

## C<sub>2</sub>

# Die Schubfestigkeit des Betons

Von Prof. Dr. Ing. Mörsch

Bei den spröden Baustoffen, wie dem Beton, muß zwischen der Beanspruchung auf Schub und auf Abscheren unterschieden werden.

Auf Abscheren wird der Körper in Abb. 1 beansprucht, wo eine Verschiebung und Trennung der beiden Teile links und rechts von  $a-a$  nach dieser Ebene stattfinden will. Hier ist theoretisch eine Querkraft nur im Querschnitt  $a-a$  vorhanden. Indem man die Bruchlast gleichmäßig über den Querschnitt verteilt, erhält man die sogenannte Scherfestigkeit. Kennzeichnend für diese Art der Beanspruchung ist die Unstetigkeit, die in der Längsrichtung insbesondere neben den scherenden Kanten vorhanden ist.

Versuche haben die Scherfestigkeit des Betons etwa zu  $t = \sqrt{k_b \cdot k_z}$  ergeben, wo  $k_b$  und  $k_z$  seine Prismen- bzw. Zugfestigkeit bedeuten; jedenfalls ist die Scherfestigkeit das Drei- bis Vierfache der Zugfestigkeit.

Die Scherfestigkeit kommt in der baulichen Anwendung höchst selten in Betracht, insbesondere kann sie nie als Maßstab für die Schubspannungen dienen, die in den Querschnitten eines Balkens oder sonstigen Tragwerks aus der Querkraft errechnet werden. Hier sucht zwar auch eine Querkraft die in einem Schnitt zusammenhängenden Teile gegeneinander zu verschieben; sie wirkt aber im allgemeinen nicht im Querschnitt selbst, sondern irgendwie parallel zu ihm, keinesfalls wird sie aber wie in Abb. 1 durch Schneiden auf den Balken übertragen. Sie wirkt nicht bloß in *einem* Schnitt, sondern auch noch auf die benachbarten, so daß sich ein stetiger Spannungsverlauf ergibt, der als kennzeichnender Unterschied gegenüber der Beanspruchung nach Abb. 1 anzusehen ist.

Es ist bekannt, daß die gleichzeitig im Querschnitt wirkenden Normal- und Schubspannungen die Hauptspannungen in zwei zueinander senkrechten Richtungen zur Folge haben, die durch die sogenannten Spannungstrajektorien angegeben werden. Weil die Hauptspannungen senkrecht auf den von ihnen beanspruchten Flächenelementen stehen, so bilden sich in jedem beanspruchten Körper Zug- und Druckgewölbe aus, die aufeinander senkrecht stehen und sich im Gleichgewicht halten. Man hat die Hauptspannungen als die tatsächlichen Spannungen im Material zu betrachten und die Schubspannung ist nur der rechnerische Ausdruck dafür, daß die resultierende Spannung auf dem betreffenden Flächenelement nicht senkrecht steht.

An den Bauteilen aus Eisenbeton kommen die Spannungstrajektorien im Verlauf der Zugrisse um so deutlicher zum Vorschein, je zweckmäßiger die Eisen

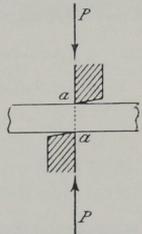


Abb. 1

angeordnet sind, um die schiefen Hauptspannungen aufzunehmen und die Druckgewölbe im Gleichgewicht zu erhalten. Dies zeigt sich besonders schön bei den auf Torsion, also auf reinen Schub beanspruchten runden Säulen, wenn diese mit Spiralen unter  $45^0$  ansteigend bewehrt sind (Abb. 2). In Abb. 3 sind mit weißen Linien die Spannungstrajektorien im Steg eines Eisenbetonbalkens eingezeichnet, der durch aufgebogene Eisen voll auf Schub gesichert ist. Man erkennt, wie hier die Zugrisse des Betons einen ähnlichen Verlauf genommen haben.



Abb. 2. Auf Torsion beanspruchter, mit Spiralen bewehrter Betonzylinder

Durch zahlreiche andere Beispiele läßt sich dasselbe nachweisen. Es folgt daraus, daß es eine eigentliche Schubfestigkeit des Betons nicht gibt, sondern daß an den Rissen immer nur die Zugfestigkeit überwunden wird. Beim richtig bewehrten Beton bildet sich nach dem Auftreten der Zugrisse ein neuer Zustand des Gleichgewichts zwischen dem Zug in den Eisen und dem Druck in den zwischen den Rissen liegenden Betonstreifen. Eine Schub- oder Scherfestigkeit des Betons kommt auch weiterhin bis zum Bruch nicht in Betracht.

Die schrägen Risse, die beim Bruchversuch an den Stegen der Plattenbalken gegen die Auflager hin auftreten, bezeichnet man als Schubrisse, weil an ihnen die Schubspannungen wesentlich beteiligt sind.

Allgemein setzt man den Beton des Balkens auf der Zugseite als gerissen oder spannungslos voraus, gleichwohl berechnet man aber für ihn die Schubspannungen aus dem Unterschied der Druckkraft  $D$  oder der Zugkraft  $Z$  zwischen zwei benachbarten Querschnitten und erhält damit die bekannte Formel

$$\tau_0 = \frac{Q}{b_0 z}$$

Es ist klar, daß man die so gerechnete Schubspannung nicht als eine tatsächliche betrachten darf, sie dient aber als rechnerisches Hilfsmittel zum Entwurf einer ausreichenden Schubsicherung.

Durch genaue Messungen der Längenänderungen der Fasern an Eisenbetonbalken auf Strecken mit konstantem Moment und bei gleichzeitig bekannter Elastizität des Betons war es möglich, die tatsächlichen Normalspannungen vor Eintritt

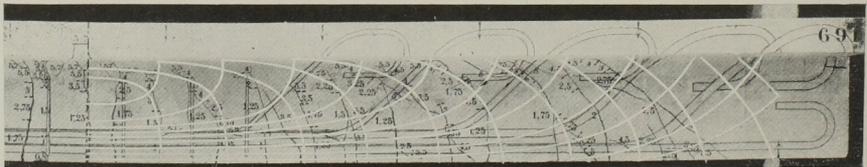


Abb. 3. Risse und Spannungstrajektorien beim Plattenbalken

der ersten Risse zu ermitteln. Da diese Messungen für stufenweise fortschreitende Momente gemacht wurden, läßt sich mit den so ermittelten Normalspannungen auch die tatsächliche Verteilung der vertikalen Schubspannung über den Querschnitt feststellen. Abb. 4 zeigt einen Balken aus Heft 38 des D.A.f.E., wo bei einer

Querkraft von 3480 kg in den angegebenen Querschnitten Momente von 2480, 2980 und 3480 mkg wirken, wofür die genauen Normalspannungen ermittelt wurden.

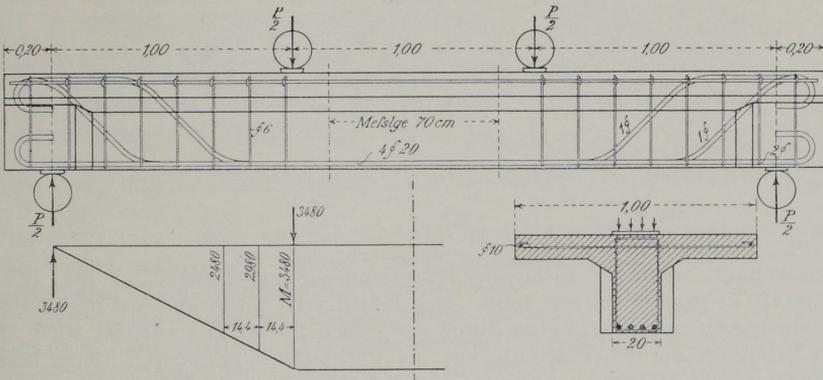


Abb. 4

Aus dem Unterschied der Normalspannungen links und rechts folgen die horizontalen Schubspannungen, denen die vertikalen gleich sind, auf die Länge von 14,4 cm. Abb. 5 zeigt die Verteilung der vertikalen tatsächlichen Schubspannungen über den Querschnitt. Die gestrichelte Linie bezieht sich auf die rechnermäßige Schubspannung nach Stadium II. Die tatsächliche Verteilung ändert sich mit der Höhe des Moments. Die größte Schubspannung tritt nicht in der Nullschicht auf, sondern da, wo die Linien der Normalspannungen der benachbarten Querschnitte sich durchschneiden. Kurz vor der Reißbildung übertrifft die maximale Schubspannung die gerechnete  $\tau_0$  um 47%.  
 In der Nullschicht des Balkens ist die Hauptzugspannung  $\sigma_1 = \tau$  unter  $45^\circ$  gerichtet, und aus der hohen Schubspannung daselbst erklärt sich das rasche Hochsteigen der typischen Schub- oder Schrägrisse, bei denen auch zuweilen beobachtet wurde, daß sie oben unter der Platte entstanden sind und sich von da alsbald nach unten ausgedehnt haben. Unterhalb der Nullschicht setzen sich die kleineren Schubspannungen mit den Zugspannungen  $\sigma$  zu den Hauptzugspannungen nach

$$\text{der Formel } \sigma_1 = \frac{\sigma}{2} + \sqrt{\frac{\sigma^2}{4} + \tau^2} \text{ zusammen.}$$

Es ist bekannt, daß nur gerade Eisen beim Plattenbalken als Bewehrung nicht ausreichen, weil der Bruch infolge der Schubwirkung, d. h. der Schrägrisse in der Nähe des Auflagers erfolgen kann, bevor die Eisen an der Stelle des größten Moments ganz ausgenützt sind. Um einen solchen vorzeitigen Bruch zu verhindern, sind aufgebogene Eisen und Bügel anzuordnen, die man auch als Schubsicherung bezeichnet.

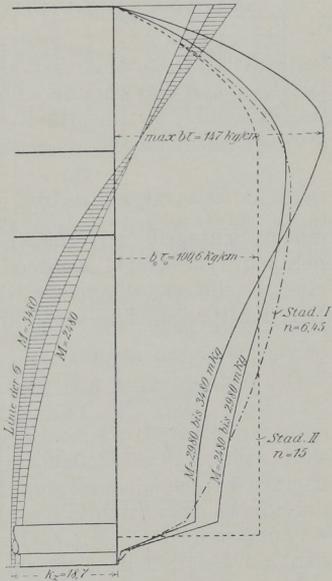


Abb. 5. Tatsächliche Verteilung der vertikalen Schubspannungen über den T-förmigen Querschnitt

Die schädliche Wirkung des Schrägrisses bei mangelnder Schubsicherung besteht nach Abb. 6 im Herunterdrücken der untern Eisen durch die beim Öffnen des Risses einsetzende Drehung. Abb. 7 zeigt, wie dann die ganze Zugkraft auf die

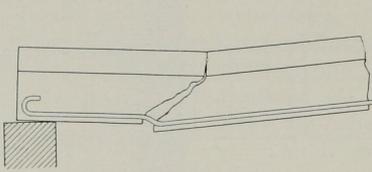


Abb. 6

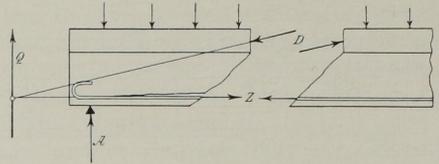


Abb. 7

Haken kommt, wenn die Eisen aus ihrer Umhüllung gerissen sind, und wie die Druckkraft  $D$  geneigt wirken muß. Der Bruch tritt dann ein, wenn die Haken nachgeben oder wenn der Beton durch die schiefe Kraft  $D$  zerdrückt wird. Hier liegen besonders bei den Plattenbalken die Verhältnisse ungünstig, indem man in der Rechnung die Platte als Druckgurt mit einer gewissen nutzbaren Breite  $b$  einführt und dabei voraussetzt, daß die auf sie wirkende Druckkraft wagrecht sei, also in die Plattenebene falle. Die Platte selbst kann keinen nennenswerten Betrag der Querkraft aufnehmen, also entfällt diese ganz auf die Druckzone des Stegs und kann hier zu einem vorzeitigen Bruch führen.

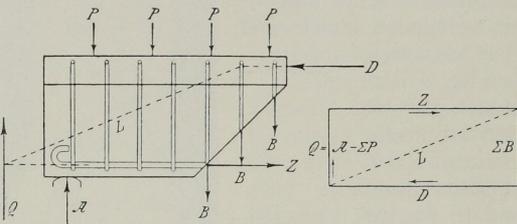


Abb. 8

Die Aufgabe der Schubsicherung besteht daher darin, das Herunterdrücken der Zug-eisen und die Neigung von  $D$  zu verhindern. Aus den Abb. 8 und 9 erkennt man, daß dieser Erfolg erreicht wird, d. h. daß  $Z$  und  $D$  wagrecht wirken, wenn die von

einem Schrägriß getroffenen Bügel oder aufgebogenen Eisen die Querkraft aufnehmen. Die Bügel werden so in ihrer Wirkung mit den gezogenen Vertikalen eines Fachwerks verglichen, das nach der Mitte ansteigende Druckstreben enthält. Der Kräfteausgleich verlangt, daß die Bügel die Zug-eisen umfassen (Abb. 10).

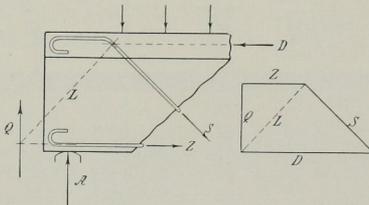


Abb. 9

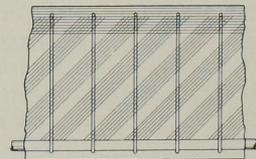
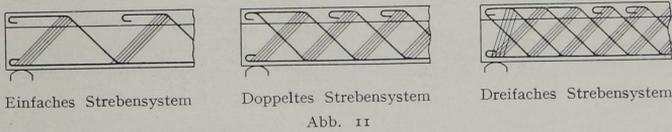


Abb. 10

Selbstverständlich ist diese Wirkung nur vorhanden, wenn mehrere parallele oder scharenweise Schrägrisse eingetreten sind, was namentlich dann zutrifft, wenn die Bügel mit aufgebogenen Eisen verwendet werden, die gut ausgeteilt sind.

Mit aufgebogenen Eisen tritt eine fachwerkartige Wirkung ein und man unterscheidet das einfache, doppelte oder mehrfache Strebensystem (Abb. 11), wobei

die Zug- und Druckstreben unter  $45^\circ$  geneigt sind. Zu weit auseinanderliegende Aufbiegungen sind wirkungslos, weil dann Schrägrisse (unter  $45^\circ$ ) möglich sind,



die kein aufgebogenes Eisen kreuzen. Ebenso wirken sehr flache Aufbiegungen schlecht.

Es ist praktisch nicht möglich, die Aufbiegungen immer nach einem genauen Strebensystem anzuordnen, vielmehr ist es bequemer, die Schrägeisen an Hand des „Schubdiagramms“ auszuteilen (Abb. 12). Man denkt sich dabei einen Verzahnungsschnitt in halber Höhe, dann stellt die schraffierte unter  $45^\circ$  aufgezeichnete Fläche der Schubspannungen die Summe aller auf die gegen die Balkenmitte ansteigenden Flächenelemente wirkenden schiefen Zugspannungen dar, die gleich der Schubspannung  $\tau_0$  sind. Zum Schubdiagramm kam man durch folgende Überlegung: Wenn durch die untern Zug-eisen die normalen Biegezugspannungen des Betons aufgenommen sind, so bleiben im Beton des Stegs noch die den  $\tau_0$  gleichen schiefen Druck- und Zugspannungen übrig. Gegen die letzten ist er durch besondere schräge Eisen ebenso zu schützen wie gegen die Biegezugspannungen durch die unteren Eisen.

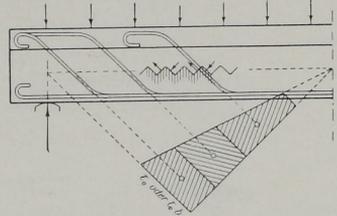


Abb. 12. Schubdiagramm

Es ist leicht nachzuweisen, daß man die gleichen Kräfte in den Aufbiegungen erhält, wenn man sie nach dem Schubdiagramm oder nach der Fachwerkstheorie ermittelt.

Die vergleichenden Versuche des D.A.f.E. haben zudem gezeigt, daß es nicht nötig ist, die Aufbiegungen genau nach einem Strebensystem anzuordnen, wenn sie nur so eng liegen wie etwa beim doppelten System oder enger. Für den Konstrukteur bedeutet dies eine große Erleichterung.

Die Bügel und aufgebogenen Eisen werden immer zusammen als Schub-sicherung verwendet, weil die Bügel meist vorgeschrieben sind. Man zieht dann vom Schubdiagramm einen Streifen gleich dem von den Bügeln aufgenommenen Teil der Schubspannung ab und hat nur noch den Rest den aufgebogenen Eisen zuzuweisen.

Ogleich zahlreiche Versuche über die Schubwirkung bei Plattenbalken bereits angestellt worden sind, so zeigen doch die früheren Versuche eine gewisse Ein-förmigkeit in der Form der Balken, die einen wenig ausgesprochenen T-förmigen Querschnitt zeigen, d. h. die Druckplatte war schmal im Verhältnis zur Stegbreite. Immerhin haben die in den Heften 10, 12 und 20 des D.A.f.E. beschriebenen Ver-suchsbalken zu wichtigen Ergebnissen geführt. Es handelte sich dabei um den Vergleich der Bügelbewehrung mit den aufgebo-genen Eisen und um die beste An-ordnung dieser.

Die Versuchsbalken von Heft 10 waren nur mit zwei geraden RE 40 mm bewehrt und enthielten vertikale Bügel in verschiedener Menge nach Abb. 13. Nach der heutigen Erkenntnis waren die Zugeisen zu wenig aufgeteilt, tatsächlich wurde bei fast allen Balken schließlich der Beton durch die Endhaken der dicken Eisen zersprengt. Die ersten Schrägrisse liefen auf die konzentrierten Lasten in den

Drittelpunkten zu. Nachdem sie aufgetreten waren, blieben die äußeren Balkenteile, abgesehen von den sogenannten Gleitrissen neben den Eisen, unversehrt, bis auf einer höheren Laststufe flachere Schrägrisse zum Teil scharenweise entstanden. Diese Beobachtung wurde später bei andern Balken, die nur mit geraden Eisen und Bügeln bewehrt waren, ebenfalls gemacht. Man

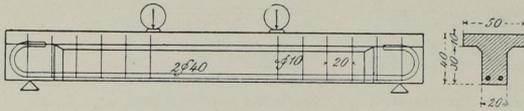


Abb. 13

hat also primäre und sekundäre Schrägrisse zu unterscheiden. Die Ursache dieser Erscheinung besteht in einer Umlagerung des inneren Spannungszustandes in den außerhalb des ersten Schrägrisses liegenden Balkenteilen.

