Um nun auf den speziellen Fall der Verwendung eines Gases als Arbeitsflüssigkeit einzugehen, benutzen wir die Gleichung (8)

$$W = \frac{R(T_1 - T_2)}{n - 1}$$

zur Auffindung des Gesetzes für den adiabatischen Prozeß und berücksichtigen, daß bei diesem Prozesse die Arbeit der Expansion oder Kompression der Änderung der inneren Energie äquivalent ist.

Das Gesetz ist bekannt, sobald in der Grundgleichung $pv^n = \text{const.}$ der Wert des Exponenten n bestimmt ist.

Nach § 11 verliert ein Gas bei Änderung seiner Temperatur von T_1 auf T_2 an innerer Energie

$$c_v(T_1 - T_2);$$

wird nach früher (§ 12) das Verhältnis der spezifischen Wärmen $\frac{c_p}{c_v}$ mit x bezeichnet, dann wird unter Einführung der Gleichung (3)

$$c_v(T_1 - T_2) = \frac{R(T_1 - T_2)}{x - 1}.$$

Nachdem nun die geleistete Arbeit dem Verluste an innerer Energie gleichwertig ist, so ergibt sich die Bedingung für die adiabatische Expansion durch die Gleichung

$$\frac{R(T_1 - T_2)}{n - 1} = \frac{R(T_1 - T_2)}{x - 1} \tag{9}$$

und daraus folgt der Wert des Exponenten der adiabatischen Zustandsänderung

$$n = x = \frac{c_p}{c_v}.$$

Eine Expansion oder Kompression wird daher adiabatisch sein, wenn

$$pv^x = \text{const.} \tag{10}$$

Dies ist somit die Gleichung der Adiabate.

16. Änderung der Temperatur bei adiabatischer Expansion oder Kompression eines Gases. Bei adiabatischer Expansion eines Gases nimmt die innere Energie, somit auch die Temperatur, zu welcher die innere Energie proportional ist, ab; umgekehrt nimmt bei adiabatischer Kompression die innere Energie, somit die Temperatur des Gases zu. Die Größe der Temperaturänderung läßt sich bestimmen durch Kombination der beiden Gleichungen

$$p_1 v_1^x = p_2 v_2^x \text{ und } \frac{p_2 v_2}{p_1 v_1} = \frac{T_2}{T_1} \text{ (aus } p_2 v_2 = RT_2 \text{ und } p_1 v_1 = RT_1).$$

Multipliziert man diese Gleichungen, so erhält man

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2 v_2 \cdot p_1 v_1^x}{p_1 v_1 \cdot p_2 v_2^x}$$

und daraus

oder

$$\left.\begin{aligned} \frac{T_2}{T_1} &= \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{x-1} \\ \frac{T_2}{T_1} &= \left(\frac{1}{r}\right)^{x-1} \end{aligned}\right\}, \tag{11}$$

worin r nach früher das Expansionsverhältnis $\frac{v_2}{v_1}$ ausdrückt. Diese Gleichung findet selbstverständlich auch auf die adiabatische Kompression Anwendung.

Aus den an früherer Stelle gefundenen Ausdrücken für die geleistete Arbeit und die Änderung der inneren Energie eines expandierenden Gases folgt, daß für **nicht** adiabatische Expansionen, sobald der Exponent n kleiner ist als $x = \frac{c_p}{c_v}$, die geleistete Arbeit größer ist als der Verbrauch an innerer Energie, daher während der Expansion Wärme aufgenommen werden mußte. Ist hingegen n größer als x, die geleistete Arbeit somit kleiner als der Verbrauch an innerer Energie, dann mußte das Gas Wärme an die Wandungen des Gefäßes, in welchem die Expansion vor sich ging, abgegeben oder auf andere Weise verloren haben.

