



Modulare Modellbildung und Simulation von hybriden Antriebssträngen

Dissertation

zur Erlangung der Würde eines
Doctor technicae (Dr. techn.)

Vorgelegt

**an der Fakultät für Maschinenbau und
Wirtschaftsingenieurwesen
der Technischen Universität Graz**

von

Gerald Kelz

1. Begutachter: Univ.-Prof. Dr.techn. Wolfgang Hirschberg
2. Begutachter: Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Walter Sextro

Graz, im Oktober 2010

Meinem Vater

Kurzfassung

Der Antriebsstrang eines Hybridfahrzeugs ist wesentlich komplexer aufgebaut als jener eines konventionellen Fahrzeugs mit Verbrennungsmotor. Während bei herkömmlichen Fahrzeugantriebssträngen die Topologie, also die Anordnung der einzelnen Komponenten, prinzipiell fest ist, gibt es bei innovativen Antriebssystemen eine Vielzahl von Möglichkeiten, diese geeignet anzuordnen. Ziel ist es, jene Konfiguration zu finden, die für einen definierten Einsatz den minimalen Verbrauch bei sehr guten Fahrleistungen liefert. Mit Hilfe von Längsdynamiksimulation lassen sich die Verbrauchspotenziale durch Variation der Komponentendimensionen und der Topologie ableiten und vergleichen. Diese Simulationsrechnungen werden meistens auf einer Software durchgeführt, die sich zumeist auf Standard-Antriebsstranganordnungen beschränken und nicht die Flexibilität bieten, um beliebige Topologien analysieren zu können.

Die vorliegende Arbeit behandelt die modulare Modellbildung und die Verbrauchssimulation von komplexen hybriden Antriebssträngen für Topologieuntersuchungen. Es wird eine Modellierungsmethode vorgestellt, mit der man beliebige hybride Antriebssysteme aufbauen kann. Der Fokus liegt dabei auf einer effizienten und schnellen Modellbildung, die dennoch genaue Simulationsergebnisse liefert. Die entwickelten Simulationsalgorithmen haben im Vergleich zu Standardverfahren kürzere Rechenzeiten und sind robuster. Als Beispiel wird der Antriebsstrang eines leistungsverzweigten Hybridfahrzeuges in Matlab/Simulink[®] bzgl. Treibstoffverbrauch optimiert. Der modifizierte Antriebsstrang spart in bestimmten Fahrsituationen bis zu 16 Prozent an Treibstoff ein.

Abstract

The power train of a hybrid vehicle is considerably more complex than that of conventional vehicles. Whilst the topology of a conventional vehicle is generally fix, the arrangement of the power train components for hybrid propulsion systems is flexible. The aim is to find those configurations which are optimal for the intended use. Fuel consumption potentials can be derived with the aid of vehicle longitudinal dynamics simulation. Mostly these simulations are carried out using software which is optimized for the standard topology and do not offer the flexibility to calculate arbitrary topologies.

The present thesis deals with the modular modeling and the fuel consumption simulation of complex hybrid power trains for topology analysis. A method for modeling arbitrary drive trains with high complexity is introduced. The focus lies on an efficient and fast modeling which still provides exact simulation results. Compared with standard procedures, the simulation algorithms developed are faster and more robust. As an example, the drive train of a power-split hybrid vehicle is optimized using Matlab/Simulink[®]. With simple modification the drive train can save up to 16 percent of fuel consumption in certain driving situations.

Danksagung

Die vorliegende Arbeit entstand im Zuge meiner Tätigkeiten als Wissenschaftlicher Assistent am Institut für Mechanik und am Institut für Fahrzeugtechnik an der Technischen Universität Graz.

Mein Dank gilt Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Walter Sextro für die Hilfestellung auf dem Gebiet der Mechanik. Ein besonderer Dank ergeht an Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Wolfgang Hirschberg für die Anregung zu dieser Arbeit und die engagierte Betreuung. Ferner möchte ich mich bei ihm für das entgegengebrachte Interesse und das angenehme Arbeitsklima sehr herzlich bedanken.

Für die zahlreichen fachlichen Diskussionen bedanke ich mich bei Dipl.-Ing. Dr.techn. Johannes Hölzl und Prof. Dipl.-Ing. Steffen Bernhard.

