

Christian Buzzi

Betriebsfestigkeitssimulation von Getriebewellen

Diplomarbeit zur Erlangung des akademischen Grades

Diplom-Ingenieur

Technische Universität Graz

Fakultät für Maschinenbau und Wirtschaftswissenschaften

Studienrichtung Maschinenbau-Verkehrstechnik

Betreuer: Ass.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.-techn. Christian Moser

Institut für Leichtbau

Dipl.-Ing. Gerhard Keplinger

MAGNA STEYR Fahrzeugtechnik AG &CO KG

Graz, April 2007

Deutsche Fassung:

Beschluss der Curricula-Kommission für Bachelor-, Master- und Diplomarbeiten vom
10.11.2008

Genemigung des Senats am 1.12.2008

Eidesstattliche Erklärung

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen/Hilfsmittel nicht benutzt, und die den benutzten Quellen wörtlich und inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe.

I declare that I have authored this thesis independently, that I have not used other than the declared sources / resources, and that I have explicitly marked all material which has been quoted either literally or by content from the used sources.

Graz, am 14. April 2010

.....

Christian Buzzi

VORWORT

Diese Arbeit wurde in der Abteilung für Betriebsfestigkeit bei Magna Steyr Fahrzeugtechnik in Graz durchgeführt.

Ich bedanke mich bei Herrn o.Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Gunter Jürgens als Vorstand des Instituts für Maschinenelemente an der Technischen Universität Graz und bei Herrn Ass.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.-techn. Christian Moser der mir an der Technischen Universität Graz als Betreuer zur Seite gestanden hat. Er hat mir bei der Gestaltung der Diplomarbeit genug Freiraum gegeben, war aber immer hilfreich und offen für Fragen. Bei Magna Steyr Fahrzeugtechnik waren es Herr Dipl.-Ing Gerhard Kepplinger und Herr Dipl.-Ing. Milan Zigo, beide haben mich mit Rat und Tat unterstützt und sich bei Fragen immer genug Zeit genommen mir diese zu beantworten.

Nicht unerwähnt sollen die zahlreichen Bewohner des Studentenheimes sein in dem ich einen Teil der Zeit meines Studiums verbracht habe. Danke für die Unterstützung zu Fragen des Studiums aber auch so manche Lektion für das Leben die in keiner Schule oder Universität gelehrt werden kann.

Mein ganz besonderer Dank gilt aber meiner Familie zuhause. Ohne deren Unterstützung wäre das Studium nicht möglich gewesen, sie waren für mich ein Rückhalt den ich in schlechten Zeiten gebraucht habe und der Schritt nach vorne in den guten Zeiten.

KURZFASSUNG

Die vorliegende Diplomarbeit behandelt die Themen Kerbformzahlen, die Bildung von Vergleichsspannungen bei kombinierten phasenverschobenen Belastungen und der Betriebsfestigkeitssimulation von gehärteten Getriebewellen. Dabei wird grundsätzlich zwischen den beiden Methoden des Nennspannungskonzepts und des lokalen Konzepts mittels FEM (Finite Elemente Methode) unterschieden.

Der Bereich der Kerbformzahlen befasst sich mit dem Vergleich schon angewendeter Formeln für das Nennspannungskonzept mit Kerbformzahlen welche mittels FEM ermittelt wurden. Die untersuchten Kerben sind Wellenabsatz, Umlaufnut, Welleneinstich und Querbohrung. Die dabei auftretenden Differenzen der Kerbformzahlen zwischen beiden Konzepten sollen mögliche Schwachstellen bisher verwendeter Formeln aufzeigen und bessere Formelwerke empfehlen.

Für die Bildung von Vergleichsspannungen wurde ein Ist stand aufgrund einer Literaturrecherche ermittelt. Dabei sollen unterschiedliche Möglichkeiten für die Bildung einer Vergleichsspannung in Abhängigkeit von phasenverschobenen Belastungen und Werkstoff aufgezeigt werden.

Der Abschnitt der Betriebsfestigkeitssimulation von gehärteten Getriebewellen soll einen Überblick über die Möglichkeiten zur Berechnung mittels FEM liefern. Dabei werden Unterschiede im Werkstoffverhalten zwischen ungehärteten und gehärteten Wellen aufgezeigt sowie Methoden zur Berechnung entsprechender Werkstoffkenndaten. Weiters erfolgen Vorschläge für die Modellierung mittels FEM und anschließender Auswertung an den relevanten Stellen auf Schädigung.

ABSTRACT

This diploma thesis is discussing the topics about notch-stress concentration factors, the calculation of the equivalent stress with a combination of out-of-phase strains and the fatigue analysis of hardened gearshafts. Although with the different methods of the nominal stress concept and the FEA (finite element analysis).

The chapter of the notch-stress concentration factors is dealing with the comparison of used formulas of the nominal stress concept and notch-stress concentration factors calculated with the output of the FEA. The tested notch configurations are a cranc shaft, slot, cut-in and cross-hole. The differences of the notch-stress concentration factors between the two methods should show possible weak spots of used formulas and suggestions for better formulas.

It was necessary to make a literature research for an actual state about the calculation of the equivalent stress. The aim was to show different possibilities for the calculation of the equivalent stress depending on stress (with out-of-phase strains) and material of the part.

The chapter about the fatigue analysis of hardened gearshafts should give a review about the possibilities of the calculation with the FEA. Although the differences of untempered and hardened gearshafts concerning material behavior should be pointed out, as well how to calculate material data.

Furthermore some suggestions for modelizing with the pre-processor of the FEA and the analysis of damage afterwards.

