

DIPLOMARBEIT

REGELUNGSTECHNISCHE UND MECHANISCHE STUDIE EINES ANTRIEBSSTRANGES FÜR EINEN SEILROBOTER ALS HAPTISCHES DISPLAY

Eingereicht an der Technischen Universität Graz



Institut für Regelungs- und Automatisierungstechnik,

durchgeführt am Labor für Sensomotorische Systeme der ETH-Zürich



Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich



von

GEORG JOSEF RAUTER

Ing. dipl.

Matr.Nr.: 0030421

Betreuer an der Heimatinstitution (TU Graz):

Ao.Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. tit.Univ.-Prof. Anton Hofer

Betreuer an der Gastinstitution (ETH Zürich):

Prof. Dr.-Ing. Robert Riener

Dipl.-Ing. Joachim von Zitzewitz

Dezember 2007

Kurzfassung

Am Labor für Sensomotorische Systeme an der ETH Zürich entsteht eine neue Versuchseinrichtung. In dieser soll der Einfluss von multimodalen, d.h. mehrere Sinne ansprechenden Techniken auf das menschliche Bewegungslernen untersucht werden. Gehör und visueller Sinn werden über ein hochwertiges Klangfeldsynthesesystem bzw. auf drei Leinwände projizierte Bilder angeregt. Die dritte Modalität, die Haptik, wird durch einen Seilroboter realisiert. Ziel dieser Arbeit ist es, die Grundlage für eine genaue Modellierung und Simulation dieses Roboters zu schaffen. Dazu wird ein einzelner Antriebsstrang des Seilroboters genau untersucht. Weiters wird ein Prototyp eines hybriden Antriebsstrangs entwickelt.

In einem theoretischen Teil wird zunächst eine allgemeine Geometrie festgelegt und die zugehörige Kinematik gelöst. In Folge werden die einzelnen Komponenten des Antriebsstrangs modelliert. Unbekannte Modellparameter werden experimentell ermittelt, um realistische Schlussfolgerungen ziehen zu können. Für diese modellierte Strecke werden Positions- und Kraftregelungen entworfen. Hierbei werden die Auswirkungen der Parameter einzelner mechanischer Komponenten auf die Regelstrecke genau untersucht.

Der zweite Teil der Arbeit behandelt die Entwicklung eines ersten Prototyps des Antriebsstrangs. Es handelt sich um ein hybrides Antriebskonzept, welches passive und aktive Antriebs Elemente kombiniert. Dieses Konzept wird speziell im Hinblick auf Anwendung des Seilroboters für Hochleistungsapplikationen entwickelt. Im Ausblick werden Vorschläge für mechanische Verbesserung an diesem ersten Prototyp gemacht und erweiterte Regelungsstrategien dafür vorgestellt.

Abstract

At the Sensory-Motor Systems Lab at ETH Zurich, a new laboratory is installed. In this laboratory, the influence of multimodal input (input which addresses multiple senses) on human movement learning is investigated. The acoustic sense and vision are addressed by a high-end sound system and projections on screens, respectively. The third modality, the haptics, is realized by a rope robot. The aim of this thesis is to derive the theoretical basis for a detailed model and realistic simulations of this robot. Therefore, a single drive train is investigated closely. Furthermore, a prototype for a hybrid actuation concept is developed.

In a theoretical part, the geometry of a robot drive train is defined and its kinematics is solved. Subsequently, the single components of the drive train are modelled. Unknown model parameters are determined experimentally in order to allow realistic conclusions from the simulation. The entire model is integrated in force and position control schemes. Here, the influences of the single mechanical components on the entire controlled system are investigated.

The second part of the thesis deals with a first prototype of the drive train. A hybrid actuation principle is presented which combines passive and active actuators. This concept is especially developed for high-power applications. In the outlook, mechanical improvements and advanced control strategies for this drive train are described.

Danksagung

Meinen besonderen Dank möchte ich meinem Betreuer Herrn Dipl.-Ing. Joachim von Zitzewitz für seine Organisation und Unterstützung aussprechen.

Für die herzliche Aufnahme am Institut für Sensomotorische Systeme der ETH-Zürich möchte ich mich besonders bei Herrn Prof. Robert Riener und dem gesamten Team bedanken.

Meinem Betreuer an der TU-Graz, Prof. Anton Hofer, möchte ich auch ein herzliches Dankeschön für seine Unterstützung und seine guten Ratschläge aussprechen.

Ganz besonders möchte ich mich auch bei meinen Eltern bedanken, die mich während meiner gesamten Studienzeit unterstützt haben.

Dem M3-Lab wünsche ich noch viel Erfolg in Zukunft und hoffe auch weiterhin meinen Beitrag leisten zu dürfen.

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1: Seilroboter in Cave mit einzelnen Antriebssträngen.....	4
Abbildung 2: 1-D Antriebsstrang.....	5
Abbildung 3: Modell der Seilwinde.....	7
Abbildung 4: Schema des Kraftsensors	8
Abbildung 5: Schema des Positionssensors	8
Abbildung 6: Modell der Seilrolle (Umlenkrolle).....	9
Abbildung 7: Seil in Ruhelage	10
Abbildung 8: Auf Stahlseillänge bezogene Seillänge unter der das Seil infolge Eigengewicht bricht [DIETZ <i>et al.</i> , 2004]	11
Abbildung 9: Seilmodell für Longitudinalschwingung.....	12
Abbildung 10: Hochgeschwindigkeitskamera	14
Abbildung 11: Kalibrierung des Kraftsensors.....	15
Abbildung 12: Komponentenschaltplan des Seilschwingungsprüfstands.....	16
Abbildung 13: Aufbau des Schwingungsprüfstands	16
Abbildung 14: Ablauf des Schwingungsversuchs in Longitudinalrichtung.....	17
Abbildung 15: Stoppvorrichtung mit Durchgangsloch	18
Abbildung 16: Sekundäre Vorspanneinrichtung	18
Abbildung 17: Bruchlast- Dehnungsdiagramm verschiedener Seile	19
Abbildung 18: Spannungs- Dehnungsdiagramm Liros - Magic D-Pro 1mm	19
Abbildung 19: Dämpfungskoeffizient in Abhängigkeit der sekundären Vorspannung σ_{V2}	22
Abbildung 20: Exponentielle Regression der Messreihe 3	24
Abbildung 21: Longitudinalschwingung Messreihe 3	24
Abbildung 22: Kraftsignal der Messreihe 3	24
Abbildung 23: Zoom Kraftsignal der Messreihe 3.....	24
Abbildung 24: Simulation des Einmassenschwingermodells mit Werten der Messreihe 3.....	25
Abbildung 25: Vereinfachtes Streckenmodell für den Kraftregelkreis.....	27
Abbildung 26: Kraftsteuerung.....	28
Abbildung 27: Kraftregelschema	29
Abbildung 28: Kraftregelschema mit Sensor	29
Abbildung 29: Bode-Diagramm des Kraftregelmodells	30
Abbildung 30: Sprungantwort mit $P=0.51$	31
Abbildung 31: Sprungantwort mit $P=0.5$	31
Abbildung 32: Sprungantwort mit $P=0.2$	31

Abbildung 33: Sprungantwort mit $P=0$ (open loop control)	31
Abbildung 34: Sprungantwort mit $P=-0.2$	32
Abbildung 35: Sprungantwort mit $P=-0,5$	32
Abbildung 36: Sprungantwort mit $P=-0.99$	32
Abbildung 37: Vergleich der Sprungantworten mit und ohne Tiefpassfilter mit $P=-0.5$	33
Abbildung 38: Vergleich der Sprungantworten mit und ohne Tiefpassfilter mit $P=0.2$	33
Abbildung 39: Vereinfachtes Streckenmodell des Positionsregelkreises	34
Abbildung 40: Positionsregelschema.....	35
Abbildung 41: Normierter Regelfehler in Abhängigkeit der Encoder-Auflösung.....	36
Abbildung 42: Maximaler Regelfehler in Abhängigkeit der Encoder Auflösung	36
Abbildung 43: Soll- und Ist-Verlauf der Endeffektorposition x_0	37
Abbildung 44: Zoom des Soll- und Ist-Verlaufes der Endeffektorposition x_0	37
Abbildung 45: Regelfehler bei einer Encoderauflösung von $13000 \left[\frac{\text{counts}}{m} \right]$	37
Abbildung 46: Servomotor mit permanenterregtem Magnetfeld und drei Statorwicklungen [SANYO DENKI AMERICA, INC, 2006]	39
Abbildung 47: Stromkreis einer Statorwicklung eines bürstenlosen AC-Servomotors	40
Abbildung 48: Ersatzschaltbild des vereinfachten Motormodells	41
Abbildung 49: Internes PI-Regelschema des Motors.....	41
Abbildung 50: Motor in PI-Regelkreis mit optimierten z-transformierten Parametern	41
Abbildung 51: Sprungantwort des Motormodells	42
Abbildung 52: Sprungantwort des realen Motors	42
Abbildung 53: Energiefluß bei Seilschwingungen [Errede, 2005]	44
Abbildung 54: Koordinatensystem der Transversalschwingungsmodellierung.....	45
Abbildung 55: Momentane Gesamtkräfte am Seil.....	47
Abbildung 56: Ablauf des Schwingungsversuchs in Transversalrichtung.....	48
Abbildung 57: Dämpfung b_S der Transversalschwingung als Funktion der Gruppengeschwindigkeit ν	51
Abbildung 58: Symmetrische Schwingung.....	52
Abbildung 59: Vergleich des Kraftsignals aus dem Modell mit dem des Kraftsensors bei 420N Vorspannkraft.....	53
Abbildung 60: Vergleich des Kraftsignals aus dem Modell mit dem des Kraftsensors bei 120N Vorspannkraft.....	53
Abbildung 61: Transversalschwingung symmetrisch	54
Abbildung 62: Transversalschwingung symmetrisch Zoom.....	54
Abbildung 63: Transversalschwingungsform bei asymmetrischer Auslenkung.....	55
Abbildung 64: Asymmetrische Schwingung	56

Abbildung 65: Vergleich des Kraftsignals aus dem Modell mit dem des Kraftsensors bei 120N Vorspannkraft für eine asymmetrisch ausgelenkte Transversalschwingung	57
Abbildung 66: Drehung des Seils um einen Fixpunkt	58
Abbildung 67: v_0 -induzierte Schwingung	59
Abbildung 68: Kraftverlauf der v_0 -induzierten Schwingung bei einer Vorspannkraft von 120 [N]	60
Abbildung 69: Zwei Phasen des Rudervorgangs [NOLTE, 1982].....	61
Abbildung 70: Schema Bremsenprüfstand.....	62
Abbildung 71: Bremsenprüfstand	62
Abbildung 72: Magnetscheibenbremse.....	63
Abbildung 73: Geschwindigkeitsabhängigkeit der Bremse, steigende Geschwindigkeit.....	64
Abbildung 74: Geschwindigkeitsabhängigkeit der Bremse, fallende Geschwindigkeit.	64
Abbildung 75: Sprungantwort der Bremse	65
Abbildung 76: Verstärkungsfaktor der Bremse in Abhängigkeit der Bremsfrequenz	66
Abbildung 77: Phasenverschiebung in Abhängigkeit der Bremsfrequenz.....	66
Abbildung 78: Modell der Bremse.....	66
Abbildung 79: Bandspiralfeder	67
Abbildung 80: Prüfstand zur Ermittlung der Federkennlinie.....	68
Abbildung 81: Drehmomentenverlauf der Spiralfeder.....	68
Abbildung 82: Ruderprüfstand.....	69
Abbildung 83: Rollenkraftsensor	69
Abbildung 84: Prototyp eines hybriden Seilantriebs.....	70
Abbildung 85: Steuerungsschaltbild des hybriden Antriebsstrangs.....	71
Abbildung 86: Rudersimulation ohne Bremse	72
Abbildung 87: Rudersimulation mit Bremse, Zoom.....	73
Abbildung 88: Sollgrößen für geschwindigkeitsabhängige Bremsspannung.....	74
Abbildung 89: Vergleich leicht schleifende und geschwindigkeitsgeregelte Bremse	74
Abbildung 90: Soll- und Ist-Kraftverlauf der am Endeffektor für $k = 1 \left[\frac{Nm s^2}{rad^2} \right]$	75
Abbildung 91: Soll- und Ist-Kraftverlauf der am Endeffektor für $k = 2 \left[\frac{Nm s^2}{rad^2} \right]$	76
Abbildung 92: Soll- und Ist-Kraftverlauf der am Endeffektor für $k = 3 \left[\frac{Nm s^2}{rad^2} \right]$	77
Abbildung 93: Spannungs-Dehnungsdiagramm Gummileine (Beispiel).....	79
Abbildung 94: Regelungsschema des hybriden Antriebsstrangs	80
Abbildung 95:Reibungskompensierter Motor.....	81
Abbildung 96: Kompensierte Bremse.....	81
Abbildung 97: 1-D Antriebsstrang Detail Seilrolle.....	iii
Abbildung 98: 1-D Antriebsstrang Detail Seilwinde	iv
Abbildung 99: Abwicklung einer Schraubenlinie	vi

Abbildung 100: Kraftregelungsmodell aus Feder-Dämpfer-Elementen	xi
Abbildung 101: Positionsregelungsmodell	xvi

Symbolliste

A_S	Querschnittsfläche des Seils
\underline{B}	Magnetfeldstärke des Servomotor
B_S	Amplitude der Schwingung des Seilmittelpunkts
B_{0S}	Amplitude der Schwingung des Seilmittelpunkts aus der Anfangsbedingung
E_S	Elastizitätsmodul des Seils
E_S	Endeffektorposition des Seils
E_{G_i}	i -ter Spannungsabfall durch elektromagnetische Rückwirkung des Rotors im Servomotor
$F_S \rightarrow \tau$	Umrechnung Kraft zu Drehmoment
F_S	Kraft am Seil
ΔF_S	Kraftsprung
F_{V1}	Vorspannkraft am Seil
F_{V2}	zusätzliche Vorspannkraft am Seil
G_{Motor}	Übertragungsfunktion des Motors
H_S	Horizontalkraft
\underline{I}	Stromvektor der Ständerwicklungen des Servomotors
I_T	Amplitude des Stromvektors der Ständerwicklungen am Servomotor
J_{SR}	Trägheitsmoment der Seilrolle
J_{SW}	Summe der Trägheitsmomente von Motor, Kupplung und Seilwinde
$K_{E\Phi}$	Spannungskonstante des Spannungsabfalls durch elektromagnetische Rückwirkung
K_T	Drehmomentkonstante des Servomotors
L	Induktivität in der Ständerwicklung des Motors
L_S	Seillänge
O_{SM}	Ursprung des Motorkoordinatensystems
O_{SW}	Ursprung des Seilwindenkoordinatensystems
P	P-Reglerparameter
R	elektrischer Widerstand in der Ständerwicklung des Motors
$R_{exp_Fit}^2$	Bestimmtheitsmaß des Exponentialfits
SSE_{exp_Fit}	Summe der Quadrierten Residuen des Exponentialfits
T	Abtastrate
T_S	Periodendauer der Seilschwingung
T_{SR2}	Arbeitsraumseitiger Tangentenpunkt auf der Seilrolle
U	Eingangsspannung an der Ständerwicklung des Motors

U_L	Spannungsabfall an der Ständerwicklungsinduktivität des Motors
U_R	Spannungsabfall am Ständerwicklungswiderstand des Motors
V_S	Vertikalkraft
b_S	Dämpfungsfaktor des Seils
b_{SR}	Dämpfungsfaktor der Seilrolle
d_S	Durchmesser des Seils
f_{E_S}	Funktion der Endeffektorposition
f_{l_S}	Funktion der Länge des Seils im Arbeitsraum
f_S	Eigenfrequenz des Seils
f_S	Anfangsauslenkung der Transversalschwingung
g_S	Anfangsgeschwindigkeitsverteilung der Transversalschwingung
k	Viskositätskonstante
k_S	Federsteifigkeit des Seils
$k_{S-\frac{l_S}{2}}$	Seilfederkonstante bezogen auf die halbe Seillänge
l_S	Länge des Seils im Arbeitsraum
l_S	Länge des Seils
l_{0S}	Gesamtseillänge
m_{SR}	Masse der Seilrolle
n	Anzahl der Frequenzstützstellen
n_M	Drehzahl des Motors
r_{SR}	Radius der Seilrolle
r_{SW}	Radius der Seilwinde
s	verallgemeinerte Variable der Laplacetransformierten
$v_{SR,max}$	maximale Geschwindigkeit der Seilrolle
x_S	Auslenkung des Seilmittelpunkts von der Ruheposition
x_{S_Fit}	Auslenkung des Seilmittelpunkts von der Ruheposition berechnet durch einen exponentiellen Fit
x_{SM}	Basisvektor in x -Richtung des Seilwindenkoordinatensystems
x_{SW}	Basisvektor in x -Richtung des Seilwindenkoordinatensystems
y_{SM}	Basisvektor in y -Richtung des Seilwindenkoordinatensystems
y_{SW}	Basisvektor in y -Richtung des Seilwindenkoordinatensystems
z_{SM}	Basisvektor in z -Richtung des Seilwindenkoordinatensystems
z_{SW}	Basisvektor in z -Richtung des Seilwindenkoordinatensystems

α_{SR}	Orientierungswinkel des Seils im Arbeitsraum
β_{SW}	Versatzwinkel des Seils auf der Seilwinde zur axialen Seilwindenmittelebene
Δl_S	Längenänderung des Seils
Δx_i	Relativposition der gemessenen Position der Seilmitte zur anfänglichen Lage
δ_{S_Fit}	Abklingkonstante des exponentiellen Fits
ϵ_S	Dehnung des Seils
η	Wirkungsgrad der Seilrolle
μ	Zählerpolynom der Übertragungsfunktion
μ_n	Winkelfrequenz der Transversalschwingung bei der Frequenzstützstelle n
ν	Gruppengeschwindigkeit der Transversalwelle
ν	Nennerpolynom der Übertragungsfunktion
σ_S	Mechanische Spannung im Seils
σ_{V2}	Mechanische Spannung durch die zusätzliche Vorspannkraft am Seil
$\tau \rightarrow F_S$	Umrechnung Drehmoment zu Kraft
τ_{M_ist}	Ist-Drehmoment des Motors
τ_{Motor}	Drehmoment des Motors
τ_{M_soll}	Soll-Drehmoment des Motors
Φ_{SR}	Schwenkwinkel der Seilrolle
$\dot{\phi}_{SRmax}$	maximale Winkelgeschwindigkeit der Seilrolle
ϕ_{SW}	Drehwinkel der Seilwinde, bzw. des Motors
ψ_S	transversale Auslenkung des Seils
ψ_S	Phasenverschiebung der Longitudinalschwingung des Seilmittelpunkts
ω_S	Eigenwinkelfrequenz des Seils

Tabellenverzeichnis

Tabelle 1: Technische Werte der Dyneema-Faser der Firma “Gleistein Ropes”	12
Tabelle 2: Daten des Kraftsensors.....	14
Tabelle 3: Daten des Messverstärkers	15
Tabelle 4: Eigenschaften des Seils Liros – Magic D-Pro 1mm	19
Tabelle 5: Messpunkte für Longitudinalschwingungsversuch.....	20
Tabelle 6: Auswertung der optischen Messreihen	21
Tabelle 7: Ausgewertete Messreihen der Longitudinalschwingungsversuche.....	22
Tabelle 8: Parameter Kraftregelungsmodell	28
Tabelle 9: Ausgewertete Messreihen der Transversalschwingungsversuche.....	50

Inhaltsangabe

KURZFASSUNG	I
ABSTRACT	II
DANKSAGUNG	III
ABBILDUNGSVERZEICHNIS	IV
SYMBOLLISTE	VIII
SYMBOLLISTE	VIII
TABELLENVERZEICHNIS	XI
INHALTSANGABE	XII
INHALTSANGABE	XII
I EINLEITUNG	1
I.1 DAS „M3 LAB“	1
I.2 DER SEILROBOTER	2
I.3 AUFBAU UND ZIELSETZUNG DER ARBEIT	2
II MODELLBILDUNG UND SIMULATION EINES SEILANTRIEBES	3
II.1 AUFBAU EINES SEILROBOTERS	3
II.2 GEOMETRISCHES MODELL.....	4
II.3 MODELLIERUNG DER MECHANISCHEN KOMPONENTEN.....	6
II.3.1 <i>Motor</i>	6
II.3.2 <i>Seilwinde</i>	7
II.3.3 <i>Sensorik</i>	7
II.3.4 <i>Umlenkrolle</i>	8
II.3.5 <i>Seil</i>	10
II.4 EXPERIMENTELLE ERMITTLUNG DER FEHLEN- DEN MODELLPARAMETER	13
II.4.1 <i>Versuchsaufbau</i>	13
II.4.2 <i>Versuchsprotokoll</i>	17
II.4.3 <i>Messergebnisse</i>	21
II.5 SIMULATION	26
II.5.1 <i>Kraftregelung</i>	26
II.5.1.1 Modell.....	26
II.5.1.2 Reglerauslegung und Stabilitätsanalyse	28
II.5.1.3 Ergebnisse.....	30
II.5.2 <i>Positionsregelung</i>	33
II.5.2.1 Modell.....	33
II.5.2.2 Ergebnisse.....	36

II.6	DISKUSSION.....	38
III	ERWEITERTE MODELLIERUNG.....	39
III.1	ERWEITERTES MOTORMODELL.....	39
III.2	ERWEITERTES SEILMODELL: TRANSVERSAL- SCHWINGUNGEN.....	43
III.3	EXPERIMENTELLE ERMITTLUNG DER PARAMETER	47
III.3.1	<i>Aufbau und Ablauf</i>	48
III.3.2	<i>Messprotokoll</i>	49
III.3.3	<i>Ergebnisse</i>	50
III.4	MODELLVALIDIERUNG	54
III.5	EINFLUSS VON TRANSVERSALSCHWIN- GUNGEN AUF DEN SEILROBOTER.....	57
IV	HYBRIDER 1-D ANTRIEBSSTRANG	61
IV.1	KONZEPT	61
IV.2	VERSUCHSAUFBAU	62
IV.3	EXPERIMENTELLE ERMITTLUNG DER BREMSENPARAMETER	63
IV.3.1	<i>Geschwindigkeitsabhängigkeit der Bremse</i>	64
IV.3.2	<i>Sprungantwort der Bremse</i>	64
IV.3.3	<i>Streckenidentifikation der Bremse</i>	65
IV.3.4	<i>Ergebnisse</i>	66
IV.4	EXPERIMENTELLE ERMITTLUNG DER FEDERKENNLINIE	67
IV.5	VERSUCHE MIT 1-D ANTRIEBSSTRANG.....	69
IV.6	RESULTATE	71
IV.6.1	<i>Versuch ohne Bremse</i>	71
IV.6.2	<i>Versuch mit leicht schleifender Bremse</i>	72
IV.6.3	<i>Versuch mit geschwindigkeitsabhängiger Bremse</i>	73
IV.7	VERBESSERUNGSVORSCHLÄGE.....	78
IV.7.1	<i>Mechanische Verbesserung</i>	78
IV.7.2	<i>Regelungskonzepte</i>	80
V	ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK.....	83
VI	ANHANG	I
V.A	KINEMATIK DES ANTRIEBSSTRANGES	I
V.B	EXPLIZITE LÖSUNG DER LINEAREN SCHWINGUNGSGLEICHUNG.....	IX
V.C	KRAFTREGELUNGSMODELL	XI
V.D	POSITIONSREGELUNGSMODELL	XVI
VII	REFERENZEN.....	XX

I Einleitung

Im Labor für Sensomotorische Systeme der ETH Zürich wird ein neues Forschungslabor aufgebaut. In diesem sollen die neurologischen und biomechanischen Vorgänge des menschlichen Bewegungslernens erforscht werden. Grundlage dafür ist die Anwendung *multimodaler* und *kooperativer* Techniken mit Patienten (Rehabilitations-Forschung) sowie gesunden Probanden (Grundlagenforschung Bewegungslehre, Sport, Entertainment). „Multimodal“ bedeutet, dass dem Probanden eine größtmögliche Anzahl an Information vermittelt wird. Angesprochen werden der visuelle, der akustische sowie der haptische (taktile) Sinn. Diese drei Modalitäten geben dem Labor auch seinen Namen: *M3 Lab*. Der Terminus „kooperativ“ beschreibt, dass das technische System die Intentionen und Anstrengungen des Probanden bzw. der Probandin in das sensorische Feedback mit einbezieht anstatt starre Strategien vorzugeben.

Die haptische Interaktion zwischen dem Bediener und der virtuellen Umgebung wird durch einen so genannten Seilroboter realisiert. Hierbei werden mehrere aktuierte Seilstränge an einem Endeffektor, den der Mensch greift oder direkt an den Extremitäten des Menschen befestigt. Der Roboter lässt gezielt Kräfte/Momente auf den Endeffektor/den Körper einwirken. Der hohe Anspruch liegt dabei in der Gewährleistung des eingangs erwähnten kooperativen Verhaltens des Roboters.

Als erste Anwendung wird im Labor der Vorgang des Ruderns mit einem Sportboot simuliert. Über die Seilantriebe kann man z.B. den Wasserwiderstand am Ende der Ruder spüren.

I.1 Das „M3 Lab“

Das „M3 Lab“ besteht aus einem $4 \times 4 \times 4$ [m] großen Aufbau (Cave) und einem haptischen Display. Letzteres soll in Form eines Seilroboters mit mehreren Freiheitsgraden realisiert werden. Die Cave an sich stellt die virtuelle Umgebung für die Bewegungsforschung. Sie besteht aus drei Leinwänden, die im „U“ aufgestellt sind, und einem ringförmigen Soundsystem (IOSONO). Durch 3D-Projektionen einer virtuellen Umgebung auf die Leinwände und das Soundsystem, welches ortsvariable Klangquellen erzeugen kann, soll sich der Mensch wie in eine andere Welt versetzt vorkommen. Zusätzlich soll ein Seilroboter als haptisches Display wirken. Sein Zweck besteht u.a. in der Wirkung als Feedback der Interaktion des Menschen mit der virtuellen Umgebung für die Bewegungsforschung.

I.2 Der Seilroboter

Der Roboter befindet sich in einer multimodalen Umgebung. Er soll also einerseits eine dieser Modalitäten selbst bewerkstelligen, die anderen jedoch möglichst wenig beeinflussen. Da bei einem Seilroboter die Antriebseinheiten außerhalb der Cave platziert werden können, wird der störende visuelle Einfluss der kräfteübertragenden Komponenten durch den Einsatz von Seilen minimiert und Störgeräusche gering gehalten. Zur Realisierung mehrerer Freiheitsgrade greifen mehrere Seile an einem Endeffektor an, wodurch ein Parallelroboter entsteht. Dieser soll für sehr dynamische Anwendungen eingesetzt werden, was durch die geringe Trägheit der Seile begünstigt wird.

Es wird zunächst mit der Entwicklung eines einzelnen Antriebsstranges begonnen, der dem Anspruch genügen soll, modular sowie gut und vielfältig regelbar (Kraft und Position) zu sein. Durch Vervielfältigung der einzelnen Antriebsmodule kann in Folge der komplette Seilroboter aufgebaut werden.

I.3 Aufbau und Zielsetzung der Arbeit

Im Rahmen dieser Diplomarbeit wird ein erstes Antriebsmodul für den Seilroboter entwickelt. Dieses soll dem Anspruch genügen, für ein zu erstellendes Gesamtantriebskonzept leicht adaptierbar zu sein. Um ein gutes Antriebsmodul zu erhalten, werden die einzelnen mechanischen Komponenten untersucht, die später für den Antrieb verwendet werden sollen. Die Untersuchung dieser Komponenten wird anhand von mathematischen Modellen durchgeführt. Die zugehörigen Modellparameter werden aus Experimenten auf die Realität abgestimmt. Zunächst wird auf den Einfluss von Störkräften an den zu verwendenden Antriebsseilen eingegangen. Modellbasiert soll die Relevanz auftretender Schwingungen geklärt und regelungstechnische Konzepte zur Kompensation dieser Störungen vorgestellt werden. Diese Modelle werden daraufhin durch Seilschwingungsversuche auf die Realität abgestimmt. Die erzielten Erkenntnisse dieser Untersuchungen sollen eine Unterstützung für die Auswahl weiter zu verwendender Komponenten sein. Als Übergang von der Theorie zur Praxis folgt die Vorstellung eines ersten Prototyps in Form eines hybriden Antriebsstranges. In einem Performance-Test soll die Verwendbarkeit dieses Antriebs für die erste Anwendung, den Rudervorgang mit einem Sportboot, gezeigt werden. Die erhaltenen Ergebnisse sollen daraufhin Aussagen über mögliches Verbesserungspotential liefern, um den hohen Anforderungen an haptische Displays vollkommen entsprechen zu können. Abschließend werden verschiedene Regelungskonzepte für diesen Antriebsstrang diskutiert und ein Ausblick für die weitere Entwicklung des Projektes gegeben.

II Modellbildung und Simulation eines Seilantriebes

Dieses Kapitel soll eine Einführung in den Aufbau und die Besonderheiten des M3-Seilroboters geben. Es soll der Fokus auf einen Antriebsstrang gelenkt werden. Dieser wird zunächst einer kinematischen Analyse und im Folgenden einer genauen Modellierung unterzogen. Im Rahmen dieser Modellierung werden ebenfalls die notwendigen Versuche vorgestellt, aus denen die noch unbekannt Parameter des Modells extrahiert werden. Infolge werden Simulationen anhand einfacher Regelungskonzepte für Kraft- und Positionsregelung an den Modellen durchgeführt. Außerdem wird für die Auslegung des Kraftreglers eine Stabilitätsanalyse angewandt und das Verhalten des Regelkreises in den stabilen Bereichen genauer beleuchtet.

II.1 Aufbau eines Seilroboters

Seilroboter gehören zur Gruppe der Parallelmanipulatoren. Dies bedeutet, dass alle Antriebsstränge an einem Endeffektor angreifen. Das Besondere an einem Seilroboter ist, dass jeder Antriebsstrang für sich nur Zugkräfte übertragen kann (*unilateral constraints*). Um in einem Seilantrieb daher keine Änderung der Bestimmtheit des Systems zu erhalten, wird stets eine minimale Vorspannung $\sigma_V > 0$ in jedem Seil gefordert. Diese Einschränkung stellt eine sehr große Herausforderung dar, vor allem was die regelungstechnische Realisierung dieses Roboters betrifft. Da Seile jedoch sehr hohe Kräfte in Zugrichtung übertragen können, gleichzeitig aber eine im Vergleich zur übertragbaren Kraft geringe Masse und daher auch geringe Trägheit besitzen [DIETZ *et al.*, 2004], ist die Realisierung eines Seilroboters für dynamische Anwendungen sehr gut geeignet.

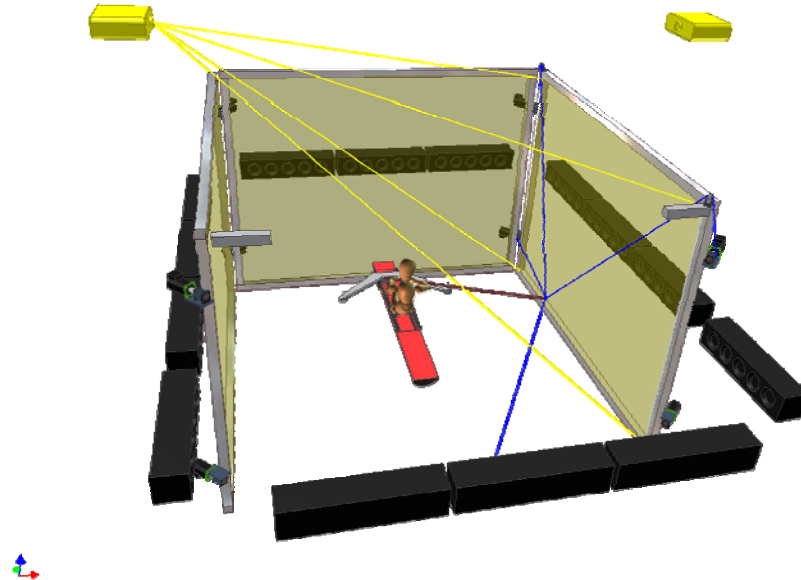


Abbildung 1: Seilroboter in Cave mit einzelnen Antriebssträngen

An sich ist ein Seilroboter sehr einfach aufgebaut (Abbildung 1). Es reicht daher einen einzelnen Antriebsstrang zu betrachten und diesen zu vervielfältigen, um einen kompletten Roboter zu erhalten. Aus diesem Grund ist es sinnvoll, bei der Auslegung und Konstruktion eines einzelnen Antriebsstranges besonders gewissenhaft vorzugehen: Fehler bei der Auslegung des einzelnen Antriebsmoduls vervielfachen sich.

Vor der Konstruktion eines ersten Prototyps, wird daher zuerst ein mathematisches Modell des Antriebsstranges aufgestellt, um dessen Verhalten abschätzen zu können.

Die Anforderungen, die in den folgenden Kapiteln über die Modellierung eines Antriebsstranges gestellt werden, sind der Art, dass die Modelle bereits die Parameter bzw. die geplante Geometrie des zu konstruierenden Roboters beinhalten sollen und somit als relevante Grundlage für eine weitere Konzipierung dienen. Weiters soll das Verhalten des Antriebsstrangmodells Rückschlüsse auf den Einfluss einzelner Komponenten ermöglichen und die Auswahl der in Frage kommenden Komponenten erleichtern bzw. die Anforderungen an diese genauer zu definieren.

II.2 Geometrisches Modell

In diesem Unterkapitel wird der geometrische Aufbau eines Antriebsstrangs für den SMS-Seilroboter in allgemeiner Form dargestellt. Des Weiteren wird die Berechnung der Vorwärts- beziehungsweise Rückwärtskinematik für dieses allgemeine Modell vorgestellt.

Das Modell für den Antrieb des Seilroboters wird in Abbildung 2 gezeigt. Es besteht aus den 5 Basiselementen: Motor, Seilwinde, Seil und Umlenkrolle.

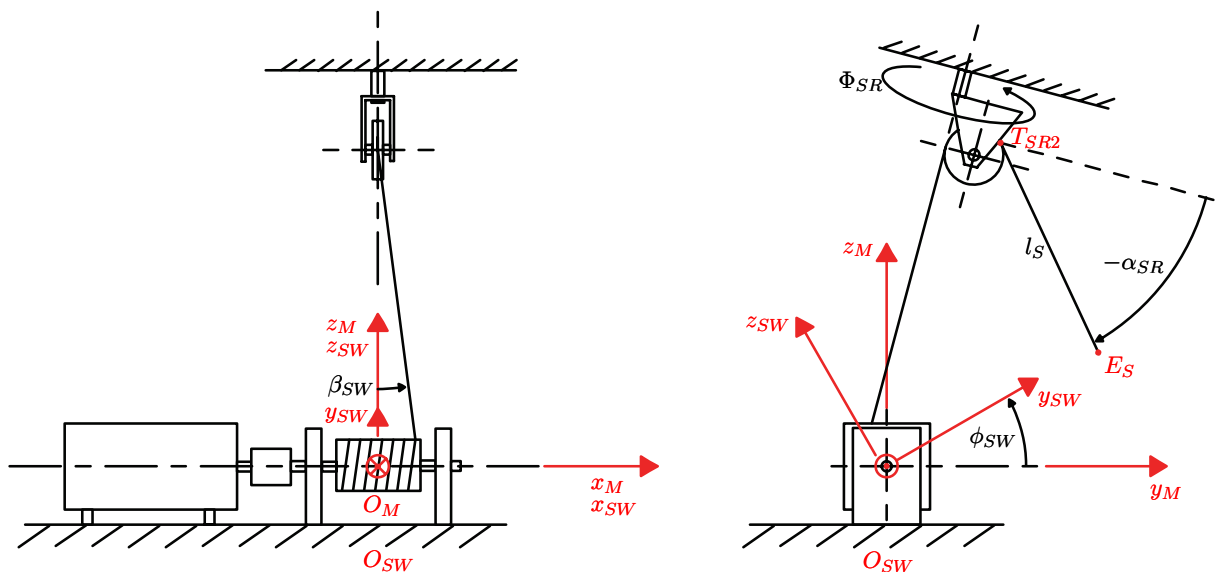


Abbildung 2: 1-D Antriebsstrang

Der Aufbau einer Antriebseinheit wird so realisiert, dass das Seil vom Motor kommend über eine schwenkbare Seilrolle in den Arbeitsraum geführt wird. Dabei ist die Schwenkachse der Umlenkrolle so montiert, dass ihre Verlängerung eine Tangente an die motorseitige Seilwinde bildet. Dies hat den Zweck, dass durch eine Drehung der Umlenkrolle um ihre Schwenkachse keine zusätzlichen Kräfte auf das antriebsseitige Seilstück entstehen.

Die Kinematik des Antriebsstrangs gibt den Zusammenhang zwischen aktueller Endeffektorposition E_S bzw. Seillänge im Arbeitsraum l_S und dem Motorwinkel ϕ_{SW} an. Dieser Zusammenhang stellt eine Koordinatentransformation zwischen den Motorkoordinaten (joint coordinates) und den Raumkoordinaten (space coordinates) dar und wird für die Regelung des Roboters benötigt. Es kann somit eine Veränderung des Motorwinkels ϕ_{SW} in eine Änderung der Endeffektorposition E_S umgerechnet werden.

Um den kinematischen Zusammenhang für einen Antriebsstrang angeben zu können, ist die Kenntnis seiner Geometrie notwendig, sowie der Freiheitsgrade. Das Besondere an einem einzelnen Antriebstrang ist, dass er mehrere Freiheitsgrade besitzt, aus denen die Endeffektorposition E_S bzw. die Seillänge im Arbeitsraum l_S resultiert: der Schwenkwinkel Φ_{SR} der Umlenkrolle, der Orientierungswinkel des Seils im Arbeitsraum α_{SR} und der Motorwinkel ϕ_{SW} .

$$\begin{aligned} E_S &= f_{E_S}(\Phi_{SR}, \alpha_{SR}, \phi_{SW}) \\ l_S &= f_{l_S}(\Phi_{SR}, \alpha_{SR}, \phi_{SW}) \end{aligned} \quad (1)$$

Die Winkel Φ_{SR} und α_{SR} sind keine aktiv aktuierten Freiheitsgrade. Sie ergeben sich im fertig zusammengestellten Seilroboter aus der Gesamtheit der Motorwinkel ϕ_{SW} . Für einen einzelnen Antriebstrang müssen sie jedoch über zusätzliche Sensorik ermittelt werden.

Sie werden deshalb als bekannt vorausgesetzt. Damit erhält man statt Gleichung (1) die Beziehungen

$$\begin{aligned} E_S &= f_{E_S}(\phi_{SW}) \\ l_S &= f_{l_S}(\phi_{SW}) \end{aligned} \quad (2)$$

Die Vorwärtskinematik (direkte Kinematik) lässt sich nach folgendem Schema berechnen:

- Aufstellen der globalen und lokalen Koordinatensysteme und der Transformationsmatrizen
- Berechnung der Seillänge von der Seilwinde bis zum Punkt T_{SR2}
- Subtraktion der Seillänge von der Seilwinde bis zum Punkt T_{SR2} von der Gesamtseillänge l_{0S} ergibt die gesuchte Seillänge im Arbeitsraum in Abhängigkeit des Motorwinkels $l_S(\phi_{SW})$
- Die Endeffektorposition E_S ergibt sich durch Einsetzen von $l_S(\phi_{SW})$ in die Transformationsmatrix für die Endeffektorposition

Man erhält den Zusammenhang der Seillänge in Abhängigkeit des Motorwinkels $l_S(\phi_{SW})$ bzw. der Endeffektorposition in Abhängigkeit des Motorwinkels $E_S(\phi_{SW})$. Die detaillierte Berechnung ist im Anhang (Kinematik des Antriebsstranges) zu finden. Löst man nun das Ergebnis aus der direkten Kinematik nach dem Motorwinkel auf, so ergibt sich das Resultat für die inverse Kinematik. Dieses beschreibt den Kurbelwinkel in Abhängigkeit der Endeffektorposition $\phi_{SW}(E_S)$ bzw. den Kurbelwinkel in Abhängigkeit der Seillänge $\phi_{SW}(l_S)$.

II.3 Modellierung der mechanischen Komponenten

Folgend auf die geometrische Beschreibung eines Antriebsstrangs des SMS-Seilroboters soll in diesem Kapitel im Detail auf die mechanischen Komponenten eingegangen werden, die diesen Antrieb bilden. Hierzu soll jede Komponente durch ein mathematisches Modell abgebildet werden, welches möglichst gut das charakteristische Verhalten der realen Komponente beschreibt. Aus Simulationen sollen Schlüsselmerkmale extrahiert werden, die als Grundlage für die Auswahl der realen Komponenten eines ersten Prototyp dienen. Da sich mechatronische Systeme oft durch eine Idealisierung der Komponenten in Form gewöhnlicher Differentialgleichungen darstellen lassen, wird hiervon auch in diesem Kapitel Gebrauch gemacht. Die Modelle können somit in Form von linearen und zeitinvarianten (LZI)-Teilsystemen dargestellt werden.

II.3.1 Motor

Bei dem ausgewählten Motor handelt es sich um einen bürstenlosen Wechselstromservomotor (Fa. Baldor). Vereinfacht wird der Motor als PT1-Glied (Verzögerungsglied 1. Ordnung) modelliert. Für die Anstiegszeit des Drehmomentes dieses Motors wurden $10 [ms]$ angenommen. Somit ergibt sich die

Übertragungsfunktion von gewünschtem Antriebsmoment τ_{M_soll} zu tatsächlichem Antriebsmoment des Motors τ_{M_ist} zu:

$$G_{Motor}(s) = \frac{\tau_{M_ist}(s)}{\tau_{M_soll}(s)} = \frac{1}{\frac{0.01}{3}s + 1} \quad (3)$$

Diese Vereinfachung berücksichtigt die Trägheit der Motorwelle nicht explizit. Diese wird aber im Trägheitsmoment der Seilwinde mitmodelliert (Kapitel II.3.2).

II.3.2 Seilwinde

Die Seilwinde stellt das Koppelglied zwischen dem antreibenden Motor mit dem Antriebsmoment τ_{M_ist} und dem angetriebenen Seil mit der Seilkraft F_{S4} , die über den Windenradius r_{SW} wirkt, dar (Abbildung 3).

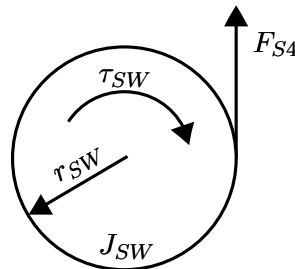


Abbildung 3: Modell der Seilwinde

Sie ist über eine Kupplung direkt mit dem Motor verbunden und rotiert um ihre Hauptträgheitsachse. Auf Grund der direkten Verbindung zwischen Motor Seilwinde und Kupplung, können die Trägheitsmomente dieser drei Körper addiert werden und durch das Gesamtträgheitsmoment für die Seilwinde J_{SW} ersetzt werden. Geschwindigkeitsabhängige Reibung in der Antriebsachse kann am realen Antriebsstrang identifiziert und modellbasiert kompensiert werden. An dieser Stelle ist daher nur der Effekt der Trägheit der Seilwindeneinheit von Interesse. Das Seilwindenmodell wird daher ohne Dämpfungs- oder Reibungsterme aufgestellt wird. Der Drallsatz für die Seilwinde lautet somit:

$$J_{SW} \ddot{\phi}_{SW} = \tau_{SW}(t) - F_{S4} r_{SW}$$

mit:

$$\begin{aligned} \tau_{SW} &= \tau_{M_ist} \\ J_{SW} &= 0.001[\text{kg m}^2] \\ r_{SW} &= 0.09[\text{m}] \end{aligned} \quad (4)$$

II.3.3 Sensorik

Im Rahmen der modellbasierten Analyse des 1-D Antriebsstranges des SMS Seilroboters sollen auch die zu verwendenden Sensoren berücksichtigt werden. Die zwei verwendeten Sensortypen sind Kraft- und Positionssensoren.

Kraftsensoren besitzen meist eingebaute elektrische Widerstände. Durch Kräfteinwirkung werden diese Elemente gedehnt und verändern somit ihren elektrischen Widerstand. Sind diese Elemente nun in einen elektrischen Schaltkreis eingebunden, so macht sich die Widerstandsänderung durch eine messbare elektrische Spannungsänderung bemerkbar. Diese entspricht der Kraftänderung. Die Spannungssignale sind analoge Signale. Dem eigentlichen Signal ist meistens ein hochfrequentes Rauschsignal überlagert ist, welches störend wirkt (Abbildung 4).

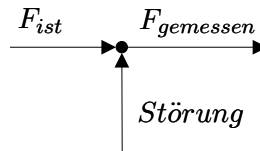


Abbildung 4: Schema des Kraftsensors

Der *Kraftsensor* wird daher durch das eigentliche Kraftsignal modelliert, zu dem ein Messrauschen addiert wird. Die Störung wird durch Weißes Rauschen mit einer Maximalamplitude von einem Prozent der aktuell wirkenden Kraft simuliert:

$$F_{gemessen} = 0.01 |F_{ist}| \text{WeissesRauschen} + F_{ist} \quad (5)$$

Als Positionssensoren werden Inkrementalgeber eingesetzt. Diese liefern ein digitales Signal. Daher wird die gemessene Weggröße $x_{gemessen}$ durch ein Inkrement Δx diskretisiert. Dies bedeutet, dass das Ausgangssignal $x_{gemessen}$ erst dann wieder geändert wird, wenn die Differenz zwischen der realen Weggröße x_{ist} und der gemessenen Weggröße $x_{gemessen}$ ein Inkrement Δx über- oder unterschreitet. (Abbildung 5).

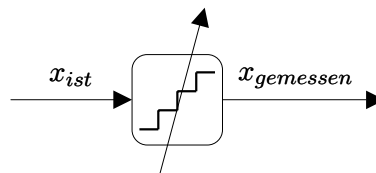


Abbildung 5: Schema des Positionssensors

Das mathematische Modell dieses Positionssensors sieht folgendermaßen aus:

$$x_{gemessen} = \text{floor}\left(\frac{1}{\Delta x} x_{ist}\right) \Delta x \quad (6)$$

Die *floor*-Funktion rundet die Position.

Die Schrittweite Δx des Modells soll veränderbar sein: In Falle des Seilroboterantriebsstrangs ist es interessant, wie genau die Auflösung sein muss, damit sie keinen Einfluss auf die Regelgüte hat.

II.3.4 Umlenkrolle

Die Umlenkrolle im Antriebsstrang wird wie die Seilwinde als träger Rotationskörper modelliert. An ihr greifen tangential die beiden Seilkräfte F_{S2} und F_{S3} an (Abbildung 6). Bei dieser Komponente des

Antriebsstranges handelt es sich um ein träges, passives Element. An einer Umlenkrolle können sämtliche Einflüsse wie Reibung, Dämpfung des Seils durch Umlenkung und Walkarbeit auftreten. Eine Möglichkeit wäre, diese Faktoren über einen Wirkungsgrad im Modell der Seilrolle zu berücksichtigen. Dieser Wirkungsgrad wird für Seilwinden mit $\eta = 0.98$ angegeben [GROTE, 2005] und bedeutet einen Verlust an Seilkraft bei der Umlenkung des Seils. Dieser Verlust an Seilkraft wäre durch eine Kraft-/Wegmessung erfassbar und könnte daher kompensiert werden.

Um den Einfluss auf die Dynamik des Gesamtsystems zu untersuchen, ist jedoch das dynamische Verhalten der Seilrolle von Interesse. Daher wird die Umlenkrolle analog zur Seilwinde (Kapitel II.3.2) als träger Rotationskörper mit geschwindigkeitsabhängiger Dämpfung modelliert. Um einem *worst-case* Szenario nahe zu kommen (ungedämpfter Einmassenschwinger), wird ein kleiner Dämpfungsfaktor angenommen:

$$b_{SR}=0.02\left[\frac{kg\,m}{s}\right] \quad (7)$$

Das Modell der Seilrolle (Umlenkrolle) sieht demzufolge wie in Abbildung 6 dargestellt aus.

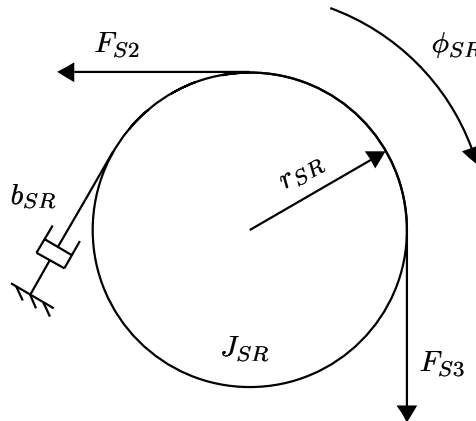


Abbildung 6: Modell der Seilrolle (Umlenkrolle)

Der minimale Durchmesser der Seilrolle ist abhängig minimalen Biegeradius des Seils. Für synthetischen Faserseile wird der minimale Biegeradius mit fünf- bis sechsfachen des Seildurchmessers angesetzt (im Vergleich zu Stahlseilen bei 20- bis 25-fache des Seildurchmessers) [Uhlmann 2001]. Die Wahl des Seilrollenradius r_{SR} wurde mit 40 mm angenommen, was wiederum einer absoluten *worst-case* Annahme entspricht.

