

$\alpha = 2\sigma_{zul} \frac{W_n}{W} = \text{constans}$. Indem man für einige — etwa drei — beliebig gewählte Werte J die Momente berechnet, kann man so

$$h = f(J)$$

darstellen. Aus dieser Kurve ist zu jedem Wert h , den man wählen will, der zugehörige Wert J und das erforderliche W_n zu entnehmen. Man erkennt, daß fast beliebig kleine Trägerhöhen möglich und wirtschaftlich ausführbar sind. Man kann die Kurve auch benutzen, um die Höhe des *kleinsten* Querschnittes zu ermitteln. Natürlich nimmt mit abnehmendem h die Durchbiegung zu. Im allgemeinen wird das größte Maß der Durchbiegung, das man für zulässig hält, für die Wahl von h maßgebend sein müssen. Die Durchbiegung ist indessen ebenfalls kleiner — unter Umständen beträchtlich — als die Elastizitätstheorie ergibt.

Nachstehend einige Zahlen, die ich für ein Beispiel von den Verhältnissen der Wettbewerbsentwürfe für die Rheinbrücke Köln—Mülheim erhalten habe. In der Mittelöffnung ist $l = 330$ m, $f = 36,7$ m, Eigenlast $g = 18$ t/m, Verkehrslast $p = 8,0$ t/m für einen Hauptträger. Laststellung von 0 bis $0,45 l$ und rechte Seitenöffnung voll.

J m ⁴	Momente in $\frac{l}{4}$ t. m		$\frac{b}{a}$	Durchbiegung in $\frac{l}{4}$ m		Trägerhöhe m
	a	b		a	b	
1,31	8718	6400	73 ⁰ / ₁₀	0,786	0,602	5,92
0,855	8374	5413	65 ⁰ / ₁₀	1,170	0,743	4,57
0,584	8162	4528	55 ⁰ / ₁₀	1,494	0,883	3,73
0,260	7876	2779	36 ⁰ / ₁₀	2,988	1,201	2,71

Die Spalten a geben Momente und Durchbiegung nach der Elastizitätstheorie, b nach der exakten Theorie an. Die Trägerhöhe ist für $\sigma_{zul} = 1,82$ t/cm² und $\frac{W_n}{W} = 0,875$ berechnet. Der kleinste Querschnitt des Versteifungsbalkens liegt noch unter $h = 3,0$ m.

Bemerkenswert ist noch, daß auch die Beanspruchung des Versteifungsbalkens infolge Nachgebens der Widerlager, in denen die Kette verankert ist, nicht so erheblich ist wie nach Ausweis der Elastizitätstheorie. Auf Grund meiner Rechnungen muß ich der von den Konstrukteuren der Delaware-Brücke im Journal of the Franklin-Institut ausgesprochenen Ansicht zustimmen, daß die Elastizitätstheorie für die Berechnung einer Hängebrücke im allgemeinen unbrauchbar ist.

Professor Dr. Ing. HUGO KULKA, Hannover:

Angreifende Kräfte im Eisenwasserbau¹

In den letzten Jahrzehnten hat sich ein Sondergebiet des Eisenbaues, der Eisenwasserbau, zu großer technischer und wirtschaftlicher Bedeutung entwickelt. Die Eigenheiten dieses Gebietes und seine Unterschiede gegenüber dem Brückenbau sind sowohl theoretischer als auch konstruktiver Art und sind wesentlich hervorgerufen durch die Eigenart der angreifenden Kräfte. Ähnlich wie im Brückenbau spielen neben der statischen Belastung auch dynamische Probleme eine Rolle, nur daß hier den dynamischen Erscheinungen häufig die Hauptrolle zukommt.

¹ Vergl. Kulka: „Der Eisenwasserbau I“, Ernst u. Sohn, Berlin 1928.

Das Grundproblem der angreifenden Kräfte im Eisenwasserbau, zugleich aber auch eines der wichtigsten Probleme der praktischen Hydraulik ist die Bestimmung des Druckes des ruhenden und bewegten Wassers auf eine Zylinderwand.

