Wünscht man indessen diese „Eisenbrückentheorie“ durch Mitberücksichtigung der Biegungs- und Drehmomente zu verbessern, so wird die Untersuchung dermaßen erschwert, daß die Durchführung der genauen Berechnung, mit Einführung der einzelnen Knotenmomente, Drehmomente und Ausbiegungen als ziemlich aussichtslos angesehen werden muß. Es sind daher womöglich neue Wege, die auch zu der gewöhnlich kontinuierlichen Krümmung des Bogens besser passen, einzuschlagen.

Einen solchen Weg hat der Verfasser dieses Referates in einer in „Ingeniören“ (Kopenhagen) 1918, S. 543 und 577, und in der Schweiz. Bauzeitung, Bd. 77 (1921), Nr. 15/16, veröffentlichten Arbeit einzuschlagen versucht. Das angewandte Verfahren, das auch den Verwindungswiderstand berücksichtigt, ist prinzipiell dasjenige, das zuerst von ENGESSER und VIANELLO zur annähernden Behandlung zentrisch beanspruchter Säulen angegeben wurde. Die zu verwendenden Gleichungen sind zwar ganz allgemein aufgeschrieben; um indessen die Berechnungen so weit als möglich durchführen zu können, sind am Ende eine parabolische Bogenform und stetig sich nach einfachem Gesetze ändernde Hauptträgheitsmomente J_1 und J_2 vorausgesetzt, und schließlich sind noch die Steifigkeitsbeiwerte für Querbiegung (EJ_2) und Drehung (GJ_d) gleich gesetzt, was für rechteckigen Querschnitt mit $\frac{b}{h} = \frac{1}{2}$ bis $\frac{3}{4}$ beinahe zutrifft. Durch diese Vereinfachungen ist es gelungen, für die rein theoretischen Knickbedingungen (Determinante gleich Null) geschlossene Formeln aufzustellen und auch die von den belasteten Halbrahmen auf den Bogen ausgeübte Querbelastung zu berücksichtigen.

Bei der künftigen Forschung auf diesem Gebiete sollte mehr wie bisher Gewicht darauf gelegt werden, die durch die n-fache Belastung hervorgerufenen Spannungen zu ermitteln; wenn diese Spannungen, unter Berücksichtigung der Formänderungen des Bogens berechnet, den Bruchwert erreichen, tritt der kritische Zustand, die Ausknickung, ein. Nur bei den allerschlanksten Konstruktionen hat die rein theoretische Knickbedingung noch Bedeutung. Sich hiemit auch für die schwereren Konstruktionen zu begnügen, selbst wenn hier schätzungsweise eine höhere Sicherheit verlangt wird, kann nur in solchen Fällen befriedigen, in welchen ohnedies eine dermaßen überschüssige Sicherheit vorhanden ist, daß eigentlich für eine Berechnung gar keine Notwendigkeit vorliegt.

Hier im Falle schwererer Konstruktionen an der theoretischen Knickbedingung festzuhalten, entspricht vollständig dem früher nicht ungewöhnlichen Stehenbleiben bei der Euler-Formel für zentrisch beanspruchte kurze Säulen.

Für die künftigen Untersuchungen scheint dem Referenten ein Verfahren ähnlich dem in der Schweiz.-Bauzeitung angewandten, jedoch vielleicht in Übereinstimmung mit den bekannten Anwendungen TIMOCHENKOs von trigonometrischen Reihen weiter entwickelt, am aussichtsreichsten zu sein.

Außerdem *wären aber*, wie schon oben gesagt und hier nochmals ausdrücklich wiederholt, *Modellversuche zur weiteren Klärung der Frage sehr erwünscht.*

Diskussion

Dozent Dr. Ing. E. CHWALLA, Wien.

1. Prof OSTENFELD weist in seinem Referate darauf hin, daß „eine wirkliche Ausknickung normalerweise durch eine Überschreitung der Bruch- bzw. Fließgrenze des Materials hervorgerufen wird“ und verlangt dementsprechend im Rahmen des „Knickproblems“ den Nachweis der unter der n-fachen Baulast auftretenden Spannungen. Einer derartigen Auffassung eines Stabilitätsproblems vermag ich mich

nicht anzuschließen. Wohl kann bei Druckgliedern aus Werkstoffen, die nur beschränkt dem HOOKEschen Gesetze folgen, eine Gruppe von Knickerscheinungen existieren, die durch das Nullsetzen einer Nennerdeterminante nicht zu erfassen sind und in großem Maße durch zusätzliche Spannungen ungünstig beeinflußt werden können; für derartige Knickerscheinungen ist aber grundsätzlich nicht die *Größe* der Spannung, sondern einzig und allein der erzielte *Verlauf* des Spannungsbildes im Stabe, also das Formänderungsgesetz des Werkstoffes, das Entscheidende, und ungeachtet der im Referat als maßgebend bezeichneten ,,Fließgrenze" können z. B. exzentrisch gedrückte Eisenstäbe theoretisch und experimentell nachweisbar dieser Knickung unterliegen, auch wenn die exakt nachgewiesene größte Randspannung noch *unter* derFließgrenze gelegen ist.