Das mathematische Modell der Seilrolle lässt sich nun folgendermaßen anschreiben:

$$J_{SR} \ddot{\phi}_{SR} = (F_{S3} - F_{S2} - b_{SR} \dot{\phi}_{SR}) r_{SR}$$

mit:

$$m_{SR} = 0.05[kg]$$

$$r_{SR} = 0.04[m]$$

$$J_{SR} = m_{SR} r_{SR}^2 [kg\,m^2]$$

$$b_{SR} = 0.02\left[\frac{kg\,m}{s}\right] \quad (8)$$

II.3.5 Seil

Das Modell des Seiles spielt eine wesentliche Rolle im Rahmen dieser Arbeit: Es wird nicht nur modelliert, sondern wesentliche Modellparameter werden auch experimentell ermittelt. Ein Grund hierfür ist, dass kaum Werte für den Parameter der Seildämpfung vorhanden sind. Weiters soll durch Simulation gezeigt werden, inwiefern sich die im SMS-Seilroboter verwendeten Seile auf das System auswirken. Es soll herausgefunden werden, ob eine Ausregelung dieser Schwingungen möglich bzw. überhaupt erforderlich ist.

Schwingungen in Seilen können für kleine Auslenkungen mit dem Phänomen von elastischen Wellen beschrieben werden. Im mathematischen Sinne handelt es sich dabei um vektorwertige Funktionen, die in ihre Skalar- und Vektorpotentiale aufgeteilt werden können [Igel, 2002]. Im physikalischen Sinne findet man diese Aufteilung in Form von Druck- und Schubwellen wieder. Bei Schwingungen in Seilen verwendet man jedoch die Bezeichnungen Longitudinal- und Transversalschwingungen. In realen Systemen kommen meist beide Schwingungsarten gekoppelt vor. Der Einfachheit halber werden die Schwingungen linearisiert damit diese getrennt voneinander betrachtet werden können.

Zunächst sollen die Longitudinalschwingungen betrachtet werden. Die Transversalschwingungen werden anschließend in Kapitel III.2 genauer betrachtet. Bevor daher weitere Modelle aufgestellt werden, soll zuerst eine kurze Abschätzung der zu erwartenden Frequenz der 1. Eigenschwingung in Longitudinalrichtung gemacht werden.

Die 1. Eigenfrequenz einer Seilschwingung kann sehr schnell abgeschätzt werden, indem man die Seilmasse auf einen Punkt in der Mitte des Seiles konzentriert und das restliche Seil als masselose Feder betrachtet.

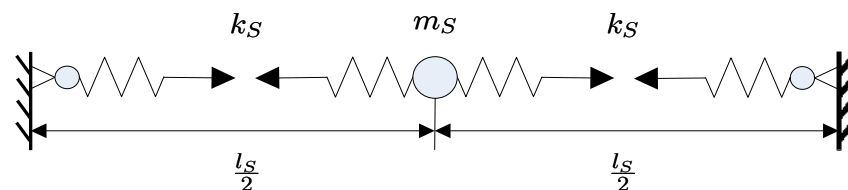


Abbildung 7: Seil in Ruhelage

Die Auslenkung von der Ruhelage dieser punktförmigen Masse m_S erzeugt somit eine Kraft F_S durch die Dehnung ϵ_S des als Feder dargestellten Seils mit der Federkonstante k_S . Außerdem kennt man das lineare Stoffgesetz mit dem Elastizitätsmodul E_S und den Zusammenhang von Kraft F_S und Normalspannung σ_S über die Querschnittsfläche A_S des Seils.

$$\begin{cases} F_S = k_S \Delta l_S \\ \sigma_S = E_S \epsilon_S = E_S \frac{\Delta l_S}{\frac{l_S}{2}} \\ \sigma_S = \frac{F_S}{A_S} \end{cases} \quad (9)$$

Auf diese Weise erhält man den Zusammenhang:

$$k_S = 2 \frac{E_S A_S}{l_S} \quad (10)$$

Setzt man nun die Bewegungsgleichung für einen ungedämpften Einmassenschwinger an

$$m_s \frac{d^2 \Delta l_S}{dt^2} = -2 k_s \Delta l_S, \quad (11)$$

so erhält man daraus die Winkelfrequenz ω_S :

$$\omega_S = 2 \sqrt{\frac{E_S A_S}{l_S m_S}} \quad (12)$$

Die Eigenfrequenz f_S der 1. Eigenschwingung des Seils ergibt sich somit zu:

$$f_S = \frac{\omega_S}{2\pi} \quad (13)$$

Um die Größenordnung der zu erwartenden Eigenfrequenz eines Seiles zu kennen, soll wir eine Abschätzung der mechanischen Parameter vorgenommen werden.

Andere Seilrobotiker Gruppen verwenden Seile aus Nylon [Rosati 2005], [Williams 2003], Aramid [Fang 2005], Kevlar [Faschinger 2006]) oder PBO [Uhlmann 2001]. Wir haben uns für ein Chemiefaserseil aus „Dyneema“, einer hochfesten Polyäthylen-Faser entschieden. Der Grund für diese Wahl war das gute Verhältnis von übertragbarer Kraft zu Eigengewicht (Abbildung 8).

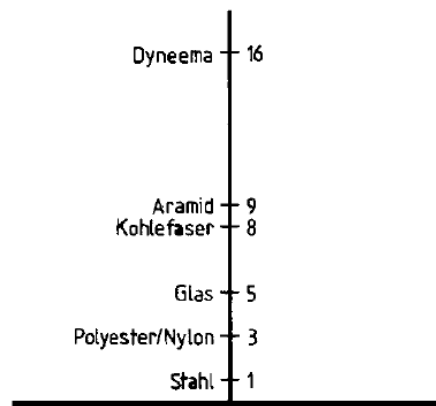


Abbildung 8: Auf Stahlseillänge bezogene Seillänge unter der das Seil infolge Eigengewicht bricht [DIETZ *et al.*, 2004]

Die mechanischen Kenndaten der Chemiefaser PBO Zylon sind an und für sich noch besser als die von Dyneema. Allerdings ist diese Faser nicht UV-beständig und kann daher nur gemantelt verwendet werden, wodurch das spezifische Gewicht und der E-Modul nachteilig beeinflusst werden.

Zusätzlich wirkt sich die hohe Federkonstante positiv auf die Sicherheit des Bedieners bei Seilriss aus. Stark elastische Seile speichern Energie in Form von Dehnung und schnellen bei Riss auf den Menschen zurück. Wenig elastische Seile hingegen fallen einfach zu Boden. Die Chemiefaser Dyneema findet wegen ihrer hohen Abriebbeständigkeit und Feuchtigkeitsresistenz auch bereits in vielen Sportanwendungen Gebrauch [<http://de.wikipedia.org/wiki/Dyneema>].

Als Abschätzungsparameter sollen die Angaben über die Eigenschaften der Dyneema-Faser der Firma „Gleistein Ropes“ dienen [http://www.gleistein.com/files/technical_properties.pdf]:

	Dyneema (Hochmodul Polyäthylen)	
Festigkeit: R_m	360	$\left[\frac{daN}{mm^2}\right]$
E-Modul: E_S	10500	$\left[\frac{daN}{mm^2}\right]$
Spezifisches Gewicht: ρ_S	0.97	$\left[\frac{g}{cm^3}\right]$

Tabelle 1: Technische Werte der Dyneema-Faser der Firma „Gleistein Ropes“

Für ein Seil mit dem Durchmesser $d_S = 3$ [mm] und der Länge $l_S = 2$ [m] ergeben sich folgende Werte:

$$\begin{aligned}
 A_S &= \frac{d_S^2 \pi}{4} = 7.07 \text{ [mm}^2\text{]} \\
 m_S &= A_S l_S \rho_S = 0.0137 \text{ [kg]} \\
 \omega_S &= 2\sqrt{\frac{E_S A_S}{l_S m_S}} = 10404 \text{ [rad/s]} \\
 f_S &= \frac{\omega_S}{2\pi} = 1656 \text{ [Hz]}
 \end{aligned} \tag{14}$$

Man kann somit erkennen, dass sich die Eigenfrequenzen bereits für relativ dünne Seile f_S im kHz-Bereich bewegen.

Da bereits die erste Eigenfrequenz des verwendeten Seils in einem für regelungstechnische Anwendungen sehr hohen Frequenzbereich liegt, reicht es ein längs schwingendes Seil durch einen Einmassenschwinger anzunähern. Da die Dämpfung dieser Schwingungen auch Ziel der Betrachtungen ist, wird das Seil durch ein Feder-Masse-Dämpfer System beschrieben.

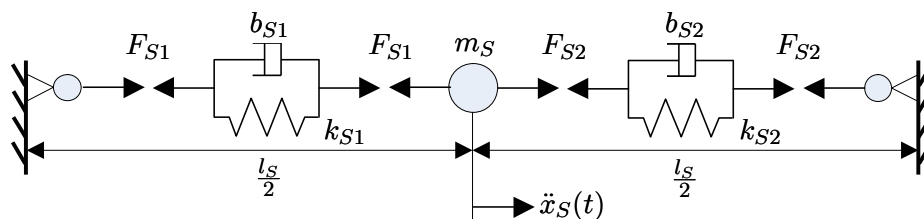


Abbildung 9: Seilmodell für Longitudinalschwingung

Die zugehörige lineare gewöhnliche Differentialgleichung zum Seilmodell in Abbildung 9 lautet:

$$\begin{aligned}
 m_S \ddot{x}_S &= F_{S2}(x_S(t)) - F_{S1}(x_S(t)) \\
 \text{mit :} \\
 F_{S1}(x_S(t)) &= b_{S1} \dot{x}_S + k_{S1} x_S \\
 F_{S2}(x_S(t)) &= -b_{S2} \dot{x}_S - k_{S2} x_S
 \end{aligned} \tag{15}$$

Federkonstanten k_S und Dämpferkonstanten b_S dieses Seilmodells sollen im folgenden Kapitel für das verwendete Seil experimentell bestimmt werden

II.4 Experimentelle Ermittlung der fehlenden Modellparameter

In diesem Kapitel soll das Verfahren dargestellt werden, mit dem die fehlenden Parameter, dies sind die Federkonstante k_S und die Dämpferkonstante b_S des verwendeten Seils ermittelt werden. Es wird der hierfür notwendige Versuchsaufbau mit seinen Komponenten beschrieben, der Ablauf des Versuchs und das Protokoll zur Auswertung der Messungen.

II.4.1 Versuchsaufbau

Dieses Unterkapitel stellt den Versuchsaufbau zur Ermittlung der fehlenden Seilmodellparameter und die verwendete Methode der Datenauswertung vor.

Wie bereits in Kapitel II.3.5 erwähnt wurde, sollen die Parameter für ein Dyneema-Seil ermittelt werden.

In einem Beispiel wurde gezeigt, dass die zu erwartenden Frequenzen der Seile im kHz-Bereich liegen. Um einen Vergleich zwischen dem gewählten Modell und der tatsächlich auftretenden Schwingung ziehen zu können, wird die Schwingung in der Mitte der Seile gemessen. Da das spezifische Gewicht ρ_S dieser Seile sehr gering ist (Tabelle 1), kann kein Sensor direkt an den Seilen befestigt werden, um die Messergebnisse nicht zu beeinflussen. Zudem soll dasselbe Meßsystem auch für die Auswertung der im Kapitel III besprochenen Transversalschwingungen verwendet werden. Eine weitere Rahmenbedingung für den Versuch ist, dass immer eine gewisse Vorspannung σ_S im Seil erhalten bleiben soll.

Aus diesen Gründen wird ein berührungsloses, optisches Meßsystem verwendet. Weiters wird eine Vorspanneinrichtung benutzt und diese Vorspannung in einem der Aufhängungspunkte des Seils mit einem Kraftsensor überprüft.

Die verwendeten Komponenten für die Longitudinalschwingungsmessung sind folgende:

- (1) Hochgeschwindigkeitskamera mit PC und Bildverarbeitungssoftware
 - (2) Millimeterpapier
 - (3) Scheinwerfer
 - (4) Vorspannungseinrichtung
-

(5) Kraftsensor mit Messverstärker und XPC¹ zur Datenverarbeitung

Die verwendete Hochgeschwindigkeitskamera (1) (Abbildung 10) ist in der Lage bis zu 10000 Bilder pro Sekunde aufzunehmen. Weiters wurden zwei verschiedene Objektive mit Brennweiten von 50 [mm] und 70 – 300 [mm] für Gesamt- und Nahaufnahmen der Schwingungen benutzt. Um Informationen über die Größe der Schwingungen erhalten zu können, wird knapp hinter dem Seil eine Bahn mit Millimeterpapier (2) gespannt.



Abbildung 10: Hochgeschwindigkeitskamera

Aufgrund der hohen Bildrate reicht natürliches Licht nicht aus, um Aufnahmen mit der Hochgeschwindigkeitskamera zu machen. Aus diesem Grund sind zwei 1000 [W] Scheinwerfer (3) notwendig. Als Vorspannungsvorrichtung (4) dient der Arbeitstisch einer Ständerbohrmaschine. Die Eigenschaften des verwendeten Kraftsensor (Fa. Lorenz MT, Typ K-100) (5) sind in Tabelle 2 angegeben.

	Kraftsensor K-100	
Messbereich	1	[kN]
Signal	1.008	[$\frac{mV}{V}$]
Eigenfrequenz	1.5 – 2	[kHz]

Tabelle 2: Daten des Kraftsensors

Die Daten des Kraftsensors (5) werden per XPC mit einer Abtastrate $T = 0.1$ [ms] aufgenommen. Während der Kalibrierung des Sensors zeigte dieser ausgezeichnete lineare Eigenschaften wie in Abbildung 11 ersichtlich ist.

¹ XPC steht für XPC Target. Ein XPC Target besteht aus einem handelsüblichen Rechner, der von einem Host-PC aus angesteuert wird. Er wird zum Testen, Erstellen von Prototypen und Kommerzialisieren von Echtzeit-Systemen verwendet.

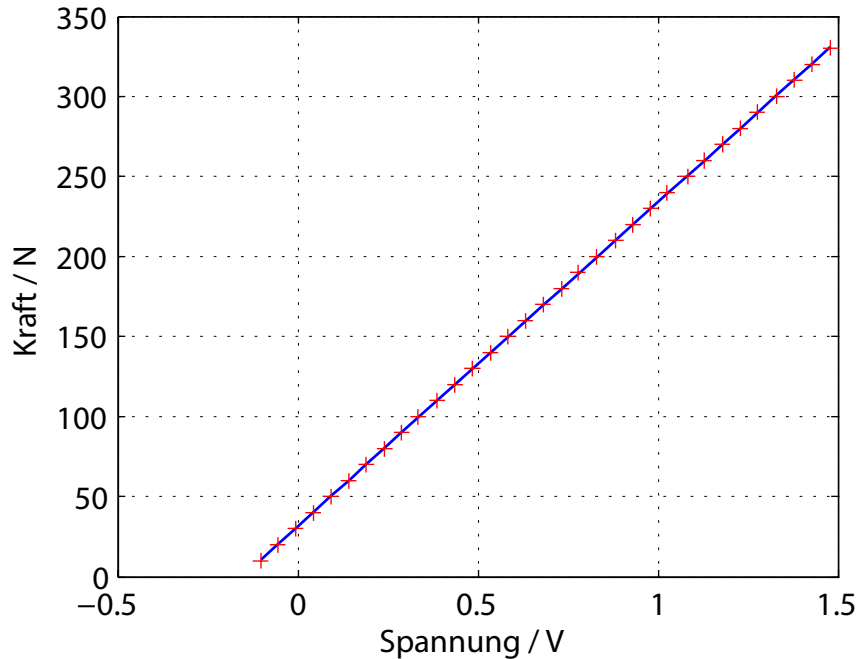


Abbildung 11: Kalibrierung des Kraftsensors

Durch Anwendung einer linearen Regression erhält man den Zusammenhang zwischen anliegender Sensorspannung $U_{Kraftsensor}$ und angreifender Kraft $F_{Kraftsensor}$:

$$F_{Kraftsensor} = 202.3 U_{Kraftsensor} + 31.7 \quad (16)$$

Als Messverstärker (5) dient ein Gerät vom Typ GSV-2TSD-DI der Firma ME-Meßsysteme GmbH. Aufgrund der hohen zu messenden Frequenzen, ist von uns der Analogausgang des Gerätes benutzt worden. Dieses hat folgende Spezifikationen:

	Messverstärker GSV-2TSD-DI	
Analoges Eingangssignal	0...10	[V]
Analoges Ausgangssignal	± 5	[V]
Wählbarer Analogfilter	3.5, 260, 1700	[Hz]

Tabelle 3: Daten des Messverstärkers

Aus den Daten für den Kraftsensor Tabelle 2 und den Messverstärker Tabelle 3 ist ersichtlich, dass die Grenzen der Bandbreite dieser Messkomponenten für Longitudinalschwingungsversuche erreicht werden. Aus diesem Grund soll sich die Auswertung der Daten der Longitudinalschwingungsmessungen auf die Informationen stützen, die die Hochgeschwindigkeitskamera liefert. Der Kraftsensor wird jedoch unter allen Umständen benötigt, um die Vorspannungen einzustellen und um die Vermutungen über die Auflösbarkeit der Schwingungen zu untermauern.

Der Schaltplan der Komponenten sieht wie folgt aus:

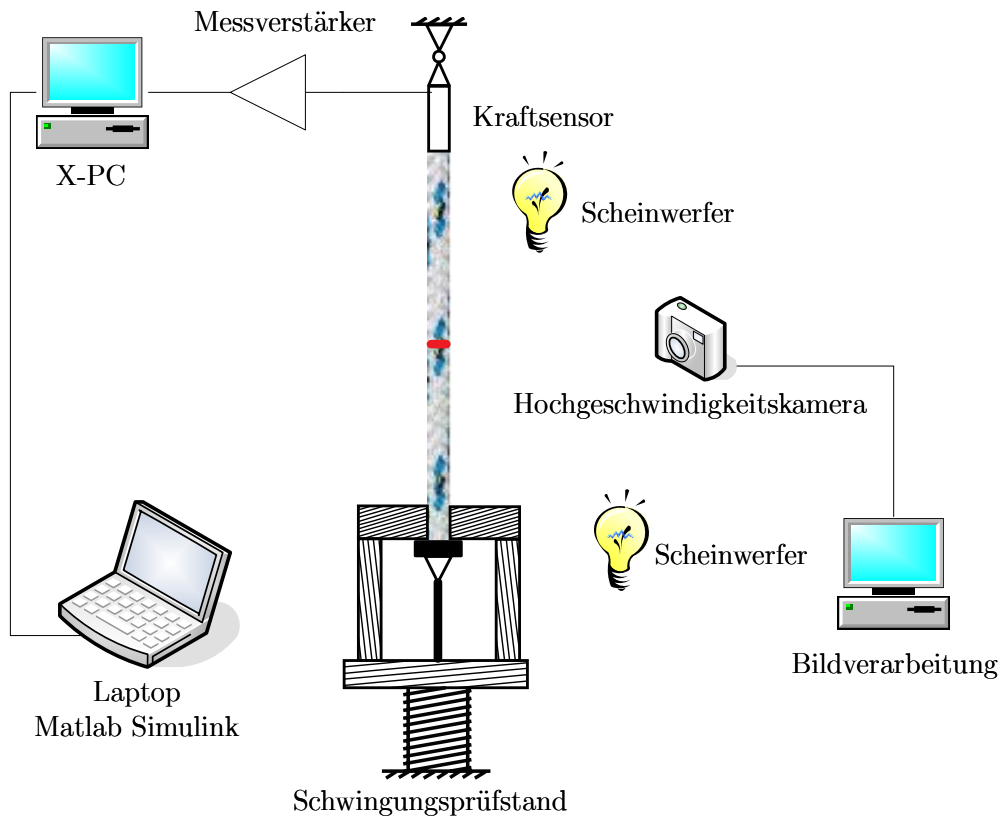


Abbildung 12: Komponentenschaltplan des Seilschwingungsprüfstands



Abbildung 13: Aufbau des Schwingungsprüfstands

II.4.2 Versuchsprotokoll

Dieses Unterkapitel soll den Versuchsablauf beschreiben und die Methode näher bringen, die zur Auswertung der vorhandenen Daten verwendet werden soll, um die Federkonstante k_S und die Dämpfungskonstante b_S des Seils zu bestimmen.

Ablauf eines Versuchs erklärt werden (Abbildung 14).

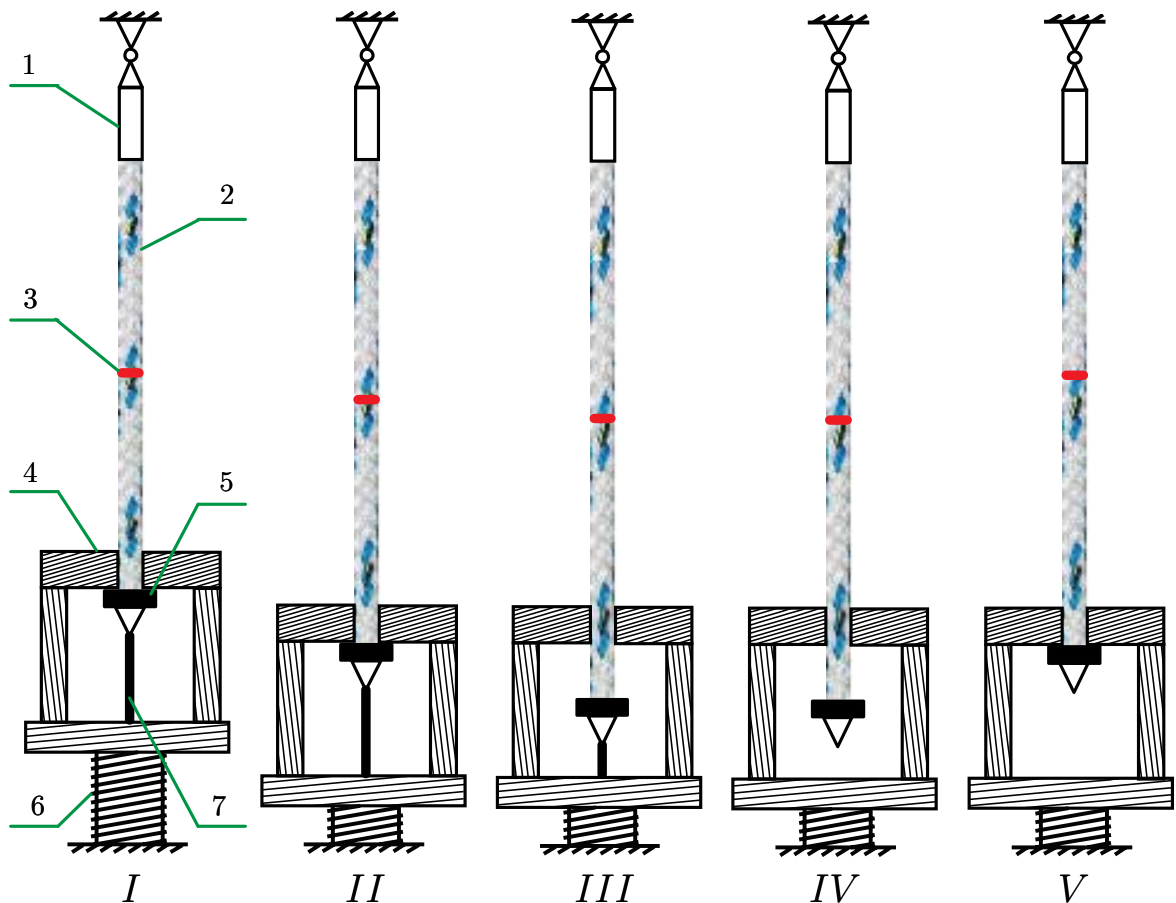


Abbildung 14: Ablauf des Schwingungsversuchs in Longitudinalrichtung

In Abbildung 14 ist der geplante Ablauf einer Longitudinalschwingungsmessung dargestellt. Teilbild I zeigt das ungespannte Seil mit den zur Vorspannungseinrichtung gehörenden Komponenten:

- 1) Kraftsensor
- 2) Seil
- 3) Markierung in der Mitte des Seils
- 4) Stoppvorrichtung mit Durchgangsloch
- 5) Seilklemme
- 6) Höhenverstellung der Vorspanneinrichtung
- 7) Draht zur zusätzlichen Seilauslenkung

Beim Übergang von Abbildung 14-I auf Abbildung 14-II wird an der Höhenverstellung der Vorspanneinrichtung gedreht damit sich diese vertikal nach unten bewegt. Die Seilklemme hindert das Seil jedoch am Entweichen durch das Durchgangsloch der Stoppvorrichtung (Abbildung 15), sodass das Seil vorgespannt wird (Vorspannungskraft F_{V1}). Abbildung 14-III zeigt die zusätzliche Vorspannung (Vorspannungskraft F_{V2}) des Seils durch den Draht mit einer zweiten Spannvorrichtung (Abbildung 16). In Abbildung 14-IV wird der Draht abgeschnitten und das Seil kann frei nach oben schnellen bis es, wie in Abbildung 14-V gezeigt, durch die Seilklemme abrupt daran gehindert wird weiter durch das Durchgangsloch der Stoppvorrichtung zu entweichen. Bei diesem Vorgang erfolgt ein Spannungssprung von Vorspannungskraft F_{V2} auf Vorspannungskraft F_{V1} . Im Moment dieses Aufschlages besitzt das Seil eine gewisse Geschwindigkeitsverteilung, die die Anfangsbedingung der zu beobachtenden Längsschwingung des Seiles darstellt.

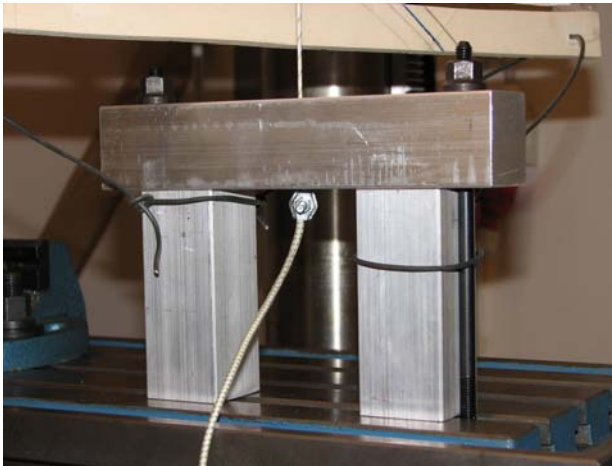


Abbildung 15: Stoppvorrichtung mit Durchgangsloch



Abbildung 16: Sekundäre Vorspanneinrichtung

Zur experimentellen Untersuchung der Longitudinalschwingung wird ein Dyneema-Seil des Seilherstellers „Liros“ mit einem Durchmesser r_S von 1 [mm] verwendet. Die Ursache für die Wahl eines so dünnen Seils liegt in der generell hohen Dehnsteifigkeit der Dyneema-Seile. Dies bewirkt, dass es bei dickeren Seilen sehr schwer ist, Schwingungen festzustellen, da die Verformung unter einer Belastung entsprechend kleiner ist als bei dünneren Seilen. Die experimentell ermittelte Dämpfungskonstante b_S für die Längsschwingung ist masseunabhängig, aber nicht seilunabhängig. Für den Zusammenhang der Dämpfung zwischen unterschiedlichen Seilen fehlen jedoch die notwendigen Parameter. Die Verwendung der Dämpfungskonstante b_S eines Seils mit 1 [mm] Durchmesser für Simulationen von stärkeren Seilen desselben Typs stellt jedoch eine *worst-case*-Annahme dar.

In Tabelle 4 sind die wichtigsten Eigenschaften des verwendeten Seils aufgeführt. Das vom Hersteller angegebene Bruchlast-Dehnungsdiagramm ist in Abbildung 17 abgebildet und wird in Abbildung 18 noch einmal als Spannungs-Dehnungsdiagramm für das verwendete Seil dargestellt.

	Liros - Magic D-Pro	
Durchmesser d_S	1	[mm]
Bruchlast	130	[daN]
Spezifisches Gewicht ρ_S	0.96	$\left[\frac{kg}{dm^3}\right]$
Bruchdehnung	3.8	[%]

Tabelle 4: Eigenschaften des Seils Liros – Magic D-Pro 1mm

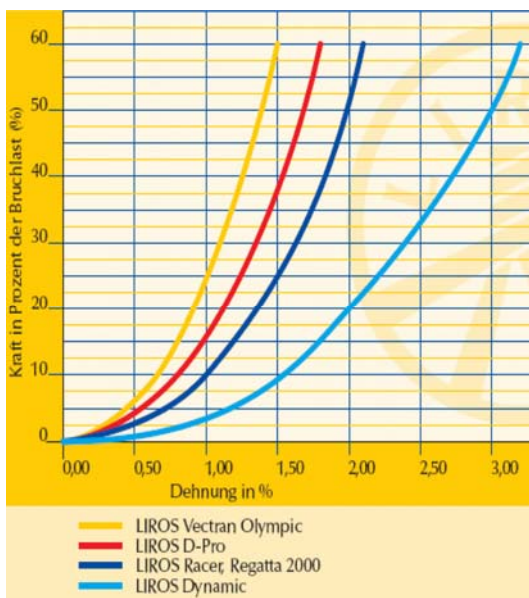


Abbildung 17: Bruchlast- Dehnungsdiagramm verschiedener Seile

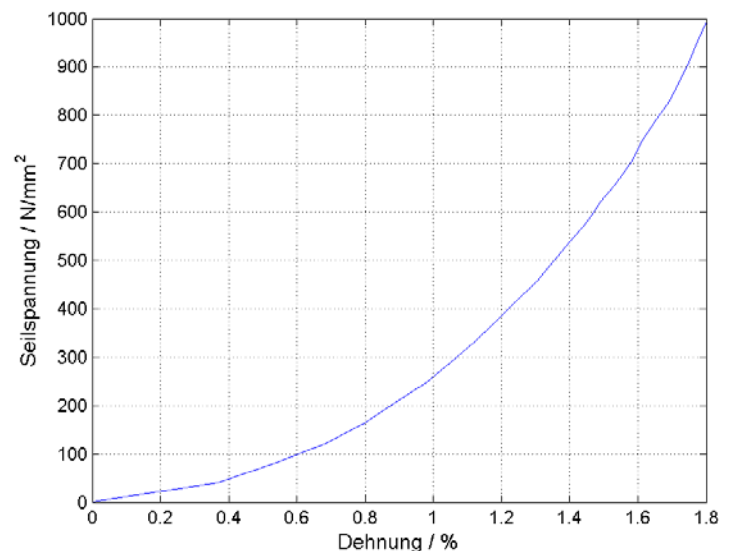


Abbildung 18: Spannungs- Dehnungsdiagramm Liros - Magic D-Pro 1mm

Man sieht, dass sich die Federkennlinie des Seils nicht nach dem linearen Stoffgesetz verhält. Da die verwendeten Modelle jedoch linear und zeitinvariant sein sollen, wird für die Simulation der E-Modul E_S bzw. die Federkonstante k_S um den jeweiligen Arbeitspunkt als linear und konstant betrachtet.

Für die Ermittlung der fehlenden Parameter soll folgendes Messprotokoll verwendet werden:

1. Der Versuchsablauf ist in der in Abbildung 14 beschriebenen Reihenfolge auszuführen.
2. Es sollen die, in Tabelle 5 angegebenen Messpunkte ermittelt werden. Die Vorspannungskraft F_{V2} ergibt sich aus der Auslenkung der sekundären Vorspannungseinrichtung Abbildung 16. Die Ermittlung der Messwerte erfolgt durch Notieren der momentanen Auslenkung der Markierung in der Seilmitte 3) an den Maxima, Minima und der Ruhelage der Schwingung anhand der Bilddaten sowie der zugehörigen Zeitpunkte. Als Referenz (Initialposition: $x_s(t = 0) = 0$ [mm]) dient die Position der Markierung in der

Seilmitte 3) zum Zeitpunkt $t = 0$ [s] direkt vor Durchtrennung des Drahtes 7). Das Kraftsignal dient zur Überprüfung der Vorspannungskräfte.

	Versuchszahl	Vorspannungskraft F_{V1}	Vorspannungskraft F_{V2}
Messung 1 & 2	2	10 [N]	F_{V2}
Messung 3 & 4	2	15 [N]	F_{V2}
Messung 5	1	20 [N]	F_{V2}
Messung 6	1	25 [N]	F_{V2}

Tabelle 5: Messpunkte für Longitudinalschwingungsversuch

3. Die Berechnung der fehlenden Seilmodellparameter aus den Versuchen erfolgt durch Vergleich der aufbereiteten Messdaten mit der expliziten Lösung des durch Gleichung (15) ausgedrückten Modells (Herleitung siehe Anhang Kapitel Explizite Lösung der linearen Schwingungsgleichung):

$$\begin{aligned}
 x_S(t) &= B_S e^{-\frac{b_S}{m_S} t} \cos(\omega_S t + \psi_S) \\
 &\text{mit :} \\
 B_S &= \sqrt{(A_{1S} + A_{2S})^2 + (A_{1S} - A_{2S})^2} \\
 \omega_S &= \frac{1}{m_S} \sqrt{2 k_S m_S - b_S^2} \\
 \psi_S &= \arctan\left(\frac{A_{1S} - A_{2S}}{A_{1S} + A_{2S}}\right)
 \end{aligned} \tag{17}$$

Die Konstanten B_S und ψ_S der Lösung werden durch die Anfangsbedingungen der beschriebenen Schwingung festgelegt. Wie bereits in der Beschreibung zu Abbildung 14-V erwähnt wurde, herrscht beim Auftreffen der Seilklemme auf die Stoppvorrichtung eine gewisse Geschwindigkeitsverteilung im Seil. Es ist jedoch äußerst schwierig diese zu messen. Sinnvoller ist es das erste Maximum in der Auslenkung der Seilmitte nach dem Durchtrennen des Drahtes 7) als Anfangsbedingung der betrachteten Schwingung zu verwenden. Man erhält somit die Anfangsbedingung:

$$\begin{aligned}
 x_S(t=0) &= B_{0S} \\
 \dot{x}_S(t=0) &= 0
 \end{aligned} \tag{18}$$

Daher ergibt sich die explizite Lösung der Differentialgleichung (15) zu:

$$x_S(t) = B_{0S} e^{-\frac{b_S}{m_S} t} \cos(\omega t). \tag{19}$$

Um die fehlenden Parameter: Federkonstante k_S und Dämpfungskonstante b_S mit Hilfe der in (19) erhaltenen Lösung der Schwingungsgleichung und den Messwerten zu ermitteln, müssen die Daten aufbereitet werden. Von jeder Messreihe mit Werten Δx_i wird die zugehörige Ruhelage subtrahiert und der Absolutwert der Messwerte gebildet:

$$x_{S_Messung_i} = |\Delta x_i - Ruhelage_i|. \tag{20}$$

Die Anfangsposition ist bei diesen Berechnungen wie bereits erwähnt nicht von Interesse. Mit den erhaltenen Werten $x_{S_Messung_i}$ aus (20) wird eine exponentielle Regression durchgeführt. Diese hat die Form:

$$x_{S_Fit} = B_{0S_Fit} e^{-\delta_{S_Fit} t} \quad (21)$$

Sie gibt die Hüllkurve über die Maxima und Minima der Schwingung an. Die \cos -Funktion in Gleichung (19) wird gleich 1 gesetzt und es kann der Koeffizientenvergleich zwischen (21) und (19) durchgeführt werden:

$$B_{0S_Fit} e^{-\delta_{S_Fit} t} = B_{0S} e^{-\frac{b_S}{m_S} t}. \quad (22)$$

Man erhält somit die Anfangsamplitude B_{0S} und den Dämpfungskoeffizienten b_S :

$$b_S = \delta_{S_Fit} m_S. \quad (23)$$

Die Federkonstante wird über die Kenntnis der gemessenen durchschnittlichen Periodendauer T_S der Schwingung in einer Messreihe und durch Umformen der Gleichung für ω_S in (92) ermittelt:

$$k_S = \left[\left(\frac{2\pi m_S}{T_S} \right)^2 + b_S^2 \right] \frac{1}{2m_S} \quad (24)$$

mit :

$$\omega_S = \frac{2\pi}{T_S}$$

II.4.3 Messergebnisse

In diesem Unterkapitel werden die Messergebnisse der Longitudinalschwingungsversuche vorgestellt und diskutiert.

Tabelle 6 gibt die relative Position Δx_i der Markierung in der Mitte des Seiles 3) zum zugehörigen Zeitpunkt t_i im Vergleich zur Anfangsposition für die Maxima und Minima der optischen Messdaten wieder. Das verwendete Seil hat eine Länge l_S von 1.995 [m]. In der letzten Spalte sind die Ruhelagen zu den jeweiligen Messreihen zu finden.

	Max. 1	Min. 1	Max. 2	Min. 2	Max. 3	Min. 3		Ruhelage
Δx_1 [mm]	1.96	1.40	1.79					1.62
t_1 [ms]	1.3	1.9	2.6					
Δx_2 [mm]	1.58	1.24	1.58					1.39
t_2 [ms]	1.0	1.2	1.5					
Δx_3 [mm]	1.80	1.47	1.80	1.47	1.80	1.58		1.64
t_3 [ms]	1.1	1.5	2.0	2.3	2.6	2.8		
Δx_4 [mm]	2.65	1.77						2.10
t_4 [ms]	1.4	2.6						
Δx_5 [mm]	1.19	0.76	1.08	0.76	1.03	0.86		0.92
t_5 [ms]	1.0	1.4	1.6	1.8	2.0	2.2		
Δx_6 [mm]	1.26	1.01	1.26	1.01	1.21			1.11
t_6 [ms]	0.3	0.5	0.6	0.8	1.0			

Tabelle 6: Auswertung der optischen Messreihen

Zum Erhalt der Tabelle 6 wurden Gleichung (20) und die exponentielle Regression (21) verwendet. Es ergeben sich folgende Werte für die Anfangsamplitude B_{0S} , den Dämpfungskoeffizienten b_S , sowie die zugehörige Sekundärvorspannung σ_{V2} und die gemessene mittlere Periodendauer T_S . Die letzten zwei Spalten enthalten die Güteparameter: Summe der quadrierten Residuen (*explained sum of squares*) SSE_{exp_Fit} und das Bestimmtheitsmaß (*r-square*) $R^2_{exp_Fit}$ der exponentiellen Fits. Diese werden nach Formel (25) berechnet [HTTP://DE.WIKIPEDIA.ORG/WIKI/BESTIMMTHEITSMA%C3%9F], [THE MATH WORKS, INC., 2006], [BRONSTEIN I. N. ET AL., 2005].

	B_{0S} [mm]	$\frac{b_S}{m_S}$ [$\frac{1}{s}$]	b_S [$\frac{kg}{s}$]	σ_{V2} [$\frac{N}{mm^2}$]	T_S [s]	SSE_{exp_Fit}	$R^2_{exp_Fit}$
Messung1	0.34	589.8	0.8825	100	0.0005	0.000461	0.969040
Messung2	0.18	1249.0	1.8688	97	0.0024	0.000558	0.914750
Messung3	0.27	719.5	1.0766	93	0.0007	0.002032	0.926670
Messung4	0.55	423.5	0.6337	115	0.0003	0.000000	1.000000
Messung5	0.26	893.8	1.3373	91	0.0005	0.002825	0.886450
Messung6	0.15	1460.0	2.1845	77	0.0013	0.003018	0.433960

Tabelle 7: Ausgewertete Messreihen der Longitudinalschwingungsversuche

$$\begin{aligned}
 SSE_{exp_Fit} &= \sum_i^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \\
 SST_{exp_Fit} &= \sum_i^n (y_i - \bar{y})^2 \\
 R^2_{exp_Fit} &= 1 - \frac{SSE_{exp_Fit}}{SST_{exp_Fit}}
 \end{aligned}
 \tag{25}$$

mit :

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_i^n y_i$$

\hat{y}_i ... Funktionswerte an der Stelle x_i aus dem Regressionsmodell

In Abbildung 19 wird die Abhängigkeit der Dämpfungskonstante b_S von der Seilspannung σ_{V2} dargestellt. Diese Abhängigkeit ist aber wie folgt erklärt mit Vorsicht zu behandeln.

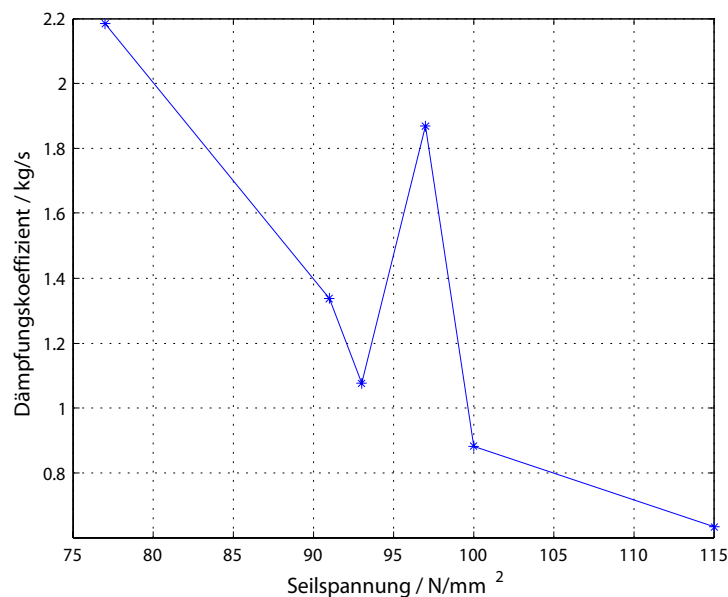


Abbildung 19: Dämpfungskoeffizient in Abhängigkeit der sekundären Vorspannung σ_{V2}

Die berechneten Werte aus Tabelle 7 bedürfen einer genaueren Betrachtung. Gütewerte sagen etwas über die Genauigkeit aus, mit der ein Regressionsmodell an den Stützstellen (hier zu den Zeitpunkten t_i) mit den gemessenen Funktionswerten übereinstimmt. Je näher der Wert $R_{exp_Fit}^2$ bei 1 liegt und je kleiner die Summe der quadrierten Residuen SSE_{exp_Fit} des Fits ist, umso besser scheint der Fit an die Realität heran zu kommen. Jedoch dürfen Aussagen über die Güte einer Regression nicht ohne das Wissen über die ursprünglichen Daten gemacht werden. Messung 4 aus Tabelle 7 dürfte demnach die perfekte Regression dieser Messreihe sein. Diese Messung enthält jedoch nur 2 Messwerte abgesehen von der Anfangsposition (siehe Tabelle 6). Fast jeder Fit kann durch 2 Punkte gelegt werden, ohne Abweichungen zu ergeben. Somit kann das Ergebnis aus Messung 4 nicht ernsthaft für eine Bestimmung der Seilmodellparameter herangezogen werden. Messungen 5 und 6 haben im Vergleich zu den ersten 3 Messungen relativ schlechte Gütewerte. Da Messung 3 am meisten Werte der 3 übrigen Messungen und eine durchaus akzeptable Güte des Fits aufweist, sollen die Werte dieser Messreihe weiter für die kommenden Simulationen verwendet werden.

Für die Federkonstante $k_{S-\frac{l_S}{2}}$ der Messreihe 3 bezogen auf die halbe Seillänge l_S erhält man nach Formel (24):

$$k_{S-\frac{l_S}{2}} = 60980.4 \left[\frac{N}{m} \right] \quad (26)$$

Bezieht man die Federkonstante auf 1 [m] Seillänge, so erhält man:

$$k_S = k_{S-\frac{l_S}{2}} \frac{l}{2} = 60828.0 \left[\frac{N}{m} \right] \quad (27)$$

Um das Ergebnis auf Plausibilität zu kontrollieren, wird die Federkonstante mit der in Kapitel II.3.5 vorgestellten Abschätzung für Dyneemaseile verglichen. Mit den Werten aus Tabelle 1 ergibt sich die Federkonstante nach Gleichung (10) zu:

$$k_{S_{geschätzt-\frac{l_S}{2}}} = 2 \frac{E_S A_S}{l_S} = 2 \frac{10500 \cdot 0.5^2 \pi}{1.995} = 82673 \left[\frac{N}{m} \right]. \quad (28)$$

Der Vergleich der Ergebnisse in (26) und (28) zeigt, dass die Größenordnung der Messung plausibel ist.

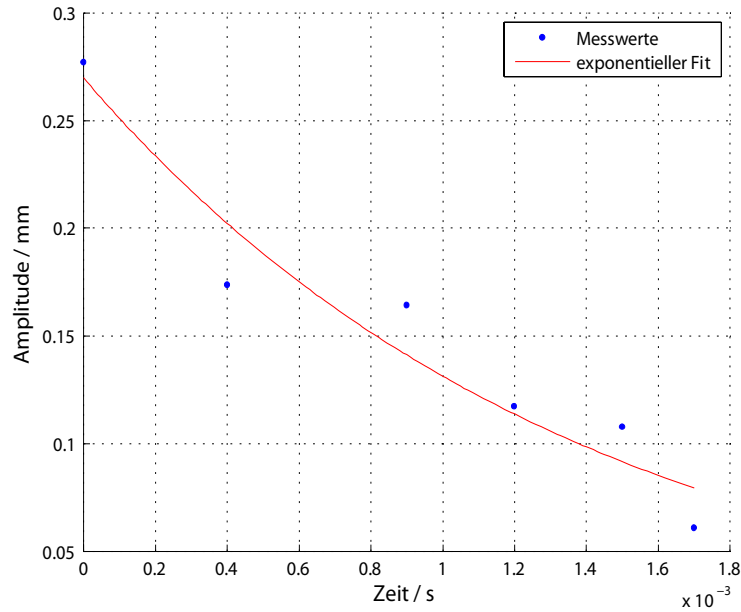


Abbildung 20: Exponentielle Regression der Messreihe 3

Die optischen Daten der Messreihe 3 korrespondierend zu Tabelle 6 sehen wie folgt aus:

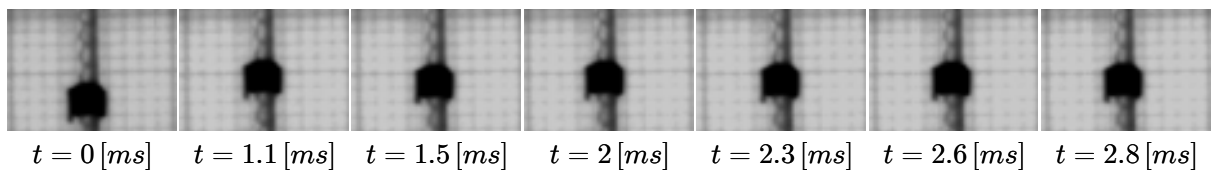


Abbildung 21: Longitudinalschwingung Messreihe 3

Abschließend soll noch das Kraftsignal der Messreihe 3 genauer untersucht werden.

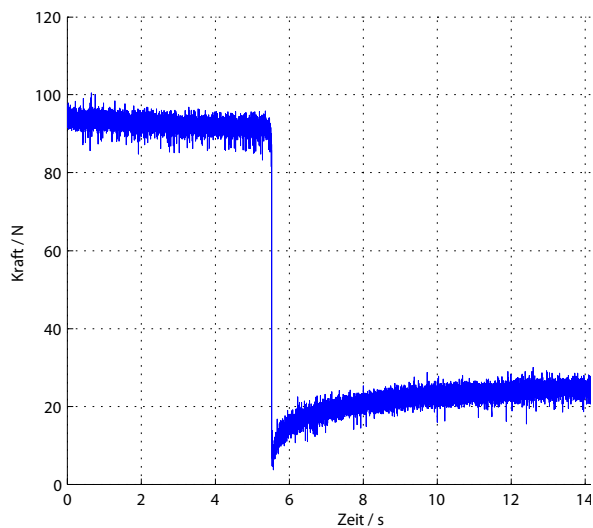


Abbildung 22: Kraftsignal der Messreihe 3

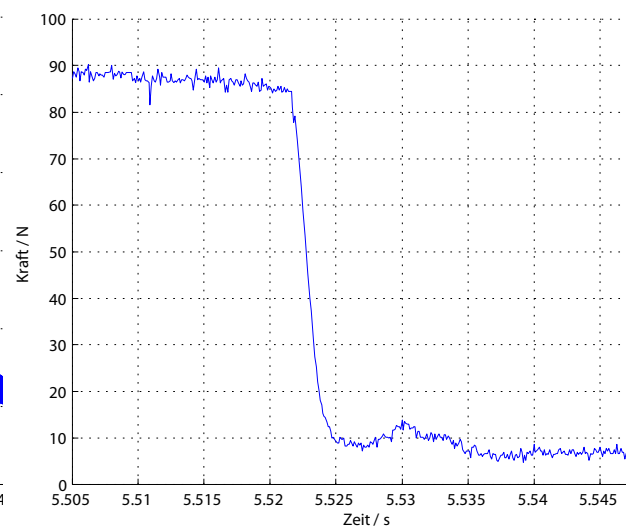


Abbildung 23: Zoom Kraftsignal der Messreihe 3

Die durchschnittliche Periodendauer der Schwingung aus Messreihe 3 beträgt $0,7 \text{ [ms]}$. Wie in Abbildung 22 zu erkennen ist, ist das Kraftsignal mit einem Rauschen einer Amplitude von etwa 3 [N] überlagert. Man sieht nach dem Kraftsprung wieder ein leichtes Ansteigen der Kraft im Seil. Dies

muss aber aus Effekten wie dem wieder Zusammenziehen der Seilfasern, oder ähnlichem kommen, da die Schwingung innerhalb etwa einer hundertstel Sekunde abgeklungen ist. Auch aus Abbildung 23 ist keine größere Schwingung der Periodendauer von $0.7 [ms]$ zu erkennen. Womit die Annahme bestätigt ist, dass der Kraftsensor nicht in der Lage ist, die Längsschwingungen für die durchgeführten Messungen aufzulösen.