Die statische Aufgabe der Druckbestimmung des ruhenden Wassers gestaltet sich verhältnismäßig einfach und kann letzten Endes als eine rein geometrische Aufgabe behandelt werden. Die Eigenschaft des Wassers, daß an einer Stelle der Druck nach allen Richtungen des Raumes gleich groß ist, bewirkt eine so vollständige Übereinstimmung zwischen Theorie und Erfahrung, wie sie sonst wohl selten in einem technischen Gebiete zutrifft.

Dagegen wird die Druckbestimmung wesentlich verwickelter und gestaltet sich zu einem schwierigen physikalischen Problem, wenn die Flüssigkeit in Bewegung ist. Man kann hier zwischen zwei Sonderfällen unterscheiden. Der erste Fall, der der einfachere ist, behandelt jene Aufgaben, bei welchen die Voraussetzung des Wassers als reibungslose Flüssigkeit durch die Erfahrung bestätigt wird, jedenfalls die Unterschiede

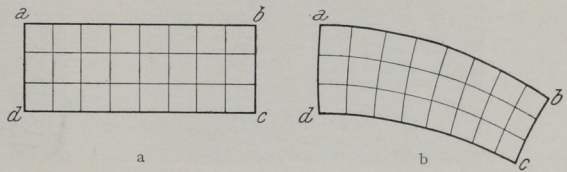


Abb. 1

zwischen Rechnung und Versuch durch die Zähigkeit als Ursache der Reibung nur wenig beeinflußt werden. Der zweite Fall ist von dem Einflusse der Zähigkeit des Wassers so weitgehend beherrscht, daß eine Vernachlässigung der Reibungen zu großen Unterschieden zwischen Theorie und Erfahrung führen würde.

Der erste Fall kommt im Eisenwasserbau, besonders im Wehrbau, sehr häufig vor und ist eigentlich derjenige, den man bei der Formgebung unserer Staukörper anstreben soll. Auch dieser Fall gestaltet sich nach Voraussetzung einer reibungslosen Flüssigkeit und nach Annahme der Eigenschaft der Kontinuität zu einem rein mathematischen Problem. Die Kontinuität ist durch die Eigenschaft des Wassers definiert, daß eine Ansammlung von Masse ebenso wie die Bildung von masselosen Hohlräumen ausgeschlossen sein soll. Die mathematische Formulierung

der Zähigkeit als Ursache der Reibung nur wenig beeinflußt werden. Der zweite Fall ist von dem Einflusse der Zähigkeit des Wassers so weitgehend beherrscht, daß eine Vernachlässigung der Reibungen zu großen Unterschieden zwischen Theorie und Erfahrung führen würde.

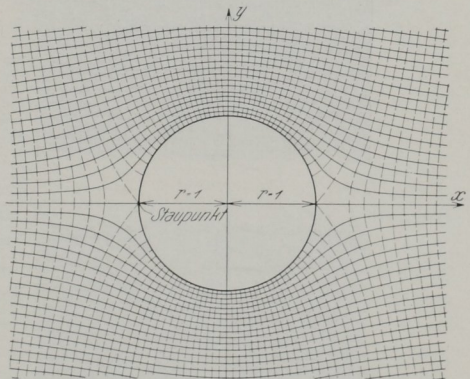


Abb. 2.

dieser grundsätzlichen Voraussetzungen in der Theorie der reibungslosen Flüssigkeiten führt zu dem Anschlusse dieser Theorie an die Theorie der analytischen Funktionen, deren Methoden, insbesondere die der konformen Abbildungen zu einer sehr geschickten theoretischen Behandlung der vorliegenden Probleme führt. Diese Methode läuft im wesentlichen darauf hinaus, das Koordinatensystem für die mathematische Behandlung dem Sonderproblem anzupassen. Stellte z. B. in Abb. 1a ab und dc die Seitenwände eines Gerinnes dar, das vom Wasser parallel zu diesen Kanten durchströmt wird, so werden die Bewegungen dieser Flüssigkeit am bequemsten durch Festlegung auf ein Koordinatensystem bezogen, dessen Achsen parallel sind zu den Kanten ab , bzw. cd . Bedenkt man, daß infolge der Reibungslosigkeit und Kontinuität die Flüssigkeitsteilchen sich in Bahnen bewegen, deren Richtung durch die zu ab parallelen Seiten der Quadratchen gegeben sind, während