Des Weiteren gilt mein Dank all jenen, die mich bei der Erstellung dieser Arbeit unterstützt haben, vor allem meiner Lebensgefährtin Daniela für ihre Geduld und ihr Verständnis.

Graz, im Oktober 2010

Gerald Kelz

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	vii
Tabellenverzeichnis	ix
1 Einleitung	1
1.1 Einteilung der Hybridfahrzeuge	2
1.1.1 Serieller Hybrid	3
1.1.2 Paralleler Hybrid	4
1.1.3 Kombiniertes Hybrid	5
1.1.4 Leistungsverzweigter Hybrid	5
1.2 Problemstellung und Ziel der Arbeit	5
2 Simulation von Antriebssträngen	7
2.1 Einleitung	7
2.2 Längsdynamiksimulation	8
2.3 Fahrzyklen	9
2.4 Fahrwiderstände	11
2.4.1 Luftwiderstand	12
2.4.2 Rollwiderstand	12
2.4.3 Steigungswiderstand	13
2.5 Simulationsprogramme zur Längsdynamiksimulation	14
2.5.1 Anforderung an eine Längsdynamiksimulation	14
2.5.2 Auswahl der Simulationsumgebung	17
2.6 Simulationsmethoden	18
2.6.1 Rückwärtssimulation	18
2.6.2 Vorwärtssimulation	27
2.6.3 Kombinierte Simulationsmethode	29
2.6.4 Bewertung und Auswahl	30
3 Modulare Beschreibung von hybriden Antriebsträngen	32
3.1 Systembegriff und Blockdarstellung	32
3.2 Zustandsraumdarstellung	34
3.3 Arten der Modulkopplung	35
3.3.1 Signalflussorientierte Kopplung	36
3.3.2 Torsionselastische Kopplung	37
3.3.3 Differential algebraische Kopplung	38
3.3.4 Reduktion auf Minimalform	39

3.3.5	Vergleich und Bewertung	41
3.4	Basismodul	41
3.4.1	Struktur eines Mehrkörpersystems	42
3.4.2	Kinematik	42
3.4.3	Dynamik	46
3.4.4	Koppelgrößen	48
3.4.5	Strukturvariabilität	50
3.4.6	Eingeprägte Kraftgrößen aus Kennfeldern	53
3.4.7	Reduktion der Dimensionen	55
3.4.8	Zusammenfassung	56
3.4.9	Freiheitsgrade eines Moduls	58
3.5	Kopplung der Basismodule	58
3.5.1	Globale Modellstruktur	58
3.5.2	Zusammenbau des Gesamtmodells	59
3.5.3	Zwangskräfte	65
3.5.4	Freiheitsgrade des Gesamtsystems	66
4	Lösung der Systemgleichungen	68
4.1	Integrationsverfahren	68
4.1.1	Einschrittverfahren	70
4.1.2	Mehrschrittverfahren	72
4.1.3	Numerische Steifigkeit	72
4.1.4	Unstetigkeiten	74
4.2	Integration unstetiger Systeme	77
4.2.1	Glättende Methoden	78
4.2.2	Schaltende Modelle	78
4.2.3	Ereignisbasierte Integrationsverfahren	80
4.3	Time-stepping Methoden	81
4.3.1	Time-Stepping mit LCP	83
4.3.2	Time-Stepping mit Augmented Lagrangian	89
4.3.3	Vergleich der Lösungsverfahren	102
4.3.4	Auswahl des Lösungsverfahrens	113
5	Simulation eines leistungsverzweigten Hybridfahrzeuges	114
5.1	Komponenten	114
5.1.1	Verbrennungsmotor	114
5.1.2	Elektromotor	115
5.1.3	Batterie	116
5.2	Leistungsverzweigter Antriebsstrang	117
5.2.1	Umsetzung in Matlab/Simulink	118
5.2.2	Ergebnisse	119
5.3	Topologie des OneMode ⁺	121
5.3.1	Umsetzung in Matlab/Simulink	122
5.4	Ergebnisse	123

