnd bewegten Massen rektifizierte Diagramm des effektiven Dampfdruckes dar.

Bei einer stehenden Maschine ist das Gewicht des Kolbens, der Kolbenstange und des Kreuzkopfes zum Kolbendrucke P zu addieren oder von demselben abzuziehen.

Die Form der Beschleunigungsdruckkurve aeb kann man auf viel kürzerem und für den in Rede stehenden Zweck hinreichend genauem

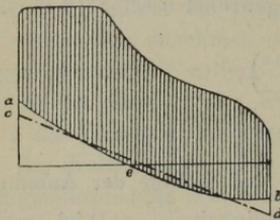


Fig. 170.

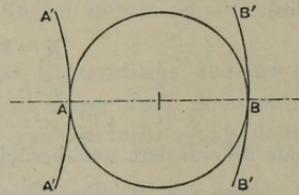


Fig. 171.

Wege dadurch bestimmen, daß man die Lage der Punkte a , e und b ermittelt und durch diese drei Punkte eine kontinuierliche, dem Charakter derselben entsprechende Kurve zieht.

Die Lage des Punktes e im Kolbenhube ergibt sich von selbst, indem in diesem Punkte die Beschleunigung gleich Null, somit die Geschwindigkeit des Kolbens ein Maximum ist; dies ist in jener Kurbelstellung der Fall, in welcher die Schubstange nahezu senkrecht zur Kurbel steht (die genaue Position siehe §§ 175 und 176).

Die Beschleunigung im Punkte a ist die Zentrifugalbeschleunigung, gebildet aus der Summe der Beschleunigung in der Kreisbahn des Kurbelzapfens und in der mit der Länge der Schubstange l als Halbmesser beschriebenen Kreisbahn AA' Fig. 171. In gleicher Weise entspricht die Beschleunigung im Punkte b der Differenz dieser Zentrifugalbeschleunigungen.

Bedeutet somit nach früher v die Geschwindigkeit des Kurbelzapfens, dann ist die Acceleration im Punkte a

$$\frac{v^2}{r} + \frac{v^2}{l},$$

jene im Punkte b

$$\frac{v^2}{r} - \frac{v^2}{l}.$$

Substituiert man für v den Wert $2r\pi n$, dann ergibt sich die Beschleunigung des Kolbens in diesen beiden Punkten mit

$$4r\pi^2 n^2 \left(1 + \frac{r}{l}\right) \text{ und } 4r\pi^2 n^2 \left(1 - \frac{r}{l}\right).$$

Diese beiden Werte ergeben sich selbstverständlich auch aus der vorhin entwickelten Gleichung der Beschleunigung a , wenn man darin $\alpha = 0$ und $\alpha = 180^\circ$ einsetzt.

175. Graphische Methode der Bestimmung der Kolbenbeschleunigung. Die großen Geschwindigkeiten, mit welchen man heutzutage Wärmekraftmaschinen arbeiten läßt, erfordern in hohem Maße die Berücksichtigung des Einflusses der hin- und hergehenden Massen; infolgedessen sind auch in neuester Zeit bedeutsame Arbeiten über diesen Gegenstand sowie zahlreiche Vorschläge behufs Vereinfachung des Entwurfes der Beschleunigungsdiagramme veröffentlicht worden*). Unter diesen Konstruktionen sind jene von Mohr und Rittershaus (*Civilingenieur* 1879) am einfachsten; sie leiden jedoch, wie der Proellsche Satz, an dem Übelstande, daß sie gerade in der Nähe der toten Punkte, wo die Beschleunigungsdrücke am größten sind, illusorisch werden; andererseits ist auch die Ableitung der Konstruktion nicht genügend einfach, worunter die Anschaulichkeit, welcher die graphische Methode in erster Linie ihre Anwendung verdankt, sehr leidet. Eine dieser verschiedenen Konstruktionen und zwar die unter dem Namen Kleins Konstruktion bekannt gewordene Methode der praktischen Bestimmung der Kolbenbeschleunigung sei hier im Zusammenhange besprochen und in Fig. 172 dargestellt.

Der Kurbelzapfen befinde sich im Punkte P , die Lage der Kurbel und Schubstange ist somit durch CP und AP gegeben. Man verlängere

*) Radinger, *Dampfmaschinen mit hoher Kolbengeschwindigkeit*. — Proell, *Graphische Dynamik*. — Burmester, *Kinematik*. — Unwin, *Elements of Machine Design*. Vol. II. — Lorenz, *Die Massenwirkung am Kurbelgetriebe und ihre Ausgleichung bei mehrkurbeligen Maschinen*; Zeitschr. d. Vereins deutscher Ing. 1897. — Kirsch, *Über die graphische Bestimmung der Kolbenbeschleunigung*, ebenda 1890. — *Civilingenieur* 1879, S. 612 und 1883, S. 136, 283. — *Tijdschrift van het koninklijk Instituut van Ingenieurs*, 1890—91, von F. J. Vaes. — Ferner die in neuester Zeit erschienenen Arbeiten: Lorenz, *Dynamik der Kurbelgetriebe mit besonderer Berücksichtigung der Schiffsmaschinen*, Leipzig 1901. — Schubert, *Theorie des Schlickschen Massenausgleiches bei mehrkurbeligen Dampfmaschinen*, Leipzig 1901. — Schlick, *On balancing of steam-engines*, Institution of Naval Architects und Engineering 1900.

die Gerade AP bis zum Durchschnittspunkte N mit der durch das Wellenmittel C gezogenen Vertikalen und beschreibe mit PN als Radius von P als Mittelpunkt einen Kreis. Von dem Halbierungspunkte E der Stangenlänge AP als Mittelpunkt beschreibe man mit EP als Halbmesser einen Kreisbogen, welcher den von P aus beschriebenen Kreis in den Punkten F und G durchschneidet.

Nun verbinde man F und G und verlängere diese Linie bis zum Durchschnitte H mit der Linie AC . Die Strecke HC multipliziert mit dem

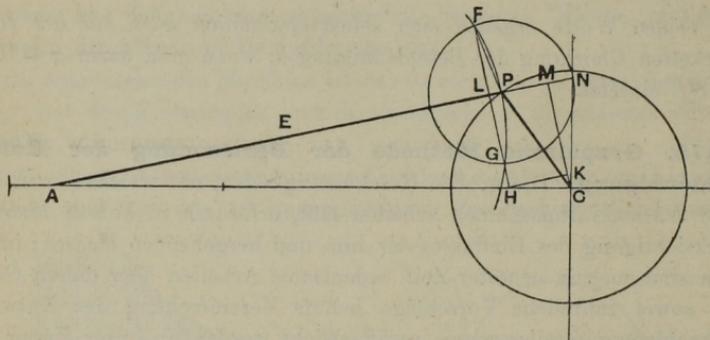


Fig. 172.

Quadrate der Winkelgeschwindigkeit der Kurbel gibt die Kolbenbeschleunigung; oder mit anderen Worten, wenn die Länge CP die Radialbeschleunigung des Kurbelzapfens darstellt, dann repräsentiert HC die Beschleunigung des Kolbens.

Um dies zu beweisen, ziehe man CM senkrecht und HK parallel zu PN ; ferner bestimme man den Momentan-Schwingungsmittelpunkt I der Schubstange, indem man CP bis zum Durchschnitte mit einer in A errichteten Vertikalen verlängert. Das in der Fig. 172 nicht eingezeichnete Dreieck AIP ist ähnlich dem Dreiecke NCP und daraus folgt

$$\frac{IP}{CP} = \frac{AP}{PN}.$$

Bezeichne ω die Winkelgeschwindigkeit der Kurbel und ω' die korrespondierende Winkelgeschwindigkeit der Schubstange, ferner v die Umfangsgeschwindigkeit des Kurbelzapfens, dann ist

$$\omega = \frac{v}{CP}$$

und

$$\omega' = \frac{v}{IP},$$

ferner

$$\omega' = \omega \frac{CP}{IP} = \omega \frac{PN}{AP}.$$

Die Bewegung der Schubstange kann man sich aus zwei Bewegungen zusammengesetzt denken und zwar aus der Bewegung in der Richtung der Tangente an den Kurbelwarzenkreis im Punkte P mit der Geschwindigkeit v und der Winkelbewegung um P mit der Winkelgeschwindigkeit ω' . Die Beschleunigung des Punktes P längs PC ist $\omega^2 PC$; man kann dieselbe in Komponenten in der Richtung der Stange und senkrecht zu dieser auflösen. Die Komponente in der Stangenrichtung ist $\omega^2 PM$; dies ist zugleich die Beschleunigung des Punktes A in der Richtung AP , insofern A infolge der Bewegungsübertragung auf die Stange eine Beschleunigung erhält. Die Acceleration des Punktes A infolge der Drehbewegung der Stange um P ist

$$\omega'^2 AP = \omega^2 \frac{PN^2}{AP} = \omega^2 \frac{PF^2}{AP} = \omega^2 LP,$$

nachdem

$$\frac{LP}{PF} = \frac{PF}{AP}.$$

Diese Beschleunigung tritt gleichfalls in der Richtung AP auf. Die totale Beschleunigung des Punktes A in der Richtung AP ist daher

$$\omega^2 (PM + LP) = \omega^2 LM;$$

die andere Komponente der Acceleration steht senkrecht zu AP .

Die Beschleunigung a des Punktes A in der Richtung AC ist somit

$$\omega^2 LM \frac{HC}{HK} = \omega^2 HC$$

(nachdem infolge der Konstruktion $LM = HK$), was zu beweisen war.

Die zu AP senkrechte Komponente der Acceleration des Punktes A ist $\omega^2 CK$. Dieselbe setzt sich ihrerseits zusammen aus der Komponente $\omega^2 CM$, der allgemeinen Acceleration $\omega^2 CP$ der Stange und aus der Acceleration $AP \frac{d^2\beta}{dt^2}$, zufolge der Drehung um P mit der Winkelgeschwindigkeit ω' .

Es ist somit

$$\omega^2 CK = \omega^2 CM - AP \frac{d^2\beta}{dt^2},$$

oder

$$AP \frac{d^2\beta}{dt^2} = \omega^2 (CM - CK) = \omega^2 LH$$

und

$$\frac{d^2\beta}{dt^2} = \omega^2 \frac{LH}{AP}.$$

Faßt man diese Resultate zusammen, so ergibt sich:

Die Winkelgeschwindigkeit der Schubstange, gleich $\omega \frac{PN}{AP}$, ändert sich mit der Größe der Strecke PN .

Die Winkelbeschleunigung der Schubstange, gleich $\omega^2 \frac{LH}{AP}$, ändert sich mit der Größe der Strecke LH .

Die Beschleunigung des Kolbens, gleich $\omega^2 CH$, ändert sich mit der Größe der Strecke CH .

176. Stellung der Kurbel, in welcher die Beschleunigung des Kolbens gleich Null ist. Die Stellung der Kurbel, in welcher die Beschleunigung des Kolbens gleich Null, die Geschwindigkeit desselben somit ein Maximum ist, läßt sich entweder unter Zugrundelegung der im vorhergehenden erörterten Konstruktion oder auf andere Weise ermitteln. Aus dem Diagramm Fig 172 ergibt sich diese Kurbelstellung für jene Lage des Punktes P , für welche H mit C zusammenfällt; der dieser Kurbellage entsprechende Drehungswinkel α bestimmt sich aus der kubischen Gleichung von $\sin^2 \alpha$

$$\sin^6 \alpha - n^2 \sin^4 \alpha - n^4 \sin^2 \alpha + n^4 = 0,$$

wenn n das Verhältnis der Stangenlänge zur Kurbellänge darstellt*).

In der nachstehenden Tabelle sind die Werte des Winkels α für verschiedene Stangenverhältnisse n sowie jene Winkel zusammengestellt, in welchen die Richtung der Schubstange den Kurbelwarzenkreis tangiert.

Stangenverhältnis n	Kurbeldrehungswinkel, vom Totpunkte gerechnet, für welchen die Kolbengeschwindigkeit ein Maximum wird	Kurbeldrehungswinkel, bei welchem die Stangenrichtung senkrecht zur Kurbel steht
2	67° 42'	63° 26'
3	73° 11'	71° 34'
4	76° 43'	75° 58'
5	79° 7'	78° 41'
6	80° 48'	80° 32'
7	82° 2'	81° 52'
8	82° 59'	82° 52'
9	83° 44'	83° 40'
10	84° 20'	84° 17'

Diese Tabelle zeigt, daß die in § 174 gemachte Annahme, die größte Kolbengeschwindigkeit finde bei jener Stellung des Kolbens statt, bei welcher die Stangenrichtung nahezu senkrecht zur Kurbel steht, unter den gewöhnlich vorkommenden Verhältnissen keinen merkbaren Fehler in der Berechnung des Beschleunigungsdruckes zur Folge hat.