Zur Veranschaulichung sollen die erhaltenen Seilparameter der Messreihe 3 (Dämpfungskoeffizienten b_S , Federkonstante k_S) in die Simulation des durch Gleichung (15) beschriebenen Modells eingesetzt werden. Es wirkt zum Zeitpunkt $t = 0.005 [s]$ ein Kraftsprung ΔF_S auf das Einmassenschwingersystem, der genau die Anfangsamplitude B_{0S} der Messreihe 3 erzeugt. Die Parameter der Simulation entsprechen den Werten aus dem Versuch:

$$\begin{aligned}
 b_S &= 1.0766 \left[\frac{kg}{s} \right] \\
 k_S &= 60980.4 \left[\frac{N}{m} \right] \\
 l_S &= 1.995 [m] \\
 B_{0S} &= 0.34 [mm] \\
 \rho_S &= 0.96 \left[\frac{kg}{dm^3} \right] \\
 d_S &= 1 [mm] \\
 m_S &= \rho_S \frac{d_S^2 \pi}{4} l_S 10^{-3} = 0.0015 [kg] \\
 \Delta F_S &= 2 k_S B_{0S} = 41.5 [N]
 \end{aligned} \tag{29}$$

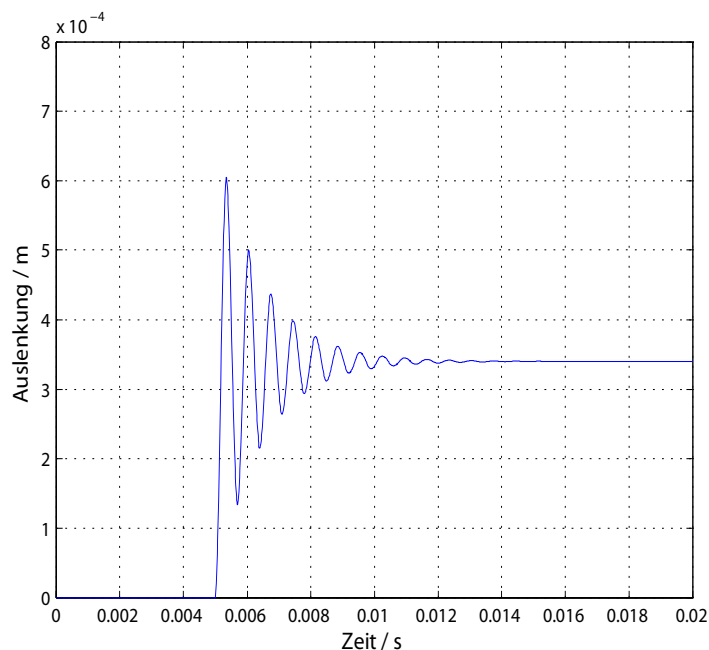


Abbildung 24: Simulation des Einmassenschwingersmodells mit Werten der Messreihe 3

II.5 Simulation

In diesem Kapitel werden Kraft- und Positionsregelmodelle vorgestellt. An diesen werden Simulationen mit den zuvor aufgestellten Modellen und den ermittelten Parametern durchgeführt. Die Ergebnisse der Simulationen sollen das Verhalten eines gesamten 1-D Antriebsstrangs des SMS-Seilroboters abschätzbar machen und die Komponentenauswahl erleichtern.

II.5.1 Kraftregelung

Das Kraftregelungsmodell soll eine Aussage über den Einfluss der Längsschwingungen im Seil des Antriebsstranges bringen. Die Möglichkeiten der Beeinflussung der Schwingungen durch einen Regelkreis wird vorgestellt. Zudem wird das störende Rauschen eines Kraftsignals in die Simulation eingebunden. Durch eine Stabilitätsanalyse wird der Regler ausgelegt und das Verhalten des Systems in diesem stabilen Bereich untersucht.

II.5.1.1 Modell

Die Modelle der einzelnen Komponenten des Seilroboterantriebsstranges wurden bereits in Kapitel II.3 vorgestellt. Diese werden nun zu einem Antriebsstrang zusammengefügt. Ein Ende des Seiles wird über einen Kraftsensor an einem fixen Endeffektor befestigt. Von dort läuft es über die Seilrolle zur Seilwinde. Die Seilwinde ist am Motor befestigt, der momentengeregt ist (Abbildung 25).

Das mathematische Modell des 1-D Antriebsstrangs zur Kraftregelung lässt sich durch folgendes Gleichungssystem ausdrücken:

$$\left\{ \begin{array}{l} m_{S1} \ddot{x}_{S1} = b_{S2}(r_{SR} \dot{\phi}_{SR} - \dot{x}_{S1}) + k_{S2}(r_{SR} \phi_{SR} - x_{S1}) - \\ \quad b_{S1} \dot{x}_{S1} + k_{S1} x_{S1} \\ J_{SR} \ddot{\phi}_{SR} = (b_{S3}(\dot{x}_{S3} - r_{SR} \dot{\phi}_{SR}) + k_{S3}(x_{S3} - r_{SR} \phi_{SR}))r_{SR} - \\ \quad (b_{S2}(r_{SR} \dot{\phi}_{SR} - \dot{x}_{S1}) + k_{S2}(r_{SR} \phi_{SR} - x_{S1}))r_{SR} - b_{SR} r_{SR} \dot{\phi}_{SR} \\ m_{S2} \ddot{x}_{S3} = b_{S4}(r_{SW} \dot{\phi}_{SW} - \dot{x}_{S3}) + k_{S4}(r_{SW} \phi_{SW} - x_{S3}) - \\ \quad b_{S3}(\dot{x}_{S3} - r_{SR} \dot{\phi}_{SR}) + k_{S3}(x_{S3} - r_{SR} \phi_{SR}) \\ J_{SW} \ddot{\phi}_{SW} = \tau_{SW}(t) - (b_{S4}(r_{SW} \dot{\phi}_{SW} - \dot{x}_{S3}) + k_{S4}(r_{SW} \phi_{SW} - x_{S3}))r_{SW} \end{array} \right. \quad (30)$$

Dieses Gleichungssystem beschreibt die Verbindung der einzelnen Komponenten des Antriebsstranges über die Seilkräfte F_S . Da jede Komponente mit einer gewöhnlichen Differentialgleichung modelliert wurde, besteht der gesamte Antriebsstrang auch nur aus einem System gewöhnlicher Differentialgleichungen. Dieses ermöglicht es die gesuchte Ausgangsgröße des Systems, die am Endeffektor angreifende Kraft F_{S1} , als Streckenübertragungsfunktion darzustellen. Eine genaue Herleitung befindet sich im Anhang (Kapitel V.C).

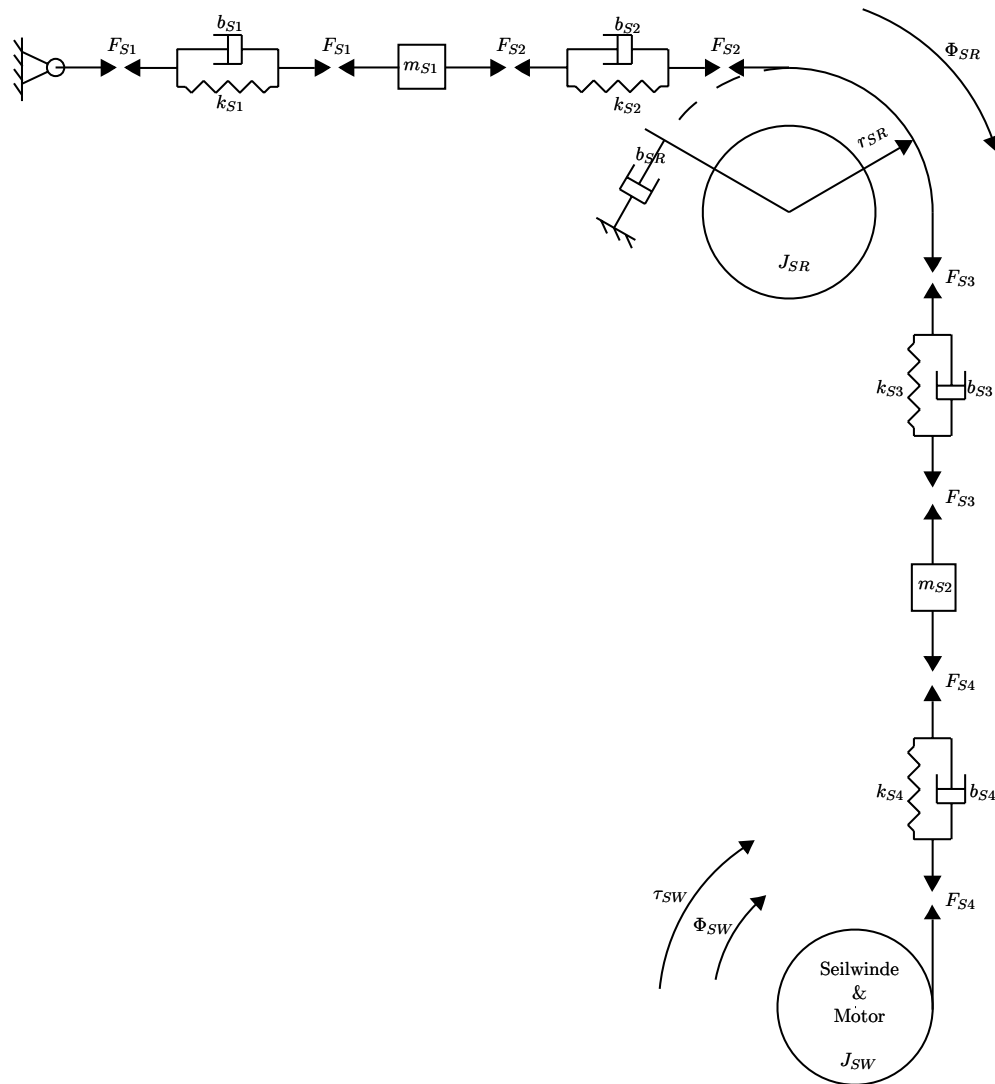


Abbildung 25: Vereinfachtes Streckenmodell für den Kraftregelkreis

Für die Simulation des Antriebsstranges wird ein Seil vom Typ Liros Magic D-Pro mit einem Durchmesser $d_S = 3 \text{ [mm]}$ verwendet. Es handelt sich um den selben Seiltyp wie in Kapitel II.4. Die Umrechnung der Federkonstanten k_S zwischen den Seilen mit unterschiedlichem Durchmesser erfolgt somit rein über den Querschnitt A_S des Seils:

$$k_{S_3mm} = k_{S_1mm} \frac{A_{S_3mm}}{A_{S_1mm}}. \quad (31)$$

Wie zuvor sollen die Werte der Messreihe 3 aus Kapitel II.4 verwendet werden. Siehe (27). Man erhält somit für die Federkonstante:

$$k_S = k_{S_3mm} = 60828 \frac{\frac{3^2 \pi}{4}}{\frac{12^2 \pi}{4}} = 547452 \left[\frac{\text{N}}{\text{m}} \right] \quad (32)$$

Die Simulation wird mit den bereits vorgestellten Parametern der einzelnen Komponenten sowie einer Geometrie des Antriebsstrangs durchgeführt, die möglichst gut der Realität entspricht (Tabelle 8).

Variable	Wert	Einheit		Variable	Wert	Einheit
b_S	1.0766	$[\frac{kg}{s}]$		$k_{S4} = k_{S3}$	608279.5	$[\frac{N}{m}]$
b_{SR}	0.01	$[\frac{kg}{m \cdot s}]$		$l_{S01} = \frac{l_{S02}}{2}$	2	$[m]$
ρ_S	0.96	$[\frac{kg}{dm^3}]$		l_{S02}	4	$[m]$
J_{SR}	0.0001	$[kg \cdot m^2]$		$l_{S03} = \frac{l_{S04}}{2}$	0.9	$[m]$
J_{SW}	0.001	$[kg \cdot m^2]$		l_{S04}	1.8	$[m]$
$k_{S1} = \frac{k_S}{l_{S01}}$	273725.8	$[\frac{N}{m}]$		$m_1 = \rho_S \frac{d_S^2 \pi}{4} l_{S02}$	0.0271	$[kg]$
$k_{S2} = k_{S1}$	273725.8	$[\frac{N}{m}]$		m_2	0.0122	$[kg]$
$k_{S3} = \frac{k_S}{l_{S03}}$	608279.5	$[\frac{N}{m}]$				

Tabelle 8: Parameter Kraftregelungsmodell

II.5.1.2 Reglerauslegung und Stabilitätsanalyse

Dieser Abschnitt stellt die Auslegung eines proportionalen Kraftreglers vor. Durch Stabilitätsanalyse des gesamten Regelkreises kann infolge das Verhalten des Gesamtsystems für stabile Werte von P untersucht werden. Die mögliche Wirkung eines Bedieners auf die Regelung wird in den Regelschemata angedeutet, aber ein Modell des Bedieners ist noch nicht integriert.

Der einfachste Weg den Antriebsstrang zu verwenden, ist ihn ohne Regelung zu betreiben (Steuerung, *open-loop control*).

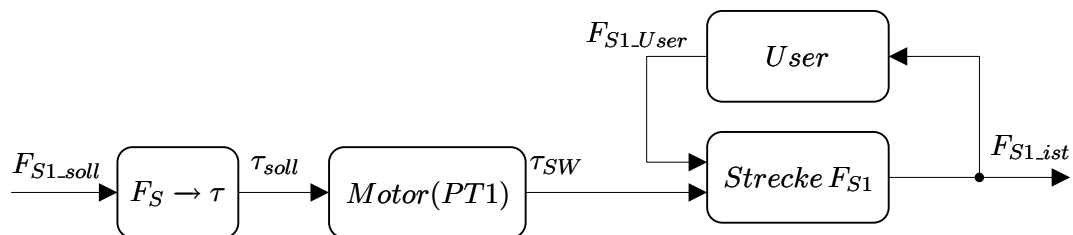


Abbildung 26: Kraftsteuerung

Der Term $F_S \rightarrow \tau$ in Abbildung 27 bedeutet die Umrechnung der Kraft F_S zu Drehmoment τ über den Radius der Seilwinde r_{SW} und vice versa für $\tau \rightarrow F_S$:

$$\begin{aligned} \tau &= F_S r_{SW} \\ F_S &= \frac{\tau}{r_{SW}} \end{aligned} \quad (33)$$

Zur Kraftregelung des Antriebsstrangs soll die Ausgangsgröße F_{S1_ist} zum P-Regler rückgeführt werden, um Abweichungen von der Sollkraft F_{S1_soll} auszuregeln. Hierbei wird die Annahme getroffen, dass man über einen idealen Kraftsensor verfügt, der keine Störungen im Signal aufweist.

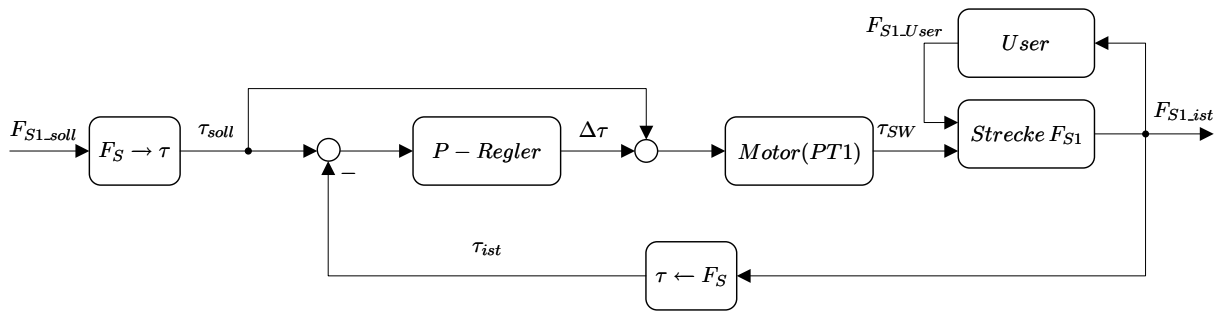


Abbildung 27: Kraftregelschema

Die Simulation soll an einem Regelkreis durchgeführt werden, der auch Störungen in Form eines Rauschens im Kraftsignal berücksichtigt. Dieses soll jedoch mittels eines Tiefpassfilters mit der Übertragungsfunktion

$$Tiefpass = \frac{1}{\frac{1}{2\pi f}s + 1} \quad (34)$$

mit :

$$f = 50 [Hz]$$

unterdrückt werden. Siehe Abbildung 28.

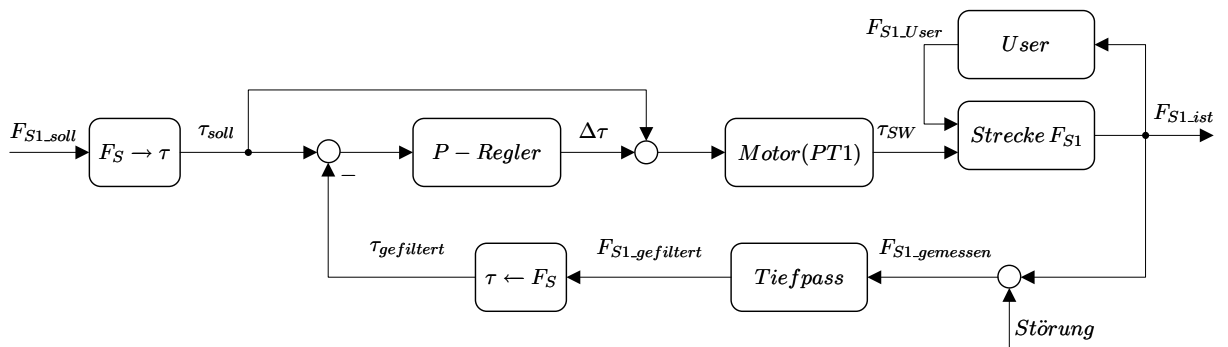


Abbildung 28: Kraftregelschema mit Sensor

Zum Auslegen des P-Reglers wird der Regelkreis auf BIBO-Stabilität untersucht. Eine BIBO-stabile Übertragungsfunktion darf nur Polstellen mit negativem Realteil besitzen. Stellt man die Übertragungsfunktion des in Abbildung 28 dargestellten Regelkreises auf, so ergibt sich das Nennerpolynom zu:

$$\nu_{Stabilität} = \nu_{Motor(PT1)} \nu_{Strecke F_{S1}} \nu_{Tiefpass} + P(\tau \rightarrow F_S) \mu_{Motor(PT1)} \mu_{Strecke F_{S1}} \mu_{Tiefpass} \quad (35)$$

mit :

μ ... Zählerpolynom der Übertragungsfunktion

ν ... Nennerpolynom der Übertragungsfunktion

Alle Parameter dieser Gleichung mit Ausnahme der Reglerverstärkung P sind durch die Antriebsgeometrie oder die Antriebskomponenten gegeben. Ist dieses Nennerpolynom $\nu_{Stabilität}$ ein Hurwitzpolynom, so ist die BIBO-Eigenschaft erfüllt.

Mit dem „Routh-Kriterium“ [HORN M. *et al.*, 2004] ist es möglich einen Bereich für P zu bestimmen, sodass das Kraftregelschema aus Abbildung 28 BIBO-stabil ist:

$$[-0.9 \leq P \leq 0.508] \quad (36)$$

Im folgenden Kapitel wird der Stabilitätsbereich (36) von P zur Interpretation des Verhaltens des Antriebsstrangs verwendet.

II.5.1.3 Ergebnisse

Da die Übertragungsfunktion des Antriebsstranges in expliziter Form angegeben werden kann, ist es möglich das Bode-Diagramm des Antriebsstranges zu erhalten. Siehe Abbildung 29.

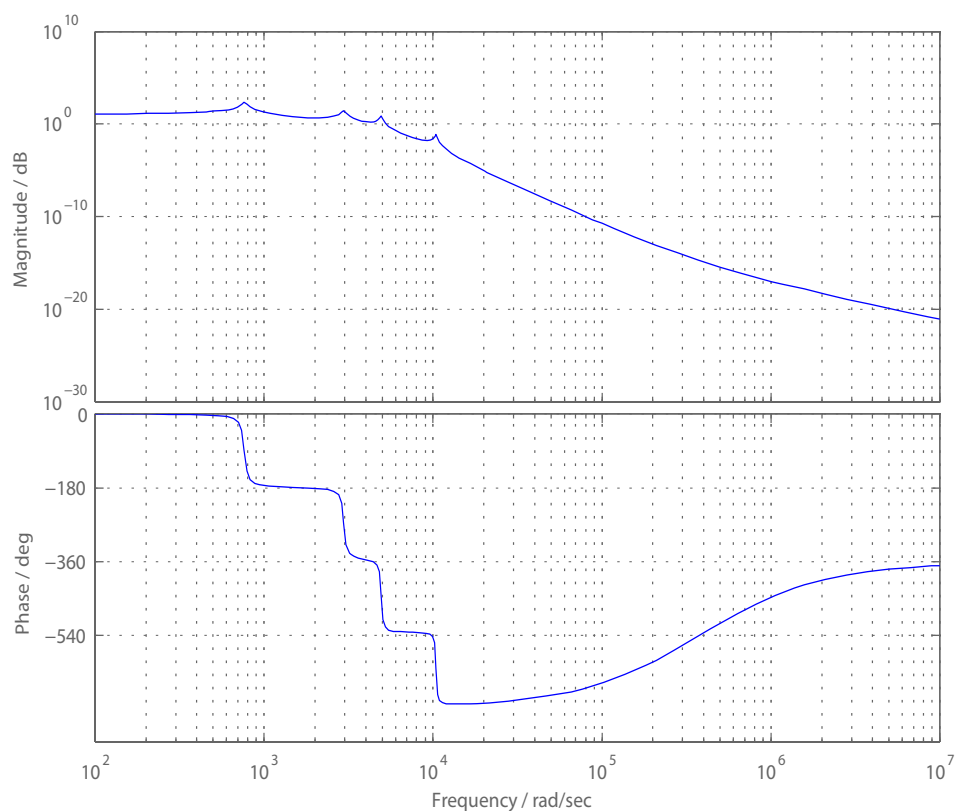


Abbildung 29: Bode-Diagramm des Kraftregelmodells

Das Bode-Diagramm sagt aus, wo die Eigenfrequenzen der Übertragungsfunktion des Streckenmodells für den Kraftregelkreis liegen (Spitzen in der Funktion der Betragskennlinie des Frequenzganges (Magnitude) und die Phasensprünge von -180° in der Phasenkennlinie). Dies ist für die Anwendung des Antriebsstranges sehr relevant zu wissen, da die Eigenfrequenzen des Systems möglichst hohe Werte annehmen sollen, um einen dynamischen Roboter zu erhalten. Diese sind den Komponenten im System durch deren unterschiedliche Trägheit leicht zuzuordnen. Man sieht demnach, dass es sich um ein 4-Massensystem handeln muss (in der Reihenfolge von niedriger zu hoher Eigenfrequenz: Seilwinde, Seilrolle und zwei Seilabschnitte). Weiters kann man erkennen, dass

die einzelnen schwingfähigen Systeme gedämpft sind, da sonst unendlich große Betragsspitzen in der Betragskennlinie (*Magnitude*) auftreten würden (würde man das System bei solch einer Eigenfrequenz anregen, käme es zur Resonanzkatastrophe). Das Bodediagramm lässt weiters den Schluss zu, dass die zu betrachtenden Seilanschwingungen nur geringen Einfluss auf das Gesamtsystem haben werden, da der Arbeitsbereich des Roboters unter der ersten Eigenfrequenz liegen soll, die der Seilwinde- und Motor Einheit entspricht.

Im Folgenden werden die Kraftsprungantworten des Antriebsstranges im stabilen Bereich für P (36) untersucht.

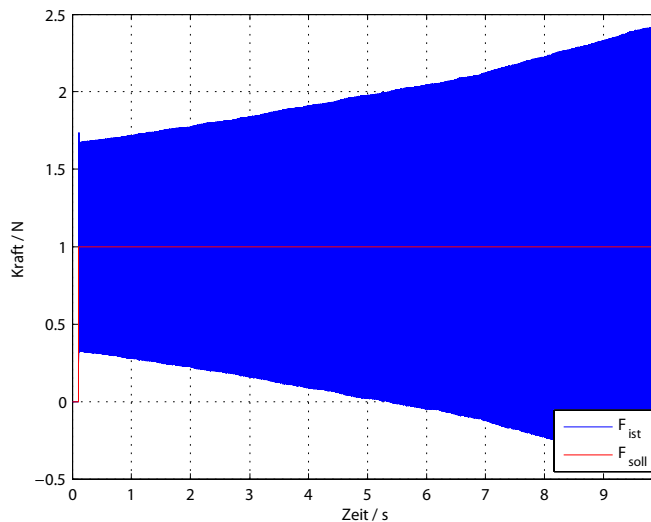


Abbildung 30: Sprungantwort mit $P=0.51$

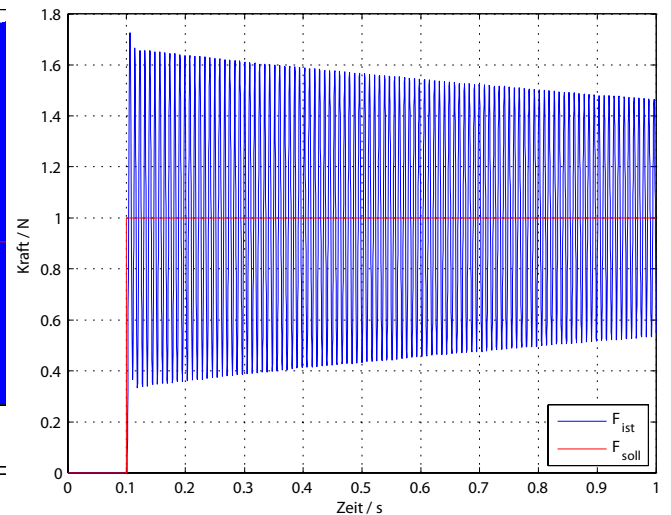


Abbildung 31: Sprungantwort mit $P=0.5$

In Abbildung 30 wurde der Wert für P oberhalb des Stabilitätsbereichs gewählt und es kann ein stetiger Anstieg der Kraftamplitude erkannt werden. Abbildung 31 zeigt bereits stabiles Verhalten trotz hochfrequenten Schwingens klingt die Amplitude ab.

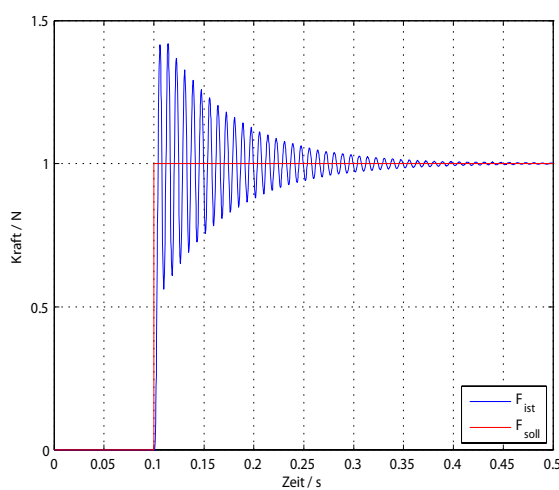


Abbildung 32: Sprungantwort mit $P=0.2$

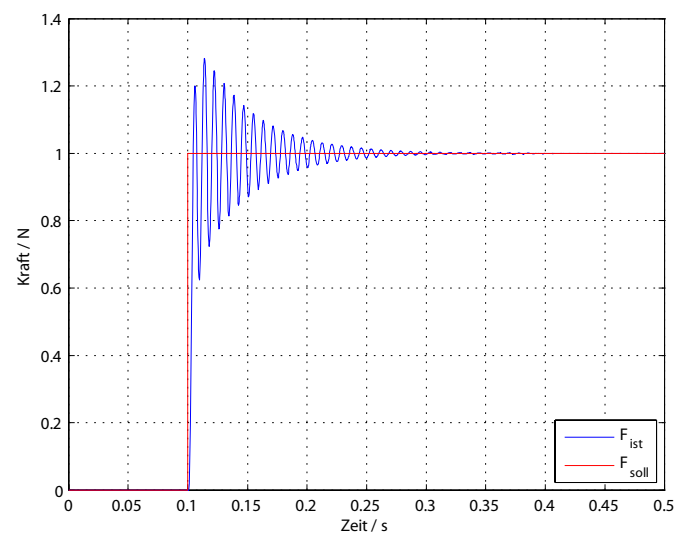


Abbildung 33: Sprungantwort mit $P=0$ (open loop control)

Bei niedrigeren P-Werten klingt die Schwingung bedeutend schneller ab (Abbildung 32). Betrachtet man jedoch, den open-loop Regler (Abbildung 33), so sieht man ein, dass ein P-Regler mit positiven P-Werten nicht Sinn macht, da das Resultat trotz Mehraufwand schlechter (länger anhaltende Schwingungen) ist.

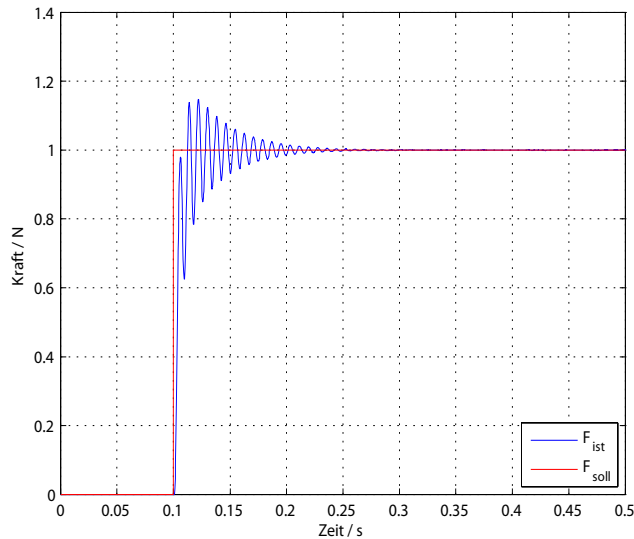


Abbildung 34: Sprungantwort mit $P = -0.2$

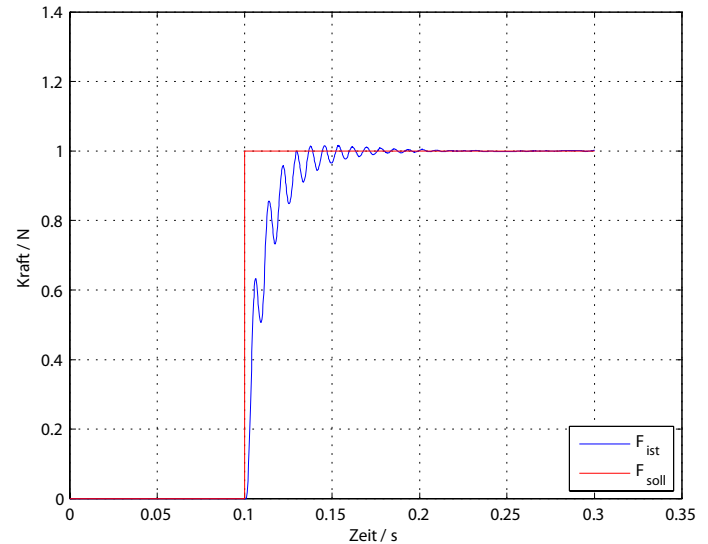


Abbildung 35: Sprungantwort mit $P = -0.5$

Werden jedoch negative Werte verwendet, so sieht man schnelleres Abklingen der Kraftamplitude (Abbildung 34) als bei open-loop Regelung. Senkt man die Werte von P weiterhin, so erkennt man einen Übergang von gedämpftem Schwingungsverhalten zum aperiodischen Grenzfall.

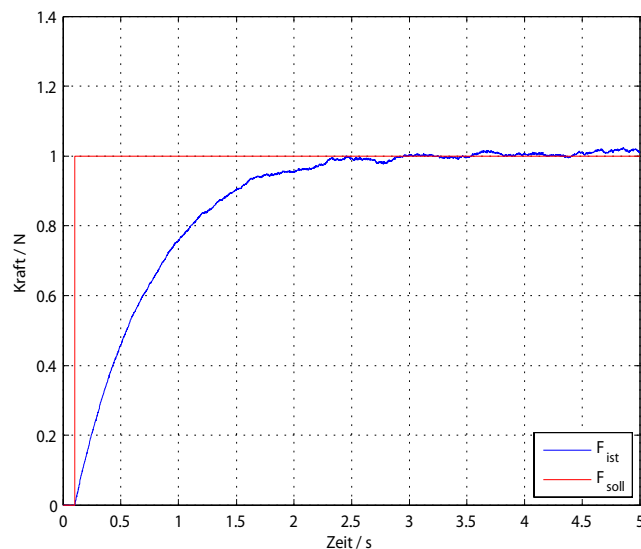


Abbildung 36: Sprungantwort mit $P = -0.99$

An der unteren Stabilitätsgrenze geht das aperiodische Verhalten (Abbildung 36) in ein Kriechen über.

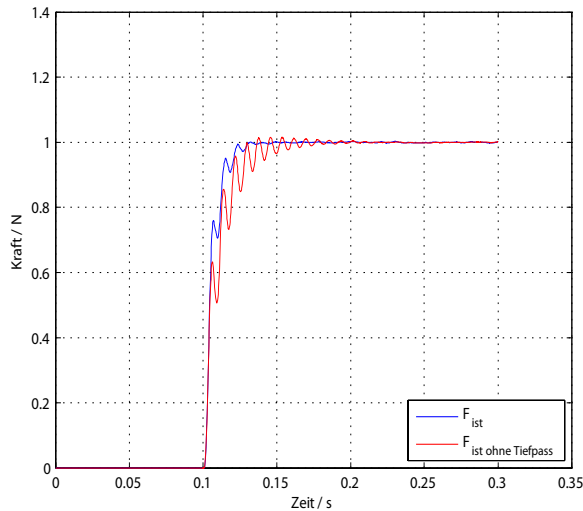


Abbildung 37: Vergleich der Sprungantworten mit und ohne Tiefpassfilter mit $P=-0.5$

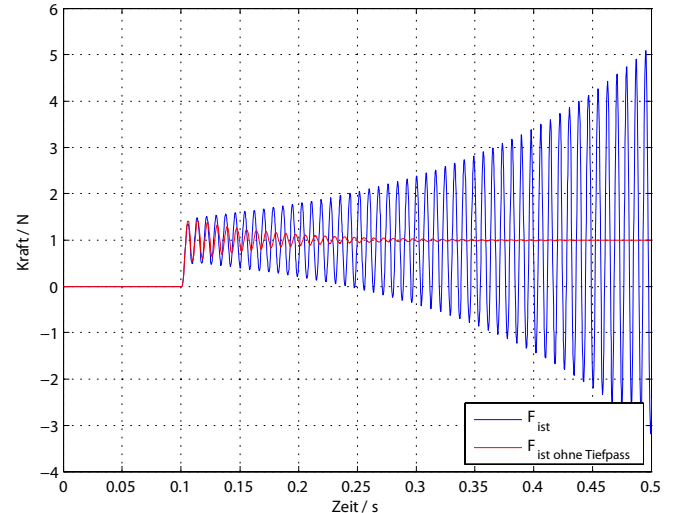


Abbildung 38: Vergleich der Sprungantworten mit und ohne Tiefpassfilter mit $P=0.2$

Vergleicht man das Verhalten eines Regelkreises mit und ohne Tiefpassfilter, so kann man eindeutig die stabilisierende Wirkung des Tiefpasses erkennen. In Abbildung 37 wird der Sollwert von $1 [N]$ schneller erreicht. Bei Abbildung 38 kann man sogar eine Veränderung des Stabilitätsbereiches erkennen. Während das Kraftsignal des Regelkreises mit Tiefpassfilter abklingt, befindet sich jenes ohne bereits im instabilen Bereich für denselben P-Wert.

Zusammenfassend lässt sich über die Kraftregelung sagen, dass es mit einem P-Regler im Rahmen der vorgestellten Regelkreise nur sinnvoll ist, negative P-Werte zu verwenden, oder den Antriebsstrang einfach im open-loop Betrieb zu lassen. Wie zu erwarten war, haben die Longitudinalschwingungen der Seile keinen merkbaren störenden Einfluss auf den Antriebsstrang und tauchen in den betrachteten Sprungantworten nicht auf. Die Schwingungen von etwa $100 [Hz]$ entspricht der Eigenfrequenz der Seilwinde und dem Motor.

II.5.2 Positionsregelung

Das Ziel dieses Kapitels ist es, ein Modell zur Positionsregelung aufzustellen. Dieses Modell wird v.a. dazu verwendet, die Auflösung eines Encoders zur Positionsregelung zu bestimmen.

II.5.2.1 Modell

Positionsänderung bedeutet Seillängenänderung und dieses wiederum zieht eine Änderung der Federkonstanten nach sich. Es wurde bereits in der Evaluierung des Kraftregelmodells gezeigt, dass eine Longitudinalschwingung des Seils kaum Einfluss auf das Verhalten der gesamten Regelstrecke hat. Aus diesem Grund wird das Positionsregelmodell ähnlich dem Kraftregelmodell aus Kapitel II.5.1 aus LZI-Komponenten aufgebaut, die über Seilstücke miteinander verbunden sind. Der Unterschied

zum Kraftregelmodell ist, dass sich der Endeffektor in Seilrichtung bewegen kann, dieser massebehaftet ist (Masse m_{S0}) und dass der Benutzer auf diesen mit einer Kraft F_{S0} einwirken kann (Abbildung 40). Die mögliche Wirkung eines Bedieners auf die Regelung wird in den Regelschemata angedeutet, ist aber nicht explizit modelliert.

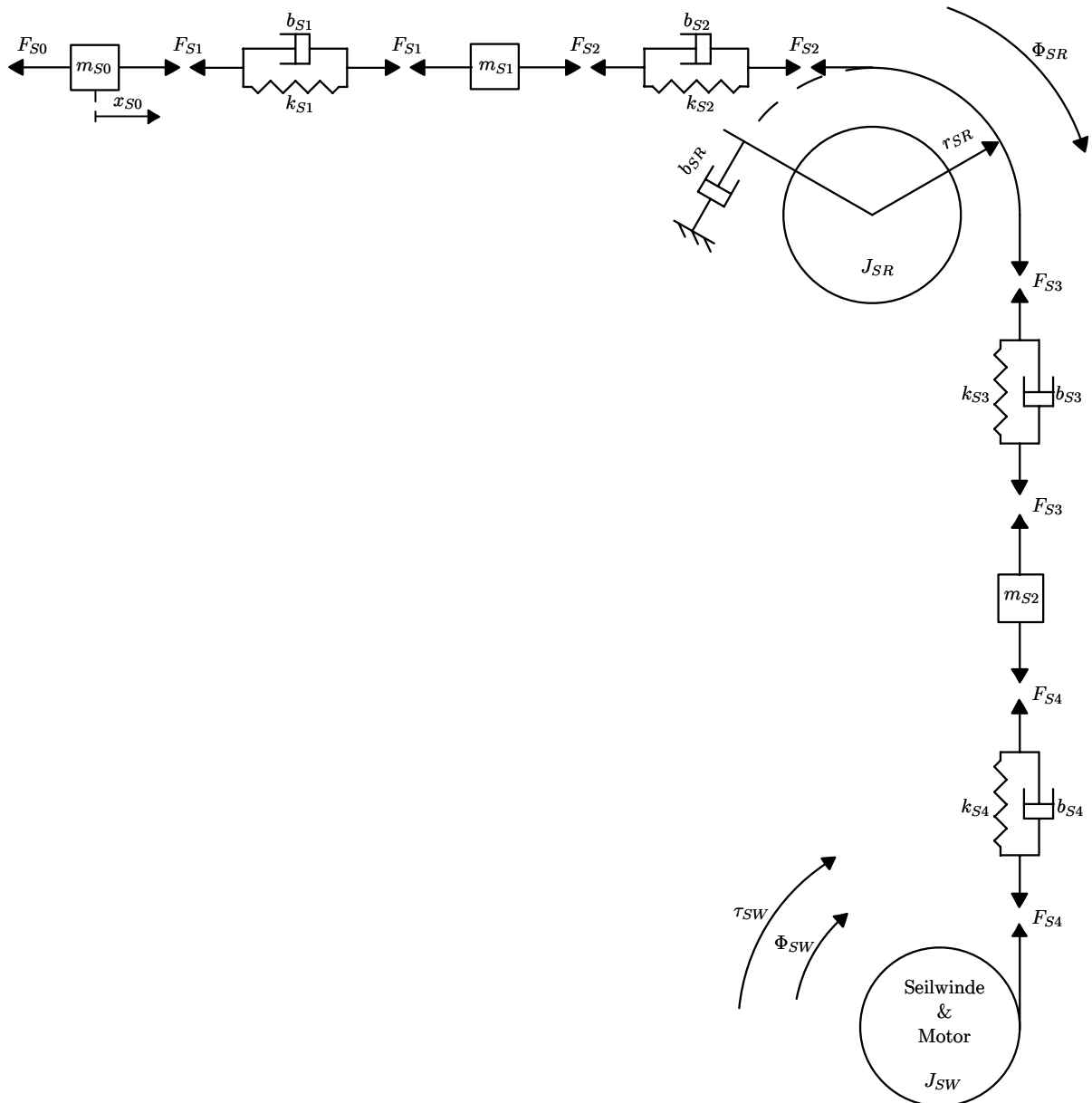


Abbildung 39: Vereinfachtes Streckenmodell des Positionsregelkreises

Die Eingangsgrößen des Streckenmodells des Positionsregelkreises sind einerseits das Moment an der Seilwinde τ_{SW} und andererseits die angreifende Kraft am Endeffektor F_{S0} . Die gesuchte Größe ist die Endeffektorposition x_{S0} , die mittels Seilwindenwinkels Φ_{SW} geregelt werden soll. Es werden somit zwei Streckenübertragungsfunktionen benötigt: Jene für den Seilwindenwinkels Φ_{SW} und die für die Ausgangsgröße x_{S0} .

Das gewöhnliche Differentialgleichungssystem des Streckenmodells des Positionsregelkreises sieht folgendermaßen aus:

$$\left\{ \begin{array}{l} m_{S0} \ddot{x}_{S0} = b_{S1}(\dot{x}_{S1} - \dot{x}_{S0}) + k_{S1}(x_{S1} - x_{S0}) - F_{S0}(t) \\ m_{S1} \ddot{x}_{S1} = b_{S2}(r_{SR} \dot{\phi}_{SR} - \dot{x}_{S1}) + k_{S2}(r_{SR} \phi_{SR} - x_{S1}) - \\ \quad b_{S1}b_{S1}(\dot{x}_{S1} - \dot{x}_{S0}) + k_{S1}(x_{S1} - x_{S0}) \\ J_{SR} \ddot{\phi}_{SR} = (b_{S3}(r_{SR} \dot{x}_{S3} - \dot{\phi}_{SR}) + k_{S3}(x_{S3} - r_{SR} \phi_{SR}))r_{SR} - \\ \quad (b_{S2}(r_{SR} \dot{\phi}_{SR} - \dot{x}_{S1}) + k_{S2}(r_{SR} \phi_{SR} - x_{S1}))r_{SR} - b_{SR}r_{SR} \dot{\phi}_{SR} \\ m_{S3} \ddot{x}_{S3} = b_{S4}(r_{SW} \dot{\phi}_{SW} - \dot{x}_{S3}) + k_{S4}(r_{SW} \phi_{SW} - x_{S3}) - \\ \quad b_{S3}(r_{SR} \dot{x}_{S3} - \dot{\phi}_{SR}) + k_{S3}(x_{S3} - r_{SR} \phi_{SR}) \\ J_{SW} \ddot{\phi}_{SW} = \tau_{SW}(t) - (b_{S4}(r_{SW} \dot{\phi}_{SW} - \dot{x}_{S3}) + k_{S4}(r_{SW} \phi_{SW} - x_{S3}))r_{SW} \end{array} \right. \quad (37)$$

Die Berechnung der Übertragungsfunktionen für x_{S0} und Φ_{SW} sind im Anhang unter Kapitel Positionsregelungsmodell nachzulesen.

Zur Positionsregelung wird nun folgender Regelkreis verwendet:

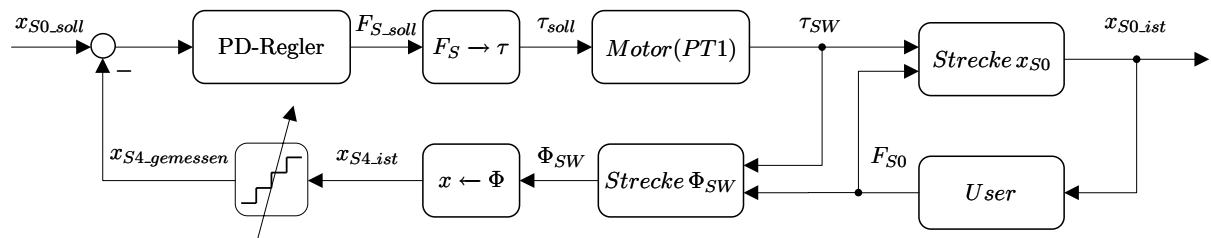


Abbildung 40: Positionsregelschema

Die variable Auflösung des Encoders soll dazu dienen verschiedene genaue Positionsmessgeräte zu simulieren und zu vergleichen. Als Eingangsfunktion wurde $x_{S0_soll} = 0.3 \sin(4\pi t)$ verwendet. Der verwendete PD-Regler des Regelschemas ist auf Grund seiner Realisierbarkeit als Lead-Glied ausgeführt. Er wurde empirisch eingestellt. Die Werte für diesen wurden so gewählt, dass der Regelfehler unter Verwendung eines Encoders mit unendlicher Auflösung unter $1 [mm]$ liegt.

$$\begin{aligned} \text{PD-Regler} &= K_p \frac{(T_1 + T_V) s + 1}{T_1 s + 1} \\ \text{mit :} & \\ K_p &= 10000 \\ T_1 &= 0.1 \\ T_V &= 0.1 \end{aligned} \quad (38)$$

II.5.2.2 Ergebnisse

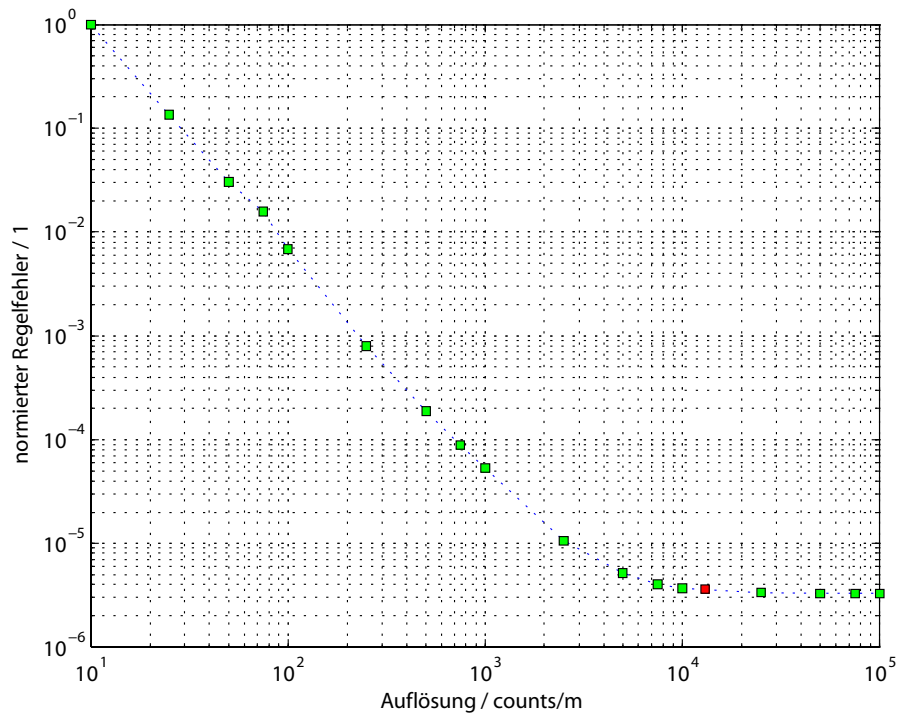


Abbildung 41: Normierter Regelfehler in Abhängigkeit der Encoder-Auflösung

Der normierte Regelfehler für die 18 verschiedenen Auflösungen in Abbildung 41 wurde für die j -te Auflösung wie folgt berechnet:

$$\text{normierter Regelfehler}_j = \frac{\int_{t=0}^{t_e} (x_{0_soll} - x_{0_ist-j})^2 dt}{\max_{1 \leq k \leq 18} (\int_{t=0}^{t_e} (x_{0_soll} - x_{0_ist-k})^2 dt)} \quad (39)$$

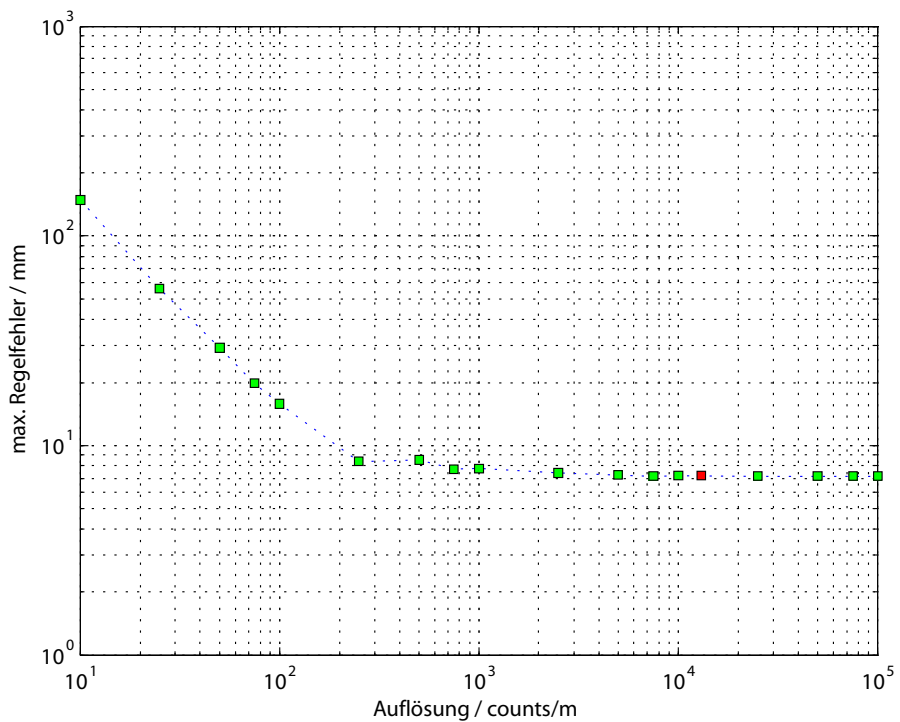


Abbildung 42: Maximaler Regelfehler in Abhängigkeit der Encoder Auflösung

Aus den Graphen in Abbildung 41 und Abbildung 42 ist zu erkennen, dass der Regelfehler nur bis zu einem gewissen Maß von der Genauigkeit des Encoders abhängig ist. Es macht keinen Sinn einen sehr genauen Encoder zu verwenden, wenn beispielsweise der Regler schlecht eingestellt ist, oder das System so starke Störungen verursacht, dass sich der Regelfehler nicht verbessert. Die Wahl eines Encoders mit einer Auflösung von mehr als $10^4 \frac{\text{counts}}{\text{m}}$ scheint daher ausreichend genau zu sein.