In jedem Querschnitt  $s-s$  muß nach Abb. 14  $A \cdot c = Z \cdot z'$  sein, woraus  $z' = A \cdot c / Z = M_c / Z$  folgt. Der Hebelarm  $z'$  zwischen Zug und Druck im Querschnitt

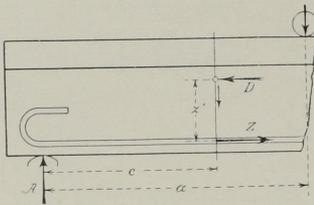


Abb. 14

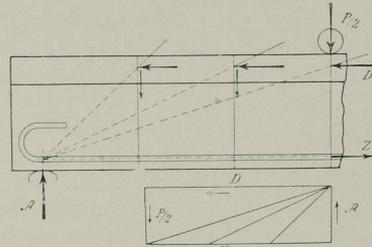


Abb. 15

bleibt nur dann konstant und  $z = h - x + y$ , wenn die Zugkraft  $Z$  nach dem Auflager hin proportional mit dem Moment abnimmt, d. h. sich von der Laststelle an gleichförmig auf Null bis zum Auflager vermindert, oder wenn bis zum Auflager die gleichförmigen Haftspannungen  $\tau_1 = \frac{Q}{z \cdot U}$  wirken. Ermittelt man in Abb. 15 unter dieser Voraussetzung die resultierenden Druckkräfte auf verschiedene Schnitte, so fallen ihre Angriffspunkte alle in die gleiche Höhe wie im mittleren Balkenteil. Nur dann geraten also die Querschnitte zwischen Last und Auflager in solche Spannungszustände, daß weitere primäre Schrägrisse infolge der Schubspannungen  $\tau_0$  zu erwarten sind.

Kann auf einer höheren Laststufe der Gleitwiderstand an den Zugeisen nicht im erforderlichen Betrag geleistet werden, so senkt sich die Druckkraft  $D$  auf die äußeren Betonquerschnitte, so daß sie innerhalb des Kerns oder sogar unter dem Schwerpunkt angreift. Dann verschwinden die Zugspannungen im Steg und dieser hat normale Druckspannungen und vertikale Schubspannungen auszuhalten, die

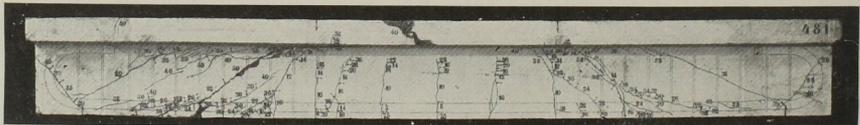


Abb. 16

schließlich zu neuen Rissen infolge der Hauptzugspannung führen können (Abb. 16). An den gemessenen Biegelinien solcher Balken ist das Sinken der Resultierenden

auf den Betonquerschnitt unter dessen Schwerpunkt klar zu erkennen. In Abb. 17 wechselt die Krümmung der Biegelinie in der Nähe der Auflager.

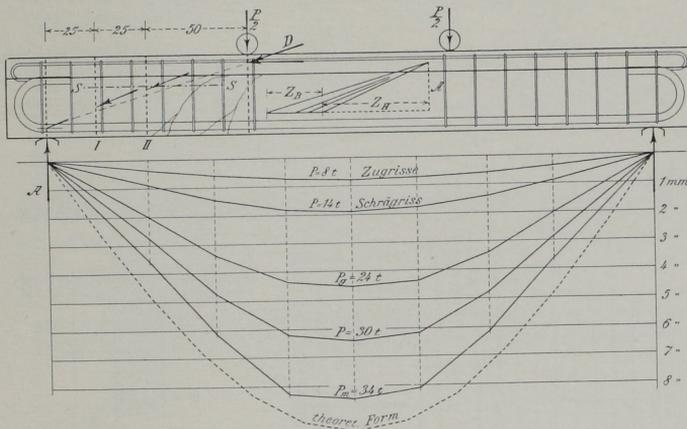


Abb. 17

Die sekundären Biegerisse sind auch bei gleichförmig belasteten Balken eingetreten, die nur mit geraden Eisen und Bügeln bewehrt waren (Abb. 18).

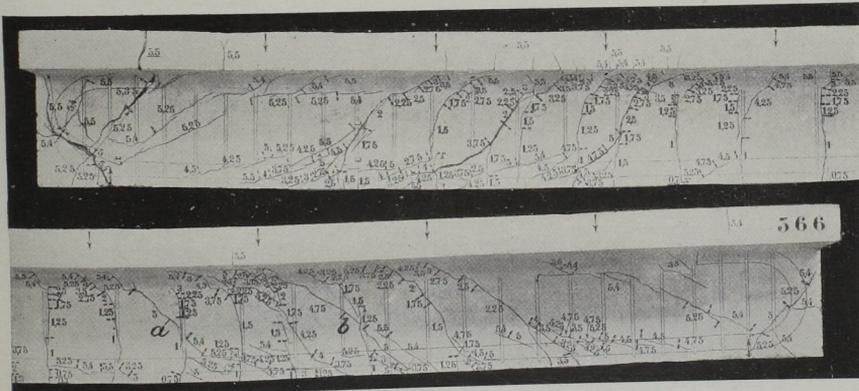


Abb. 18. Linke und rechte Balkenhälfte

Die Schubsicherung durch aufgebogene Eisen war bei den Balken in Heft 12 und 20 nach dem Schubdiagramm entworfen, also sogenannte volle Schubsicherung. Der Bruch der Balken wurde durch sie nach der Mitte verlegt. Als gleichwertig haben sich dabei die Aufbiegungen nach dem doppelten oder dreifachen Streben-system erwiesen, wobei der Winkel  $45^\circ$  oder auch etwas flacher bis  $35^\circ$  sein konnte. Die Risse traten hierbei unter steigender Last fortschreitend nach dem Auflager zu auf, ähnlich dem Verlauf der Spannungstrajektorien. An den Biegelinien zeigte sich bis zum Schluß nur einerlei Krümmung.

Nachdem so über die Art der Schubsicherung Klarheit geschaffen und auch das gute Zusammenarbeiten von Bügeln und aufgebogenen Eisen nachgewiesen war,

mußte die Stärke der Schubsisicherung variiert werden. Dies geschah an den Balken des Heftes 48 des D.A.f.E. Diese Balken wurden, um den praktischen Verhältnissen näher zu kommen, in größeren Abmessungen hergestellt. Abb. 19 zeigt den

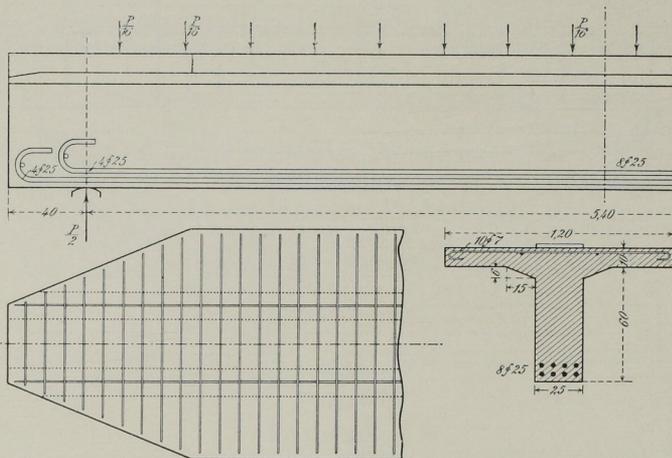


Abb. 19. Balken ohne Schubsisicherung

Balken ohne Schubsisicherung, Abb. 20 den mit voller Schubsisicherung, Abb. 21 bezieht sich auf den Balken nach den preußischen Bestimmungen vom Jahre 1907, wobei 4,5 kg/qcm Schubspannung dem Beton direkt zugewiesen werden konnte

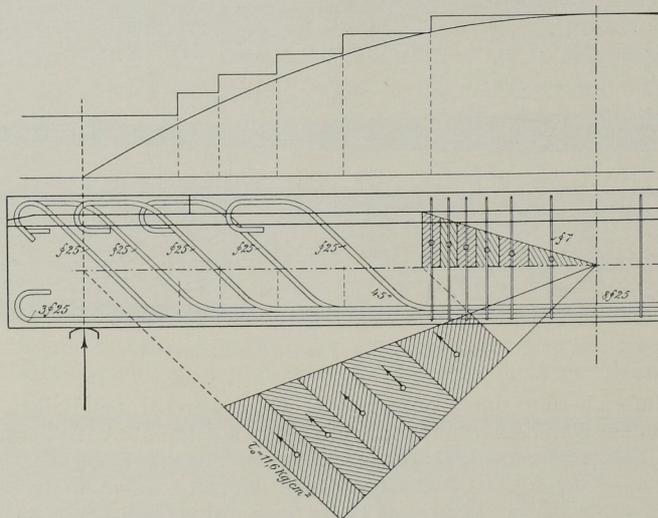


Abb. 20. Balken mit voller Schubsisicherung

und nur der Rest des Schubdiagramms durch aufgebogene Eisern aufzunehmen war. Außerdem wurden noch zwei Balken mit 50%iger und 37%iger Schubsisicherung ausgeführt, wo die Aufbiegungen genau wie in Abb. 20 nur mit schwächeren Eisern,

angeordnet waren, der Gesamtquerschnitt der Zugeisen war aber derselbe bei allen Balken. Die Höchstlasten waren:

Bauart des Balkens	Höchstlast	Gewicht der Eisen des Stegs
Ohne Schubsicherung .....	48,8 t	193,1 kg
Mit voller Schubsicherung .....	119,0 t	195,3 kg
Mit 50 <sup>0</sup> / <sub>0</sub> „ .....	120,0 t	194,8 kg
„ 37 <sup>0</sup> / <sub>0</sub> „ .....	96,0 t	190,6 kg
Nach den früheren preuß. Best. ....	92,0 t	202,1 kg

Wenn man vom ersten Balken absieht, so hat sich der letzte am schlechtesten verhalten, denn neben der kleinsten Tragfähigkeit hat er den größten Eisenverbrauch.

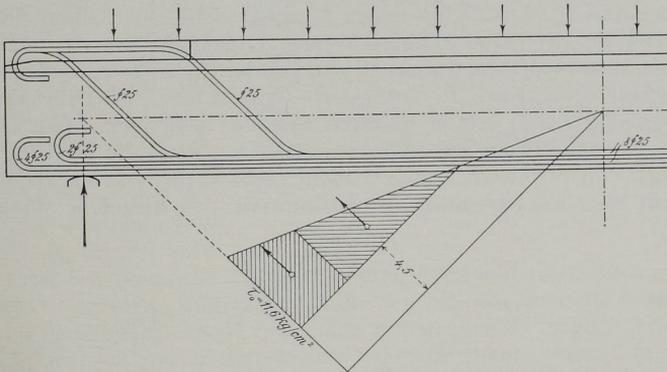


Abb. 21 Balken nach den früheren preußischen Bestimmungen vom Jahre 1907

Aus dem Reißbild der Abb. 22 erkennt man klar, daß durch Abschneiden des 4,5 kg/qcm breiten Streifens vom Schubdiagramm nicht nur zu schwache Aufbiegungen erhalten werden, sondern daß auch ein großes Gebiet des Balkenstegs im mittleren Teil ungedeckt bleibt, wo sich dann die Schrägrisse in einer den Verbund gefährdenden Weise ausbilden können. Hierzu sei bemerkt, daß ein ähnlich großes Balkenstück

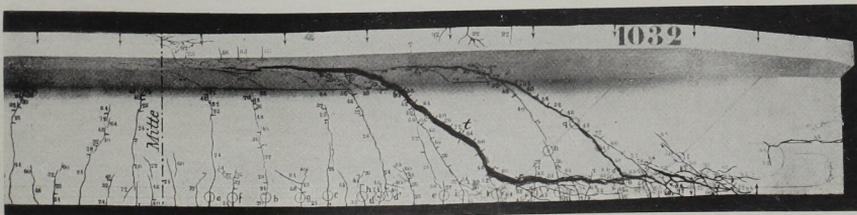


Abb. 22. Balken nach den früheren preußischen Bestimmungen

ohne Schrägeisen erhalten wird, wenn man, wie es nach den deutschen Bestimmungen vom Jahre 1916 zulässig war, die Schubsicherung im mittleren Balkenteil unterläßt, wo die Schubspannung den Betrag von 4,5 kg/qcm nicht erreicht.

Am Balken mit voller Schubsicherung ist der Verbund im äußeren Teil tadellos erhalten geblieben (Abb. 23), aber auch bei der halben Schubsicherung ist noch

der Bruch in Balkenmitte eingetreten, obgleich schon die Lösung des Verbunds durch Überanspruchung der Schrägseisen deutlich erkennbar war.

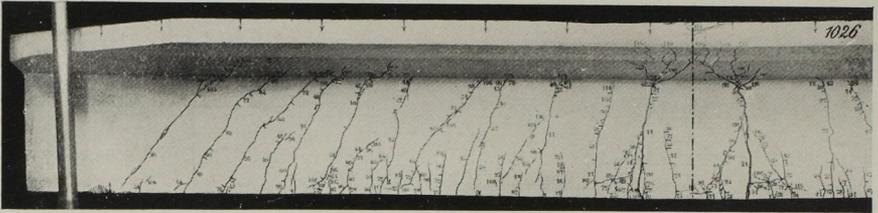


Abb. 23. Balken mit voller Schubsicherung

In Abb. 24 ist in Kräfteplänen das Gleichgewicht der Balkenteile außerhalb der Schrägseisen für die halbe Schubsicherung dargestellt. Da die Schrägseisen bis zur Streckgrenze beansprucht waren, so sind die Kräfte  $S_I$  bzw.  $S_{II}$  bekannt, mit  $Q$  zusammen geben sie die Kraft  $L$ , durch deren Schnitt mit  $Z$  die Druckkraft  $D$  gehen muß. Das Gleichgewicht ist also dadurch zustande gekommen, daß  $D$  sich schief gestellt hat. Die punktierte Lage von  $D$  gilt dann, wenn die Haftung am untern Eisen zwischen den Schnitten I und II nicht mehr wirkt, was am rechten Balkenende der Fall war, wo sich auch die Krümmung der Biegelinie umgekehrt hat.

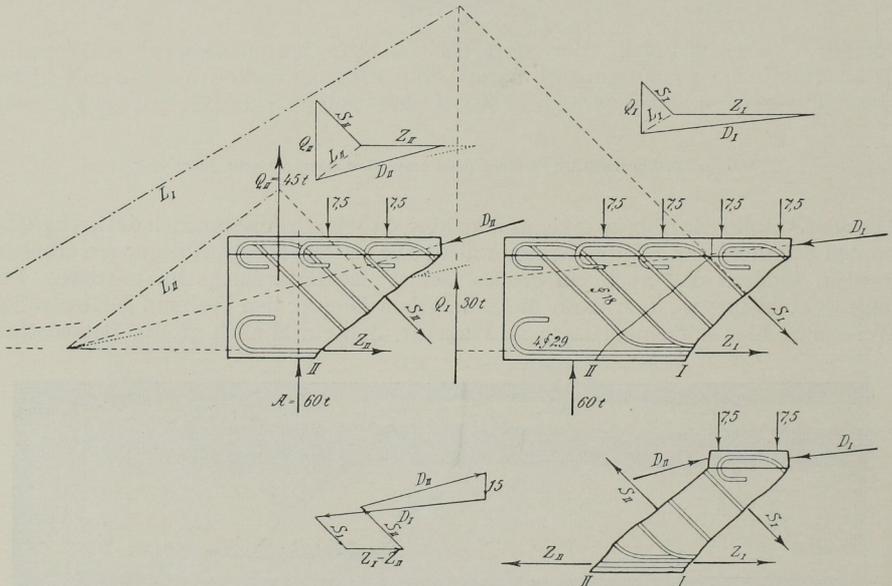


Abb. 24

Beachtenswert ist das Bruchbild auf der Oberseite der Platte vom Balken mit 37% Schubsicherung (Abb. 25). Hier war wegen der zu schwachen Aufbiegungen die Neigung der Kraft  $D$  so stark, daß die Stegpartie der Druckzone die große Querkraft neben den Druckspannungen nicht mehr aushielt und zerdrückt wurde.

Man sieht deutlich, daß die ausladende Platte am Druck weniger teilgenommen hat.

Auf Grund dieser Versuche wurde die Frage viel erörtert, ob die volle Schub-  
sicherung durchaus nötig sei. Für die Praxis ist dabei entscheidend, ob die nur

halbe Schubsicherung, sofern ihr keine statischen Bedenken entgegenstünden, wirtschaftliche Vorteile bringt. Die letzte Frage ist bei den vorliegenden Balken zu verneinen, denn die Eisengewichte sind praktisch gleich. Die wichtigsten Fragen, die entstehen, sind die folgenden: Wird sich die halbe Schubsicherung auch bei einem weniger guten Beton als ausreichend erweisen? Denn der Beton der Balken des Heftes 48 hatte eine Festigkeit von  $282 \text{ kg/qcm}$ ! Liegen beim durchlaufenden Balken bei den Mittelstützen ähnlich günstige Verhältnisse vor, wie beim Auflager des einfachen Balkens? Beide Fragen sind durch die neuesten Versuche geklärt. Beim durchlaufenden Balken kann zum Voraus erwartet werden, daß in der Nähe der Mittelstützen die schiefe Richtung von  $D$  in der untern Druckzone des Stegs weniger leicht möglich sein wird, weil dort diese Druckzone wegen der großen Momente schon äußerst ausgenützt sein wird, im Gegensatz zur Druckzone beim freien Endauflager, wo die positiven Momente schon klein geworden sind.

In dankenswerter Weise hat sich die Firma WAYSS & FREYTAG A. G. entschlossen, die Kosten für eine Anzahl weiterer Versuchsbalken zu übernehmen, die an der Materialprüfungsanstalt Stuttgart hergestellt und geprüft wurden.