*) Siehe Professor Minchins *Uniplanar Kinematics*, 1882, S. 48. Ferner die Arbeiten von Prof. Hill, Unwin und Burls in *Min. Proc. Inst.*, Vol. CXXIV.

177. Trägheit der Schubstange. Der Einfluß der Trägheit der Schubstange ist viel schwieriger zu behandeln wie jener der abwechselnd geradlinig bewegten Teile. Eine rohe Annäherung des wirklichen Einflusses wird erreicht, indem man annimmt, daß die Masse der Schubstange zum Teil im Kreuzkopfe, zum Teil im Kurbelzapfen konzentriert sei, somit einerseits eine Vermehrung der nur abwechselnd bewegten Masse, andererseits eine Vermehrung der nur rotierenden Masse des Schwungrads zur Folge hat. Diese Aufstellung kann für den praktischen Gebrauch genügend genau in der Weise vorgenommen werden, daß $\frac{1}{3}$ der Masse der Schubstange die rotierende Masse und $\frac{2}{3}$ derselben die hin- und hergehende Masse vermehrt.

Um diesen Einfluß jedoch genau bestimmen zu können, muß die Bewegung der Stange als eine Doppelbewegung, zusammengesetzt aus der geradlinigen Bewegung des Kreuzkopfes und der Rotationsbewegung um den Kreuzkopfbzapfen als Zentrum, aufgefaßt werden. Unter dieser Voraussetzung kann die zur Beschleunigung der Schubstange erforderliche Kraft als Resultierende dreier Komponenten bestimmt werden. Diese Komponenten sind, unter Bezug auf Fig. 173, die Kraft F_1 , erforderlich zur Hervorbringung der linearen Beschleunigung a (es ist dies dieselbe Kraft, welche für den Kolben etc. ermittelt wurde); die Kraft F_2 , erforderlich zur Hervorbringung der Winkelbeschleunigung der Drehung der Stange um den Kreuzkopfbzapfen, und F_3 , die gegen das Rotationszentrum gerichtete Kraft, welche von der Größe der Winkelgeschwindigkeit abhängt, gleich der Zentrifugalkraft ist und derselben entgegengesetzt wirkt.

Sei wieder β der Neigungswinkel BAC der Stange, Fig. 173, so daß $\frac{d\beta}{dt}$ die Winkelgeschwindigkeit der Stange in bezug auf den Drehpunkt A bedeutet, dann ist $\frac{d^2\beta}{dt^2}$ die Winkelbeschleunigung; M' sei die Masse der Stange. In Gravitationseinheiten ausgedrückt wird

$$F_1 = \frac{M' a}{g}$$

und wirkt parallel zu AC , an dem Schwerpunkte G der Stange angreifend;

$$F_2 = \frac{M'(AG)}{g} \cdot \frac{d^2\beta}{dt^2},$$

unter einem rechten Winkel gegen die Stangenrichtung wirkend und an dem Stoßzentrum H angreifend.

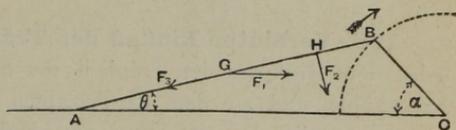


Fig. 173.

$$F_3 = \frac{M'(AG)}{g} \cdot \left(\frac{d\beta}{dt}\right)^2,$$

längs der Stange in der Richtung gegen A wirkend.

Die Werte von a , $\frac{d\beta}{dt}$ und $\frac{d^2\beta}{dt^2}$ in Beziehung zum Kurbeldrehungswinkel α wurden bereits in § 174 entwickelt.

Denkt man sich nun die Richtung der Kräfte F_1 , F_2 und F_3 umgekehrt, dann werden diese entgegengesetzt wirkenden Kräfte, mit dem Gewichte der Stange zusammengesetzt, die in den Punkten A und B derselben angreifenden äußeren Kräfte ausgleichen.

Um das Kräftepolygon zu entwerfen, beziehe man jede dieser Kräfte sowie das Gewicht der Stange auf die beiden Punkte A und B und handle die Stange als ein Glied in einem Rahmen, welches in den Anlenkpunkten belastet ist und lediglich nur einen Druck seiner Längsrichtung nach äußert. Im Punkte A sind alle Kräfte ihrer Richtung nach bekannt; zwei dieser Kräfte sind jedoch ihrer Größe nach unbekannt; diese findet man, indem man das Kräftepolygon für den Punkt A entwirft; das Polygon des Punktes B gibt sodann die Größe und Richtung der auf den Kurbelzapfen wirkenden Kräfte.

178. Vereinter Einfluß der Trägheit und der Reibung. Wenn nebst dem Einflusse der Trägheit der Schubstange auch die Reibung im Kreuzkopfe und an dem Kurbelzapfen berücksichtigt werden soll, dann kann man die ganze Gruppe von Kräften, welche auf die Stange einwirken, nach folgendem Verfahren behandeln, um das auf den Kurbelzapfen einwirkende Drehmoment bestimmen zu können.

Man vereine die den Kräften F_1 , F_2 und F_3 (Fig. 173) gleichen, jedoch entgegengesetzt wirkend

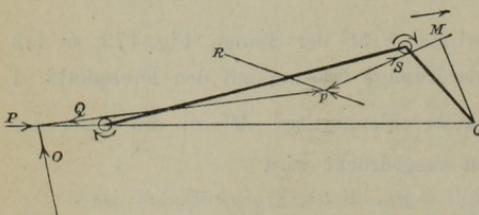


Fig. 174.

gedachten Kräfte in eine einzige Kraft R (Fig. 174), welche man als resultierenden Widerstand der Acceleration der Schubstange bezeichnen kann. Unter dem Einflusse der Kräfte Q , R und S , wenn Q und S die vom Kreuzkopfe und dem Kurbelzapfen auf die Schubstange ausgeübten Kräfte darstellen, kann die Stange in irgend einer Lage als im Gleichgewicht befindlich betrachtet werden.

Diese drei Kräfte begegnen sich in einem Punkte p in der Richtung der Kraft R ; dieser Punkt wird versuchsweise bestimmt, indem man von

der Bedingung ausgeht, daß in dem Kräfte-diagramm Fig. 175, nachdem man das Kräftedreieck POQ gezeichnet und durch die Kraft R erweitert hat, die Krafrichtung S (siehe Fig. 174) parallel zu einer von p aus tangierend an den Reibungskreis des Kurbelzapfens gezogenen Linie sein soll.

Sobald diese Bedingung im Wege des Probierens erfüllt ist, dann ist auch der Wert von S , der Druck gegen den Kurbelzapfen, bestimmt und in dem Produkte $S \cdot \overline{CM}$ das Drehmoment der Kurbel ermittelt*).

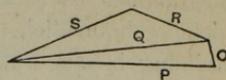


Fig. 175.

Fig. 176 stellt das Diagramm einer horizontalen, direkt wirkenden Dampfmaschine dar; die volle Linie ist mit Rücksicht auf die Reibung, die strichlierte Linie ohne Rücksicht auf dieselbe gezeichnet; die Trägheit der abwechselnd bewegten Teile und der Schubstange, sowie das Gewicht der letzteren wurde selbstverständlich bei Entwurf der Kurven berücksichtigt.

Das Diagramm Fig. 176, welches für eine Füllung von $\frac{1}{6}$ des Kolbenhubes entworfen wurde, stellt zugleich den Einfluß der abwechselnd bewegten Teile der Maschine auf den Ausgleich des Tangentialdruckes während eines vollen Hubes bei Maschinen dar, welche mit kleinen Füllungen, also sehr veränderlichen Kolbendrücken, arbeiten.

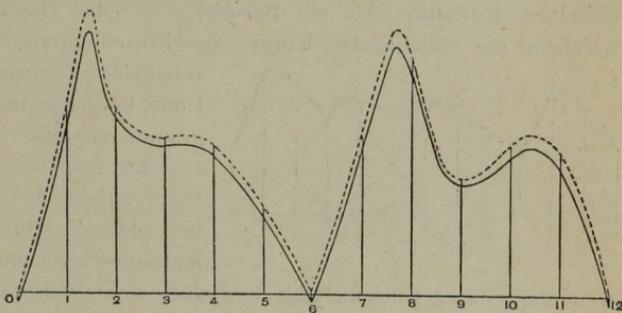


Fig. 176.

Die in Rede stehende Maschine besitzt normale Dimensionsverhältnisse und arbeitet mit 240 Umdrehungen pro Minute. Aus dem Diagramm ist zugleich ersichtlich, daß mit einer etwas höheren Kolbengeschwindigkeit oder schwererem Gestänge eine noch größere Gleichförmigkeit der Arbeit an der Kurbel erzielt werden könnte, namentlich hinsichtlich des gegen die Kurbel gerichteten Hubes, mit welchem das Diagramm beginnt.

Andererseits würde durch eine übermäßige Vermehrung der Masse der abwechselnd bewegten Teile oder deren Geschwindigkeit die Un-

*) Diese Methode der Bestimmung des Einflusses der Reibung ist einer Arbeit von Fleeming Jenkin in den *Verhandlungen der königlichen Gesellschaft in Edinburgh*, Vol. XXVIII, S. 1 und 703 entnommen.

gleichförmigkeit der Druckverteilung infolge der Expansion überkorrigiert, d. h. eine neue Ungleichmäßigkeit hineingetragen werden.

Bei dem Entwurfe von Kurbelbelastungs- oder Tangentialdruckdiagrammen ist es in der Praxis gewöhnlich nicht notwendig, somit auch nicht gebräuchlich, auf den verhältnismäßig sehr geringen Einfluß der Reibung in den Führungen und Zapfen Rücksicht zu nehmen; der Einfluß der Trägheit des Kolbens, der Kolben- und Schubstange ist jedoch von der größten Bedeutung, namentlich bei schnellgehenden Maschinen. Die im vorhergehenden in Kürze erörterte graphische Methode der Bestimmung des Druckes S auf den Kurbelzapfen (Fig. 174 und 175) findet selbstverständlich auch auf den Fall Anwendung, daß die Reibung vernachlässigt werde.

179. Tangentialdruckdiagramm für zwei- und mehrfache Kurbeln. Wenn zwei oder mehrere Kurbeln auf ein und dieselbe Welle wirken, bestimmt sich das Diagramm der resultierenden Drehmomente oder Tangentialdrücke durch die Vereinigung der Momentendiagramme der einzelnen Kurbeln. Als ein Beispiel diene das Diagramm Fig. 177, in welchem die strichlierten Kurven die Einzeldiagramme zweier unter 90°

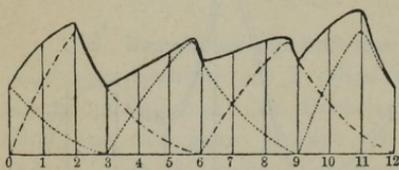


Fig. 177.

versetzten Kurbeln, die vollgezogene Linie hingegen das kombinierte Diagramm darstellt.

Es ist, wie schon aus dieser Figur allein hervorgeht, unzweifelhaft, daß die Ungleichförmigkeit der Kurbelbeanspruchung durch die Anwendung zweier Kurbeln statt nur einer wesentlich vermindert wird und daß somit durch die Anwendung von drei Kurbeln eine verhältnismäßig hohe Gleichförmigkeit des resultierenden Drehmomentes erzielt werden kann.

Als Beispiel des Tangentialdruckdiagrammes einer Dreikurbelmaschine diene Fig. 178, gezeichnet für eine Dreifachexpansionsschiffsmaschine mit drei unter 120° versetzten Kurbeln. Diese Figur diene gleichzeitig als Illustration einer anderen, gleichfalls gebräuchlichen Methode der graphischen Darstellung des Drehmomentes, bei welcher die Momente beziehungsweise Tangentialdrücke als radiale Ordinaten über eine Kreislinie, als Nulllinie, aufgetragen erscheinen. Die Kurven dieses Diagrammes stellen die wirklichen Kurbeldrücke unter Zugrundelegung der hinsichtlich der Trägheit der bewegten Massen rektifizierten Indikatoridiagramme dar; sie sind, wie aus den eingeschriebenen Zahlen ersichtlich, für verschiedene Tourenzahlen bis 140 pro Minute gezeichnet, wobei die mit 0 markierte Linie sich auf eine ungemein langsame Bewegung der Maschine bezieht.