2. Dr. SCHWEDA hat im ,,Bauingenieur" 1925 auf einen Irrtum aufmerksam gemacht, der bei der Anwendung der ENGESSERschen Formel bezüglich des Knickmoduls unterläuft und hat anschließend nachgewiesen, daß sich die einwandfrei berechneten Werte dieser Formel mit den strengen, die Einzelstützung in Rücksicht ziehenden Lösungen Dr. BLEICHS wegen der immer vorhandenen großen Gurtsteifigkeit praktisch *schlechtweg decken.* Diese wichtige, im Referat übrigens nicht berücksichtigte Feststellung läßt es nun aussichtsreich erscheinen, der Untersuchung der Seitensteifigkeit offener Bogenbrücken das ,,Kipp-Problem" eines elastisch gleichmäßig quergestützten Bogens zugrunde zu legen. Ich habe diesen Fall für den Kreisbogen mit unveränderlicher Achsialkraft, also gleichmäßig verteilter Radiallast, in einer unveröffentlichten Arbeit mit Schärfe behandelt und nach einem etwas verwickelteren Rechnungsgang einfache, geschlossene Formeln erhalten, die ich mir mitzuteilen erlaube (vgl. auch NICOLAI, Z. f. ang. M. u. Mech. 1923). Diese Formeln rangieren trotz ihrer Einfachheit als Näherungsformeln an erster Stelle; sie berücksichtigen streng die bei den üblichen Pfeilverhältnissen nicht unbedeutende Achsenkrümmung und den nicht unbedeutenden Torsionswiderstand. Die Referatsbemerkung, daß die Verdrillung wegen der Kleinheit der betrachteten Ausbiegung vernachlässigt werden könne, ist ungerechtfertigt, da diese Verdrillung ebenso wie alle übrigen Wirkungsgrößen des Knickzustandes von der Größenordnung der Verformung ist. Die von den Formeln verlangte konstante Achsialkraft ist praktisch angenähert vorhanden und die vorausgesetzte Aufteilung der Rahmenwiderstände längs des biegesteifen Gurtes beeinflußt das Endergebnis nach den einleitenden Bemerkungen nicht wesentlich. Die Ausgangsgleichung des Problems ist eine Differentialgleichung sechster Ordnung für die seitliche Ausbiegung der Achspunkte. Ihre Lösung hat die sechs Randbedingungen etwa einer ,,radialen Walzenlagerung" zu befriedigen, wobei einer teilweisen Einspannung an den Kämpfern durch eine geringe Höherlegung dieses ,,Randes" Rechnung getragen werden kann; sie führt einerseits zur räumlichen Biegelinie und damit auf die Zusatzspannung im Bogen als Folge der Querträgerdurchbiegung, und anderseits nach Streichung der Lastglieder auf die Knickbedingung. Nun ist bei einer allgemeinen Behandlung des Bogen-Kipproblems, also auch bei den strengen Lösungen des Referates *(und überhaupt bei allen insbesonders räumlichen Stabilitätsuntersuchungen)* grundsätzlich die Unterscheidung mehrerer Fälle erforderlich, die auf verschiedene Koeffizienten der Ausgangsgleichung und damit auf wesentlich verschiedene Knicklasten führen. In einem Fall I kann beispielsweise angenommen werden, daß die den achsialen Druck erzeugenden Radialbelastungen (in praxi also die resultierenden Kräfte der Füllungsstäbe oder die Hängestangenkräfte) während des Ausknickens ständig in der Trägheitshauptachse des Bogenquerschnittes wirksam bleiben; in einem Fall II sei etwa angenommen, daß diese Radiallast auch während des Ausknickens gegen den Kreismittelpunkt gerichtet bleibt und schließlich kann in einem Fall III vorausgesetzt werden, daß diese Bogenlasten ihre ursprünglich vertikale Richtung auch

im infinitesimal verformten Zustand beibehalten. Welcher von diesen Fällen den Verhältnissen der Brücke am besten entspricht, ist nicht ohneweiters feststellbar; der letzte Fall ist jedenfalls der ungünstigste und kann aus diesem Grunde als maßgebend angesehen werden. Die erwähnten Formeln für die kritischen Achsialkräfte des Bogens, die natürlich auch die mehrfachen und komplexen Wurzeln umfassen, sind nun die folgenden:

