

die in einer Ungenauigkeit des Querschnittes, der Ausführung und der unsicheren Erfassung der Lasten und der Stoßzuschläge bestehen können.

VI. Der Sicherheitsgrad bei häufig wechselnden Belastungen

1. Sobald die Lasten ihre Größen wechseln, also nicht ständig bis zum Bruche zunehmen, ist es unerlässlich notwendig, den *Einfluß der Zeit T* zu berücksichtigen. Von unseren Brückenmeßgeräten wird er bekanntlich als *Zeitdehnungslinie* (T - δ -Linie) aufgezeichnet, aus der, solange $\sigma < \sigma_P$ ist, die *Zeitspannungslinie* (T - σ -Linie) durch Maßstabsveränderung hervorgeht, weil $\sigma = E \cdot \delta$ ist. In Abb. 8 ist nach

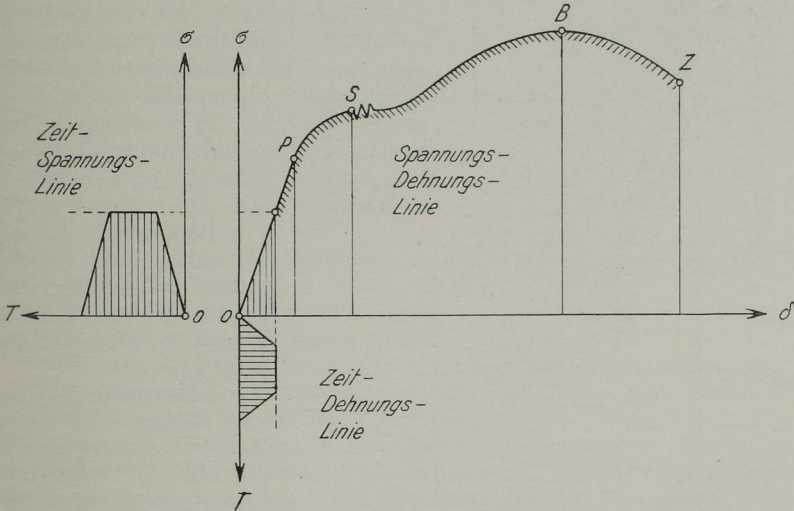


Abb. 8

Vorschlag des Verfassers außer der Spannungsdehnungslinie (σ - δ -Linie) als Aufriß auch noch die von den Meßgeräten aufgezeichnete Zeitdehnungslinie (T - δ -Linie) als Grundriß und die Zeitspannungslinie (T - σ -Linie) als Seitenriß dargestellt. Man denke sich bei einem Versuche den Zugstab in der Zerreißmaschine bis zu einer Laststufe von etwa $\frac{2}{3}\sigma_P$ belastet. Dann stellen die lotrecht und wagrecht schraffierten Flächen die drei Projektionen der von der Zeit-Spannungs-Dehnungslinie begrenzten Flächen dar. Damit erhalten wir die *räumliche Darstellung einer Zeit-Spannungs-Dehnungslinie* in drei Projektionen mit den Achsen T , σ und δ . Sie bietet den Vorteil, auch verwickelte dynamische Versuchsvorgänge durch das Bild der Zeichnung zu veranschaulichen. Als Beispiel hierfür diene Abb. 9, die den sogenannten ersten BAUSCHINGERSCHEN Satz darstellt. Dieser Satz lautet:

„Die Elastizitätsgrenze (die übrigens auch BAUSCHINGER mit der P -Grenze zusammenfallen läßt) wird durch eine Beanspruchung $\sigma > \sigma_S$ herabgeworfen, oft bis auf Null, so daß die Probestücke, wenn sie unmittelbar nach dem Strecken und Entlasten wieder gemessen werden, gar keine oder eine bedeutend niedrigere Elastizitätsgrenze haben. In der Zeit der Ruhe aber, die nach der auf das Strecken vorgenommenen Entlastung verstreicht, hebt sich auch die Elastizitätsgrenze wieder, erreicht nach mehreren Tagen die Belastung, mit welcher gestreckt wurde und wird nach genügend langer Zeit, sicher nach mehreren Jahren, selbst über diese Belastung hinaus gehoben.“