Der adiabatische Prozeß sei durch nachstehendes Beispiel erläutert. Ein Cylinder enthalte eine bestimmte Menge trockener atmosphärischer Luft von der Temperatur $t_1 = 15^0$ C ($T_1 = 288$); dieselbe werde auf ihr halbes Volumen so rasch komprimiert, daß die hierbei entwickelte Wärme keine Zeit finde, auch nur zum geringsten Teile an die Cylinderwandung überzugehen. In dem vorliegenden Falle ist das Volumenverhältnis $r = \frac{1}{2}$, ferner nach früher für trockene Luft $x = 1{,}41$; daraus bestimmt sich die Temperatur des Gases unmittelbar nach erfolgter Kompression, bevor dasselbe Zeit findet abzukühlen, mit

$$T_2 = T_1 \left(\frac{1}{r}\right)^{x-1} = 288 \times 2^{0{,}41} = 383$$

oder 110^0 C.

Die während der Kompression verbrauchte Arbeit berechnet sich aus der Gleichung

$$\frac{R(T_2 - T_1)}{x - 1} = \frac{29{,}269\ (383 - 288)}{1{,}41 - 1} = 6782 \text{ kgm}$$

pro 1 kg Luft der Cylinderfüllung. Um diesen Betrag wurde die innere Energie des Gases durch die adiabatische Kompression erhöht. Zufolge der Leitungsfähigkeit des Cylinders wird dieser Betrag jedoch nach Verlauf einer bestimmten Zeit von den Cylinderwandungen aufgenommen und die innere Energie kehrt in dem Maße, als die Temperatur des Gases wieder auf 15⁰ C sinkt, zu ihrem anfänglichen Werte zurück.

Während der Kompression erhöht sich die Spannung des Gases dem Gesetze folgend $pv^x = \text{const.}$ und erreicht, wenn $p_1 v_1{}^x$ den Anfangszustand, $p_2 v_2{}^x$ den Endzustand darstellt, mit Ende der Kompression den Wert

$$p_2 = p_1 \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^x = p_1 \left(\frac{1}{r}\right)^x = p_1 \times 2^{1,41} = 2{,}65\, p_1.$$

Ebenso wie die Temperatur bei ungeändertem Kompressionsvolumen nach und nach zurückgeht, nimmt auch der Druck ab, bis er bei der Anfangstemperatur $t = 15^0$ den Grenzwert $2 p_1$ erreicht hat.

17. Isothermische Zustandsänderung. Eine andere sehr wichtige Zustandsänderung ist die Expansion oder Kompression bei **konstanter Temperatur**; man bezeichnet sie mit dem Ausdrucke **isothermisch.**

Die Kurve der isothermischen Expansion oder Kompression, **Isotherme** genannt, ist eine gleichästige Hyperbel und deren Gleichung

$$pv = \text{const.} = RT. \tag{12}$$

Es ist dies ein spezieller Fall der allgemeinen Gleichung $pv^n = \text{const.}$; doch läßt sich die während einer isothermischen Zustandsänderung geleistete oder verbrauchte Arbeit aus den bezüglichen Gleichungen (6) oder (7) nicht bestimmen, da für $n = 1$ Zähler und Nenner verschwinden. Zur Bestimmung dieser Arbeit benützt man daher die Gleichungen

$$W = \int_{v_1}^{v_2} p\, dv$$

und

$$p = \frac{p_1 v_1}{v}$$

und daraus

$$W = p_1 v_1 \int_{v_1}^{v_2} \frac{dv}{v},$$

integriert

$$W = p_1 v_1 (\log_e v_2 - \log_e v_1)$$

oder

$$W = p_1 v_1 \log_e \frac{v_2}{v_1} = p_1 v_1 \log_e r. \tag{13}$$

Statt $p_1 v_1$ kann man setzen pv, da das Produkt aus p und v während der Zustandsänderung konstant bleibt; für pv weiters $pv = RT$ gesetzt, gibt die Gleichung der geleisteten Arbeit

$$W = RT \log_e r. \tag{14}$$