die Flüssigkeitsmenge, welche in der Zeiteinheit durch die anderen Seiten der Quadratchen fließen, wegen der Kontinuität konstant sein muß, so liegt es nahe, auch bei der Strömung zwischen den Wänden $a b$, $d c$ in Abb. 1 b von dieser Eigenschaft der wirbellosen und kontinuierlichen Strömung bei Wahl des Koordinatensystems Gebrauch zu machen, wodurch die Koordinatenteilung laut Abb. 1 b folgt. Auch hier entsteht zur Festlegung der Bewegung der Flüssigkeitsteilchen ein Quadratnetz, das jedoch im Durchflusse von $a d$ nach $b c$ sich der veränderlichen Geschwindig-

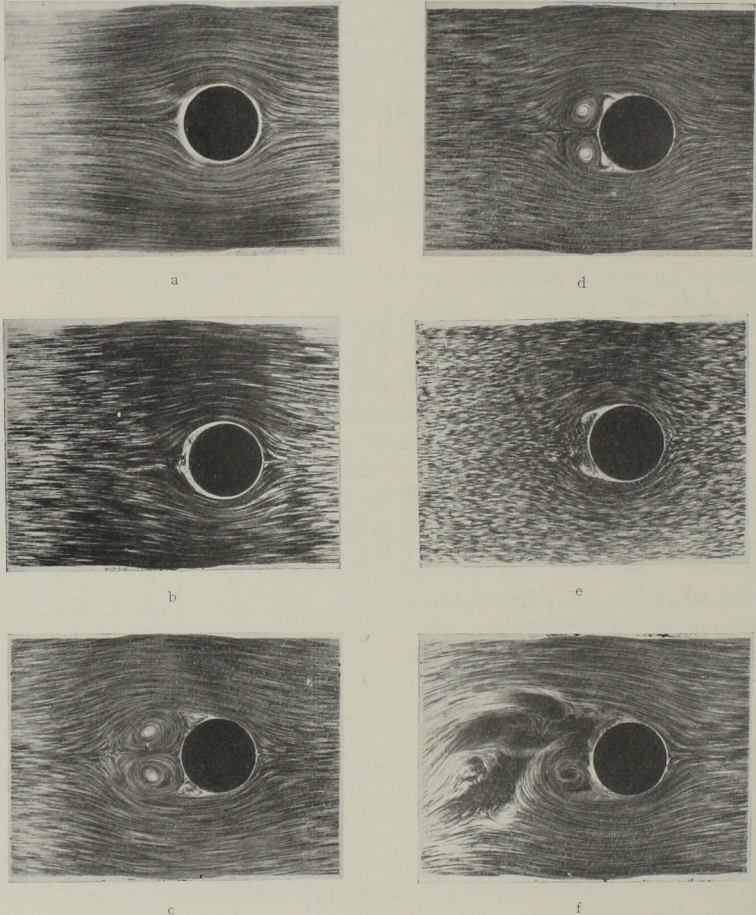


Abb. 3

keit so anpaßt, daß die Größe der Quadratteilchen im umgekehrten Verhältnis steht zu der Größe der Geschwindigkeit. Diese wertvolle Erkenntnis für die Festlegung der Bewegung des Wassers wird umso bedeutungsvoller, als in der Funktionentheorie bewiesen wird, daß bei gegebenen Rändern $a b$, $d c$ eine eindeutige Teilung in Quadratchen folgt. Die Quadratseitechen in Richtung $a b$, bzw. $d c$ geben die sogenannten Stromlinien, die senkrecht darauf stehenden Trajektorien die Linien gleicher Geschwindigkeitspotentials an. Durch Ausnutzung der Methoden der konformen Abbildungen, deren Endzweck die Teilung einer gegebenen Figur in genügend