Im Gegensatz zu der hohen Gleichförmigkeit des Tangentialdruckes, welche durch drei Kurbeln erreicht werden kann, möge schon an dieser Stelle als Beispiel die heute noch als Gasmaschine dominierende, im sogenannten Viertakt arbeitende Explosionsmaschine erwähnt werden, bei welcher die ganze auf die Kurbel übertragene Effektivarbeit während eines Kolbenhubes einer Doppelumdrehung der Maschine geleistet wird, indem zwei der restlichen drei Hübe (Saughub und Ausströmhübe) nutzlos verlaufen und der dritte Hub zur Kompression des explosiblen Gemenges vor dessen Entzündung dient. Die hohe Ungleichförmigkeit des während einer

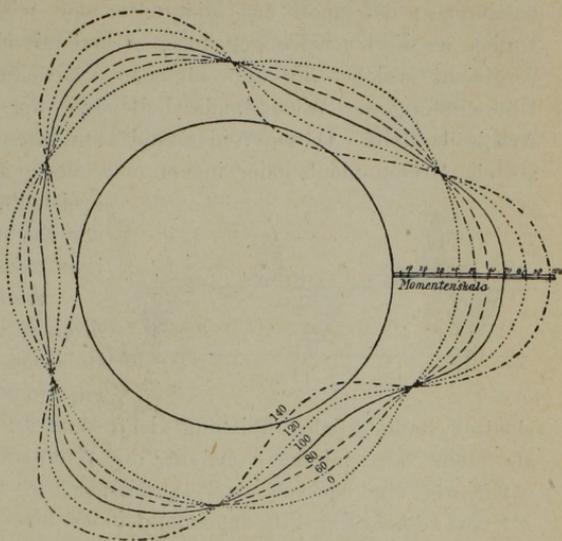


Fig. 178.

Arbeitsperiode (Doppelumdrehung) einer solchen Maschine auf die Kurbel übertragenen Drehmomentes erfordert unter sonst gleichen Verhältnissen viel schwerere Schwungräder, damit die Geschwindigkeitsschwankungen gewisse, praktisch zulässige Grenzwerte nicht überschreiten.

Die Bestimmung des Schwungradgewichtes für einen bestimmten zu erreichenden Gleichförmigkeitsgrad erfolgt auch hier auf bekannte Weise, nur mit dem Unterschiede, daß in dem vorliegenden Falle das Tangentialdruckdiagramm auf zwei Umdrehungen ausgedehnt werden muß, nachdem eine vollständige Arbeitsperiode vier Kolbenhübe umfaßt.

Bei Ermittlung der von dem Schwungrade einer Explosions- oder Verbrennungsmaschine während einer Periode aufgenommenen und abgegebenen Arbeit ist es praktisch nicht notwendig, auf den Einfluß der Trägheit der abwechselnd bewegten Teile der Maschine Rücksicht zu nehmen; diese ist genügend genau aus dem Indikatordiagramm bestimmt, indem man die während des einfachen Arbeitshubes auf den Kolben übertragene Arbeit mit der während der vier Hübe einer Periode geleisteten mittleren Arbeit vergleicht.

Ein ausführliche Behandlung dieses Gegenstandes siehe *Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure* 1901, S. 365 u. 409 „Berechnung des Schwungradgewichtes der Verbrennungsmotoren“ von H. Güldner, Augsburg.

180. Geschwindigkeitsschwankungen in Beziehung zur Energie des Schwungrades. Die Grenzen, innerhalb welcher das Schwungrad als Energiereservoir ausgleichend wirkt, lassen sich dadurch bestimmen, daß man das Diagramm der seitens des Kolbens oder der Kolben an die Kurbel abgegebenen Arbeit mit einem ähnlichen Diagramme vergleicht, welches die während einer Umdrehung von der Kurbel behufs Überwindung der Widerstandsarbeit sowie der Eigenreibung abgegebene Arbeit darstellt. Dieser Widerstand kann ebenso wie die treibende Kraft als ein Drehmoment, oder indem man dieses Moment durch den Kurbelkreishalbmesser dividiert, durch den am Kurbelkreis wirkenden Tangentialdruck ausgedrückt werden.

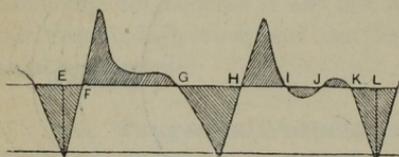


Fig. 179.

Wenn die Maschine nicht zum direkten Betriebe einer Pumpe, eines Gebläses, eines Kompressors oder einer anderen Arbeitsmaschine periodisch veränderlicher Leistung dient, kann der Widerstand an der Kurbel als mehr oder minder konstant, die Widerstandskurve des Diagrammes somit als eine gerade, zur Abszissenachse parallel verlaufende Linie *EFGHIJKL* Fig. 179 angenommen werden.

In den Punkten *F*, *G*, *H*, *I*, *J* und *K* ist die an die Kurbel übertragene gleich der von derselben abgegebenen Arbeit; in diesen Punkten wird das Schwungrad daher weder Geschwindigkeit aufnehmen noch Geschwindigkeit abgeben. Die über *FG* liegende schraffierte Fläche des Diagrammes stellt daher einen Überschuß der von der Kurbel aufgenommenen Arbeit dar, welche die Geschwindigkeit des Schwungrades von einem Minimum in *F* auf ein Maximum in *G* erhöht. Andererseits wird während der Drehung der Kurbel von *G* bis *H* das Schwungrad, den eingetretenen Arbeitsmangel ersetzend, im Ausmaße der unter der *GH*-Linie liegenden schraffierten, die Differenz zwischen Arbeitabgabe und Arbeitsaufnahme darstellenden Fläche, Arbeit an die Kurbel abgeben, infolgedessen die Geschwindigkeit desselben von dem Maximalwerte in *G* auf ein Minimum in *H* abnehmen wird, um in *I* wieder ein Maximum zu erreichen u. s. f.

Die Arbeitsüberschüsse gleichen in jeder Umdrehung (Arbeitsperiode) den Arbeitsmangel aus, wenn, wie vorausgesetzt werden muß, die Maschine mit konstanter sekundlicher Tourenzahl läuft; es muß daher die Summe der über der *EL*-Linie liegenden Arbeitsflächen gleich der Summe der unter dieser Linie liegenden schraffierten Flächen sein. Der nachstehenden Untersuchung liegt die Annahme zugrunde, daß diese Arbeitsüberschüsse oder Abgänge im Verhältnisse zu der im Schwungrade

Die Arbeitsüberschüsse gleichen in jeder Umdrehung (Arbeitsperiode) den Arbeitsmangel aus, wenn, wie vorausgesetzt werden muß, die Maschine mit konstanter sekundlicher Tourenzahl läuft; es muß daher die Summe der über der *EL*-Linie liegenden Arbeitsflächen gleich der Summe der unter dieser Linie liegenden schraffierten Flächen sein. Der nachstehenden Untersuchung liegt die Annahme zugrunde, daß diese Arbeitsüberschüsse oder Abgänge im Verhältnisse zu der im Schwungrade

zufolge seiner Rotation aufgespeicherten Energie sehr klein sind, und daß daher die Schwankungen der Geschwindigkeit im Verhältnisse zur mittleren Geschwindigkeit gleichfalls als klein vorausgesetzt werden können. In der Praxis werden die Dimensionen und die Geschwindigkeit des Schwungrades stets so gewählt, daß dieser Voraussetzung entsprochen wird, denn der Hauptgegenstand der diesbezüglichen Untersuchungen besteht eben in der Ermittlung jener Energie, welche ein Schwungrad besitzen muß, damit die Geschwindigkeitsschwankungen eine bestimmte Grenze nicht überschreiten.

Bezeichne ΔE den größten Betrag an Energie, welchen das Schwungrad während einer Umdrehung (Arbeitsperiode) aufnimmt oder abgibt; derselbe wird am einfachsten dadurch ermittelt, daß man den Flächeninhalt der schraffierten Flächen Fig. 179 mißt und die größte dieser Einzelflächen wählt. Bezeichne ferner ω_1 und ω_2 den Maximal- und Minimalwert der Winkelgeschwindigkeit des Rades, entsprechend den Endpunkten jener Arbeitsperiode, während welcher die Energie ΔE angesammelt oder abgegeben wird, dann ist die mittlere Winkelgeschwindigkeit des Schwungrades ω_0 genügend genau gegeben durch den Wert $\frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2)$, wenn die Geschwindigkeitsänderungen innerhalb enger Grenzen liegen. Endlich sei E_0 die Energie des Schwungrades bei dieser mittleren Geschwindigkeit ω_0

$$E_0 = \frac{1}{2} J \omega_0^2,$$

wenn J das Trägheitsmoment des Schwungrades bezeichnet. Ferner ist

$$\Delta E = \frac{J(\omega_1^2 - \omega_2^2)}{2} = J \omega_0 (\omega_1 - \omega_2) = 2 E_0 \frac{(\omega_1 - \omega_2)}{\omega_0}.$$

Der Wert $\frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_0} = \delta$, das ist das Verhältnis der Differenz der Grenzgeschwindigkeiten zur mittleren Geschwindigkeit, bestimmt den Grad der Ungleichförmigkeit der Geschwindigkeit, beziehungsweise der Unstetigkeit des Ganges der Maschine, welchen das Schwungrad unverbessert läßt.

Wenn δ einen bestimmten Wert nicht überschreiten soll, dann muß das Schwungrad in seinen Abmessungen so gewählt werden, daß die Energie desselben

$$E_0 = \frac{\Delta E}{2\delta}.$$

Die periodischen Schwankungen der Geschwindigkeit zufolge der begrenzten Fähigkeit des Schwungrades, Energie aufzuspeichern, können experimentell dadurch nachgewiesen und untersucht werden, daß man z. B. eine Stimmgabel durch einen elektrischen Strom in gleichmäßige Schwingungen versetzt und diese Oszillationsbewegungen auf einer mit dem Schwungrade

rotierenden Oberfläche schreiben läßt. Man benützt hierzu am besten berußtes Papier, welches man an geeigneter Stelle um die Maschinenwelle spannt; die Gabel zeichnet mit Hilfe einer steifen Borste oder einer kleinen Feder, welche an einer der beiden Zinken befestigt ist, auf demselben wellenförmige Linien. Damit sich diese Linien nicht decken, wodurch die Deutlichkeit vollständig verloren ginge, muß die Gabel parallel zur geometrischen Achse der Maschinenwelle langsam fortbewegt werden, so daß die Wellenlinien der einzelnen Umdrehungen stets auf eine andere Partie der berußten Oberfläche gezeichnet werden können. Man benützt hierzu am einfachsten einen mittels Schraubenspindel bewegten Schlitten, in welchen die Gabel eingespannt wird und dessen langsam fortschreitende Bewegung von der Maschinenwelle direkt abgeleitet wird.

Dieses in Ruß geschriebene Diagramm wird nachher durch eine dünnflüssige Harzlösung fixiert und gestattet nun die unmittelbare Zeichnung der tatsächlichen Geschwindigkeitskurve, indem man vor Verwendung der Gabel die Zahl der Schwingungen pro Sekunde in geeigneter Weise bestimmte; war die Zahl der Schwingungen n , dann gibt die Entfernung von Wellenspitze zu Wellenspitze des Diagrammes den Weg am Umfange der Kurbelwelle in $\frac{1}{n}$ -Sekunde*).