INHALT

VORWORT	I
KURZFASSUNG	II
ABSTRACT	III
INHALT	IV
1. EINLEITUNG	1
1.1. Übersicht und Problemstellung	1
1.2. Zielsetzung	2
2. GRUNDLAGEN DER BAUTEILBEANSPRUCHUNG	5
2.1. Begriffsdefinitionen	5
2.1.1. Mechanische Belastungen und Spannungen	5
2.1.2. Spannungsverhältnis R	7
2.1.3. Beanspruchung	8
2.1.4. Vergleichsspannung	8
2.2. Lebensdauerabschätzung	9
2.2.1. Ausgangssituation	9
2.2.2. Derzeit übliche Berechnungsmethoden	10
2.2.3. Vorgehensweise zur Lebensdauerabschätzung bei mehrachsiger Beanspruchung	13
2.2.4. Dehnungs- und energiebasierte Hypothesen, elastisch-plastisch, Hypothese nach dem örtlichen Konzept, „Örtliche Dehnungen (ÖK)“	14
2.2.5. Spannungsbasierte Hypothesen, elastisch, Hypothesen nach dem „Örtlichen Spannungskonzept (ÖS)“	21
2.3. Schlussfolgerungen	24
3. BERECHNUNG DER ÖRTLICHEN BEANSPRUCHUNG AN WELLENKERBEN NACH DEM NENNSPANNUNGSKONZEPT UND DEM ÖRTLICHEN KONZEPT	26
3.1. Untersuchungsumfang	26
3.2. Übersicht Nennspannungskonzept und Örtliches Konzept	29

3.2.1.	Berechnungsablauf bei MSF nach dem Nennspannungskonzept	29
3.2.2.	Rechenschema von FEMSITE Gearbox	29
3.2.3.	Berechnung nach dem Örtlichen Konzept - FEM.....	33
3.3.	Anwendung an Standardkerben	34
3.3.1.	Einleitung.....	34
3.3.2.	Bestimmung der Referenzwerte als Basis für Vergleiche	34
3.3.3.	Wellenabsatz und Umlaufnut	37
3.3.4.	Welleneinstich	45
3.3.5.	Querbohrung	49
3.3.6.	Steckverzahnung.....	61
3.3.7.	Passfedernut	63
3.4.	Vergleich der Ergebnisse und Vorschläge für mögliche Änderungen.....	64
4.	GEHÄRTETE RANDSCHICHTEN	67
4.1.	Verwendung und Zweck von Bauteilen mit gehärteten Randschichten	67
4.2.	Herstellung der Randschicht.....	70
4.2.1.	Mechanische Verfahren	70
4.2.2.	Thermochemische/Metallurgische Verfahren.....	73
4.3.	Einflussgrößen auf das Verhalten der gehärteten Randschicht.....	76
4.3.1.	Einfluss der Eigenspannungen.....	77
4.3.2.	Einfluss der Härte	81
4.3.3.	Einfluss der Oberfläche	93
4.4.	Schadensphänomene	96
4.5.	Spannungsverlauf in radialer Richtung	101
4.5.1.	Beispiele	102
4.6.	Werkstoffverhalten	106
4.6.1.	Berechnung zyklischer Werkstoffdaten	106
4.6.2.	Unterschied im Werkstoffverhalten bei Anriss an der Oberfläche zu Anriss unter der Oberfläche	108
4.6.3.	Zyklische Werkstoffdaten für 20MnCr5	111
4.6.4.	Zusammenfassung	115
4.7.	Möglichkeiten der FE-Modellierung gehärteter Randschichten	117
4.7.1.	Mehrschichtmodell.....	117
4.7.2.	Dünne Randschicht	117
4.7.3.	Gekerbte Bauteile, dicke Randschicht	117

4.7.4.	Schädigungsbewertung	118
4.7.5.	Ergebnisse und Folgerungen	119
5.	LEBENSDAUERBERECHNUNG - BETRIEBSFESTIGKEIT	122
5.1.	Übersicht über FEMSITE	122
5.2.	Simulationen zum Einfluss der Phasenverschiebung	124
5.2.1.	Welle mit Umlaufnut	125
5.2.2.	Welle mit Absatz	128
5.2.3.	Analyse und Schlussfolgerungen	132
5.3.	Simulation zum Einfluss der Einsatzhärtung	135
5.3.1.	Aufbau des FE-Modells	135
5.3.2.	Berechnung der Schädigung unter der Oberfläche mit FEMSITE	136
5.3.3.	Welle mit Absatz	137
6.	SCHLUSSFOLGERUNGEN	141
7.	LITERATURVERZEICHNIS	144
8.	ABBILDUNGSVERZEICHNIS	150
9.	TABELLENVERZEICHNIS	154
ANHANG A	156
	Formelzeichen, Indizes und Abkürzungen	158

1. EINLEITUNG

1.1. ÜBERSICHT UND PROBLEMSTELLUNG

Die Frage wie sich ein Bauteil in seinem Einsatzgebiet hinsichtlich Festigkeit und Lebensdauer verhält war schon immer ein wichtiger Bestandteil bei der Auslegung neuer Teile. Das Ziel der Betriebsfestigkeitssimulation ist es, schon im Vorfeld eine Vorhersage zu ermitteln ob ein Bauteil die geforderte Lebensdauer erfüllen kann. Die funktionierende Wechselwirkung der Bereiche Konstruktion und Betriebsfestigkeit in der Bauteildimensionierung ist die Voraussetzung für einen nachfolgenden erfolgreichen und problemlosen Einsatz eines Bauteils in seinem Einsatzgebiet.

Die Einflussgrößen auf die Betriebsfestigkeit von Bauteilen im Allgemeinen und für Getriebewellen im speziellen sind vielfältiger Natur.