kleine solcher Quadrate ist, kann auf rein mathematischem Wege die Aufgabe der Geschwindigkeitsverteilung der reibungslosen Flüssigkeit in einem ebenen Gerinne gelöst werden. Bei Kenntnis der Geschwindigkeit an irgend einer Stelle des Gerinnes folgen die Geschwindigkeiten an einer beliebigen Stelle aus dem umgekehrten Verhältnis der Quadratseiten der Netzteilung an den betreffenden Stellen. Da nun mit $v = \sqrt{2gh}$ und $h = \frac{v^2}{2g}$ sich aus der Geschwindigkeit und der Erdbeschleunigung g die sogenannte Geschwindigkeitshöhe, d. h. die zur Erzeugung von Geschwindigkeit verzehrte Druckhöhe des verfügbaren Flüssigkeitsdruckes H an der betreffenden Stelle ergibt, so ist der noch vorhandene Druck durch die bekannte Beziehung $p = H - \frac{v^2}{2g}$ gegeben. Damit wäre die Druckbestimmung für die Zylinderwand gelöst. Abb. 2 zeigt die Netzteilung für den Fall eines in eine Flüssigkeit getauchten Kreiszylinders. Abb. 3a ist eine photographische Wiedergabe eines solchen Strömungsbildes ersichtlich.

Eine ganze Reihe von Strömungserscheinungen, namentlich solche, die im Wehrbau vorkommen, erfüllen die Voraussetzungen der hier angewandten Theorie, die man auch Theorie der Potentialströmungen nennt, in sehr befriedigendem Maße. Dies gilt insbesondere von Überfallsproblemen mit sogenannten freien Oberflächen, d. h. mit Begrenzung des Flüssigkeitsstrahles durch die Luft, wo also Reibungen an Gefäßwänden teilweise ausgeschlossen sind. In Abb. 4 ist eine solche Strömung über einen Zylinder dargestellt. Es ist daraus die obere Strahlengrenze

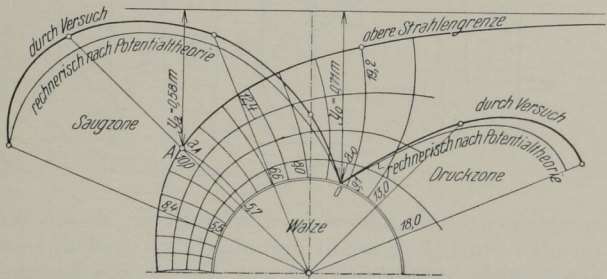


Abb. 4

als freie Oberfläche ersichtlich, ferner die durch konforme Abbildung erhaltene Netzteilung und die Diagramme der Druckverteilung auf die Zylinderwand.

Für die spezifischen Drücke, welche stets senkrecht zur Wand aufgetragen sind, ist sowohl der nach der Potentialtheorie errechnete Druck als auch der gemessene eingetragen. Es ergibt sich eine verhältnismäßig gute Übereinstimmung.

Leider liegen die Verhältnisse nicht immer so, daß die Zähigkeit der Flüssigkeit wie im vorhergehenden Beispiele vernachlässigt werden kann. Vielmehr würde die Vernachlässigung manchmal zu ganz falschen Ergebnissen führen.

Die Berücksichtigung der Reibung, bzw. der Zähigkeit in den Grundgleichungen der Flüssigkeitsbewegungen geschah bereits in den sogenannten NAVIER-STOKESschen Gleichungen für die Flüssigkeitsbewegungen. Da aber die Anwendung dieser Differentialgleichungen im Sonderfalle zu großen Schwierigkeiten führte, wurden dieselben von STOKES in vereinfachter Form auf Strömungsaufgaben verwendet, ohne aber eine Übereinstimmung zwischen Berechnung und Erfahrung zu erreichen.

Erst die neuere Forschung brachte hierin befriedigende Erklärung. Während die Göttinger Schule unter Führung von L. PRANDTL die Erklärung der Erscheinungen der zähen Flüssigkeiten vom physikalischen Standpunkte bringt, sucht die schwedische Schule unter Führung von C. W. OSEEN in Upsala durch Integration der exakten NAVIER-STOKESschen Gleichungen das Problem auf mathematischem Wege als Randwertaufgabe zu meistern.