181. Druckwechsel an den Zapfen. Der resultierende Dampfdruck auf den Kolben einer Dampfmaschine sei durch die Linie SS Fig. 180 für die beiden unmittelbar aufeinander folgenden Hübe derart dargestellt, daß diese Linie für die Bewegung des Kolbens gegen die Kurbelwelle über der Grundlinie, für die entgegengesetzte Bewegung desselben jedoch unter der Grundlinie oder Basis des Diagrammes liegt. In gleicher Weise stelle die Beschleunigungsdruckkurve RR jene Kräfte dar, welche zur Acceleration der abwechselnd bewegten Teile der Maschine aus-

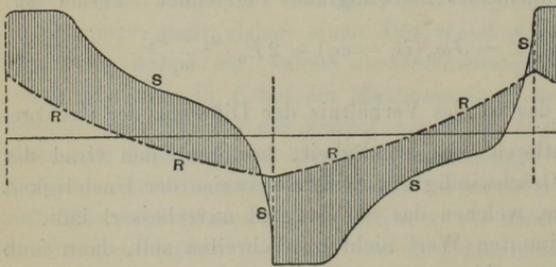


Fig. 180.

*) Beispiele hinsichtlich der Benützung dieser Methode zur Bestimmung des Ungleichförmigkeitsgrades δ siehe die Abhandlung von H. B. Ransome in *Minutes of Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, Vol. XCVIII; ferner *Society of Arts, Report on Trials of Motors for Electric Lighting* (1889), sowie J. Radinger, „Über Dampfmaschinen mit hoher Kolbengeschwindigkeit“, 3. Aufl., Wien, 1892.

genützt wurden. Die Punkte, in welchen die Dampfdruckkurve SS die Kurve RR durchschneidet, markieren jene Momente des Kolbenhubes, in welchen ein Druckwechsel an den Zapfen stattfindet. Wenn bei Entwurf der Kurve RR nur die Masse des Kolbens, der Kolbenstange und des Kreuzkopfes berücksichtigt wurde, dann entsprechen die Durchschnittspunkte der beiden Kurven jenen Stellen des Kolbenhubes, in welchen ein Druckwechsel am Kreuzkopfbzapfen stattfindet; wurde jedoch gleichzeitig die Masse der Schubstange berücksichtigt, dann beziehen sich diese Punkte auf den Druckwechsel am Kurbelzapfen.

Nachdem zwischen den Zapfen und Schalen der Stangenköpfe immer ein, wenn auch noch so kleiner Zwischenraum bestehen muß, um die freie Bewegung und genügend reichliche Schmierung zu ermöglichen, wird jeder plötzliche Druckwechsel an den Zapfen mit einem mehr oder minder heftigen Schlag verbunden sein. Um eine Maschine gegen solche harte Schläge zu sichern, muß einerseits der Spielraum zwischen Zapfen und Schale so klein als möglich gemacht und andererseits der Verlauf des Dampfdruckdiagrammes derartig gewählt werden, daß, wenn sich die Dampfdruck- und Trägheitskurve kreuzen, der Übergang der positiven Distanzen zwischen denselben in die negativen, oder mit anderen Worten, die Annäherung der beiden Kurven allmählich erfolge, so daß der Druckwechsel den Charakter der Plötzlichkeit, welcher stets einen Stoß oder Schlag zur Folge hat, verliert. Prinzipiell sollte der Druckwechsel nur an den Totpunkten stattfinden, da er, wie auch die Erfahrung lehrt, in diesem Falle völlig stoßfrei und ohne Gefahr für die Konstruktion der Maschine verläuft. Sobald aber die Geschwindigkeit der abwechselnd bewegten Massen zunimmt, treten, wie bereits erörtert, neben den wechselnden Dampfdrücken auch Massendrücke auf, welche ebenso wie die hier in Betracht kommende Kompression den Druckwechsel auch außerhalb der Totpunkte zur Folge haben. Diese Erscheinung wird immer dann eintreten, wenn die zur Beschleunigung des Kolbens und der übrigen bewegten Massen erforderlichen Kräfte größer sind, als der gleichzeitig auf der Arbeitsseite auftretende effektive Dampfdruck. Dies wird der Fall sein, wenn der freie Dampfdruck bereits bei Beginn des Kolbenlaufes kleiner ist, als der bei gegebener Geschwindigkeit der Maschine erforderliche Beschleunigungsdruck, nachdem in diesem Falle das Gestänge zunächst durch die Kurbel mitgeschleppt werden muß, bis in dem Momente, wo der Dampfdruck den Beschleunigungsdruck überholt, der Druckwechsel in den Schalen, also verspätet, eintritt. Der Druck überspringt von der äußeren, bisher arbeitenden Schale beider Zapfen auf die innere, nunmehr die Kurbel drückende Seite. In diesem Momente steht aber die Kurbel nicht mehr im Totpunkte, die Massen besitzen bereits eine bestimmte Ge-

schwindigkeit, somit ist auch der drucklose Zeitraum des Überspringens der Schalen größer als in der Totlage der Maschine, denn es ist nicht nur der Zwischenraum zwischen Zapfen und Schale, zum mindesten also die Dicke der Ölschicht, sondern auch jener Weg zu überspringen, welchen der voraneilende Zapfen im Sinne der Bewegung der Schubstange in-zwischen zurückgelegt hat.

Während des Durchlaufens dieses zusammengesetzten Weges erscheint die Verbindung zwischen Gestänge und Kurbel gleichsam gelöst; der auf den Kolben wirkende, in dieser Periode meist noch volle Dampfdruck wird frei und schleudert das Gestänge der Kurbel mit momentan wesentlich erhöhter, dem Zwanglaufe der Maschine nicht mehr entsprechender Geschwindigkeit nach; diese erlangte Übergangsgeschwindigkeit wird in dem Momente, als die innere Schalenseite den Zapfen trifft, plötzlich vernichtet. Der hierdurch hervorgerufene Stoß wird um so heftiger sein, je größer die Übergangswege des drucklosen Laufes sind; je mehr sich daher die Kurbel im Momente des Druckwechsels von der Totlage entfernt hatte und je größer die Kolbengeschwindigkeit ist, desto mehr nehmen die Stöße den Charakter heftiger, mit blitzähnlicher Schnelligkeit erfolgender Schläge an, welche Zapfenbrüche und andere zerstörende Wirkungen zur Folge haben.

Ein Druckwechsel außerhalb des toten Punktes kann aber auch durch zu kleine Füllungen veranlaßt werden, wenn der Dampfdruck bald nach Beginn der Expansion unter jene Höhe sinkt, welche die bewegten Massen zu ihrer sich noch beschleunigenden Geschwindigkeit benötigen. In diesem Falle muß die bis dahin von Seite des Kolbens gedrückte Kurbel vorgeifen und eine Zeit lang, das Gestänge mit sich ziehend, antreibend wirken, bis der vereinte Druck des expandierenden Dampfes und der sich verzögernden Massen das Gestänge der Kurbel nachsendet und einen abermaligen Druckwechsel zur Folge hat.

Diese in der Expansionsperiode eintretenden Druckwechsel sind aber nicht mehr von so eminenten Gefahr, wie der rein verspätete Druckwechsel, nachdem in dieser Periode an und für sich geringere Kolbendrucke zur Wirkung gelangen.

Zu weit gehende Kompression kann gleichfalls Druckwechsel zur Folge haben; dieselben sind jedoch anderer Art, nicht von Stößen begleitet und daher, wie die Erfahrung lehrt, ohne schädigenden Einfluß.

Des Zusammenhanges wegen möge hier erwähnt werden, daß bei einigen Bauarten einfach wirkender Schnellläufer der Druckwechsel gänzlich vermieden ist, und daß daher in solchen Fällen selbst ein größerer Spielraum zwischen Zapfen und Schalen unschädlich ist.

Ein solcher Schnellläufer ist die bereits früher erwähnte und an späterer

Stelle besprochene Willansmaschine. Bei derselben ist nur die obere Kolben-
seite aktiv; Kolben und Schubstange sind daher während der ganzen Um-
drehung im Zustande der Kompression; während des Kolbenniederganges ist
dies der natürliche Zustand, mit Ausnahme des Falles einer so großen Kolben-
geschwindigkeit, daß der Punkt *a* des Diagrammes Fig. 170 über die Dampf-
druckkurve zu liegen kommt; während des Kolbenanhubes müssen die Massen
des Gestänges durch die Kurbel zunächst angehoben und beschleunigt werden;
sobald jedoch das Maximum der Geschwindigkeit erreicht ist (nahe der Mitte
des Hubes) und die Massen infolge der nun beginnenden Abnahme ihrer
Geschwindigkeit bestrebt sind, die vorher angesammelte Energie wieder
abzugeben, müßte ein Druckwechsel eintreten, da ja mit Ausnahme einer
unbedeutenden Kompression im Cylinder gegen Ende des Hubes keine
Gegenkraft in demselben vorhanden ist, welche dem aufwärtsfliegenden
Gestänge entsprechenden Widerstand entgegenstellen würde. Wenn daher
in keiner Weise für einen derartigen Widerstand vorgesorgt wäre, würde
die Schubstange in der oberen Partie des Kolbenhubes, statt gegen die
Kurbel zu drücken, den Kurbelzapfen nach oben ziehen.

In Willans Dampfmaschine wird nun ein künstlicher Widerstand
durch eine Luftpumpe erzeugt, deren Kolben direkt an die Stange des
Dampfkolbens oder der Dampfkolben, bei Tandemcompoundmaschinen

dieser Art, angehängt ist. Die Kompression der Luft
beginnt zu Anfang des Anhubes und steigert sich
bis Ende desselben; die hierzu erforderliche Ener-
gie wird während des Arbeitshubes der Maschine
wieder an diese abgegeben. Der Kompressionsdruck
der Luft, vereint mit dem Drucke des rückständigen
Dampfes während des An-
hubes, muß stets größer
sein als der negative Be-

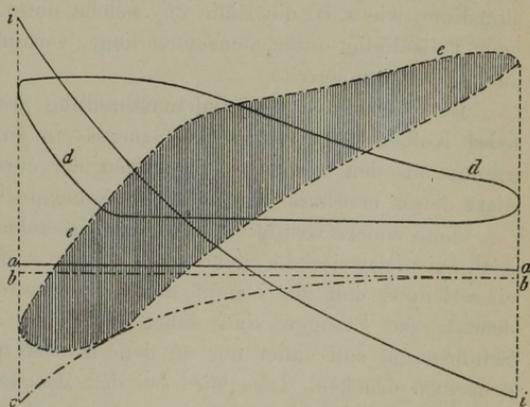


Fig. 181.

schleunigungsdruck der Kolben und Stangen, damit in den Zapfen des
Kreuzkopfes und der Kurbel ein fortwährender Druck, also niemals ein
Zug stattfindet.

Als Beispiel diene das Diagramm Fig. 181. Der Linienzug *dd* stelle
das Indikatordiagramm einer einfachwirkenden, vertikalen Maschine dar,
deren obere Kolbenseite allein Dampf empfängt. Die Linie *aa*, die At-

mosphärenlinie, stellt den konstanten Druck auf der unteren Kolbenseite dar. Die Kurve *ii* sei die Beschleunigungsdruckkurve der sämtlichen hin- und hergehenden, von der Kurbel getragenen Massen, nämlich des Kolbens samt Stange des Dampfzylinders und des Luftpuffers, sowie der Schubstange. Der Beschleunigungsdruck, ebenso wie der Dampfdruck sind nach ein und derselben Skala in kg per qcm Kolbenfläche ausgedrückt. Das schraffierte Diagramm *ee* stellt das kombinierte Dampfdruck-Beschleunigungsdruckdiagramm dar; die Ordinaten desselben bilden die Differenz der Ordinaten der beiden Kurven in Bezug auf die Linie *aa*. So lange die Figur *ee* über der Linie *aa* liegt, übersteigt der den Kolben herabdrückende Dampfdruck den Beschleunigungsdruck, infolgedessen wird während dieser Zeit der Kurbelzapfen nach abwärts gedrückt; sobald jedoch die Figur *ee* unter die Linie *aa* zu liegen kommt, reicht der Dampfdruck zur Beschleunigung der Massen nicht mehr aus. Der Dampfdruck wird allerdings durch das Gewicht des Gestänges vermehrt; der Einfluß desselben wird in dem Diagramme durch die zur *aa*, im Abstände *ab*, gleich dem Gewichte des Gestänges (in kg per qcm Kolbenfläche), parallel gezogene Gerade *bb* ausgedrückt. Die durch die Kompression der Luft auszubalancierenden Kräfte sind daher durch jenen Teil der *ee*-Figur, welcher unterhalb der Linie *bb* liegt, dargestellt. Irgend eine Luftkompressionslinie, wie z. B. die Linie *cb*, welche diesen Teil der *ee*-Figur berührt oder vollständig unter demselben liegt, verhindert, daß ein Druckwechsel an der Kurbel eintritt.