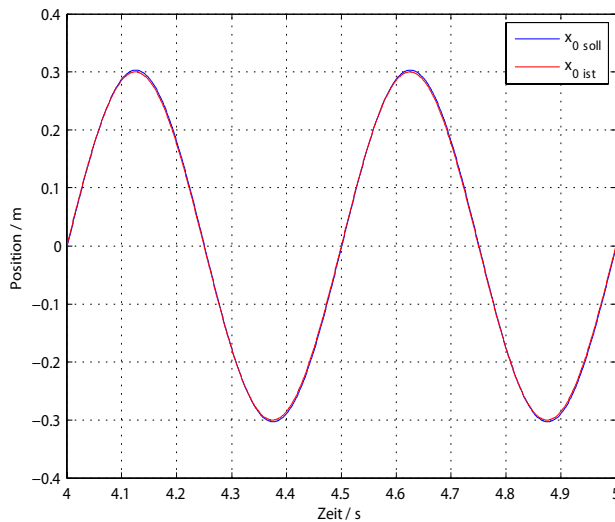


Abbildung 43: Soll- und Ist-Verlauf der Endeffektorposition x_0

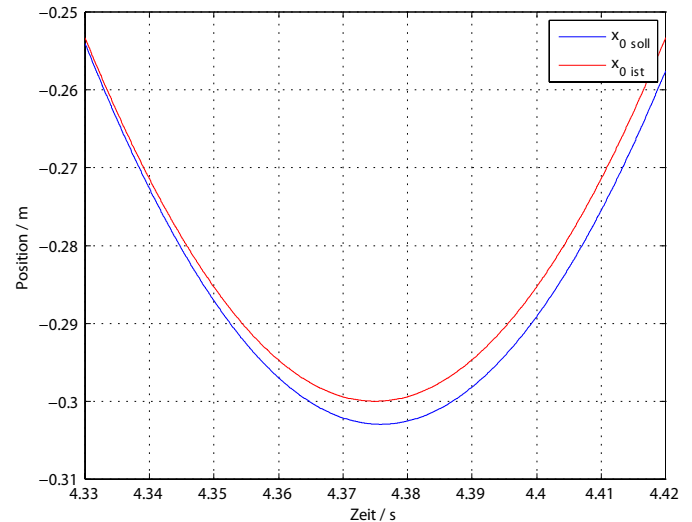


Abbildung 44: Zoom des Soll- und Ist-Verlaufes der Endeffektorposition x_0

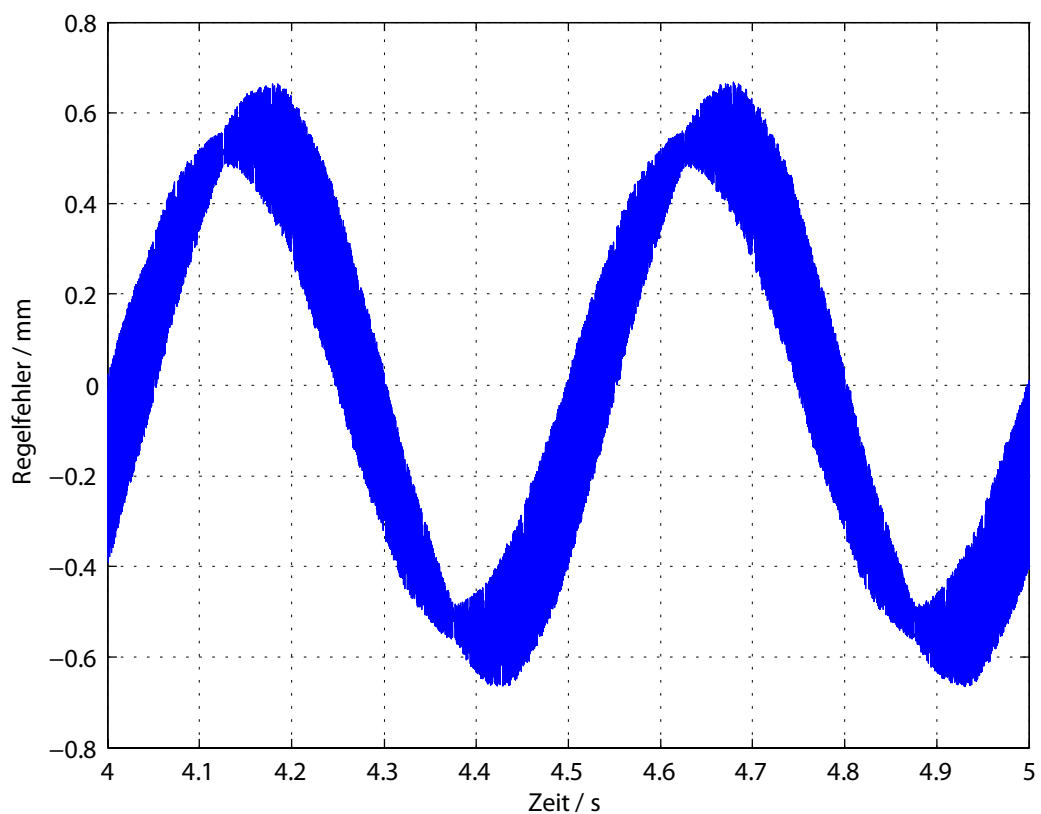


Abbildung 45: Regelfehler bei einer Encoderauflösung von $13000 \frac{\text{counts}}{\text{m}}$

Aus Abbildung 45 kann man erkennen, dass der Encoder mit $13000 \left[\frac{\text{counts}}{\text{m}} \right]$ (Auflösung des geplanten Setups) eine Ungenauigkeit von etwa 0.2 [mm] verursacht. Die niederfrequente Schwingung des Encoderfehlers entsteht durch Trägheiten in der Strecke und durch einen noch nicht optimal eingestellten PD-Regler. Der SMS-Seilroboter soll eine Positioniergenauigkeit von etwa 1 [mm] einhalten. Wie aus der Simulation in Abbildung 45 hervorgeht, kann diese Forderung sowohl vom Regler als auch durch den Encoder bereits erfüllt werden. Diese Aussage ist allerdings noch am realen Aufbau zu verifizieren. Voraussichtlich lässt sich die Auflösung sogar vervierfachen ($52000 \left[\frac{\text{counts}}{\text{m}} \right]$), was eine gute Regelbarkeit auf jeden Fall gewährleisten sollte.

II.6 Diskussion

Durch Simulation konnte gezeigt werden, dass es möglich ist, einen Kraftregler so auszulegen, dass er schwingungsdämpfendes Verhalten zeigt. Aufgrund der hohen Eigenfrequenz der Seile unter Vorspannung und dem schnellen Abklingen der Longitudinalschwingungen, ist es zulässig diese Schwingungen nicht zu modellieren und rein die Dehnung des Seils unter Belastung in die Berechnung der Kinematik mit einzubeziehen. Dieser Ansatz wird auch von anderen Gruppen verfolgt [FANG *et al.*, 2005]. Die Simulationen bestätigen gesamthaft die Annahme, dass Longitudinalschwingungen in zukünftigen Berechnungen für den SMS-Seilroboter nicht mehr in die Betrachtung miteinbezogen werden müssen. Die Versuche haben allerdings gezeigt, dass man selbst mit einer sehr guten Messausrüstung sehr schnell an die Grenzen der Messbarkeit von Longitudinalschwingungen in sehr dehnsteifen Seilen stößt.

Was die Komponenten des Antriebsstranges betrifft, konnte gezeigt werden, dass es wichtig ist, die Antriebselemente möglichst trägheitsarm auszuführen. Je dynamischer die Anwendung des Roboters sein wird, umso höher sollten die Eigenfrequenzen der Komponenten liegen, um nicht in Resonanz versetzt zu werden.

Die Simulation der Positionsregelung hat die Verbesserung des Regelfehlers in Abhängigkeit der Auflösung verdeutlicht. Weiters konnte beobachtet werden, dass es nicht sinnvoll ist, einen guten Positionssensor zu verwenden ohne die Reglerparameter anzupassen. Für den gewählten Encoder des SMS-Seilroboters mit $13000 \left[\frac{\text{counts}}{\text{m}} \right]$ wurde mit den derzeitigen Reglereinstellungen ein maximaler Fehler von 0.7 [mm] für die Eingangsfunktion $x_{S0_soll} = 0.3 \sin(4\pi t)$ berechnet. Dies entspricht den Anforderungen an die Positioniergenauigkeit des Seilroboters von 1 [mm] . Das Resultat aus der Simulation ist allerdings noch am realen System zu überprüfen.

III Erweiterte Modellierung

Dieses Kapitel wird dazu genutzt, erweiterte Modelle des verwendeten Motors und das verwendete Seils darzustellen.

III.1 Erweitertes Motormodell

Für das verwendete Motormodell wird von einem bürstenlosen AC-Servomotor ausgegangen. Dieses wird infolge auf das vom Hersteller angegebene Modell angepasst und um einen motorinternen PI-Regler erweitert. Die Parameter des gesamten Regelkreises werden auf den realen Motor abgestimmt und dessen Sprungantwort untersucht.

Bei dem ausgewählten Motor handelt es sich um einen bürstenlosen Wechselstromservomotor (Fa. Baldor). Dieser besteht aus einem Rotor mit einem Permanentmagnet und einem Stator mit drei um 120° versetzten Wicklungen (Abbildung 46). Der Permanentmagnet erzeugt das Magnetfeld \underline{B} . Im Unterschied zum Gleichstrommotor rotiert das Magnetfeld mit dem Rotor.

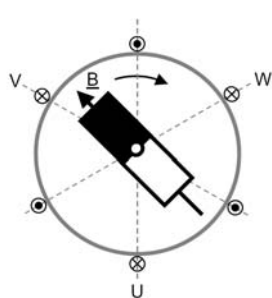


Abbildung 46: Servomotor mit permanenterregtem Magnetfeld und drei Statorwicklungen [SANYO DENKI AMERICA, INC, 2006]

Der Stromvektor \underline{I} ergibt sich aus der vektoriellen Summe der einzelnen sinusförmigen Ströme in den Statorwicklungen U, V und W. Um maximales Drehmoment zu erzeugen muss dieser Stromvektor immer normal auf den Magnetfeldvektor stehen. Dies wird mittels feldorientierter Kontrollstrategien erreicht. Betrachtet man die herrschenden Verhältnisse zwischen Strom- und Magnetfeld von einem mit dem Rotor mitbewegten Koordinatensystem aus, so sieht man, dass \underline{I} und \underline{B} immer einen rechten Winkel bilden und die einzige Veränderliche die Amplitude der einzelnen Statorströme darstellt.

Das Drehmoment eines bürstenlosen AC-Servomotors kann daher in Analogie zur Gleichstrommaschine berechnet werden:

$$\tau_{Motor} = K_T I_T$$

mit:

$$\begin{aligned} K_T & \dots \text{Drehmomentkonstante} \\ I_T & \dots \text{Amplitude des Stromvektors } \underline{I} \end{aligned} \quad (40)$$

Betrachtet man den Stromkreis einer Statorwicklung des bürstenlosen AC-Servomotors, so ist auch hier die Analogie zur Gleichstrommaschine erkennbar (Abbildung 47).

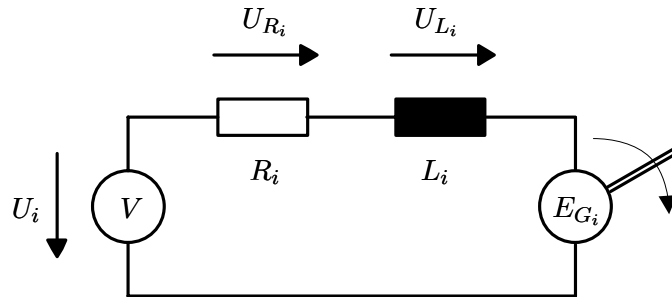


Abbildung 47: Stromkreis einer Statorwicklung eines bürstenlosen AC-Servomotors

Der Spannungsabfall E_{G_i} entsteht durch die elektromagnetische Rückwirkung des Rotors auf den Stator. Dieser Spannungsabfall ist drehzahlabhängig und wird wie folgt berechnet:

$$E_{G_i} = K_{E\Phi} n_M$$

mit:

$$\begin{aligned} K_{E\Phi} & \dots \text{Spannungskonstante} \\ n_M & \dots \text{Drehzahl des Motors} \end{aligned} \quad (41)$$

Die Maschenregel für den Stromkreis aus Abbildung 47 ergibt somit:

$$U_i = R_i I_i + L_i \dot{I}_i + E_{G_i} \quad (42)$$

Durch Berücksichtigung der Trägheit des Motors wird das Modell vervollständigt. Der zugehörige Drallsatz lautet:

$$J_{SW} \ddot{\Phi}_{SW} = \tau_{Motor}$$

mit:

$$\dot{\Phi}_{SW} = n_M \frac{2\pi}{60} \quad (43)$$

Das vom Hersteller zur Verfügung gestellte Motormodell berücksichtigt die drehzahlabhängige Gegen-EMK (gegenwirkende elektromagnetische Kraft) nicht. Dadurch ist der Drallsatz nur noch über das Motormoment mit dem elektrischen Modell gekoppelt. Weiters werden die Stromkreise der drei Ständerwicklungen zu einem zusammengefasst. Das vereinfachte Motormodell stellt somit eine induktive und resistive Last dar (Abbildung 48).

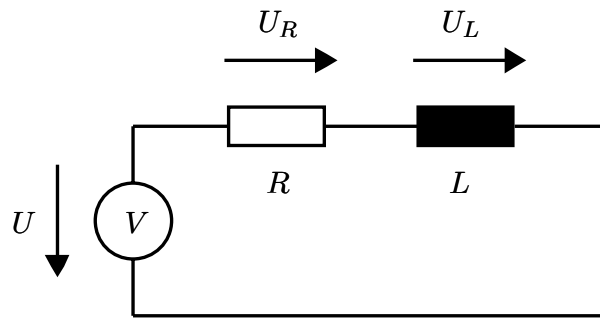


Abbildung 48: Ersatzschaltbild des vereinfachten Motormodells

Die entsprechende mathematische Formulierung des Ersatzschaltbildes für den Motor lautet:

$$U = U_L + U_R = L\dot{I} + R \cdot I \quad (44)$$

Bringt man Gleichung (44) durch Laplace-Transformation in den Bildbereich, so erhält man die gesuchte Übertragungsfunktion für den Motor:

$$G_{Motor}(s) = \frac{I}{U} = \frac{1}{L \cdot s + R} \quad (45)$$

Diese Übertragungsfunktion entspricht einem PT1-Glied (Verzögerungsglied 1. Ordnung). Vom Hersteller wird aber über eine Software ein PI-Regler des Motors mitgeliefert, der sich über eine Autotuning-Funktion selbst auslegt. Der interne Regler verwendet eine Abtastperiode von $16 [kHz]$ und lässt sich wie in Abbildung 49 gezeigt darstellen.

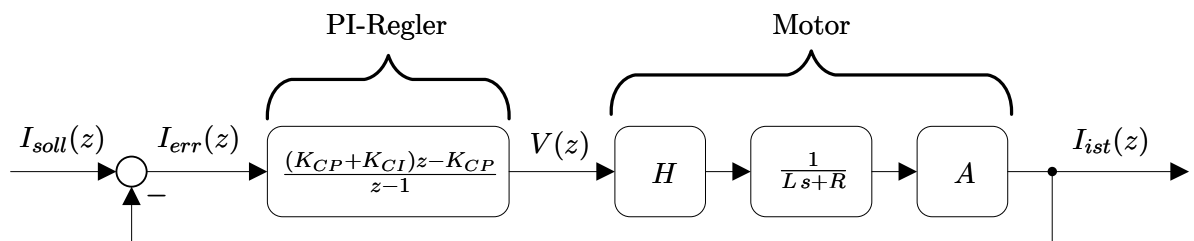


Abbildung 49: Internes PI-Regelschema des Motors

Der Widerstand der Ständerwicklungen beträgt $R = 4.785 [\Omega]$ und die Induktivität $L = 18.367 [mH]$. Die Übertragungsfunktionen des Reglers und des Motors nehmen durch die Parameteridentifikation durch das Autotuning folgende Werte an:

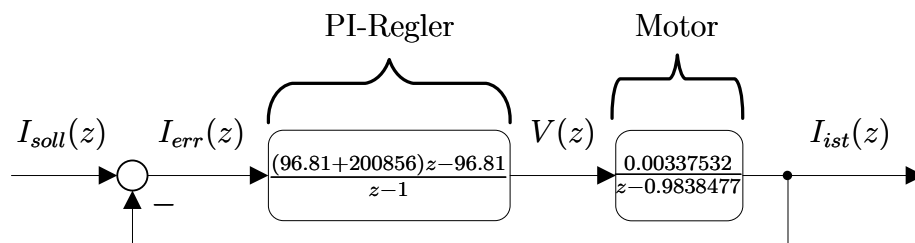


Abbildung 50: Motor in PI-Regelkreis mit optimierten z-transformierten Parametern

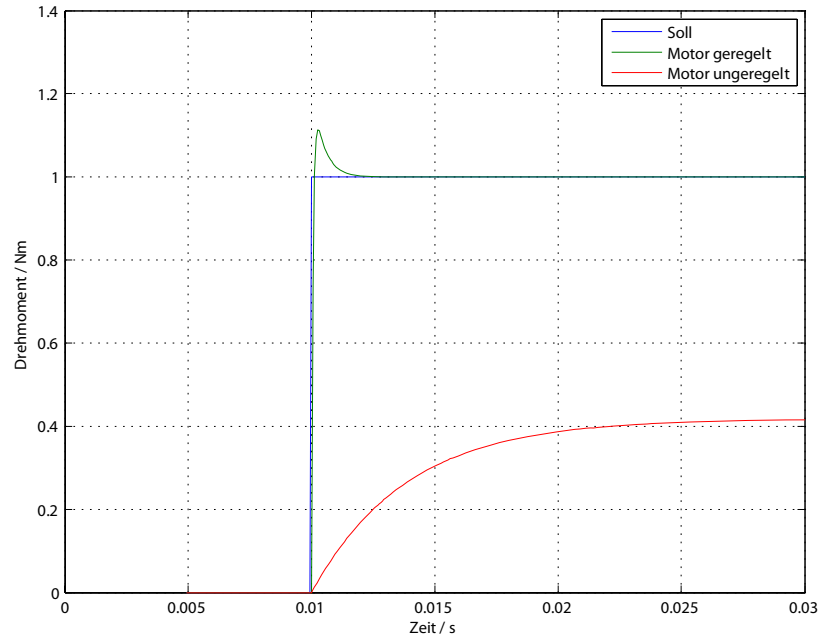


Abbildung 51: Sprungantwort des Motormodells

Abbildung 51 zeigt die Sprungantworten des geregelten Motors (grün), des ungeregelten Motors (rot) für das Modell in Abbildung 50 sowie die Sprungfunktion (blau). Der geregelte Motor zeigt PT2-Verhalten und reagiert viel schneller (Anstiegszeit $< 1 [ms]$) als während der Betrachtungen in Kapitel II.3.1 angenommen. Dies ist aber nur zum Vorteil für die geplanten dynamischen Anwendungen des Seilroboters.

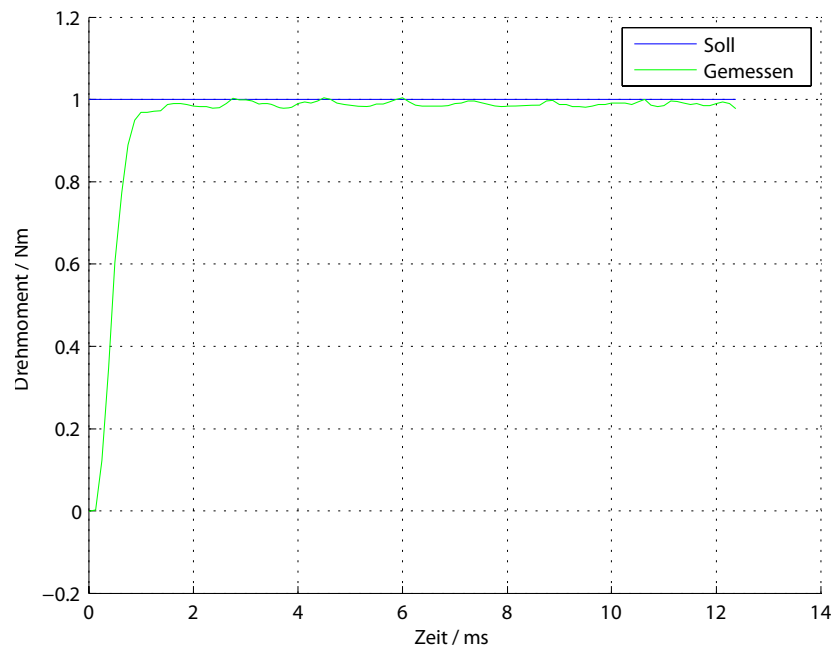


Abbildung 52: Sprungantwort des realen Motors

Vergleicht man die Sprungantwort des Modells für den geregelten Motor (grüne Kurve aus Abbildung 51) mit der gemessenen Sprungantwort des realen Motors (grüne Kurve aus Abbildung 52), sieht man, dass die Anstiegszeiten des Modells sehr gut mit denen des tatsächlichen Motors übereinstimmen. Der reale Motor weist jedoch PT1-Verhalten auf, wodurch die Modellordnung nicht übereinstimmt. Die Abweichung des in Abbildung 50 dargestellten Drehmoments des Modells vom realen Motor ist in der Größenordnung von etwa 10%.

Laut Motor Hersteller liegt die Abweichung des realen Motors zwischen dem über den Strom gemessenen und dem realen Ausgangsmoment über den gesamten Drehzahlbereich bei 5-10%. Aus diesem Grund wird der Motor verwendet um Drehmomente im Antriebsstrang zu messen. Das Verhältnis von Ausgangsstrom I_{ist} zu Ausgangsmoment τ_{ist} ist laut Datenblatt wie folgt angegeben:

$$\frac{\tau_{ist}}{I_{ist}} = 2.65 \quad (46)$$

III.2 Erweitertes Seilmodell: Transversal-schwingungen

Nach der Betrachtung der auftretenden Longitudinalschwingungen im Antriebsstrang des Seilroboters sollen in diesem Kapitel auch die Einflüsse der Transversalschwingungen betrachtet werden. In Kapitel II.3.5 über Seilmodellierung wurde bereits erwähnt, dass vereinfachend eine getrennte Betrachtung von Longitudinal- und Transversalschwingungen vorgenommen wird. In diesem Kapitel wird das verwendete Modell präsentiert, die experimentelle Methode zur Ermittlung der fehlenden Modellparameter vorgestellt und die erhaltenen Parameter für die anschließenden Simulationen verwendet. Ziel der Transversalschwingungsmodellierung ist es die Größenordnung der auftretenden Schwingungskräfte zu erhalten, die durch abrupte Bewegungen entstehen können.

Das Modell zur Transversalschwingungsmodellierung soll mittels eines Grenzübergangs von einem System von gedämpften Einmassenschwingern zu einer kontinuierlichen Masseverteilung erhalten werden. Das Modell ist somit in der Lage eine Beschreibung von elastischen, gedämpften Wellen in einem kontinuierlichen Medium darzustellen. Die Dämpfung im Seil wird durch folgende Faktoren hervorgerufen und bewirkt eine vollständige Umwandlung der anfänglichen Energie in Wärme nach folgendem Schema:

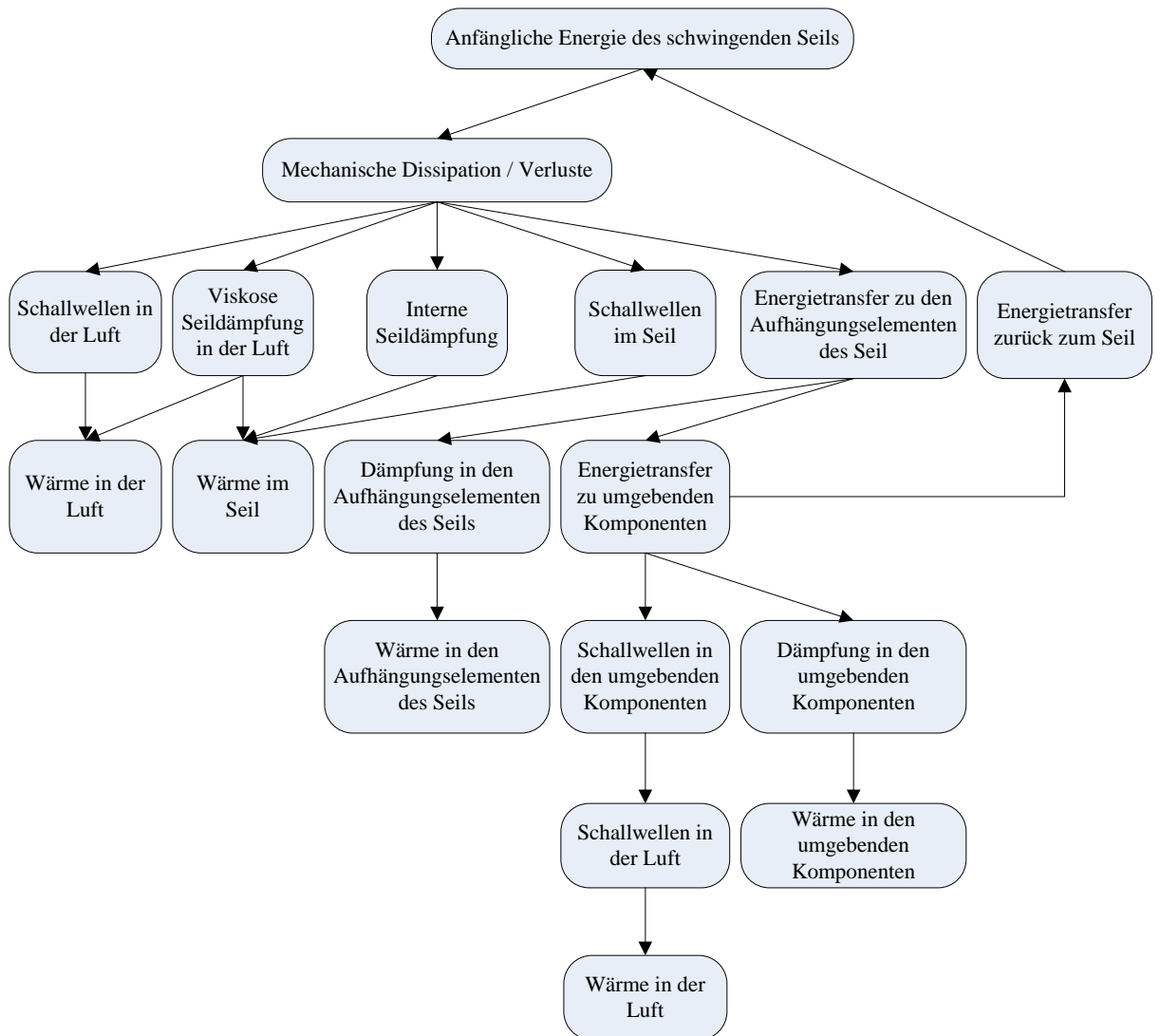


Abbildung 53: Energiefluß bei Seilschwingungen [Errede, 2005]

Für die Betrachtung der Transversalschwingung reicht es aus, den eindimensionalen Fall zu modellieren. Eine zweidimensionale Betrachtung bietet außer einer Verteilung der Kräfte in verschiedene Richtungen keine zusätzlichen Informationen und Schwingungen in Seillängsrichtungen wurden bereits im vorhergehenden Kapitel abgehandelt.

Als Modell wird daher die eindimensionale lineare gedämpfte Wellengleichung verwendet. Hierbei ist x die Laufvariable in Seilrichtung, ψ_S die transversale Auslenkung des Seils, ν die Gruppengeschwindigkeit der Schwingung und b_S die Dämpfungskonstante der Schwingung:

$$\frac{\partial^2 \psi_S}{\partial x^2} = \frac{1}{\nu^2} \frac{\partial^2 \psi_S}{\partial t^2} + b_S \frac{\partial \psi_S}{\partial t}$$

mit:

Randbedingungen

$$\psi_S(0, t) = 0$$

$$\psi_S(L_S, t) = 0$$

Anfangsbedingungen

$$\psi_S(x, 0) = f_S(x)$$

$$\dot{\psi}_S(x, 0) = g_S(x)$$

Zusatzbedingung

$$0 < b_S < \frac{2\pi}{L_S \nu}$$

(47)

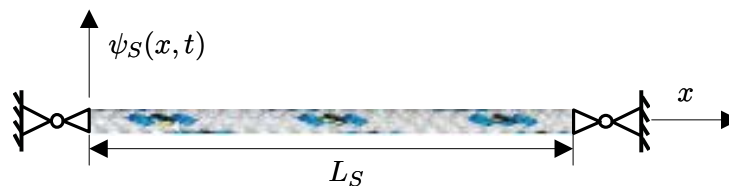


Abbildung 54: Koordinatensystem der Transversalschwingungsmodellierung

Gleichung (47) beschreibt ein kontinuierliches System von linearen gedämpften Schwingern, die transversal um eine Ruhelage an der Position x schwingen (Abbildung 54). Das so beschriebene Seil der Länge L_S soll an beiden Enden fest eingespannt sein, wodurch sich die beiden Randbedingungen $\psi_S(0, t) = 0$ und $\psi_S(L_S, t) = 0$ ergeben. Durch Festlegen der Anfangsbedingungen reagiert das Modell individuell auf verschiedene Versuchsszenarios. Der große Vorteil dieses Modells ist, dass eine analytische Lösung zu Gleichung (47) existiert. Diese wird mittels des Verfahrens der Trennung der Variablen und anschließende Fourier-Transformation berechnet [<http://mathworld.wolfram.com/WaveEquation1-Dimensional.html>] und lässt sich wie folgt anschreiben:

$$\psi_S(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{n\pi x}{L_S}\right) e^{-\frac{\nu^2 b_S t}{2}} [a_n \sin(\mu_n t) + b_n \cos(\mu_n t)]$$

mit:

$$\mu_n = \frac{\nu \sqrt{4n^2 \pi^2 - b_S^2 L_S^2 \nu^2}}{2 L_S} \quad (48)$$

$$b_n = \frac{2}{L_S} \int_{x_0}^{L_S} \sin\left(\frac{n\pi x}{L_S}\right) f_S(x) dx$$

$$a_n = \frac{2}{L_S \mu_n} \int_{x_0}^{L_S} \sin\left(\frac{n\pi x}{L_S}\right) [g_S(x) + \frac{\nu^2 b_S}{2} f_S(x)] dx$$

Es ist nicht möglich die Fourier-Summe aus Gleichung (48) für n bis zu ∞ zu berechnen. Weiters ist es nicht möglich, die Funktionswerte an allen Stellen x auszuwerten. Diese Tatsache stört aber nicht, da bei einer Wahl von genügend vielen Stützstellen x und Frequenzstützstellen n die Lösung $\psi_S(x, t)$ der lokalen momentanen Auslenkung genau genug berechnet werden kann.

Man erhält somit folgendes Gleichungssystem:

$$\psi_S(x_i, t) = \sum_{n=1}^{n_{max}} \sin\left(\frac{n\pi x_i}{L_S}\right) e^{-\frac{\nu^2 b_S t}{2}} [a_n \sin(\mu_n t) + b_n \cos(\mu_n t)]$$

mit:

$$\begin{aligned} N &\in \mathbb{N}, n_{max} \in \mathbb{N}, \\ i &= 0..N \\ \Delta x &= \frac{L_S}{N} \\ x_i &= \Delta x \cdot i \\ \mu_n &= \frac{\nu \sqrt{4n^2 \pi^2 - b_S^2 L_S^2 \nu^2}}{2L_S} \\ b_n &= \frac{2}{L_S} \int_{x_0}^{L_S} \sin\left(\frac{n\pi x}{L_S}\right) f_S(x) dx \\ a_n &= \frac{2}{L_S \mu_n} \int_{x_0}^{L_S} \sin\left(\frac{n\pi x}{L_S}\right) [g_S(x) + \frac{\nu^2 b_S}{2} f_S(x)] dx \end{aligned} \quad (49)$$

Ein zweites Ziel neben der Betrachtung der momentanen Auslenkung $\psi_S(x, t)$ des Seils stellt die Berechnung der im Endeffektor wirkenden lokalen Kräfte dar. Der Endeffektor befindet sich an einem der beiden Knotenpunkte des Seils (hier $x = L_S$). Der gewählte Ansatz zur Bestimmung der lokal wirkenden Seilkräfte macht sich zu nutze, dass sich das Seil nur in transversaler Richtung bewegt und daher in Richtung der Laufvariable x eine konstante Spannungsverteilung herrscht. Zunächst wird die Gesamtauslenkung $\psi_{S_gesamt}(t)$ des Seils berechnet:

$$\psi_{S_gesamt}(t) = \sum_{i=0}^{\frac{L_S}{\Delta x} - 1} |\psi_S(x_{i+1}, t) - \psi_S(x_i, t) \operatorname{sign}(\psi_S(x_{i+1}, t) \psi_S(x_i, t))|. \quad (50)$$

Aus dieser kann auf die aktuelle Gesamtseillänge $L_{S_gedehnt}$ und die Gesamtdehnung $\epsilon_S(t)$ geschlossen werden:

$$\begin{aligned} L_{S_gedehnt} &= \sqrt{\psi_{S_gesamt}^2(t) + L_S^2} \\ \epsilon_S(t) &= \frac{L_{S_gedehnt} - L_S}{L_S} \end{aligned} \quad (51)$$

Über das lineare Stoffgesetz (Hooke) berechnet sich die Gesamtspannung $\sigma_{S_gesamt}(t)$ im Seil:

$$\begin{aligned} \sigma_{S_gesamt}(t) &= E_S \epsilon_S(t) \\ \text{mit:} & \\ \text{E-Modul...} &E_S \end{aligned} \quad (52)$$

Die Gesamtkraft $F_S(t)$ lässt sich somit angeben als:

$$\begin{aligned} F_S(t) &= \sigma_{S_gesamt}(t) A_S \\ \text{mit:} & \\ \text{Seilquerschnittsfläche...} &A_S \end{aligned} \quad (53)$$

Über die Hypothese der in Richtung der Laufvariable x konstanten Horizontalkraft $H_S(t)$ kann selbige über folgendes Kräftegleichgewicht am gesamten Seil (Abbildung 55) berechnet werden:

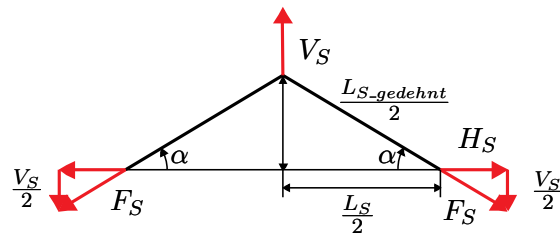


Abbildung 55: Momentane Gesamtkräfte am Seil

$$\begin{aligned}
 H_S(t) &= F_S(t) \cos(\alpha) \\
 \text{mit:} \\
 \cos(\alpha) &= \frac{L_S}{2} \frac{2}{L_{S_gedehnt}}
 \end{aligned}
 \tag{54}$$

Lokale Kräfte F_{S_lokal} an der Stelle $x = L_S$ sind somit berechenbar mit:

$$\begin{aligned}
 F_{S_lokal}(x = L_S, t) &= \frac{H_S(t)}{\cos(\alpha_{lokal}(x=L_S, t))} \\
 \text{mit:} \\
 \alpha_{lokal}(x = L_S, t) &= \arctan\left(\frac{\psi_S(x=(L_S-\Delta x), t)}{\Delta x}\right)
 \end{aligned}
 \tag{55}$$

Die Simulationen sollen wie bisher an Seilen vom Typ Liros D-Pro mit einem Durchmesser d_S von 3 [mm] durchgeführt werden. Um die Modelle auf die Realität abzustimmen, wurden die unbekannt Parameter: Dämpfungsfaktor b_S und die Gruppengeschwindigkeit ν experimentell ermittelt.

III.3 Experimentelle Ermittlung der Parameter

Ähnlich wie bereits in Kapitel II.4 soll auch die Auswertung der fehlenden Parameter Dämpfungsfaktor b_S und die Gruppengeschwindigkeit ν in diesem Kapitel erfolgen.

III.3.1 Aufbau und Ablauf

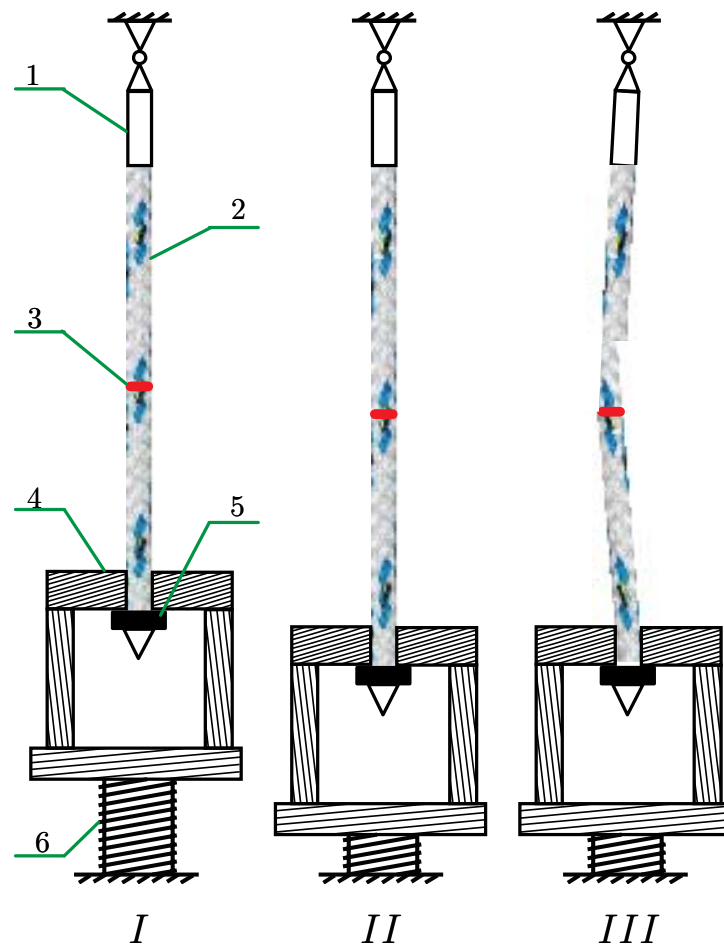


Abbildung 56: Ablauf des Schwingungsversuchs in Transversalrichtung

In Abbildung 56 ist der geplante Ablauf einer Transversalschwingungsmessung dargestellt. Abbildung 56-I zeigt das ungespannte Seil mit den zur Vorspannungseinrichtung gehörenden Komponenten:

- 1) Kraftsensor
- 2) Seil
- 3) Markierung in der Mitte des Seils
- 4) Stoppvorrichtung mit Durchgangsloch
- 5) Seilklemme
- 6) Höhenverstellung der Vorspanneinrichtung

Beim Übergang von Abbildung 56-I auf Abbildung 56-II wird an der Höhenverstellung der Vorspanneinrichtung 6) gedreht, damit sich diese vertikal nach unten bewegt. Die Seilklemme 5) hindert das Seil jedoch am Entweichen durch das Durchgangsloch der Stoppvorrichtung 4) (Abbildung 15), sodass das Seil vorgespannt wird (Vorspannungskraft F_{V1}). Abbildung 56-III zeigt das von Hand ausgelenkte Seil, welches durch plötzliches Loslassen in Schwingung versetzt wird.

Der Aufbau des Transversalschwingungsprüfstandes ist derselbe wie in Kapitel II.4.1. Der einzige Unterschied liegt darin, dass keine sekundäre Vorspannungseinrichtung zur Schwingungsinduktion benötigt wird.

III.3.2 Messprotokoll

Für die Ermittlung der fehlenden Parameter soll folgendes Messprotokoll verwendet werden:

1. Der Versuchsablauf hat der in Abbildung 56 beschriebenen Reihenfolge zu folgen.
2. Es sollen je drei Schwingungsversuche bei acht unterschiedlichen Vorspannkraften von 0...400 [N] durchgeführt werden. Dabei wird das Seil der Länge $L_S = 2.13 [m]$ per Hand in der Mitte transversal ausgelenkt. Es folgt eine symmetrische Transversalschwingung. Die Ermittlung der Messwerte erfolgt durch Notieren der 30 ersten momentanen Auslenkung der Markierung in der Seilmitte 3) an den Maxima und Minima anhand der Bilddaten sowie der zugehörigen Zeitpunkte. Als Referenz (Initialposition: $\psi_S(x = \frac{L_S}{2}, t = 0) = 0 [mm]$) dient die Position der Markierung in der Seilmitte 3) zum Zeitpunkt $t = 0 [s]$ direkt vor Loslassen des Seils. Das Kraftsignal dient zur Überprüfung der Vorspannungskräfte. Die Ruhelage der Schwingung wird durch Mittelung der letzten 4 Maxima und Minima berechnet.
3. Um die fehlenden Parameter: Dämpfungsfaktor b_S und die Gruppengeschwindigkeit ν mit Hilfe der in (49) erhaltenen Lösung der Schwingungsgleichung und den Messwerten zu ermitteln, müssen die Daten aufbereitet werden. Von jeder Messreihe mit Werten $\Delta\psi_{S_i}$ wird die zugehörige Ruhelage subtrahiert und der Absolutwert der Messwerte gebildet:

$$\Delta\psi_{S_Messung_i} = |\Delta\psi_{S_i} - Ruhelage_i| \quad (56)$$

Die Anfangsposition wird bei diesen Berechnungen ebenfalls in die Auswertung einbezogen. Mit den erhaltenen Werten $\Delta\psi_{S_Messung_i}$ aus (56) wird eine exponentielle Regression durchgeführt.

