

also in die Gleichung der gemeinen Parabel übergeht. Der Querschnitt F_z des gezogenen und F_d des gedrückten Balkens hat gleichzeitig den darin auftretenden Horizontalkräften und Verticalkräften

$$H_x = \frac{M_x}{y} \quad \text{und} \quad V_x = \frac{d M_x}{d_x} \quad \dots \dots \dots 38.$$

zu widerstehen, woraus sich bezw. die Querschnittsflächen des gezogenen und gedrückten Balkens für die zulässigen Zug- und Druckspannungen z und d , so wie für die zulässigen Schubspannungen v

$$F_z = \frac{M_x}{y z} \quad \text{und} \quad F_z' = \frac{1}{v} \frac{d M_x}{d_x}, \quad \dots \dots \dots 39.$$

$$F_d = \frac{M_x}{y d} \quad \text{und} \quad F_d' = \frac{1}{v} \frac{d M_x}{d_x} \quad \dots \dots \dots 40.$$

ergeben.

Für den gemein-parabolischen Balken mit gleichförmig auf die Projection vertheilter Belastung erhält man bezw.

$$F_z = \frac{1}{z} \frac{g l^2}{8 h} \quad \text{und} \quad F_z' = \frac{1}{v} g \left(\frac{l}{2} - x \right), \quad \dots \dots \dots 41.$$

ferner

$$F_d = \frac{1}{d} \frac{g l^2}{8 h} \quad \text{und} \quad F_d' = \frac{1}{v} g \left(\frac{l}{2} - x \right), \quad \dots \dots \dots 42.$$

woraus folgt, dass in diesem Falle die Querschnitte F_z und F_d constant sind und wegen

$$\frac{F_z}{F_d} = \frac{d}{z} \quad \dots \dots \dots 43.$$

sich umgekehrt verhalten, wie ihre Beanspruchungen, ferner dass die Querschnitte F_z' und F_d' einander gleich, aber variabel sind und von der Mitte des Balkens, wo sie Null werden, nach dessen Enden hin zunehmen, wo sie den grössten Werth

$$F_z' = F_d' = \frac{1}{v} \cdot \frac{g l}{2} \quad \dots \dots \dots 44.$$

erreichen. Für die Querschnitte des gemein-parabolischen Balkens sind also in dessen Mitte nur die Momente, in allen übrigen, vorzugsweise über den Auflagern befindlichen Querschnitten die Momente und Vertical-Schubkräfte in der Art massgebend, dass der grössere der beiden sich ergebenden Querschnitte zu wählen ist.

Die Balkenenden sind so zu verbinden, dass die gleichen, aber entgegengesetzt und scherend wirkenden Horizontalkräfte $\frac{g l^2}{8 h}$ aufgehoben werden, was man durch Verfassung, Verzahnung oder Verdübelung in Verbindung mit Schrauben und Bändern zu erreichen sucht. Die gespreizten Träger erfordern je zwei durchgehende Balken, weshalb sie auf Spannweiten von 10 bis 12^m beschränkt sind, und gestatten wegen ihrer Form bei Decken nur dann Anwendung, wenn eine horizontale Ausgleichung von Fufsboden und Decke besonders hergestellt wird.

c) Gitterträger.

161.
Ermittelung
der
Spannungen.

Wo bedeutendere Lasten zu übertragen und grössere Räume mittels Trägern zu überspannen sind, welche oben und unten eine wagrechte Begrenzung erhalten sollen, sind Fachwerkträger mit parallelen Gurtungen (fog. Parallelträger⁷⁵) und rechtwinkeligem Stabsystem mit Vortheil zu verwenden. Sie erhalten zwei doppelte hölzerne Gurtungen, zwischen welche hölzerne, gewöhnlich unter halbem rechten Winkel geneigte gekreuzte Diagonalen und hölzerne oder eiserne Verticalen (Träger mit combinirtem Gitterwerk⁷⁵) nach dem System *Howe* eingeschaltet sind (Fig. 325 bis 327). Hierbei werden am vortheilhaftesten alle die eine seitliche Uebertragung der Lasten auf beide Stützpunkte bewirkenden Hauptdiagonalen, so wie die zur Aussteifung der Felder eingeschalteten Gegendiagonalen für Druck, jene Verticalen für Zug construirt.