Bei Maschinen der Tandemaufstellung mit zwei oder drei Kolben auf jeder Kolbenstange bildet man zuerst ein summarisches Dampfdruckdiagramm aus den Indikatordiagrammen der einzelnen Cylinder und kombiniert dieses erst mit dem Beschleunigungsdruckdiagramm.

Eine andere Gruppe von einfachwirkenden Schnellläufern, hierher gehört beispielsweise die stehende Maschine von Mather und Platt, ist so eingerichtet, daß der Dampf nur von unten gegen den oder die Kolben drückt; die Stangen sind daher stets nur auf Zug beansprucht. Die Schubstange soll daher nur an dem Kurbelzapfen ziehen, niemals gegen denselben drücken. Dies wird bei den Maschinen von Mather und Platt dadurch erreicht, daß auf dem oberen Ende des Arbeitszylinders ein Balancecylinder angebracht ist, dessen Kolben an seiner unteren Fläche fortwährend dem vollen Dampfdrucke ausgesetzt ist.

Fig. 182 stellt das Diagramm einer solchen Maschine dar. *dd* ist das Indikatordiagramm; *ii* die Beschleunigungskurve. Die Grundlinie *aa* fällt hier nicht mit der atmosphärischen Linie *a'a'* zusammen, sondern stellt den Druck des mit dem Kondensator verbundenen Raumes über dem Kolben dar. Die Kombination des Indikatordiagrammes mit der Träg-

heitslinie ii ergibt das rektifizierte Diagramm ec . Das Eigengewicht des Gestänges, welches hier dem Dampfdrucke entgegengesetzt wirkt, ist durch die oberhalb der Grundlinie liegende Gerade bb , deren Abstand von aa wieder dem Gewichte des Gestänges in kg pro qcm Kolbenfläche entspricht, ausgedrückt.

Die unter der bb -Linie liegende Fläche der Figur ee stellt jene Arbeit dar, welche von dem Dampfbalancekolben mindestens übernommen werden muß, damit beim Aufhube kein Druckwechsel stattfindet; der Dampfdruck auf denselben muß daher mindestens dem durch die Strecke bc dargestellten Drucke entsprechen.

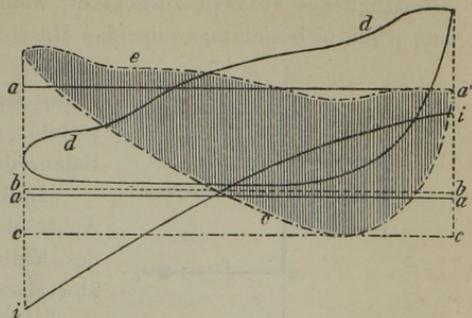


Fig. 182.

182. Ausgleich der Massendruckmomente. Gegengewichte.

Der Ausgleich der Massendruckmomente spielt bei allen Kraftmaschinen mit absetzender Bewegung, somit in erster Linie bei Dampfmaschinen eine hochwichtige Rolle.

Eine Maschine kann dann als vollkommen ausbalanciert angesehen werden, wenn die relativen Bewegungen ihrer Teile keine Tendenz zeigen, die Maschine als solche in Vibrationen zu versetzen; vollständige Ausbalancierung fordert daher, daß die Reaktionswirkungen jener Kräfte, welche zur Beschleunigung der bewegten Massen erforderlich sind, sich in jedem Momente der Bewegung das Gleichgewicht halten, so daß keine resultierende Reaktion auf das Maschinenbett übertragen wird. Eine Maschine, welche dieser Anforderung genügt, würde sich somit hinsichtlich der in ihr auftretenden Kräfte im vollen Gleichgewichte befinden, somit auch ohne Fundament gleichmäßig laufen. In Wirklichkeit wird dieser ideale Zustand nur annähernd erreicht.

Zunächst ist es hinsichtlich der parallel zur Richtung der Kolbenbewegung auftretenden Kräfte möglich, wenigstens einen teilweisen Ausgleich zu erzielen, indem man mit der Kurbel zwei oder mehrere Massen (Gegengewichte) verbindet, welche mit derselben rotieren und so angeordnet sind, daß die zur Beschleunigung derselben erforderlichen radialen Kräfte in Summa gleich und entgegengesetzt sind jenen Kräften, welche zur Beschleunigung des Kolbens, der Kolben- und Schubstange sowie des Kurbelzapfens, wenn der Kolben an seinem Totpunkte steht, erforderlich sind. Eine einzige rotierende Masse genügt für diesen Ausgleich nicht,

nachdem es konstruktiv unmöglich ist, dieselbe genau gegenüber dem Kurbelzapfen anbringen zu können und die seitliche Anbringung ein unausgeglichenes Moment zurückläßt, welches die Tendenz besitzt, die Fundamentplatte beziehungsweise das Maschinenbett um eine zur Hubrichtung

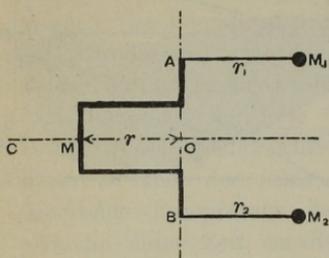


Fig. 183.

und der geometrischen Achse der Kurbelwelle senkrechte Achse hin und her zu rütteln. Durch die Anwendung zweier Balancegewichte wird dies vermieden.

In Fig. 183 ist AB die geometrische Achse der Kurbelwelle, CO die Richtung des Kolbenhubes; r die Kurbellänge. Die abwechselnd bewegten Massen seien im Kurbelzapfen konzentriert gedacht und durch die Masse M ausgedrückt. Die beiden Gegengewichte von der Masse M_1 und M_2 seien in der Entfernung r_1 und r_2 des Schwerpunktes derselben von dem Wellenmittel, der Kurbel entgegengesetzt angebracht.

Damit das Auftreten einer resultierenden Zentrifugalkraft parallel zu der Richtung CO vermieden werde, muß die Gleichung bestehen

$$M_1 \omega^2 r_1 + M_2 \omega^2 r_2 = M \omega^2 r,$$

woraus folgt

$$M_1 r_1 + M_2 r_2 = Mr.$$

Um andererseits Zentrifugalmomente zu vermeiden, welche die Tendenz zeigen, die Maschine um eine zur Bildebene senkrechte Achse zu verschieben, muß

$$M_1 r_1 \overline{OA} = M_2 r_2 \overline{OB} \text{ sein.}$$

Bei Maschinen mit nur einer Kurbel werden die Balancegewichte M_1 und M_2 gewöhnlich gleich groß gemacht und symmetrisch zu beiden Seiten der Kurbel angebracht.

Ein auf diese Weise erlangter Ausgleich ist, selbst in Bezug auf die zur Hubrichtung parallelen Kräfte, nicht vollkommen, denn die Annahme, daß die gesamte Masse M der abwechselnd bewegten Teile im Kurbelzapfen konzentriert gedacht werden kann, weicht um so mehr von der Wirklichkeit ab, je kürzer die Schubstange ist. Bei einer kurzen Schubstange besteht, wie die früheren Erörterungen ergeben haben, eine bedeutende Differenz hinsichtlich der Größe des zur Beschleunigung des Gestänges in den beiden Totpunkten erforderlichen Druckes. In jenem Totpunkte, welcher näher der Kurbelwelle liegt, werden daher die durch das Balancegewicht hervorgerufenen Kräfte im Überschusse sein, während dieselben im anderen Totpunkte die zur Beschleunigung der abwechselnd bewegten Massen aufgezehrten Kräfte nicht auszugleichen vermögen.

Die Annahme, daß die gesamte Masse M der abwechselnd bewegten Teile am Kurbelzapfen angesammelt sei, ist daher gleichbedeutend mit der gänzlichen Vernachlässigung der endlichen Länge der Schubstange.

Mit diesem Vorbehalte kann somit ein Ausgleich hinsichtlich jener Kräfte, welche in der Ebene der Fig. 183, d. i. in der durch die Achse der Kurbelwelle und die Schubrichtung des Kolbens gelegten Ebene, wirksam sind, erzielt werden; alles was vorhin bemerkt wurde, bezieht sich daher nur auf Kräfte in dieser Ebene allein.

Hinsichtlich solcher Kräfte, welche senkrecht zu dieser Ebene wirken, bedürfen zunächst der Kolben und die Kolbenstange samt Kreuzkopf keiner Balancierung, weil dieselben keine Beschleunigung im Sinne dieser Richtung erfahren; nur ein Teil der Schubstange (ungefähr $\frac{1}{3}$ des Gewichtes derselben) kann im Kurbelzapfen konzentriert, daher die zur Bildebene senkrechte Bewegung desselben angenähert teilend, angenommen werden.

Die für den Ausgleich der in der Ebene $COAB$ der Fig. 183 wirkenden Kräfte gerechneten Balancegewichte sind daher in bezug auf die senkrecht hierzu auftretenden Kräfte zu groß und geben daher Veranlassung zu Vibrationen der Maschine in anderen Richtungen. Die Bedingungen, welche erfüllt werden müßten, um einen Ausgleich nach beiden Ebenen zu erreichen, sind unvereinbar; das beste Resultat kann somit im allgemeinen nur durch einen Kompromiß erzielt werden.

Bei Stationärmaschinen, welche mit einem massiven Fundamente verankert sein können, also künstlich gefesselt sind, wird ein Zustand mangelhafter Balancierung beziehungsweise erzwungenen ruhigen Verhaltens derselben nur durch übermäßige Beanspruchung der einzelnen Teile, nutzlose Reibung und Abnützung der Kurbellager, Erzitterung des Fundamentes etc. erreicht. Gegengewichte werden daher selbst bei großen Stationärmaschinen mit Kolbengeschwindigkeit bis zu 3 m pro Sekunde heutzutage nur ausnahmsweise benützt. Bei Maschinen, welche mit noch größerer Kolbengeschwindigkeit von 4 m und darüber arbeiten, wie z. B. Reversierwalzenzugmaschinen u. dgl. oder bei Maschinen, deren lokale Verhältnisse eine tunlichste Balancierung erfordern, als z. B. Schnellläufer für elektrischen Betrieb in Städten, welche an Orten aufgestellt werden müssen, wo die Erschütterung des Grundes auf benachbarte Gebäude übertragen von den übelsten Folgen begleitet wäre, haben sich die Gegengewichte zur Erhaltung des Bestandes der Maschine als unbedingt notwendig erwiesen.

Bei Maschinen, welche nicht an ein Fundament gebunden sind, wie z. B. Lokomotiv- und Schiffsmaschinen, wird das Gegengewicht ganz allgemein verwendet; speziell bei Lokomotivmaschinen ist das Problem des

Ausgleiches der Massenwirkung von der größten Bedeutung, weil die Oszillationsbewegungen nicht genügend ausbalancierter Maschinen von den gefährlichsten Folgen begleitet sein können.

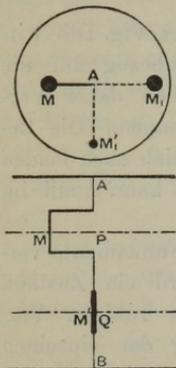
Durch das Vorhandensein zweier Kurbeln wird die Aufgabe der Bestimmung der Größe wirksamer Gegengewichte zur Vermeidung horizontaler Schwingungen bei Lokomotivmaschinen etwas verwickelter; dies ist selbstverständlich bei mehrkurbeligen Maschinen in noch höherem Maße der Fall.

Bezeichne M und M' Fig. 184 die auf den Kurbelzapfen reduziert gedachte Masse der abwechselnd bewegten Teile einer Lokomotivmaschine und sei vorausgesetzt, daß die Gegengewichte, wie dies gewöhnlich der Fall ist, an den Laufrädern A und B angebracht seien, dann würde die Masse M allein zwei Ausgleichsmassen und zwar M_1 am Rade A und M_2 am Rade B , entgegengesetzt der Masse M angebracht, erfordern, welche vermöge ihrer Größe und ihres Abstandes von der Achse der Bedingung entsprechen müssen, daß

$$M_1 r_1 + M_2 r_2 = M r$$

und

$$M_1 r_1 \cdot \overline{AP} = M_2 r_2 \cdot \overline{BP}.$$



Der Ausgleich der Masse M' erfordert gleichfalls zwei Massen M'_1 und M'_2 , an dem Rade A beziehungsweise B entgegengesetzt der Masse M' angebracht und der Bedingung genügend

$$M'_1 r_1 + M'_2 r_2 = M' r$$

und

$$M'_1 r_1 \cdot \overline{AP} = M'_2 r_2 \cdot \overline{BP},$$

wenn r , r_1 und r_2 die Entfernungen der Angriffspunkte der Massen M beziehungsweise M' , sowie M_1 und M_2 von der Achse bedeuten.