Der Bauteil als solches wird durch seine Geometrie und dem Material beschrieben, durch Belastungen die von innen (z.B. Eigenspannungen) und außen (z.B. Beschleunigung, Kraft, Temperatur) auf ihn wirken, ergeben sich die auftretenden Beanspruchungen. Die mechanische Belastung stellt sich in Form von Kräften und Momenten dar und kann statisch oder dynamisch auftreten. Die Wechselwirkung zwischen Belastung, Geometrie und Materialverhalten spiegelt sich in der Beanspruchung eines Bauteils wieder.

Die Beachtung all dieser Komponenten zeigt den Anreiz wie auch die Komplexität der Betriebsfestigkeitssimulation auf.

Von den vielen Einflussgrößen wurden für diese Diplomarbeit drei Teilgebiete ausgewählt, welche näher untersucht werden sollen. Zum einen soll die Spannungsverteilung, hervorgerufen durch Kerben, in Getriebewellen untersucht werden. Weiters erfolgt ein Überblick über die gängigen Verfahren zur Bewertung von Spannungszuständen und der Ermittlung von Vergleichsspannungen. Der dritte große Bereich zielt auf das Werkstoffverhalten, insbesondere von gehärteten Randschichten ab.

Die Spannungsverteilung ist bei den drei Grundbelastungen Zug/Druck, Biegung und Torsion an einer glatten Welle entweder über den Querschnitt konstant (Zug/Druck) oder steigt linear von der Mittelachse von Null ausgehend bis an den Rand zum Maximum (Biegung, Torsion) an. Dieser Spannungsverlauf wird aber durch die Kerben gestört. Sie bewirken eine Spannungskonzentration in den verschiedenen Bereichen der Getriebewelle. Die Möglichkeiten zur Berechnung dieser Spannungskonzentration soll für ein paar ausgewählte Kerbformen (Wellenabsatz, Umlaufnut, Welleneinstich, Querbohrung, Steckverzahnung, Gewinde) genauer untersucht werden. Vor allem Querbohrungen, Steckverzahnung und Gewinde sind zwar wichtige, aber noch kaum betrachtete Kerbformen.

Während man bei der Spannungsverteilung die Belastungen auf eine Welle noch auf Zug/Druck, Biegung und Torsion getrennt betrachten kann, muss für ein weiteres Vorgehen zur Berechnung der Lebensdauer eine Vergleichsspannung gebildet werden. Für vereinfachte Kombinationen von Grundbelastungen gibt es genügend Ansätze welche auf ihre Richtigkeit überprüft worden sind. Die Belastungen auf einen Bauteil im realen Einsatz weichen von diesen idealisierten Belastungen oftmals weit ab und sind daher weitaus schwerer zu erfassen. Hier sollen vor allem die Möglichkeiten und Varianten aufgezeigt werden wie diese Belastungen berücksichtigt werden können.

Als dritter Schwerpunkt dieser Arbeit soll das Werkstoffverhalten, insbesondere von gehärteten Randschichten an Getriebewellen, untersucht werden. Ihr häufiger Einsatz steht in keinem Verhältnis zu den wenigen vorliegenden Werkstoffdaten gehärteter Werkstoffe und der kaum vorhandenen Möglichkeit deren Verhalten in eine Lebensdauervorhersage einzubinden. An einer Vorgehensweise für die Modellierung dieser gehärteten Randschicht um diese für FEM-Analysen (FEM = Finite Elemente Methode) verwerten zu können, mangelt es ebenfalls.

1.2. ZIELSETZUNG

Der Abschnitt der Spannungsverteilung in Kerben lässt sich in zwei Bereiche teilen. Zum einen soll durch eine Literaturrecherche herausgefunden werden welche Methoden es zur Berechnung gibt, dazu ergänzend erfolgt die Erstellung eigener FE-Modelle und die Auswertung der daraus gewonnenen Spannungen. Eine Gegenüberstellung beider Varianten soll deren Vor- und Nachteile aufzeigen und eventuelle Verbesserungen hinsichtlich Zeitaufwand und Genauigkeit für Magna Steyr Fahrzeugtechnik aufzeigen. Die Spannungsverteilung und -erhöhung an Kerben und deren Beschreibung durch das Nennspannungskonzept ist eine ausgereifte Methode (aus Erfahrungswerten) zur Berechnung von lokalen Beanspruchungen an Getriebewellen. Das Nennspannungskonzept beinhaltet sehr viele Erfahrungswerte, ist sehr rasch in der Anwendung und deshalb oft die wirtschaftlichste Berechnungsmethode. Sie beruht auf der Ermittlung der Nennspannung in Bauteilen welche mit einem Kerbformfaktor multipliziert wird und damit die Spannungsüberhöhung angibt. Als Ergebnisse werden schließlich Sicherheitswerte gegen Plastifizieren, Gewaltbruch und Dauerbruch ermittelt. Die Bewertung von veränderlichen Amplituden mit dem Nennspannungskonzept wird bei Magna Steyr Fahrzeugtechnik (MSF) in der Regel vereinfacht durch schädigungsäquivalente Lastamplituden durchgeführt. Lokale Stützwirkung von Werkstoffbereichen welche die Kerben umgeben ist nur vereinfacht abschätzbar. Das Verfahren zeigt in der Anwendung jedoch seine Grenzen wenn gemischte Belastungen, keine parametrisierten Kerbformen, dreidimensionale Kerben oder überlagerte Kerben vorliegen.