Zunächst wurden die beiden Balken aus Heft 48 mit voller und halber Schubsicherung wiederholt, jedoch aus einem Beton hergestellt, der die in den deutschen

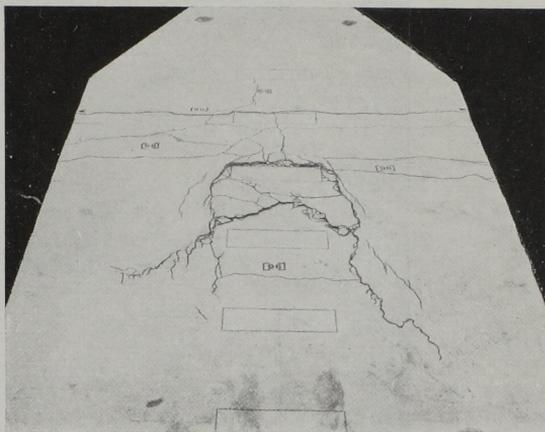


Abb. 25. Oberseite beim Balken mit 37% Schubsicherung

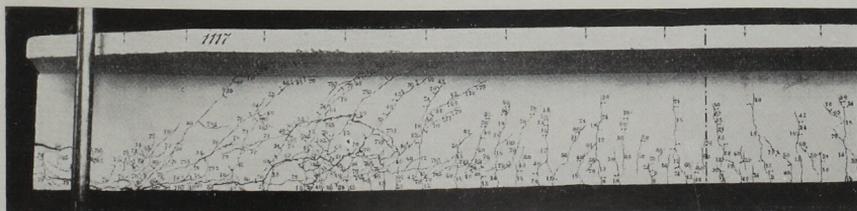


Abb. 26. Balken 1117 mit voller Schubsicherung

Bestimmungen geforderte Bauwerksfestigkeit nicht viel überschreiten sollte ( $100 \text{ kg/qcm}$ ).

Balken 1117 mit voller Schubsicherung nach Abb. 20. Kurze Zeit, nachdem die Last  $P_m = 79,5 \text{ t}$  erreicht war, wurde der Stegbeton an der mittleren Aufbiegestelle seitlich abgesprengt, wodurch die Tragkraft erschöpft war (Abb. 26 und 27). Da die Festigkeit der zugehörigen Würfel nur  $72 \text{ kg/qcm}$  betrug, also beträchtlich unter dem beabsichtigten Wert blieb, so wurde nochmals der Balken 1131

mit derselben Bewehrung hergestellt. Bei ihm trat der Bruch in der Mitte infolge des Moments ein, indem die Streckgrenze der Zügeisen überschritten und schließlich

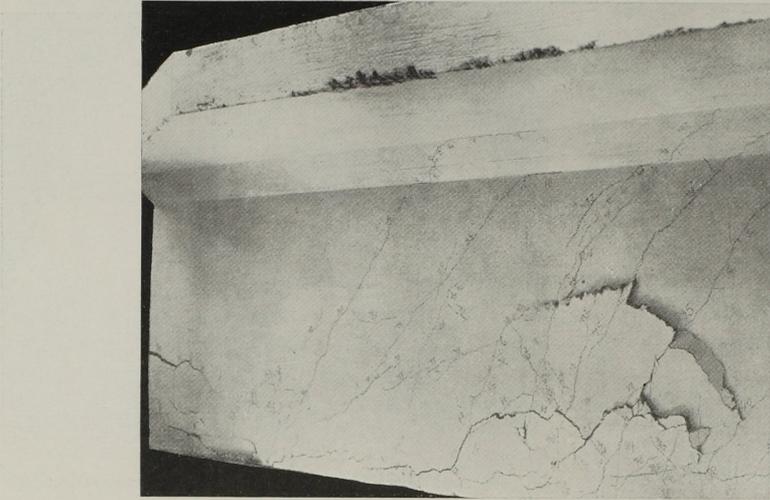


Abb. 27. Balken 1117

der Beton an der Oberseite der Platte zerdrückt wurde. Die zugehörige Würfel-  
festigkeit wurde bei diesem Balken zu 154 kg/qcm ermittelt, der Beton war also

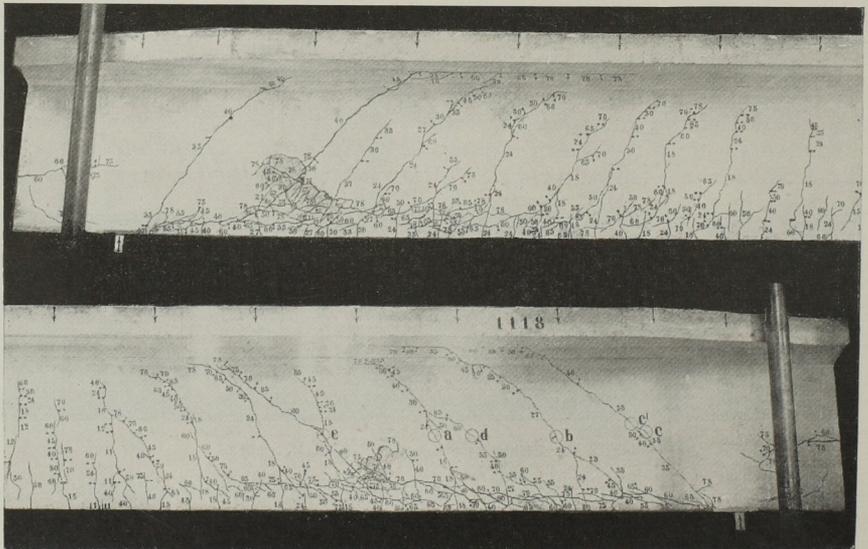


Abb. 28. Linke und rechte Hälfte des Balkens 1118 mit halber Schubsicherung

besser als beabsichtigt ausgefallen und hielt allen Pressungen an den Haken und Biegestellen stand.

*Balken 1118 mit halber Schubsicherung.* Bei diesem wurde die gewünschte Betonqualität mit 110 kg/qcm Würfelfestigkeit erreicht. Unter der Höchstlast  $P_m = 78$  t wurde links an der vorletzten Aufbiegung der Beton seitlich abgesprengt, auch im rechten Balkenteil war die Zerstörung schon ziemlich weit vorgeschritten, wie aus Abb. 28 zu erkennen ist. Die aufgebogenen Eisen konnten offenbar die senkrecht zu dem sekundären Schrägriß wirksamen Zugkräfte nicht genügend aufnehmen, denn es erfolgte eine Drehung beider Balkenteile infolge des Klaffens dieses Risses, womit dann die geraden Eisen gegen das Auflager hin nach unten gedrückt wurden.

Obgleich es nicht gelungen war, die drei nach Heft 48 wiederholten Balken aus gleich festem Beton herzustellen, lassen sich doch wichtige Schlüsse ziehen: Nicht nur der minderwertige Beton von 72 kg/qcm, sondern auch der nach den deutschen Bestimmungen noch zulässige von 110 kg/qcm Würfelfestigkeit war außerstande, die örtlichen Pressungen an den gut ausgerundeten Biegestellen auszuhalten. Die Bewehrung dieser Balken konnte daher nicht ausgenützt werden. Dagegen reichte die Betonfestigkeit von 154 kg/qcm mit voller Schubsicherung aus, um den Bruch in der Mitte eintreten zu lassen. Da keine übermäßig dicken Eisen verwendet wurden, so zeigen diese Versuche deutlich, daß der Bauwerksbeton von nur 100 kg/qcm für die Rippen der Plattenbalken nicht genügt und daß der Verbund bei 150 kg/qcm durch die Schubbewehrung gesichert ist.

Das Abplatzen des Betons an der untern Biegestelle erfolgte bei der halben Schubsicherung unter fast derselben Last wie bei der vollen. Daraus kann geschlossen werden, daß auf das aufgebogene Eisen in beiden Fällen etwa

die gleiche Kraft übertragen wurde. Am 18 mm-Eisen gab dies dann eine stärkere Pressung auf den Quadratzentimeter der ausgerundeten Biegestelle als bei den 25 mm Eisen, sodaß das Absprengen des festeren Betons etwa unter der gleichen Last  $P$  erfolgte wie des schlechtern unter den entsprechend kleineren Pressungen des dickeren Eisens. Da die Betonfestigkeit für die Tragkraft maßgebend war, so darf die Höchstlast des Balkens 1117 im Verhältnis 110 : 72 vergrößert werden, um sie mit derjenigen des Balkens 1118 auf der Basis

gleicher Betonfestigkeit vergleichen zu können. Damit kommt man auf das Verhältnis der Höchstlasten bei voller und halber Schubsicherung von 122 zu 78 t, womit die Überlegenheit der vollen Schubsicherung gegenüber der halben bei der Betonfestigkeit von 110 kg/qcm klar erwiesen ist. Abb. 29 zeigt die mutmaßliche Abhängigkeit der Höchstlast  $P_m$  von der Betonfestigkeit  $k_{10}$  bei halber und voller Schubsicherung bei der vorliegenden Bauart der Balken.

Die Biegelinien beider Balken sind in Abb. 30 dargestellt. Dem bessern Beton entsprechend sind auf ein und derselben Laststufe die Einsenkungen beim Balken 1118 kleiner als bei 1117. Unter  $P = 50$  t ist noch einerlei Krümmung vorhanden, dagegen ist unter  $P = 70$  t die nach oben konvexe Krümmung an den Enden des Balkens mit halber Schubsicherung stark ausgeprägt, während die Biegelinie des Balkens mit voller Schubsicherung trotz des schlechteren Betons noch einerlei Krümmung aufweist und ganz ähnlich der theoretischen Linie des homogenen Balkens verläuft, die in beliebigem Maßstab gestrichelt eingezeichnet ist.

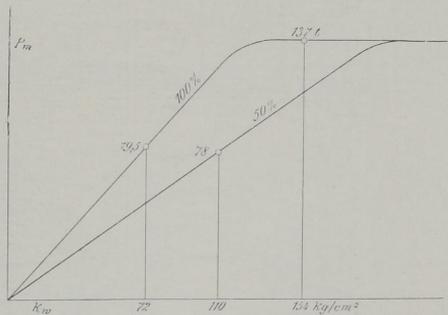


Abb. 29

Es ist noch die Frage zu beantworten, warum der Balken 1131 mit 154 kg/qcm Betonfestigkeit  $P_m = 137$  t getragen hat, während der gleich bewehrte in Heft 48

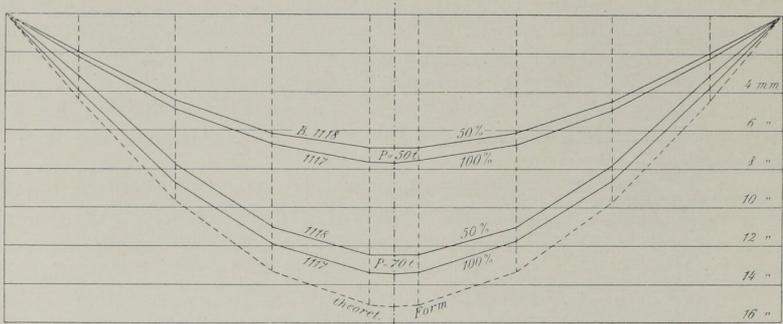


Abb. 30

es nur auf 119 t brachte. Bei diesem waren nämlich die Eisen vorher gestreckt worden, um bei allen Stäben eine gleichmäßige Streckgrenze zu erreichen. Deshalb

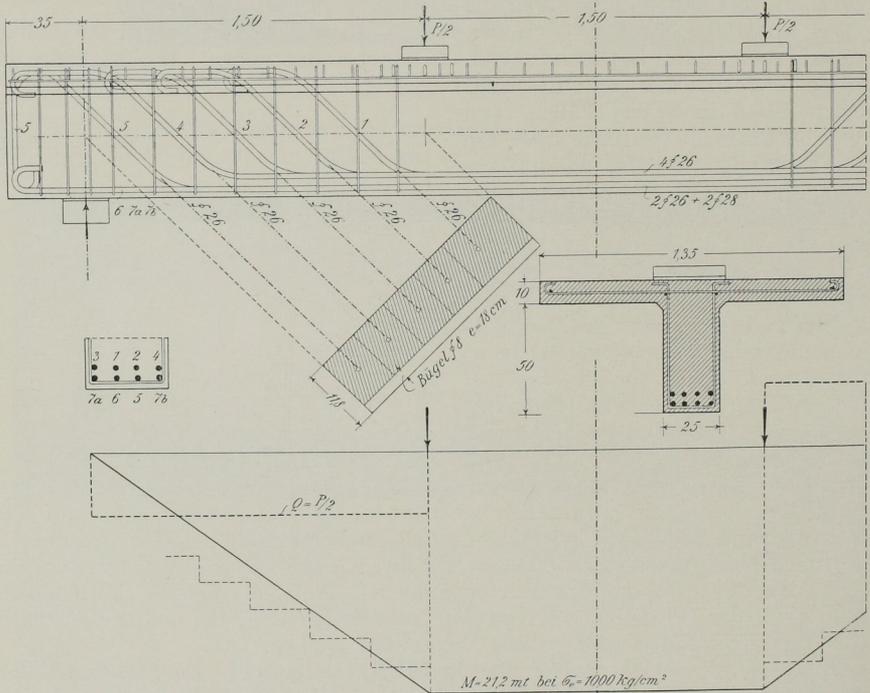


Abb. 31. Balken 1124 mit voller Schubsicherung

hatten sie eine Verringerung ihres Querschnittes erfahren und es betrug in Balkenmitte  $F_e = 37,3$  qcm, während im wiederholten Balken  $F_e = 40,5$  qcm vorhanden war. Berücksichtigt man noch die kleine Verschiedenheit der Streckgrenze, so kommt man durch Umrechnung der Höchstlast von 119 t auf die beim Balken 1131

vorliegenden Eisenverhältnisse auf  $P_m = 133$  t, also nahezu auf die Höchstlast des wiederholten Balkens.

Aus ähnlichem Bauwerksbeton wurden noch die folgenden Balken hergestellt, die mit zwei konzentrierten Lasten in den Drittelpunkten belastet wurden:

a) Balken 1124 nach Abb. 31 mit voller Schubsicherung durch Bügel und aufgebogene Eisen.

b) Balken 1127 nach Abb. 32 mit halber Schubsicherung durch Bügel und aufgebogene Eisen. In Balkenmitte ist  $F_e$  so groß wie bei a.

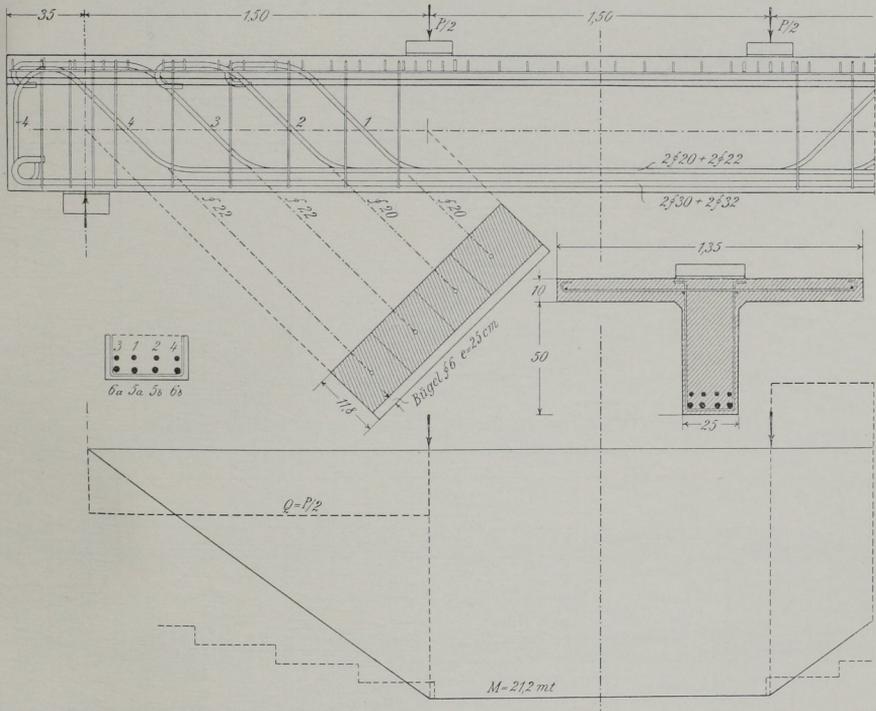


Abb. 32. Balken 1127 mit halber Schubsicherung

c) Balken 1129 nach Abb. 33 mit halber Schubsicherung; zwei der geraden Eisen sind entsprechend dem Momentenverlauf gekürzt.

d) Balken 1130 nach Abb. 34 mit voller Schubsicherung durch Bügel und schwimmende Schrägeisen, sonst genau wie a.

e) Balken 1132 nach Abb. 35 mit nur geraden Eisen und halber Schubsicherung durch Bügel.

f) Balken 1133 nach Abb. 36 mit teilweise gekürzten geraden Eisen und halber Schubsicherung durch Bügel.

Um das Mitwirken der Platte als Druckgurt zu sichern, ist sie bei allen Balken quer bewehrt worden durch acht RE 7 mm auf 1 m Länge, mit drei zugelegten RE 10 mm unter den konzentrierten Lasten.