Anstelle der beiden Gegengewichte eines Rades kann ein einziges Gegengewicht angeordnet werden, dessen Größe und Lage zwischen den Gegengewichten M_1 und M'_1 beziehungsweise M_2 und M'_2 , und zwar näher an M_1 im Rade A und näher an M_2 im Rade B , durch nachstehende Betrachtung ermittelt werden kann.

Sei M_0 die Masse des Gegengewichtes, welches an einem Halbmesser r_0 wirkend die Massen M_1 und M'_1 in derselben Ebene ersetzt, dann muß $M_0 \omega^2 r_0$ die Resultierende aus $M_1 \omega^2 r_1$ und $M'_1 \omega^2 r_1$ bilden. Sei ferner der Winkel, unter welchem M_0 gegen M_1 versetzt ist, δ , dann ist

$$M_0^2 r_0^2 = M_1^2 r_1^2 + M'_1{}^2 r_1^2$$

und

$$\operatorname{tang} \delta = \frac{M_1'}{M_1}.$$

Gewöhnlich macht man $r_0 = r_1$, in welchem Falle

$$M_0 = \sqrt{M_1^2 + M_1'^2}.$$

Wenn die beiden Maschinen symmetrisch zu einer in der Mitte der beiden Kurbeln liegenden Mittellinie situiert sind, und wenn $r_1 = r_2 = r_0$ angenommen wird, dann ist $M_1 = M_2'$ und $M_2 = M_1'$ und

$$M_1 + M_2 = M \frac{r}{r_0}.$$

Bezeichne ferner $2L$ die Distanz AB Fig. 184 und $2l$ die Entfernung PQ , dann wird

$$M_1(L - l) = M_2(L + l).$$

Unter Einführung des Wertes von M_2

$$M_2 = M \frac{r}{r_0} - M_1$$

wird

$$M_1 = M \frac{r}{r_0} \cdot \frac{L + l}{2L}$$

und

$$M_2 = M \frac{r}{r_0} \cdot \frac{L - l}{2L}.$$

Die Masse M_0 , welche in der Entfernung r_0 von der Achse die beiden Massen M_1 und M_2 ersetzen soll, ergibt sich aus der Gleichung

$$M_0 = \sqrt{M_1^2 + M_2^2} = M \frac{r}{r_0} \cdot \frac{\sqrt{L^2 + l^2}}{L\sqrt{2}};$$

die Lage derselben ist bestimmt durch den Winkel δ nach der Gleichung

$$\operatorname{tang} \delta = \frac{L - l}{L + l}.$$

183. Ausgleich der longitudinalen Kräfte schnelllaufender Maschinen. Mit dem Ausdrucke „longitudinal“ seien hier jene Kräfte bezeichnet, welche, durch die hin- und hergehenden Massen hervorgerufen, parallel zur Richtung des Kolbenhubes auftreten; diese Kräfte wirken daher in stehenden Schnellläufern vertikal. Wenn man von dem Einflusse der Schubstange absehen könnte, würden diese Kräfte für jeden Kolben am oberen und unteren Totpunkt dieselbe Größe haben. Bei gekuppelten Maschinen mit zwei unter 180° versetzten Kurbeln und gleich schwerem Gestänge würde daher der Fundamentrahmen der Maschine in jedem Momente gleiche auf- und abwärts gerichtete Stöße erfahren. Bei nur einem Kurbelpaare bilden somit diese gleich großen und entgegengesetzt gerichteten Kräfte ein Kräftepaar, welches die Tendenz besitzt, die

Maschine längs einer Querachse hin und her zu schieben, ohne vertikale Bewegungen der Maschine als solche hervorzurufen. Dies ist jedoch, wie bereits erwähnt, nur dann der Fall, wenn der Einfluß der endlichen Stangenlänge vernachlässigt werden könnte. In Wirklichkeit wird bei Maschinen mit zwei unter 180° versetzten Kurbeln dieser Ausgleich der auf- und abwärts gerichteten Kräfte durch den Einfluß der Stangenlänge gestört und unter diesem Einflusse Kräfte wachgerufen, welche ein Schlagen der Maschine gegen ihr Fundament zur Folge haben.

Das obere Diagramm in Fig. 185, welches für eine Stangenlänge gleich der vierfachen Kurbellänge entworfen ist, veranschaulicht diese Wirkung der endlichen Stangenlänge. Die Linien *AA* und *BB* stellen die infolge der Trägheit der beiderseitigen Gestänge auftretenden in Rede

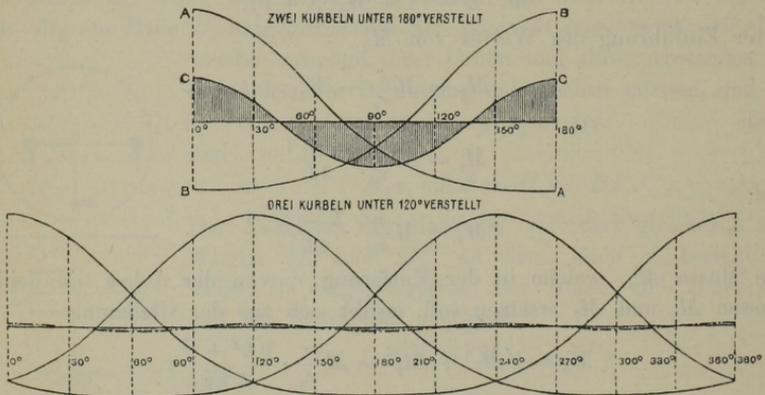


Fig. 185.

stehenden Kräfte dar; dieselben sind als Ordinaten in Beziehung auf den jeweilig durchlaufenen Kurbeldrehungswinkel über den halben Umfang des Kurbelkreises als Basis aufgetragen. Die Linie *CC* stellt die resultierenden, abwechselnd auf- und abwärts gerichteten Kräfte dar, mit einer Doppelperiode während einer Umdrehung der Maschine. Dieses Diagramm zeigt somit, in welcher Weise dieser resultierende Druck als eine Folge der von der Stangenlänge abhängigen ungleich großen Beschleunigungsdrücke an den beiden Hubenden entsteht.

Stehende unbalancierte Maschinen fangen bei jener Geschwindigkeit an unruhig auf ihrem Fundamente zu stehen, bei welcher der Beschleunigungsdruck gleich dem Eigengewichte der Maschine wird, weil in diesem Falle bei Beginn des Kolbenniederganges ein entsprechend größerer Druck am Cylinderdeckel nach aufwärts als im Kurbellager nach abwärts wirkt, somit ein Losheben vom Boden eintreten würde, falls die Maschine nicht

durch die Fundamentschrauben mit dem Fundamente verbunden wäre. Nachdem aber lange Schrauben bei abwechselnder Beanspruchung sich stets federnd etwas verlängern, so würde trotz der Verankerung die Maschine nicht mehr ruhig auf ihrem Fundamente stehen.

So lange man sich hinsichtlich der Geschwindigkeit und dem Gewichte des Gestänges dieser gefährlichen Grenze nicht nähert, können selbst stehende Einkurbelmaschinen unbeschadet ohne Balancegewichte laufen, denn bei stationären Maschinen genügt ja zumeist schon das Gewicht der Kurbelwelle samt Schwungrad, um die ruhige Lage derselben zu sichern. In weit höherem Maße ist dies bei Maschinen mit zwei unter 180° verstellten Kurbeln (Verbundmaschinen System Woolf) der Fall, nachdem hier, wie aus Diagramm Fig. 185 ersichtlich, nur die Differenz der Beschleunigungsdrücke frei wird und zur Wirkung gelangt, da sich unter der früher gemachten Annahme nicht nur die sämtlichen auf- und niedergehenden Massen, sondern auch die gegenüberstehenden Kurbeln in jeder Lage das Gleichgewicht halten. Infolge der Nebeneinanderstellung der beiden Maschinen findet wohl ein Wiegen der Maschine auf ihrem Fundamente statt und empfiehlt es sich aus diesem Grunde, die Cylinder so nahe als möglich nebeneinander zu legen. Aus diesem Bestreben ist beispielsweise die stufenartig aufgebaute Maschine von Collmann*) entstanden; die Welle ist ohne Zwischenlager gekröpft, die Cylinder auf eine kleinste Entfernung (bei der Buckauer Maschine beträgt die Entfernung 450 mm) von Mitte zu Mitte zusammengerückt. Der wesentliche Vorteil der Collmannschen Anordnung ist wohl nur im Wegfalle des dritten Kurbellagers zu suchen; vermöge der Unvollkommenheiten, welche im übrigen diesem Systeme anhaften, ist die Anwendung desselben nur dann gerechtfertigt, wenn die Verhältnisse dazu drängen, denn die Übelstände, welche die Massenwirkung bei einer gleich starken Maschine gewöhnlicher Bauart mit sich bringen, fallen doch unter normalen Verhältnissen zu wenig in die Wagschale, um dafür die unvermeidlichen Schattenseiten der ungemein zusammengedrängten, in manchen Punkten schwer zugänglichen Collmannschen Konstruktion in den Kauf zu nehmen. Dieses System hat daher auch, wie die Erfahrung lehrt, trotz ca. 14-jährigem Bestande keine Verbreitung gefunden.

Bei der Anwendung von drei unter 120° versetzten Kurbeln ver-

*) Die ersten Maschinen dieser Art kamen 1888 für den Betrieb der elektrischen Zentrale Neubadgasse in Wien zur Aufstellung. Eine Maschine von 600 PS (625 und 950 mm Cylinderdurchmesser bei 700 mm Hub und 130 Touren pro Minute) wurde von der Maschinenfabrik Buckau anlässlich der internationalen elektrischen Ausstellung in Frankfurt 1891 ausgestellt. Siehe *Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure*, 1891, S. 1435.

schwinden die aus den Beschleunigungsdrücken resultierenden, auf- und abwärts gerichteten Kräfte nahezu gänzlich, wie aus dem unter Voraussetzung gleicher Gestängsgewichte der drei Maschinen entworfenen unteren Diagramme der Fig. 185 ersichtlich. Die vertikale Bewegung der Maschine als solche gegen das Fundament ist bei Dreikurbelmaschinen fast vollständig behoben; die nicht in derselben Ebene auftretenden Kräfte haben jedoch die Tendenz, die Maschine nach einer horizontalen Querachse zu verschieben; diese Kräfte könnten durch die symmetrische Anordnung von sechs Kurbeln auf derselben Welle aufgehoben werden, indem die Momente des einen Kurbelsatzes jene des anderen Dreikurbelsatzes ausgleichen. Durch eine derartige Anordnung könnte somit ein praktisch vollkommener Ausgleich der Massenwirkung erzielt werden.