Diese hat die Form:

$$\psi_{S_Fit} = A_{0S_Fit} e^{-\delta_{S_Fit} t} \quad (57)$$

und gibt die Hüllkurve über die Maxima und Minima der Schwingung an. Das Verhalten der in Gleichung (49) angegebenen Lösung der Wellengleichung lässt sich ebenfalls mittels ihrer Hüllkurve über die Maxima und Minima der Schwingung beschreiben. Es kann nun folgender Koeffizientenvergleich durchgeführt werden:

$$A_{0S_Fit} e^{-\delta_{S_Fit} t} = A_{0S} e^{-\frac{\nu^2 b_S t}{2}}. \quad (58)$$

Die Gruppengeschwindigkeit berechnet man aus der vorherrschenden Vorspannungskraft im Seil, seiner Querschnittsfläche und seinem spezifischen Gewicht:

$$\nu = \sqrt{\frac{4 F_S}{d_S^2 \pi \rho_S}} \quad (59)$$

Aus dem Koeffizientenvergleich (58) erhält man schliesslich die Anfangsamplitude A_{0S} und den Dämpfungsfaktor b_S :

$$b_S = \frac{2 \delta_{S_Fit}}{\nu^2}. \quad (60)$$

III.3.3 Ergebnisse

	$A_{0S} [mm]$	$-\frac{b_S \nu^2}{2} [\frac{1}{s}]$	$F_S [N]$	$\nu [\frac{m}{s}]$	$b_S [\frac{s}{m^2}]$	SSE_{exp_Fit}	$R^2_{exp_Fit}$
Messung1	33.76	-12.4700	410	245.8	0.000413	65.0	0.9731
Messung2	31.52	-12.8900	410	245.8	0.000427	81.4	0.9607
Messung3	30.06	-11.5300	410	245.8	0.000382	61.7	0.9672
Messung4	31.50	-9.1470	320	217.2	0.000388	90.9	0.9557
Messung5	31.13	-9.9460	320	217.2	0.000422	89.5	0.9536
Messung6	31.30	-9.9130	320	217.2	0.000420	52.2	0.9739
Messung7	29.53	-7.6330	230	184.1	0.000450	71.8	0.9586
Messung8	37.32	-7.8470	230	184.1	0.000463	104.6	0.9634
Messung9	38.35	-8.1610	230	184.1	0.000482	85.1	0.9726
Messung10	33.93	-6.0110	170	158.3	0.000480	97.2	0.9569
Messung11	35.07	-6.0260	170	158.3	0.000481	119.0	0.9503
Messung12	36.68	-6.2510	170	158.3	0.000499	105.1	0.9602
Messung13	31.58	-4.7920	130	138.4	0.000500	75.6	0.9581
Messung14	39.00	-4.8110	130	138.4	0.000502	109.3	0.9623
Messung15	43.89	-5.0930	130	138.4	0.000532	341.8	0.9154
Messung16	33.26	-3.7910	80	108.6	0.000643	195.8	0.9072
Messung17	32.91	-3.7060	80	108.6	0.000629	195.8	0.9072
Messung18	32.91	-3.7060	80	108.6	0.000629	253.4	0.8798
Messung19	32.16	-3.1270	52	87.5	0.000816	233.7	0.8780
Messung20	32.66	-3.1580	52	87.5	0.000824	225.2	0.8977
Messung21	31.87	-2.8730	21	55.6	0.001857	312.7	0.8691
Messung22	24.31	-2.2890	21	55.6	0.001479	130.2	0.8892
Messung23	26.09	-2.9120	21	55.6	0.001882	74.3	0.9490

Tabelle 9: Ausgewertete Messreihen der Transversalschwingungsversuche

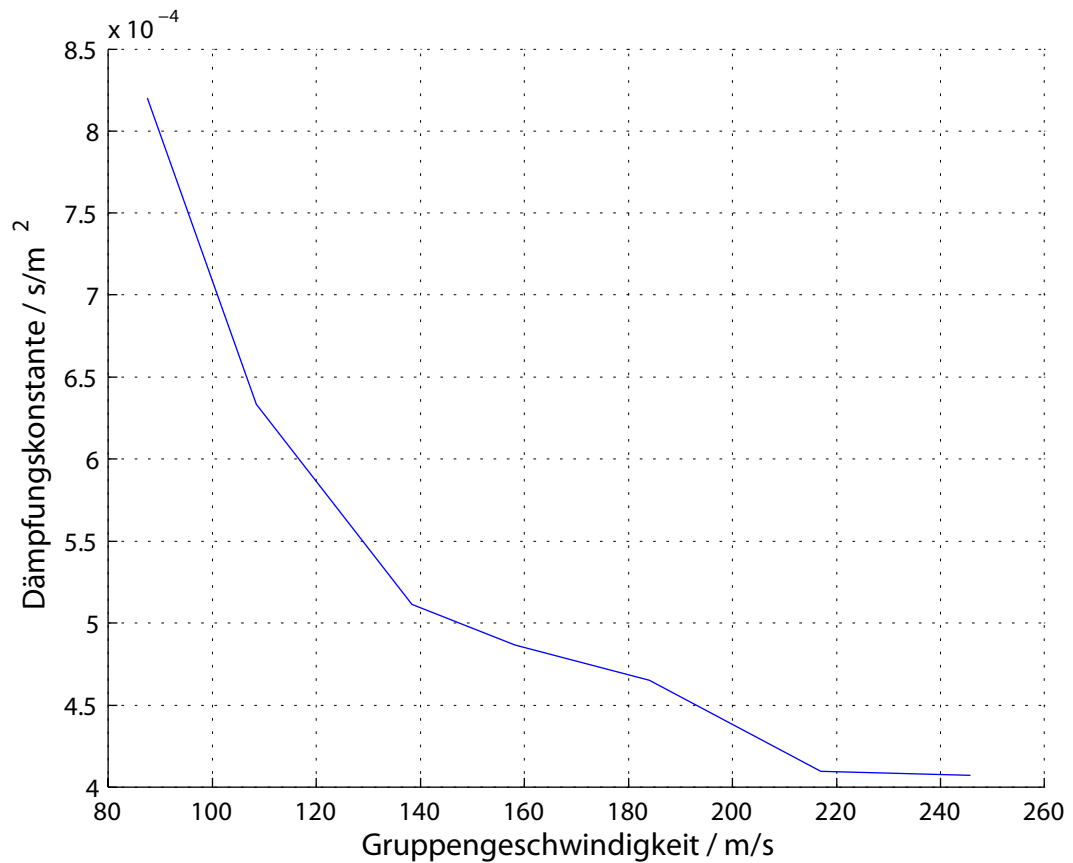
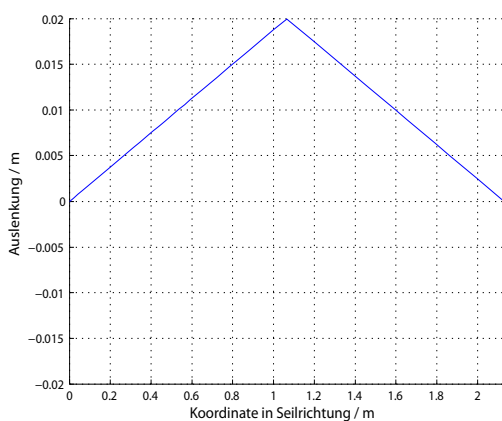


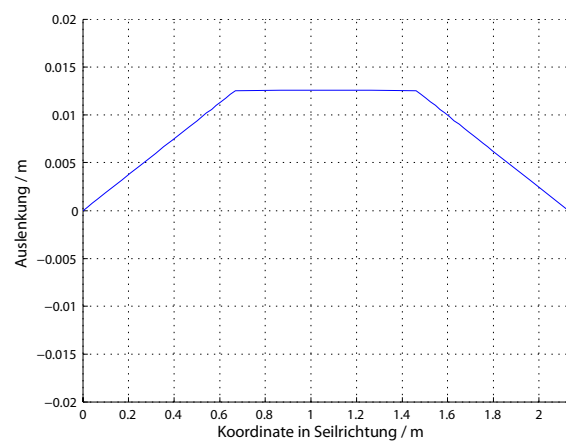
Abbildung 57: Dämpfung b_S der Transversalschwingung als Funktion der Gruppengeschwindigkeit ν

In Abbildung 57 zeigt sich der gemessene Verlauf der Dämpfungskonstante b_S als Funktion der Gruppengeschwindigkeit ν .

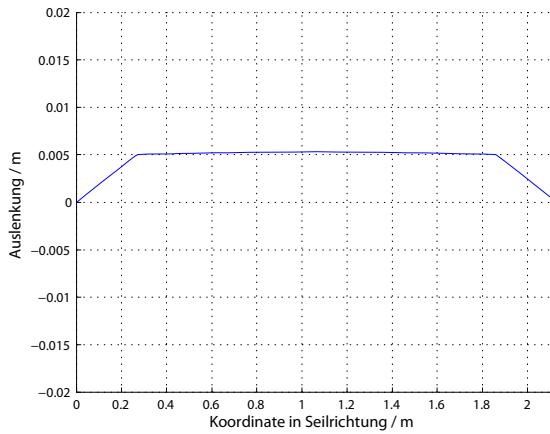
In Abbildung 58 ist der modellierte Schwingungsverlauf der symmetrischen Transversalschwingung dargestellt. Zeitdiskret gibt sie den Verlauf einer Halbschwingung wieder.



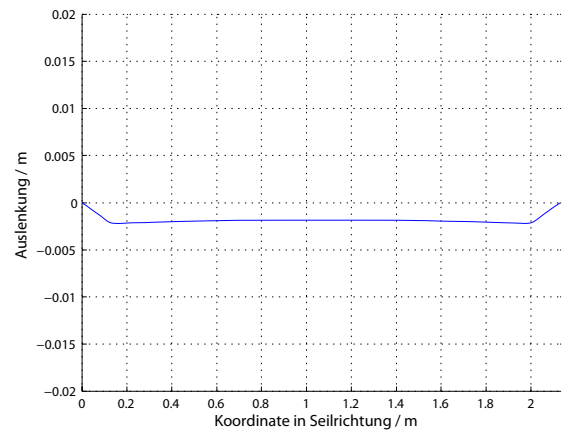
$t = 0$ [ms]



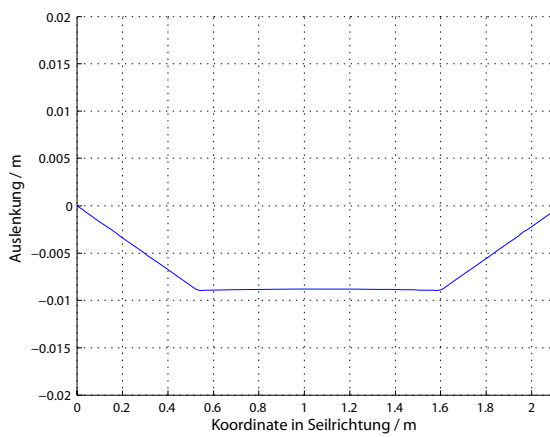
$t = 2$ [ms]



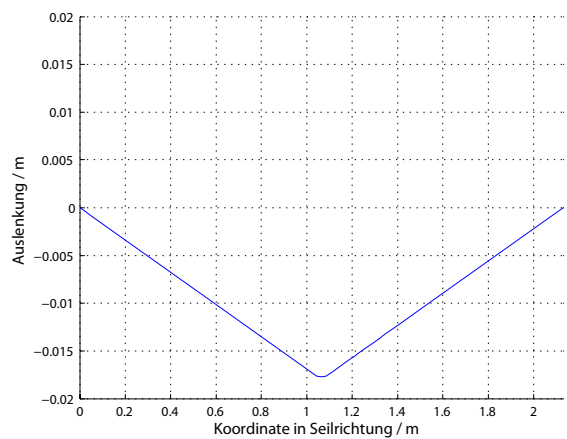
$$t = 4 [ms]$$



$$t = 6 [ms]$$



$$t = 8 [ms]$$



$$t = 10.6 [ms]$$

Abbildung 58: Symmetrische Schwingung

In *Abbildung 59* wird der Vergleich der modellierten und der gemessenen Kräfte am Endeffektor (Aufhängungspunkt des Seils and der Stelle $x = L_S$) gezogen. Es handelt sich hierbei um Messung 1 aus Tabelle 9.

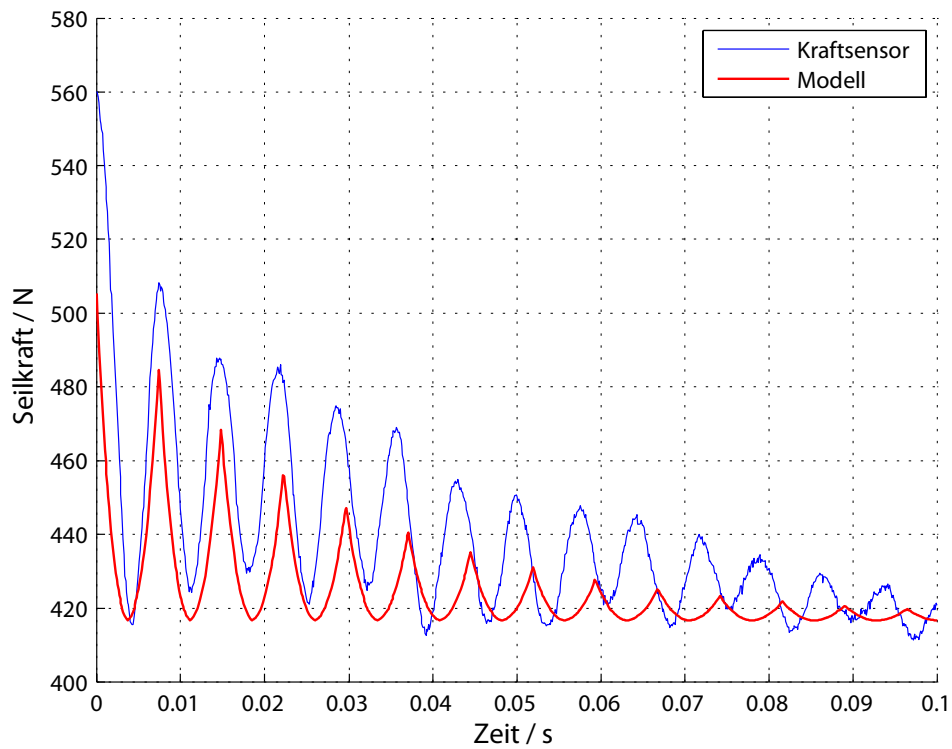


Abbildung 59: Vergleich des Kraftsignals aus dem Modell mit dem des Kraftsensors bei 420N Vorspannkraft

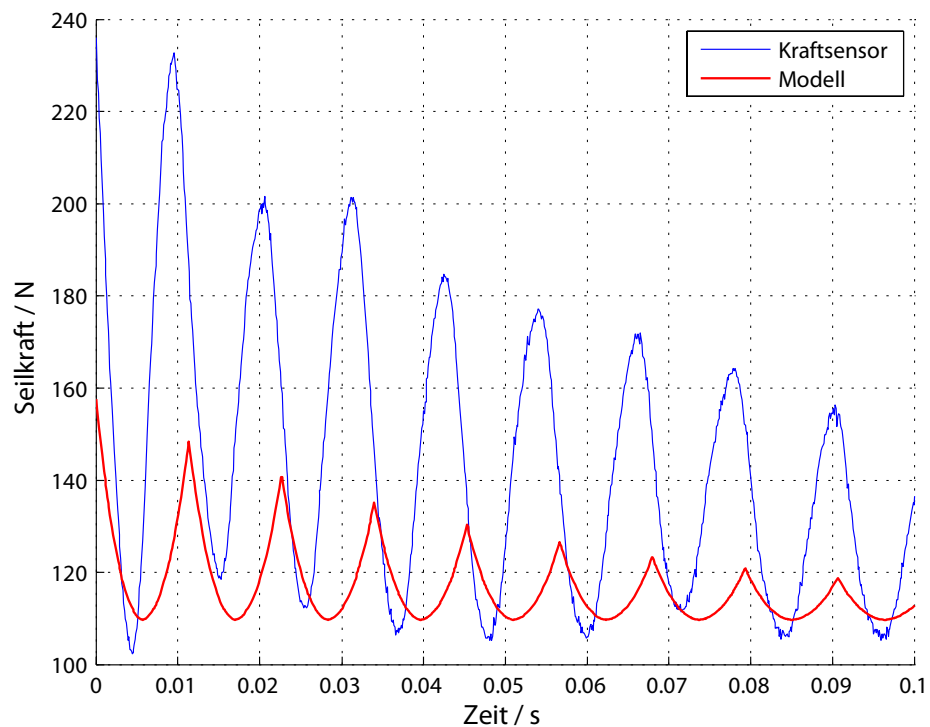


Abbildung 60: Vergleich des Kraftsignals aus dem Modell mit dem des Kraftsensors bei 120N Vorspannkraft

Wie aus *Abbildung 59* zu erkennen ist, gibt das lineare, gedämpfte Transversalschwingungsmodell das Verhalten der Kräfte im Aufhängungspunkt sehr gut wieder. Effekte wie Dispersion

(seilspannungsabhängige Änderung der Schwingungsdauer und Schwingungsform) werden vom linearen Modell nicht berücksichtigt, deshalb kommt es mit der Zeit zu einer Phasenverschiebung zwischen den beiden Signalen. Weiters wird das Seilverhalten im Modell durch das lineare Stoffgesetz von Hooke (52) beschrieben. Das reale Seil verhält sich aber nichtlinear, wie man im Spannungs-Dehnungsdiagramm des Seilherstellers (Abbildung 17) sehen kann. Bei größeren Spannungen ist jedoch die Linearität des Seilverhaltens besser als bei niedrigen Spannungen. Somit kann bei niedrigeren Spannungen im Seil ein schlechteres Simulationsergebnis erwartet werden (Abbildung 60).



Abbildung 61: Transversalschwingung symmetrisch

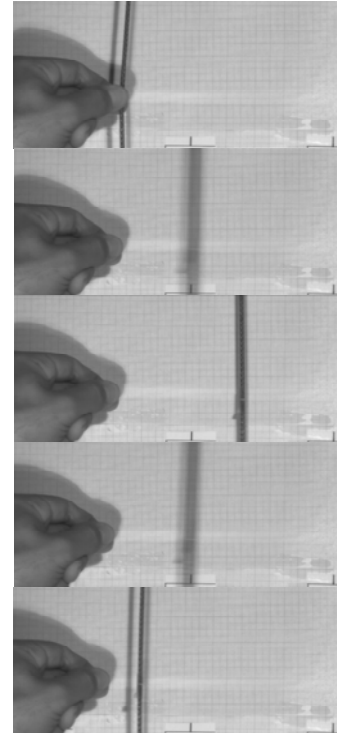


Abbildung 62: Transversalschwingung symmetrisch Zoom

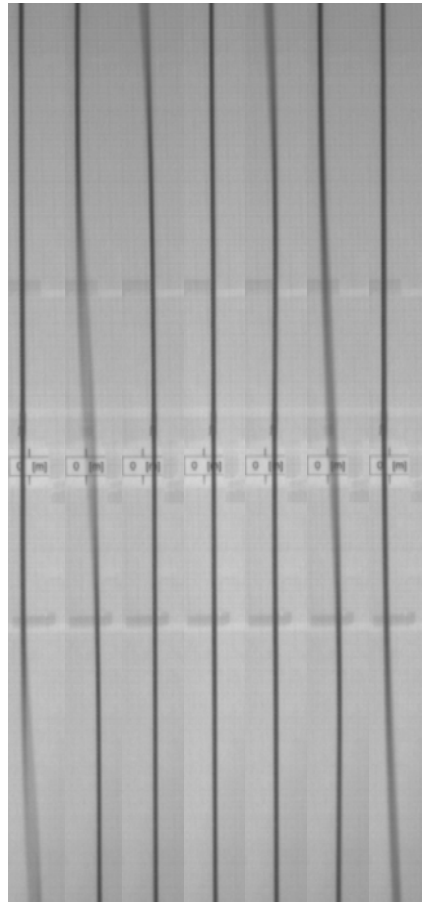
In Abbildung 61 und Abbildung 62 wird zeitdiskret der experimentelle Ablauf einer Schwingungsperiode dargestellt.

III.4 Modellvalidierung

Die Modellvalidierung soll eine Aussage darüber geben, ob das verwendete Modell in der Lage ist, auch andere Transversalschwingungsformen und deren dazugehörige Kraftverläufe in den Aufhängungspunkten wieder zu geben.

Wie bereits erwähnt verhalten sich die Seile für niedrige Spannungen sehr stark nichtlinear. Um jedoch Schwingungen näher bei einem Aufhängungspunkt anzuregen, sind größere Kräfte nötig, damit Schwingungen derselben Amplitude wie jene der symmetrischen Schwingung auftreten. Um daher optisch auswertbare Schwingungsformen zu sehen, ist eine niedrigere Vorspannung von Vorteil. Es wird daher in den kommenden Versuchen immer mit einer Vorspannungskraft von $120 [N]$ gearbeitet.

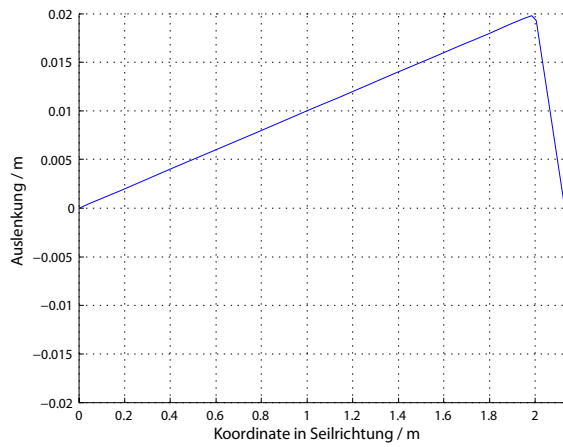
Als Anfangsbedingung der Schwingung steht eine Anfangsauslenkung des Seils von 20 [mm] an der Stelle $x = 2\text{ [m]}$.



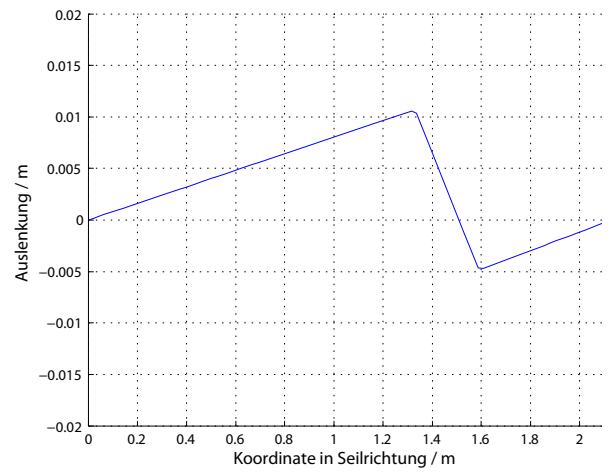
I II III IV V VI VII

Abbildung 63: Transversalschwingungsform bei asymmetrischer Auslenkung

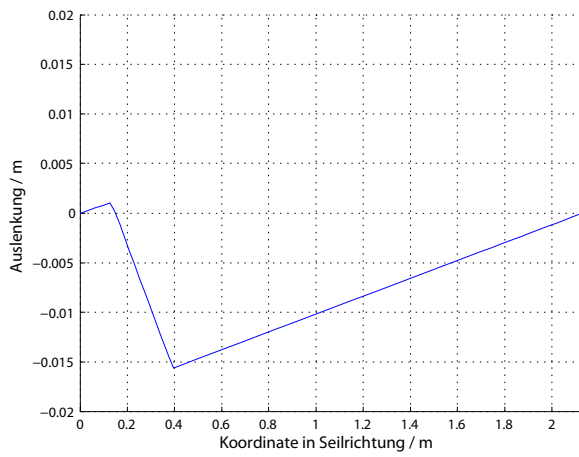
Abbildung 63 gibt eine volle Schwingung im zeitlichen Ablauf von Abbildung 63-I bis Abbildung 63-VII einer asymmetrisch ausgelenkten Transversalschwingung wieder.



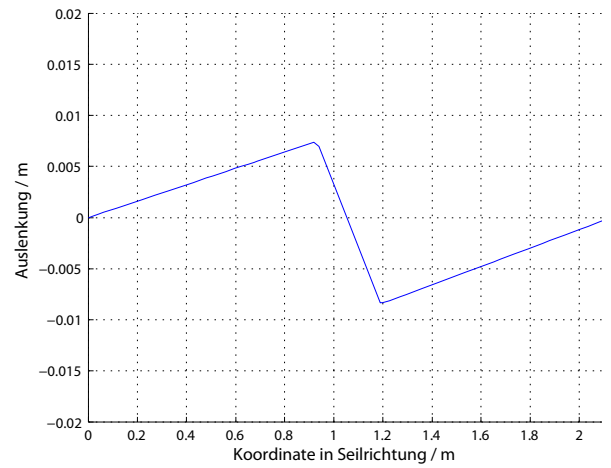
$t = 0.01$ [ms]



$t = 4$ [ms]



$t = 16$ [ms]



$t = 18$ [ms]

Abbildung 64: Asymmetrische Schwingung

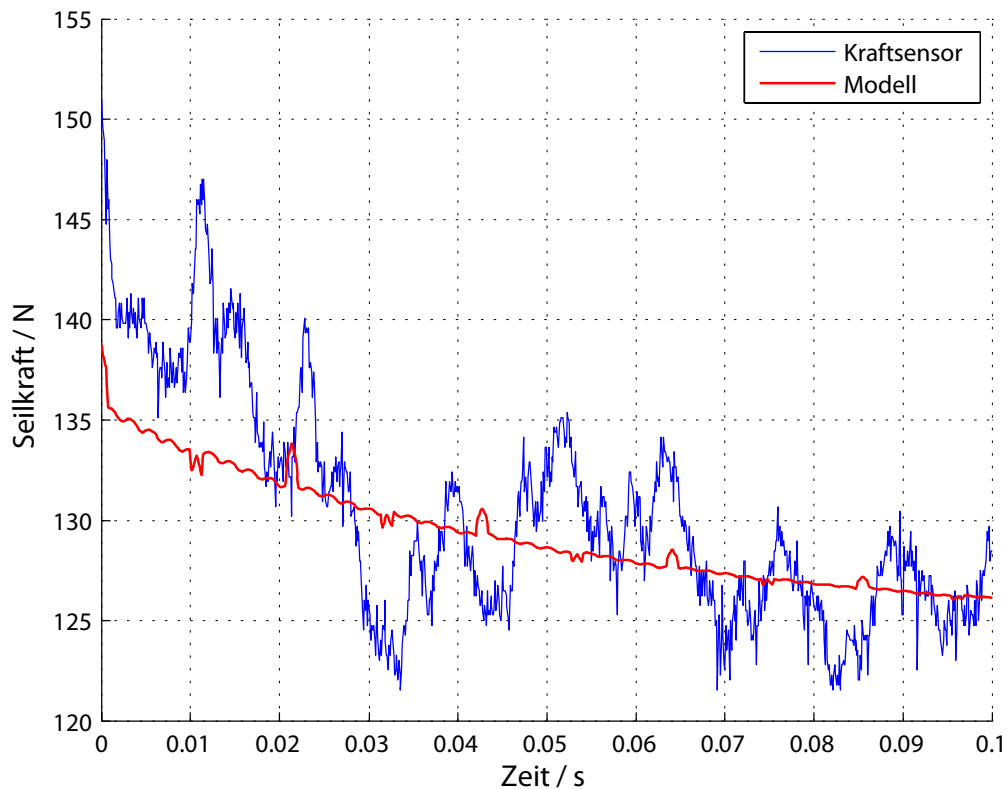


Abbildung 65: Vergleich des Kraftsignals aus dem Modell mit dem des Kraftsensors bei 120N Vorspannkraft für eine asymmetrisch ausgelenkte Transversalschwingung

Das Seilmodell beschreibt die gleiche Schwingung wie das Seil in Realität, wie durch Vergleich von Abbildung 63 mit Abbildung 64 erkannt werden kann. Die Spannungsspitzen beim Umkehren des Schwingungsbauchs an einem Aufhängungspunkt des Seils sind jedoch niedriger als die der realen Schwingung. Wie aber auch erkannt werden kann, verhält sich die reale Schwingung mit zunehmender Zeit nichtlinearer. Trotzdem ist das Seilmodell durchaus relevant um Größenordnungen der Kraftamplituden anzugeben und die Schwingungsform zu beschreiben.

III.5 Einfluss von Transversalschwingungen auf den Seilroboter

Dieses Kapitel soll den Einfluss einer durch abruptes Abbremsen einer Bewegung induzierten Transversalschwingung im Antriebsseil behandeln. Sowohl die wirkenden Kräfte als auch die Form der induzierten Schwingung sind von Interesse.

Es wird angenommen, dass sich ein Seilende S_1 an einer fixen Position im Raum befindet, während sich das gespannte Seil einer Länge l_S um diesen Punkt dreht (Abbildung 66).

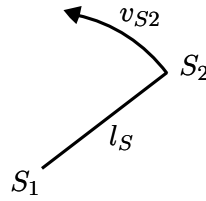


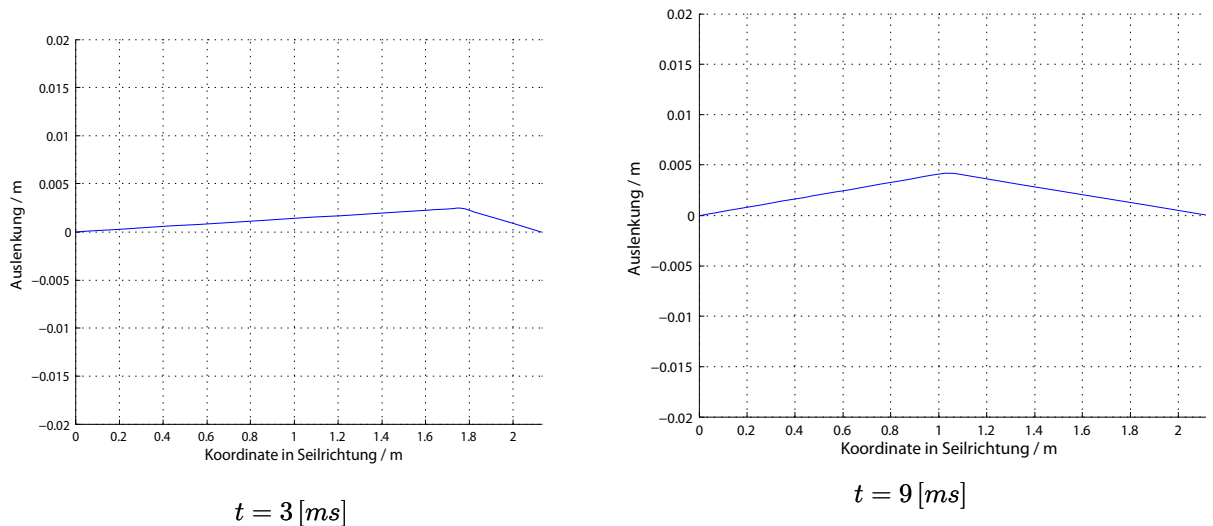
Abbildung 66: Drehung des Seils um einen Fixpunkt

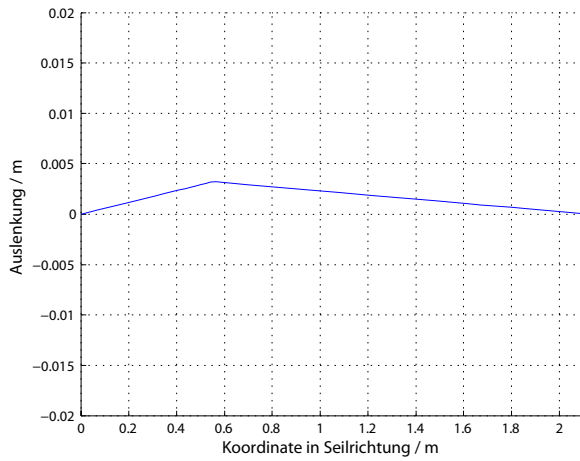
Der bewegte Seilendpunkt S_2 beschreibt bei dieser Bewegung eine Kreisbahn und besitzt die Bahngeschwindigkeit v_{S2} . Wird die Bewegung des Punktes S_2 abrupt geremst, so wird eine Schwingung im Seil induziert, die untersucht werden soll.

Der Sinn dieser Untersuchung ist es, die Größenordnung der Schwingungen zu ermitteln, die der Benutzer des Seilroboters durch schnelles Abbremsen einer Bewegung rein aufgrund der Seileigendynamik hervorrufen kann.

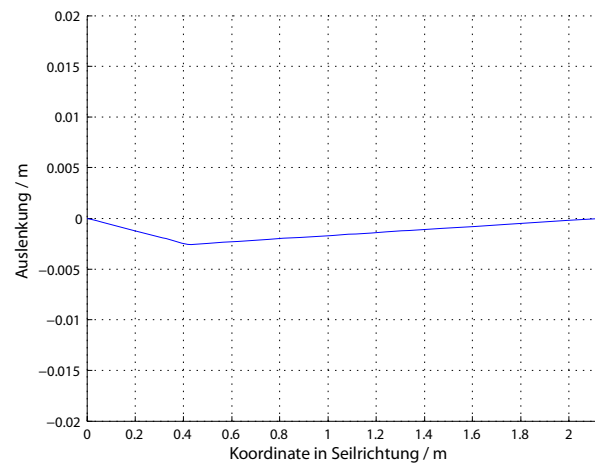
Als Anfangsbedingung für die Schwingung wird somit eine Geschwindigkeitsverteilung im Seil angenommen, da sich dieses noch in Bewegung befindet, während beide Aufhängungspunkte von einem Augenblick auf den anderen still stehen. Es wird daher eine dreieckige Anfangsgeschwindigkeitsverteilung verwendet. Das Maximum der Geschwindigkeit befindet sich knapp neben dem Seilendpunkt S_2 und wird mit einem Betrag $v_0 = 2 \left[\frac{m}{s} \right]$ angesetzt.

Das Ergebnis der Simulation für ein Seil der Länge $l_S = 2.13[m]$ bei einer Vorspannkraft von $120[N]$ ist in Abbildung 67 dargestellt.

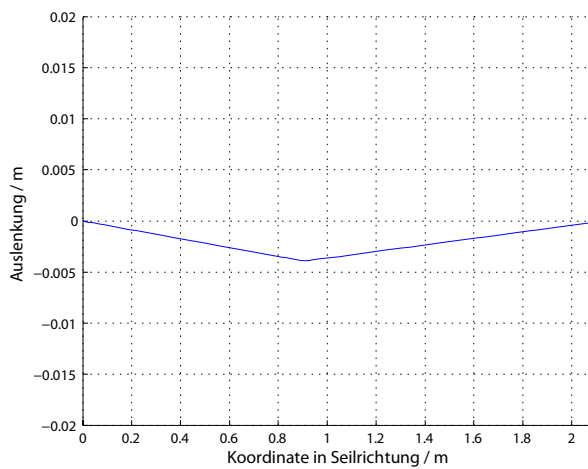




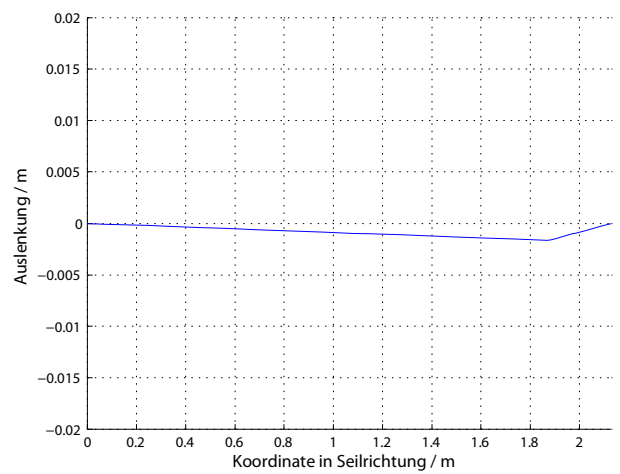
$t = 13 [ms]$



$t = 17 [ms]$



$t = 25 [ms]$



$t = 33 [ms]$

Abbildung 67: v_0 -induzierte Schwingung

Abbildung 67 zeigt, wie die Schwingung vom Punkt der höchsten Anfangsgeschwindigkeit im Seil induziert wird. Die maximale Amplitude wandert dabei von einem Seilendpunkt zum anderen und beschreibt dabei eine ellipsen ähnliche Bahn. Die Richtung dieser Bahnkurve wird von der Richtung der Anfangsgeschwindigkeit bestimmt. Durch die Dämpfung im System nimmt die Amplitude der Schwingung zusehends ab.

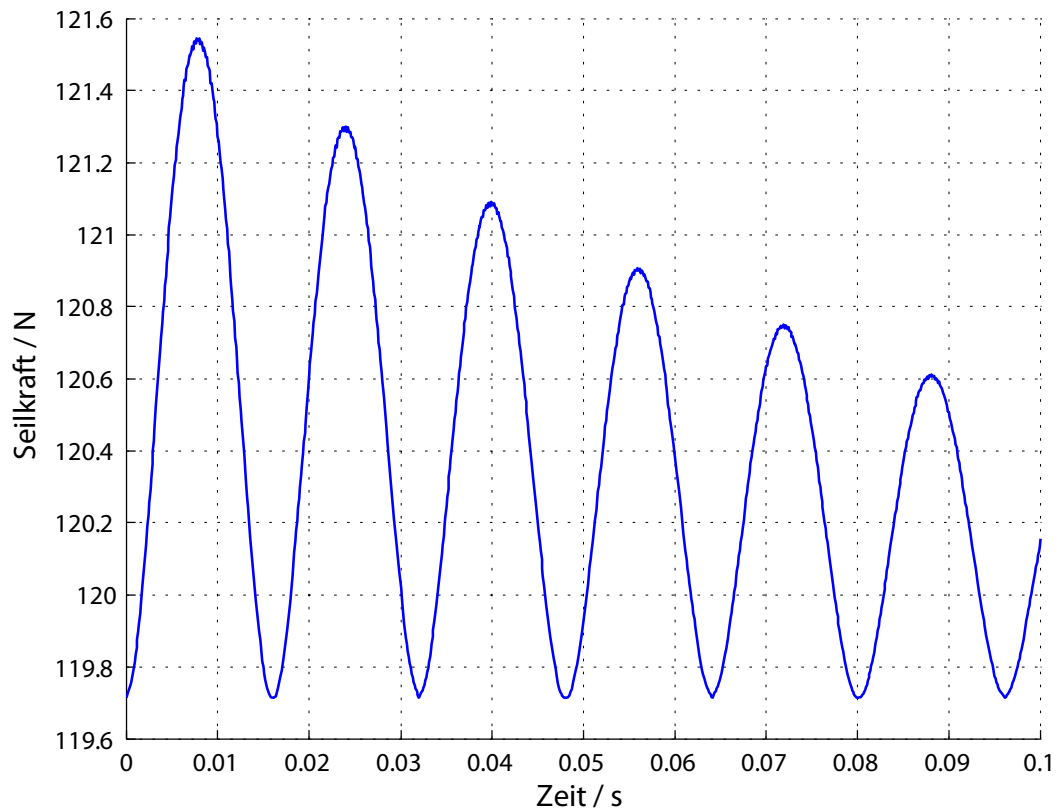


Abbildung 68: Kraftverlauf der v_0 -induzierten Schwingung bei einer Vorspannkraft von 120 [N]

In Abbildung 68 wird der modellierte Kräfteverlauf in Seilpunkt S_2 dargestellt, an dem der Benutzer angreift. Wie zu sehen ist, weisen die Amplituden einen sehr geringen Betrag auf. Selbst wenn der Betrag um ein vielfaches höher wäre, würden die entstehenden Schwingungskräfte keine große Störung im Seilantrieb bedeuten.

Zusammenfassend lässt sich somit sagen, dass Seilschwingungen im Antriebsstrang mit den verwendeten Seilen vom Typ Liros D-Pro mit einem Durchmesser von 3 [mm] so gut wie gar nicht auf das Gesamtverhalten, oder die Haptik des Users wirken.

IV Hybrider 1-D Antriebsstrang

Im folgenden Kapitel soll der Übergang von theoretischen zu praktischen Betrachtungen am SMS-Seilroboter gemacht werden. Es wird die Funktionsweise des hybriden Antriebsstrangs erklärt und die verwendeten Komponenten vorgestellt. In Experimenten werden die einzelnen Komponenten auf ihre Funktionstauglichkeit getestet. Anschließend wird ein erster Prototyp des 1-D Antriebs des Seilroboters vorgestellt, der die Funktionen aller zuvor behandelten Komponenten vereint. Als Abschluss wird ein Ausblick auf bauliche und regelungstechnische Verbesserungsvorschläge gemacht.

IV.1 Konzept

Bei einem hybriden Antriebsstrang handelt es sich um eine Kombination verschiedener Antriebskonzepte. Das Hybridkonzept wurde speziell für leistungsintensive Anwendungen des SMS-Seilroboters entwickelt. Als erste Anwendung wird das Rudern simuliert.

Beim Rudern kann man im Groben zwischen zwei Phasen unterscheiden: der Schlag- und der Rückholphase (Abbildung 69).

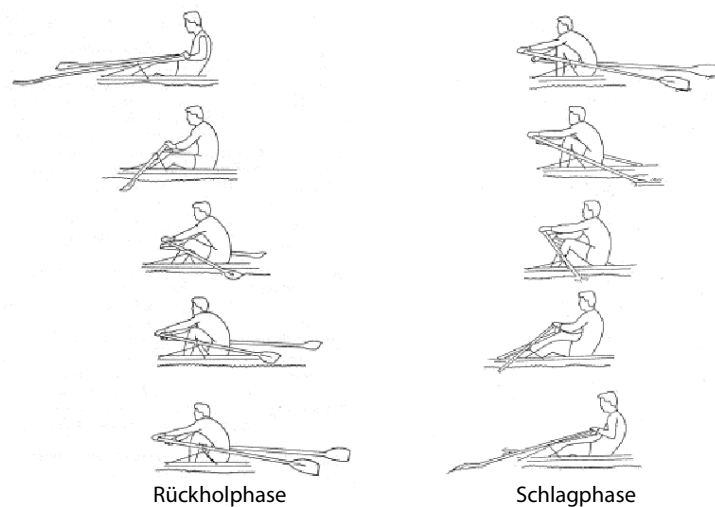


Abbildung 69: Zwei Phasen des Rudervorgangs [NOLTE, 1982]

Während der Schlagphase wird vom Ruderer hohe Leistung erbracht. Diese Leistung wird durch die Bewegung erzeugt, mit welcher der Ruderer das Boot antreibt. Die Kräfte, die bei dieser Bewegung an den Ruderblättern auftreten, haben eine Hauptrichtung. In der Rückholphase hingegen befinden sich die Ruder in der Luft und die erbrachte Leistung ist gering.

Der Seilroboter soll für diese Ruderanwendung das haptische Feedback realisieren und dem Menschen den Eindruck vermitteln im Wasser zu Rudern. Die Seile werden zu diesem Zweck so an den Ruderenden angebracht, dass die nötigen Freiheitsgrade für einen realistischen Rudervorgang vorhanden sind. Die großen Leistungen, die während der Schlagphase auftreten, werden beim realen

Rudern durch das Wassers abgeführt. Dies muss beim Seilroboter über die Antriebe erfolgen. Diese Leistungsabfuhr wird durch das eigens entwickelte hybride Antriebskonzept realisiert. Es handelt sich bei diesem um eine Kombination von aktiven und passiven Antriebskomponenten. Die Idee hinter diesem Konzept ist, dass die passiven Komponenten Leistung aus dem System abführen, die für die aktiven Aktoren zu groß wäre. Zusätzlich wirken passive Antriebskomponenten stabilisierend für haptische Interaktionen und steigern daher die Performance des haptischen Interface [AN, 2006].

Die Funktionsweise des hybriden Antriebs ist folgende: Durch Kenntnis der Hauptaktionsrichtung der Kräfte während der Schlagphase werden die passiven Aktoren (Bremse und Feder) so platziert, dass sie den Hauptteil der entstehenden Leistung abführen können. Eine Feder erfüllt den Zweck die Vorspannung im System aufrecht zu erhalten und die Bremse wieder rückzustellen. Die anderen aktiven Antriebsstränge des Seilroboters werden so im Raum platziert, dass alle nötigen Kraftkomponenten im Arbeitsraum aufgebracht werden und alle Seile stets unter Zug gehalten werden können.

IV.2 Versuchsaufbau

Der erste Versuchsaufbau im Zusammenhang mit dem hybriden Antriebsstrang ist ein Bremsenprüfstand (Abbildung 70, Abbildung 71). Dieser zielt darauf ab, ein Modell der Bremse zu erhalten, welches für Regelungszwecke des Antriebs verwendet werden kann.

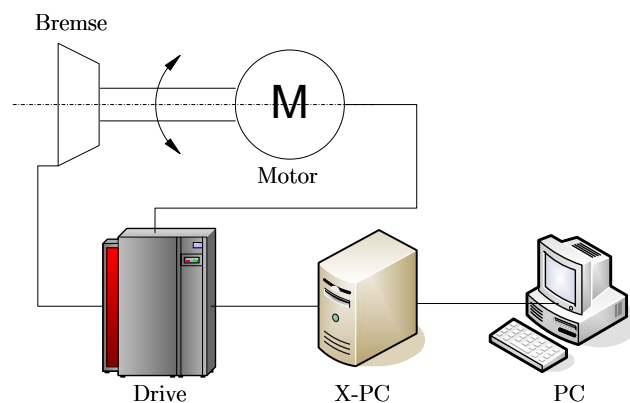


Abbildung 70: Schema Bremsenprüfstand

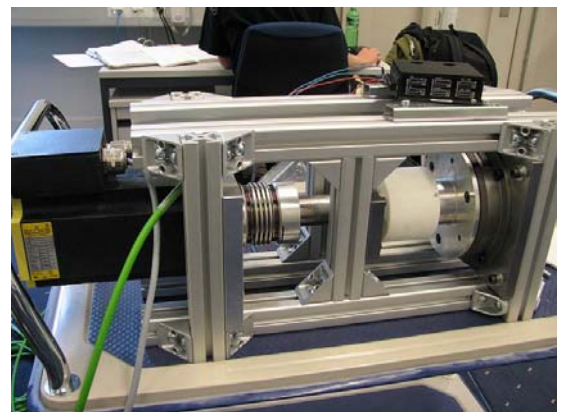


Abbildung 71: Bremsenprüfstand

Der Aufbau des Bremsenprüfstands besteht wie in Abbildung 70 zu sehen ist aus den Komponenten: Motor, Antriebswelle mit Kupplung zwischen Motor und Bremse, Bremse, Drive, X-PC und PC. Das Funktionsprinzip des Bremsenprüfstands ist folgendes: Der Motor treibt eine Welle mit einer darauf sitzenden Bremsscheibe an. Wird an der Bremse eine Spannung angelegt, so bremst diese und das erzeugte Bremsmoment muss vom Motor aufgebracht werden. Dies bewirkt eine Stromänderung am Motor, die gemessen und in ein entsprechendes Drehmoment umgerechnet wird. Die Stromversorgung wird von einer regelbaren Stromquelle (*Drive*) übernommen, welches über einen X-PC gesteuert wird.

Die Programme zur Regelung der einzelnen Komponenten werden von einem PC auf den X-PC geladen.

Der verwendete Motor wurde bereits in Kapitel III.1 vorgestellt. Es handelt sich um einen bürstenlosen Wechselstromservomotor (Fa. Baldor). Dieser wird aufgrund der vom Hersteller garantierten Linearität zwischen Ist-Strom I_{ist} und Ist-Moment τ_{ist} verwendet, um Drehmoment zu messen. Der Zusammenhang zwischen Strom und Drehmoment wird durch Gleichung (46) angegeben.

Bei der Bremse handelt es sich um eine Magnetscheibenbremse (Fa. Orthlinghaus, Abbildung 72). Sie besteht aus einem Stator und einem Rotor. Wird an der Statorspule eine elektrische Spannung angelegt, so erzeugt diese ein Magnetfeld. Der magnetische Rotor überwindet ab einer gewissen magnetischen Feldstärke den bestehenden Luftspalt und die Rückhaltekraft einer Blattfeder. Er wird dadurch gegen den Stator gepresst. Das erzeugte Moment hängt dabei von der Höhe der angelegten Spannung ab. Es können Bremsmomente bis zu $100 [Nm]$ erzeugt werden. Die Parameter der Bremse sollen im folgenden Kapitel experimentell ermittelt werden.



Abbildung 72: Magnetscheibenbremse

IV.3 Experimentelle Ermittlung der Bremsenparameter

Die einzelnen Versuche zur Strecken- und Parameteridentifikation der Bremse werden in diesem Abschnitt präsentiert. Es sollen die Abhängigkeiten der Bremse von Größen wie Geschwindigkeit und Zeit untersucht werden, um das Verhalten der Bremse in Form eines Modells ausdrücken zu können.

IV.3.1 Geschwindigkeitsabhängigkeit der Bremse

Dieser Versuch soll Aufschluss über die Geschwindigkeitsabhängigkeit des Bremsmoments geben. Es werden Drehmomentkurven bei verschiedenen Bremsspannungen aufgenommen. Die Bremse bleibt für die Dauer des gesamten Versuchs geschlossen. Messpunkte werden in 10% Schritten der maximalen Motorgeschwindigkeit ansteigend bis zur Maximalgeschwindigkeit durchgeführt. Anschließend werden drei weitere Messpunkte bei absteigenden Geschwindigkeiten ermittelt. Für jeden Messpunkt wird 15 [s] lang gemessen und das erhaltene Drehmoment gemittelt. Die Ermittlung des Drehmoments erfolgt über die Umrechnung des gemessenen Motorstroms nach Gleichung (46).

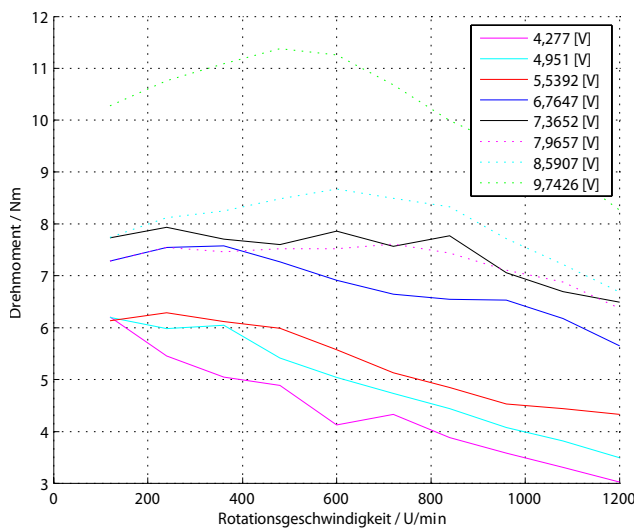


Abbildung 73: Geschwindigkeitsabhängigkeit der Bremse, steigende Geschwindigkeit

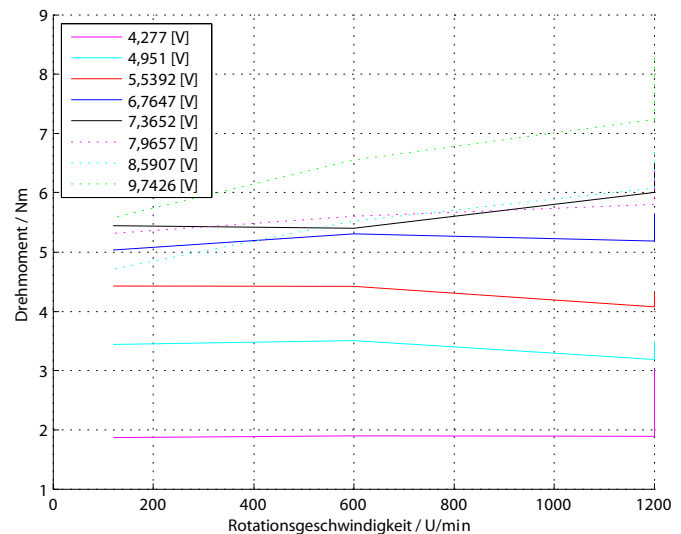


Abbildung 74: Geschwindigkeitsabhängigkeit der Bremse, fallende Geschwindigkeit.

Abbildung 73 zeigt, dass das Bremsmoment mit steigender Drehzahl sinkt. Nur bei Spannungen über 8 [V] tritt ein vorläufiger Anstieg mit einem anschließenden Abfall des Moments auf. Betrachtet man Abbildung 74 über die Geschwindigkeitsabhängigkeit des Drehmoments für sinkende Drehzahlen, so stellt man fest, dass die Drehmomente für Spannungen bis 8 [V] konstant bleiben. Es besteht somit ein starker Unterschied des Drehmomentenverhaltens zwischen steigenden und fallenden Geschwindigkeiten. Diese Nichtlinearitäten scheinen ein Charakteristikum der verwendeten Bremse zu sein, hängen möglicherweise aber auch mit der Erhitzung der Bremse zusammen. Zudem ist nach den Versuchen eine feine Staubschicht zu bemerken, die auf starke Abnutzung des Bremsbelags schließen lässt.