Balken 1124 mit voller Schubsicherung nach Abb. 31 brach im mittleren Balkenteil durch Überschreiten der Streckgrenze der Zugeisen, die also trotz der geringen

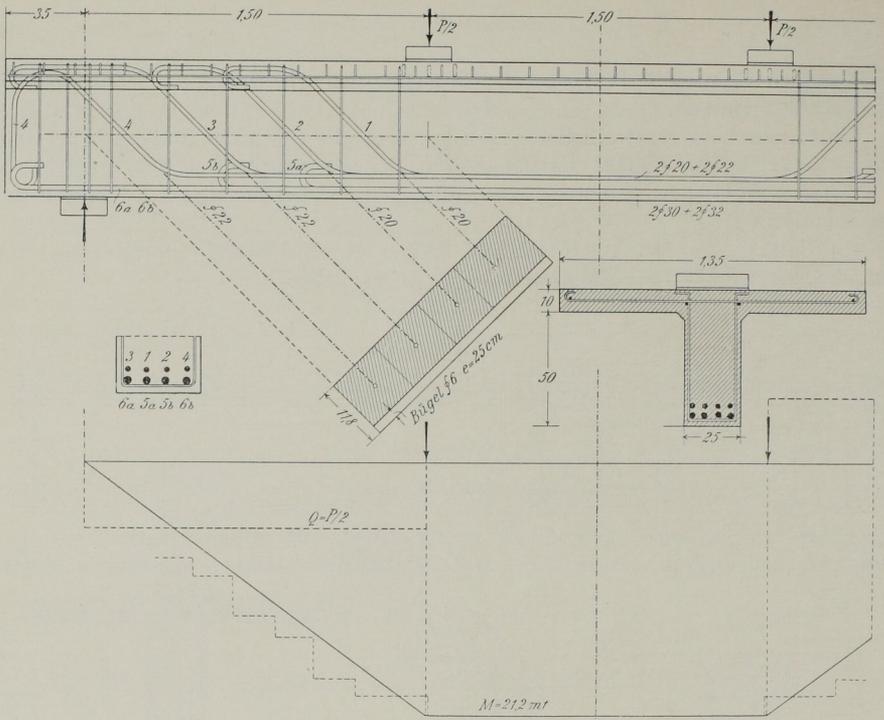


Abb. 33. Balken 1129 mit halber Schubsicherung und gekürzten Eisen

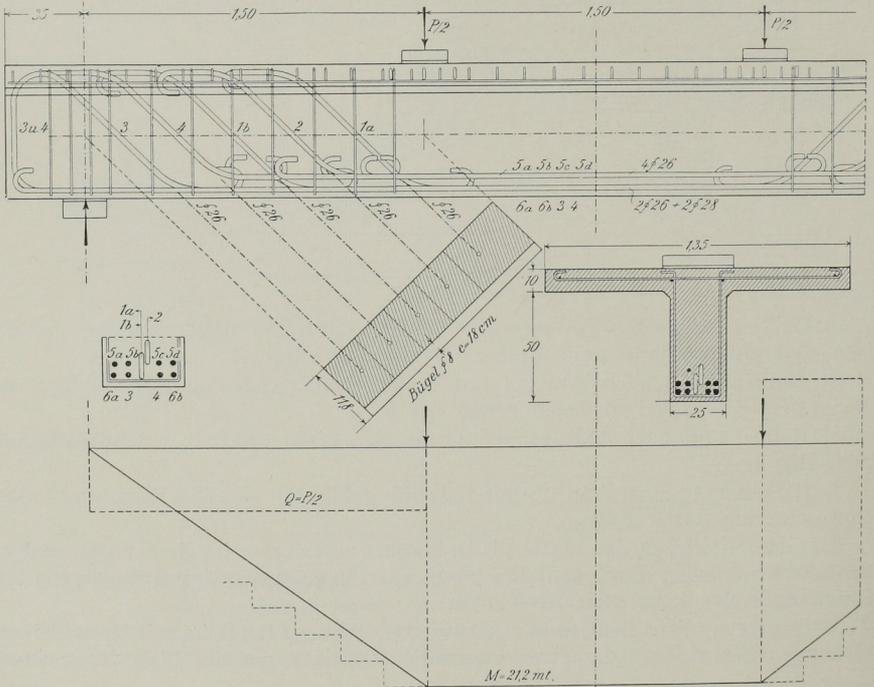


Abb. 34. Balken 1130. Volle Schubsicherung, schwimmende Schrägeisen

Betonfestigkeit von 117 kg/qcm hier ausgenützt werden konnten. Höchstlast  $P_m = 73,5$  t.

Balken 1127 mit halber Schubsicherung nach Abb. 32 hatte die gleiche Betonfestigkeit, erreichte aber nur eine Höchstlast von  $P_m = 51$  t, indem der Beton an

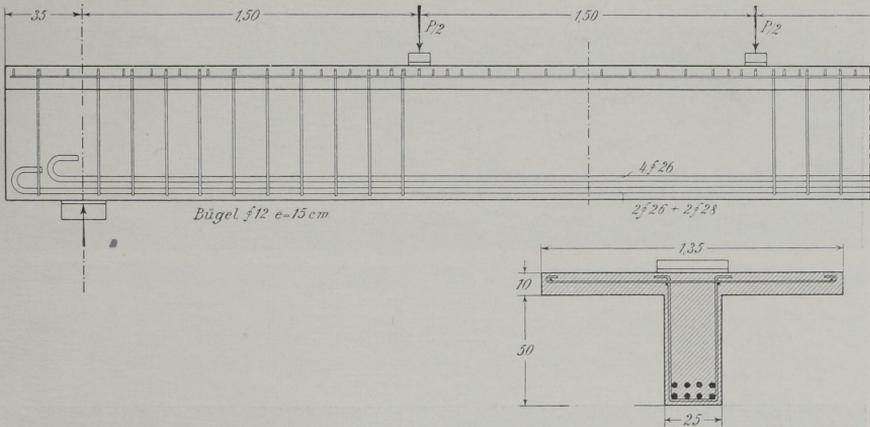


Abb. 35. Balken 1132 mit halber Schubsicherung durch Bügel

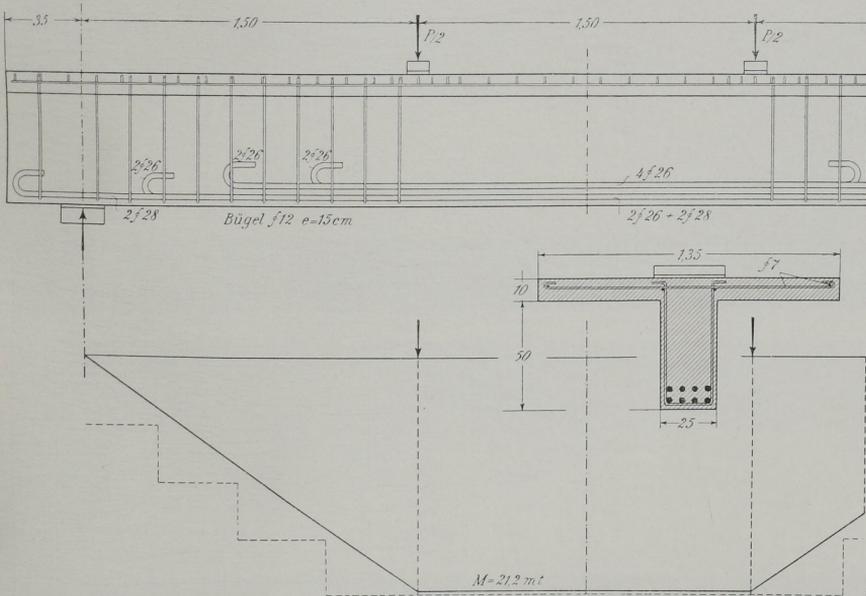


Abb. 36. Balken 1133 mit halber Schubsicherung durch Bügel und gekürzten Eisen

der Aufbiegestelle des Stabes 3 abgesprengt wurde. Aus dem Reißbild der Abb. 37 läßt sich erkennen, daß schon von  $P = 45$  t an die geraden Eisen links vom Schrägriß  $b$  nach unten gedrückt wurden; es waren also schon auf dieser Laststufe die aufgebogenen Eisen stark und nahe der Streckgrenze beansprucht.

Beim Balken 1129 nach Abb. 33 mit halber Schubsicherung und gekürzten Längseisen, dessen Betonfestigkeit 123 kg/qcm betrug, wurde unter  $P_m = 52$  t der Beton rechts durch die Endhaken der durchgehenden Eisen zerstört. Die Haken

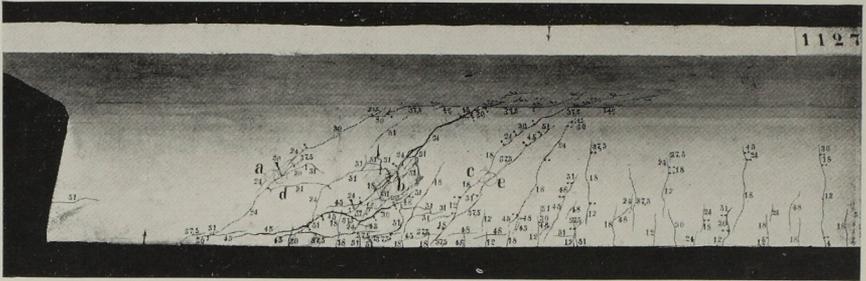


Abb. 37. Balken 1127 mit halber Schubsicherung.  $P_m = 51$  t

der gekürzten Eisen ließen lange vorher kräftige Schrägrisse entstehen; so betrug die Breite des Risses a, der von den Haken 5 b ausgeht (Abb. 38) unter  $P = 30$  t

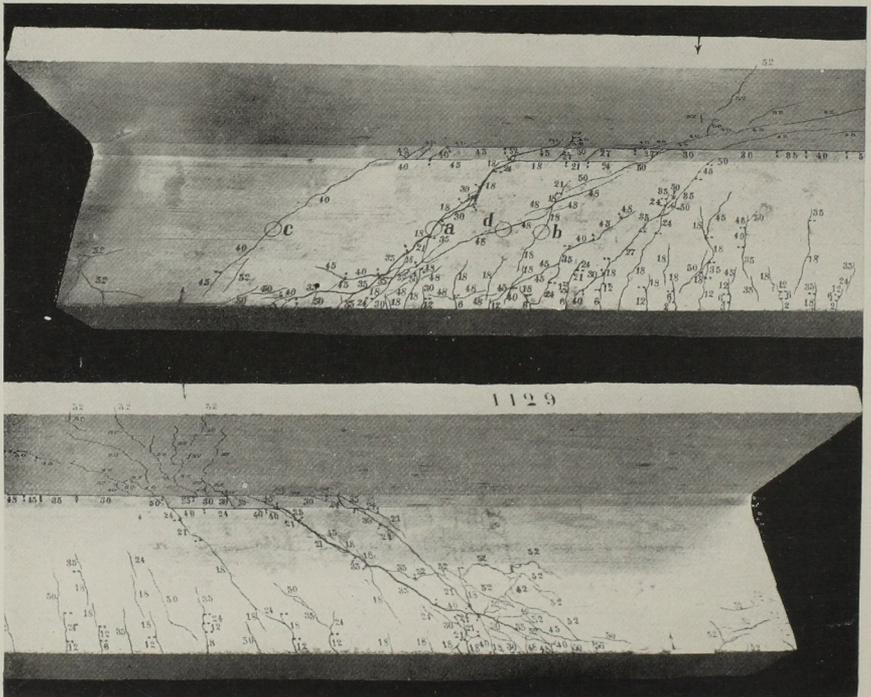


Abb. 38. Linkes und rechtes Ende vom Balken 1129.  $P_m = 52$  t

bereits 0,6 mm und wuchs unter  $P = 45$  t auf über 2 mm an! Trotz der gleichen Höchstlast muß die Bewehrung dieses Balkens gegenüber dem vorhergehenden wegen der frühzeitig klaffenden Schrägrisse als minderwertig bezeichnet werden.

Balken 1130 nach Abb. 34 mit voller Schubsicherung durch Bügel und schwimmende Schrägeisen erreichte eine Höchstlast  $P_m = 63$  t, und zwar wurde der Beton links unterhalb der linken Last durch die Haken der schwimmenden Eisen zerdrückt (unter d und a in Abb. 39). Die Rißbildung war ganz ähnlich wie beim Balken 1124; offenbar konnten durch das Übergreifen der Haken gewisse Kräfte von den gekürzten geraden Eisen in die schwimmenden übertragen werden. Vermutlich hätten die zugelegten Schrägeisen weniger leisten können, wenn die geraden alle bis über das Auflager hinaus gegangen wären. Balken 1130 hatte zudem eine höhere Betonfestigkeit von 138 kg/qcm; deshalb darf man seine Höchstlast, um ihn mit Balken 1124 auf die Basis gleichen Betons zu bringen, im Verhältnis 117 : 138 vermindern und bekommt dann 53 t gegenüber 73,5 beim Balken 1124.

Der Balken 1132, nach Abb. 35 mit halber Schubsicherung nur durch Bügel, hat von allen sechs Vergleichsbalken am meisten getragen mit  $P_m = 75$  t. Unter klaffenden Schrägrissen wurde der Beton des über dem Steg befindlichen Platten-

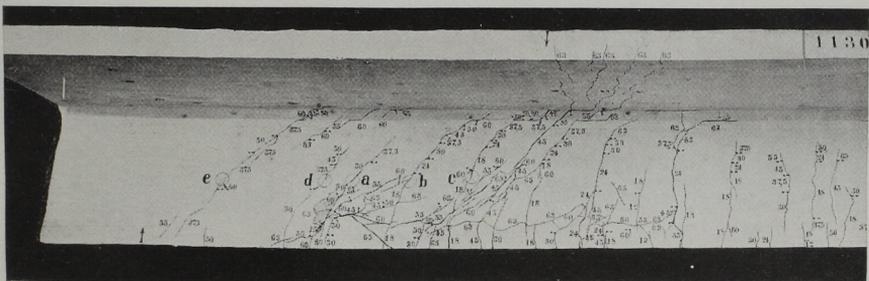


Abb. 39 Balken 1130 mit voller Schubsicherung durch Bügel und schwimmende Schrägeisen.  $P_m = 63$  t

teils zerdrückt, ähnlich wie es Abb. 25 zeigt. Es ist dies ein Beweis für die schiefe Richtung der Druckkraft  $D$ , deren vertikale Komponente nur von der in die Platte fallenden Stegpartie übertragen werden kann.

Wenn die Höchstlast diejenige des Balkens 1124 übertrifft, so rührt dies von der andern Streckgrenze der Zügeisen her, die beim Balken 1132 im Verhältnis 27:23 höher lag. Vergrößert man in diesem Verhältnis die Höchstlast von 73,5 t des Balkens 1124, so kommt man auf die Vergleichszahl  $P_m = 86$  t, womit die Überlegenheit der vollen Schubsicherung des Balkens 1124 gegenüber der Bewehrung des Balkens 1132 klargelegt ist.

Die Zügeisen des Balkens 1132 waren in der Mitte noch nicht bis zu ihrer Streckgrenze beansprucht, dagegen fand sich beim Zertrümmern des Balkens an den Bügeln in der Gegend der klaffenden Schrägrisse loser Zunder, die Bügel waren also bis zur Streckgrenze beansprucht. Am Risseverlauf der Abb. 40 läßt sich gut der Unterschied zwischen den primären und sekundären Schrägrissen erkennen. Sowohl links wie rechts sind die primären Schubrisse unter  $P = 24$  t mit  $45^\circ$  Neigung entstanden. Links traten dann sogenannte Gleitrisse bei 35 t neben den Zügeisen auf, aber erst unter 45 und 50 t traten in den bis dahin unversehrten Balkenteilen weitere Schrägrisse ein, deren Neigung mit etwa  $30^\circ$  beträchtlich flacher ist als die der ersten Schrägrisse. Es handelt sich also hier um die oben erwähnten sekundären Schrägrisse. Die gut aufgeteilten Zügeisen fanden auf den niederen Laststufen den nötigen Gleitwiderstand im Beton, deshalb war es nach dem bei Abb. 15 Gesagten möglich, daß unter der kritischen Schubspannung von 10,2 kg/qcm (Zugfestigkeit des Betons 7,8) mehrere erste Schubrisse unter  $P = 24$  t eintraten. Außerhalb des letzten dieser Risse konnte der Gleitwiderstand offenbar nicht mehr in der Höhe

geleistet werden, um  $Z$  auf den der gleichförmigen Abnahme entsprechenden Betrag zu bringen, wobei man beachten muß, daß  $Z$  am untern Ende eines Schrägrisses sich immer größer ergibt, als aus dem Biegemoment an dieser Stelle folgen würde. Zudem konnte wegen der unter  $P = 35$  t einsetzenden Gleitrisse die Haftung nicht mehr ausgenützt werden. Deshalb blieb  $Z$  außerhalb des letzten primären Schrägrisses größer als es dem abnehmenden Moment entsprach, und somit mußte sich dort die Druckkraft  $D$  senken und es traten die bei Abb. 16 beschriebenen Spannungszustände ein, die zu den sekundären und flacher verlaufenden Schrägrissen führten, von denen mehrere zugleich auftraten.

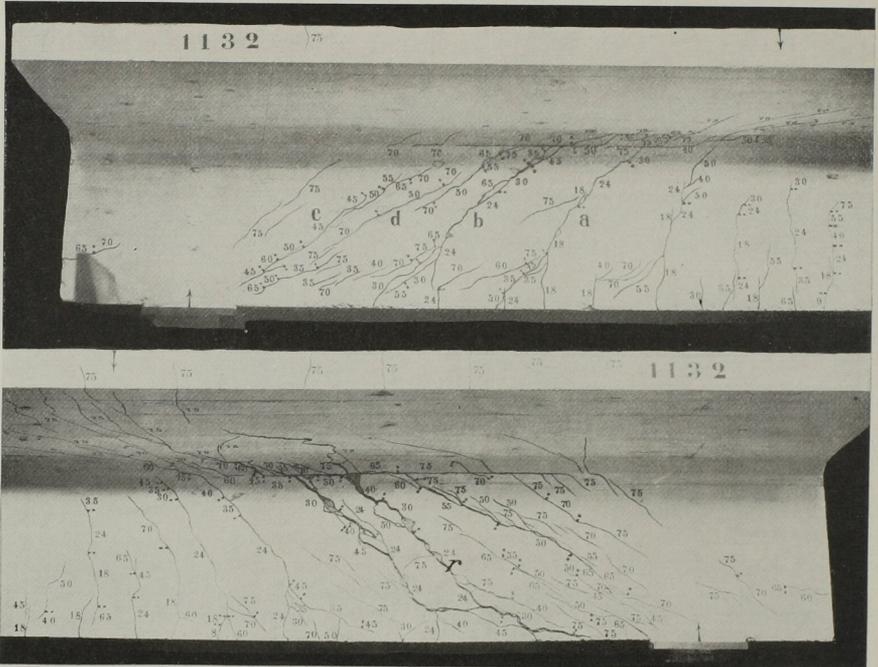


Abb. 40. Linkes und rechtes Ende vom Balken 1132, mit halber Schubsicherung durch Bügel.  $P_m = 75$  t

Die sekundären Schrägrisse bedeuten nicht notwendig das Ende der Tragfähigkeit. Mit ihnen ist der in Abb. 10 dargestellte fachwerkartige Kräfteverlauf sehr wohl möglich, d. h. es ist kein anderer denkbar. Rechnet man die ganze Querkraft von 37,5 t auf die von einem sekundären unter  $30^\circ$  verlaufenden Schrägriß getroffenen Bügel, so bekommt man für diese eine Zugspannung von 2650 kg/qcm, die nahe an ihre Streckgrenze von 2671 bis 2800 heranreicht.