Dieser verwickelte Versuchsvorgang läßt sich durch die σ - δ -Linie der Abb. 9 a und die T - δ -Linie der Abb. 9 b veranschaulichen.

a) *Erstmaliges Belasten.* Versuchsbeginn Punkt 1, im Punkt 2 wird $\eta_P = 1/300/00$

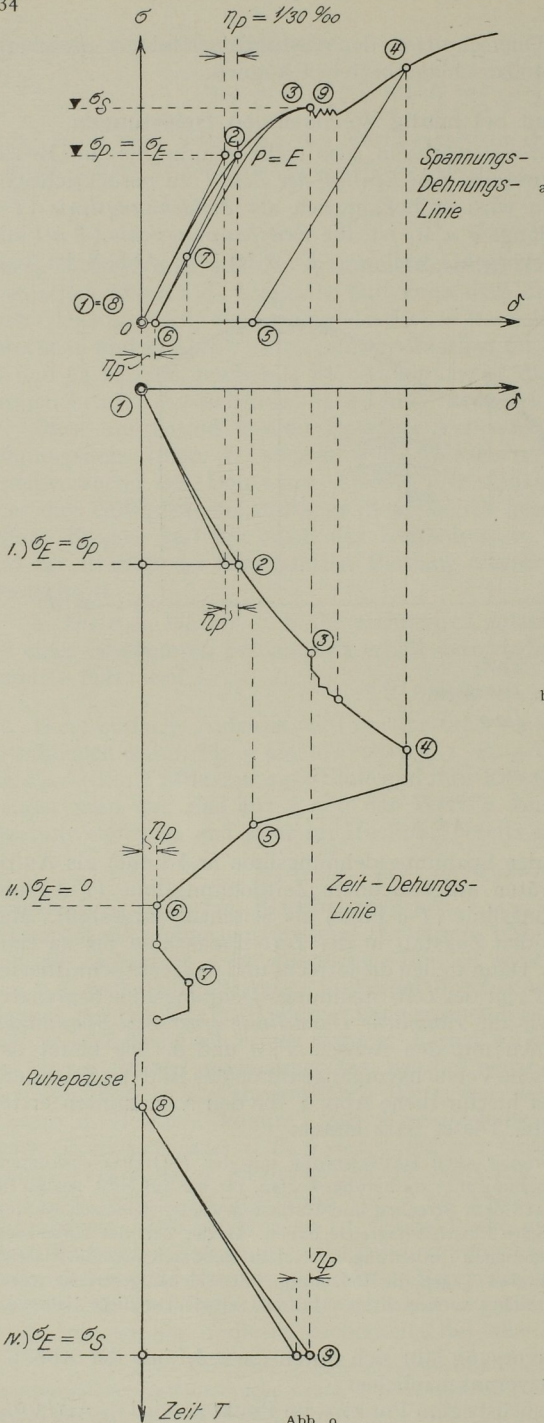


Abb. 9

erreicht. (Dieses Maß kennzeichnet jeweils die P-Grenze = Elastizitätsgrenze σ_E .) Die Streckgrenze im Punkt 3 wird durchlaufen bis zum Punkt 4 ($\sigma > \sigma_S$).

b) Entlasten bis zur Laststufe $\sigma = 0$, d. h. Punkt 5 mit einer starken bleibenden Dehnung, die aber rasch zurückgeht und zwar entweder bis auf einen Wert $> \eta_P$ oder $= \eta_P$.

c) Ruhepause.

d) Nochmaliges Belasten (siehe Punkt 8). Dann wird z. B. η_P erst bei einem Werte $\sigma = \sigma_S$ im Punkt 9 erreicht. Die drei verschiedenen Höhenlagen der Elastizitätsgrenze bei den drei Teilvorgängen a, b und d sind somit I. $\sigma_E = \sigma_P$, II. $\sigma_E = 0$ und IV. $\sigma_E = \sigma_S$.