Die sogenannte Grenzschichttheorie von PRANDTL geht davon aus, daß

ohne Zuhilfenahme der Reibung eine Wirbelbildung in einer Flüssigkeit unmöglich ist. Selbst bei außerordentlich kleiner Zähigkeit wirkt die Reibung an der Oberfläche des umströmten Körpers so verzögernd auf die vorbeiströmenden Flüssigkeitsteilchen, daß die Geschwindigkeit an der Körperoberfläche Null wird.

Der Geschwindigkeitsverlauf von der Oberfläche des Körpers zu den Zonen der durch Reibung ungestörten Strömung bei B ist durch Abb. 5 gekennzeichnet. Die Übergangszone von A bis B mit der Stärke δ heißt die „Grenzschicht“. Ihre Dicke ist beim sehr wenig zähen Wasser sehr gering. Die Bildung dieser Grenzschicht bildet den Ausgangspunkt für die Erklärung der Strömungserscheinungen der zähen Flüssigkeitsteilchen. Der Geschwindigkeitsabfall von B nach A kann auf verschiedene Weise erfolgen. In Abb. 6 sind drei typische Fälle skizziert. Der Pfeil gibt die Strömungsrichtung an. Während im Falle a und b die Geschwindigkeit in der Grenzschicht positive Werte zeigt, kehrt sich im Falle c der Bewegungssinn der Strömung teilweise um, d. h. es strömen Flüssigkeitsteilchen in der Grenzschicht der allgemeinen Bewegungsrichtung entgegen. Diese Flüssigkeitsteilchen

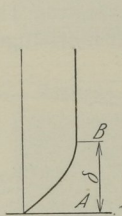


Abb. 5

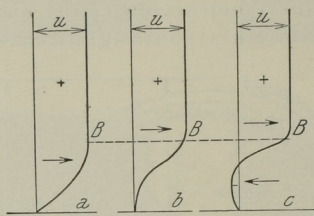


Abb. 6

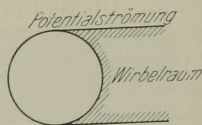


Abb. 7

sammeln sich und bilden einen Wirbelraum, dessen Wirbel ab und zu von der strömenden Flüssigkeit erfaßt und abgeführt werden. Die Ursache dieser geschilderten Rückströmung läßt sich aus der Abb. 2, die den umströmten Zylinder darstellt, leicht erklären. Der in dieser Abbildung dargestellte vollkommen symmetrische Zustand kann selbst bei kleinster Zähigkeit nicht bestehen, da auf dem Wege der Strömung den Flüssigkeitsteilchen etwas Energie durch die Reibung genommen wird. Der geringste Verlust an Energie genügt aber schon, daß die Flüssigkeitsteilchen hinter dem Zylinder nicht mehr an die zur angeströmten Vorderseite symmetrische Stelle des betreffenden Stromfadens, vielmehr zum Stillstande gelangen und dann infolge der Druckverhältnisse sich der Strömung entgegen bewegen.

Wie sich diese Wirbelbildung vollzieht, geht aus den sechs Lichtbildern Abb. 3 a—f hervor, welche bei einem Zylinder bei gleichbleibender Relativgeschwindigkeit zwischen Zylinder und Wasser nacheinander aufgenommen wurden. (Die Bilder wurden mir von Herrn Prof. L. PRANDTL in Göttingen zur Verfügung gestellt.) Durch die Grenzschichttheorie kommt man zu befriedigender Erklärung einer Reihe von Erscheinungen, die durch Integration der vereinfachten STOKESSchen Gleichungen nicht erklärbar sind.

Die Schule OSEENS sucht die Lösung auf rein mathematischem Weg, indem die Integration der vollständigen NAVIER-STOKESSchen Differentialgleichungen zunächst bei endlicher Zähigkeit versucht wird unter der auch in der PRANDTLschen Theorie gemachten Annahme, daß die Geschwindigkeit an der Körperoberfläche durch die Zähigkeit einen konstanten Wert (in der Grenzschichttheorie = Null) annimmt. Durch nachträglichen Grenzübergang zu unendlich kleiner Zähigkeit erhält OSEEN Resultate, die zwar der Theorie der idealen Flüssigkeiten (Potentialtheorie) widersprechen, aber mit der Wirklichkeit in Einklang stehen. Nach OSEEN beruht der

Fehler der STOKESSchen Annäherung in der unzulässigen Vernachlässigung der Trägheitsglieder gegen die Zähigkeitsglieder. Selbst bei kleinsten Geschwindigkeiten, wo die Bewegung in so hohem Maße, wie überhaupt möglich, von der Reibung beeinflusst sind, wird durch die Trägheit eine Unsymmetrie erzeugt, noch mehr aber dann, wenn die Geschwindigkeiten groß sind.