Fall I. $$P_K = \frac{E' \cdot J}{s^2} \cdot \left(n^2 \pi^2 - \frac{s^2}{r^2}\right) + \frac{W}{a} \cdot s^2 \cdot \frac{1 + \lambda \cdot \dfrac{s^2}{n^2 \pi^2 r^2}}{n^2 \pi^2 - \dfrac{s^2}{r^2}} = \text{Min. in ,,}(n = 1, 2, 3 \ldots)\text{``};$$

Fall II. $$P_K = \frac{E' \cdot J}{s^2} \cdot \frac{n^2 \pi^2 - \dfrac{s^2}{r^2}}{1 + \lambda \cdot \dfrac{s^2}{n^2 \pi^2 r^2}} + \frac{W}{a} \cdot s^2 \cdot \frac{1}{n^2 \pi^2 - \dfrac{s^2}{r^2}} = \text{Min in ,,}(n = 1, 2, 3 \ldots)\text{``};$$

Fall III. $$P_K = \frac{E' \cdot J}{s^2} \cdot \frac{\left(n^2 \pi^2 - \dfrac{s^2}{r^2}\right)^2}{n^2 \pi^2 + \lambda \cdot \dfrac{s^2}{r^2}} + \frac{W}{a} \cdot \frac{s^2}{n^2 \pi^2} = \text{Min. in ,,}(n = 1, 2, 3 \ldots)\text{``}.$$

Hiebei bedeutet: ,,P_K`` die kritische Achsialkraft im Bogen, ,,$E'$`` den der kritischen Spannung zugeordneten Knickmodul des Werkstoffes, ,,J`` das seitliche Trägheitsmoment des Bogens, ,,$s$`` die Bogenlänge und ,,r`` den Bogenradius; ,,$\frac{W}{a}$`` ist die Bettungsziffer, die hier ungeachtet einer noch möglichen Verfeinerung einfach als der auf die Feldweite ,,a`` aufgeteilte mittlere Rahmenwiderstand ,,$W$`` festgelegt wurde und ,,λ`` stellt das nach Voraussetzung endlich große Verhältnis der seitlichen Biegesteifigkeit zur Drillungssteifigkeit im kritischen Zustand vor. Dieses ,,$\lambda$`` kann insbesondere bei den offenen Kastenprofilen eiserner Brücken überraschend groß werden.

Je flacher der Bogen ist, um so geringer werden die Unterschiede dieser drei Formelwerte und im Grenzfall des geraden Gurtes erhält man mit $r \to \infty$ und der Bezeichnung ,,$s = l$`` aus allen drei Beziehungen die exakte Lösung ENGESSERS:

$$P_K = \frac{n^2 . \pi^2 . E' . J}{l^2} + \frac{W}{a} \cdot \frac{l^2}{n^2 \pi^2} = \text{Min. in ,,}(n = 1, 2, 3 \ldots)\text{``} \sim 2 . \sqrt{\frac{W . E' J}{a}},$$

deren praktische Übereinstimmung mit der vorhandenen strengen Lösung für Einzelstützung nachgewiesen ist. Sind die Hängestangen schlaff oder sind die Halbrahmen konstruktiv nicht betont, so ist $W = 0$ und die Knickformeln bestehen nur aus den ersten Summanden. Denkt man sich weiters diesen nicht quergestützten Bogen zum vollen Kreisring geschlossen, so wird die Minimalbedingung erstmalig für $n = 4$ erfüllt und man erhält in den Fällen I bis III der Reihe nach die kritischen Achsialkräfte

$$\text{1. } P_K = \frac{3 \cdot E' \cdot J}{r^2}, \quad \text{II. } P_K = \frac{E' . J}{r^2} \cdot \frac{12}{4 + \lambda} \quad \text{und} \quad \text{III. } P_K = \frac{E' \cdot J}{r^2} \cdot \frac{9}{4 + \lambda}.$$

Diese Sonderfälle des bettungsfreien Ringes wurden für sich schon behandelt, und zwar hat die erste Beziehung FEDERHOFER (,,Der Eisenbau`` 1921), die zweite HENCKY (,,Z. f. ang. Math. u. Mech.`` 1921) und die dritte NICOLAI (Z. c.) hergeleitet.

Prof. H. KAYSER, Darmstadt:

Ich konnte leider durch meine Teilnahme bei der Sitzung der Sektion Eisenbau die Ausführungen der Herren Vorredner nicht vollständig anhören. Trotzdem möchte ich zur Ergänzung der Diskussion über das Thema der Querversteifung offener Brücken folgende Ausführungen machen. In schwierigen Fällen, besonders bei Brücken mit gekrümmten Gurtungen, versagen die analytischen Verfahren mehr oder weniger. Sie führen zu komplizierten und unübersichtlichen Formeln und erschweren das Anschauungsvermögen. In allen solchen Fällen möchte ich das zeichnerische Verfahren empfehlen, wie es von mir erstmalig im Zentralblatt der Bauverwaltung 1909 entwickelt wurde.[1] Die damalige Veröffentlichung bezieht sich zwar nur auf Eisenbauten, sie läßt sich aber in gleicher Weise für Eisenbetonbauten anwenden.