2. Das durch das WÖHLERSCHE Gesetz und die zwölft BAUSCHINGERSCHEN Gesetze gegebene Bild über das Verhalten des Baustahles bei häufig wiederholter Belastung, insbesondere auch bei Schwingungen, bedarf zur Aufklärung noch weiterer umfangreicher Versuche. Eine klare Auffassung auf Grund der aus diesen älteren Versuchen zu ziehenden Folgerungen für den plastischen Bereich bietet die Darstellung von F. BLEICH.¹

Erster Fall: Ein Stab wird bis zur Zugspannung σ_1 belastet, die beträchtlich über der Elastizitätsgrenze $\sigma_E = \sigma_P$ liegt (Abb. 10) und wieder entlastet (Linie 0-E-1-1', wobei 1-1' parallel zu 0-E). Bei nochmaliger Belastung wird die Spannungsdehnungslinie 1' 2

¹ FR. BLEICH, Theorie und Berechnung der eisernen Brücken. Berlin. Verlag von Julius Springer, 1924. S. 82.

bis zur Spannung σ_1 nahezu geradlinig. Hierbei zeigen sich aber schon bei den niedrigsten Laststufen beträchtliche bleibende Dehnungen, die nahezu verhältnismäßig mit den Spannungen wachsen (siehe die wagrecht gestrichelten Flächenteile zwischen 1-1' und 1'2). Die Elastizitätsgrenze ist somit auf Null herabgeworfen worden. Ferner ist der Neigungswinkel von 1'2 gegen die Dehnungsachse kleiner als der von O-E, also ist auch nach Gleichung (10) der Festwert des Elastizitätsmaßes kleiner geworden. Bei den weiteren Belastungen wiederholt sich dieses Spiel, wobei immer weitere Dehnungen η (siehe die gestrichelten Flächen der Abb. 10) hinzutreten. Die gesamte Formänderungsarbeit A (siehe Gleichung 12), die z. B. durch die Fläche O-E-1-2-3-4-4' dargestellt ist und ständig weiter wächst, wird schließlich so groß, daß das Arbeitsvermögen des Körpers erschöpft ist und der Stab zerrißt.

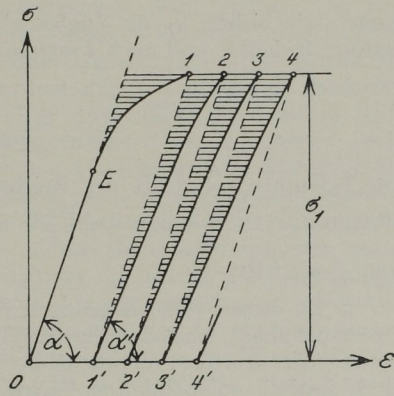


Abb. 10

Zweiter Fall: Liegt die Spannung σ_1 unterhalb der Elastizitätsgrenze $\sigma_E = \sigma_P$, so treten bei Wiederholung der Belastung keine nennenswerten bleibenden Dehnungen hinzu.

Die im Stab aufgespeicherte Formänderungsarbeit wird nach jedesmaliger Entlastung zurückgewonnen. Das Arbeitsvermögen des Stabes kann durch derartig wiederholte Belastungen nie erschöpft werden.