Das Bild, das sich aus der OSEENSchen Theorie ergibt, ist in Abb. 7 skizziert. An der Vorderseite der eingetauchten Fläche gehorcht die Strömung den Gesetzen der idealen Flüssigkeit hinter der Fläche, also innerhalb des Zylinders, der in der Figur durch Schraffen hervorgehoben ist, wird eine Wirbelbewegung über die wirbellose gelangt.

Mit der Bestimmung der Geschwindigkeiten ist nach Obigem die Frage der Druckbestimmung gelöst.

Wie wichtig im Sonderfalle die richtige dynamische Behandlung des Problems der Druckbestimmung ist, zeigt die Abb. 8, wo der Druck des unter einem Zylinder (Walze) strömenden Wassers gegen den Zylinder dargestellt ist. (Nach Versuchen des Verfassers.) Vor noch nicht zu langer Zeit wurden solche Aufgaben rein statisch betrachtet mit dem in der Abb. 8 eingetragenen Ergebnis (Druckverteilung bei ruhendem Wasser), das selbstredend falsch ist. In der Abbildung sind die Druckverteilungen (gemessen und berechnet) für „Oberwasserstände“ (I und II) eingetragen. Es ist zu ersehen, daß an der Stelle, wo statisch der größte Druck vorhanden wäre, sogar ein negativer Druck, also eine Saugwirkung eintritt (unterster Walzentheil).

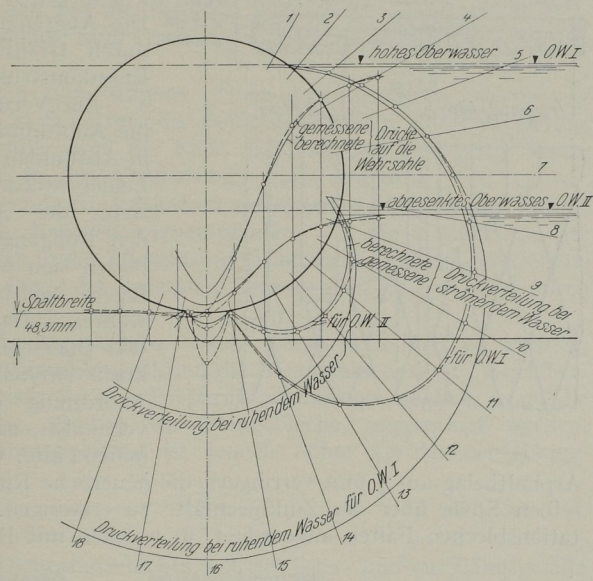


Abb. 8

Stadtbaurat Ing. Dr. RUDOLF SCHUHMAN, Wien:

Erfahrungen bei der Erhaltung von Straßenbrücken¹

Nachfolgende Erfahrungen bei der Erhaltung von Straßenbrücken zwecken, die Erhaltungskosten auf das geringste Maß herabzudrücken. Soweit dies im beschränkten Rahmen möglich ist, sollen Einzelheiten von Fahrbahn- und Gehwegkonstruktionen städtischer Straßenbrücken beschrieben werden.

1. Gehwege der Fahr- und Fußgängerbrücken

Da Gehwege der Fahr- und Fußgängerbrücken seltener aus Holzkonstruktion (Bohlen auf Trämen), Holzlatten mit Asphaltbelag, Trägerwellblechen mit Beton

¹ Der vollständige Vortrag ist in der Zeitschrift des Österr.-Ingenieur- und Architekten-Vereins, H. 37/38, Jahrg. 1928, erschienen.