Ich gehe davon aus, daß im Falle der Knickung die virtuelle Druckarbeit des Gurtes der Brücke gleich ist der virtuellen Biegearbeit des Gurtes und der Querrahmen. Dabei ist es nötig, eine kleine Gesamtausbiegung des ganzen Gurtes in mehreren Wellen ins Auge zu fassen, auch wenn im Falle der Ausbiegung nur der mittlere Teil tatsächlich knickt (vgl. die Abb. 4 u. 5). Die mittlere Welle ist bei nicht gleichzeitigem Knicken durch die seitlichen Wellen mehr oder weniger eingespannt. Die genaueren Untersuchungen zeigen aber, daß die Einspannung verhältnismäßig klein ist und daß es daher praktisch zulässig ist, die mittlere Welle, welche zuerst in den labilen Gleichgewichtszustand gelangt, für sich zu betrachten.

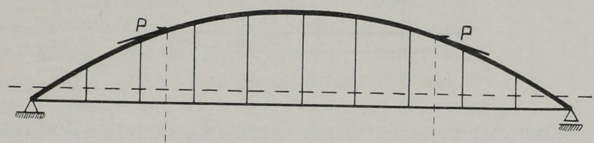
4


Abb. 4. Tragkonstruktion

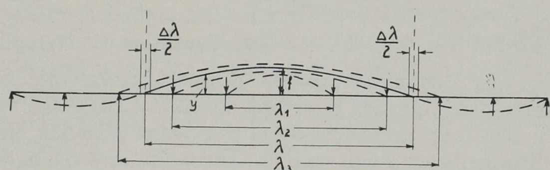
5


Abb. 5. Knicklinien des Gurtes

Das *zeichnerische Verfahren* geht davon aus, daß man nacheinander mehrere beliebige Wellen λ in der Mitte des Gurtes annimmt und für die verschiedenen Wellenlängen die Druckarbeit der Gurtkräfte bei beliebiger Verkürzung $\Delta\,\lambda$ berechnet und mit der Biegearbeit vergleicht. Für die Knickung kommt diejenige Wellenlänge in Betracht, bei der die Biegearbeit aus Gurtung und Rahmen einen Kleinstwert aufweist.

Bezeichnet man mit $P\,.\,\Delta\,\lambda$ die Druckarbeit des Gurtes, wobei P ein Mittelwert sein kann, und mit A_B die Biegearbeit des Gurtes und der Querrahmen, so muß im Falle der Stabilität $P\,.\,\Delta\,\lambda \leqq A_B$ sein. Für flache Kurven ist $\Delta\,\lambda = \frac{\pi^2\,.\,f^2}{4\,\lambda}$. Man rechnet die Biegearbeit des Gurtes aus $A = R\,.\,\Delta\,\lambda$, wobei $R = \frac{\pi^2\,.\,E\,J^1}{\lambda^2}$ ist und die Biegearbeit der Querrahmen aus $A = \frac{1}{2}\,\Sigma\,X\,.\,y$, wobei X diejenige Querbelastung ist, welche am Querrahmen die Ausbiegung 1 erzeugt und y die betreffende Ordinate der Biegelinie darstellt (vgl. Abb. 6). Die Arbeiten für verschiedene Wellenlängen lassen sich zeichnerisch auftragen (vgl. Abb. 7) und ergeben ein aus-

[1] KAYSER, Die Knicksicherheit der Druckgurte offener Brücken.

gesprochenes Minimum für diejenige Welle λ, bei der die gesamte Arbeit einen Kleinstwert aufweist. Es ist diejenige Welle in der das Ausknicken erfolgen muß. Der Sicherheitsgrad gegen Knicken läßt sich ausdrücken durch $n = \frac{A_B}{P \cdot \Delta \lambda} = \frac{A_g + A_p}{P \cdot \Delta \lambda}$. Er sollte mindestens 2,0 betragen.

Das erwähnte zeichnerische Verfahren hat den großen Vorzug der Übersichtlichkeit. Es lassen sich Fehler leicht ausschalten. Dabei ist die Genauigkeit auch für den Eisenbetonbau vollständig ausreichend.

Bei der Berechnung der Steifigkeit der Querrahmen empfehle ich, nur die Pfosten und die Querträger zu berücksichtigen, dagegen die Fahrbahndecke unbeachtet zu lassen. Bei mittleren und größeren Brücken ist der Einfluß der Fahrbahndecke sicher sehr gering.