Bei den gewöhnlichen dreicylindrigen Expansionsmaschinen sind jedoch die Gestängegewichte nicht, wie hier vorausgesetzt wurde, gleich groß, sondern verhalten sich meistens wie 1 : 0,83 : 0,71; infolgedessen sind auch die senkrechten Massendrucke stehender Maschinen nicht so vollkommen ausbalanciert, wie dies unter obiger Annahme der Fall ist. Man kann diese Maschinen aber dadurch verbessern, daß man den Niederdruckkolben an der mittleren Kurbel arbeiten läßt, da hierdurch das kippende Kräftepaar wesentlich verringert wird. Am schlechtesten hinsichtlich der Vibrationserscheinungen funktionieren die Dreifachexpansionsmaschinen mit fünf Cylindern und drei Kurbeln, bei welchen gewöhnlich an den beiden äußeren Kurbeln je ein Hochdruck- und Niederdruckcylinder, übereinander aufgestellt, arbeiten, während an der mittleren Kurbel nur der Mitteldruckkolben angreift. Infolge der an beiden äußeren Kurbeln wirkenden verhältnismäßig großen Massen entsteht ein kippendes Kräftepaar, welches viel größer ist, als bei jeder anderen Anordnung der Cylinder; auch die senkrecht wirkenden Kräfte ergeben eine sehr bedeutende Resultierende. Derart gebaute Maschinen geben daher in ihrer Anwendung als Schiffsmaschinen Veranlassung zu sehr heftigen Vibrationen. Die Zweischraubendampfer „Campania“ und „Lucania“ der Cunard-Linie besitzen beispielsweise solche Maschinen von einer anlässlich ihrer Probefahrt nachgewiesenen Leistung von 31000 PS_i bei 5 m mittlerer Kolbengeschwindigkeit pro Sekunde*). Bei diesen beiden Dampfern stellten sich, wie aus dem unten angeführten Bericht der *Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure* hervorgeht, außerordentlich heftige Schwingungsbewegungen ein, sobald die Umdrehungszahl der Maschine um weniges unter jene Umdrehungszahl zurückging, welche dieselbe bei voller Dampfkraft einhielt. Die Ursache dieser eigentümlichen Erscheinung mag einerseits in

*) *Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure*, 1893, S. 1520.

dem Umstande zu suchen sein, daß bei dieser verringerten Tourenzahl der Maschine die Dauer der natürlichen Schwingungsperiode des Schiffes mit der Dauer einer Maschinenumdrehung zusammenfiel, somit die Schwingungsweite ein Maximum wurde, andererseits auf die Tatsache zurückzuführen sein, daß die Dampfer eben mit Fünfcylinder-Dreikurbelmaschinen der erwähnten Bauart ausgerüstet sind*).

Die durch unvollständige Vernichtung der Massendrucke auftretenden Vibrationen sind bei Landdampfmaschinen von viel geringerer Bedeutung wie bei Schiffsmaschinen, da sie bei jenen von massiven Fundamenten aufgenommen, daher für die Umgebung viel weniger fühlbar werden als bei den Schiffsmaschinen. Die ungemein gesteigerten Anforderungen, welche der überseeische Verkehr an die Schiffsmaschine hinsichtlich ihrer Leistung und Geschwindigkeit heutzutage stellt, haben in neuerer Zeit die vollste Aufmerksamkeit der Konstrukteure auf das sogenannte „Ausbalancieren“ der Maschine gelenkt; auch die Dynamik der Kurbelgetriebe bildet gerade in neuester Zeit Gegenstand ernster theoretischer Studien; es seien in dieser Beziehung nur die bereits an früherer Stelle erwähnten Arbeiten von Professor Lorenz (Dynamik der Kurbelgetriebe mit besonderer Berücksichtigung der Schiffsmaschinen, Leipzig 1901) und Professor Schubert (Theorie des Schlickschen Massenausgleiches, Leipzig 1901) namhaft gemacht.

Das ältere Verfahren der Ausbalancierung durch Gegengewichte hat verschiedene Übelstände zur Folge, die dessen Anwendung bei Schiffsmaschinen nicht zweckdienlich erscheinen läßt. Einerseits bilden die Gegengewichte, ganz abgesehen von deren Gefährlichkeit für die Bedienungsmannschaft der Maschine, eine nicht unbedeutende Gewichtsvermehrung, welche speziell bei Schiffsmaschinen tunlichst vermieden werden soll; andererseits rufen dieselben, wie bereits an früherer Stelle erwähnt, Kräfte wach, welche in einer zur Ausbalancierungsebene senkrechten Ebene wirken und ihrer Größe nach jenen Kräften, deren Ausbalancierung Zweck der Gegengewichte ist, genau gleichkommen. Bei der gebräuchlichen stehenden Anordnung der Schiffsmaschinen treten somit diese Kräfte in einer horizontalen Ebene auf; die Vibrationen, welche sie hervorrufen, sind allerdings nicht so bedeutend, wie jene der vertikalen Kräfte, doch sollen sie für ruhigen Gang gleichfalls möglichst vermieden werden.

Der englische Torpedobootkonstrukteur Yarrow hat den Vorschlag gemacht, behufs besserer Ausbalancierung der vertikalen Beschleunigungsdrücke eigene Getriebe einzuschalten, z. B. Excenter, welche Gegengewichte

*) *Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure*, 1894, S. 1091: *Über den Einfluß des Aufstellungsortes der Dampfmaschine auf die Vibrationserscheinungen bei Dampfern*, von O. Schlick.

von entsprechender Masse auf- und abbewegen. Durch dieses Verfahren können allerdings die auf Kippen wirkenden, sowie die vertikalen Kräfte ausgeglichen werden, während die durch die Massen der Schubstangen hervorgerufenen Horizontalkräfte nach wie vor unausbalanciert bleiben. Da jedoch diese Gegengewichte für größere Anlagen sehr schwer werden, so hat diese Methode keinen Eingang gefunden.

Um den Übelständen und Nachteilen, welche die Anwendung von Gegengewichten zur Folge hat, zu begegnen, wurden verschiedene Vorschläge gemacht, von welchen die beiden erfolgreichsten hier in Kürze besprochen werden sollen.

Der französische Ingenieur Normand baute vornehmlich für Torpedoboote dreikurbelige Expansionsmaschinen mit genau gleichgroßem Gestängegewichte, so daß die algebraische Summe der vertikal auftretenden Massendrücke in jeder Kurbelstellung gleich Null wird. Diese Methode wurde bereits oben besprochen. Wenn die Maschine genau in der Mitte des Schiffes montiert ist, dann ruft sie allerdings keine Vibrationen hervor; nachdem man aber fast ausnahmslos die Maschine außer der Mitte des Schiffes aufstellen muß und zwar zumeist sehr nahe dem Knotenpunkte, werden die Vibrationen sehr heftig, sodaß solche Maschinen in ihrer Wirkung infolge des größeren kippenden Kräftepaars noch nachteiliger werden, als gewöhnliche Dreifachexpansionsmaschinen.

Um einen noch besseren Ausgleich der Massendrücke erzielen zu können, ging man daher in neuerer Zeit von der Dreikurbel- auf die Vierkurbelmaschine über und baute dieselben entweder als Dreifachexpansionsmaschinen mit geteiltem Niederdruckcylinder oder als vierstufige Expansionsmaschinen mit vier Cylindern von ungleichem Durchmesser.

Die allgemeine Anordnung ist hierbei so gewählt, daß die beiden vorderen, als auch die beiden rückwärtigen Kurbeln gegeneinander genau um 180° verstellt sind, während die beiden Kurbelpaare einen Winkel von 90° einschließen. Sind außerdem die Gestänge jedes der beiden Cylinderpaare gleich schwer, dann gleichen sich selbstverständlich die vertikal gerichteten Massendrücke der beiden vorderen und rückwärtigen Cylinder vollkommen aus. Infolge der Gewichte der sich in wagerechter Richtung hin- und herbewegenden Maschinenteile (auf den Kurbelkreis reduziertes Gewicht der Kurbeln und Pleuelstangen) bleibt jedoch ein bedeutendes kippendes Kräftepaar bestehen und würde eine derart angeordnete Maschine als Schiffsmaschine nur dann keine Vibrationen hervorrufen, wenn sie genau in der Mitte des Schiffes aufgestellt werden könnte; sie unterscheidet sich somit in dieser Beziehung in keiner Weise von der Normandschen Maschine.

Macht man die zusammengehörigen Kolben nicht gleich schwer und

wählt man obendrein eine Anordnung in der Weise, daß die beiden großen Cylinder an den beiden äußeren, die beiden kleineren Cylinder daher an den inneren Kurbeln angreifen, dann ergeben sich, wie die Erfahrung mit derartig gebauten Vierfachexpansionsmaschinen bestätigt hat, nicht nur vertikal gerichtete resultierende Massendrucke, sondern auch verhältnismäßig sehr große kippende Kräftepaare; infolgedessen rufen diese Maschinen sehr bedeutende Vibrationen hervor.

Besser ist in dieser Beziehung die Anordnung mit außen liegenden kleineren und innen liegenden größeren Cylindern; hierdurch wird das kippende Kräftepaar merklich verringert; trotzdem treten heftige Vibrationen auf, mag die Maschine auch wo immer aufgestellt sein.

Mit den gebräuchlichen Systemen der Vierkurbelmaschinen läßt sich daher kein befriedigender Ausgleich der Massendrucke erzielen. Geht man jedoch davon ab, die vier Kurbeln genau unter 90° zu stellen, dann gestalten sich die Verhältnisse weit günstiger. Dieses Verfahren des Ausgleiches der Massendrucke wurde dem Schiffbauingenieur Schlick in Hamburg durch das deutsche Reichspatent Nr. 80 974 vom 10. Nov. 1893 patentiert und ist seitdem als Schlickscher Massenausgleich allgemein bekannt.

Das Wesen des Schlickschen Ausgleiches besteht in der Ausbalancierung der bewegten Massen in der Richtung der Ebene der Cylinder mittel durch richtige Wahl der gegenseitigen Kurbelstellung sowie der Verhältnisse der an den einzelnen Kurbeln angreifenden Kräfte, also durch die bewegten Massen selbst. Wenn man andererseits die Gewichte der sich senkrecht hierzu hin- und herbewegenden Teile der Maschine, d. s. die auf den Kurbelkreis reduzierten Gewichte der Kurbeln und Schubstangen, in dasselbe Verhältnis zu einander bringt, dann ist die Maschine nicht nur in diesem Sinne, sondern auch in einer rechtwinkligen zur Kolbenstangenrichtung durch das Wellenmittel gelegten Ebene, sowie in jeder anderen Richtung ausbalanciert. Bei der Schlickschen Ausgleichung heben sich somit sowohl die vertikalen Kräfte, als auch die kippenden Kräfte völlig (da nach dem Schlickschen Patentansprüche die Schubstange gegenüber dem Kurbelradius als unendlich lang anzusehen ist) auf.

Die Eigenart des Schlickschen Ausgleiches beruht also darauf, daß die lästigen Ausgleichs- oder Gegengewichte fortfallen und die bewegten Teile der Maschine selbst hierzu benützt werden, also nicht als tote Massen mitgeschleppt werden müssen, sondern direkt wirksame Maschinenteile bilden. Die Ausgleichung der Massendrucke ist außerdem, wenn man von den durch die endliche Länge der Pleuel- und Excenterstangen bedingten kleinen Fehler absieht, mathematisch genau möglich.

Auf gleiche Weise wie das Gestänge der Cylinder können auch die

Steuerungssteile vor allem die Schieber ausbalanciert werden; es ist hierzu nur erforderlich, daß die Schieberstangenmittel in einer Ebene liegen, daß die Gewichte der Schieber untereinander in demselben Verhältnisse stehen wie die Gewichte der bewegten Massen der einzelnen Cylinder, daß die Voreilwinkel der Excenter gleich groß und die Abstände der Schwerpunktsachsen der Schieber dieselben sind, wie die Abstände der Cylindermittel. Verschiedenheit der Voreilwinkel kann durch entsprechende Änderung der Schiebergewichte ausgeglichen werden. Ebenso können nach denselben Grundsätzen die Excenterstangen, die Gewichte der Pumpenkolben etc. in den allgemeinen Massenausgleich einbezogen werden.

Ein wesentlicher Vorzug dieser Ausgleichsmethode besteht auch darin, daß der Aufstellungsort der Maschine ohne Einfluß auf die Vibrationserscheinungen bleibt; die Wahl der Umdrehungszahl und des Aufstellungsortes im Schiffskörper bleibt daher ganz dem freien Ermessen des Konstrukteurs anheimgestellt; es ist dies namentlich für schnelllaufende Maschinen in leicht gebauten Schiffen ein nicht zu unterschätzender Vorteil.

Für die großen Vorteile des Schlicksches Massenausgleiches spricht wohl in erster Linie die Tatsache, daß bis heute gegen 200 Dampfer mit Maschinen nach dem Schlicksches Systeme mit einer Gesamtleistung über 1 000 000 indizierter Pferdestärken ausgerüstet wurden; darunter sind die größten bis heute gebauten Maschinen und zwar jene des Dampfers „Deutschland“ (Hamburg-Amerika-Linie) mit 33 000 PS_i, „Kaiser Wilhelm II.“ (Norddeutscher Lloyd), mit 30 000 PS_i, „Kaiser Wilhelm der Große“ mit 27 000 PS_i; ferner die Kreuzer I. Kl. der königl. englischen Marine „King Alfred“, „Drake“ und „Good Hope“ mit je 30 000 PS_i.