Am Balken 1133 nach Abb. 36 mit Bügeln und gekürzten Zugeisen traten unter 18 und 24 t links und rechts je drei gleiche Schrägrisse auf, die auf die Haken der gekürzten Eisen zuliefen. Von  $P = 40$  t an nahm die Breite der äußersten schiefen Risse erheblich zu. Gleichzeitig verlängerten sich diese Risse am Anschluß von Balken und Steg. Unter  $P_m = 55$  t war die Tragkraft erschöpft infolge zahlreicher Risse in der Platte. Die Streckgrenze der Bügel war bei den Schrägrissen  $b$  und  $e$  (Abb. 41) überschritten.

Zu sekundären Schrägrissen ist es bei diesem Balken nicht gekommen. Es rührt dies daher, daß die Kraft  $Z$  des Zuggurts wegen der gekürzten Eisen abnehmen

mußte, wenn auch sprungweise. Somit bräuchte der Abstand  $z$  zwischen Zug und Druck im Querschnitt nicht abzunehmen.

Von den sechs verschiedenen Bewehrungen der Balken 1124 bis 1133 vermochte nur die volle Schubsicherung durch aufgebogene Eisen und Bügel den Bruch an die Stelle des größten Moments zu verlegen. Alle übrigen Bewehrungen erwiesen sich insofern als unzureichend, als sie den Bruch an den Stellen der größten Querkraft nicht zu hindern vermochten. Ein Bild über den wirtschaftlichen Erfolg bekommt man durch den Vergleich der erreichten Höchstlasten mit den zur

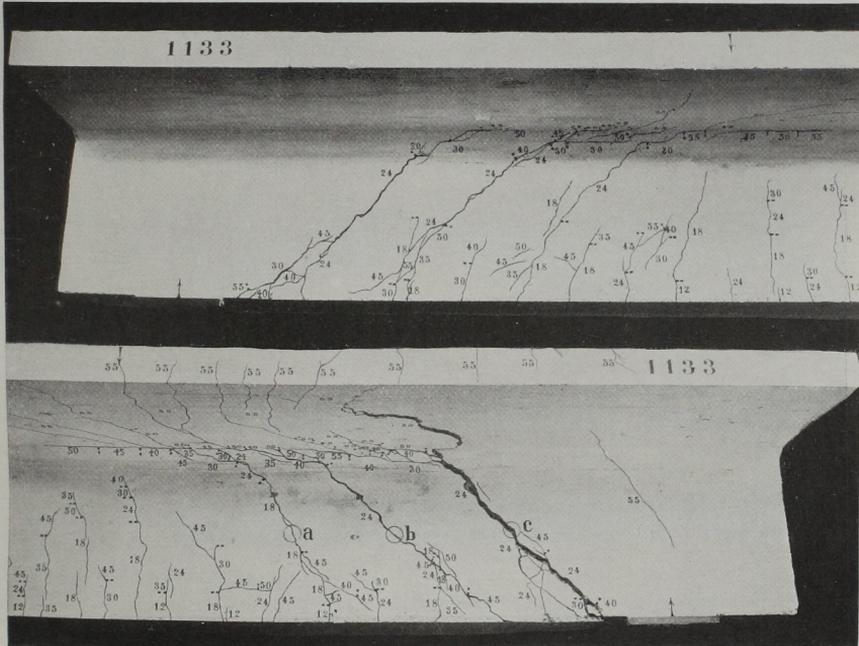


Abb. 41. Linkes und rechtes Ende vom Balken 1133, mit halber Schubsicherung durch Bügel und mit gekürzten Eisen.  $P_m = 55 t$

Stegbewehrung verbrauchten Eisengewichten. Den Quotienten  $P_m : G_e$  kann man als Wirkungsgrad für solche Vergleichszwecke bezeichnen.

Balken Nr.	Bewehrungsart	$P_m t$	$G_e kg$	$P_m : G_e$
1124	Volle Schubs. aufgeb. Eisen und Bügel	73,5	199,0	0,369
1127	Halbe Schubs. aufgeb. Eisen und Bügel	51,0	200,0	0,255
1129	Wie 1127, aber mit gek. Eisen . . . . .	52,0	175,5	0,296
1130	Volle Schubs. schwimm. Eisen . . . . .	63,0	230,9	0,272
1132	Halbe Schubs. mit Bügeln . . . . .	75,0	215,3	0,348
1133	Wie 1132, aber mit gek. Eisen . . . . .	55,0	171,4	0,321

Wegen der verschiedenen Betonfestigkeit und Streckgrenze ist der Wirkungsgrad beim Balken 1130 zum Vergleich mit 1124 auf 0,251 zu reduzieren und der Wirkungsgrad von 1124 zum Vergleich mit 1132 auf 0,432 zu erhöhen. Damit wird das Bild für die volle Schubsicherung des Balkens 1124 noch günstiger.

Bevor über die Versuche berichtet wird, die die Verhältnisse beim durchlaufenden Balken erklären sollen, sind zuvor die Versuche zu erwähnen, die über die Schubwirkung bei veränderlicher Balkenhöhe vorgenommen wurden.

Schon 1907 habe ich für den Fall der veränderlichen Balkenhöhe, wie er bei den Vouten oder Schrägen der durchlaufenden Balken am Anschluß an die Mittelstützen vorzuliegen pflegt, die Formel für die Schubspannung  $\tau_0 = \frac{Q}{b_0 \cdot z} - \frac{M}{b_0 \cdot z^2} \cdot \frac{7}{8} \cdot \operatorname{tg} \alpha$  angegeben. Erst im Jahre 1920 ist es durch die von der Firma WAYSS & FREYTAG A. G. zur Verfügung gestellten Mittel gelungen, mit fünf Versuchsreihen den Nachweis zu führen, daß tatsächlich in den Vouten eine ähnliche Verminderung der Schubspannung eintritt, wie es die Formel zum Ausdruck bringt, daß ferner durch eingebaute Bügel die Tragkraft erhöht wird.

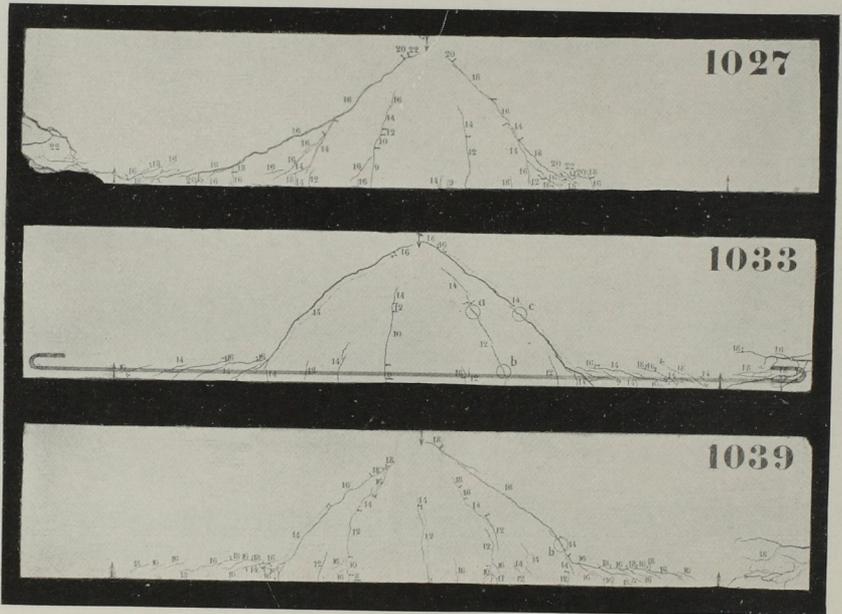


Abb. 42

Da diese Versuche sowohl in meinem Buch als auch in *Beton und Eisen* 1922 veröffentlicht sind, so beschränke ich mich hier auf die beiden Reihen, wo der günstige Einfluß der Schrägen am deutlichsten wird. Abb. 42 zeigt in umgekehrter Lage den Balken ohne Schrägen, also mit konstantem Querschnitt, die Schrägrisse traten bei 14 und 16 t auf, die Höchstlast war im Mittel der drei Balken 19,3 t.

Die Balken der Abb. 43 haben die gleiche Zugbewehrung wie die vorigen, die Balkenhöhe über der Mittelstütze war ebenfalls die gleiche, dagegen nahm von ihr aus die Höhe nach außen in Form von Schrägen ab von 50 auf 30 cm. In den äußeren niederen Teilen war eine Schubsicherung durch Bügel eingebaut, um hier einen vorzeitigen Bruch zu verhindern. Die Schubrisse in der Schräge sind erst bei 18 und 20 t aufgetreten und die Höchstlast stieg im Mittel auf 28,5 t! Beachtet man, daß die vermittelte rechnerische Schubspannung der Schräge zu derjenigen des vollen Querschnitts sich wie 6,1 : 7,8 verhält, so findet man dieses Verhältnis umgekehrt

wieder in den Reißblättern der beiden Reihen. Damit ist der Beweis erbracht, daß die Formel die Abminderung der Schubspannung richtig zum Ausdruck bringt.

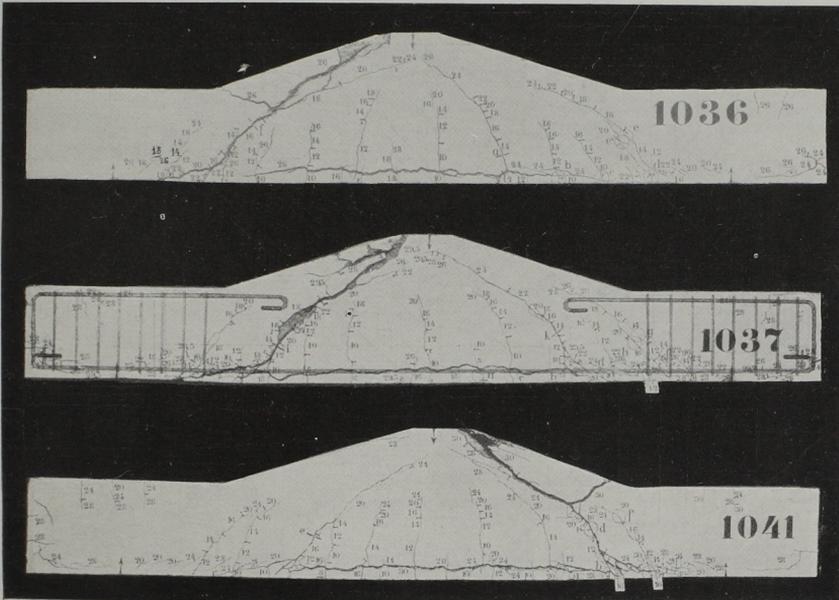


Abb. 43

Das Verhältnis der Bruchlasten von 19,3 : 28,5 ist für die Schräge noch günstiger; jedoch ist dabei nicht zu übersehen, daß die Balken der Abb. 43 im äußern Teil mit

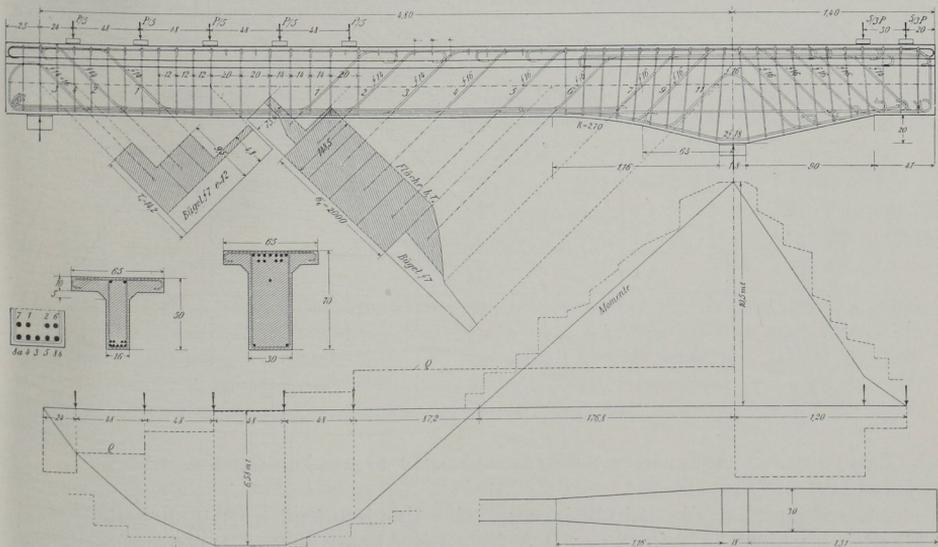


Abb. 44. Balken 1107 mit halber Schubsicherung auf der bügelfreien Strecke

Bügel bewehrt waren, so daß dort die Eisen nicht heruntergedrückt werden konnten, nachdem die Schrägrisse sich im mittleren Teil gebildet hatten.

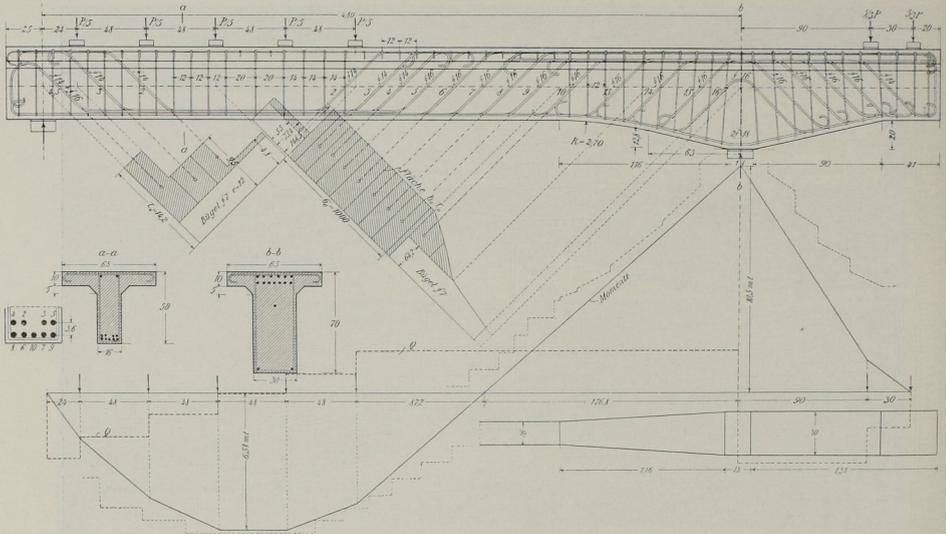


Abb. 45. Balken 1115 mit voller Schubsicherung

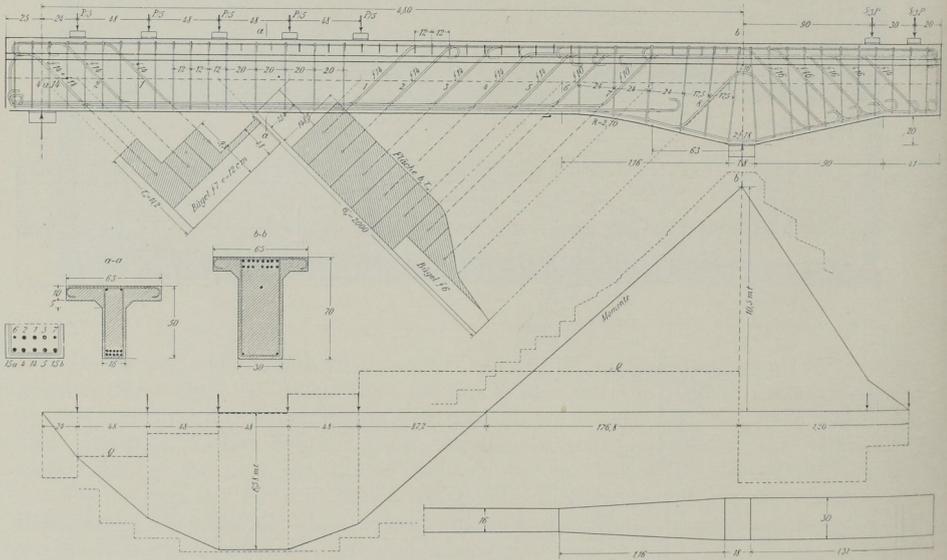


Abb. 46. Balken 1116 mit halber Schubsicherung auf der ganzen unbelasteten Feldseite

Versuche über die Schubwirkung beim durchlaufenden Balken enthält das kürzlich erschienene Heft 58 des D.A.f.E. Die Abmessungen, Bewehrung und Belastungsart sind aus den Abb. 44, 45 und 46 zu ersehen. Durch gleichzeitige Be-

lastung des Konsolarms wurde innerhalb des Feldes zwischen den beiden Auflagern ein ähnlicher Verlauf der Momente und Querkräfte erzielt wie im Endfeld eines durchlaufenden Balkens, insbesondere befand sich die rechte Hälfte des Feldes unter denselben Bedingungen wie eine mittlere Öffnung. Im Gegensatz zum einfachen Balken fällt hier in den Schnitten neben einer Zwischenstütze das größte Moment mit einem Wert der Querkraft zusammen, der nur wenig unter  $Q_{max}$  liegt. Auch beim Nullpunkt der Momente liegen die Verhältnisse anders, indem anscheinend die Druckkraft fehlt, durch deren Schiefstellen eine nicht ausreichende Schubsicherung entlastet werden könnte.

Balken III7 nach Abb. 44 hatte eine Schubbewehrung, die in der Gegend des Nullpunkts der Momente so bemessen war, daß die Aufbiegungen 2 bis 5 rechnerisch mit 2000 kg/qcm beansprucht wurden, wenn die Zugeisen und die übrigen Schubsicherungen mit 1000 ausgenützt waren.

Balken III5 nach Abb. 45 mit voller Schubsicherung über das ganze Feld.

Balken III6 nach Abb. 46 mit halber Schubsicherung auf der ganzen unbelasteten Feldseite.

Die Vergleichswürfel zu diesen drei Balken hatten Festigkeiten von 243, 195 und 207 kg/qcm. Die Bruchbilder sind in den Abb. 47, 48 und 49 dargestellt.