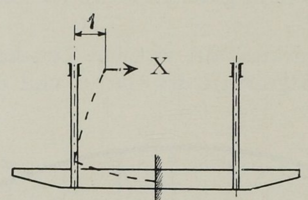


Abb. 6. Querbelastung des Gurtes

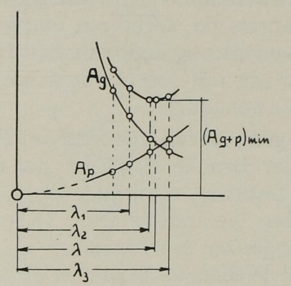


Abb. 7. Arbeitskurven

Dozent Dr. Ing. R. Mayer, Stuttgart:

a) *Ausknicken in der Tragwandebene:* Aus dem Referat Hawranek könnte man den Eindruck gewinnen, als ob bei Eisenbetonbogenbrücken die Knicksicherheit in der Tragwandebene durchwegs sehr reichlich sei; für die als Beispiel angeführte Straßenbrücke von 52,8 m Stützweite und 9,6 m Pfeilhöhe soll die Sicherheit sogar 52fach sein. In Wirklichkeit ist diese mit $E = 210\,000$ errechnete Sicherheit nicht entfernt vorhanden, denn wenn man für diesen Bogenträger die Spannung aus der reinen Normalkraft auch nur zu 10 kg/cm² schätzt, so wäre bei 52facher Knicksicherheit die zugehörige Knickspannung 520 kg/cm² schon etwa doppelt so groß als die Würfeldruckfestigkeit eines normalen Gewölbebetons, der in die Rechnung einzuführende Knickmodul T also recht klein und jedenfalls ganz erheblich kleiner als der Elastizitätsmodul E. Bei Einführung des richtigen Knickmoduls würde sich daher für diese Brücke eine Sicherheitszahl ergeben, die etwa von der Größenordnung jener Sicherheiten ist, welche Eisenbetonsäulen aufweisen. Dies ergibt sich auch aus der von Hawranek mitgeteilten Tabelle, laut welcher fast alle angeführten Bogenbrücken so schlank sind, daß nach den früheren für Säulen gültigen deutschen Eisenbetonbestimmungen eine 10fache Sicherheit nach der Eulerformel mit $E = 140\,000$ für sie zu erbringen gewesen wäre. Die Vorliebe für kühne Bogen von großer Spannweite und flachem Stich hat in den letzten Jahren ebenso stark zugenommen wie das Bestreben, durch Verwendung von hochwertigen Baustoffen die zulässigen Beanspruchungen zu steigern. Da die in Anwendung gekommenen hochwertigen Baustoffe bisher nur durch eine Erhöhung der Festigkeitsziffern ausgezeichnet waren, während ihre Elastizitätsmoduli unverändert blieben, hatte die angedeutete Entwicklung einen Rückgang der Knicksicherheit unserer Bogenbrücken zur notwendigen Folge, die nach meinen Erfahrungen bei neueren Ausführungen selbst ohne Berücksichtigung des bei Bögen exzentrischen Kraftangriffes vielfach kleiner ist als bei den im Hochbau üblichen Säulen. Aus diesem Grunde möchte ich nachdrücklich davor warnen, die Knicksicherheit von Bogenbrücken in der Tragwandebene ungeprüft als genügend vorauszusetzen.

b) *Versteifung durch die Fahrbahntafel:* Eine genaue Untersuchung des Einflusses der Fahrbahntafel auf das Ausknicken in der Tragwandebene liegt nicht vor. Zur Abschätzung dieses Einflusses habe ich empfohlen[1], die Knickkraft des Bogens im Verhältnis $(J_T + J_F) : J_T$ zu erhöhen (J_T und J_F = Trägheitsmomente von Tragwand bzw. durchgehenden Teilen der Fahrbahn je für deren Schwerachsen). Hierbei ist Voraussetzung, daß die Fahrbahn höchstens unter den Inflexionspunkten des knickenden Bogens durch Dehnungsfugen unterbrochen wird, da andernfalls ihre aussteifende Wirkung zu einem guten Teil oder gänzlich unterbunden wird. Die Versteifung durch die Fahrbahntafel dürfte selten von praktischer Bedeutung sein, weil kleine Bogenbrücken im allgemeinen auch ohne die Heranziehung der Fahrbahn knicksicher sind, während bei großen Bogenbrücken auf eine Mitwirkung der Fahrbahn nicht gerechnet werden kann, da diese durch Dehnungsfugen unterbrochen ist.