Um bei einer mehrkurbeligen Maschine die Massenwirkungen dauernd auszugleichen sind, wie Prof. Lorenz und Schubert nachgewiesen haben, acht Bedingungsgleichungen, welche zwischen den Verhältnissen der Gestängegewichte, den Kurbelwinkeln und den Verhältnissen der Abstände der Cylinder von einander bestehen, notwendig und hinreichend. Prof. Lorenz leitete diese acht Gleichungen aus den Grundlagen der Dynamik, namentlich aus dem d'Alembertschen Prinzip unter Benützung höherer Mathematik ab, während Prof. Schubert unter Anwendung nur elementarer Mathematik dieselben aus der seinerzeit von Prof. Radinger aufgestellten und bewiesenen Formel für den Massendruck*) entwickelte und speziell auf den Schlicksches Massenausgleich anwendete. Dieser bereits an früherer Stelle namhaft gemachten Arbeit Prof. Schuberts sind die im

*) Radinger, „Über Dampfmaschinen mit hoher Kolbengeschwindigkeit“, Wien, 1892, S. 15.

nachstehenden in Kürze erörterten Bedingungen des Schlickschen Massenausgleiches entnommen.

Der Schlicksche Ausgleich einer Viercylindermaschine bedingt, daß einerseits die Kurbeln der beiden außenstehenden Cylinder *I* und *II*, sowie jene der beiden inneren Cylinder *III* und *IV*, Fig. 186, im Kurbeldiagramm benachbart, andererseits die Kurbeln der beiden auf der rechten bzw. linken Seite der Maschine stehenden Cylinder *I* und *III*, bzw. *II* und *IV* überbenachbart sind.

Das Verhältnis der Cylinderabstände bedingt das Winkelverhältnis der Kurbeln, oder umgekehrt, in der Weise, daß der Abstand a der beiden äußeren Cylinder *I* und *II*, durch den Abstand b des Cylinders *I* und *III* geteilt, sich zu dem Verhältnisse des Abstandes a und der Entfernung c der beiden anderen Cylinder *II* und *IV* so verhält, wie das Verhältnis der Sinus der beiden Winkel, welche die Kurbel *III* mit den Kurbeln *I* und *II* einschließt, zu dem Verhältnisse der Sinus jener Winkel, welche die Kurbel *IV* mit den Kurbeln *I* und *II* bildet.

Es erscheint somit das Doppelverhältnis der Cylinderabstände gleichgesetzt dem Doppelverhältnisse der Sinus der entsprechenden Kurbelwinkel. Nach den Grundlagen der neueren synthetischen Geometrie ist dies jedoch ein charakteristisches Merkmal, daß die vier Punkte, durch welche man sich die geometrischen Achsen der vier Cylinder gelegt denken kann, in perspektive Lage zu den vier Kurbelrichtungen *OI*, *OII*, *OIII* und *OIV* gebracht werden können.

Es kann daher keine Maschine als ausgeglichen betrachtet werden, welche nicht der Bedingung entspricht, daß die von irgend einem Punkt *O* (Fig. 187) aus gezogenen Kurbelrichtungen in perspektive Lage zu vier auf einer Geraden liegenden Punkten *B*, *C*, *D* und *E* gebracht werden können, deren Abstände *BC*, *CD* und *DE* sich so verhalten, wie die Entfernungen *III*, *IIIIV* und *IVII* der vier Cylindermittel. Wenn daher das durch *O* gezogene Kurbeldiagramm gegeben ist, so läßt sich sehr einfach, wie folgt, untersuchen, ob das Abstandsdiagramm demselben im Sinne obiger Bedingung entspricht.

Auf die Verlängerung der Kurbelrichtung *OI* trage man zwei Strecken

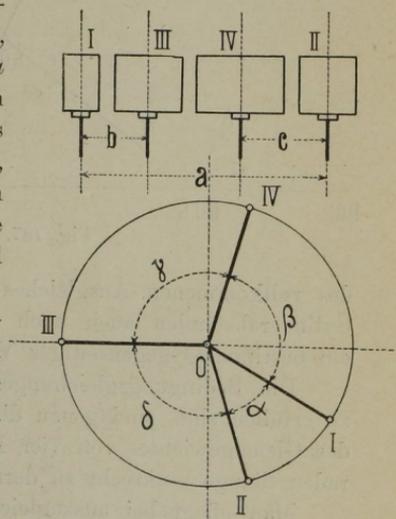


Fig. 186.

OA und AB auf, welche sich zu einander so verhalten, wie die Abstände der Cylinder $IIIIV$ und $IIII$; dann ziehe man durch A eine Gerade parallel zur Kurbelrichtung OIV ; den Durchschnittspunkt C derselben mit der Kurbelrichtung $OIII$ verbinde man mit B bis zum Durchschnitte mit den Kurbelrichtungen OIV in D , bzw. OII in E . Diese vier

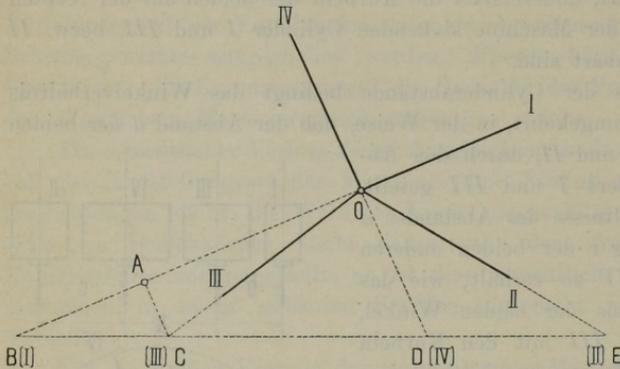


Fig. 187.

Punkte B, C, D und E müssen nun gegenseitig genau so gelegen sein, wie die geometrischen Achsen der vier Cylinder.

Die Erfüllung dieser Bedingung ist notwendig, genügt aber noch nicht zur Erreichung

des vollkommenen Ausgleiches, weil bei gegebenen Kurbelwinkeln und Cylinderabständen auch noch die Gewichte der bewegten Gestänge in ein bestimmtes gegenseitiges Verhältnis gebracht werden müssen.

Die Bedingungsgleichungen, welche hinsichtlich dieser Verhältnisse zu erfüllen sind, sind genau dieselben, wie jene, welche behufs Erhaltung des Gleichgewichtes von vier Kräften, welche an vier Punkten einer geraden Stange senkrecht zu derselben angreifen, erfüllt werden müssen.

Man pflegt bei auszugleichenden Schiffsmaschinen in der Praxis gewöhnlich Symmetrie hinsichtlich der Cylinderabstände, der Kurbelwinkel oder der Gestängegewichte herrschen zu lassen und gelten hierfür folgende Beziehungen.

Die Symmetrie der Gewichte hat nicht nur die Symmetrie der Kurbelwinkel, sondern auch die Symmetrie der Cylinderabstände zur Folge. Bedeute G_1 das Gewicht des bewegten Gestänges jedes der beiden äußeren Cylinder, G_3 das betreffende Gewicht jedes der beiden inneren Cylinder, L den Abstand der beiden äußeren und l jenen der beiden inneren Cylinder und sind die Winkel nach Fig. 186 der Reihe nach mit $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ bezeichnet, dann bestehen folgende drei Bestimmungsgleichungen:

$$G_1 \cos \frac{\alpha}{2} = G_3 \cos \frac{\gamma}{2}, \quad (1)$$

$$L \cdot G_1 \sin \frac{\alpha}{2} = l \cdot G_3 \sin \frac{\gamma}{2} \quad (2)$$

und

$$\beta = \delta = 180^\circ - \frac{\gamma + \alpha}{2}. \quad (3)$$

Durch Division folgt aus den beiden Gleichungen (1) und (2)

$$L \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = l \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2}. \quad (4)$$

Nachdem die Gleichungen (1) und (2) vier Größen und zwar zwei Kurbelwinkel, ein Abstandsverhältnis und ein Gewichtsverhältnis enthalten, so wird man zwei dieser Größen als gegeben annehmen und die beiden anderen daraus bestimmen. Setzt man die beiden Kurbelwinkel α und γ als gegeben voraus, dann erhält man das Gewichtsverhältnis aus Gleichung (1) mit

$$\frac{G_1}{G_3} = \frac{\cos \frac{\gamma}{2}}{\cos \frac{\alpha}{2}}, \quad (5)$$

und das Abstandsverhältnis aus Gleichung (4) mit

$$\frac{L}{l} = \frac{\operatorname{tg} \frac{\gamma}{2}}{\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}. \quad (6)$$

Ist das Gewichtsverhältnis und ein Kurbelwinkel (α oder γ) gegeben, so bestimmt sich aus Gleichung (5) zunächst der andere Kurbelwinkel und dann aus Gleichung (6) das Abstandsverhältnis $\frac{L}{l}$.

Ist das Abstandsverhältnis und ein Kurbelwinkel gegeben, dann bestimmt sich zunächst der andere Kurbelwinkel aus Gleichung (6) und unter Einführung desselben in Gleichung (5) das Gewichtsverhältnis.

Ist endlich das Abstands- und das Gewichtsverhältnis gegeben, dann muß zur Ermittlung der Kurbelwinkel je ein Kurbelwinkel aus den Gleichungen (5) und (6) eliminiert werden, bevor man zur Lösung dieser Aufgabe gelangen kann. Auf diesem Wege erhält man

$$\cos \frac{\alpha}{2} = \frac{G_3}{G_1} \sqrt{\frac{\left(\frac{L}{l}\right)^2 \cdot \left(\frac{G_1}{G_3}\right)^2 - 1}{\left(\frac{L}{l}\right)^2 - 1}}, \quad (7)$$

und aus Gleichung (5)

$$\cos \frac{\gamma}{2} = \sqrt{\frac{\left(\frac{L}{l}\right)^2 \cdot \left(\frac{G_1}{G_3}\right)^2 - 1}{\left(\frac{L}{l}\right)^2 - 1}}. \quad (8)$$

Eine Untersuchung dieser beiden Gleichungen führt, in Berück-

sichtigung des Umstandes, daß $\frac{L}{l}$ immer größer ist als 1 und der Cosinus eines Winkels niemals größer als 1 sein kann, zu folgendem Resultate:

$$\frac{l}{L} < \frac{G_1}{G_3} < 1. \quad (9)$$

Diese Gleichung sagt, daß bei einem symmetrischen Schlickschen Ausgleiche jedes der beiden äußeren Gestängegewichte kleiner sein muß als jedes der beiden inneren, jedoch größer als jenes Gewicht sein muß, welches man erhält, wenn man das Gestängegewicht eines inneren Cylinders durch die Verhältniszahl $\frac{L}{l}$ dividiert.

Die Gleichungen (7) und (8) lassen auch erkennen, daß die Gewichte nicht unter sich gleich sein dürfen, denn wenn $\frac{G_1}{G_3} = 1$ ist, dann würde $\cos \frac{\alpha}{2} = 1$ und $\cos \frac{\gamma}{2} = 1$, d. h. $\alpha = \gamma = 0$, somit $\beta = \delta = 180^\circ$, was ausgeschlossen ist.

Würde man die Abstände der vier Cylinders gleich groß machen, dann wäre $\frac{L}{l} = 3$, somit das Gewichtsverhältnis zwischen $\frac{G_1}{G_3} = \frac{1}{3}$ bis 1 liegend. Aus praktischen Gründen wird man das Gewichtsverhältnis näher an 1 liegend annehmen, z. B. $\frac{G_1}{G_3} = 0,9$; für diesen einen speziellen Fall würde dann

$$\alpha = 19^\circ 43', \quad \gamma = 55^\circ 4', \quad \beta = \delta = 142^\circ 36\frac{1}{2}'.$$

Wird das Gewichtsverhältnis wesentlich kleiner als 1, dann nehmen die Winkel α und γ zu, während β und δ abnehmen; ein gewisses praktisches Interesse bietet der Fall, daß $\beta = \delta = 90^\circ$ wird. Für diesen speziellen Fall wird

$$\cotg \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{L}{l}},$$

und

$$\frac{G_1}{G_3} = \sqrt{\frac{l}{L}}.$$

Bezüglich des Schlickschen Massenausgleiches von Maschinen mit fünf und sechs Kurbeln, eine Anordnung, welche kaum jemals eine praktische Bedeutung erlangen dürfte, sei auf die wiederholt zitierte Arbeit von Schubert verwiesen.