Zur Validierung des Nennspannungskonzepts für einfache Kerben und zur Ausdehnung des Anwendungsbereichs entsprechend obiger Einschränkungen dient die Berechnung nach dem elastischen lokalen Konzept mittels der FEM. Der Vergleich soll zeigen wie groß die Unterschiede in der Aussage zwischen diesen beiden Konzepten sind, welche Auswirkungen

die Modellierung des FE-Netzes hat und ob es nicht auch auf Seite des Nennspannungskonzepts Verbesserungsmöglichkeiten gibt. Dafür wurden an Wellen die Kerbformen Wellenabsatz, Umlaufnut, Welleneinstich und Querbohrung ausgewählt. Die Zielvorstellung ist, die Berechnung von 2-D Kerben¹ mittels des Nennspannungskonzepts darf nur geringe Abweichungen vom lokalen Konzept haben, um auch bei Anwendung unterschiedlicher Konzepte vergleichbare Ergebnisse zu erhalten. Sonderkerbformen und 3-D Kerben² werden weiterhin mit den FE-Methoden behandelt.

Die multiaxiale (mehrkanalige) Belastung ist an Getriebewellen durch Biegung und Torsion nahezu immer vorhanden, zusätzlich kann noch eine Phasenverschiebung zwischen den einzelnen Belastungen auftreten. Für die Ermittlung der Vergleichsspannung und der Lebensdauervorhersage gibt es eine Vielzahl an Methoden, welche für jeweils unterschiedliche Zwecke ihre Vor- und Nachteile haben. Mit den derzeit verwendeten Methoden der Vergleichsspannungsbildung kann eine phasenverschobene Belastung nicht richtig abgebildet werden kann. Hier soll zunächst ein Ist-Stand ermittelt werden und in weiterer Folge mögliche Alternativen für die Berechnung aufgezeigt werden um eine Verbesserung zu erzielen. Neben dem Aufzeigen von möglichen Berechnungsmethoden für die phasenverschobene Belastung soll auch ein Vergleich zwischen Versuchsdaten aus der Literatur und den dazu selbst erstellten Simulationen mit den derzeit bei Magna Steyr Fahrzeugtechnik verwendeten Methoden angestellt werden. Hierfür ist nicht nur eine Literaturrecherche notwendig sondern auch die Erstellung von FE-Modellen und deren Simulation bis zur Betriebsfestigkeitsberechnung. Der Vergleich der Versuchsdaten aus der Literatur und den Simulationen der FE-Modelle bei Magna Steyr Fahrzeugtechnik (MSF) soll jene Berechnungsmethoden bei MSF aufzeigen die verbessert werden müssen.

Obwohl Getriebewellen mit gehärteten Randschichten schon seit langem verwendet werden, ist die rechnerische Erfassung der Lebensdauervorhersage noch ungenau. Zunächst soll aus der Literatur das physikalische Verhalten von gehärteten Randschichten erfasst werden. Wie ändert sich das Betriebsfestigkeitsverhalten gegenüber dem ungehärteten Werkstoff, sind Eigenspannungen zu erwarten, ändert sich etwas am Schädigungsverhalten, welcher Härteverlauf bildet sich aus. Mit den in der Literatur gefundenen Versuchsdaten soll ein Vergleich mit dem bisherigen Vorgang der Lebensdauerrechnung angestellt werden. Die in der Literatur angegebenen Werkstoffkennwerte sollen damit nach Möglichkeit verifiziert werden. In weiterer Folge soll eine mögliche Richtlinie für die Modellierung von FE-Modellen erstellt werden und nach welcher Methode Wellen mit gehärteten Randschichten in Zukunft berechnet werden sollen um realitätsnähere Ergebnisse zu bekommen.

Die folgende Tabelle gibt einen kurzen Überblick über die oben genannten Punkte und deren Anwendbarkeit bei MSF (Magna Steyr Fahrzeugtechnik).

¹ MSF bezeichnet Kerben die durch Rotation eines einfachen Querschnitts entstehen als 2-D Kerben.

² MSF bezeichnet alle Kerben die nicht mehr durch Rotation eines einfachen Querschnitts vollständig definiert sind als 3-D Kerben. Dazu gehören auch diverse Verzahnungen, die zwar rotationssymmetrisch sind, aber durch eine Rotation eines Querschnitts allein nicht mehr vollständig definiert sind.

<i>Anforderungen</i>	<i>Nennspannung</i>	<i>Örtliches Konzept – FEM</i>
3-D-Kerben	--	++
Beanspruchungsart	+	-
Phasenverschiebung	--	-
Veränderliche Amplituden	-	++
Stützwirkung	o	+
Randschichten	o	-

Tabelle a: Übersicht über die Anwendbarkeit der Konzepte an unterschiedliche Anforderungen

- ++ ... Kann Anforderungen sehr gut abdecken
 o ... Kann Anforderungen nur zum Teil abdecken
 — ... Kann Anforderungen nicht erfüllen

Aus Zeit- wie auch Kostengründen wurden für diese Diplomarbeit keine eigenen Versuche bezüglich Spannungen, Werkstoffkenndaten oder Lebensdauer von Bauteilen durchgeführt. Für diese dennoch wichtigen Daten wurde auf entsprechende Literatur zurückgegriffen. Die einzelnen Kapitel bestehen somit aus einem theoretischen Teil der aus der Literatur aufgegriffen wurde und eigenen Berechnungen und Simulationen um Vergleiche zu den bei MSF eingesetzten Methoden ziehen zu können.

Die Kapitel 2,3 und 4 befassen sich mit den jeweiligen Teilbereichen der Betriebsfestigkeitssimulation. In Kapitel 5 werden die Informationen aus den vorangegangenen Kapiteln zusammengefasst und für die Betriebsfestigkeitssimulation mit den Werkzeugen von MSF verwendet.

2. GRUNDLAGEN DER BAUTEILBEANSPRUCHUNG

Um sich mit den Grundlagen der Bauteilbeanspruchung näher zu befassen, bedarf es zuerst einer Erklärung von diversen Grundbegriffen die in diesem Kapitel vorkommen. Sie tragen wesentlich zum Verständnis bei, sollen mögliche Missverständnisse klären und gleichzeitig eine Wiederholung eventuell bekannten Wissens darstellen.