Inhaltsverzeichnis

6 Zusammenfassung	124
Literaturverzeichnis	127

Abbildungsverzeichnis

1.1	Topologien von Hybridfahrzeugen	3
2.1	Schema einer Längsdynamiksimulation	8
2.2	Fahrzyklen	10
2.3	Fahrwiderstände am Fahrzeug	12
2.4	Umrechnung der exzentrischen Radaufstandskraft	13
2.5	Schema der Rückwärtssimulation	19
2.6	Blockdarstellung eines konventionellen Antriebsstranges	19
2.7	Mechanisches quasistatisches Übertragungsglied	20
2.8	Radmodell bei der quasistatischen Simulation	22
2.9	Reifenlängskraft-Schlupf-Kennlinie	23
2.10	Drehmomentenkennlinie eines Elektromotors	24
2.11	Kinematische Verzweigung am Beispiel einer Stirnradverzweigung	25
2.12	Schema der iterativen Rückwärtssimulation	26
2.13	Schema der Vorwärtssimulation	27
2.14	Schema der iterativen Vorwärtssimulation	29
2.15	Schema der kombinierten Simulationsmethode	30
3.1	Systembegriff nach ÖNORM DIN 19226, Teil 1 [62]	32
3.2	Blockdarstellung eines Übertragungsgliedes	33
3.3	Blockdarstellung eines physikalischen Modells	36
3.4	Signalflussorientierte Kopplung	37
3.5	Torsionselastische Kopplung	38
3.6	Kopplung mit algebraischen Gleichungen	39
3.7	Kopplung durch Reduktion auf ein Minimalsystem	40
3.8	Elemente eines Mehrkörpersystems	42
3.9	Lage eines starren Körpers im Raum	43
3.10	Eingänge und Ausgänge eines Moduls	48
3.11	Freikörperbild einer Kupplung	51
3.12	Symboldarstellung eines Freilaufs	53
3.13	Verlustmomentberechnung mittels Wirkungsgradkennfeld	54
3.14	Kopplung von zwei Bremsmodulen	67
4.1	Einteilung der Integrationsverfahren [72]	70
4.2	Fehlerordnung von expliziten Runge-Kutta-Verfahren	72
4.3	Schließvorgang des Kupplungsmodells mit explizitem Euler-Integrator	76
4.4	Geglättete Kupplungskennlinie	78

Abbildungsverzeichnis

4.5	Schaltlogik für ein Kupplungsmodell	80
4.6	Freilauf	84
4.7	Zerlegung des Coulombschen Reibgesetzes	85
4.8	Lösungsschema beim LCP-Verfahren	89
4.9	Graphische Darstellung der Projektionsfunktion	90
4.10	Regularisierung der Freilauf-Charakteristik	91
4.11	Regularisierung der Kupplungskennlinie	92
4.12	Einzelbeispiele zur Analyse des Konvergenzverhaltens	93
4.13	Konvergenzverhalten des Fixpunktverfahren beim Freilaufmodell	94
4.14	Lösungsverhalten des Freilaufbeispiels für $\kappa \leq 0$	95
4.15	Lösungsverhalten des Freilaufbeispiels für $\kappa > 0$	95
4.16	Konvergenzverhalten des Fixpunktverfahrens beim Kupplungsmodell	97
4.17	Lösungsverhalten für $\chi < -\mu r_m F_n$	98
4.18	Lösungsverhalten für $-\mu r_m F_n \leq \chi \leq \mu r_m F_n$	98
4.19	Lösungsverhalten für $\chi > \mu r_m F_n$	99
4.20	Lösungsschema beim Augmented Lagrangian Verfahren	101
4.21	Schließvorgang des Kupplungsmodells mit dem LCP-Verfahren	103
4.22	Schließen der Kupplung mit dem Augmented Lagrangian Verfahren	104
4.23	Doppelkupplungsbeispiel mit Freilauf	104
4.24	Verlustkennfeld	105
4.25	Verlauf des Eingangsmomentes l_e	105
4.26	Verlauf der Kupplungsnormalkräfte	106
4.27	Simulationsergebnis des Doppelkupplungsbeispiels	107
4.28	Relativedrehzahlen der Doppelkupplung und des Freilaufs	107
4.29	Kupplungsmomente und Freilaufmoment	107
4.30	Abweichungen von ω_1 aufgrund verschiedener Schrittweiten	109
4.31	Abweichungen von ω_2 aufgrund verschiedener Schrittweiten	110
4.32	Abweichungen von ω_3 aufgrund verschiedener Schrittweiten	110
4.33	Abweichung von ω_1 aufgrund der iterationsfreien Berechnung	112
4.34	Abweichung von ω_2 aufgrund der iterationsfreien Berechnung	112
4.35	Abweichung von ω_3 aufgrund der iterationsfreien Berechnung	113
5.1	Generisches Modell eines Verbrennungsmotors	115
5.2	Generisches Modell eines Elektromotors	116
5.3	Batteriemodell	117
5.4	Topologie eines leistungsverzweigten Hybridfahrzeuges	118
5.5	Koppelplan zum leistungsverzweigten Antriebsstrang	119
5.6	Leistungsverzweigter Hybrid im Hyzem Motorway Zyklus	120
5.7	Topologie des OneMode ⁺	121
5.8	Koppelplan des OneMode ⁺ Antriebsstranges	122