Bei wiederholten Belastungen empfehlen sich hinsichtlich des Sicherheitsgrades folgende beiden Forderungen: Zunächst muß, wie auch bei ruhender Belastung, *hinreichende Sicherheit gegen Überschreitung der Streckgrenze* vorhanden sein. Hierzu kommt noch als zweite Forderung *hinreichende Sicherheit gegen Überschreitung der im folgenden noch weiter zu erörternden Arbeitsfestigkeit*. Zur Begründung der Forderung der Streckgrenze sei die zuerst von WÖHLER gefundene und von BAUSCHINGER erklärte Tatsache angeführt, daß kein Bruch herbeigeführt wird, falls die gleichsinnigen Spannungsgrenzen in unserem plastischen Bereich liegen ($\sigma_P < \sigma < \sigma_S$). Durch wiederholte Beanspruchungen wird die ursprüngliche Elastizitätsgrenze σ_E über die obere Beanspruchungsgrenze hinausgehoben. Dabei wird der Arbeitsvorgang zu einem rein elastischen. Die im Stab aufgespeicherte Formänderungsarbeit wird also nach jedesmaligem Entlasten vollständig zurückgewonnen. Eine Erschöpfung des Arbeitsvermögens des Stabes ist daher unmöglich. Die sogenannte *Ursprungsfestigkeit* σ_u (jene Anstrengung, die der Baustoff trotz vielfacher Wiederholung zwischen 0 und σ_u gerade noch erträgt) wird hiernach wahrscheinlich mit der *Streckgrenze* nahezu übereinstimmen. Die *Schwingungsfestigkeit* (jene Anstrengung, die der Baustoff trotz vielfachen Wechsels zwischen einer Zug- und Druckspannung gleicher Größe gerade noch erträgt), ist nach BAUSCHINGER gleich der *Elastizitätsgrenze* $\sigma_E = \sigma_P$ beim erstmaligen Versuch anzunehmen, die auch *natürliche Elastizitätsgrenze* σ_E genannt wird. Damit soll der Wert σ_E , der weder durch Walzen und Strecken künstlich erhöht, noch durch den Wechsel von Zug und Druck oder Erwärmen künstlich erniedrigt worden ist, bezeichnet werden.

Das zunächst verwickelt erscheinende Gesamtbild vereinfacht sich somit dahin, daß auch hier wie bei unseren bisherigen Betrachtungen die beiden Grenzen des plastischen Bereiches, die Elastizitäts- oder Proportionalitätsgrenze $\sigma_E = \sigma_P$ als Schwingungsfestigkeit und die Streckgrenze σ_S als Ursprungsfestigkeit, maßgebend zu sein scheinen.

Unter *Arbeitsfestigkeit* wird die Festigkeit des Baustoffes beim Wechsel zwischen einer größten Druckkraft S_{\min} und einer größten Zugkraft S_{\max} verstanden. Auf Grund der Arbeiten von LAUNHARDT und WEYRAUCH ist sie anzunehmen zu

$$\sigma_a = \frac{2}{3} \cdot \sigma_B \cdot \left(1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{S_{\min}}{S_{\max}} \right) \dots \dots \dots (22)$$

wobei, wie bisher, σ_B die Zugfestigkeit bei einmaliger, langsam anwachsender Belastung bedeutet und auch *Tragfestigkeit* genannt wird. Sind S_{\min} und S_{\max} gleichgerichtet, so liegt $\left(\frac{S_{\min}}{S_{\max}} \right)$ zwischen 0 und 1. Hieraus ergibt sich für $S_{\min} = 0$ als Grenzfall

$$\sigma_a = \frac{2}{3} \sigma_B = \text{wiederum rd. } \sigma_s \dots \dots \dots (23)$$

Die bekannte Vorschrift der Reichsbahn ist aus Gleichung (22) abgeleitet (siehe BLEICH a. a. O., S. 93), wobei $\frac{S_{\max}}{F_n}$ an Stelle von σ_a und $\sigma_{zul} = 1400 \text{ kg/qcm}$ an Stelle von $\frac{2}{3} \sigma_B$ tritt.