2.1. BEGRIFFSDEFINITIONEN

2.1.1. Mechanische Belastungen und Spannungen

Belastungen sind Kräfte die von außen auf einen Bauteil angreifen, dazu zählen Zug- und Druckkräfte sowie Biege- und Torsionsmomente. Zur Vereinfachung der ersten Betrachtungen wird von statisch wirkenden Kräften ausgegangen. Diese Belastungen bewirken in einem Bauteil Spannungen welche als Kraft pro Fläche definiert werden. Betrachtet man jene Kräfte die normal auf die Ebene einer Fläche wirken spricht man von Normalspannungen (σ_x , σ_y , σ_z), jene Kräfte die in der Ebene der betrachteten Fläche liegen nennt man Schubspannungen (τ_{xy} , τ_{xz} , τ_{yz} , τ_{yx} , τ_{zx} , τ_{zy}), siehe dazu auch Bild 1.

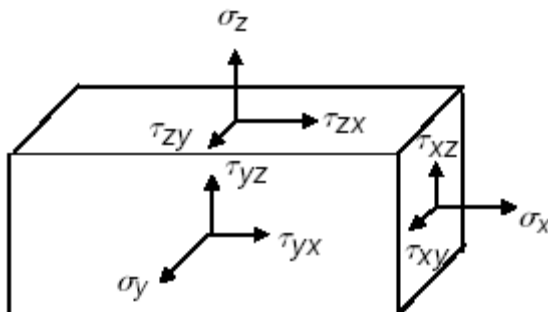


Bild 1: Normal- und Schubspannungen am Volumenelement

Spannungen hervorgerufen durch Zug-/Druckkräfte aber auch Biegemomente werden entsprechend Zug-/Druckspannungen und Biegespannung genannt. Sie zählen zu den Normalspannungen. Torsionsmomente und Querkräfte bewirken Schubspannungen.

Diese auftretenden Spannungen werden mit den ertragbaren Spannungen des Werkstoffes verglichen. Liegen die auftretenden Spannungen unter einer Grenze welche der Werkstoff vorgibt, so erträgt der Bauteil diese, werden die Grenzen überschritten können Schäden auftreten und in weiterer Folge einen Bauteil ausfallen lassen.

Die einzelnen Belastungen treten nur selten für sich allein auf, sondern sind nahezu immer eine Kombination von zwei oder auch drei Belastungsarten. Als Beispiel sei hier eine Kombination von Druck und Biegung oder auch Zug, Biegung und Torsion genannt. Diese Kombinationen bewirken in weiterer Folge auch eine Überlagerung der Spannungen.

Eine rein statische Belastung tritt nur in seltenen Fällen auf, so kommt zu dieser Kombination von unterschiedlichen Spannungen noch zusätzlich ihre dynamische Änderung über die Zeit hinzu. Dieses dynamische Verhalten inkludiert eine Veränderung der Höhe (veränderliche Amplitude) sowie auch ein zeitlich versetztes Auftreten von den Belastungen und somit Spannungen. Je nachdem wie sich die Belastungen zueinander verhalten spricht man von:

- Uniaxial (Einwirkende Kräfte und Momente sind linear abhängig = „proportional“)
- Multiaxial (Einwirkende Kräfte und Momente sind linear unabhängig)

Treten die Belastungen zeitlich versetzt auf, spricht man von einer Phasenverschiebung, siehe Bild 3, Seite 7. Der in Bild 2 und 3 dargestellte Verlauf von σ_x (Biegespannung) und τ_{xy} (Torsionsspannung) dient als idealisiertes Beispiel mit $\tau_{xy}/\sigma_x = 0,58$ und einer Frequenz von $f = 2,8\text{Hz}$.

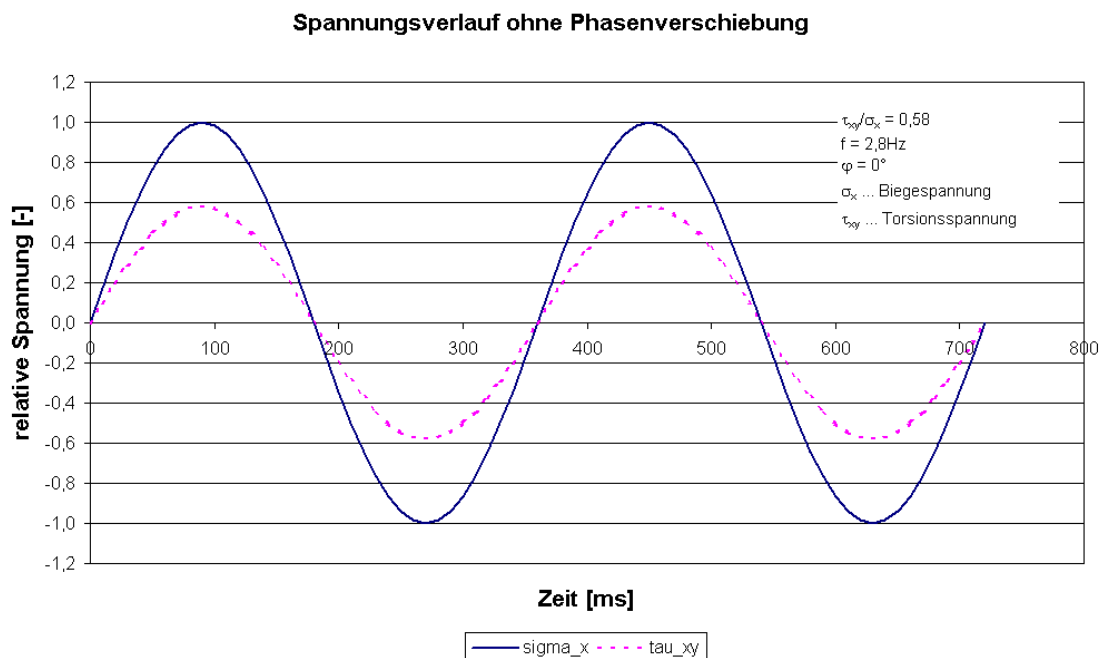


Bild 2: Verlauf der Spannungsamplituden bei phasengleicher, wechselnder Belastung