IV.3.2 Sprungantwort der Bremse

Es werden elektrische Spannungssprünge unterschiedlicher Höhe bei drehender Bremse aufgeschalten. Aus dem Vergleich der Anstiegszeiten der Sprungantworten bei unterschiedlich großen Spannungssprüngen, kann darauf geschlossen werden, ob eine Übertragungsfunktion erster, oder

zweiter Ordnung vorliegt. Zudem kann man erkennen, wie schnell die Bremse auf Spannungssprünge reagiert.

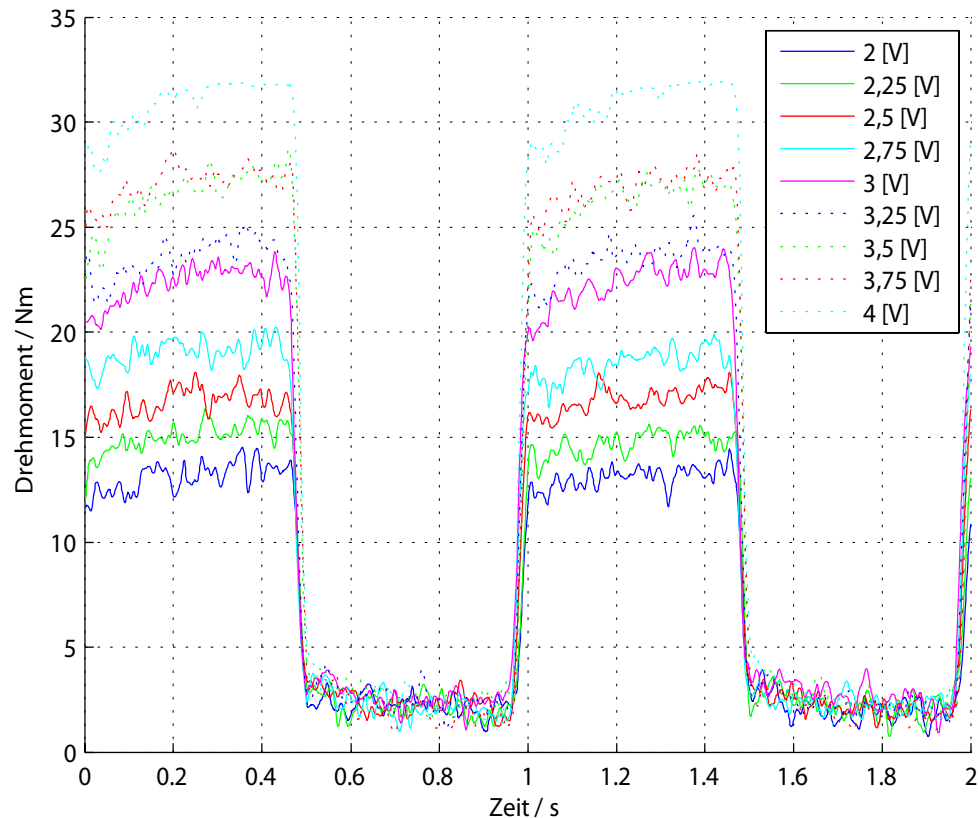


Abbildung 75: Sprungantwort der Bremse

Die Anstiegszeiten der in Abbildung 75 dargestellten Sprungantworten auf 95% des Sollwertes scheinen unterschiedlich zu sein. Dies würde auf eine Übertragungsfunktion zweiter Ordnung hindeuten. Weiters kann festgestellt werden, dass die Anstiegszeiten der Bremse klein genug sind, um diese bei einer Ruderanwendung ein zu setzen.

IV.3.3 Streckenidentifikation der Bremse

Dieser Versuch besteht in der Streckenidentifikation der Bremse. Bei konstanter Drehzahl wird die Bremse mit elektrischen Sinussignalen gespeist. Mit zunehmender Frequenz dieser Sinussignale sinkt die Amplitude des übertragenen Drehmoments und es steigt die Phasenverschiebung zwischen Eingangs- und Ausgangssignal. Aus dem Verhältnis der Amplitude zur maximal erreichbaren Amplitude kann die Bandbreite der Bremse bestimmt werden.

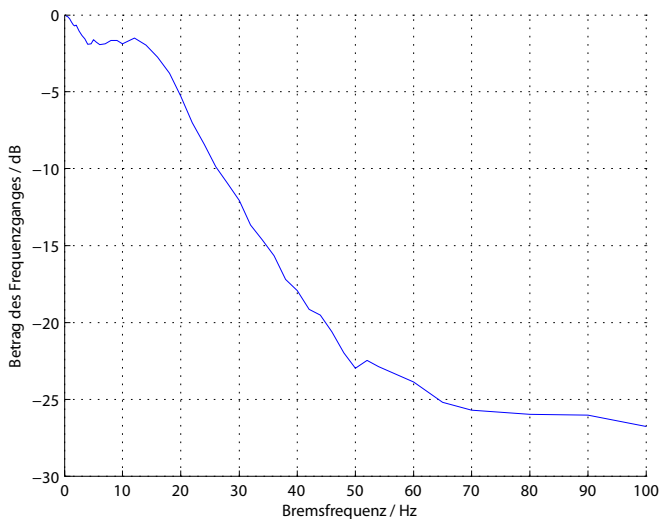


Abbildung 76: Verstärkungsfaktor der Bremse in Abhängigkeit der Bremsfrequenz

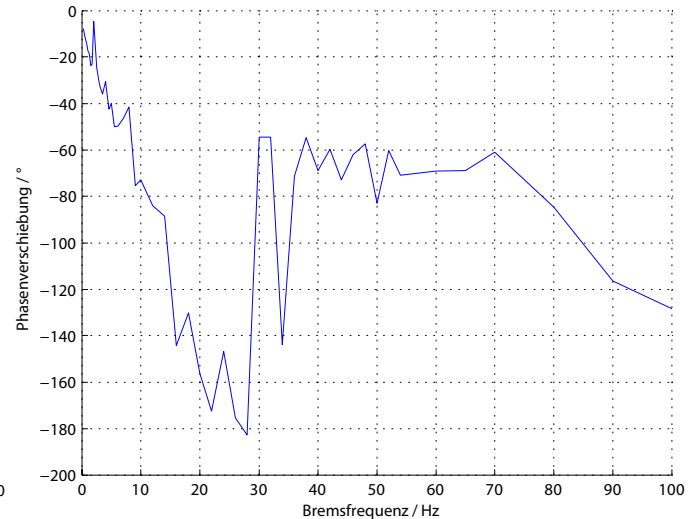


Abbildung 77: Phasenverschiebung in Abhängigkeit der Bremsfrequenz

Die Phasenverschiebung von -180° aus Abbildung 77 scheint die Vermutung eines Systems 2. Ordnung zu bestätigen. Die Durchtrittsfrequenz liegt bei $13 [Hz]$ aufgrund des $-3 [dB]$ Abfalls in der Betragskennlinie und wegen der Halbierung des Phasenübergangs von 0° zu -180° aus Abbildung 76.

IV.3.4 Ergebnisse

Da das Gesamtverhalten der Bremse, wie im Abhängigkeitsversuch von der Geschwindigkeit gezeigt wurde, stark nichtlinear ist, macht es keinen Sinn eine LZI-Übertragungsfunktion für die Bremse aufzustellen. Zudem deutet der sichtbare Abrieb auf eine zeitliche Veränderung des Drehmoments hin. Es ist jedoch möglich die Bremse zunächst im gesteuerten Betrieb zu nutzen, um das Prinzip des Hybridantriebes zu überprüfen. Zu diesem Zweck wird ein einfaches empirisches Modell für die Bremse aufgestellt (Abbildung 78).

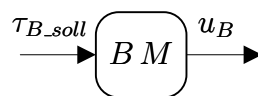


Abbildung 78: Modell der Bremse

Dieses berechnet aus dem Sollbremsmoment τ_{B_soll} die nötige elektrische Bremsspannung u_B . Zudem soll das Modell der Bremse eine minimale Spannung $u_{B_min} = 3.9 [V]$ gewährleisten, damit sich die Bremse nicht von der Bremscheibe löst. Die maximal erlaubte Eingangsspannung ist $u_{B_max} = 10 [V]$. Es steht somit ein Spannungsbereich von etwa $6 [V]$ zur Regelung zur Verfügung. Der Faktor $k_{\tau \rightarrow u}$ muss durch Soll- und Ist-Momentvergleich empirisch ermittelt werden (Kapitel IV.6.3). Dieses Modell lässt sich wie folgt anschreiben:

$$u_B = \text{sat}(k_{\tau \rightarrow u} \tau_{B_soll} + u_{B_min}) = \text{sat}(u)$$

mit:

$$\text{sat}(u) = \begin{cases} u_{B_min} & \text{für } u < u_{B_min} \\ u_{B_max} & \text{für } u > u_{B_max} \\ u & \text{sonst} \end{cases} \quad (61)$$

$$u_{B_min} = 3.9 [V]$$

$$u_{B_max} = 10 [V]$$

$$k_{\tau \rightarrow u} \dots \left[\frac{V}{Nm} \right]$$

IV.4 Experimentelle Ermittlung der Federkennlinie

Wie in Kapitel IV.1 angekündigt, besteht der passive Aktuator aus einer Bremse-Feder-Einheit. Als Feder für den hybriden Antriebsstrang dient eine Bandspiralfeder (Abbildung 79). Diese wurde dafür ausgelegt über 5 Umdrehungen eine möglichst flache Federkennlinie zu haben, um somit konstante Momente auf den passiven Antriebsstrang von Feder und Bremse zu übertragen.



Abbildung 79: Bandspiralfeder

Zur experimentellen Ermittlung der Federkennlinie wird der Aufbau aus den Bremsversuchen (Abbildung 70) um eine Feder erweitert (Abbildung 80).

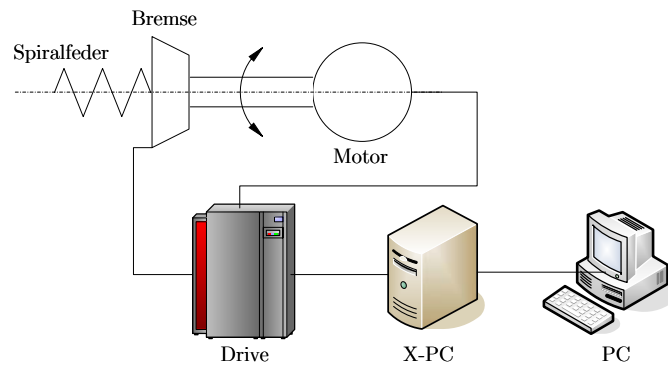


Abbildung 80: Prüfstand zur Ermittlung der Federkennlinie

Die Kennlinie wird durch langsames Auf- und Abwickeln der Feder erhalten und mit dem Motor gemessen.

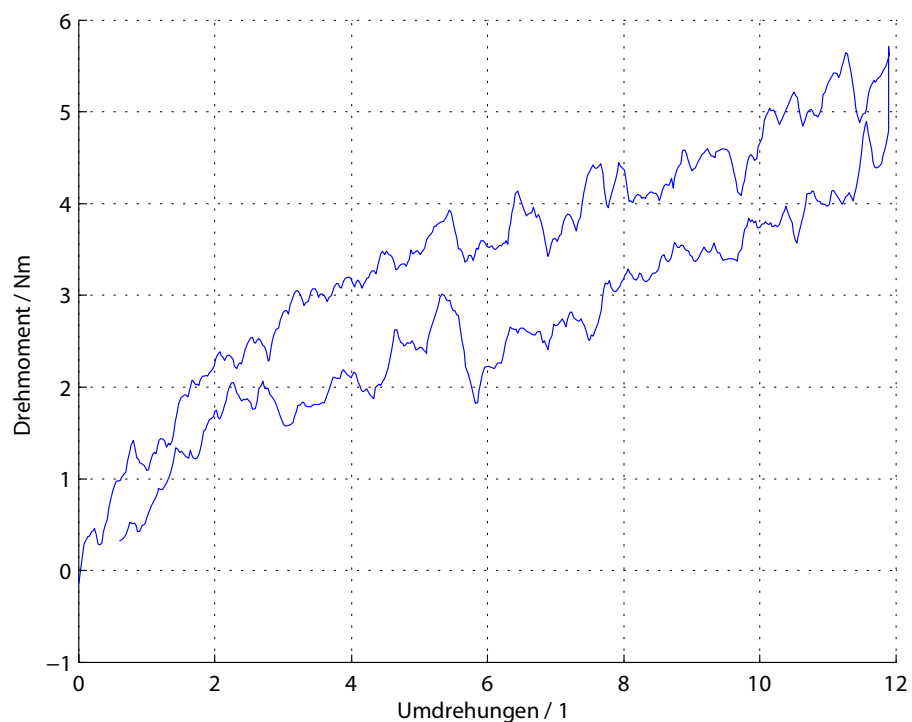


Abbildung 81: Drehmomentenverlauf der Spiralfeder

Wie in Abbildung 81 zu sehen ist die Federkennlinie der Spiralfeder nicht linear. Man kann große Sprünge erkennen, die auf sogenannte „Blockbildung“¹ in der Feder schließen lassen. Zudem tritt bei Richtungsumkehr ein starker Drehmomentenabfall auf.

Es soll trotzdem versucht werden, einen ersten Prototyp des hybriden Antriebsstranges aufzubauen, um ein Funktionieren des Antriebskonzepts an sich zu zeigen.

¹ Bei Blockbildung berühren sich einzelne Windungen der Feder. Dieser Effekt hat einen starken Einfluss auf das Federverhalten.

IV.5 Versuche mit 1-D Antriebsstrang

In den Kapiteln IV.3 und IV.4 wurden die zwei passiven Komponenten des hybriden Antriebsstranges untersucht. Ziel dieses Kapitels ist es zu zeigen, dass das Antriebskonzept an sich gut funktioniert und für die Ruderanwendung im Seilroboter Verwendung finden kann.

Der hybride Prototyp ist wie folgt aufgebaut (Abbildung 82):

Der Motor ist nicht mehr direkt mit der Bremse und der Spiralfeder verbunden, sondern überträgt die Kräfte auf ein Seil. Dieses kann von der motorseitigen Seilwinde über einen Rollenkraftsensor (Abbildung 83) und eine Umlenkrolle auf der bremssseitigen Seilwinde aufgewickelt werden.

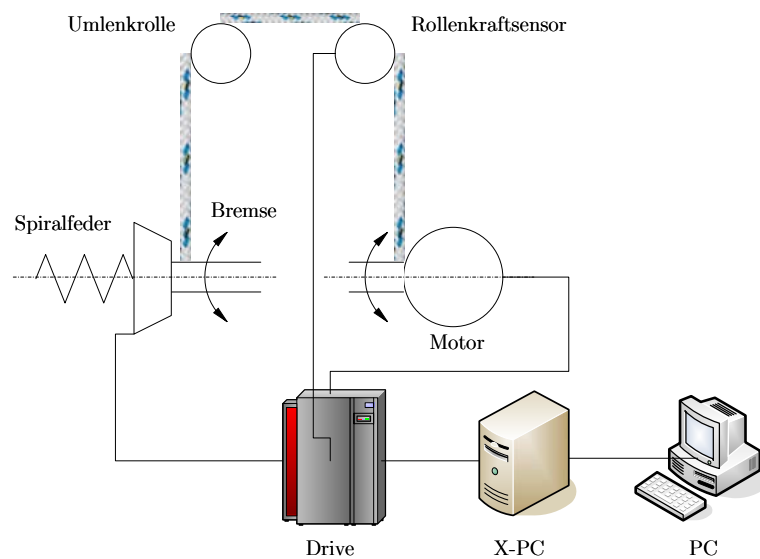


Abbildung 82: Ruderprüfstand

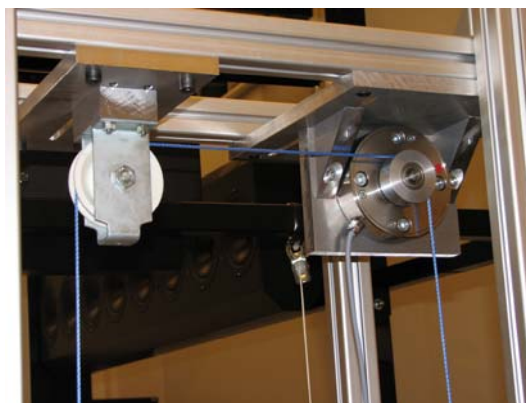


Abbildung 83: Rollenkraftsensor

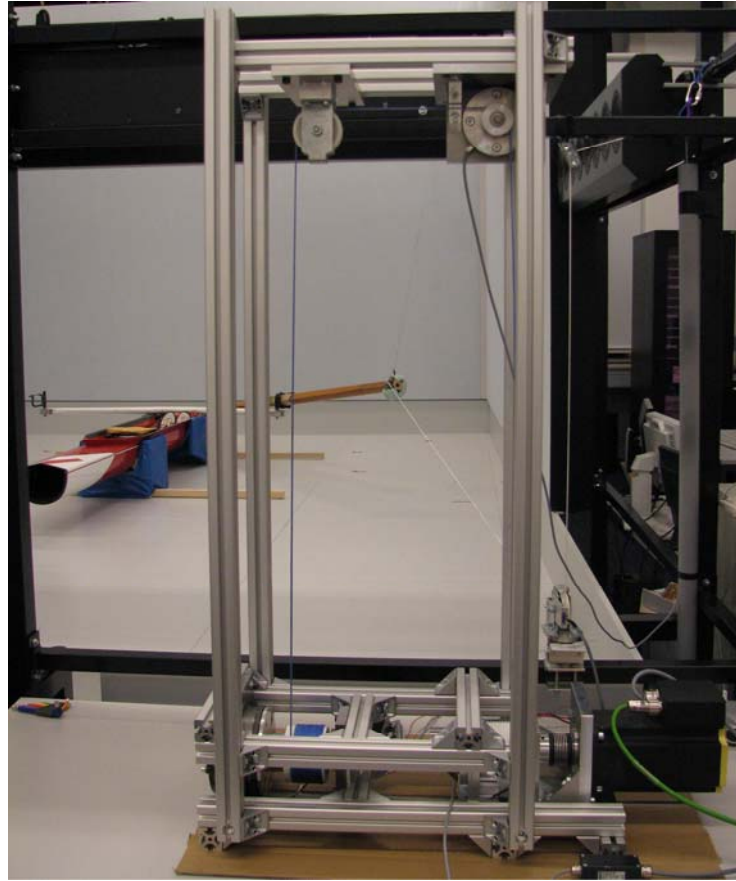


Abbildung 84: Prototyp eines hybriden Seilantriebs

Um die Funktion des Antriebs zu demonstrieren, übernimmt der Motor die Rolle des Ruderers und gibt die Bewegung vor. Es sollen hierbei Sinusschwingungen durchgeführt werden, die in Amplitude ($A = 0.8 [m]$) und Frequenz ($f \leq 0.5 [Hz]$) den zu erwartenden Bewegungen beim Rudern entsprechen. Die Eingangsgröße $x_{soll}(t)$ des Antriebs beschreibt die Position des Ruders in Abhängigkeit der Zeit t hat somit folgende Form:

$$x_{soll}(t) = A \sin(2 \pi f t) \quad (62)$$

Ein Rollenkraftsensor misst während dieser Bewegungen die Seilkraft $F_{S_gem.}$, die als Bewertungsgröße des Systems dient. Das Steuerschema zu diesem Funktionstest ist in Abbildung 85 dargestellt. Dieses stellt den Zusammenhang von verwendeten Modellen ($RM, BM, \frac{d}{dt}$) mit den reellen Antriebskomponenten ($M, S, B \& Fe, F, \phi \rightarrow x, x \rightarrow \phi$) dar.

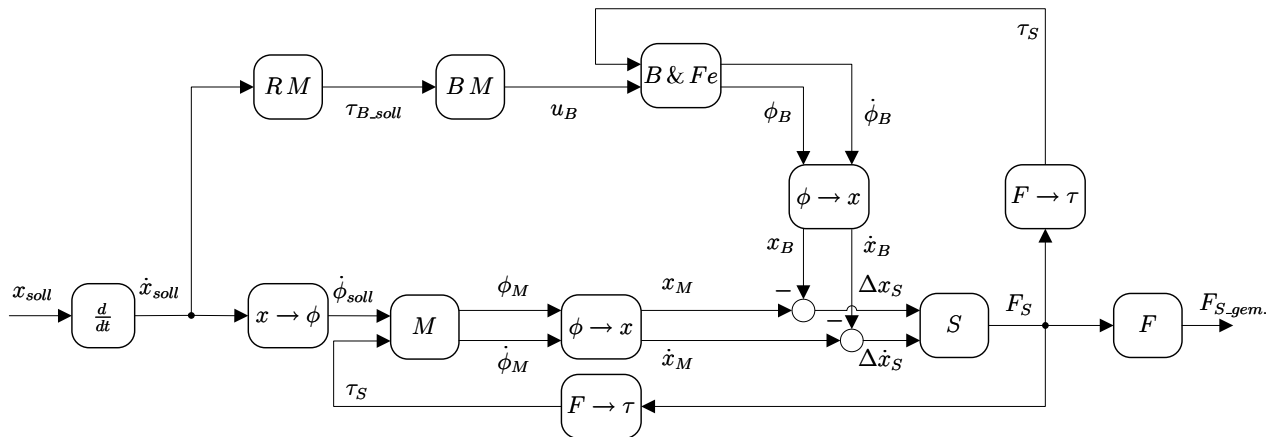


Abbildung 85: Steuerungsschaltbild des hybriden Antriebsstrangs

Der Motor M in Abbildung 85 besitzt einen internen Geschwindigkeitsregler. Die Funktionen $\phi \rightarrow x$, $F \rightarrow \tau$ und $x \rightarrow \phi$ stellen die Seilwinden dar. Sie geben die Umwandlung von Drehmoment τ in Seilkraft F_S sowie Drehwinkel ϕ zu Weg x und vice versa an. Die Bremse-Feder-Einheit wird durch den Block $B \& Fe$ dargestellt. S repräsentiert das Seil. Die Seilkräfte F_S am Seil werden durch Dehnung Δx_S und Differenzgeschwindigkeiten $\Delta \dot{x}_S$ zwischen den Antrieben erzeugt und wirken auf diese wieder zurück. Die Seilkraft wird durch den Rollenkraftsensor F gemessen und liefert die Ausgangsgröße $F_{S_gem.}$ des Antriebsstrangs. Der Ausgang des Rudermodells ist das Sollbremsmoment der Bremse τ_{B_soll} . Das Modell für die Bremse BM wird durch Gleichung (61) bestimmt. Das Sollbremsmoment τ_{B_soll} wird von einem Rudermodell RM vorgegeben. Das Rudermodell wird im folgenden Kapitel im Detail beschrieben. Dieses wird dazu verwendet, den hybriden Antriebsstrang auf seine Funktionstüchtigkeit zu testen.

IV.6 Resultate

In diesem Kapitel werden die Resultate präsentiert, die für drei verschiedene Rudermodelle erhalten wurden. Diese sollen die Stärke und das vorhandene Potential präsentieren, welches in dem hybriden Antriebskonzept steckt.

IV.6.1 Versuch ohne Bremse

Der erste Versuch wurde nur mit Motor und Spiralfeder durchgeführt. Das Rudermodell und das Bremsenmodell werden für diesen Fall gleich Null gesetzt.

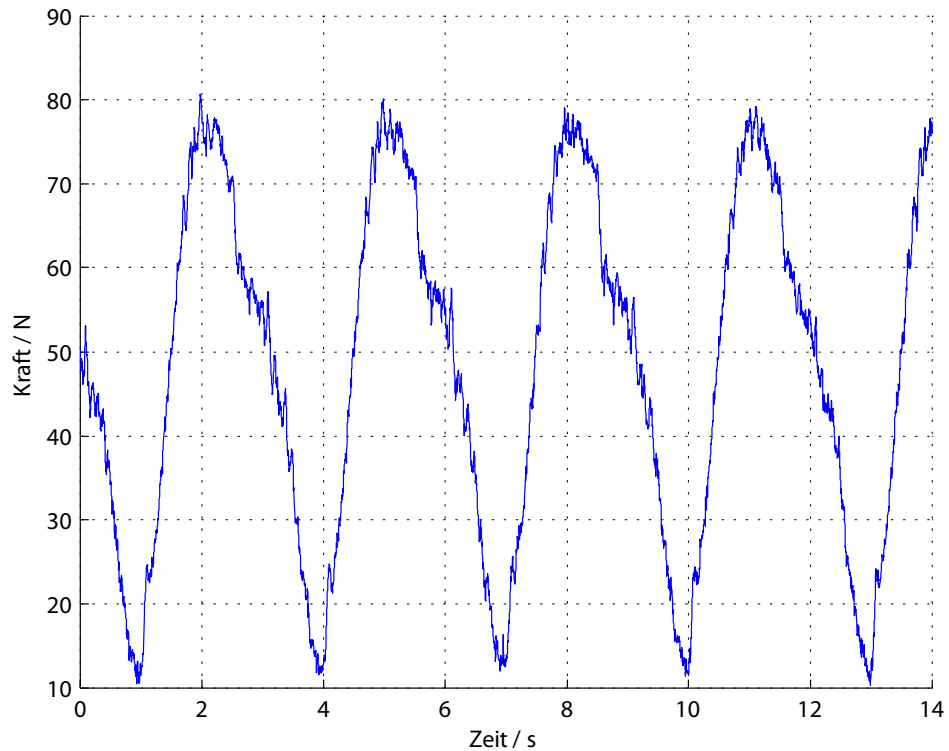


Abbildung 86: Rudersimulation ohne Bremse

Abbildung 86 zeigt die gemessene Seilkraft $F_{S_gem.}$ als Funktion der Zeit für den Versuch ohne Bremse. Zur Durchführung des Versuchs wurde das System auf $20 [N]$ vorgespannt. Man kann erkennen, dass die Feder-Bremse-Einheit ohne Probleme der vorgegebenen Ruderbewegung mit einer Frequenz von $f = 0.3 [Hz]$ folgen kann, da die Vorspannung im System nicht verloren geht ($F_S > 0$). Aus dem Kräfteverlauf kann man gut die Massenträgheitseffekte der spiralfederseitigen Feder-Bremse-Einheit erkennen (*Peaks* bei eins, vier und sieben Sekunden in Abbildung 86). Auf den Peak folgt ein steiler Kraftanstieg, während dem die Feder gespannt wird. Kurz nach Erreichen der Maximalkraft ist ein schneller Kraftabfall von etwa $15 [N]$ zu beobachten. Dieser kommt vom Krafteinbruch bei der Richtungsumkehr, der auch in der Federkennlinie zu beobachten ist.

IV.6.2 Versuch mit leicht schleifender Bremse

Der folgende Versuch bindet auch die Bremse in den Ruderablauf ein. Das Rudermodell bleibt weiterhin auf dem Wert Null. Das Bremsenmodell liefert somit nach Gleichung (61) die minimale Bremsenspannung $u_{B_min} = 3.9 [V]$. Somit läuft die Bremse im ständigen Schleifbetrieb.

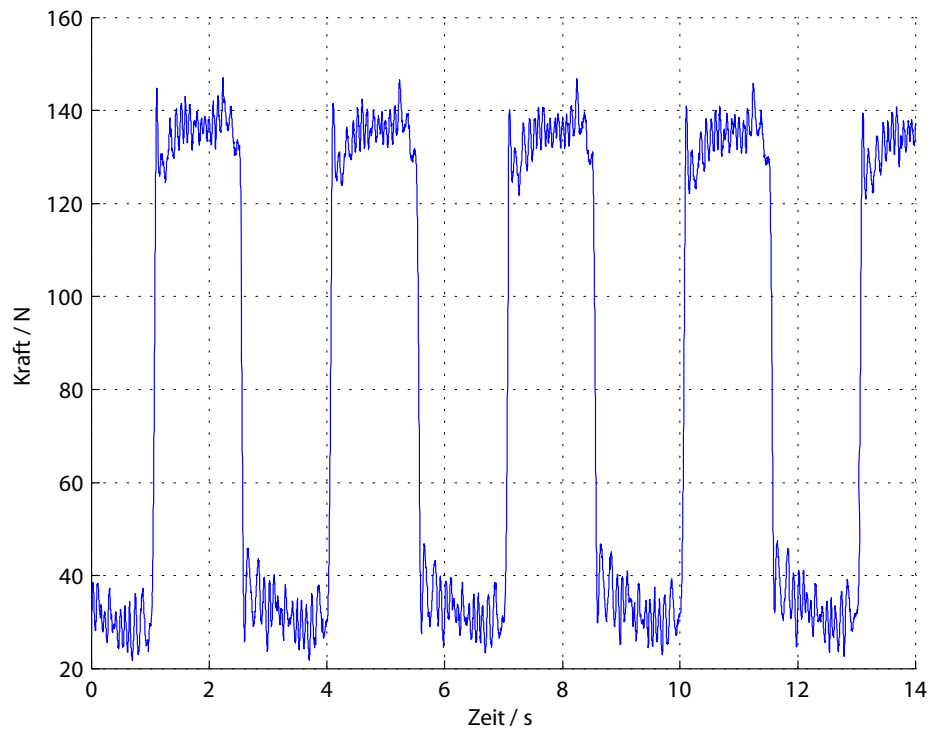


Abbildung 87: Rudersimulation mit Bremse, Zoom

Der Unterschied des Versuchs mit leicht schleifender Bremse (Abbildung 87) im Vergleich zu demjenigen ohne angestellter Bremse (Abbildung 86) liegt hauptsächlich in den steileren Flanken des Anstiegs und Abfalls der Seilkraft sowie in den wesentlich höheren Kraftamplituden. Aufgrund des zusätzlichen Kraftabfalls an der Bremse muss die Vorspannung im Seil erhöht werden, um das Seil ständig unter Zug zu halten. In Abbildung 87 sieht man, dass die Vorspannung schon beinahe auf Null abfällt. Genau in diesem Bereich liegt das große Potential einer guten Regelung für den hybriden Antriebsstrang. Beispielsweise kann die Bremse beim Rückstellen (fallende Flanken in Abbildung 87) weiter geöffnet werden, sodass die Federkraft das starke Absinken der Seilspannung verhindern kann.

IV.6.3 Versuch mit geschwindigkeitsabhängiger Bremse

Dieser Versuch soll der geplanten Rudersimulation schon sehr nahe kommen. Es wird Wasserwiderstand mit einer quadratischen Abhängigkeit von der Geschwindigkeit am Ruder simuliert. Das Modell für diesen Widerstand ist durch folgende Gleichung beschrieben:

$$\tau_{B_soll} = \begin{cases} 0 & \text{für } \dot{x}_{soll} < 0 \\ k \dot{x}_{soll}^2 & \text{sonst} \end{cases} \quad (63)$$

mit :

$$k = 1, 2, 3$$

Für die folgenden Versuche wurde der Wert von k auf $k = 1, 2$, und $3 \left[\frac{Nm \cdot s^2}{rad^2} \right]$ gesetzt. Als Eingangsfunktion x_{soll} zur Steuerung des Antriebsstrangs nach Abbildung 85 wurde $x_{soll} = 0.8 \sin\left(\frac{2}{3}\pi t\right)$ verwendet.

Die geschwindigkeitsabhängige Bremsspannung beschreibt folgenden Verlauf (Abbildung 88):

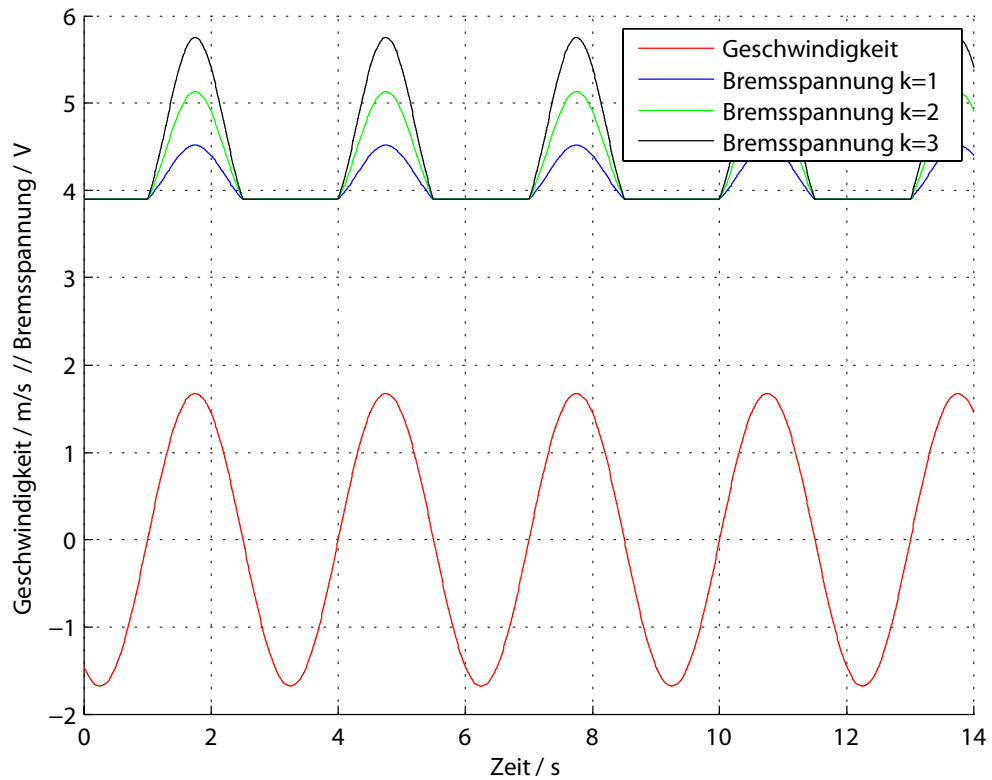


Abbildung 88: Sollgrößen für geschwindigkeitsabhängige Bremsspannung

Vergleicht man die erhaltenen Seilkräfte bei geschwindigkeitsabhängiger Bremsspannung mit der bei leicht schleifender Bremse, so erhält man folgendes Ergebnis (Abbildung 89):

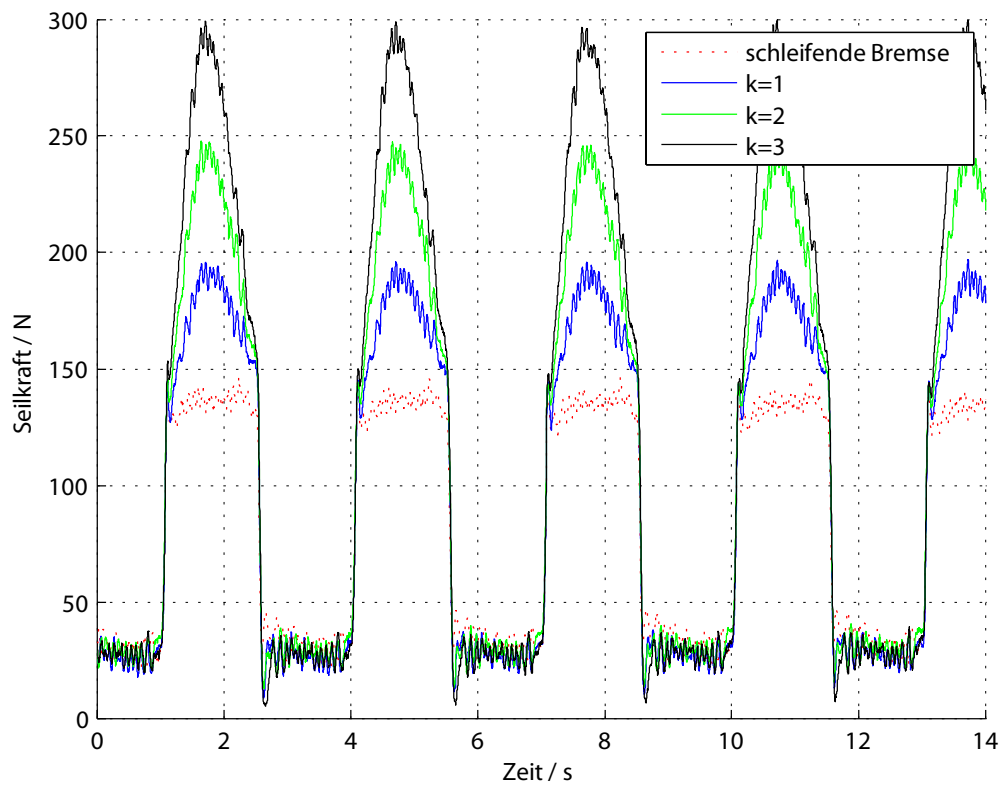


Abbildung 89: Vergleich leicht schleifende und geschwindigkeitsgeregelte Bremse

In Abbildung 89 sind die Seilkraftverläufe für das Rudermodell mit den drei verschiedenen Werten von k mit $k = 1, 2,$ und $3 \left[\frac{Nm \cdot s^2}{rad^2} \right]$ sowie mit leicht schleifender Bremse zu sehen.

Die Seilkraft setzt sich dabei folgenden Komponenten zusammen:

$$F_S = F_{Feder} + F_{Offset} + F_{RM} + F_{error} \quad (64)$$

Hier beschreibt F_{Feder} die Kraft die aus dem Torsionsmoment der Feder resultiert. F_{Offset} ist die Minimalkraft, die im Schleifbetrieb anliegt. In F_{RM} ist die eigentlich darzustellende Kraft enthalten, die sich aus dem Rudermodell in Abhängigkeit der Ruderbewegung ergibt. F_{error} beschreibt sonstige Fehlerkräfte.

Betreibt man auch den Motor momentengeregt, können F_{Offset} und F_{Feder} modellbasiert kompensiert werden. Am Endeffektor tritt somit im Fall einer idealisierten Strecke ($F_{error} = 0$) als Nettokraft F_{EE} nur noch die gewünscht Kraftkomponente F_{RM} auf.).

$$F_{EE} = F_{RM} \quad (65)$$

Durch Identifikation des Verhaltens von Bremse und Feder im leicht schleifenden Betrieb, können diese Fehlerkräfte vom Motor modellbasiert kompensiert werden. Am Endeffektor treten somit nur noch die Kraftdifferenzen zwischen leicht schleifendem Betrieb der Bremse und rudermodelebasiertem Betrieb der Bremse auf (Abbildung 90).

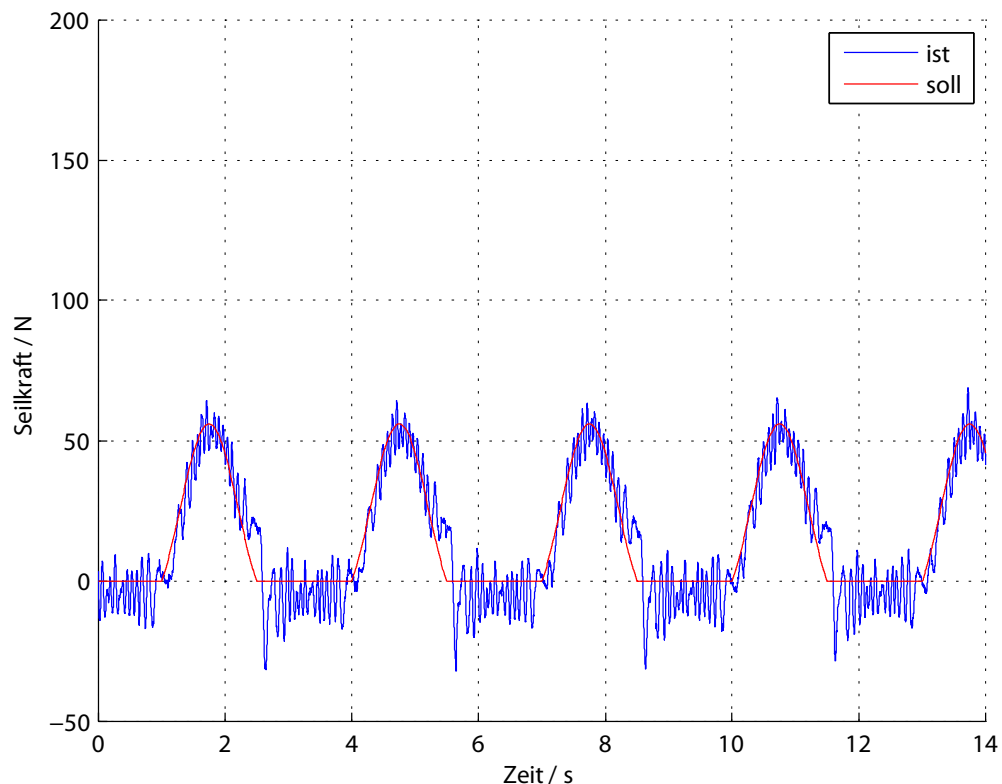


Abbildung 90: Soll- und Ist-Kraftverlauf der am Endeffektor für $k = 1 \left[\frac{Nm \cdot s^2}{rad^2} \right]$

In Abbildung 90 ist der Verlauf dieser Differenzkraft F_{EE} (Differenz zwischen leicht schleifendem Betrieb der Bremse und rudermodelebasiertem Betrieb der Bremse) für den Wert $k = 1 \left[\frac{Nm \cdot s^2}{rad^2} \right]$ des

Rudermodells dargestellt. Empirisch kann der Wert $k_{\tau \rightarrow u}$ des Bremsenmodells aus Gleichung (61) so eingestellt werden, dass die Soll-Kraftkurve gut mit dem Ist-Kraftverlauf übereinstimmt. Man erhält somit für das Bremsenmodell:

$$u_B = \text{sat}(k_{\tau \rightarrow u} \tau_{B_soll} + u_{B_min}) = \text{sat}(u)$$

mit:

$$\text{sat}(u) = \begin{cases} u_{B_min} & \text{für } u < u_{B_min} \\ u_{B_max} & \text{für } u > u_{B_max} \\ u & \text{sonst} \end{cases} \quad (66)$$

$$u_{B_min} = 3.9 \text{ [V]}$$

$$u_{B_max} = 10 \text{ [V]}$$

$$k_{\tau \rightarrow u} = 0.011 \left[\frac{\text{V}}{\text{Nm}} \right]$$

Verwendet man dieses Bremsenmodell für die Parameter $k = 2$, und $3 \left[\frac{\text{Nm s}^2}{\text{rad}^2} \right]$ des Rudermodells, so erhält man folgende Ergebnisse (Abbildung 91, Abbildung 92).

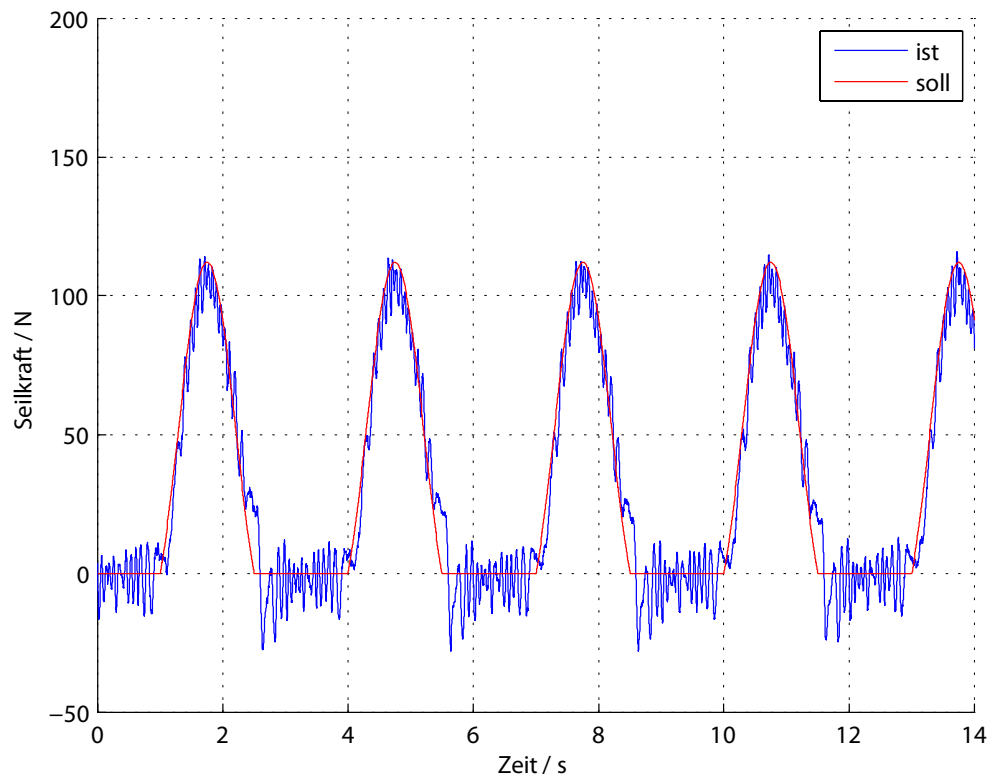


Abbildung 91: Soll- und Ist-Kraftverlauf der am Endeffektor für $k = 2 \left[\frac{\text{Nm s}^2}{\text{rad}^2} \right]$

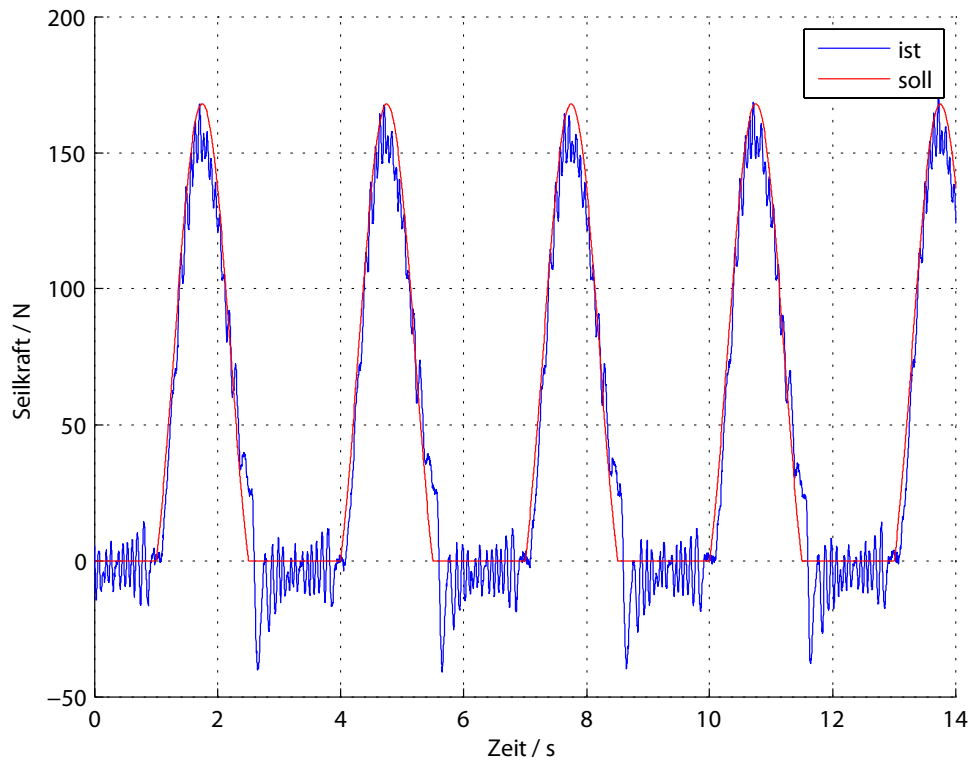


Abbildung 92: Soll- und Ist-Kraftverlauf der am Endeffektor für $k = 3 \left[\frac{Nm s^2}{rad^2} \right]$

Aus dem Vergleich der Soll- und Ist-Kraftverläufe in Abbildung 91 und Abbildung 92 kann man das Potential erkennen, welches in einem modellbasierten Regelungskonzept für den Antriebsstrang des Seilroboters steckt (dieses Regelkonzept wird in Kapitel IV.7.2 im Detail vorgestellt): Durch Identifikation und motorseitige Kompensation der Effekte von Bremse und Feder aus dem leichtschleifenden Betrieb, ist es möglich durch ein simples Bremsenmodell Soll-Kraftverläufe für eine nichtlineare Bremse vorzugeben. Somit können die auftretenden Leistungen beim Rudern während der Schlagphase wie gewünscht abgeführt werden.

Zusammenfassend kann gesagt werden, dass die passiven Komponenten nicht das erwünschte Verhalten erbringen. Trotz der Nichtlinearitäten im System konnte gezeigt werden, dass es möglich ist, den hybriden Antriebsstrang gut zu regeln indem Fehlkräfte durch den Motor ausgeglichen werden. Außerdem wurde gezeigt, dass es möglich ist, das Seil stets unter Vorspannung zu halten. Zudem können durch die Bremse Drehmomente bis zu $100 [Nm]$ aufgebracht werden, die mit den vorhandenen Motoren (Maximalmoment $40 [Nm]$) nicht erzeugt werden können. Im Konzept des hybriden Antriebsstrangs steckt somit ein großes Potential für eine gute Regelung von leistungsintensiven Anwendungen.