3. Zu diesen versuchsmäßigen Erfahrungen fügt M. GRÜNING auf Grund von Untersuchungen nach der Elastizitätslehre und Statik eine Reihe von Folgerungen hinzu.¹ Er erörtert vor allem die Frage, welcher Spannungszustand den Bruch eines statisch unbestimmten Fachwerkes bedingt, um sodann auf die Grenze der Tragfähigkeit zu schließen. Dabei wird aber nicht die Bruchspannung oder die Streckgrenze zu Grunde gelegt, sondern die Ursprungsfestigkeit, weil diese besonders für Eisenbahnbrücken mit häufig wiederholten Belastungen in Betracht kommt. Er geht dabei von dem Formänderungsgesetz der Gleichung (6) aus und setzt zunächst voraus, daß die Elastizitätsgrenze nur in solchen Stäben beliebig überschritten wird, die als überzählige eines statisch bestimmten Systems aufgefaßt werden können. Dabei besteht also immer ein stabiles System, in dessen Stäben ein Überschreiten der Elastizitätsgrenze nicht stattfindet (Erster Fall). Sodann wird diese Erörterung auch auf den Fall der Überschreitung der Elastizitätsgrenze in einzelnen Stäben des bezeichneten stabilen Systems ausgedehnt (Zweiter Fall).

Für den Eisenbrückenbau ist die Folgerung GRÜNING'S von besonderer Bedeutung, daß Temperaturspannungen nicht als Hauptspannungen behandelt werden dürfen, wie es nach den Reichsbahnvorschriften geschieht. Richtiger wäre die Vorschrift, daß alle Einflüsse, infolge Wärme, Stützenverschiebungen und der Wirkung der tragbaren Last, bleibende Dehnungen von einer bestimmten Größe nicht überschreiten dürfen. Hier wird also die Anwendung eines Dehnungsmaßstabes für den Sicherheitsgrad gefordert (siehe oben unter IV, 2). GRÜNING kommt zu der Auffassung, daß bei statisch unbestimmten Fachwerken die Vorschrift einer zulässigen Spannung überhaupt aufgegeben und durch die Forderung ersetzt werden sollte: Die tragbare Last in jeder möglichen Laststellung soll ein bestimmtes Vielfaches der wirkenden Last sein. Diese Forderung ist bekanntlich im Eisenbetonbau schon wiederholt erörtert worden. Der Sicherheitsgrad ν ist dann naturgemäß das Verhältnis der tragbaren Last (sonst als Bruchlast bezeichnet) zur wirkenden Last (sonst als Nutzlast bezeichnet). Dieser Sicherheitsgrad brauche nicht größer gewählt zu werden, als das bei statisch bestimmten Fachwerken maßgebende Verhältnis $\nu = \frac{\sigma_S}{\sigma_{zul}}$. Die Gewichtsersparnis, die sich bei dieser Auffassung für den Eisenbau ergibt, ist zwar nicht beträchtlich. Bedeutsam ist aber die weniger nachteilige Einschätzung des Einflusses von Temperaturänderungen, Stützenverschiebungen und des Spannungswechsels in Fachwerkstäben.

¹ Siehe die auf Seite 223 zitierte Arbeit von GRÜNING.

Auch für das Kontinuum müßte nach der Elastizitätslehre jeweils ein zusammenhängendes Spannungs- und Verzerrungsbild Aufschluß über die Festigkeit geben. Unter der Einwirkung wiederholter Belastungen entstehen nämlich so lange bleibende Verzerrungen, bis die Formänderung eine rein elastische geworden ist. Voraussetzung ist hierbei jedoch, daß überhaupt ein Spannungszustand statisch möglich ist, der in keinem Punkte die Elastizitätsgrenze überschreitet. Die von den Amerikanern J. G. WILSON und P. HATCH durchgeführten Versuche mit gelochten Zugstäben unter Millionen von Spannungswechseln können schon heute hierfür als Beweis dienen.