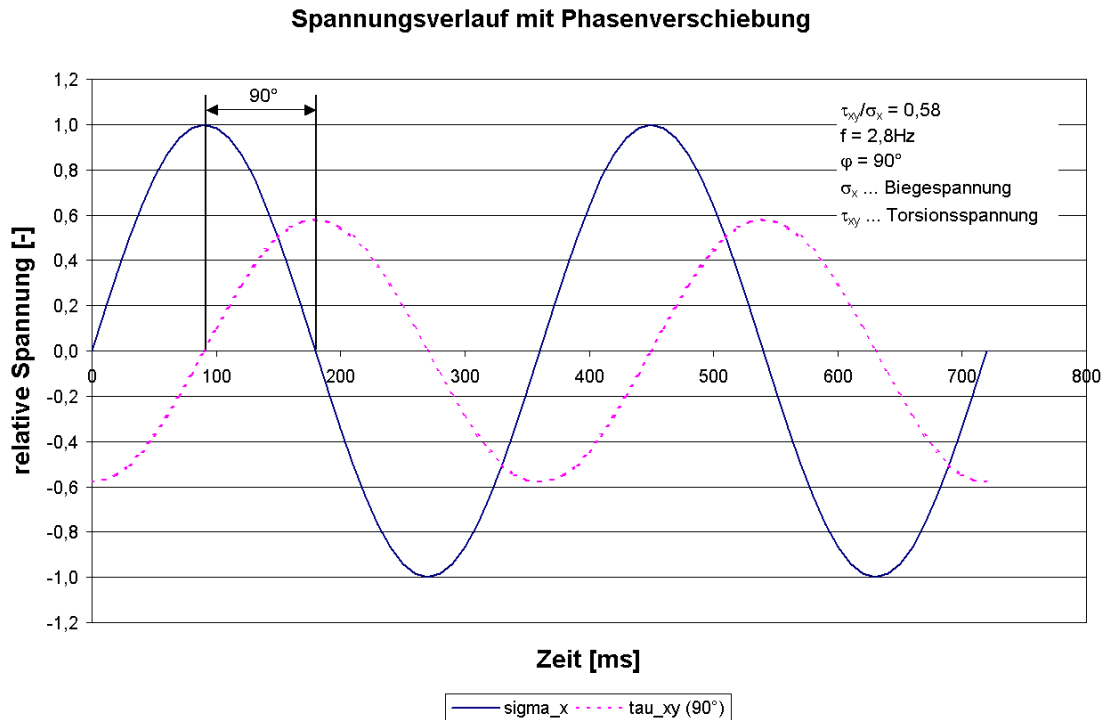


Bild 3: Verlauf der Spannungen bei phasenverschobener (90°), wechselnder Belastung

2.1.2. Spannungsverhältnis R

Das Spannungsverhältnis R eines Schwingspiels ist das Verhältnis vom kleinsten Amplitudenwert σ_u (Unterspannung) zum größten Amplitudenwert σ_o (Oberspannung). R kann dabei Werte von -1 bis 1 annehmen, wobei $R = 1$ eine konstante Spannung bedeutet. Ein Wert von $R = -1$ (wechselnde Belastung) bedeutet die beiden Werte sind gleich groß, nur mit unterschiedlichen Vorzeichen und deren Mittelwert σ_m liegt bei 0 . Ist $R = 0$ so spricht man von einer schwelenden Belastung. Beispiele für unterschiedliche Werte von R sind in Bild 4 auf Seite 8 zu sehen.

$$R = \frac{\sigma_u}{\sigma_o} \quad [-] \quad (1)$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma_o + \sigma_u}{2} \quad \left[\frac{N}{mm^2} \right] \quad (2)$$

$$\sigma_a = \frac{\sigma_o - \sigma_u}{2}$$

R	... Spannungsverhältnis	$[-]$
σ_a	... Amplitudenspannung	$[N/mm^2]$
σ_m	... Mittelspannung	$[N/mm^2]$
σ_o	... Oberspannung	$[N/mm^2]$
σ_u	... Unterspannung	$[N/mm^2]$