⁷⁵) Siehe Theil I, Band 1, Art. 374 (S. 338).

Nimmt man an, ein solcher Gitterträger (Fig. 324), von der Höhe h und mit n gleichen Feldern von der Weite λ , sei in jedem unteren Knotenpunkte mit dem Eigengewicht p und der Verkehrslast q beschwert (z. B. wenn Deckenbalken auf dessen untere Gurtung gelegt oder an dieselbe angehängt werden), so beträgt die grösste Druckspannung des beliebigen m -ten oberen Gurtungstückes ⁷⁶⁾

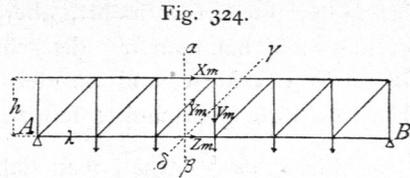


Fig. 324.

$$X_m \text{ min} = - \frac{(p + q) \lambda}{2 h} (m - 1) (n + 1 - m) = - C (m - 1) (n + 1 - m) \quad 45.$$

und die grösste Zugspannung des m -ten unteren Gurtungstückes ⁷⁶⁾

$$Z_m \text{ min} = \frac{(p + q) \lambda}{2 h} m (n - m) = C m (n - m), \dots \dots \dots 46.$$

worin C dieselbe Constante darstellt, welche daher bezw. mit zwei verschiedenen variablen Producten zu multipliciren ift.

Die Grenzspannungen der Diagonalen 1 bis n mit der durchweg gleichen Länge $t = \sqrt{\lambda^2 + h^2}$ find für Druck und Zug ⁷⁷⁾ bezw.

$$Y_m \text{ min} = - \frac{t}{2 h} \left[p (n + 1 - 2 m) + \frac{q}{n} (n - m) (n + 1 - m) \right] \quad 47.$$

und

$$Y_m \text{ max} = \frac{t}{2 h} \left[- p (n + 1 - 2 m) + \frac{q}{n} \cdot m (m - 1) \right], \dots \dots \dots 48.$$

worin $\frac{t p}{2 h}$ und $\frac{t q}{2 n h}$ wiederum Constante vorstellen.

Die Grenzspannungen in den Verticalen 0 bis $n - 1$ find für Zug und Druck ⁷⁷⁾ bezw.

$$V_m \text{ max} = \frac{p}{2} (n + 1 - 2 m) + \frac{q}{2 n} (n - m) (n + 1 - m) \dots \dots \dots 49.$$

und

$$V_m \text{ min} = \frac{p}{2} (n + 1 - 2 m) - \frac{q}{2 n} m (m - 1) \dots \dots \dots 50.$$

Sind die Spannungen dieses Trägers mit durchweg rechts steigenden Diagonalen, welche auf seiner linken Seite Druck-, auf seiner rechten Seite Zugspannungen annehmen, berechnet, so lassen sich hieraus die Spannungen des Trägers mit nur gedrückten, zu dessen Mittellinie symmetrischen Diagonalen (Hauptdiagonalen) ableiten, während man alle Diagonalen, welche Zugspannung annehmen würden, weglässt und durch solche mit entgegengesetzter Neigung ersetzt.