IV.7 Verbesserungsvorschläge

Es könnte die prinzipielle Idee hinter dem Konzept des hybriden Antriebsstrangs für die Ruderanwendung am Seilroboter gezeigt werden. Dieses Ziel konnte trotz der Defizite im Verhalten der zwei passiven Komponenten (Bremsen und Spiralfeder) erreicht werden. Für die Weiterentwicklung des hybriden Antriebsstrangs bedeutet dies ein sehr großes Verbesserungspotential mit einer großen Chance auf Erfolg. Für die Reihenfolge der Verbesserungen sollte beachtet werden, dass die Regelung nicht besser werden kann als es die verwendeten Komponenten erlauben. Aus diesem Grund sollten konstruktive Veränderungen vor Erstellung von detaillierten Regelungskonzepten durchgeführt werden.

IV.7.1 Mechanische Verbesserung

Im Rahmen einer regelungstechnischen Anwendung wünscht man sich möglichst lineare Zusammenhänge zwischen den Ein- und Ausgangsgrößen der verwendeten Komponenten. In den Kapiteln IV.3 und IV.4 wurde das starke nichtlineare Verhalten der beiden passiven Komponenten des Antriebsstrangs gezeigt.

An der Bremse können einige konstruktive Veränderungen gemacht werden, die ein großes Verbesserungspotential bezüglich des Verhaltens darstellen:

- Verringerung des Luftspaltes zwischen Rotor- und Statorscheibe
- Kühlung der Bremse durch einen Ventilator oder durch Hinzufügen von Kühlrippen
- Austausch des Bremsbelages

Es sollte vom sicherheitstechnischen Aspekt jedoch das Konzept der Bremse an sich noch einmal überdacht werden, da bei Stromausfall die Bremse ausfällt. Ist in diesem Fall die Feder gespannt, so kann dies eine Gefährdung des Benutzers oder der Benutzerin bedeuten. Es wäre besser eine Bremse zu verwenden, die für einen Betrieb mit dem Seilroboter geöffnet werden muss.

Die Spiralfeder ist für eine regelungstechnische Anwendung auf Grund der nichtlinearen Effekte wie Kraftabfall bei Richtungswechsel besonders wegen der Unstetigkeiten durch Blockbildung und nicht verwendbar. Sie sollte daher gegen eine andere elastische Komponente ausgetauscht werden. Beispielsweise wäre die Verwendung von elastischen Gummiseilen denkbar. Diese besitzen große Dehnungen und verfügen über einen sehr großen Arbeitsbereich mit flacher Federkennlinie (Abbildung 93).

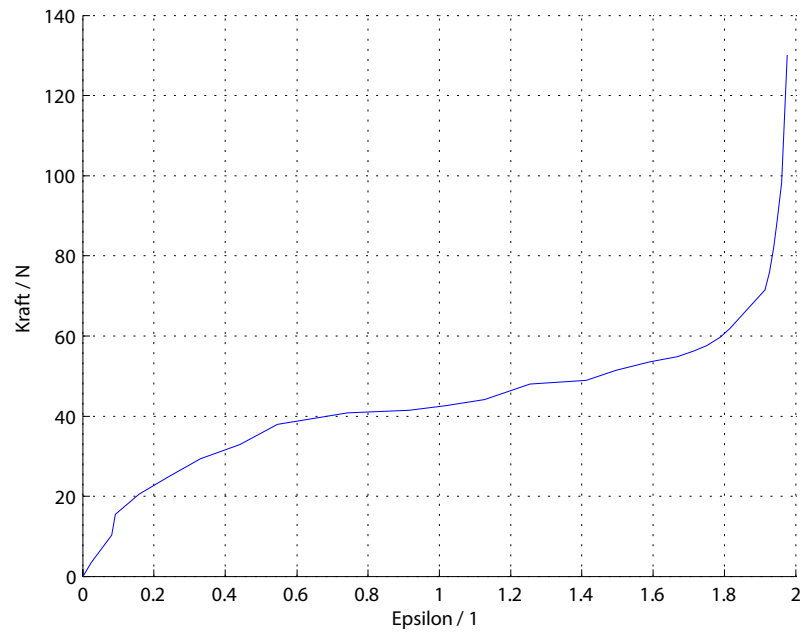


Abbildung 93: Spannungs-Dehnungsdiagramm Gummileine (Beispiel)

IV.7.2 Regelungskonzepte

Durch mechanische Veränderungen soll das Verhalten der passiven Komponenten Feder und Bremse im hybriden Antriebsstrang verbessert werden. Dadurch soll es möglich sein, ein gutes modellbasiertes Regelungskonzept für den hybriden Antriebsstrang zu verwenden.

Wie bereits in Kapitel IV.6.3 erwähnt, sollen durch das modellbasierte Regelungskonzept Fehlkräfte von Seiten der Feder und der Bremse durch den Motor kompensiert werden, damit am Endeffektor nur noch die Soll-Kräfte auftreten. Dieses Modell soll wie folgt aussehen (Abbildung 94).

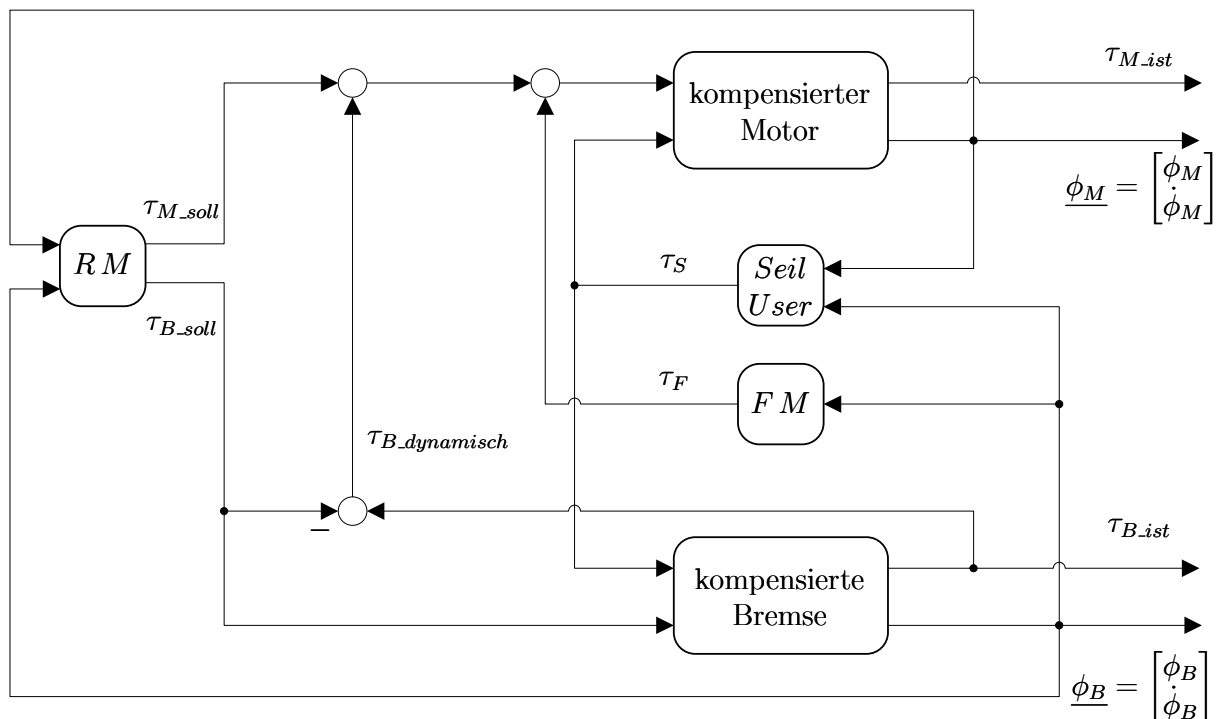


Abbildung 94: Regelungsschema des hybriden Antriebsstrangs

Das Rudermodell RM bestimmt die Momente τ_{M_soll} und τ_{B_soll} , die vom Motor und von der Bremse aufgebracht werden sollen. Diese Soll-Momente wirken sich als Kraft am Ruder aus. Wie das Modell des Motors aus Abbildung 51 zeigt, ist dieser in der Lage innerhalb von Millisekunden auf ein Soll-Moment zu reagieren. Die Bremse besitzt mit hoher Wahrscheinlichkeit eine wesentlich niedrigere Bandbreite. Durch mechanische Verbesserung der Feder soll es möglich sein für diese ein Modell zu erstellen. Die Fehlkräfte, die durch das Auf- und Entspannen der Feder entsteht, soll so durch ein Federmodell FM zusätzlich vom Motor kompensiert werden.

Die dynamischen Fehlkräfte, die an der Bremse entstehen, können ebenfalls kompensiert werden. Hierzu wird das tatsächliche Moment τ_{B_ist} an der Bremse-Feder-Einheit gemessen und mit dem Soll-Moment für die Bremse τ_{B_soll} verglichen. Das Differenzmoment wird vom Motor aufgebracht, da dieser wahrscheinlich eine wesentlich höhere Bandbreite als die Bremse hat. Der Block für Seil und

Bediener im Regelschema (Abbildung 94) bringt den mechanischen Zusammenhang zwischen den Komponenten Motor, Bremse und Feder zum Ausdruck. Der Motor und die Bremse werden im Regelschema durch die Blöcke *kompensierter Motor* und *kompensierte Bremse* dargestellt. Diese werden wie folgt noch detaillierter behandelt.

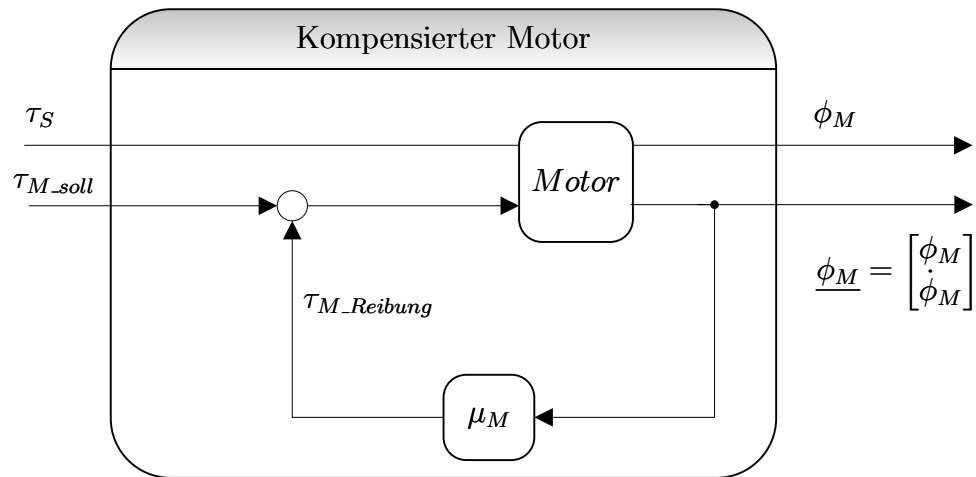


Abbildung 95: Reibungskompensierter Motor

Abbildung 95 Der aktivierte Antriebsstrang (Motor) wird reibungskompensiert (Abbildung 95). Hierfür muss die dynamische (geschwindigkeitsabhängige) Reibung am Antriebsstrang identifiziert und in einem Modell μ_M abgebildet werden. Auch ist eine Trägheitskompensation durch Messung der Beschleunigung an der Motorwelle denkbar. Jedoch wird ein solches ein Regelungskonzept sehr schnell instabil, da der aktiv Moment erzeugt.

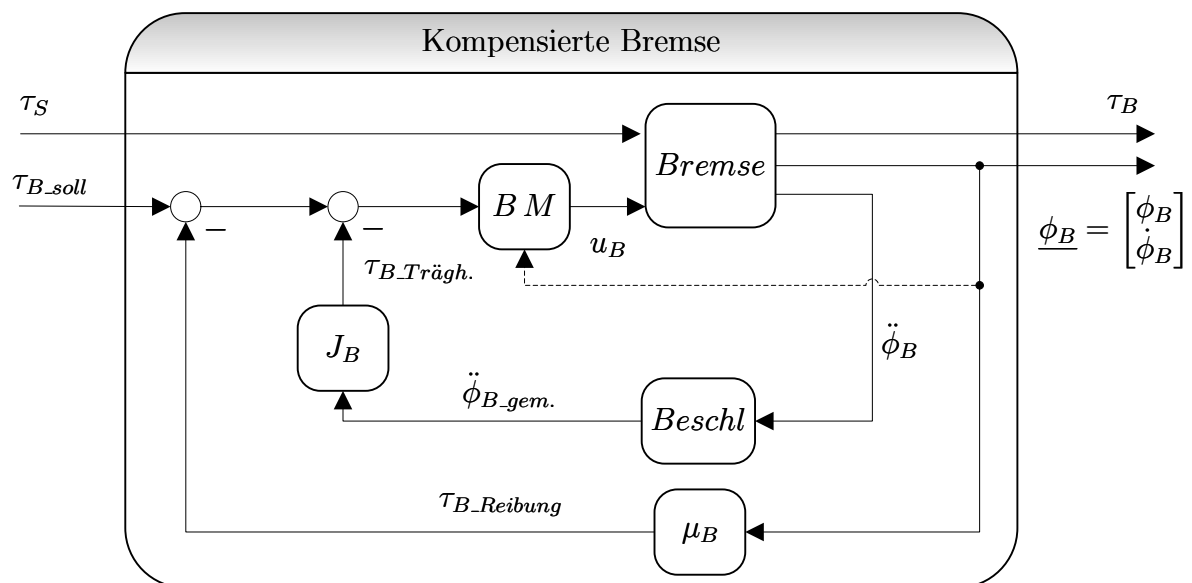


Abbildung 96: Kompensierte Bremse

In Abbildung 96 wird das Regelungskonzept der Bremse vorgestellt. Durch den Block *BM* wird ein neues Bremsmodell beschrieben. Dieses wandelt ein gewünschtes Drehmoment an der Bremse in die Bremsspannung u_B um. Zudem kann eine etwaige Geschwindigkeitsabhängigkeit des Modells

berücksichtigt werden. Die durch den Block μ_M dargestellte Reibungskompensation wäre zwar denkbar, aber der Reibungseffekt ist im Vergleich zur Trägheit der Bremse und der Feder, die durch den Block *Bremse* dargestellt sind zu vernachlässigen. Daher wird eine Trägheitskompensation durch Messung der Beschleunigung an der Bremsenwelle durchgeführt.

VZusammenfassung und Ausblick

Im Rahmen dieser Arbeit wurden die Einflüsse der einzelnen Komponenten auf den Antriebsstrang untersucht. Anhand der Simulationen und bestimmter Modellparameter konnten Auslegungskriterien für die Auswahl der einzelnen Komponenten gemacht werden. Weiters konnte geklärt werden, dass diverse Einflüsse (Seildynamik) sich regelungstechnisch kaum auswirken. Dadurch reicht es für die Regelung weitgehend einfache Modelle zu verwenden (Seil = masselose Feder).

Die verwendeten Seilmodelle waren eine hervorragende Grundlage für theoretische Betrachtungen. Trotz der Einschränkung auf ein lineares Verhalten konnten die erhaltenen Simulationsergebnisse wie Schwingungsformen und Seilkräfte experimentell nachgewiesen werden.

Im zweiten Teil dieser Arbeit wurde ein hybrides Antriebskonzept für einen bediener-kooperativen Seilroboter vorgestellt. Durch die Kombination von passiven Komponenten (Bremsen mit Rückstellfeder) sowie Aktuatoren lässt dieser Antriebsstrang wesentlich höhere Leistungen seitens des Bedieners zu. Die Komponenten für den ersten Prüfstand sind noch nicht optimiert, die Konzeptidee an sich konnte aber experimentell bestätigt werden.

Für die Weiterentwicklung des hybriden Antriebsstrangs ist zunächst eine Verbesserung im Verhalten der passiven Komponenten notwendig. Anschließend kann ein ausgefeiltes modellbasiertes Regelungskonzept weitere Performancesteigerungen bringen. Anhand der ersten experimentellen Ergebnisse sind gute Resultate des fertigen hybriden Antriebsstrangs zu erwarten.

Für den Antriebsstrang des SMS-Seilroboters bedeutet dies folgendes:

Anzahl der Körper $n = 3$:

- Motor bzw. Seilwinde
- Seilrolle (Umlenkrolle)
- Endeffektor

Anzahl der Lagerreaktionen $r = 12$:

- Motor bzw. Seilwinde: $r_{SW} = r_{SW\text{translatorisch}} + r_{SW\text{rotatorisch}} = 3 + 2 = 5$
- Seilrolle (Umlenkrolle): $r_{SR} = r_{SR\text{translatorisch}} + r_{SR\text{rotatorisch}} = 3 + 1 = 4$
- Endeffektor: $r_{ES} = r_{ES\text{translatorisch}} + r_{ES\text{rotatorisch}} = 0 + 3 = 3$

Anzahl der Verbindungsreaktionen $v = 3$:

- Motor bzw. Seilwinde: $v_{SW} = 1$
- Seilrolle (Umlenkrolle): $v_{SR} = 2$
- Endeffektor: $v_{ES} = 0$

Die Anzahl der Freiheitsgrade des 1-D Antriebsstranges berechnet sich somit zu:

$$f = 6 \cdot 3 - 12 - 3 = 3 \quad (68)$$

Aus der Berechnung der Freiheitsgrade weiß man somit, dass die direkte Kinematik in Abhängigkeit von 3 freien Parametern berechnet werden kann: Motor-, oder Seilwindenwinkel ϕ_{SW} , Schwenkwinkel der Seilrolle (Umlenkrolle) Φ_{SR} und Einlaufwinkel des Seils in den Arbeitsraum α_{SR} .

Φ_{SR} und α_{SR} sollen jedoch als bekannt vorausgesetzt werden, sei es durch Messung, oder durch mechanische Einschränkung dieser Freiheitsgrade. Diese Voraussetzung ermöglicht es, die direkte Kinematik des Endeffektors nicht nur im eindimensionalen Raum oder in der Ebene anzugeben und weiters wird dadurch ebenfalls die Ermittlung der inversen Kinematik zugänglich. Für den kompletten Seilroboter müssen diese Annahmen nicht mehr getroffen werden, da sich die Winkel Φ_{SR} und α_{SR} ebenfalls aus der Kinematik und Dynamik des Roboters berechnen lassen.

Die Berechnung der direkten Kinematik des Roboterantriebes kann somit in Angriff genommen werden.

Zu Beginn der Berechnung sind zunächst die Koordinatensysteme und die geometrischen Größen zu definieren. Dies soll durch die Detailzeichnungen Abbildung 97 und Abbildung 98 des Antriebsstranges erfolgen.

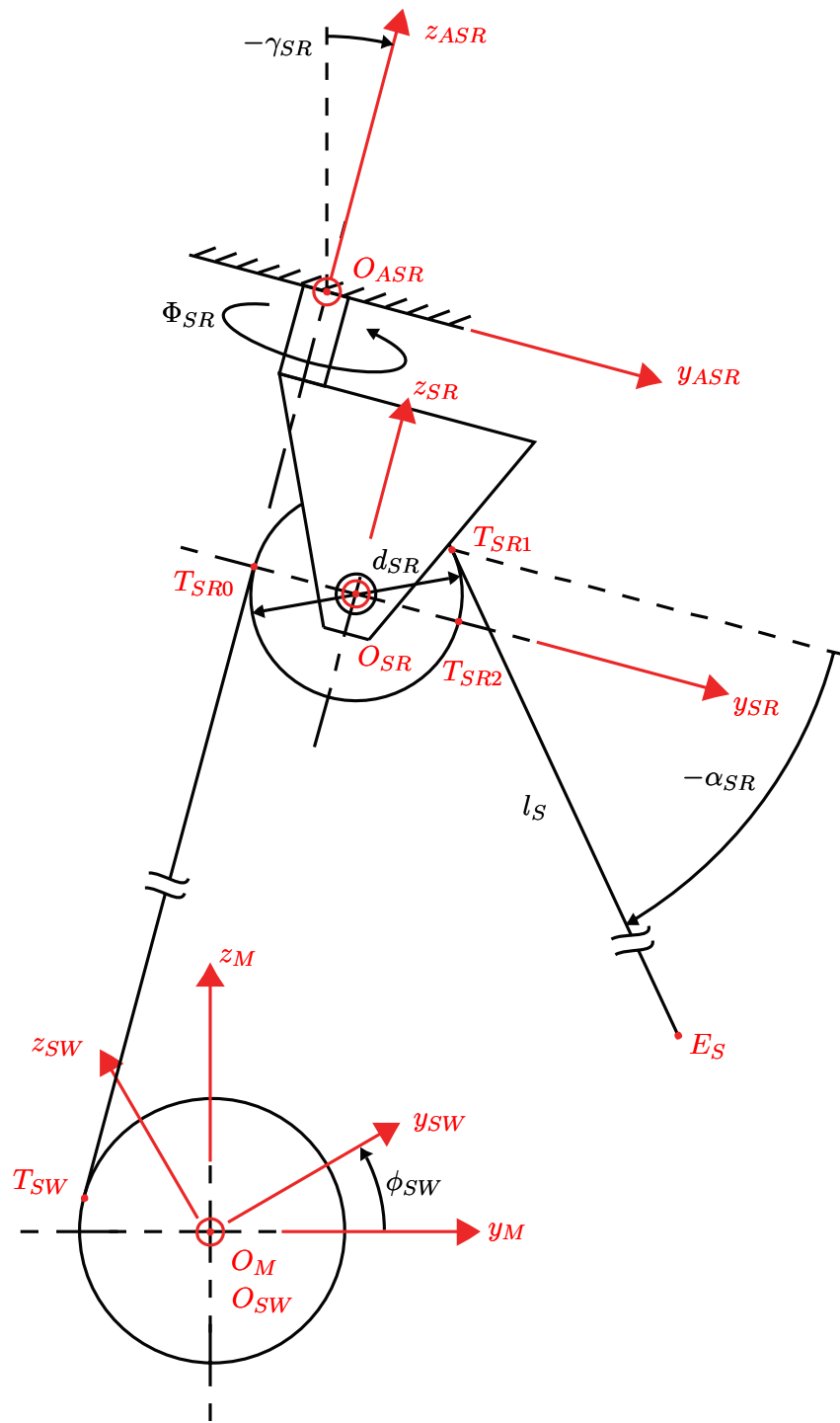


Abbildung 97: 1-D Antriebsstrang Detail Seilrolle

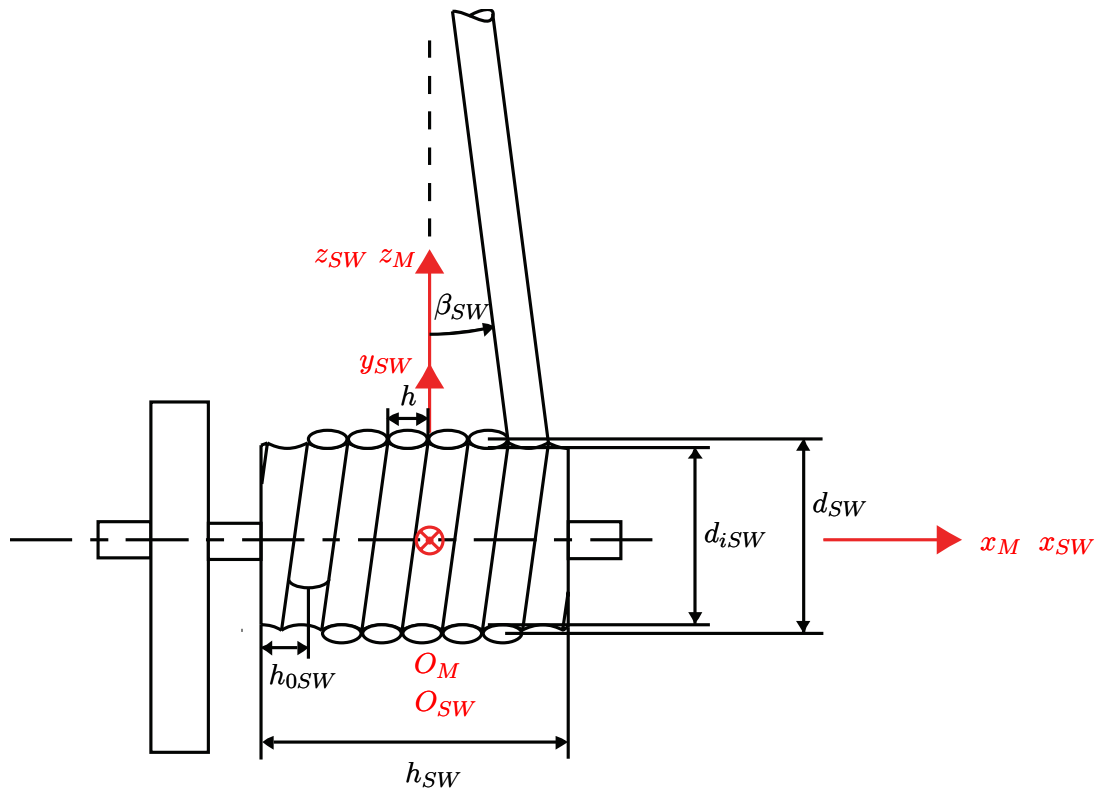


Abbildung 98: 1-D Antriebsstrang Detail Seilwinde

Als globales Koordinatensystem wird das ortsfeste Koordinatensystem des Motors O_M festgelegt. Infolge werden die Transformationen von den lokalen Koordinatensystemen in das raumfeste System O_M definiert.

Transformation eines Punktes \mathbf{x}_{SW} vom körperfesten Koordinatensystem der Seilwinde O_{SW} in das raumfeste Koordinatensystem des Motors O_M :

$$\mathbf{x}_M = \mathbf{A}_{MSW} \mathbf{x}_{SW}$$

mit:

$$\mathbf{A}_{MSW} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\phi_{SW}) & -\sin(\phi_{SW}) & 0 \\ 0 & \sin(\phi_{SW}) & \cos(\phi_{SW}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{4 \times 4} \quad (69)$$

Transformation eines Punktes \mathbf{x}_{ASR} vom raumfesten Koordinatensystem der Seilrollenaufhängung O_{ASR} in das raumfeste Koordinatensystem des Motors O_M :

$$\mathbf{x}_M = \mathbf{A}_{MASR} \mathbf{x}_{ASR}$$

mit:

$$\mathbf{A}_{MASR} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \overrightarrow{O_M O_{ASRx}} \\ 0 & \cos(\gamma) & \sin(\gamma) & \overrightarrow{O_M O_{ASRy}} \\ 0 & -\sin(\gamma) & \cos(\gamma) & \overrightarrow{O_M O_{ASRz}} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{4 \times 4} \quad (70)$$

$\overrightarrow{O_M O_{ASR}}$: Ortsvektor vom Ursprung des Motorkoordinatensystems O_M zum Ursprung des Koordinatensystems der Seilrollenaufhängung O_{ASR}

Transformation eines Punktes \mathbf{x}_{SR} vom körperfesten Koordinatensystem der Seilrolle O_{SR} in das raumfeste Koordinatensystem der Seilrollenaufhängung O_{ASR} :

$$\mathbf{x}_{ASR} = \mathbf{A}_{ASRSR} \mathbf{x}_{SR}$$

mit:

$$\mathbf{A}_{ASRSR} = \begin{bmatrix} \cos(\Phi_{SR}) & -\sin(\Phi_{SR}) & 0 & \overrightarrow{O_{ASR} O_{SRx}} \\ \sin(\Phi_{SR}) & \cos(\Phi_{SR}) & 0 & \overrightarrow{O_{ASR} O_{SRy}} \\ 0 & 0 & 1 & \overrightarrow{O_{ASR} O_{SRz}} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{4 \times 4} \quad (71)$$

$\overrightarrow{O_{ASR} O_{SR}}$: Ortsvektor vom Ursprung des Koordinatensystems der Seilrollenaufhängung O_{ASR} zum Ursprung des Seilrollenkoordinatensystems O_{SR}

Da nun die Matrizen für die Transformationen zwischen den verwendeten Koordinatensystemen zur Verfügung stehen, werden nun die Punkte berechnet, die den Übergang im Seilverlauf zwischen einer Antriebskomponente und dem freilaufenden Seil bilden:

Tangentenpunkt auf der Seilwinde $\overrightarrow{T_{SW}}$:

Um diesen Punkt bestimmen zu können, muss zuerst die Seillänge l_{0SW} , die sich von Beginn an auf der Seilwinde befindet in einen anfänglichen Seilwindenwinkel ϕ_{0SW} umgerechnet werden. Die Ermittlung dieses Winkels erfolgt, wie in Abbildung 99 dargestellt, über die Berechnung des notwendigen Winkels um eine anfängliche Seillänge l_{0SW} von einer Schraube mit dem Durchmesser d_{SW} und der Steigungshöhe h abzuwickeln.

$$\phi_{0SW} = \frac{l_{0SW}}{\sqrt{d_{SW}^2 \pi^2 + h^2}} \quad (72)$$

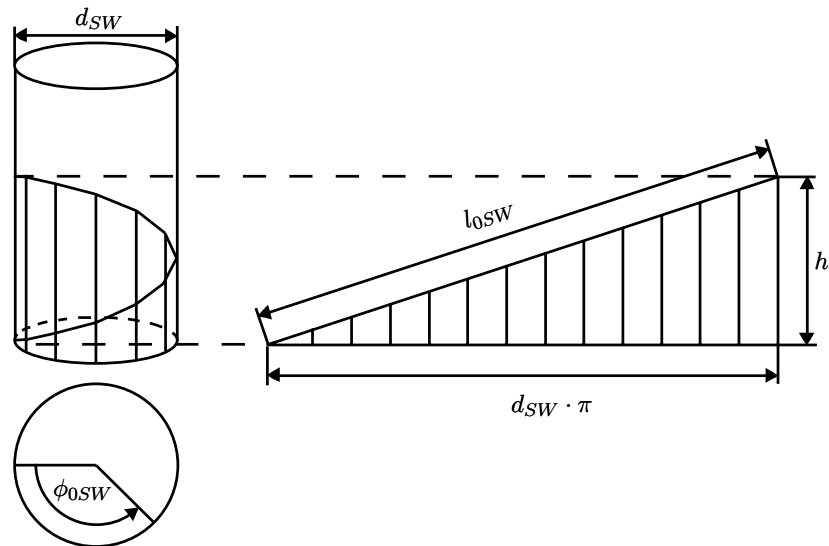


Abbildung 99: Abwicklung einer Schraubenlinie

Mit der Kenntnis des anfänglichen Seilwindenwinkels ϕ_{0SW} kann der Tangentenpunkt auf der Seilwinde $\overrightarrow{T_{SW}^M}$ im raumfesten Motorkoordinatensystem O_M wie folgt berechnet werden:

$$\overrightarrow{T_{SW}^M} = \begin{bmatrix} -\left(\frac{h_{SW}}{2} - h_{0SW}\right) + \left(\frac{\phi_{0SW} + \phi(t)}{\pi} h\right) \\ -\frac{d_{SW}}{2} \cos(\gamma_{SR}) \\ \frac{d_{SW}}{2} \sin(\gamma_{SR}) \\ 1 \end{bmatrix}_{4 \times 1} \quad (73)$$

Windenseitiger Tangentenpunkt auf der Seilrolle (Umlenkrolle) $\overrightarrow{T_{SR0}^{SR}}$ im körperfesten Koordinatensystem der Seilrolle O_{SR} :

$$\overrightarrow{T_{SR0}^{SR}} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{d_{SR}}{2} \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}_{4 \times 1} \quad (74)$$

Arbeitsraumseitiger Tangentenpunkt auf der Seilrolle (Umlenkrolle) $\overrightarrow{T_{SR1}^{SR}}$ im körperfesten Koordinatensystem der Seilrolle O_{SR} :

$$\overrightarrow{T_{SR1}^{SR}} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{d_{SR}}{2} \sin(\alpha_{SR}) \\ \frac{d_{SR}}{2} \cos(\alpha_{SR}) \\ 1 \end{bmatrix}_{4 \times 1} \quad (75)$$

Jetzt sind alle Grundlagen vorhanden, um an die Berechnung der einzelnen Seillängen auf und zwischen den Antriebskomponenten zu gehen:

Seillänge auf der Seilwinde:

Berechnet sich aus der zu Anfangs auf der Seilwinde vorhandenen Seillänge l_{0SW} umgerechnet in den anfänglichen Seilwindenwinkel ϕ_{0SW} und dem zeitabhängigen Seilwindenwinkel $\phi_{SW}(t)$:

$$l_1 = \sqrt{d_{SW}^2 \pi^2 + h^2} (\phi_{0SW} + \phi_{SW}(t)) \quad (76)$$

Seillänge zwischen den beiden Tangentenpunkten $\overrightarrow{T_{SW}}$ und $\overrightarrow{T_{SR0}}$:

$$l_2 = \|\mathbf{A}_{MASR} \mathbf{A}_{ASRSR} \overrightarrow{T_{SR0}}^{SR} - \overrightarrow{T_{SW}}^M\| \quad (77)$$

Seillänge auf der Seilrolle (Umlenkrolle):

$$l_3 = d_{SR} (\pi - \alpha_{SR}) \quad (78)$$

Nun kann der erste Teil der Berechnung der direkten Kinematik mit der Berechnung der aktuellen Seillänge im Arbeitsraum $l_S(\phi_{SW})$ in Abhängigkeit des Seilwindenwinkels $\phi_{SW}(t)$ abgeschlossen werden:

$$l_S(\phi_{SW}) = l_{0S} - (l_1 + l_2 + l_3) \quad (79)$$

Diese Seillänge kann auch als Abstand zwischen dem arbeitsraumseitigen Tangentenpunkt auf der Seilrolle (Umlenkrolle) $\overrightarrow{T_{SR1}}$ und der Endeffektorposition E_S gemessen werden. Die explizite Lösung der in (79) angegebenen Gleichung lautet:

$$\begin{aligned} l_S(\phi_{SW}) = & \frac{1}{2\pi} (2 l_{0S} \pi - 2 \sqrt{(\pi^2 d_{SW}^2 + h^2)} \pi \phi_{0SW} - 2 \sqrt{(\pi^2 d_{SW}^2 + h^2)} \pi \phi_{SW} - \\ & (4 h^2 \phi_{0SW}^2 + 4 h^2 \phi_{SW}^2 + h_{SW}^2 \pi^2 + 4 h_{0SW}^2 \pi^2 + 4 \overrightarrow{O_{ASR}} \overrightarrow{O_{SRx}}^2 \pi^2 + 4 \overrightarrow{O_M} \overrightarrow{O_{ASRx}}^2 \pi^2 - \\ & 4 h_{SW} \pi^2 h_{0SW} - 4 \pi^2 \cos \gamma_{SR} \cos \Phi_{SR} d_{SR} \overrightarrow{O_M} \overrightarrow{O_{ASRy}} + 4 \pi^2 \overrightarrow{O_M} \overrightarrow{O_{ASRz}}^2 + \\ & 4 \pi^2 \sin \gamma_{SR} \cos \Phi_{SR} d_{SR} \overrightarrow{O_M} \overrightarrow{O_{ASRz}} + 8 h_{0SW} \pi h \phi_{0SW} + 8 h_{0SW} \pi h \phi_{SW} + \\ & 8 \pi^2 \cos \gamma_{SR} \overrightarrow{O_{ASR}} \overrightarrow{O_{SRy}} \overrightarrow{O_M} \overrightarrow{O_{ASRy}} + 8 \pi^2 \sin \gamma_{SR} \overrightarrow{O_{ASR}} \overrightarrow{O_{SRz}} \overrightarrow{O_M} \overrightarrow{O_{ASRy}} + \\ & 4 \pi^2 \overrightarrow{O_M} \overrightarrow{O_{ASRy}} d_{SW} \cos \gamma_{SR} - 4 \pi^2 \overrightarrow{O_M} \overrightarrow{O_{ASRz}} d_{SW} \sin \gamma_{SR} + \\ & 8 \pi^2 \cos \gamma_{SR} \overrightarrow{O_{ASR}} \overrightarrow{O_{SRz}} \overrightarrow{O_M} \overrightarrow{O_{ASRz}} - 8 \pi^2 \sin \gamma_{SR} \overrightarrow{O_{ASR}} \overrightarrow{O_{SRy}} \overrightarrow{O_M} \overrightarrow{O_{ASRz}} + \\ & 8 h^2 \phi_{0SW} \phi_{SW} - 4 \sin \Phi_{SR} d_{SR} \pi h \phi_{SW} - 4 \sin \Phi_{SR} d_{SR} \pi h \phi_{0SW} - \\ & 8 \overrightarrow{O_M} \overrightarrow{O_{ASRx}} \pi h \phi_{0SW} + 4 \sin \Phi_{SR} d_{SR} \pi^2 \overrightarrow{O_{ASR}} \overrightarrow{O_{SRx}} + 4 \sin \Phi_{SR} d_{SR} \pi^2 \overrightarrow{O_M} \overrightarrow{O_{ASRx}} + \\ & 2 \sin \Phi_{SR} d_{SR} \pi^2 h_{SW} - 4 \sin \Phi_{SR} d_{SR} \pi^2 h_{0SW} - 8 \overrightarrow{O_{ASR}} \overrightarrow{O_{SRx}} \pi h \phi_{0SW} - \\ & 8 \overrightarrow{O_{ASR}} \overrightarrow{O_{SRx}} \pi h \phi_{SW} - 8 \overrightarrow{O_M} \overrightarrow{O_{ASRx}} \pi h \phi_{SW} + 4 \pi^2 \overrightarrow{O_M} \overrightarrow{O_{ASRy}}^2 - \\ & 4 h_{SW} \pi h \phi_{0SW} - 4 h_{SW} \pi h \phi_{SW} + 4 \overrightarrow{O_M} \overrightarrow{O_{ASRx}} \pi^2 h_{SW} + \\ & 8 \overrightarrow{O_{ASR}} \overrightarrow{O_{SRx}} \pi^2 \overrightarrow{O_M} \overrightarrow{O_{ASRx}} + 4 \overrightarrow{O_{ASR}} \overrightarrow{O_{SRx}} \pi^2 h_{SW} - 8 \overrightarrow{O_M} \overrightarrow{O_{ASRx}} \pi^2 h_{0SW} - \\ & 8 \overrightarrow{O_{ASR}} \overrightarrow{O_{SRx}} \pi^2 h_{0SW} + 4 \pi^2 \overrightarrow{O_{ASR}} \overrightarrow{O_{SRy}} d_{SW} - 4 \pi^2 \cos \Phi_{SR} d_{SR} \overrightarrow{O_{ASR}} \overrightarrow{O_{SRy}} - \\ & 2 \pi^2 \cos \Phi_{SR} d_{SR} d_{SW} + d_{SR}^2 \pi^2 + \pi^2 d_{SW}^2 + 4 \pi^2 \overrightarrow{O_{ASR}} \overrightarrow{O_{SRz}}^2 + 4 \pi^2 \overrightarrow{O_{ASR}} \overrightarrow{O_{SRy}}^2)^{\frac{1}{2}} - \\ & 2 d_{SR} \pi^2 + 2 d_{SR} \pi \alpha_{SR}) \end{aligned} \quad (80)$$

Die Endeffektorposition $\vec{E}_S(t)$ kann nun durch Einsetzen der aktuellen Seillänge im Arbeitsraum $l_S(\phi_{SW})$ nach folgender Formel berechnet werden:

$$\vec{E}_S^M(t) = \mathbf{A}_{MASR} \mathbf{A}_{ASRSR} \vec{E}_S^{SR}(t)$$

mit:

$$\vec{E}_S^{SR}(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ l_S(\phi_{SW}(t)) \cos(-\alpha_{SR}) \\ l_S(\phi_{SW}(t)) \sin(-\alpha_{SR}) \\ 1 \end{bmatrix}_{4 \times 1} \quad (81)$$

Die inverse Kinematik des 1-D Antriebsstranges lässt sich nun ganz einfach lösen, indem die Gleichung (80) für die Seillänge $l_S(\phi_{SW})$ nach ϕ_{SW} aufgelöst wird. Da es sich um einen nichtlinearen Zusammenhang handelt, erhält man mehrere Lösungen, jedoch nur eine von diesen ist sinnvoll und kann zum Beispiel durch Einsetzen von Zahlenwerten herausgefunden werden.

V.B Explizite Lösung der linearen Schwingungsgleichung

Die Berechnung der fehlenden Seilmodellparameter aus den Versuchen erfolgt durch explizite Lösung des durch Gleichung (15) ausgedrückten Modells wie folgt:

Ausgangsgleichung:

$$\begin{aligned}
 m_S \ddot{x}_S &= F_{S2}(x_S(t)) - F_{S1}(x_S(t)) \\
 &\text{mit :} \\
 F_{S1}(x_S(t)) &= b_{S1} \dot{x}_S + k_{S1} x_S \\
 F_{S2}(x_S(t)) &= -b_{S2} \dot{x}_S - k_{S2} x_S
 \end{aligned} \tag{15}$$

mit

$$\begin{aligned}
 b_{S1} &= b_{S2} = b_S \\
 k_{S1} &= k_{S2} = k_S
 \end{aligned} \tag{82}$$

ergibt sich Gleichung (15) zu:

$$\ddot{x}_S + 2 \frac{b_S}{m_S} \dot{x}_S + 2 \frac{k_S}{m_S} x_S = 0. \tag{83}$$

Zum Lösen der Gleichung (15) wird der klassische Exponentialansatz

$$x_S(t) = A e^{\lambda t} \tag{84}$$

verwendet. Eingesetzt in die Schwingungsdifferentialgleichung (15) erhält man:

$$A e^{\lambda t} \left(\lambda^2 + \frac{2b_S}{m_S} \lambda + \frac{2k_S}{m_S} \right) = 0. \tag{85}$$

Eine Lösung mit $A = 0$ wäre die triviale Lösung, weshalb der Klammersausdruck $(\lambda^2 + \frac{2b_S}{m_S} \lambda + \frac{2k_S}{m_S})$ aus Gleichung (85) gleich 0 sein muss.

Dies ergibt die so genannte charakteristische Gleichung der Differentialgleichung (15):

$$\left(\lambda^2 + \frac{2b_S}{m_S} \lambda + \frac{2k_S}{m_S} \right) = 0 \tag{86}$$

Die Lösung der charakteristischen Gleichung (86) nach der Variablen λ ergibt:

$$\lambda_{1,2} = -\frac{b_S}{m_S} \pm \frac{1}{m_S} \sqrt{b_S^2 - 2k_S m_S}. \tag{87}$$

Bei Lösung (87) der Gleichung (15) kann zwischen 3 verschiedenen Fällen unterschieden werden:

$$\begin{cases}
 \text{Fall 1: "Kriechfall"} & b_S^2 > 2k_S m_S \\
 \text{Fall 2: "aperiodischer Grenzfall"} & b_S^2 = 2k_S m_S \\
 \text{Fall 3: "gedämpfte Schwingung"} & b_S^2 < 2k_S m_S
 \end{cases} \tag{88}$$

Wie aus den Messungen hervorgehen wird, handelt es sich bei den betrachteten Longitudinalschwingungen der Dyneema-Seile um Fall 3, einer gedämpften Schwingung. Die Lösung der Differentialgleichung (15) für diesen Fall lässt sich angeben mit:

$$x_S(t) = e^{-\frac{b_S}{m_S} t} [A_1 e^{\frac{i}{m_S} \sqrt{2k_S m_S - b_S^2} t} + A_2 e^{-\frac{i}{m_S} \sqrt{2k_S m_S - b_S^2} t}] \quad (89)$$

Mit der Euler'schen Relation für komplexe Zahlen

$$e^{iz} = \cos z + i \sin z \quad (90)$$

lässt sich die Lösung (89) auch schreiben als:

$$x_S(t) = e^{-\frac{b_S}{m_S} t} [(A_1 + A_2) \cos\left(\frac{1}{m_S} \sqrt{2k_S m_S - b_S^2} t\right) + i(A_1 - A_2) \sin\left(\frac{1}{m_S} \sqrt{2k_S m_S - b_S^2} t\right)] \quad (91)$$

Fasst man diese Lösung mit einer *cos*-Funktion zusammen, lässt sich diese mit

$$\begin{aligned} x_S(t) &= B_S e^{-\frac{b_S}{m_S} t} \cos(\omega_S t + \psi_S) \\ &\text{mit :} \\ B_S &= \sqrt{(A_{1S} + A_{2S})^2 + (A_{1S} - A_{2S})^2} \\ \omega_S &= \frac{1}{m_S} \sqrt{2k_S m_S - b_S^2} \\ \psi_S &= \arctan\left(\frac{A_{1S} - A_{2S}}{A_{1S} + A_{2S}}\right) \end{aligned} \quad (92)$$

anschreiben.

V.C Kraftregelungsmodell

Die Eingangsgröße des Kraftregelungsmodells ist das Antriebsmoment $\tau_{SW}(t)$ und die interessierende Größe ist die Kraft $F_{S1}(t)$, die auf den Endeffektor einwirkt.

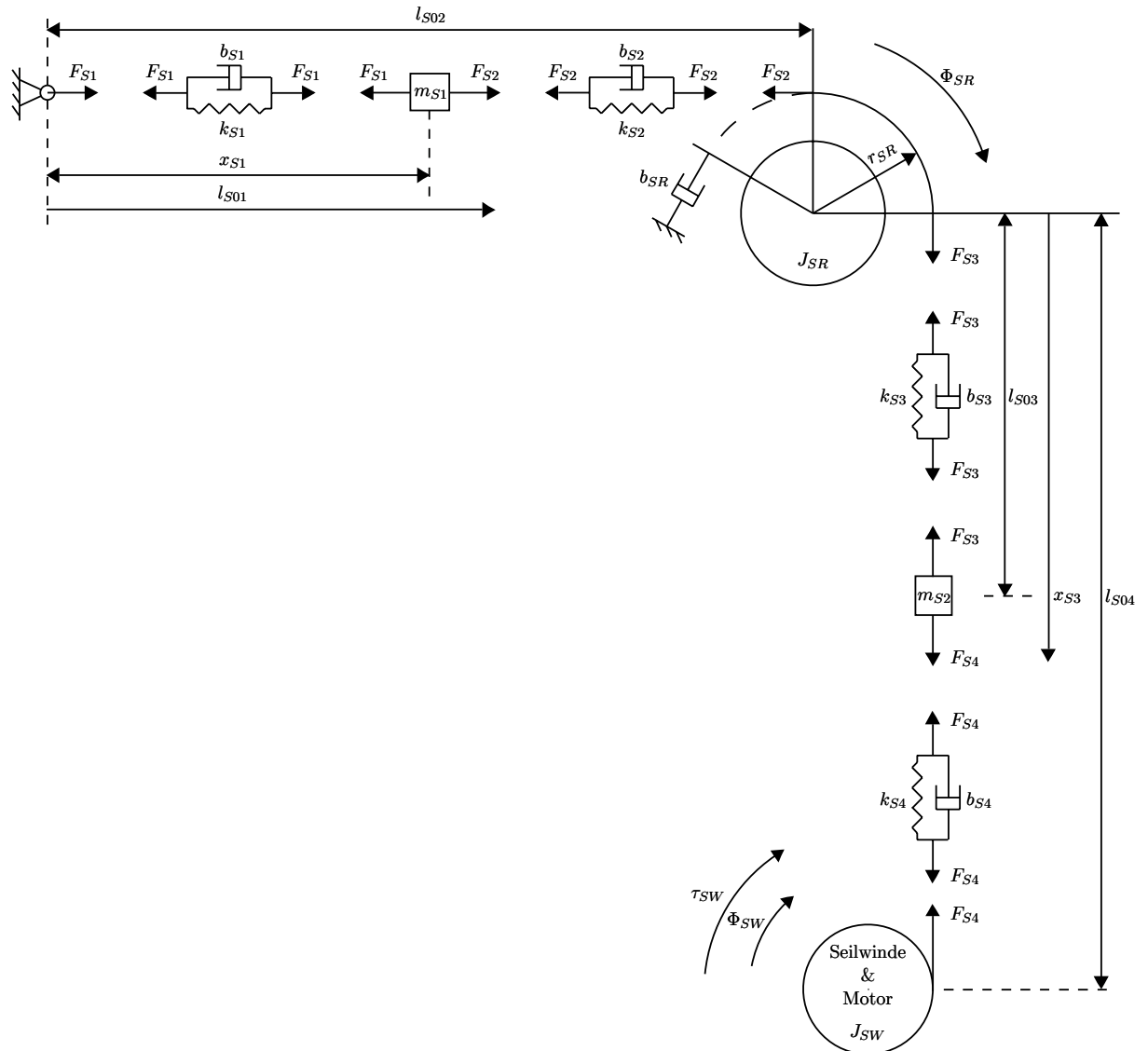


Abbildung 100: Kraftregelungsmodell aus Feder-Dämpfer-Elementen

Das System aus Feder-Masse-Elementen kann mit dem 2. Newton'schen Axiom beschrieben werden:

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}(t)) = m \frac{d^2 \mathbf{r}(t)}{dt^2} \quad (93)$$

Es handelt sich dabei um gewöhnliche Differentialgleichungen 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten.