Am Balken III7 klapften unter  $P_m = 42,5$  t über dem Riß  $s_1$  zwei Risse und der Beton wurde unter dem Riß  $s_1$  bei der Aufbiegung des Stabes 6 zerdrückt.

Der Balken III5 mit voller Schubsicherung über das ganze Feld brach unter  $P_m = 50$  t durch Erreichen der Streckgrenze der Zugeisen in der Gegend des größten positiven Feldmoments.

Beim Balken III6 mit halber Schubsicherung auf der unbelasteten Feldseite öffnete sich Riß a in Abb. 49 unter  $P = 42$  t auf 1,2 mm; unter der Höchstlast von  $P_m = 47$  t wurde der Beton bei d am unteren Ende des Risses b zerdrückt. Beim Freilegen der Eisen zeigte sich an der Kreuzungsstelle mit dem Riß c, sowie am benachbarten Teil des Stabes 5 loser Zunder, d. h. die Streckgrenze war daselbst überschritten.

Die Überlegenheit der vollen Schubsicherung geht ganz klar aus den erreichten Höchstlasten hervor: Nur der Balken III5 mit voller Schubsicherung ist an der Stelle des größten positiven Feldmoments gebrochen, während die übrigen mit nur halber Schubsicherung in der Gegend dieser ungenügenden Bewehrung zu Bruch gingen. Die nachstehende Tabelle gibt die Übersicht über die Höchstlasten, die Gewichte  $G_e$  der ganzen Bewehrung und die Streckgrenzen der in Betracht kommenden Schrägeisen.

Balken	Schubsicherung	$G_e$	Höchstlast.	Streckgrenze
III7	50%	150,1 kg	42,5 t	2760 kg/qcm
III5	100%	146,8 kg	50,0 t	2787 kg/qcm
III6	50%	143,1 kg	47,0 t	3353 kg/qcm

Beim letzten Balken liegt die Streckgrenze der an der Bruchstelle aufgebogenen Stäbe 5, 6, 7 wesentlich höher als bei den beiden andern. Wenn man ihn daher mit ihnen auf eine Vergleichsbasis bringen will, so muß seine Höchstlast im Verhältnis von 2760 zu 3353 reduziert werden und beträgt dann nur noch 38,7 t. Der Balken rückt damit, wie es gemäß der Bewehrung zu erwarten ist, an die dritte Stelle.

Nebenbei sei noch auf das Gewicht  $G_e$  aufmerksam gemacht, das mit 146,8 kg bei voller Schubsicherung kleiner ist, als beim Balken III7 mit teilweise nur halber Schubsicherung. Die Ersparnis, die beim Balken III6 gegenüber III5 am Eisengewicht mit 2,5% sich zeigt, kann kein Anlaß sein, die Höchstlast von 50 auf 38,7 t, also um 22,5% zu reduzieren!

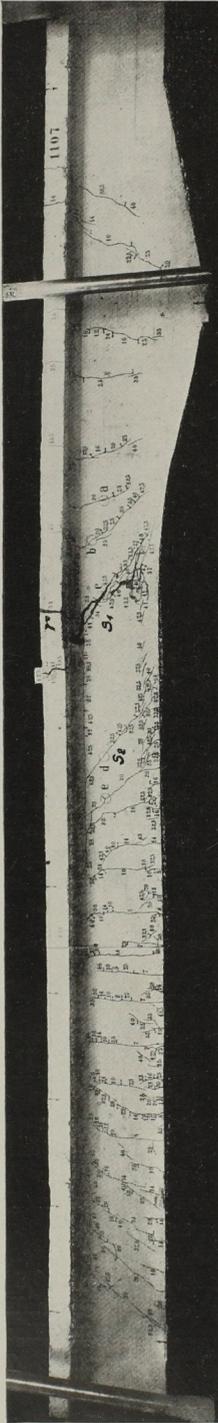


Abb. 47. Balken 1107 mit halber Schubsticherung zwischen Last und Voute,  $P_m = 42,5 t$

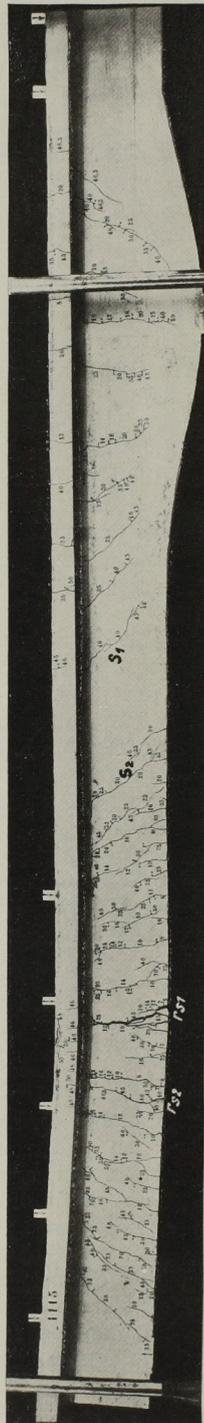


Abb. 48. Balken 1115 mit voller Schubsticherung,  $P_m = 50 t$

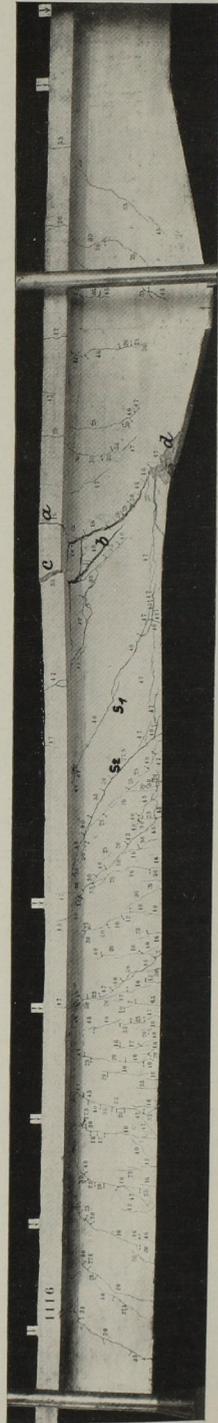


Abb. 49. Balken 1116 mit halber Schubsticherung auf der unbelasteten Feldseite,  $P_m = 47,0 t$

In den Abb. 50 und 51 ist für den Balken III5 das Gleichgewicht der links vom Riß  $s_1$  und  $s_2$  angreifenden äußeren und inneren Kräfte dargestellt. Die äußeren Kräfte geben die Resultierende  $Q$ , die für die Höchstlast bekannt ist und durch den Nullpunkt der Momente hindurch geht. Die aufgebogenen Eisen sind bis zu ihrer

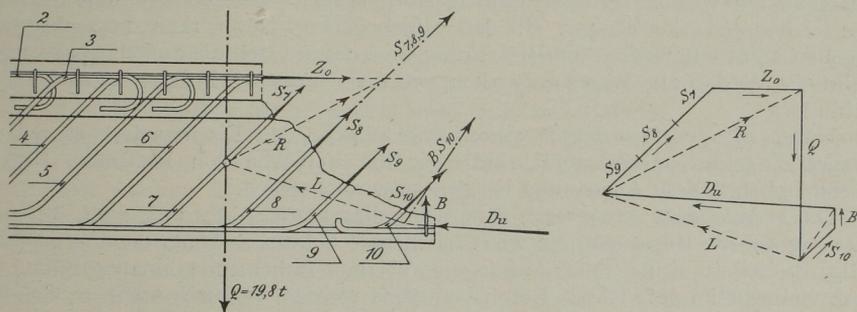


Abb. 50. Balken III5, Riß  $S_1$

Streckgrenze beansprucht vorausgesetzt. Da das Kräfteck sich schließen muß, aber auch die Kräfte in der Ebene im Gleichgewicht sein müssen, so sind Variationen in den Kräften kaum in erheblichem Maß möglich, sodaß man die Kräftepläne als zutreffend ansehen darf. Man sieht, daß bei der vollen Schubsicherung  $Z$  und  $D$  waagrecht wirken und die Querkraft durch die vertikalen Komponenten der in den

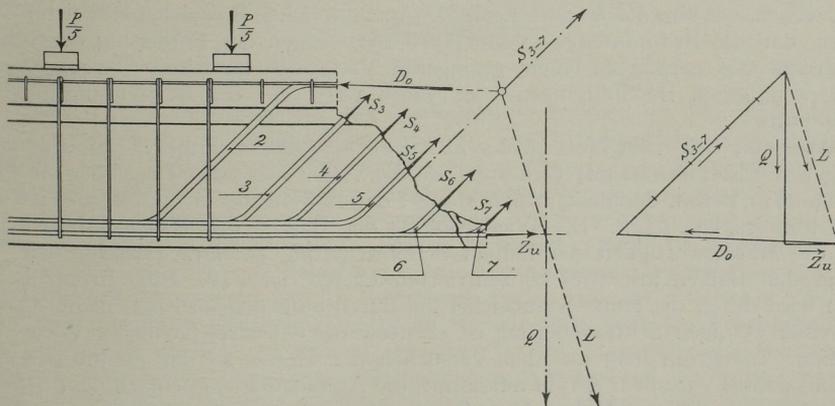


Abb. 51. Balken III5, Riß  $S_2$

Aufbiegungen wirkenden Kräfte  $S$  aufgenommen wird. Solche Kräftepläne sind im Heft 58 auch für die Risse der beiden andern Balken gezeichnet, worauf hier verwiesen sei. Dort muß die Druckkraft  $D$  meist geneigt angenommen werden, um das Gleichgewicht zu erhalten, sofern der Riß nicht flacher läuft als  $45^\circ$  und dadurch mehr Aufbiegungen mitwirken, um die Querkraft zu übertragen.

### Schlußfolgerungen

Wenn wir nicht nur die erreichten Höchstlasten, sondern auch die Gewichte der verschiedenen Bewehrungen in Vergleich ziehen, dann kommen wir zu folgenden Schlüssen:

*Bügel* müssen die Zugeisen umfassen; sie wirken als Schubsicherung, besonders wenn die Zugeisen gut aufgeteilt sind. Allein mit nur geraden Eisen sind sie unwirtschaftlich, außerdem tritt eine Umlagerung des innern Spannungszustandes ein, die zu sekundären Schrägrissen führen kann. Die Bügel treten dann an diesen Stellen auch in Aktion, sind aber günstiger beansprucht, weil die sekundären Schrägrisse flacher verlaufen als  $45^\circ$ . Mit den aufgebogenen Eisen wirken die senkrechten Bügel sehr gut zusammen; die Ribildung wird dann durch die aufgebogenen Eisen beeinflusst, so daß alle Bügel mitwirken, um die schrägen Schubrisse am Öffnen zu verhindern.

Unter  $45^\circ$  geneigte Bügel wirken wie aufgebogene Eisen, sofern sie an die geraden Zugeisen angeschweißt sind, wie die Versuche von RICHART, Illinois, gezeigt haben. Diese Anordnung ist aber unwirtschaftlich.

Die *aufgebogenen Eisen* nach dem Schubdiagramm richtig aufgeteilt, mit oder ohne zugegebene Bügel sind die wirtschaftlichste Schubsicherung, denn es ist nicht nötig, das obere Ende einer Aufbiegung bis ans Balkenende hinauszuführen, es kann vielmehr im gedrückten Beton verankert werden, wodurch sogar an Gesamtlänge aller Eisen im Vergleich mit lauter gerade durchgehenden Stangen gespart wird.

Die sogenannten *schwimmenden Schrägeisen* sind nicht nur statisch schlecht, sondern auch durchaus unwirtschaftlich. Es scheint, daß die Klagen, die gegen die deutschen Bestimmungen vom Jahre 1925 immer wieder laut werden, entweder von solchen herrühren, die entweder überhaupt nicht zu konstruieren haben, oder von solchen, die mit zugelegten, d. h. schwimmenden Schrägeisen arbeiten, weil sie sich nicht die Mühe nehmen, eine bessere wirtschaftliche Bewehrung zu finden oder nicht wissen, wie eine solche aussehen soll. An zahlreichen Beispielen läßt sich nachweisen, daß die Bestimmungen vom Jahre 1925 wegen der Forderung der vollen Schubsicherung gerade zu einem geringeren Verbrauch an Eisen führen, als die alten preußischen Bestimmungen vom Jahre 1907 oder die Bestimmungen vom Jahre 1916.

Wohl hat sich nach Heft 48 des D.A.f.E. die halbe Schubsicherung mit aufgebogenen Eisen ebenso gut verhalten wie die volle. Der Grund lag aber im ausgezeichneten Beton, der bekanntlich Mängel der Bewehrung bis zu einem gewissen Grad überbrücken kann. Die Wiederholung der Balken mit Bauwerksbeton hat aber die Minderwertigkeit der halben Schubsicherung gezeigt. Dasselbe war bei den großen Balken mit zwei konzentrierten Lasten der Fall. Eine Ersparnis an Eisen wird durch die halbe Schubsicherung durch aufgebogene Eisen nicht erzielt. Von einer 75%igen Schubsicherung ist ebensowenig ein wirtschaftlicher Vorteil zu erhoffen. Immerhin mag aus den Versuchen des Heftes 48 der Schluß gezogen werden, daß es vor allem darauf ankommt, die Aufbiegungen gut nach dem Schubdiagramm aufzuteilen. Bei einem sehr guten Beton darf man dann wenigstens hoffen, daß die Sicherheit auch ausreichend ist, wenn das Schubdiagramm nicht ganz befriedigt ist.

Wenn man Bügel zu Hilfe nimmt, die ja vorgeschrieben sind, so bereitet es keine Schwierigkeit, beim Konstruieren die volle Schubsicherung durchzuführen, sogar wenn man die genaue maximale Querkraftslinie benützt, anstatt der für Vollbelastung aller Felder geltenden geraden Querkraftslinie. Indem man im Notfall die Bügel etwas vermehrt, erhält man eine wirtschaftlichere Lösung, als wenn man Eisen für die Aufbiegungen zulegt.

Die *günstige Wirkung der Vouten* beim kontinuierlichen Balken ist durch direkte Versuche nachgewiesen. Deshalb darf man von der hierfür geltenden Formel für die Schubspannung beim Aufzeichnen des Schubdiagramms Gebrauch machen. Dabei sind wegen des Höchstwertes der Schubspannung am Anfang und Ende der

Voute gewisse Regeln zu beachten, denn es dürfen nicht einfach die Größtwerte von  $Q$  und  $M$  in die Formel eingesetzt werden. Die Regeln sind in Beton und Eisen 1922 veröffentlicht, auch in meinem Buch über den Eisenbetonbau enthalten.

Beim *durchlaufenden Balken* ist die volle Schubsicherung durch die Versuche als notwendig nachgewiesen worden, sogar bei gutem Beton. Auch aus statisch-theoretischen Gründen ist sie hier nötig, weil die gemessenen Biegelinien zeigen, daß nur bei ihr die Beziehungen zwischen Moment und Drehwinkel benachbarter Querschnitte gelten, auf denen die Theorie des durchlaufenden Balkens aufgebaut ist (einerlei Krümmung der Biegelinie beim einfachen Balken).

Versuchsergebnisse von kleinen niedern rechteckigen oder rechteckähnlichen Balken dürfen nicht ohne weiteres auf große Balken, wie sie praktisch vorkommen, übertragen werden. Deshalb sind die Versuche mit den großen Balken, über die hier berichtet ist, angestellt worden. Insbesondere ist es beweiskräftiger, wenn Balken mit verschieden starker Bewehrung auf Schub geprüft werden, als wenn man aus der gemessenen Dehnung der Aufbiegungen auf die zulässige Beanspruchung derselben schließen wollte, in dem Sinne, daß aus einer kleineren Dehnung als der rechnungsmäßigen gefolgert würde, daß man entsprechend weniger aufgebogene Eisen nötig hätte. Abgesehen von der gewagten Übertragung auf größere Formate, ist noch zu beachten, daß solche Dehnungsmessungen, wie sie von RICHART angestellt wurden, nicht die volle Eisenspannung liefern können, weil die Dehnung des Eisens bekanntlich durch den Gleitwiderstand des umgebenden Betons vermindert wird, auch wenn er schon gerissen ist.

## Diskussion

Professor O. GRAF, Stuttgart:

Wir hörten die Forderung, daß Veranlassung gegeben ist, bei durchlaufenden Eisenbetonträgern die Bedingungen, welche als Grundlage des Eisenbetons anerkannt sind, voll gelten zu lassen: Der Beton nimmt Zugspannungen nicht auf, weil unter zulässigen Belastungen mit dem Vorhandensein von Rissen zu rechnen ist. Das Eisen überträgt also die Zugspannung. Die Bewehrung muß so angeordnet sein, daß sie überall da, wo Risse im Beton zu erwarten sind, das Klaffen der Risse hinreichend hindert bis zu Belastungen, mit denen volle Ausnützung des Eisens bis zur Streckgrenze erreicht ist. Im besonderen finden wir aus den neuen Versuchen zur letztgenannten Bedingung wertvolle Einzelheiten, weil die Verankerung der Bewehrung wiederholt maßgebend gewesen ist, in unmittelbarer Abhängigkeit von der Widerstandsfähigkeit des Betons etwa in dem Ausmaß, das frühere Versuche mit verschiedenen Haken erkennen ließen (vgl. Handbuch für Eisenbetonbau, 3. Auflage, Seite 155). Die lehrreichen Versuche geben also nicht bloß zum Thema an sich Aufschluß, sondern veranlassen uns weiterhin, die Konstruktionsregeln für die Verankerung der Eisen erneut zu verfolgen, u. a. derart, daß die Anwendung bestimmter Eisendurchmesser von der Güte des Betons abhängig gemacht werden. Daß der Ort der Verankerung der Eisen von erheblichem Einfluß sein kann, wird durch die sieben mitgeteilten Versuche besonders anschaulich dargelegt.

Professor Dr.-Ing. MAUTNER, Frankfurt (Aachen):

In den Jahren 1927/28 fand in deutschen Zeitschriften ein lebhafter Meinungsaustausch über die Frage der Schubbewehrung von Eisenbetonbalken statt. Der Meinungsaustausch ging davon aus, daß nach dem Heft 48 des Deutschen Ausschusses für Eisenbeton, der Balken 1025 mit 50%iger Schubsicherung 120 t Bruchlast

aufwies, während der Balken 1026 mit voller Schubsicherung nur 119 t erreichte. Überdies war in diesem Versuchsbericht die für Balken 1025 angegebene Bewehrungsgewichtszahl etwa 6% geringer, als bei voller Schubsicherung. In dem genannten Meinungsstreit wurde die Rückkehr zu den deutschen Bestimmungen vom Jahre 1916 für die Schubbewehrung empfohlen und die volle Schubsicherung nach den Bestimmungen vom Jahre 1925 als unwirtschaftlich bekämpft.