Wird derselbe Gitterträger in allen oberen Knotenpunkten belastet (z. B. wenn Deckenbalken auf dessen obere Gurtung gelegt werden), so bleiben die Spannungen der Gurtungen und Diagonalen dieselben und die Grenzspannungen nur der Verticalen von 0 bis $n - 1$ gehen in die folgenden ⁷⁷⁾ über:

$$V_m \text{ max} = \frac{p}{2} (n - 1 - 2 m) + \frac{q}{2 n} (n - m) (n - 1 - m) \dots \dots \dots 51.$$

und

$$V_m \text{ min} = \frac{p}{2} (n - 1 - 2 m) - \frac{q}{2 n} m (m + 1) \dots \dots \dots 52.$$

In den meisten beim Hochbauwesen vorkommenden Fällen erhalten die hölzernen Gitterträger durchweg gleiche Stärken ihrer Gurtungen und Stäbe, wodurch zwar

⁷⁶⁾ Siehe Art. 386, S. 351 in Theil I, Band 1 dieses »Handbuches«.

⁷⁷⁾ Siehe Art. 387, S. 351 ebendaf.

ihr Materialbedarf vermehrt, aber ihre Construction wesentlich vereinfacht wird. In diesem Falle hat man nur die größten Spannungen der Gurtungen und Stäbe, welche bezw. in der Mitte und an den Enden dieser Träger eintreten, zu ermitteln und hiernach ihre Querschnitte fest zu stellen.

Für $m = \frac{n}{2}$ erhält man daher die abfolut größte Druckspannung der oberen Gurtung

$$X_m \text{ min} = - \frac{(p + q) \lambda}{2 h} \left(\frac{n^2}{4} - 1 \right), \dots \dots \dots 53.$$

worin 1 gegen $\frac{n^2}{4}$ vernachlässigt werden kann, und die abfolut größte Zugspannung der unteren Gurtung

$$Z_m \text{ max} = \frac{(p + q) \lambda}{2 h} \cdot \frac{n^2}{4} \dots \dots \dots 54.$$

Für $m = 0$ erhält man die abfolut größte Druckspannung der Diagonalen

$$Y_m \text{ min} = - \frac{t}{2 h} (p + q) (n + 1) \dots \dots \dots 55.$$

und die abfolut größte Zugspannung der Verticalen

$$V_m \text{ max} = \frac{1}{2} (p + q) (n + 1), \dots \dots \dots 56.$$

wenn der Träger unten und

$$V_m \text{ max} = \frac{1}{2} (p + q) (n - 1), \dots \dots \dots 57.$$

wenn derselbe oben belastet ist.

162.
Querschnitts-
Ermittelung.

Bezeichnet man mit F_x und F_z , F_d und F_v bezw. die Querschnitte der Gurtungen und Stäbe, mit s und d bezw. die größte zulässige Zug- und Druckspannung, so ist, wenn die Trägerlänge $n \lambda = l$ gesetzt wird, der erforderliche constante nutzbare Querschnitt der oberen Gurtung

$$F_x = \frac{n (p + q) l}{8 d h}, \dots \dots \dots 58.$$

der unteren Gurtung

$$F_z = \frac{n (p + q) l}{8 s h}, \dots \dots \dots 59.$$

der Diagonalen

$$F_d = \frac{(n + 1) (p + q) t}{2 d h} \dots \dots \dots 60.$$

und der entweder hölzernen oder eisernen Verticalen bezw.

$$F_v = \frac{(n + 1) (p + q)}{2 s} \text{ oder } F_v = \frac{(n - 1) (p + q)}{2 s}, \dots \dots \dots 61.$$

wobei die kleinste zulässige Beanspruchung auf Zug für Holz und Schmiedeeisen zu bezw. 100 und 1000 kg pro 1 qcm angenommen werden kann.