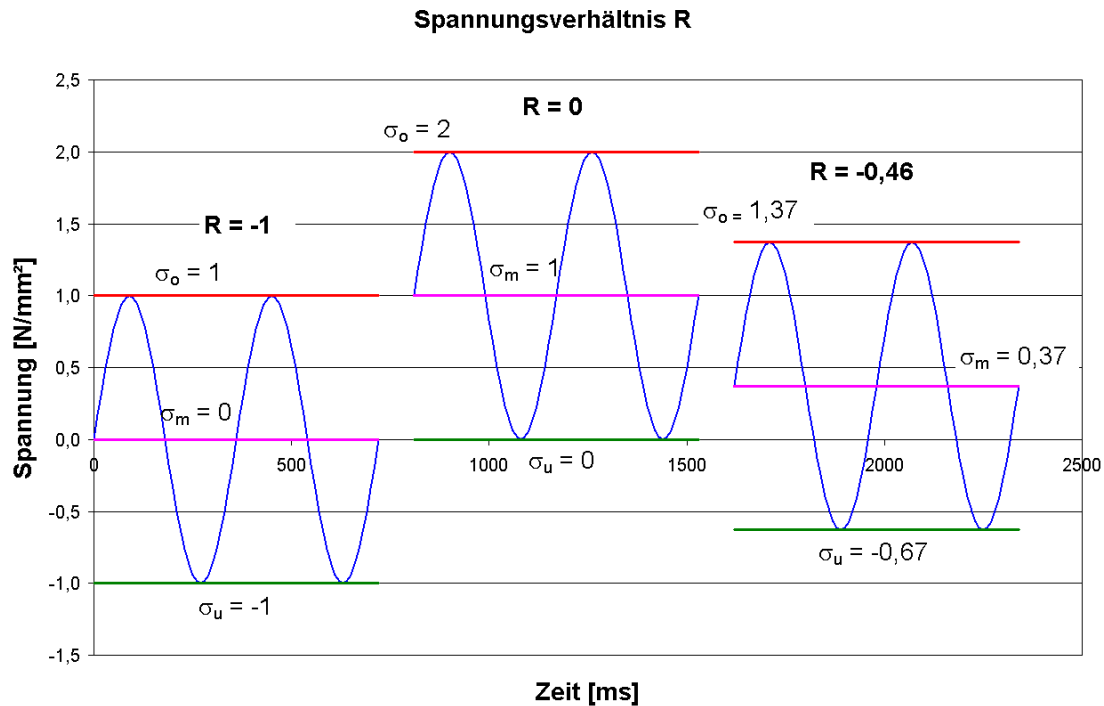


Bild 4: Beispiele für das Spannungsverhältnis R

2.1.3. Beanspruchung

Die Spannungen und ihre unterschiedlichen Formen der Erscheinung führen zum Begriff der Beanspruchung. Sie definiert die Art des Auftretens von Spannungen unabhängig von der Belastung. So können trotz einer reinen Zugkraft durch die Bauteilgeometrie auch andere Spannungen auftreten. Daher erfolgt die Einteilung der Beanspruchung folgendermaßen:

- Einachsiger Spannungszustand
- Mehrachsiger Spannungszustand

Der mehrachsige Spannungszustand ist durch Hauptnormalspannungen in allen Richtungen gekennzeichnet und kann auch bei uniaxialer Belastung auftreten.

Je nach Höhe der einzelnen Belastungen überwiegen Normal- oder Schubspannung. Jeder Werkstoff reagiert auf diese Beanspruchungen anders. So kann es durchaus sein, dass ein Werkstoff der Normalspannungen sehr gut erträgt schon durch verhältnismäßig kleine Schubspannungen irreversibel verändert werden kann.

2.1.4. Vergleichsspannung

Dieses Einbeziehen der unterschiedlichen Spannungszustände machen es erforderlich eine Vergleichsspannung zu bilden. Diese Vergleichsspannung bildet das Äquivalent zu einer einachsigen Spannung mit gleicher Werkstoffauslastung, veranschaulicht in Bild 5. Hier liegt aber auch das Problem bei der Bildung einer Vergleichsspannung, da verschiedene Werkstoffe unterschiedlich auf die Belastung reagieren. Eine Vergleichsspannung ist immer auch eine Bewertung der einzelnen Spannungszustände mit deren Wirkung auf den Werkstoff. Was für

den einen Werkstoff eine gute Abbildung der wirklichen Beanspruchungen darstellt, kann bei anderen Werkstoffen zu einer starken Unter- oder Überschätzung führen.

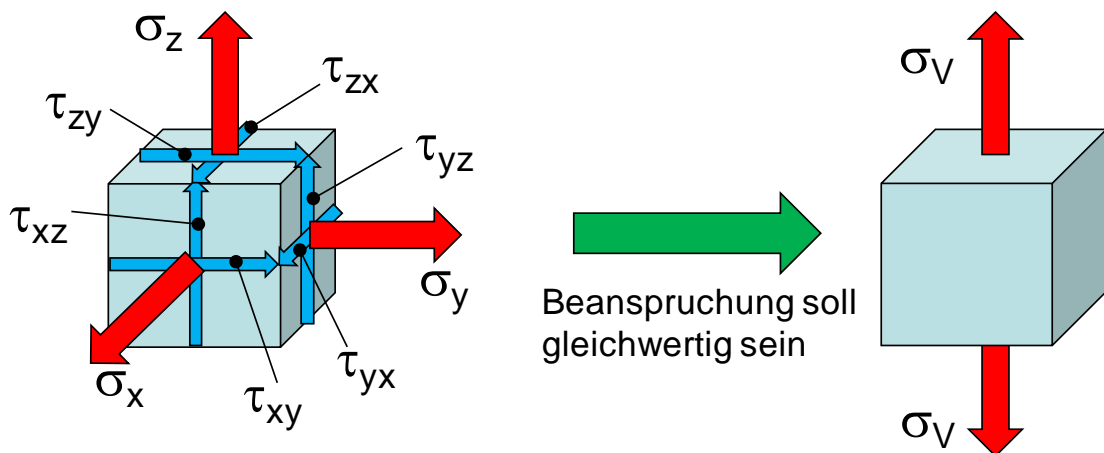


Bild 5: Vergleichsspannung

Diese Vergleichsspannung bildet dann auch die Grundlage für die Berechnung der Lebensdauer. Die Lebensdauer besagt wie viele Lastwechsel ein Bauteil erträgt bis es zum Versagen kommt. Ein Versagen kann entweder schon ein Anriss im Bauteil sein oder auch erst der völlige Bruch.