Tabellenverzeichnis

2.1	Bewertungsmatrix der Simulationsmethoden	31
3.1	Bewertungsmatrix der Kopplungsmethoden	41
4.1	Simulationsstatistik beim Schließen einer Kupplung	76
4.2	Rechenzeit des LCP- und des Augmented Lagrangian Verfahren	102
4.3	Rechenzeiten für 50 Sekunden Simulation	108
4.4	Rechenzeiten ohne Iteration	111
5.1	Berechnete Einsparung des OneMode ⁺	123

Liste der verwendeten Symbole

Abkürzungen

Symbol	Beschreibung
OEM	Original Equipment Manufacturer, Erstausrüster
ESV	Einschrittverfahren
MSV	Mehrschrittverfahren
BDF	Backward-Differentiation-Formula
LCP	Lineares Komplementaritätsproblem
MKS	Mehrkörpersystem
NVH	Noise, Vibration and Harshness
DAE	Differential Algebraisches Gleichungssystem
SOC	State of Charge, Ladezustand der Batterie
E-CVT	Electric Continuously Variable Transmission
NEDC	New European Driving Cycle, Neuer Europäischer Fahrzyklus
LA92	Los Angeles Fahrzyklus aus dem Jahr 1992
Pkw	Personenkraftwagen
Lkw	Lastkraftwagen
EU	Europäische Union
LU	LU-Zerlegung
RKF45	Runge-Kutta-Fehlberg Methode

Mathematische Zeichen, Operatoren und Indizes:

Symbol	Beschreibung
\forall	für alle
\wedge	und
\exists	existiert
\approx	ungefähr gleich
$:=, =:$	Definition
\mathbb{R}	Menge der reellen Zahlen
\mathbb{C}	Menge der komplexen Zahlen
$\{\dots\}$	Menge
\in	Mengenoperator
δa	Variation von a
da	differentielle Änderung von a
\dot{a}	totale zeitliche Ableitung von a
a^+	rechtsseitiger Grenzwert von a
a^-	linksseitiger Grenzwert von a
$Re(a)$	Realteil von a
$max\{\}$	maximaler Wert
${}^m a$	m -tes Modul
$\tilde{\mathbf{a}}$	schiefsymmetrische Matrix
$\ \cdot\ $	Norm
$\ \cdot\ _2$	euklidische Norm
a	eine skalare Größe
\mathbf{a}	einen $n \times 1$ -Vektor
a_i	i -tes Element
\mathbf{A}	eine $n \times m$ -Matrix

Lateinische Kleinbuchstaben:

Symbol	Beschreibung
a	Beschleunigung
a_0, \dots, a_4	Polynomkoeffizienten des Rollwiderstandsbeiwertes
\mathbf{a}	Beschleunigungsvektor
c_w	Luftwiderstandsbeiwert
e	Exzentrizität
\mathbf{f}_i^e	Vektor der eingepprägten Kräfte
\mathbf{f}_i^r	Vektor der Reaktionskräfte
\mathbf{f}^{z_u}	Vektor der Schnittkräfte am linken Schnittufer
\mathbf{f}^{z_y}	Vektor der Schnittkräfte am rechten Schnittufer
f_{min}	minimaler Freiheitsgrad
f_{max}	maximaler Freiheitsgrad
f_r	Rollwiderstandsbeiwert
g	Gravitationskonstante
\mathbf{g}	algebraische Gleichungen (Kapitel 3.2)
\mathbf{g}	holonomer Lagebindungsvektor
$\dot{\mathbf{g}}$	Bindung auf Geschwindigkeitsebene
h	Schrittweite
i	Index
i_{12}	Übersetzung
j	Index
k	Zeitschrittindex
\mathbf{k}	verallgemeinerte Kreiselkräfte
l	Moment
\mathbf{l}_i^e	Vektor der eingepprägten Momente des i -ten Körpers
l_{em}	Elektromotormoment
\mathbf{l}_i^r	Vektor der Reaktionsmomente des i -ten Körpers
l_{soll}	Sollmoment
l_{vkm}	Verbrennungsmotormoment
\mathbf{l}^{z_u}	Vektor der Schnittmomente am linken Schnittufer
\mathbf{l}^{z_y}	Vektor der Schnittmomente am rechten Schnittufer
m_i	Masse
m_{eff}	verallgemeinerte Fahrzeugmasse
m_v	Fahrzeugmasse
n	Schrittzahl eines Integrationsverfahrens (Kapitel 4.1)
n_h	Anzahl der holonomen Bindungen
n_e	Anzahl der einseitigen Bindungen
n_f	Anzahl der Freiläufe
n_g	Anzahl der holonomen Bindungen
n_k	Anzahl der Kupplungen
n_m	Anzahl der Module des Gesamtsystems
n_{mb}	Anzahl der Modulbindungen