163.
Construction.

Bei Anwendung hölzerner Verticalen werden dieselben auf beiden Seiten mit den beiden Gurtungen verblattet und oben und unten mit ihnen verbolzt, während die gekreuzten Diagonalen, welche in ihren Kreuzungspunkten verblattet und genagelt werden, durch Zapfen ohne oder mit Verfatzung mit ihnen verbunden sind (Fig. 325). Bei Anwendung eiserner, mit Kopf und Mutter versehenen Verticalen werden dieselben

durch kurze hölzerne, von aussen quer über und unter die Gurtungen gelegte Sattelstücke gefsteckt, die Diagonalen mittels Zapfen zwischen die Gurtungen eingeschaltet und diese sämtlichen Theile durch Anziehen der erwähnten Muttern fest zusammengepreßt (Fig. 326).

Bei Gitterträgern für gröfsere Spannweiten mit bedeutenderen Belastungen schaltet man zwischen die Enden entgegengesetzt geneigter Diagonalen besondere Spannklötze ein, gegen welche sich die letzteren stemmen und welche von den Hängeeisen durchsetzt werden (Fig. 327).

Fig. 325.

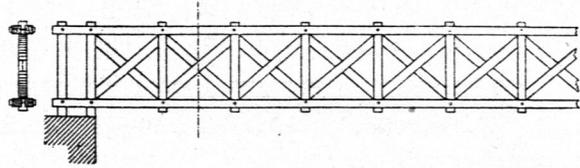


Fig. 326.

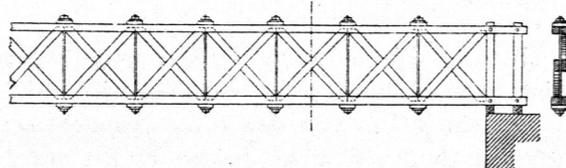
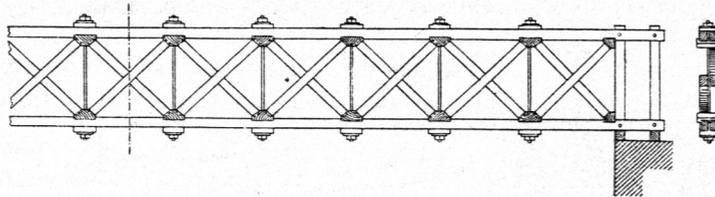


Fig. 327.



d) Armirte Balken.

Die Tragfähigkeit von Balken, welche für sich zu schwach sind, kann durch Verbindung derselben mit Hängewerken (Fig. 329 u. 331) oder Sprengwerken (Fig. 332) erhöht werden, wobei diese Hilfs-Constructionen für kleinere und gröfsere Spannweiten bezw. einfach und doppelt angewendet werden.

1) Hängewerkbalken.

Ist ein Balken von der Länge l , Breite b und Höhe h (Fig. 328) verfügbar, so ist derselbe bei seiner grössten zulässigen Beanspruchung d im Stande, von der grössten, in seiner Mitte wirkenden Last P den Antheil

$$\alpha P = \frac{2}{3} \frac{d b h^2}{l} \dots 62.$$

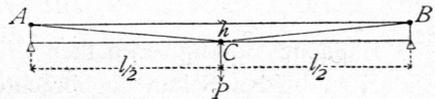
zu tragen, woraus α zu bestimmen ist. Um den Rest $P(1 - \alpha)$ der Last übertragen zu können, müssen die Zugstangen auf jeder Seite bei einer grössten zulässigen Beanspruchung z den nutzbaren Querschnitt

$$F = \frac{P(1 - \alpha)}{2z} \frac{\sqrt{4h^2 + l^2}}{2h} \dots 63.$$

erhalten, wovon bei je zwei Zugstangen auf jede die Hälfte kommt. Werden dieselben, wie gewöhnlich, aus Rundeisen hergestellt und an den äusseren Enden mit Gewinden von $0,2$ des äusseren Durchmessers versehen, so beträgt deren äusserer Durchmesser

$$D = \frac{2}{1 - 0,4} \sqrt{\frac{F}{\pi}} = 1,88 \sqrt{F} \dots 64.$$

Fig. 328.



164.
Einfache
Hängewerk-
balken.