c) *Der Bogenträger mit Zugband* führt ebenso wie der Stabbogen mit Versteifungsträger (Langerscher Balken) zu einem besonderen Knickproblem. Diese Systeme sind ebenso wie die ihnen verwandte Hängebrücke mit aufgehobenem Horizontalzug dadurch ausgezeichnet, daß die Druckkette durch Hängesäulen mit einer „gleichwertigen" (d. h. gleich großen Horizontalzug aufweisenden) Zugkette gekoppelt ist. Nach der von F. Engesser hierfür aufgestellten Theorie[2] befindet sich die Druckkette, selbst wenn man an jeder Hängesäule Gelenke anordnet, im indifferenten Gleichgewicht, falls sie schwächer geneigt ist als die Zugkette (Hängebrücke mit aufgehobenem Horizontalzug); ist jedoch die Druckkette stärker geneigt als die Zugkette (Bogen mit Zugband und Langerscher Balken), so ist das Gleichgewicht der Druckkette bei Einschaltung von Gelenken an jeder Hängesäule labil und die Druckkette muß dann, um nicht innerhalb der Tragwand auszuknicken, eine gewisse Mindeststeifigkeit besitzen. Hierzu genügt[3] ein Trägheitsmoment $J = J_0 \cdot \sin^2\varphi_m$ der Druckkette, wo J_0 das Trägheitsmoment des gleich knicksicheren Bogenträgers ohne Zugband und φ_m den Neigungswinkel der Bogentangente im Viertelspunkt gegen die Horizontale bedeutet.

d) *Ausknicken aus der Tragwandebene*: Bei Bogenbrücken ohne oberen Querverband erfordert die Anwendung der „Theorie der Seitensteifigkeit offener Brücken", gleichviel, ob man dabei dem Rechnungsgange Engessers oder anderen Methoden folgt, stets eine besondere Vorsicht. Das bekannte Problem der offenen Brücke, dessen Lösung man F. Engesser verdankt, setzt strenge genommen Fachwerkbalkenbrücken voraus, bei welchen dem gegen seitliches Ausknicken zu sichernden Druckgurt eine Zuggurtung gegenübersteht, welche die unteren Ecken der elastischen Halbrahmen in der Tragwandebene festhält. Bei Bogenbrücken fehlt eine solche Festhaltung der elastischen Halbrahmen stets, wenn nicht ein Zugband vorhanden ist, und selbst bei Anordnung eines Zugbandes vermeidet man im Eisenbetonbau nach Möglichkeit dessen Anschluß an die Querrahmen. Überdies verliert die Stützung des Bogens durch die Halbrahmen die Wirksamkeit bei großen Bogenbrücken — und gerade bei diesen ist die Frage der Seitensteifigkeit bedeutsam — wegen der Notwendigkeit, die Fahrbahn durch Dehnungsfugen zu unterbrechen. In den seltenen Fällen, wo demnach die Theorie der offenen Brücken auf Eisenbetonbogenbrücken anwendbar erscheint, erfordert dann aber die Anwendung der Engesserschen Formeln keinen Überschuß an Sicherheit über das normale Maß hinaus, da diese Formeln bei richtiger Wahl von T zu praktisch genau denselben Ergebnissen

---

[1] Die Knickfestigkeit, Berlin 1920.

[2] Der Eisenbau, 1914.

[3] Die Knickfestigkeit, S. 113.

führen, wie die Formel von BLEICH, und der Mißkredit, in welchen die ENGESSER-Formel unverdientermaßen gekommen ist, nur auf deren unsachgemäßen Anwendung in BLEICHS „Theorie und Berechnung der eisernen Brücken" beruht, wo die ENGESSER-Formel im unelastischen Bereich mit dem Modul E statt T verknüpft erscheint. Bei allen Knickproblemen des Eisenbetonbaues ist unsere Unkenntnis bezüglich des zu wählenden Knickmoduls ganz besonders störend. Solange die hier bestehende Lücke nicht geschlossen ist, scheint mir die Berechnung des Knickmoduls aus der RITTERschen Knickformel, wie sie HAWRANEK vorschlägt, immer noch als der beste, wenn auch keineswegs als befriedigender Ausweg. Bei der Bedeutung, welche neuerdings den Knickproblemen im Massivbrückenbau zukommt, halte ich jedoch die Anstellung von Säulenversuchen für dringend erforderlich, um hierauf die Knicktheorie unserer Bogenkonstruktionen aufbauen zu können.