Lateinische Kleinbuchstaben:

Symbol	Beschreibung
n_p	Anzahl der Körper eines Moduls
n_q	Anzahl der verallgemeinerten Lagen
n_u	Anzahl der Eingangsgrößen
n_x	Anzahl der Zustandsgrößen
n_y	Anzahl der Ausgangsgrößen
n_z	Anzahl der verallgemeinerten Geschwindigkeiten
$n_{z_{max}}$	Anzahl der Geschwindigkeiten des ungebundenen Gesamtsystems
n_H	Anzahl der dynamischen Deskriptorgleichungen
p	Konsistenzordnung (Kapitel 4.1)
\mathbf{p}	Lagevektor
\mathbf{q}	Vektor der verallgemeinerten Lagekoordinaten
\mathbf{q}_e	Vektor der verallgemeinerten eingeprägten Kräfte
\mathbf{q}_v	Vektor der verallgemeinerten Verluste
\mathbf{q}_z	Vektor der verallgemeinerten Schnittkräfte
r	Regularisierungsparameter
r_m	mittlere Reibradius
\mathbf{r}_i	Ortsvektor
r_i	Innenradius der Reibbeläge
r_a	Außenradius der Reibbeläge
r_s	statischer Reifenradius
r_d	dynamischer Abrollradius
r_f	Regularisierungsparameter eines Freilaufs
r_k	Regularisierungsparameter einer Kupplung
r_{opt}	optimaler Regularisierungsparameter
s	Anzahl der Stufen des Runge-Kutta-Verfahrens
t	Zeit
t_k	Zeitpunkt $t = kh$
\mathbf{t}_i	Drehvektor des i-ten Körpers
v	Geschwindigkeit
\mathbf{u}	Eingangsvektor
u_i	Eingangsgröße
$\hat{\mathbf{u}}$	Konnektoren der linken Modulseiten
\mathbf{u}_A	Eingangsgrößen beim Referenzzustand
u_{12}	Übersetzung
\mathbf{v}_i	Geschwindigkeitsvektor
$verb$	Verbrauch
\mathbf{w}_f	Bindungsvektor der Kupplung
\mathbf{w}_k	Bindungsvektor des Freilaufs
\mathbf{x}	Zustandsvektor
\mathbf{x}_A	Referenzzustand

Lateinische Kleinbuchstaben:

Symbol	Beschreibung
\mathbf{y}	Ausgangsvektor
y_i	Ausgangsgröße
$\hat{\mathbf{y}}$	Konnektoren der rechten Moduleiten
\mathbf{z}	Geschwindigkeitsvektor
\mathbf{z}_r	abhängiger Geschwindigkeitsvektor
\mathbf{z}_t	temporäre verallgemeinerte Geschwindigkeit

Lateinische Großbuchstaben:

Symbol	Beschreibung
A_F	Querspanntfläche
\mathbf{A}	Systemmatrix
\mathbf{B}	Eingangsmatrix
\mathbf{C}	Ausgangsmatrix
\mathbf{D}	Durchgriffsmatrix
\mathbf{E}	Einheitsmatrix
F	Verfahrensfunktion
F_x	Reifenlängskraft
F_l	Luftwiderstandskraft
F_r	Rollwiderstandskraft
F_s	Steigungswiderstandskraft
F_W	Widerstandskräfte
F_N	Normalkraft
F_z	Radaufstandskraft
\mathbf{G}	holonome Bindungsmatrix
\mathbf{H}	dynamische Deskriptorgleichung
I_{Batt}	Batteriestrom
\mathbf{I}_i	Trägheitstensor des i-ten Körpers
J	Trägheitsmoment
\mathbf{J}	Jacobimatrix
J_R	Trägheitsmoment eines Rades
\mathbf{K}	Kinematikmatrix
\mathbf{K}_M	Kinematikmatrix der Module
\mathbf{L}	untere Dreiecksmatrix
L	Lipschitzkonstante
\mathbf{L}_{T_i}	Jacobimatrix der Translation des i-ten Körpers
\mathbf{L}_{R_i}	Jacobimatrix der Rotation des i-ten Körpers
\mathbf{L}_u	Jacobimatrix der linken Moduleite
\mathbf{L}_y	Jacobimatrix der rechten Moduleite
\mathbf{M}	Massenmatrix

Lateinische Großbuchstaben:

Symbol	Beschreibung
M_R	Radmoment bei der quasistatischen Simulation
N	Anzahl der Zeitschritte
\mathbf{P}	Zeilenpermutationsmatrix
P_f	Proximalfunktion eines Freilaufs
P_k	Proximalfunktion einer Kupplung
P_{mech}	Mechanische Leistung des Elektromotors
P_v	Verlustleistung des Elektromotors
\mathbf{Q}	Permutationsmatrix
R_i	Innenwiderstand der Batterie
\mathbf{S}_k	Inzidenzmatrix
\mathbf{T}_i	Drehtensor des i-ten Körpers
\mathbf{U}	obere Dreiecksmatrix
U_0	Leerlaufspannung der Batterie
U_{Batt}	Batteriespannung
\mathbf{W}	Bindungsmatrix
\mathbf{W}_f	Gesamtbindungsmatrix der Freiläufe
\mathbf{W}_k	Gesamtbindungsmatrix der Kupplungen

Griechische Buchstaben:

Symbol	Beschreibung
α_s	Steigung
$\boldsymbol{\alpha}_i$	Vektor der Winkelbeschleunigung
γ_f	Relativgeschwindigkeit eines Freilaufs
γ_k	Relativgeschwindigkeit einer Kupplung
$\delta \mathbf{y}$	Vektor der virtuellen Änderung der verallg. Lagekoordinaten
$\delta \mathbf{z}$	Vektor der virtuellen Änderung der verallg. Geschwindigkeiten
ϵ	Diskretisierungsfehler
κ	Steifigkeitsindex
λ	Eigenwert der Testgleichung
λ_f	Freilaufmoment
λ_k	Kupplungsmoment
λ_G	Eigenwert der Matrix G
$\boldsymbol{\lambda}$	Lagrangemultiplikator
$\boldsymbol{\lambda}_f$	Freilaufmomente
$\boldsymbol{\lambda}_k$	Kupplungsmomente
$\boldsymbol{\lambda}_z$	Koppelgrößen
$\boldsymbol{\Lambda}_f$	Freilaufimpuls
$\boldsymbol{\Lambda}_k$	Kupplungsimpuls
μ_0	Haftungskoeffizient
μ_g	Gleitreibungskoeffizient
$\boldsymbol{\mu}$	übertragbare Reibmomente der Kupplungen
ρ_L	Luftdichte
φ	holonome Bindungsfunktion
Φ	Vektorfunktion des Übertragungsverhaltens (Kapitel 3.1)
Φ	Kopplungsmatrix der Module
$\dot{\omega}$	Winkelbeschleunigung
ω	Winkelgeschwindigkeit
ω_{em}	Elektromotordrehzahl
ω_{vkm}	Verbrennungsmotordrehzahl
$\boldsymbol{\omega}_i$	Winkelgeschwindigkeitsvektor des i-ten Körpers
$\boldsymbol{\Sigma}_{T_u}$	Zuordnungsmatrix der Translationen am Moduleingang
$\boldsymbol{\Sigma}_{R_u}$	Zuordnungsmatrix der Rotationen am Moduleingang
$\boldsymbol{\Sigma}_{T_y}$	Zuordnungsmatrix der Translationen am Modulausgang
$\boldsymbol{\Sigma}_{R_y}$	Zuordnungsmatrix der Rotationen am Modulausgang