Die Vorstellung des *Spannungsausgleiches im Augenblicke des Fließens* wird durch die neueren Auffassungen der *Plastiko-Dynamik* noch weiter vertieft.¹ Jede Raumeinheit weist eine bestimmte Kapazität von elastischer Gestaltungsenergie auf, die erschöpft ist, sobald der plastische Zustand, also die Streckgrenze, erreicht wird. Im Augenblicke des Fließens läuft aber die Spannungsdehnungslinie (siehe Abb. 1 und 2) zur Dehnungsachse parallel, d. h. die Dehnungen wachsen unabhängig von den Spannungen. Hieraus folgt, daß die mit elastischer Gestaltungsenergie gesättigten Raumeile jede weitere Aufbüdung von neuer Belastung selbsttätig abzuleiten suchen. Bei steigender Belastung wird somit infolge des kontinuierlichen Zusammenhanges der Massenteile bei statisch unbestimmten Systemen oder im Kontinuum der „elastische Energiestrom“ in solche Raumeile geleitet, deren Kapazität noch nicht erschöpft ist. Aus bedrohten Zonen, wie z. B. bei Knotenblechen und gelochten Stäben, werden die inneren Kräfte in weniger beanspruchte Zonen abwandern. Folglich herrscht das Bestreben vor, jeden Raumteil nach Möglichkeit bis zu seiner äußersten Tragfähigkeit heranzuziehen. Die aufgespeicherte elastische Verformungsenergie läßt sich trotz des plastischen Zustandes der Raumeile wieder zurückgewinnen. Treten jedoch noch Verfestigungen im Körper hinzu, wie es besonders in unserem dritten Bereich der Fall ist (siehe Abb. 1), so bewirken diese, daß die Kapazität der Raumeile für Verformungsenergie bei erneuter Belastung erhöht wird.

Für den Eisenbau ist hieraus zu schließen, daß z. B. die Nebenspannungen infolge starrer Knotenverbindungen nicht gleichwertig mit den Grundspannungen sind und ihnen auch nicht ohne weiteres zugezählt werden dürfen. Sie sind somit infolge dieses selbsttätigen Spannungsausgleiches im allgemeinen nicht so hoch einzuschätzen, wie früher allgemein geglaubt wurde.

4. Zur Beurteilung des Verhaltens von Baustahl in unserem *dritten Bereiche, dem Verfestigungsbereich*, mögen endlich die Ergebnisse aus neueren Versuchen dienen, die der Verfasser gemeinsam mit Dr. FINDEISEN-Dresden 1923 durchgeführt hat und die in guter Übereinstimmung mit den Arbeiten von BAUSCHINGER und GRÜNING stehen. Ein zylindrischer Druckkörper mit $h = 3d$ wurde bis zur Dehnung $\delta = \epsilon + \eta = 5\%$ belastet und seine Dehnungslinie bestimmt. Sodann wurde er von neuem abgedreht, so daß die entstandenen Ausbauchungen verschwanden und er genau so wie vor dem Versuche aussah. Er wurde wiederum bis zu $\delta = 5\%$ belastet, so daß der Baustoff die gesamte Dehnung von 10% , also eine sehr starke bleibende Reckung erlitten hatte. Das Spiel wiederholte sich beim dritten Versuch, dem der um 10% verkürzte Körper unterzogen wurde und beim vierten Versuch mit dem um 15% verkürzten Körper.

Ergebnis: Die Quetschgrenze stieg bei den vier Versuchen von 36 auf 49, auf 58 und auf 64 kg/qmm. Das Elastizitätsmaß war nahezu gleich groß geblieben und

¹ R. v. MISES, *Mechanik der festen Körper in plastisch deformablem Zustand*. Göttinger Nachr. math.-phys. Kl. 1913, S. 582 und TH. WYSS, *Die Kraftfelder in festen elastischen Körpern und ihre praktischen Anwendungen*. Verlag von Julius Springer, Berlin, 1926.

betrug im Mittel $E = 2140 \text{ t/qcm}$. Dabei war eine Abweichung von $+12\%$ nach oben und -8% nach unten festzustellen und ferner eine leichte Krümmung der früher geradlinig verlaufenden Linie, also der HOOKEschen Geraden, im ersten Bereich. Bemerkte sei noch, daß diese Abweichungen in der Größe von E nach dem vierten Versuch nur noch $+0\%$ und -8% waren, also im Mittel -4% , was einem Elastizitätsmaß von etwa 2060 t/qcm entspricht.