Wegen der oben angedeuteten Schwierigkeiten, eine Bogenbrücke gegen seitliches Ausknicken durch elastische Halbrahmen zu sichern, gewinnt im Massivbrückenbau die seitliche Sicherung durch einen oberen Querverband eine ganz besondere Bedeutung; hiebei entsteht aus den Zwillingsbögen und den biegungssteif an sie angeschlossenen Querriegeln ein räumlich gekrümmter Rahmenstab, der nur als Ganzes seitlich ausknicken kann, wobei die Bögen nicht nur verbogen, sondern auch verdreht werden, während bei den Querriegeln eine entsprechende S-förmige Verbiegung tangential und normal zum Bogen eintritt. Eine einfache und praktisch genügende Lösung des hiebei auftretenden Knickproblems habe ich[1] aus der elastischen Arbeit des Systems hergeleitet. Herr CHWALLA, der dieses Problem seither als Kipp-Problem eines Kreisbogens behandelt hat, scheint mir den Einfluß der Bogenverwindung auf die Kippgrenze zu überschätzen; er mag bei stark gekrümmten Kreisbögen und bei großer Verschiedenheit von Höhe und Breite des Bogenquerschnittes erheblich sein, ist aber bei den gebräuchlichen Formen unserer Bogenbrücken so wenig wesentlich, daß er, zumal bei flachem Pfeilverhältnis, in erster Näherung überhaupt vernachlässigt werden kann. Bei den nebenstehenden Lichtbildern von Pappmodellen zeigt sich der Einfluß von Biegung bzw. Verwindung der Bögen beim Knicken ganz besonders deutlich; zu dem Ende sind in beiden Modellen die Querriegel je um 90° verdreht, so daß das eine Modell (Abb. 8) wesent-

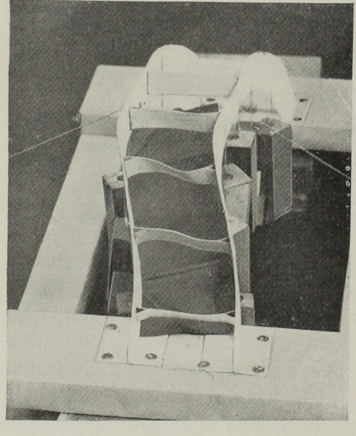


Abb. 8. Knicken infolge Verbiegung

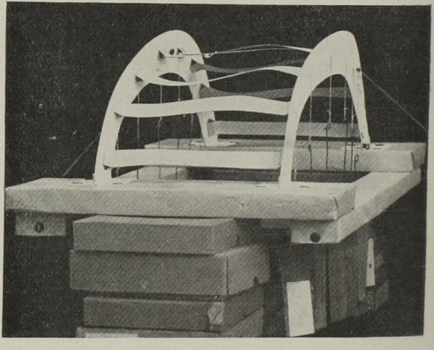


Abb. 9. Knicken infolge Verwindung

[1] Verhandlungen des 2. Internationalen Kongresses für technische Mechanik, Zürich 1926.

lich unter Verbiegung der Bögen, das andere (Abb. 9) wesentlich unter Verwindung der Bögen ausknickt. Diese Pappmodelle haben nur didaktischen Wert. Es dürfte jedoch von Interesse sein, daß ein Versuch an einer im Maßstab 1 : 40 aus Zementmörtel mit Drahteinlagen hergestellten Modellbrücke eine Knickbelastung ergab, die mit der aus meiner Theorie errechneten Knicklast bis auf etwa 10% übereinstimmte; hiebei waren die Elastizitätsmoduli des Modells an Probekörpern aus demselben Mörtel in Abhängigkeit von der Spannung festgestellt worden und so wurde bei der Berechnung der Knicklast die Verschiedenheit des Moduls im Zug- und Druckgurt des Rahmenstabes in derselben Weise berücksichtigt, wie dies Mörsch bei Auswertung seiner bekannten Säulenversuche getan hat. Wie ich nachgewiesen habe (a. a. O.), knickt ein dem Bauwerk geometrisch ähnliches Modell bei derselben Knickspannung wie das Bauwerk, wenn Modell und Bauwerk aus dem gleichen Baustoff bestehen; bestehen sie aus verschiedenen Baustoffen, so verhalten sich ihre Knickspannungen ceteris paribus wie die Knickmoduli der Baustoffe. Hieraus ergibt sich die Möglichkeit, die verhältnismäßig verwickelten Knickprobleme, welche der Bogenbrückenbau stellt, statt auf dem Wege der Rechnung durch einen einfachen Modellversuch sicher und zuverlässig zu entscheiden.

Dr.-Ing. Alfred Hawranek:

Zu den Ausführungen des Herrn Privatdozenten Dr. R. Mayer sei erwähnt, daß die für eine Bogenbrücke im Referate angegebene Sicherheit von 52 nach den Formeln Dr. Mayers für die Knicksicherheit des Bogens *in* der Tragwandebene gerechnet wurde und natürlich den *ideellen* Wert darstellt, den Sicherheiten, die für einen konstanten Formänderungsmodul ermittelt werden, haben; der wirkliche Grad der Sicherheit ist natürlich geringer. Es fehlen aber dafür die Anhaltspunkte, das richtige E, bzw. T einzuführen, was Versuchen vorbehalten werden muß. Wenn erwähnt wird, daß diesem hohen Sicherheitsgrade eine Beanspruchung des Querschnitts im Bogen von zirka 500 kg/qm entsprechen müßte, so sei betont, daß es sich um eine Ausführung in hochwertigem Beton handelt, dessen Würfelproben eine Festigkeit von 550 kg/qm tatsächlich hatten, wenn auch dieser Umstand für das *Stabilitätsproblem* nicht von ausschlaggebender Bedeutung ist.