Das kleinere Bewehrungsgewicht des halbschubgesicherten Balkens erwies sich als ein Irrtum der Versuchsanstalt, der von MÖRSCH in „Beton und Eisen“ 1927 richtiggestellt wurde. Was die Frage der Sicherheit anbelangt, so wies MÖRSCH daraufhin, daß die Versuche des Heftes 48 nur eine scheinbare Gleichwertigkeit der halben und der vollen Schubsicherung ergeben hätten. Die Versuche sind bekanntlich mit vorzüglichem Laboratoriumsbeton mit  $K_w = 282 \text{ at}$  durchgeführt worden. Die bei der halben Schubbewehrung schief gegen das Auflager gerichtete Gewölbedruckkraft konnte bei der vorzüglichen Betonbeschaffenheit von der Druckzone des Steges aufgenommen werden und führte hierdurch zu einer wesentlichen Entlastung der schwächeren Schrägeisen der halben Schubbewehrung; außerdem war durch die Fortführung der geraden Eisen bis zum Auflager eine reichlichere Momentendeckung im Vergleich zur vollen Schubsicherung vorhanden. MÖRSCH wies bereits nach dem Vorliegen der Ergebnisse des Heftes 48 darauf hin, daß die Verhältnisse nicht so günstig für die halbe Schubsicherung beim durchlaufenden Balken liegen würden, weil bei diesem Größtmoment und größte Querkraft zusammenfallen und daher der Stegbeton keine große Zusatzbelastung durch die schief gerichtete Gewölbedruckkraft aufnehmen kann. Das Heft 58 des Deutschen Ausschusses für Eisenbeton, welches die Verhältnisse des Endfeldes eines durchlaufenden Trägers wiedergibt, bestätigte die Richtigkeit dieser Voraussage. Bei diesen Versuchen hat sich bereits die Überlegenheit der vollen Schubsicherung bei Verwendung guten Laboratoriumsbetons gezeigt. Wiewohl die Folgerungen MÖRSCH aus den Versuchsberichten der Hefte 48 und 58 schon eindeutig die Überlegenheit der vollen Schubsicherung bewiesen, entschloß sich die WAYSS & FREYTAG A.-G. über Antrag von Professor Dr. MÖRSCH, weitere Versuche in der Materialprüfungsanstalt Stuttgart ausführen zu lassen, deren Ergebnisse MÖRSCH in seinem Referat gleichfalls vorgeführt hat. Die Versuche hatten zunächst den Zweck, die Wirkung der Schubsicherung an Eisenbetonbalken mit baumäßigem Beton, also mit  $W_{b,28} > 100 \text{ at}$  zu zeigen, weiter sollten aber die Versuche die Unzweckmäßigkeit und Unverläßlichkeit jener Schubbewehrungen beweisen, die von verschiedenen an dem Meinungsstreit Beteiligten zur Herbeiführung „besserer Wirtschaftlichkeit“ der Schubbewehrung erstattet wurden.

Was den ersten Zweck der Versuche anbelangt, so ist es schade, daß die Würfestigkeiten der geprüften Balken ziemlich stark voneinander abwichen (72, 110 und 150 at). Es ist schwer im Laboratorium einen so minderwertigen Beton herzustellen, wie er nach den deutschen Bestimmungen für Bauwerke noch zugelassen wird. Die Umrechnung der Höchstlasten im Verhältnis der Würfestigkeiten, wie sie von Mörsch vorgenommen wurde, ist aber zweifelsfrei. Hierbei zeigte sich die bedeutende Überlegenheit der vollen Schubsicherung. — Der Vergleich der Biegelinien zeigt, wie von Mörsch hervorgehoben, daß im Falle der halben Schubsicherung die Umkehrung der Krümmung in der Nähe der Auflager stattfindet, was der Beweis des Angriffes der Druckmittelkraft unter dem Schwerpunkt des Querschnittes ist.

Der zweite Teil der WAYSS & FREYTAGSchen Versuche wäre eigentlich überflüssig gewesen. Mörsch hat in wiederholten Rechenbeispielen gezeigt, daß bei richtiger Ablösung der Zugeisen und ihrer Abbiegung in die Druckzone und bei geeigneter Wahl des Bügelabstandes für die volle Schubsicherung stets weniger

Eisen benötigt wird als für die halbe Schubsicherung. Die Reihenfolge der Eisenaufwandgröße nach den verschiedenen deutschen Bestimmungen ist:

Bewehrung nach den Bestimmungen	1907
„ „ „ „	1916
„ „ „ „	1925

derart, daß letztere den kleinsten Eisenaufwand mit sich bringt, wenn die Ablösung der Eisen wie vorbeschrieben geschieht. Der Grund hierfür ist leicht einzusehen, weil der Weg der schrägen Abbiegung der abgelösten Eisen und der Verankerung in der Druckzone kürzer ist, als die Fortführung bis zum Auflager. Die gegen diesen höchst einfachen Grundsatz angeführten Rechenbeispiele gehen alle von falschen Voraussetzungen aus. So z. B. ein Gegenvorschlag, der das 4 kg-Dreieck lediglich mit Bügeln deckt, was jedem Konstrukteur bei Betrachtung des Schubdiagramms unzweckmäßig erscheinen wird. Von anderer Seite kam der Einwand, daß die Schubdeckung bei Balken mit geringen Feldmomenten (Dachpfetten) nicht möglich sei, weil nicht genügend untere Eisen notwendig und daher vorhanden seien, um das Schubdiagramm durch Abbiegungen mit den Bügeln zu decken. Auch hiergegen hat MÖRSCH nachgewiesen, daß dieser Einwand für die Endfelder solcher Pfetten gar nicht zutrifft und für die Mittelfelder dadurch leicht behoben werden kann, daß ein oder zwei abgebogene Eisen über die Mittelstütze in die untere Druckzone abgebogen werden. Dies führt zu keinem nennenswerten Eisen-Mehrverbrauch.

Nachdem nun durch diese einfache Beweisführung die behauptete Unwirtschaftlichkeit der vollen Schubsicherung als unrichtig erwiesen war, kamen Vorschläge, die Zugeisen entsprechend dem Momentverlauf zu kürzen und in der Zugzone endigend oder, wie MÖRSCH sagte, „schwimmende Eisen“ zuzulegen. Es wurden daher die WAYSS & FREYTAGSchen Versuche auf diese, wie wir glauben jedem Konstrukteur zuwiderlaufende Schubsicherung und Eisenanordnung ausgedehnt. Die Versuche ergaben, wie vor auszusehen war, die Unterlegenheit dieser fehlerhaften Bewehrungen. — Da in dem Meinungsstreit die Wirtschaftlichkeitsfrage eine große Rolle spielt, so sei noch erwähnt, daß bei der WAYSS & FREYTAG A.-G., also einer der bedeutendsten Großbauunternehmungen, noch vor Herausgabe der Bestimmungen vom Jahre 1925 schon mehrere Jahre lang die volle Schubsicherung nach der vorbeschriebenen Art üblich war und in tausenden Fällen zur Durchführung gelangte. Es ist dabei niemals eine geringere Wirtschaftlichkeit der Bewehrung festgestellt worden.

Prof. Ing. F. CAMPUS, Liège:

Le remarquable rapport du Prof. MÖRSCH confirme expérimentalement et théoriquement la supériorité et l'utilité de l'action combinée de barres relevées et d'étriers pour résister à la totalité des efforts tranchants dans les pièces fléchies. En faisant abstraction de la résistance propre du béton aux efforts rasants, on établit une concordance logique et conforme aux réalités avec le calcul des barres principales, effectué sans tenir compte de la résistance à la traction du béton. Car, en effet, toutes les armatures quelconques sont disposées pour supporter les effets des tensions principales de traction, agissant suivant les lignes isostatiques de la pièce fléchie.

L'importance des barres relevées et des étriers au point de vue de la résistance semble cependant être méconnue de beaucoup de praticiens; c'est pourquoi on les appelle souvent armatures secondaires. Comme les tensions secondaires, selon une définition donnée dans la revue ENGINEERING du 2 mars 1928 (Secondary stresses), les armatures secondaires sont celles que l'on ne calcule pas. Cela provient de ce que, dans l'état actuel de la question, le calcul de ces armatures est plus compliqué et

exige plus de temps que celui des armatures principales, qui se fait au moyen de tables et d'abaques. Simplifions le calcul des barres relevées et des étriers, tout en le conservant pratiquement exact; il est possible qu'il en résulte un progrès dans l'application effective de ces éléments.

\* \* \*

Le calcul des barres obliques et des étriers est basé sur la formule rappelée par le Prof. MÖRSCH:  $\tau_0 = \frac{Q}{b z}$ .

La section totale des barres obliques découle de la formule  $\Omega_0 \sigma_a = \int \frac{Q}{z} \cos \alpha dx$ .

Si l'on emploie des étriers, leur section totale dérive de  $\Omega_e \sigma_a = \int \frac{Q}{z} dx$ .

Théoriquement, les deux genres d'armatures ont donc le même volume.

Leur position se détermine en subdivisant le diagramme des efforts tranchants en surfaces partielles d'aires égales à  $\frac{\omega_0 \sigma_a z}{\cos \alpha}$  ou  $\omega_e \sigma_a z$ ,  $\omega_0$  ou  $\omega_e$  étant la section d'une barre relevée ou d'un étrier. La projection du centre de gravité de chaque aire partielle sur l'axe neutre détermine les alignements des armatures.

Le calcul exige donc le tracé du diagramme des efforts tranchants, la détermination de sa surface, sa subdivision en surfaces partielles et la recherche des centres de gravité de ces parties. En outre, il faut déterminer par le diagramme des moments fléchissants à partir de quels points les barres principales peuvent être relevées obliquement. La fig. 20 du rapport du Prof. MÖRSCH synthétise les opérations.

Il est possible d'obtenir un résultat équivalent, sinon meilleur, par le moyen du seul diagramme des moments, nécessaire en tout état de cause pour le calcul des armatures principales, et plus usuel que le diagramme des efforts tranchants. Il n'y a pas de surface à calculer, ni à subdiviser, non plus que de centres de gravité à déterminer. Il suffit d'observer que  $Q = \frac{dM}{dx}$ , d'où  $\tau_0 = \frac{dM}{b z dx}$ .

Dès lors  $\Omega_0 \sigma_a = \int \frac{dM \cos \alpha}{z} = \frac{\Delta M \cos \alpha}{z}$ , et  $\Omega_e \sigma_a = \frac{\Delta M}{z}$ .

Considérons la courbe des  $M$  correspondant à un ensemble de charges fixes (fig. 52). On trace une série de parallèles à l'axe des abscisses, distantes de cet axe et entre elles de  $\frac{\omega_0 \sigma_a z}{\cos \alpha}$  ou  $\omega_e \sigma_a z$ , suivant qu'il s'agit de barres obliques ou d'étriers. On projette sur l'axe des abscisses les points d'intersection de ces droites avec la courbe

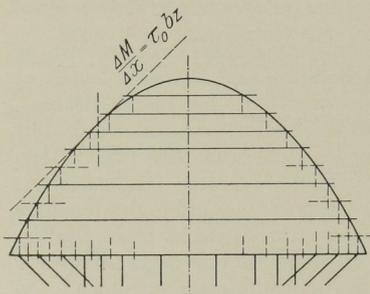


Abb. 52

Les segments ainsi déterminés correspondent chacun à une armature. Comme point déterminatif de l'alignement, on choisit les milieux des segments ou, mieux, les projections sur l'axe des abscisses des points d'intersection de la courbe des moments avec les parallèles à l'axe des abscisses situées à mi-distance des précédentes. La différence pratique avec les alignements correspondant aux aires partielles du diagramme des efforts tranchants est insignifiante, surtout en regard de la précision de montage des armatures du béton armé.

Si l'on veut déterminer à partir de quel point la tension tangentielle du béton est inférieure à  $\tau_0$ , par exemple pour délimiter les régions dévolues aux barres relevées et aux étriers, il suffit de chercher le point de contact de la tangente au dia-

gramme des moments définie par  $\frac{dM}{dx} = \tau_0 b z$ . Ce procédé est suffisamment précis, puisque la position exacte du point ne possède aucune signification capitale. On détermine sur le même diagramme les points à partir desquels les barres peuvent être relevées.

Pour des charges fixes, la méthode simple précédente est rigoureuse, abstraction faite de la petite imperfection théorique relative à la détermination des alignements des barres.

\* \* \*

Dans le cas de charges mobiles, la rigueur mathématique disparaît, car la relation  $Q = \frac{dM}{dx}$  ne s'applique pas à la courbe enveloppe des moments fléchissants. Mais la méthode classique utilisant le diagramme enveloppe des efforts tranchants n'est pas non plus rigoureuse et l'erreur commise est même supérieure à celle qui provient de l'emploi de la méthode des moments. Car, s'il est permis d'écrire  $\tau_0 = \frac{Q}{b z}$  pour le diagramme enveloppe des efforts tranchants, par contre l'expression  $\int \frac{Q}{z} \cos \alpha dx$  n'a plus de sens. En effet, cette courbe représente un ensemble de valeurs maxima non simultanées, dont chaque point correspond à une courbe instantanée réelle des efforts tranchants, située à l'intérieur de l'enveloppe, et à laquelle s'applique la relation intégrale.

Donc, la surface du diagramme des efforts tranchants maxima donne des armatures obliques ou verticales trop fortes. La constatation saute aux yeux si nous examinons le cas d'une charge mobile unique circulant sur une poutre à deux appuis (fig. 53). L'ensemble des armatures correspond à la surface hachurée, tout à fait excessive si on se réfère à une courbe instantanée (en pointillé). La charge fixe équivalente se compose d'une charge uniformément répartie et d'une charge concentrée au milieu de la portée, toutes deux égales à la charge mobile.

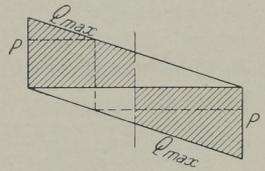


Abb. 53

Considérons ensuite le diagramme enveloppe des moments (fig. 54). Nous pouvons envisager qu'il correspond à une charge fixe fictive uniformément répartie, égale au double de la charge mobile lorsque celle-ci est unique. La courbe des efforts tranchants correspondants est la dérivée de la courbe des moments. En comparant un diagramme réel d'efforts tranchants avec le diagramme fictif, on voit que la concordance des aires est meilleure que par l'emploi du diagramme des efforts tranchants maxima; l'excès est moindre. Le cas envisagé d'une force unique agissant seule est le plus défavorable que l'on puisse considérer. La concordance s'améliore en faveur de la méthode des moments lorsque la charge mobile est divisée. Si l'on y joint l'effet des charges fixes, toujours important sinon prépondérant, on peut considérer que la méthode est d'une exactitude tout à fait satisfaisante pour la pratique.

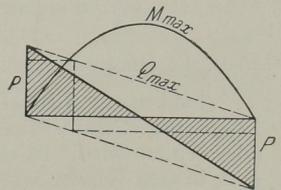


Abb. 54

Donc la méthode que j'ai décrite pour les charges fixes s'applique pratiquement au diagramme des moments maxima tenant compte de toutes les circonstances de sollicitation.

\* \* \*

Les résultats de la méthode sont satisfaisants et diffèrent très peu d'ailleurs de ceux que l'on obtient par le calcul des efforts tranchants. Mais la simplification est notable et le gain de temps considérable (surtout dans le cas de pièces hyperstatiques), étant donné que le diagramme des moments maxima doit être tracé dans tous les cas pour le calcul des armatures principales. Pour des calculs sommaires, on peut adopter une parabole.

Une réserve cependant. Lorsqu'il y a des charges mobiles, la tangente de coefficient angulaire  $\frac{\Delta M}{\Delta x} = \tau_0 b z$  ne définit plus le point en deçà duquel la tension tangentielle du béton est inférieure à  $\tau_0$ .

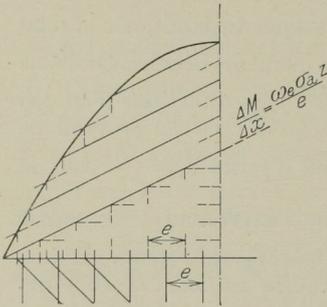


Abb. 55

Pour une pièce sur deux appuis, le point exact est généralement un peu plus près du milieu de la poutre. La différence reste cependant dans des limites modérées et, en réalité, l'inconvénient n'est pas grand si ce point ne sert qu'à limiter les régions dévolues aux barres relevées et aux étriers. Le calculateur use toujours d'une certaine latitude pour la répartition de ces armatures et il n'en résulte, en l'occurrence, aucun défaut caractérisé.

La méthode permet aisément de combiner la résistance des barres obliques, des étriers et du béton, si l'on désire tenir compte de cette dernière selon un usage périmé. Par exemple, si l'on s'impose de disposer des étriers de section  $\omega_e$  écartés

de  $e$ , les moments correspondants sont tels que  $\frac{\Delta M}{\Delta x} = \frac{\omega_e \sigma_a z}{e}$ . Il suffit de tracer à partir des extrémités du diagramme des moments fléchissants, des droites ayant le coefficient angulaire  $\frac{\Delta M}{\Delta x}$  défini ci-dessus. Les lignes de division destinées à définir les barres obliques seront alors tracées parallèlement à ces droites au lieu d'être parallèles à l'axe des abscisses. La figure schématique 55 montre que le nombre et la disposition des barres obliques subissent de ce fait la modification attendue.

Si l'on voulait tenir compte de la résistance du béton, on tracerait les droites de division parallèlement à la droite dont le coefficient angulaire est  $\frac{\Delta M}{\Delta x} = b \tau_0 z$ .

Bref, il n'est aucune disposition calculable par la méthode des efforts tranchants qui ne puisse l'être par celle des moments, et en outre plus simplement. Il s'agit d'ailleurs, en somme, d'une application de l'intégration graphique.