Für das in Abbildung 100 dargestellte Modell erhält man folgendes System von Differentialgleichungen:

$$\left\{ \begin{array}{l}
m_{S1} \ddot{x}_{S1} = F_{S2}(x_{S1}(t), \phi_{SR}(t)) - F_{S1}(x_{S1}(t)) \\
J_{SR} \ddot{\phi}_{SR} = F_{S3}(x_{S3}(t), \phi_{SR}(t)) r_{SR} - F_{S2}(x_{S1}(t), \phi_{SR}(t)) r_{SR} - b_{SR} \dot{\phi}_{SR} r_{SR} \\
m_{S3} \ddot{x}_{S3} = F_{S4}(x_{S3}(t), \phi_{SW}(t)) - F_{S3}(x_{S3}(t), \phi_{SR}(t)) \\
J_{SW} \ddot{\phi}_{SW} = \tau_{SW}(t) - F_{S4}(x_{S3}(t), \phi_{SW}(t)) r_{SW} \\
\text{mit :} \\
F_{S1}(x_{S1}(t)) = b_{S1} \dot{x}_{S1} + k_{S1} x_{S1} \\
F_{S2}(x_{S1}(t), \phi_{SR}(t)) = b_{S2}(\dot{\phi}_{SR} r_{SR} - \dot{x}_{S1}) + k_{S2}(\phi_{SR} r_{SR} - x_{S1}) \\
F_{S3}(x_{S3}(t), \phi_{SR}(t)) = b_{S3}(\dot{x}_{S3} - \dot{\phi}_{SR} r_{SR}) + k_{S3}(x_{S3} - \phi_{SR} r_{SR}) \\
F_{S4}(x_{S3}(t), \phi_{SW}(t)) = b_{S4}(\dot{\phi}_{SW} r_{SW} - \dot{x}_{S3}) + k_{S4}(\phi_{SW} r_{SW} - x_{S3})
\end{array} \right. \quad (30)$$

Um das Differentialgleichungssystem 2. Ordnung in ein Differentialgleichungssystem 1. Ordnung überzuführen, werden zusätzliche Variablen eingeführt:

$$\begin{aligned}
v_{S1}(t) &= \dot{x}_{S1} \\
\omega_{SR}(t) &= \dot{\phi}_{SR} \\
v_{S3}(t) &= \dot{x}_{S3} \\
\omega_{SW}(t) &= \dot{\phi}_{SW}
\end{aligned} \quad (94)$$

Das Differentialgleichungssystem 1. Ordnung ergibt sich somit zu:

$$\begin{aligned}
\dot{\mathbf{x}}_S &= \mathbf{A} \mathbf{x}_S + \mathbf{b} u \\
\text{mit :} \\
\dot{\mathbf{x}}_S &= \begin{bmatrix} \dot{v}_{S1} \\ \dot{x}_{S1} \\ \dot{\omega}_{SR} \\ \dot{\phi}_{SR} \\ \dot{v}_{S3} \\ \dot{x}_{S3} \\ \dot{\omega}_{SW} \\ \dot{\phi}_{SW} \end{bmatrix}_{8 \times 1}, \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix}_{8 \times 8}, \quad \mathbf{x}_S = \begin{bmatrix} v_{S1} \\ x_{S1} \\ \omega_{SR} \\ \phi_{SR} \\ v_{S3} \\ x_{S3} \\ \omega_{SW} \\ \phi_{SW} \end{bmatrix}_{8 \times 1}, \quad \mathbf{b} u = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{\tau_{SW}(t)}{J_{SW}} \\ 0 \end{bmatrix}_{8 \times 1}, \\
\mathbf{A}_{11} &= \begin{bmatrix} -\frac{b_{S1}+b_{S2}}{m_{S1}} & -\frac{k_{S1}+k_{S2}}{m_{S1}} & \frac{b_{S2} r_{SR}}{m_{S1}} & \frac{k_{S2} r_{SR}}{m_{S1}} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{b_{S2} r_{SR}}{J_{SR}} & \frac{k_{S2} r_{SR}}{J_{SR}} & -\frac{b_{SR} r_{SR} - b_{S2} r_{SR}^2 - b_{S3} r_{SR}^2}{J_{SR}} & -\frac{(k_{S2} + k_{S3}) r_{SR}^2}{J_{SR}} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}_{4 \times 4}, \\
\mathbf{A}_{12} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{b_{S3} r_{SR}}{J_{SR}} & \frac{k_{S3} r_{SR}}{J_{SR}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{4 \times 4}, \quad \mathbf{A}_{21} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{b_{S3} r_{SR}}{m_{S3}} & \frac{k_{S3} r_{SR}}{m_{S3}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{4 \times 4}, \\
\mathbf{A}_{22} &= \begin{bmatrix} -\frac{b_{S3}+b_{S4}}{m_{S3}} & -\frac{k_{S3}+k_{S4}}{m_{S3}} & \frac{b_{S4} r_{SW}}{m_{S3}} & \frac{k_{S4} r_{SW}}{m_{S3}} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{b_{S4} r_{SW}}{J_{SW}} & \frac{k_{S4} r_{SW}}{J_{SW}} & -\frac{b_{S4} r_{SW}^2}{J_{SW}} & -\frac{k_{S4} r_{SW}^2}{J_{SW}} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}_{4 \times 4}. \quad (95)
\end{aligned}$$

Mittels Laplace-Transformation kann das Systems in Gleichung (95) in Form einer Übertragungsfunktion dargestellt werden. Man erhält somit folgende Beschreibung des Kraftregelmodells im Bildbereich:

$$\mathbf{x}_S(s) = (s \mathbf{E} - \mathbf{A})^{-1} x_{0S} + (s \mathbf{E} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{b} u(s) \quad (96)$$

Die Variable x_{0S} aus Gleichung (96) gibt den Anfangszustand des betrachteten Modells zum Zeitpunkt $t = 0$ [s] wieder und wird zur einfacheren Betrachtung des Systemverhaltens auf 0 gesetzt und man erhält:

$$\mathbf{x}_S(s) = (s \mathbf{E} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{b} u(s). \quad (97)$$

Die Kraft $F_{S1}(t)$ lässt sich wie folgt berechnen:

$$F_{S1}(x_{S1}(t)) = b_{S1} \dot{x}_{S1} + k_{S1} x_{S1} \quad (98)$$

Dies ergibt in den Bildbereich transformiert:

$$F_{S1}(s) = b_{S1} v_{S1}(s) + k_{S1} x_{S1}(s) \quad (99)$$

Verwendet man \mathbf{x}_S aus der Lösung des Gleichungssystems (97), so erhält man:

$$F_{S1}(s) = b_{S1} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}^T \mathbf{x}_S(s) + k_{S1} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}^T \mathbf{x}_S(s). \quad (100)$$

Die Übertragungsfunktion für die gesuchte Größe $F_{S1}(s)$ lässt sich somit berechnen und kann mit Hilfe seiner Zähler- und Nennerpolynome in s angegeben werden:

$$F_{S1}(s) = \frac{\mu_{F_{S1}}}{\nu_{F_{S1}}} \quad (101)$$

In unserem Fall ist $\mu_{F_{S1}}$ ein Polynom in s vom Grad 4 und $\nu_{F_{S1}}$ vom Grad 8. Für eine Sensitivitätsanalyse können das Zähler- und das Nennerpolynom der Übertragungsfunktion explizit angegeben werden:

$$\begin{aligned} \mu_{F_{S1}} = & r_{SW} r_{SR}^2 b_{S2} b_{S4} b_{S3} b_{S1} s^4 + r_{SW} r_{SR}^2 b_{S2} b_{S4} b_{S3} k_{S1} s^3 + \\ & r_{SW} r_{SR}^2 b_{S2} b_{S4} k_{S3} b_{S1} s^3 + r_{SW} r_{SR}^2 b_{S2} k_{S4} b_{S3} b_{S1} s^3 + \\ & r_{SW} r_{SR}^2 k_{S2} b_{S4} b_{S3} b_{S1} s^3 + r_{SW} r_{SR}^2 b_{S2} b_{S4} k_{S3} k_{S1} s^2 + \\ & r_{SW} r_{SR}^2 b_{S2} k_{S4} b_{S3} k_{S1} s^2 + r_{SW} r_{SR}^2 b_{S2} k_{S4} k_{S3} b_{S1} s^2 + \\ & r_{SW} r_{SR}^2 k_{S2} b_{S4} b_{S3} k_{S1} s^2 + r_{SW} r_{SR}^2 k_{S2} b_{S4} k_{S3} b_{S1} s^2 + \\ & r_{SW} r_{SR}^2 k_{S2} k_{S4} b_{S3} b_{S1} s^2 + r_{SW} r_{SR}^2 b_{S2} k_{S4} k_{S3} k_{S1} s + \\ & r_{SW} r_{SR}^2 k_{S2} b_{S4} k_{S3} k_{S1} s + r_{SW} r_{SR}^2 k_{S2} k_{S4} b_{S3} k_{S1} s + \\ & r_{SW} r_{SR}^2 k_{S2} k_{S4} k_{S3} b_{S1} s + k_{S1} r_{SR}^2 k_{S2} k_{S3} k_{S4} r_{SW} \end{aligned} \quad (102)$$

$$\begin{aligned}
\nu_{FS1} = & m_{S1} J_{SR} m_{S3} J_{SW} s^8 + m_{S1} b_{S2} r_{SR}^2 m_{S3} J_{SW} s^7 + m_{S1} J_{SR} b_{S3} J_{SW} s^7 + \\
& m_{S1} J_{SR} b_{S4} J_{SW} s^7 + m_{S1} J_{SR} m_{S3} b_{S4} r_{SW}^2 s^7 + b_{S1} J_{SR} m_{S3} J_{SW} s^7 + \\
& b_{S2} J_{SR} m_{S3} J_{SW} s^7 + m_{S1} b_{SR} r_{SR} m_{S3} J_{SW} s^7 + m_{S1} b_{S3} r_{SR}^2 m_{S3} J_{SW} s^7 + \\
& m_{S1} b_{SR} r_{SR} b_{S4} J_{SW} s^6 + m_{S1} b_{S2} r_{SR}^2 b_{S3} J_{SW} s^6 + \\
& m_{S1} r_{SR}^2 k_{S2} m_{S3} J_{SW} s^6 + m_{S1} J_{SR} b_{S3} b_{S4} r_{SW}^2 s^6 + \\
& m_{S1} b_{SR} r_{SR} m_{S3} b_{S4} r_{SW}^2 s^6 + k_{S2} J_{SR} m_{S3} J_{SW} s^6 + \\
& m_{S1} b_{S2} r_{SR}^2 m_{S3} b_{S4} r_{SW}^2 s^6 + b_{S1} J_{SR} b_{S3} J_{SW} s^6 + \\
& m_{S1} b_{S2} r_{SR}^2 b_{S4} J_{SW} s^6 + m_{S1} J_{SR} k_{S3} J_{SW} s^6 + m_{S1} J_{SR} k_{S4} J_{SW} s^6 + \\
& m_{S1} b_{S3} r_{SR}^2 b_{S4} J_{SW} s^6 + b_{S1} J_{SR} b_{S4} J_{SW} s^6 + b_{S1} b_{SR} r_{SR} m_{S3} J_{SW} s^6 + \\
& b_{S2} b_{SR} r_{SR} m_{S3} J_{SW} s^6 + k_{S1} J_{SR} m_{S3} J_{SW} s^6 + b_{S1} b_{S2} r_{SR}^2 m_{S3} J_{SW} s^6 + \\
& b_{S2} J_{SR} b_{S3} J_{SW} s^6 + b_{S2} J_{SR} b_{S4} J_{SW} s^6 + m_{S1} J_{SR} m_{S3} k_{S4} r_{SW}^2 s^6 + \\
& b_{S1} J_{SR} m_{S3} b_{S4} r_{SW}^2 s^6 + b_{S2} J_{SR} m_{S3} b_{S4} r_{SW}^2 s^6 + \\
& m_{S1} b_{S3} r_{SR}^2 m_{S3} b_{S4} r_{SW}^2 s^6 + m_{S1} r_{SR}^2 k_{S3} m_{S3} J_{SW} s^6 + \\
& b_{S2} b_{S3} r_{SR}^2 m_{S3} J_{SW} s^6 + m_{S1} b_{SR} r_{SR} b_{S3} J_{SW} s^6 + \\
& b_{S1} b_{S3} r_{SR}^2 m_{S3} J_{SW} s^6 + m_{S1} r_{SR}^2 k_{S2} m_{S3} b_{S4} r_{SW}^2 s^5 + \\
& b_{S2} b_{SR} r_{SR} b_{S4} J_{SW} s^5 + m_{S1} r_{SR}^2 k_{S2} b_{S4} J_{SW} s^5 + \\
& m_{S1} r_{SR}^2 k_{S3} m_{S3} b_{S4} r_{SW}^2 s^5 + b_{S1} r_{SR}^2 k_{S2} m_{S3} J_{SW} s^5 + \\
& m_{S1} J_{SR} b_{S3} k_{S4} r_{SW}^2 s^5 + m_{S1} b_{S3} r_{SR}^2 k_{S4} J_{SW} s^5 + \\
& m_{S1} b_{S2} r_{SR}^2 m_{S3} k_{S4} r_{SW}^2 s^5 + b_{S1} b_{S2} r_{SR}^2 m_{S3} b_{S4} r_{SW}^2 s^5 + \\
& m_{S1} b_{SR} r_{SR} b_{S3} b_{S4} r_{SW}^2 s^5 + k_{S1} b_{S2} r_{SR}^2 m_{S3} J_{SW} s^5 + \\
& k_{S1} J_{SR} b_{S3} J_{SW} s^5 + m_{S1} b_{S3} r_{SR}^2 m_{S3} k_{S4} r_{SW}^2 s^5 + \\
& b_{S1} b_{S3} r_{SR}^2 m_{S3} b_{S4} r_{SW}^2 s^5 + m_{S1} b_{SR} r_{SR} m_{S3} k_{S4} r_{SW}^2 s^5 + \\
& m_{S1} b_{SR} r_{SR} k_{S3} J_{SW} s^5 + k_{S1} b_{S3} r_{SR}^2 m_{S3} J_{SW} s^5 + \\
& m_{S1} b_{SR} r_{SR} k_{S4} J_{SW} s^5 + b_{S2} b_{SR} r_{SR} m_{S3} b_{S4} r_{SW}^2 s^5 + \\
& m_{S1} J_{SR} k_{S3} b_{S4} r_{SW}^2 s^5 + b_{S1} J_{SR} k_{S4} J_{SW} s^5 + \\
& m_{S1} b_{S2} r_{SR}^2 k_{S3} J_{SW} s^5 + m_{S1} r_{SR}^2 k_{S3} b_{S4} J_{SW} s^5 + \\
& b_{S1} J_{SR} k_{S3} J_{SW} s^5 + m_{S1} b_{S2} r_{SR}^2 b_{S3} b_{S4} r_{SW}^2 s^5 + \\
& b_{S1} b_{SR} r_{SR} b_{S4} J_{SW} s^5 + k_{S1} J_{SR} b_{S4} J_{SW} s^5 + \\
& b_{S1} b_{SR} r_{SR} m_{S3} b_{S4} r_{SW}^2 s^5 + b_{S1} J_{SR} m_{S3} k_{S4} r_{SW}^2 s^5 + \\
& b_{S2} b_{SR} r_{SR} b_{S3} J_{SW} s^5 + k_{S1} b_{SR} r_{SR} m_{S3} J_{SW} s^5 + \\
& b_{S1} b_{S2} r_{SR}^2 b_{S4} J_{SW} s^5 + m_{S1} b_{S2} r_{SR}^2 k_{S4} J_{SW} s^5 + \\
& b_{S1} r_{SR}^2 k_{S3} m_{S3} J_{SW} s^5 + b_{S2} b_{S3} r_{SR}^2 m_{S3} b_{S4} r_{SW}^2 s^5 + \\
& k_{S2} b_{S3} r_{SR}^2 m_{S3} J_{SW} s^5 + b_{S2} r_{SR}^2 k_{S3} m_{S3} J_{SW} s^5 + \\
& b_{S1} b_{S2} r_{SR}^2 b_{S3} J_{SW} s^5 + k_{S2} J_{SR} b_{S3} J_{SW} s^5 + k_{S2} J_{SR} b_{S4} J_{SW} s^5 + \\
& b_{S2} J_{SR} m_{S3} k_{S4} r_{SW}^2 s^5 + b_{S2} b_{S3} r_{SR}^2 b_{S4} J_{SW} s^5 + \\
& k_{S1} J_{SR} m_{S3} b_{S4} r_{SW}^2 s^5 + b_{S1} J_{SR} b_{S3} b_{S4} r_{SW}^2 s^5 + \\
& b_{S2} J_{SR} k_{S3} J_{SW} s^5 + b_{S2} J_{SR} b_{S3} b_{S4} r_{SW}^2 s^5 + \\
& k_{S2} J_{SR} m_{S3} b_{S4} r_{SW}^2 s^5 + m_{S1} r_{SR}^2 k_{S2} b_{S3} J_{SW} s^5 + \\
& b_{S2} J_{SR} k_{S4} J_{SW} s^5 + b_{S1} b_{SR} r_{SR} b_{S3} J_{SW} s^5 + k_{S2} b_{SR} r_{SR} m_{S3} J_{SW} s^5 + \\
& b_{S1} b_{S3} r_{SR}^2 b_{S4} J_{SW} s^5 + m_{S1} J_{SR} k_{S3} k_{S4} r_{SW}^2 s^4 + \\
& m_{S1} r_{SR}^2 k_{S2} k_{S4} J_{SW} s^4 + k_{S1} b_{SR} r_{SR} m_{S3} b_{S4} r_{SW}^2 s^4 + \\
& b_{S1} b_{S2} r_{SR}^2 b_{S3} b_{S4} r_{SW}^2 s^4 + m_{S1} b_{S2} r_{SR}^2 k_{S3} b_{S4} r_{SW}^2 s^4 + \\
& b_{S2} b_{SR} r_{SR} m_{S3} k_{S4} r_{SW}^2 s^4 + m_{S1} b_{S2} r_{SR}^2 b_{S3} k_{S4} r_{SW}^2 s^4 + \\
& k_{S1} b_{S3} r_{SR}^2 m_{S3} b_{S4} r_{SW}^2 s^4 + k_{S2} r_{SR}^2 k_{S3} m_{S3} J_{SW} s^4 + \\
& b_{S2} J_{SR} k_{S3} b_{S4} r_{SW}^2 s^4 + m_{S1} r_{SR}^2 k_{S2} k_{S3} J_{SW} s^4 + \\
& m_{S1} b_{SR} r_{SR} b_{S3} k_{S4} r_{SW}^2 s^4 + b_{S1} b_{S2} r_{SR}^2 m_{S3} k_{S4} r_{SW}^2 s^4 + \\
& b_{S1} J_{SR} b_{S3} k_{S4} r_{SW}^2 s^4 + m_{S1} r_{SR}^2 k_{S2} m_{S3} k_{S4} r_{SW}^2 s^4 + \\
& m_{S1} r_{SR}^2 k_{S3} k_{S4} J_{SW} s^4 + b_{S1} r_{SR}^2 k_{S2} b_{S4} J_{SW} s^4 + \\
& k_{S2} b_{SR} r_{SR} b_{S4} J_{SW} s^4 + k_{S1} b_{SR} r_{SR} b_{S3} J_{SW} s^4 + \\
& b_{S1} b_{SR} r_{SR} k_{S4} J_{SW} s^4 + b_{S1} r_{SR}^2 k_{S2} m_{S3} b_{S4} r_{SW}^2 s^4 + \\
& b_{S1} b_{SR} r_{SR} k_{S3} J_{SW} s^4 + k_{S1} J_{SR} k_{S4} J_{SW} s^4 + k_{S1} r_{SR}^2 k_{S2} m_{S3} J_{SW} s^4 + \\
& b_{S1} r_{SR}^2 k_{S3} b_{S4} J_{SW} s^4 + b_{S1} J_{SR} k_{S3} b_{S4} r_{SW}^2 s^4 + \\
& b_{S2} b_{S3} r_{SR}^2 m_{S3} k_{S4} r_{SW}^2 s^4 + b_{S2} r_{SR}^2 k_{S3} b_{S4} J_{SW} s^4 + \\
& k_{S2} J_{SR} k_{S3} J_{SW} s^4 + b_{S2} r_{SR}^2 k_{S3} m_{S3} b_{S4} r_{SW}^2 s^4 +
\end{aligned}
\tag{103}$$

$$\begin{aligned}
& k_{S1} r_{SR}^2 k_{S3} m_{S3} J_{SW} s^4 + b_{S2} b_{SR} r_{SR} b_{S3} b_{S4} r_{SW}^2 s^4 + \\
& m_{S1} b_{SR} r_{SR} k_{S3} b_{S4} r_{SW}^2 s^4 + k_{S2} J_{SR} m_{S3} k_{S4} r_{SW}^2 s^4 + \\
& k_{S2} b_{SR} r_{SR} b_{S3} J_{SW} s^4 + k_{S1} b_{S2} r_{SR}^2 b_{S3} J_{SW} s^4 + \\
& b_{S2} b_{S3} r_{SR}^2 k_{S4} J_{SW} s^4 + k_{S2} b_{S3} r_{SR}^2 m_{S3} b_{S4} r_{SW}^2 s^4 + \\
& b_{S2} b_{SR} r_{SR} k_{S4} J_{SW} s^4 + b_{S1} r_{SR}^2 k_{S2} b_{S3} J_{SW} s^4 + \\
& m_{S1} r_{SR}^2 k_{S2} b_{S3} b_{S4} r_{SW}^2 s^4 + k_{S2} J_{SR} b_{S3} b_{S4} r_{SW}^2 s^4 + \\
& b_{S2} b_{SR} r_{SR} k_{S3} J_{SW} s^4 + b_{S1} b_{S3} r_{SR}^2 k_{S4} J_{SW} s^4 + k_{S1} J_{SR} k_{S3} J_{SW} s^4 + \\
& k_{S1} b_{SR} r_{SR} b_{S4} J_{SW} s^4 + m_{S1} r_{SR}^2 k_{S3} m_{S3} k_{S4} r_{SW}^2 s^4 + \\
& b_{S1} b_{S2} r_{SR}^2 k_{S4} J_{SW} s^4 + k_{S1} J_{SR} m_{S3} k_{S4} r_{SW}^2 s^4 + \\
& k_{S1} J_{SR} b_{S3} b_{S4} r_{SW}^2 s^4 + k_{S1} b_{S3} r_{SR}^2 b_{S4} J_{SW} s^4 + \\
& k_{S2} b_{S3} r_{SR}^2 b_{S4} J_{SW} s^4 + b_{S1} b_{SR} r_{SR} m_{S3} k_{S4} r_{SW}^2 s^4 + \\
& k_{S1} b_{S2} r_{SR}^2 m_{S3} b_{S4} r_{SW}^2 s^4 + k_{S2} b_{SR} r_{SR} m_{S3} b_{S4} r_{SW}^2 s^4 + \\
& b_{S1} r_{SR}^2 k_{S3} m_{S3} b_{S4} r_{SW}^2 s^4 + k_{S1} b_{S2} r_{SR}^2 b_{S4} J_{SW} s^4 + \\
& k_{S2} J_{SR} k_{S4} J_{SW} s^4 + b_{S1} b_{S3} r_{SR}^2 m_{S3} k_{S4} r_{SW}^2 s^4 + \\
& b_{S1} b_{S2} r_{SR}^2 k_{S3} J_{SW} s^4 + b_{S2} J_{SR} b_{S3} k_{S4} r_{SW}^2 s^4 + \\
& b_{S1} b_{SR} r_{SR} b_{S3} b_{S4} r_{SW}^2 s^4 + k_{S1} r_{SR}^2 k_{S2} b_{S4} J_{SW} s^3 + \\
& k_{S1} b_{SR} r_{SR} m_{S3} k_{S4} r_{SW}^2 s^3 + m_{S1} b_{S2} r_{SR}^2 k_{S3} k_{S4} r_{SW}^2 s^3 + \\
& m_{S1} r_{SR}^2 k_{S2} k_{S3} b_{S4} r_{SW}^2 s^3 + b_{S2} J_{SR} k_{S3} k_{S4} r_{SW}^2 s^3 + \\
& k_{S1} b_{SR} r_{SR} b_{S3} b_{S4} r_{SW}^2 s^3 + b_{S1} r_{SR}^2 k_{S3} m_{S3} k_{S4} r_{SW}^2 s^3 + \\
& k_{S1} r_{SR}^2 k_{S3} b_{S4} J_{SW} s^3 + k_{S1} b_{SR} r_{SR} k_{S3} J_{SW} s^3 + \\
& b_{S1} r_{SR}^2 k_{S2} m_{S3} k_{S4} r_{SW}^2 s^3 + k_{S2} r_{SR}^2 k_{S3} m_{S3} b_{S4} r_{SW}^2 s^3 + \\
& k_{S1} r_{SR}^2 k_{S2} b_{S3} J_{SW} s^3 + k_{S1} b_{S2} r_{SR}^2 b_{S3} b_{S4} r_{SW}^2 s^3 + \\
& b_{S1} r_{SR}^2 k_{S2} k_{S3} J_{SW} s^3 + b_{S1} r_{SR}^2 k_{S2} k_{S4} J_{SW} s^3 + \\
& k_{S1} r_{SR}^2 k_{S2} m_{S3} b_{S4} r_{SW}^2 s^3 + m_{S1} b_{SR} r_{SR} k_{S3} k_{S4} r_{SW}^2 s^3 + \\
& k_{S1} b_{S3} r_{SR}^2 k_{S4} J_{SW} s^3 + k_{S1} b_{S2} r_{SR}^2 m_{S3} k_{S4} r_{SW}^2 s^3 + \\
& m_{S1} r_{SR}^2 k_{S2} b_{S3} k_{S4} r_{SW}^2 s^3 + k_{S2} J_{SR} b_{S3} k_{S4} r_{SW}^2 s^3 + \\
& k_{S1} J_{SR} k_{S3} b_{S4} r_{SW}^2 s^3 + k_{S1} r_{SR}^2 k_{S3} m_{S3} b_{S4} r_{SW}^2 s^3 + \\
& b_{S1} b_{S2} r_{SR}^2 b_{S3} k_{S4} r_{SW}^2 s^3 + k_{S2} J_{SR} k_{S3} b_{S4} r_{SW}^2 s^3 + \\
& b_{S2} r_{SR}^2 k_{S3} k_{S4} J_{SW} s^3 + k_{S1} b_{S3} r_{SR}^2 m_{S3} k_{S4} r_{SW}^2 s^3 + \\
& k_{S2} b_{SR} r_{SR} b_{S3} b_{S4} r_{SW}^2 s^3 + k_{S1} J_{SR} b_{S3} k_{S4} r_{SW}^2 s^3 + \\
& b_{S1} r_{SR}^2 k_{S2} b_{S3} b_{S4} r_{SW}^2 s^3 + b_{S1} b_{S2} r_{SR}^2 k_{S3} b_{S4} r_{SW}^2 s^3 + \\
& k_{S2} b_{SR} r_{SR} m_{S3} k_{S4} r_{SW}^2 s^3 + k_{S2} b_{SR} r_{SR} k_{S3} J_{SW} s^3 + \\
& k_{S2} b_{S3} r_{SR}^2 k_{S4} J_{SW} s^3 + k_{S2} b_{SR} r_{SR} k_{S4} J_{SW} s^3 + \\
& b_{S2} r_{SR}^2 k_{S3} m_{S3} k_{S4} r_{SW}^2 s^3 + b_{S2} b_{SR} r_{SR} b_{S3} k_{S4} r_{SW}^2 s^3 + \\
& b_{S1} b_{SR} r_{SR} k_{S3} b_{S4} r_{SW}^2 s^3 + k_{S1} b_{SR} r_{SR} k_{S4} J_{SW} s^3 + \\
& b_{S2} b_{SR} r_{SR} k_{S3} b_{S4} r_{SW}^2 s^3 + k_{S2} b_{S3} r_{SR}^2 m_{S3} k_{S4} r_{SW}^2 s^3 + \\
& b_{S1} b_{SR} r_{SR} b_{S3} k_{S4} r_{SW}^2 s^3 + k_{S1} b_{S2} r_{SR}^2 k_{S3} J_{SW} s^3 + \\
& b_{S1} r_{SR}^2 k_{S3} k_{S4} J_{SW} s^3 + k_{S1} b_{S2} r_{SR}^2 k_{S4} J_{SW} s^3 + \\
& k_{S2} r_{SR}^2 k_{S3} b_{S4} J_{SW} s^3 + b_{S1} J_{SR} k_{S3} k_{S4} r_{SW}^2 s^3 + \\
& b_{S1} b_{SR} r_{SR} k_{S3} k_{S4} r_{SW}^2 s^2 + m_{S1} r_{SR}^2 k_{S2} k_{S3} k_{S4} r_{SW}^2 s^2 + \\
& b_{S1} b_{S2} r_{SR}^2 k_{S3} k_{S4} r_{SW}^2 s^2 + k_{S1} r_{SR}^2 k_{S2} b_{S3} b_{S4} r_{SW}^2 s^2 + \\
& k_{S1} b_{SR} r_{SR} k_{S3} b_{S4} r_{SW}^2 s^2 + k_{S2} r_{SR}^2 k_{S3} m_{S3} k_{S4} r_{SW}^2 s^2 + \\
& k_{S1} b_{S2} r_{SR}^2 b_{S3} k_{S4} r_{SW}^2 s^2 + k_{S1} r_{SR}^2 k_{S3} k_{S4} J_{SW} s^2 + \\
& k_{S2} J_{SR} k_{S3} k_{S4} r_{SW}^2 s^2 + k_{S1} r_{SR}^2 k_{S2} k_{S3} J_{SW} s^2 + \\
& b_{S1} r_{SR}^2 k_{S2} k_{S3} b_{S4} r_{SW}^2 s^2 + k_{S2} b_{SR} r_{SR} b_{S3} k_{S4} r_{SW}^2 s^2 + \\
& k_{S1} r_{SR}^2 k_{S2} k_{S4} J_{SW} s^2 + k_{S1} b_{S2} r_{SR}^2 k_{S3} b_{S4} r_{SW}^2 s^2 + \\
& k_{S1} b_{SR} r_{SR} b_{S3} k_{S4} r_{SW}^2 s^2 + b_{S2} b_{SR} r_{SR} k_{S3} k_{S4} r_{SW}^2 s^2 + \\
& k_{S1} r_{SR}^2 k_{S3} m_{S3} k_{S4} r_{SW}^2 s^2 + k_{S1} r_{SR}^2 k_{S2} m_{S3} k_{S4} r_{SW}^2 s^2 + \\
& k_{S2} b_{SR} r_{SR} k_{S3} b_{S4} r_{SW}^2 s^2 + k_{S2} r_{SR}^2 k_{S3} k_{S4} J_{SW} s^2 + \\
& k_{S1} J_{SR} k_{S3} k_{S4} r_{SW}^2 s^2 + b_{S1} r_{SR}^2 k_{S2} b_{S3} k_{S4} r_{SW}^2 s^2 + \\
& b_{S1} r_{SR}^2 k_{S2} k_{S3} k_{S4} r_{SW}^2 s + k_{S1} r_{SR}^2 k_{S2} b_{S3} k_{S4} r_{SW}^2 s + \\
& k_{S1} r_{SR}^2 k_{S2} k_{S3} b_{S4} r_{SW}^2 s + k_{S1} b_{S2} r_{SR}^2 k_{S3} k_{S4} r_{SW}^2 s + \\
& k_{S1} b_{SR} r_{SR} k_{S3} k_{S4} r_{SW}^2 s + k_{S2} b_{SR} r_{SR} k_{S3} k_{S4} r_{SW}^2 s + \\
& k_{S1} r_{SR}^2 k_{S2} k_{S3} k_{S4} r_{SW}^2
\end{aligned}$$

V.D Positionsregelungsmodell

Die Eingangsgrößen des Kraftregelungsmodells sind das Antriebsmoment $\tau_{SW}(t)$ und die Kraft F_{S0} . Die interessierenden Größen sind die Position $x_{S0}(t)$ des Endeffektors und der Seilwindenwinkel $\Phi_{SW}(t)$.

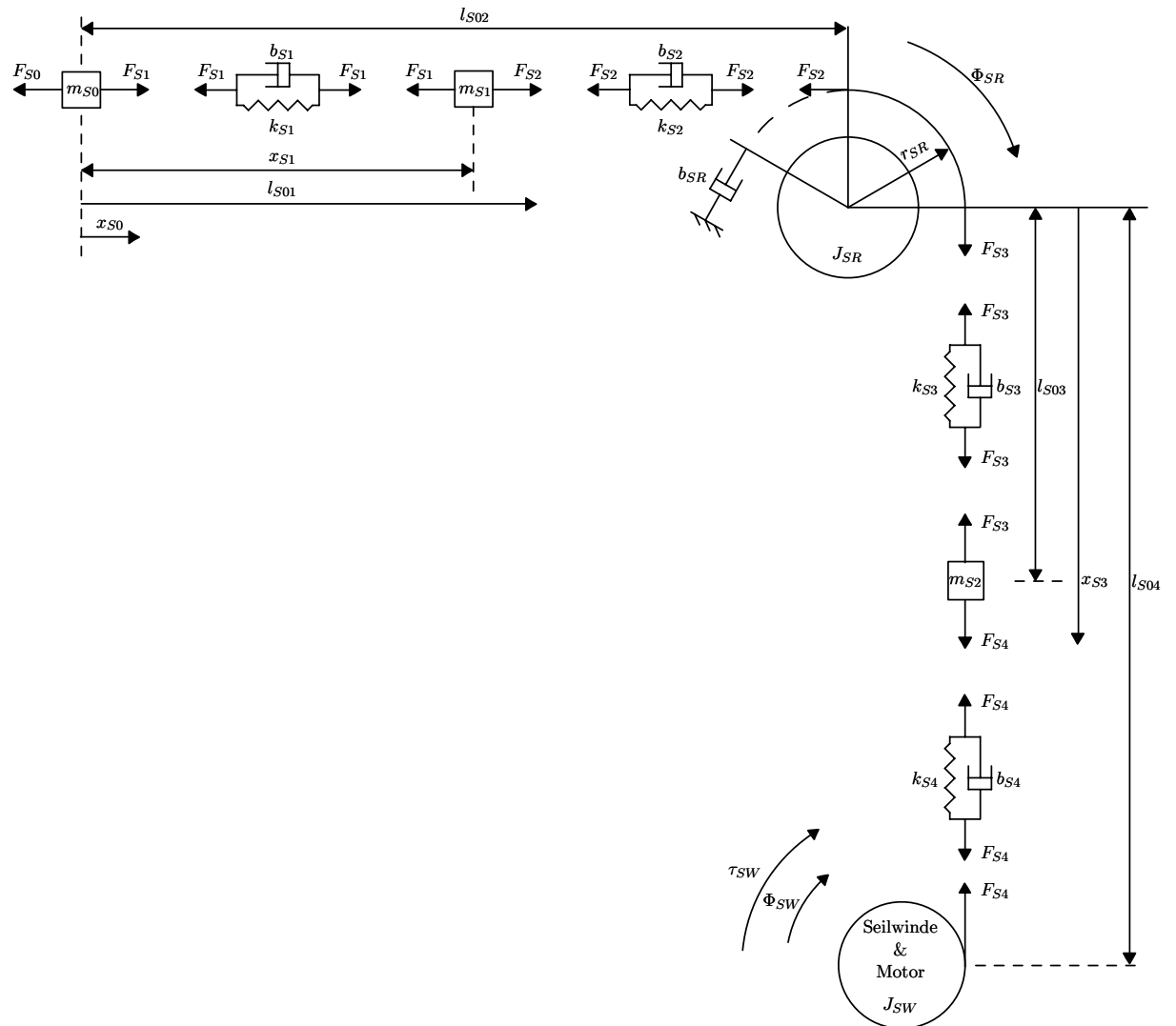


Abbildung 101: Positionsregelungsmodell

$$\left\{ \begin{array}{l}
m_{S0} \ddot{x}_{S0} = F_{S1}(x_{S0}(t), x_{S1}(t)) - F_{S0}(t) \\
m_{S1} \ddot{x}_{S1} = F_{S2}(x_{S1}(t), \phi_{SR}(t)) - F_{S1}(x_{S1}(t)) \\
m_{S1} \ddot{x}_{S1} = F_{S2}(x_{S1}(t), \phi_{SR}(t)) - F_{S1}(x_{S1}(t)) \\
J_{SR} \ddot{\phi}_{SR} = F_{S3}(x_{S3}(t), \phi_{SR}(t)) r_{SR} - F_{S2}(x_{S1}(t), \phi_{SR}(t)) r_{SR} - b_{SR} \dot{\phi}_{SR} r_{SR} \\
m_{S3} \ddot{x}_{S3} = F_{S4}(x_{S3}(t), \phi_{SW}(t)) - F_{S3}(x_{S3}(t), \phi_{SR}(t)) \\
J_{SW} \ddot{\phi}_{SW} = \tau_{SW}(t) - F_{S4}(x_{S3}(t), \phi_{SW}(t)) r_{SW} \\
\text{mit :} \\
F_{S1}(x_{S0}(t), x_{S1}(t)) = b_{S1}(\dot{x}_{S1} - \dot{x}_{S0}) + k_{S1}(x_{S1} - x_{S0}) \\
F_{S2}(x_{S1}(t), \phi_{SR}(t)) = b_{S2}(\dot{\phi}_{SR} r_{SR} - \dot{x}_{S1}) + k_{S2}(\phi_{SR} r_{SR} - x_{S1}) \\
F_{S3}(x_{S3}(t), \phi_{SR}(t)) = b_{S3}(\dot{x}_{S3} - \dot{\phi}_{SR} r_{SR}) + k_{S3}(x_{S3} - \phi_{SR} r_{SR}) \\
F_{S4}(x_{S3}(t), \phi_{SW}(t)) = b_{S4}(\dot{\phi}_{SW} r_{SW} - \dot{x}_{S3}) + k_{S4}(\phi_{SW} r_{SW} - x_{S3})
\end{array} \right. \quad (104)$$

Um das Differentialgleichungssystem 2. Ordnung in ein Differentialgleichungssystem 1. Ordnung überzuführen, werden zusätzliche Variablen eingeführt:

$$\begin{aligned}
v_{S0}(t) &= \dot{x}_{S0} \\
v_{S1}(t) &= \dot{x}_{S1} \\
\omega_{SR}(t) &= \dot{\phi}_{SR} \\
v_{S3}(t) &= \dot{x}_{S3} \\
\omega_{SW}(t) &= \dot{\phi}_{SW}
\end{aligned} \quad (105)$$

Das Differentialgleichungssystem 1. Ordnung ergibt sich somit zu:

$$\dot{\mathbf{x}}_S = \mathbf{A} \mathbf{x}_S + \mathbf{b} u$$

mit :

$$\dot{\mathbf{x}}_S = \begin{bmatrix} \dot{v}_{S0} \\ \dot{x}_{S0} \\ \dot{v}_{S1} \\ \dot{x}_{S1} \\ \dot{\omega}_{SR} \\ \dot{\phi}_{SR} \\ \dot{v}_{S3} \\ \dot{x}_{S3} \\ \dot{\omega}_{SW} \\ \dot{\phi}_{SW} \end{bmatrix}_{10 \times 1}, \mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix}_{10 \times 10}, \mathbf{x}_S = \begin{bmatrix} v_{S0} \\ x_{S0} \\ v_{S1} \\ x_{S1} \\ \omega_{SR} \\ \phi_{SR} \\ v_{S3} \\ x_{S3} \\ \omega_{SW} \\ \phi_{SW} \end{bmatrix}_{10 \times 1}, \mathbf{b} u = \begin{bmatrix} -\frac{F_{S0}}{m_{S0}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{\tau_{SW}(t)}{J_{SW}} \\ 0 \end{bmatrix}_{10 \times 1},$$

$$\mathbf{A}_{11} = \begin{bmatrix} -\frac{b_{S1}}{m_{S0}} & -\frac{k_{S1}}{m_{S0}} & \frac{b_{S1}}{m_{S0}} & \frac{k_{S1}}{m_{S0}} & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{b_{S1}}{m_{S1}} & \frac{k_{S1}}{m_{S1}} & -\frac{b_{S1}+b_{S2}}{m_{S1}} & -\frac{k_{S1}+k_{S2}}{m_{S1}} & \frac{b_{S2} r_{SR}}{m_{S1}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{b_{S2} r_{SR}}{J_{SR}} & \frac{k_{S2} r_{SR}}{J_{SR}} & -\frac{b_{S2} r_{SR}^2 + b_{SR} r_{SR} + b_{S3} r_{SR}^2}{J_{SR}} & 0 \end{bmatrix}_{5 \times 5},$$

$$\mathbf{A}_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{k_{S2} r_{SR}}{m_{S1}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{k_{S2} r_{SR}^2 + k_{S3} r_{SR}^2}{J_{SR}} & \frac{b_{S3} r_{SR}}{J_{SR}} & \frac{k_{S3} r_{SR}}{J_{SR}} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{5 \times 5}, \mathbf{A}_{21} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{b_{S3} r_{SR}}{m_{S2}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{5 \times 5},$$

$$\mathbf{A}_{22} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{k_{S3} r_{SR}}{m_{S2}} & -\frac{b_{S3}+b_4}{m_{S2}} & -\frac{k_{S3}+k_{S4}}{m_{S2}} & \frac{b_4 r_{SW}}{m_{S2}} & \frac{k_{S4} r_{SW}}{m_{S2}} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{b_4 r_{SW}}{J_{SW}} & \frac{k_{S4} r_{SW}}{J_{SW}} & -\frac{b_4 r_{SW}^2}{J_{SW}} & -\frac{k_{S4} r_{SW}^2}{J_{SW}} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}_{5 \times 5}. \quad (106)$$

Mittels Laplace-Transformation wird das Systems in Gleichung (106) auf folgende Form gebracht:

$$\mathbf{x}_S(s) = (s \mathbf{E} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{x}_{0S} + (s \mathbf{E} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{b} u(s) \quad (107)$$

Die Variable x_{0S} aus Gleichung (107) gibt den Anfangszustand des betrachteten Modells zum Zeitpunkt $t = 0$ [s] wieder und wird zur einfacheren Betrachtung des Systemverhaltens auf 0 gesetzt:

$$\mathbf{x}_S(s) = (s \mathbf{E} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{b} u(s). \quad (108)$$

Die gesuchten Größen $x_{S0}(t)$ und $\Phi_{SW}(t)$ lassen sich mit der Lösung von $\mathbf{x}_S(s)$ aus Gleichung (108) durch folgende Gleichungen im Bildbereich angeben:

$$F_{S1}(s) = b_{S1} v_{S1}(s) + k_{S1} x_{S1}(s) \quad (109)$$

Verwendet man \mathbf{x}_S aus der Lösung des Gleichungssystems (97), so erhält man:

$$x_{S0}(s) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}^T \mathbf{x}_S(s), \quad \Phi_{SW}(s) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}^T \mathbf{x}_S(s). \quad (110)$$

Die Lösung im Bildbereich für die gesuchte Größe $x_{S0}(s)$ lässt sich somit berechnen und kann mit Hilfe seiner Zähler- und Nennerpolynome in s und in Abhängigkeit der Eingangsgrößen $\tau_{SW}(s)$ und $F_{S0}(s)$ angegeben werden:

$$x_{S0}(s) = \frac{\mu_{x_{S0}-F_{S0}}}{\nu_{x_{S0}-F_{S0}}} F_{S0}(s) + \frac{\mu_{x_{S0}-\tau_{SW}}}{\nu_{x_{S0}-\tau_{SW}}} \tau_{SW}(s) \quad (111)$$

Das Zählerpolynom $\mu_{x_{S0}-F_{S0}}$ ist vom Grad 5 in s und $\mu_{x_{S0}-\tau_{SW}}$ vom Grad 9 in s . Die Nennerpolynome $\nu_{x_{S0}-\tau_{SW}}$ und $\nu_{x_{S0}-F_{S0}}$ sind äquivalent und vom Grad 11 in s .

Die Lösung im Bildbereich für die gesuchte Größe $\Phi_{SW}(s)$ lässt sich somit berechnen und kann mit Hilfe seiner Zähler- und Nennerpolynome in s und in Abhängigkeit der Eingangsgrößen $\tau_{SW}(s)$ und $F_{S0}(s)$ angegeben werden:

$$\Phi_{SW}(s) = \frac{\mu_{\Phi_{SW}-F_{S0}}}{\nu_{\Phi_{SW}-F_{S0}}} F_{S0}(s) + \frac{\mu_{\Phi_{SW}-\tau_{SW}}}{\nu_{\Phi_{SW}-\tau_{SW}}} \tau_{SW}(s) \quad (112)$$

Das Zählerpolynom $\mu_{\Phi_{SW}-F_{S0}}$ ist vom Grad 9 in s und $\mu_{\Phi_{SW}-\tau_{SW}}$ vom Grad 5 in s . Die Nennerpolynome $\nu_{\Phi_{SW}-\tau_{SW}}$ und $\nu_{\Phi_{SW}-F_{S0}}$ sind äquivalent und vom Grad 11 in s .

VII Referenzen

- An J. et al., *Stability and Performance of Haptic Interfaces with Active/Passive Actuators – Theory and Experiments*. 2006: The International Journal of Robotics Research, Vol. 25, No. 11, November 2006, pp. 1121-1136
- Bronstein I. N. et al., *Taschenbuch der Mathematik*. 2005: Wissenschaftlicher Verlag Harri Deutsch GmbH
- Dietz, P. et al., *Einfluss der Seildämpfung auf die Trommelbelastungen bei Bewicklung mit Kunststoffseilen oder Kunststoff – Stahl Seilen*. 2004: DFG
- Errede S., *Waves II*. 2005: Lecture Notes Musical Instruments, Department of Physics, University of Illinois at Urbana-Champaign
- Fang, S., *Design, Modeling and Motion Control of Tendon Based Parallel Manipulators*. 2005: VDI-Verl.
- Faschinger F., v. Zitzewitz J., and Pernkopf F., *Paralleler, 8-achsiger Seilroboter mit großem Arbeitsraum als Handlingapplikation*, Proceedings of Internationales Forum Mechatronik 2006, pp. 216-230, Oktober 2006, Linz, Austria
- Gosline, A. et al., *On The Use of Eddy Current Brakes as Tunable, Fast Turn-On Viscous Dampers For Haptic Rendering*. 2006: Proceedings of Eurohaptics 2006
- Grote K.-H., Feldhusen J., *Dubbel Taschenbuch für den Maschinenbau*. 2005: Springer-Verlag
- Horn M., Dourdoumas N., *Regelungstechnik Rechnerunterstützter Entwurf zeitkontinuierlicher und zeitdiskreter Regelkreise..* 2004: Pearson Studium
- <http://de.wikipedia.org/wiki/Dyneema>
- <http://de.wikipedia.org/wiki/Bestimmtheitsma%C3%9F>
- <http://mathworld.wolfram.com/WaveEquation1-Dimensional.html>
- Igel H., *Erdbeben und die Struktur des tiefen Erdinnern*. 2002: Journal Einsichten
- Lawrence, D. et al., *Bow spring/tendon actuation for low cost haptic interfaces*. 2005: Proceedings of the First Joint Eurohaptics Conference and Symposium on Haptic Interfaces for Virtual Environment and Teleoperator Systems 2005, pp. 157-166
- Nolte, V., *Die Rudertechnik [Trainerjournal 78]*. 1982: Rudersport, Vol. 100, No. 34, pp. I-XII.
- Rosati G., Gallina P., Masiero S., and Rossi A., *Design of a new 5 d.o.f. wire-based robot for rehabilitation*, Proceedings of the 2005 IEEE 9th International Conference on Rehabilitation Robotics, June 28 - July 1, 2005, Chicago, IL, USA
- Sanyo Denki America, Inc., *Handbook of AC Servo Systems*. 2006: <http://www.sanyo-denki.com/Products/PDF%20Files/Handbook/Handbook.pdf>
- Schwarzer, T., *Einfluss einer mehrlagigen Bewicklung von Seiltrommeln mit Kunststoffseilen auf deren Gestaltung und Dimensionierung*. 2006: IMW - Institutsmitteilung Nr. 31
- Shimizu T., *Three-dimensional wave equation for a cord and N-spiral solitary wave solution*. 1994: Journal of Physics A: Mathematical and General, Vol. 27, No. 13
- Simeu E. et al., *Modeling and control of an eddy current brake*. 1996: Control Engineering Practice, Vol. 4, pp. 19-26, 1996, Elsevier Science Ltd
- The Math Works, Inc., *Matlab Help*. 2006: Matlab R2006b
- Uhlmann E., Schäper E., and Neumann C., *Entwicklung einer hochdynamischen skalierbaren Seilkinematik*, Dresdner WZM-Fachseminar „Chancen für Parallekinematiken einfacher Bauart, 2001
- Williams II, R. L., Vadia J., *Planar translational cable-driven robots: Hardware Implementation*, Proceedings of DETC2003 2003 ASME Design Engineering Technical September 2-6, 2003, Chicago, IL