Was die empfohlene Formel von Dr. Bleich anbelangt, so ist sie viel allgemeiner als die von Engesser. Die Bleichsche Formel gibt auf Grund ihrer Ableitung die *Gesamtheit aller möglichen labilen Gleichgewichtszustände,* was bei Engesser nicht der Fall ist und erst der Grenzwert für $n = \infty$ (n = Felderzahl) gibt den Engesserschen Wert. Weil also die Bleichsche Lösung allgemeiner gehalten ist und sich den verschiedenen in der Praxis auftauchenden Fällen besser anpaßt, wurde diese Formel vom Referenten in den Vordergrund geschoben, was natürlich die hohen Verdienste Engessers bei diesem Problem durchaus nicht schmälern soll.

Diese Empfehlung der Bleichschen Formel geschah auch wegen der nach ihr errechneten kleineren Sicherheit als bei Engesser, da dem Referenten gerade bei Anwendung der Knickformeln im Eisenbetonbau ein sichereres Rechnen angebracht schien.

Was die Mitwirkung der Konstruktion der Fahrbahn bei Bogenbrücken mit aufgehängter Fahrbahn betrifft, die keine oberen Querverbindungen aufweisen, läßt sich derzeit keine genaue Angabe über die Größe des einzusetzenden Trägheitsmomentes der Querträger wegen des monolithischen Charakters der ganzen Fahrbahnkonstruktion machen; es sind hier nur Vorschläge gemacht worden, die natürlich durch den Versuch überprüft werden müssen.

Noch schwieriger ist die Aufgabe bei weit gespannten und flachen Bogenbrücken, die eine Dilatation, also eine Durchtrennung der Fahrbahnkonstruktion aufweisen. Im Bereiche zwischen zwei Durchtrennungen der Fahrbahn ist selbst bei Anordnung von oberen Querverbindungen eine Strecke verminderter elastischer Einspannung des Bogens vorhanden, deren Grad durch eine genaue Untersuchung nach dem vom Verfasser auf Seite 518—521 des Referates C_5 gegebenen Verfahren ermittelt werden kann.

Der Anregung des Herrn Professor Dr. E. SPANGENBERG bezüglich Vornahme weiterer Knick-Versuche mit Eisenbetonsäulen, schließe ich mich an.

Was das Knickproblem der Bogen und seine versuchstechnische Verfolgung betrifft, so wäre die Durchführung von *Modell*versuchen ausreichend, wenn ein entsprechend großer Maßstab, etwa $^1/_3$ bis $^1/_5$ der Naturgröße, gewählt werden würde und hiebei auch die Güte der Ausführung wie bei Originalbauten erreichbar wäre. Stünde einmal eine Brücke selbst für solche Versuche zur Verfügung, um so besser.

Prof. A. OSTENFELD:

Anläßlich der Ausführungen des Herrn CHWALLA (unter Nr. 1) möchte ich folgendes bemerken. Niemand wird wohl jetzt leugnen, daß die Ausknickung einer zentrisch beanspruchten, *idealen* Säule ein Stabilitätsproblem darstellt; ebensowenig wird man wohl aber behaupten, daß die Untersuchung einer mit den in der Praxis unvermeidlichen Fehlern behafteten Säule nicht als ein Festigkeitsproblem behandelt werden konnte. Im Falle exzentrisch beanspruchter Stäbe trifft dies noch mehr zu, und nur um solche handelt es sich, wenn von der Sicherheit offener Brücken gegen seitliches Ausknicken die Rede ist.

Ob man die eine oder die andere Ausdrucksweise vorzieht, — ob man von der Neigung der Arbeitslinie ausgeht und von einem Stabilitätsproblem spricht, oder ob man mit den Ordinaten der Arbeitslinie wie bei einer Festigkeitsuntersuchung rechnet, — ist meiner Meinung nach mehr oder weniger Geschmacksache; glücklicherweise kommt man in praktischen Fällen zu annähernd denselben Endergebnissen, falls nur die Hauptwirkung durch Normalkräfte in Betracht zu ziehen ist. Die Herabsetzung der Sicherheit durch zusätzliche Kraftwirkungen ist indessen nur durch die Betrachtung als Festigkeitsproblem zu erfassen, und darin liegt ein nicht zu unterschätzender Vorteil des letztgenannten Verfahrens.

Auf die prinzipielle Frage beabsichtige ich übrigens in einer zukünftigen Mitteilung über Versuche mit exzentrisch beanspruchten *eisernen* Säulen aus dem hiesigen Baustatik-Laboratorium zurückzukommen.