Prof. E. PROBST, Karlsruhe.:

Jedermann wird Herrn Prof. MÖRSCH zustimmen, wenn er verlangt, daß der Frage der Schubsicherung von Eisenbetonträgern die größte Aufmerksamkeit zugewendet wird. In den Zielen bestehen keine Meinungsverschiedenheiten, wohl aber in den Wegen, wie die günstigste Schubsicherung zu erreichen ist. Was Prof. MÖRSCH als Schubsicherung verlangt, geht meines Erachtens über das hinaus, was man auf Grund aller bisher durchgeführter Untersuchungen und Beobachtungen fordern kann. Allerdings darf man bei Laboratoriumsuntersuchungen nicht etwa den von Prof. MAUTNER in der Aussprache erwähnten „baumäßigen, besonders schlechten Beton“ verwenden, der auf deutschen Baustellen als Ausnahme gelten dürfte. Man sollte vielmehr bestrebt sein, den Unterschied zwischen Laboratoriumsbeton und Baubeton möglichst klein zu halten, wenn man Folgerungen für die praktische Anwendung ziehen will.

Entgegen der Ansicht von MÖRSCH glaube ich nicht, daß Mängel in der Schubbewehrung durch guten Beton ausgeglichen werden können, ebensowenig wie Mängel des Betons durch eine stärkere Bewehrung wettgemacht werden können.

Die Auseinandersetzungen über die notwendigen Schubsicherungen begannen, als durch die deutschen Eisenbetonbestimmungen vom Jahre 1925 Forderungen erhoben wurden, die meines Erachtens konstruktiv und wirtschaftlich eine überflüssige Belastung bedeuten. Wenn Herr MAUTNER darauf hinweist, daß er als technischer Direktor eines Großunternehmens seit Jahren noch vor Erscheinen der neuen Eisenbetonbestimmungen immer so konstruieren ließ, wie es jetzt die Bestimmungen verlangen, und behauptet, daß ihm nicht eine Unwirtschaftlichkeit aufgefallen sei, so ist das eine Ansicht, die von mir mit vielen Anderen nicht geteilt wird. Ich will aber die Frage der Wirtschaftlichkeit aus der Diskussion ausschalten und mich darauf beschränken, zu zeigen, daß die von MÖRSCH verlangte sogenannte 100%ige Schubsicherung weder theoretisch noch konstruktiv gerechtfertigt ist.

MÖRSCH bezeichnet als 100%ige Schubsicherung diejenige, bei der die berechnete Eisenspannung gleich ist der berechneten Anstrengung der Längseisen infolge der größten Biegemomente.

Diese Berechnung gilt aber nur, solange keine Schrägrisse infolge von Hauptzugspannungen auftreten. Wie wenig sie den tatsächlichen Verhältnissen Rechnung trägt, ersieht man, wenn MÖRSCH in Heft 58 des D. A. f. E. die der Bruchlast entsprechenden Spannungen in den Schrägeisen und Bügeln mit 4000 bis 6900 kg/qcm und in den Längseisen mit etwa 2200 bis 3300 kg/qcm berechnet.

Wenn man die Schubbewehrung mit der Längsbewehrung vergleichen will, wird man zweckmäßiger den Querschnitt der ersteren in Hundertteilen der zur Aufnahme der größten Biegemomente erforderlichen Längseisen ausdrücken, wie dies auch früher geschehen ist.

Es ist erfreulich, daß MÖRSCH die Spannungstrajektorien im Zusammenhang mit der Ribbildung an Eisenbetonbalken zur Begründung für die notwendigen Schubbewehrungen heranzieht, wie dies schon früher geschehen ist. (Siehe Band I meiner „Vorlesungen“. 1. Auflage 1917.) Der Verlauf der Ribbildungen gibt die beste Möglichkeit, die günstigste Lage der Eisen zu erkennen.

Ich halte es nicht für berechtigt, die Wirkung der Schrägbewehrung mit den Zugdiagonalen eines Fachwerkes zu vergleichen, bei dem die Aufgabe der Druckdiagonalen dem Beton zugewiesen wird. Ein Blick auf Abb. 56 zeigt, daß in jedem Querschnitt, in dem größere als zulässige Schubspannungen (bzw. Hauptzugspannungen) auftreten, eine Schubbewehrung notwendig ist. Daß Bügel ebenso wie Schrägeisen zur Vergrößerung des Schubwiderstandes herangezogen werden können, ist seit langem bekannt. Vorzuziehen sind die konstruktiv einfacheren Schrägeisen.

Im allgemeinen halte ich es aus folgenden Gründen für zweckmäßiger, Bügel nur als Montageisen und nur in Ausnahmefällen als Schubbewehrung zu verwenden: Wo die Querkräfte gegenüber den Biegemomenten zurücktreten, sollte man, um Ribbildung zu fördern, nur die unbedingt erforderlichen Bügel einlegen, da diese bekanntlich der Ausgangspunkt für Ribbildungen sind. Man betrachte in Abb. 57 Beispiele von zwei Eisenbetonträgern bei Balkenbrücken-

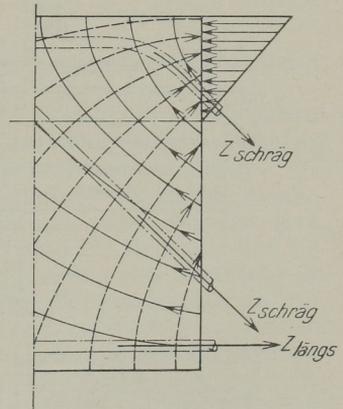


Abb. 56

konstruktionen mit 25 und 32 m Spannweiten. Man sieht den Beton vor lauter Bügeln nicht, und man darf sich nicht wundern, wenn an den Stellen der großen

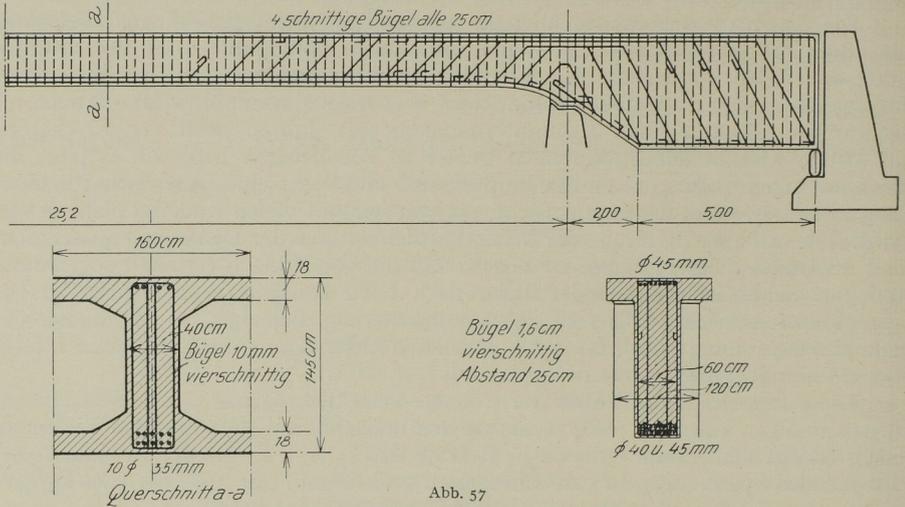


Abb. 57

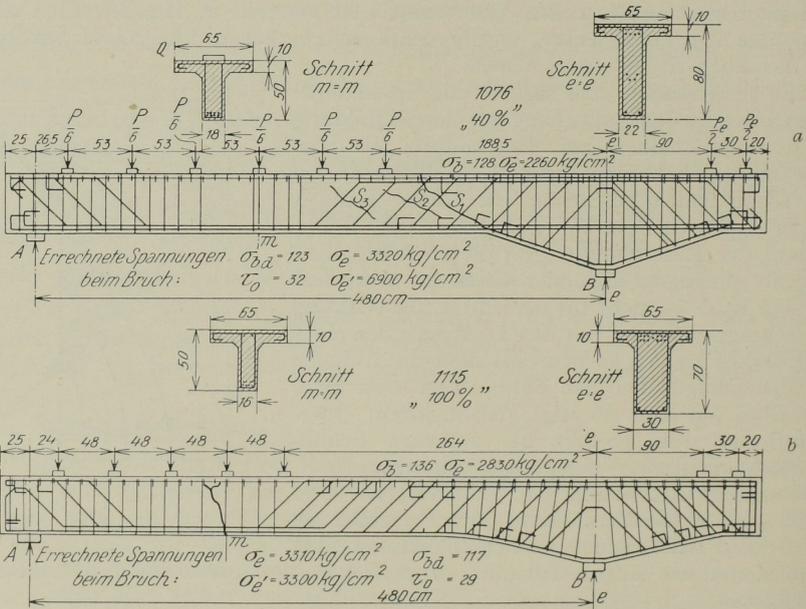


Abb. 58 a und 58 b

Biegemomente mehr Risse entstehen, als wenn die Zahl der Bügel auf das für die Montage notwendige Mindestmaß eingeschränkt wäre.

Zu ungünstigen Wirkungen kann es führen, wenn man Schubsicherungen auch dort verlangt, wo die  $\tau_D$ -Spannungen die zulässige Spannung nicht erreichen.

Daß man mit Bügeln dieselbe Wirkung erzielen kann wie mit Schrägeisen, zeigen die beiden Balken 1124 und 1132 (in dem Bericht von MÖRSCH Fig. 31 und 35). So hat Balken 1124 mit einer sogenannten 50%igen Schubsicherung durch Bügel eine Bruchlast von 75 t gegenüber 73,5 t bei Balken 1132 mit Schrägeisen bei der sogenannten 100%igen Schubsicherung. Man sieht daraus, daß man mit Bügeln manchmal eine bessere Wirkung erzielen kann, da die 50%ige Schubsicherung in diesem Fall eine höhere Bruchlast ergab als die 100%ige. MÖRSCH erklärt dies damit, daß die Streckgrenze der Eiseneinlagen bei Balken 1124 niedriger war, und errechnet aus der Proportionalität zwischen Bruchlast und Streckgrenze eine höhere Bruchlast bei Annahme einer höheren Streckgrenze (wie bei Balken 1132). Ich halte dies für unzulässig, da man meines Erachtens Proportionalität zwischen Bruchlast und Streckgrenze der Eiseneinlagen, sofern man diese überhaupt genau festlegen kann, nicht annehmen darf. Insbesondere gilt dies hier, wo Balken 1124 in der Mitte (infolge der Biegemomente) und 1132 an einem Schrägriß (infolge der Querkräfte) brach. Wäre die Streckgrenze der Längseisen bei 1124 höher gewesen, so wäre der Bruch kaum in der Mitte erfolgt.

Vergleicht man die MÖRSCHSchen Versuchsbalken 1076 mit 1115 (Abb. 58a und 58b) — ein Vergleich, den MÖRSCH in dem Schlußwort ablehnt — so sieht man, daß bei nicht ganz gleichen Laststellungen beide Träger die gleichen Bruchlasten hatten. Bei denselben Spannweiten hatte Balken 1076 einen schwächeren Steg über der Kragstütze und eine recht ungünstige, nach MÖRSCH nur eine 40%ige Schubsicherung.

MÖRSCH verlangt auf Grund seiner in Heft 58 des D. A. f. E. veröffentlichten Versuche, daß man Eisenbetonbalken so konstruieren müßte, daß sie durch die Biegemomente und nicht durch die Querkräfte zerstört werden sollten.

Ich muß gestehen, daß es mir vollkommen gleichgültig ist, ob ein Eisenbetonträger an den Normalspannungen oder an den Hauptspannungen zugrunde geht. Das Ziel des Konstrukteurs sollte sein, das Verhältnis zwischen Bruchlast und Gebrauchslast so groß wie möglich zu gestalten. Wenn man aus den Versuchen die meines Erachtens nicht zulässige Folgerung zieht, daß Eisenbetonträger so konstruiert werden sollten, daß sie an den Biegemomenten zugrunde gehen müssen, so führt dies zu einer unwirtschaftlichen Überdimensionierung der Schubbewehrung.

Betrachtet man in Abb. 59 die schematische Darstellung der in den amtlichen Bestimmungen von den Jahren 1906, 1916 und 1925 geforderten Schubsicherungen, so folgt: In Übereinstimmung mit MÖRSCH lehne ich die Bestimmungen vom Jahre 1906 für die Schubbewehrungen ab. Vergleicht man aber die Bestimmungen von 1916 mit denjenigen von 1925, so sieht man an dem letzten Diagramm, daß auch diejenigen Spannungen, die kleiner als die zulässigen sind, durch Schrägeisen oder Bügel aufgenommen werden müssen.

Wir können auch nach den Bestimmungen vom Jahre 1916 die Schubbewehrung als vollkommen sicher ansehen mit dem Vorteil, daß Bügel und Schrägeisen nur dort untergebracht werden, wo die Schubspannungen größer als zulässig sind. Nach den neuen Bestimmungen von 1925 ist man gezwungen, Schrägeisen oder Bügel auch dort vorzusehen, wo  $\tau_0$  kleiner als zulässig ist, also dort, wo sie nicht notwendig sind.

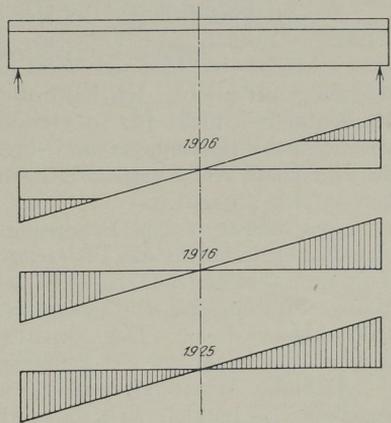


Abb. 59

Aus den angeführten Gründen lehne ich die Forderungen für die Schubsicherung nach den neuen Bestimmungen ab.

Konstruiert man die Schubsicherung nach den Bestimmungen von 1916, und sorgt man für eine gute Verteilung der Schrägeisen oder Bügel derart, daß jeder Querschnitt, in dem  $\tau_0$  größer als zulässig ist, von mindestens einem, besser von zwei Eisen nach Abb. 56 getroffen wird, so wird man sicher, einfach und wirtschaftlich konstruieren.

Prof. Dr. Ing. MÖRSCH:

Zu den Ausführungen des Herrn Prof. CAMPUS habe ich zu bemerken, daß man selbstverständlich die Schrägeisen auch an Hand der Momentenlinie austeilen kann. Was einfacher ist, läßt sich wohl nicht ohne weiteres entscheiden, da hier die Gewöhnung mitspricht. Ich halte die Ermittlung der Schubsicherung mit Hilfe der Momentenlinie nicht für so klar und übersichtlich wie das Schubdiagramm, das veränderliche Balkenhöhe und -breite sowie ungünstigste veränderliche Belastung auf einfachste Weise berücksichtigen läßt und deshalb eine geringere Fehlermöglichkeit in sich schließt.

Aus meiner langen Erfahrung in der Erziehung junger Ingenieure zu Konstrukteuren habe ich die Überzeugung gewonnen, daß die Arbeit mit dem Schubdiagramm sehr erzieherisch wirkt, weil dadurch der Blick geübt wird für eine zweckmäßige Führung der Schrägeisen und für ein passendes Verhältnis von Bügeln und aufgebogenen Eisen. Der Konstrukteur ist mit dem Schubdiagramm jedenfalls freier in der Wahl der zur Schubsicherung dienenden Eisen.

Daß die Arbeit mit dem Schubdiagramm viel Mühe mache, kann ich nicht zugeben. Es handelt sich dabei doch um einfachste Rechnungen, die mit dem Schieber erledigt werden können. Die Schwerpunkte der Einzeltrapeze wird doch niemand genau ermitteln; es genügt, die Mitte der einzelnen trapezförmigen Streifen zu nehmen.

Wenn an dem aus den maximalen Querkraften gezeichneten Schubdiagramm getadelt wird, daß es Spannungen enthalte, die niemals gleichzeitig vorhanden seien, so ist dem entgegenzuhalten, daß jede Aufbiegung in stande sein muß, zusammen mit den Bügeln der größten an der betreffenden Stelle möglichen Querkraft zu widerstehen. Die von mir gezeigte Rechnung ist also ebenso richtig, wie die Ermittlung der Diagonalen eines Parallelfachwerkes aus den größten Querkraften der entsprechenden Felder. Schließlich ist ja auch die Wirkung der Aufbiegungen eine den Fachwerkdiagonalen ähnliche.

Zu den Ausführungen des Herrn Prof. Dr. Ing. PROBST muß ich feststellen, daß es irreführend ist, wenn er in seiner Kritik der Versuche des Heftes 58 des D. A. f. E. den Balken 1076 zum Vergleich mit den andern heranzieht. Denn die drei andern in meinem Bericht beschriebenen Balken sind durch fünf Lasten auf einer Länge von 2,16 m vom linken Auflager belastet, während beim Balken 1076 sechs Lasten auf 2,91 m wirkten. Es war also eine andere Verteilung der Momente und Querkraften vorhanden, die einen direkten Vergleich zwischen den getragenen Höchstlasten ausschließt. Außerdem war die gesamte Balkenhöhe über dem rechten Auflager um 10 cm größer als bei den drei übrigen und die Schräge anders ausgebildet.

Die Schubbewehrung des Balkens 1076 erwies sich als ungenügend, denn der Bruch erfolgte wegen der klaffenden Schrägrisse am Übergang zur Schräge. Im übrigen verweise ich auf meine in Heft 58 gegebene Auswertung jener Balkenversuche, wo auch der Balken 1076 behandelt ist.

Es ist ein Irrtum, wenn Herr PROBST behauptet, daß ich verlange, ein Balken

müsse so konstruiert werden, daß er wegen der Momente und nicht wegen der Querkräfte breche. Mein Verlangen zielt auf gleiche Sicherheit gegen beide Bruchmöglichkeiten. Für die Anwendung ist es zwar erwünscht, wenn die Sicherheit gegen die Querkräfte etwas größer ist als gegen die Momente, weil bei einer Überlastung dann die Biegerisse als warnende Vorboten zu werten sind, während anderseits an den schrägen Schubrissen kein sicheres Urteil gewonnen werden kann, wie lange der Verbund noch standhält. Dieser Standpunkt ist in der Literatur schon lange mehrfach zum Ausdruck gekommen.

Was endlich die Gefahr der Bügel für die Zugrisse betrifft, so ist sie nicht befürchten, denn Zugrisse treten gerade bei den stark bewehrten Rippen doch auf. Bei fehlenden oder weit gestellten Bügeln ist es möglich, daß die Zugrisse dann in größeren Abständen auftreten, dafür aber um so dicker ausfallen.