Folgerungen: Überschreitet man bei Zug- oder Druckstäben die Streckgrenze, so tritt eine Verdichtung, also eine Umlagerung der Kristallite ein, der Baustoff härtet sich; seine Grenzen, also die Fließgrenze und damit auch die P -Grenze oder Elastizitätsgrenze erhöhen sich. Nach wiederholten derartigen Belastungen nimmt das Elastizitätsmaß nach anfänglich stärkeren Schwankungen nahezu den gleichen Wert wie im ursprünglichen Zustand wieder an. Es stellt sich somit allmählich wiederum ein elastisches Arbeiten, jedoch mit einer erhöhten Elastizitätsgrenze und Streckgrenze ein. Der einzige Nachteil besteht darin, daß diese fortschreitende Verdichtung eine *Selbsthärtung* erzeugt und daß dabei die Reserve, die im Verdichtungsgebiete liegt, mehr und mehr aufgezehrt wird.

Zusammenfassend ergibt sich heute folgendes Bild. Die P -Grenze oder Elastizitätsgrenze und die Streckgrenze sind zwei Schwellen, deren Überschreitung eine besondere Bedeutung hat. Ist das System *statisch bestimmt*, so muß die Streckgrenze eingehalten werden. Ist es dagegen *statisch unbestimmt* oder ein *Kontinuum*, so bringt *selbst eine Überschreitung der Streckgrenze keine Gefahr*, sondern nur eine *Gefügeänderung*, eine Verdichtung im Aufbau der Kristallite und eine selbsttätige Erhöhung dieser Grenzen. Je stärker diese Überschreitung der Streckgrenze aber ist, um so mehr wird die *Verdichtungsreserve*, die in den plastischen Stoffen liegt, erschöpft.

VII. Die Arbeitsleistungslinie

Die Berücksichtigung des Einflusses der Zeit erhöht die Mannigfaltigkeit der Versuchsergebnisse so stark, daß versucht werden muß, gewisse einfache Darstellungsmittel zu finden, um für die Technik klare Folgerungen ziehen zu können. Nach Vorschlag des Verfassers kann hierfür eine Arbeits-Leistungs-Linie dienen.

Vergleicht man z. B. die gesamte Arbeit eines Spaziergängers und eines Schnellläufers, die beide dieselbe Wegstrecke zurücklegen, jedoch in wesentlich verschiedenen Zeiten, so kann der Vorgang durch folgende Grundbegriffe beschrieben werden.

a) Zunächst muß ein *Energieumwandelungsgesetz* bekannt sein, z. B. durch Messung des Sauerstoffverbrauches in beiden Fällen.

b) Als erste Grundgröße ist die *Arbeit* während jedes Zeitabschnittes maßgebend (z. B. bei einem rollenden Wagen das Produkt aus Wagengewicht, Reibungsbeiwert und Wegstrecke).

c) Außerdem aber ist die *Leistung* kennzeichnend, d. i. die Arbeit geteilt durch die Zeit, also

$$L = \frac{A}{T} \text{ in } \left(\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{sek}} \right) \dots \dots \dots (24)$$

In unserem Fall des Zerreiversuches ist das Energieumwandelungsgesetz durch die Spannungsdehnungslinie dargestellt, weil die von ihr begrenzten Flächen die in der Raumeinheit aufgespeicherte Energiemenge oder die bezogene Formänderungsarbeit A angeben. (Z. B. A_{I} von 0 bis zur P -Grenze, A_{II} von 0 bis zur Streckgrenze und A_{III} von 0 bis zur Bruchspannung. Abb. 1).