In [FKM] wurden die Auswirkungen der Mehraxialen Lasten auf die Lebensdauer von Bauteilen durch Versuche überprüft und mit den vorhandenen Berechnungen verglichen. Neben bekannten und allgemein geläufigen Hypothesen für die Bildung von Vergleichsspannung und passender Schadensakkumulation wurden auch relativ neue Rechenmodelle auf ihre Treffgenauigkeit hin überprüft. Eine Übersicht und Zusammenfassung aus [FKM] über diese Hypothesen, Schadensakkumulationsrechnungen und der daraus errechneten Lebensdauer erfolgt im kommenden Kapitel 2.2. *Lebensdauerabschätzung*. Die Beschreibung der einzelnen Hypothesen richtet sich dabei hauptsächlich an [FKM] da hier Magna Steyr Engineering involviert war.

2.2. LEBENSDAUERABSCHÄTZUNG

2.2.1. Ausgangssituation

Die Bewertung bei mehrachsiger schwingender Belastung ist noch nicht ausreichend gelöst, wenn man von Sonderfällen wie der proportionalen Beanspruchung (z.B. Kombination von Biegung und Torsion) absieht. Die normalerweise üblichen Vergleichsspannungen oder -dehnungen sind nicht in der Lage alle Einflussgrößen korrekt abzubilden. Da die damit entstandenen Vorhersagen für die Lebensdauer einen weiten Streubereich ergeben, werden experimentell ermittelte Werte den rechnerischen vorgezogen. Selbst wenn es in der Zukunft gelingt die rechnerische Vorhersage zu verbessern werden Versuche nicht vollständig ersetzt

werden können, sehr wohl aber kann die Vorhersagegenauigkeit verbessert werden und damit eine gezielteres und schnelleres Entwickeln von Bauteilen. Um die bereits entwickelten Berechnungsmethoden anwenden zu können sind die zeitlich veränderlichen Beanspruchungskomponenten sowie die örtliche Beanspruchbarkeit wichtig.

2.2.2. Derzeit übliche Berechnungsmethoden

2.2.2.1. Die bekanntesten Hypothesen

Am häufigsten werden verwendet:

- Schubspannungshypothese nach Tresca (SSH)
- Gestaltänderungsenergiehypothese (Mises-Kriterium) (GEH)
- Normalspannungshypothese nach Galilei (NSH)

Die drei genannten Hypothesen wurden als Fließ- und Bruchbedingung entwickelt und nur bei statischen Belastungsfällen verwendet. Während die Schubspannungshypothese und Gestaltänderungsenergiehypothese für duktile Werkstoffe verwendet werden, findet die Normalspannungshypothese bei den spröden Werkstoffen ihre Anwendung. Duktile Werkstoffe können sich sowohl elastisch als auch plastisch gut verformen, bevor es zu einem Anriss und Bruch kommt. Spröde Werkstoffe besitzen keine oder eine nur sehr geringe Möglichkeit der plastischen Verformung.

Die verwendete Vergleichsspannung ist bei der NSH und SSH ein Vektor welche die größte Normal- oder Schubspannung angibt. Bei der GEH ist die Vergleichsspannung eine skalare Größe und enthält damit keine Informationen mehr über deren Richtung.

Für Bauteile aus duktilen Werkstoffen welche einer Schwingbeanspruchung ausgesetzt sind kann sowohl die SSH als auch GEH verwendet werden. Allerdings gilt hier die Einschränkung dass die Hypothesen nur bei konstanter Hauptspannungs- bzw. -dehnungsrichtung angewendet werden dürfen. Einzige Ausnahme sind betragsmäßig gleich große gleich- oder ungleichsinnige Beanspruchungen. Um mit diesen Hypothesen auch veränderliche Hauptspannungsrichtungen wiedergeben zu können, wurden diese Hypothesen verändert. Als Ergebnis konnten nur einzelne Sonderlastfälle abgedeckt werden. Eine allgemein gültige Hypothese liegt nicht vor. Für die spröden Werkstoffe kann die NSH auch bei veränderlichen Hauptspannungsrichtungen verwendet werden.

Nun folgen, in kurzen Worten beschrieben, ein paar ausgewählte Hypothesen auf Basis von örtlichen Spannungen bzw. Dehnungen welche versuchen die Richtungsabhängigkeit mit einzubeziehen.

2.2.2.2. Hypothesen auf Basis von örtlichen Spannungen

2.2.2.2.1. Findley-Hypothese

Sie ist vor allem für die Berücksichtigung von anisotropen Festigkeitsverhalten mit Einbeziehung von Mittelspannungen bei schwingender Beanspruchung entwickelt worden. Hier wurde angenommen dass das Versagen bei einem duktilen Werkstoff durch Schubspannungen eintritt und in der Ebene der maximalen Schubspannung stattfindet. Der Einfluss der Phasenverschiebung zwischen Normal- und Schubspannung wird dabei nicht wiedergegeben.

2.2.2.2.2. Hypothese von Dang Vang

Durch Gleitungen eines Oberflächenelements in einer kritischen Ebene treten Schäden im Werkstoff auf. Übersteigt die äquivalente Schubspannung die Grenze der dauerhaftesten Schubspannung für wechselnde Torsion so kommt es zum Versagen. Diese Hypothese kann nur im Bereich der Dauerfestigkeit eingesetzt werden und nimmt keinerlei Rücksicht auf eine mögliche Phasenverschiebung.

2.2.2.2.3. ESMN – Hypothese der effektiven Schubspannung mit Normalspannungseinfluss

Die ESMN kann den Einfluss der Phasenverschiebung auf die Zeitfestigkeit von duktilen Werkstoffen berücksichtigen.

Im ersten Schritt werden die Normal- und Schubspannungen in den einzelnen Ebenen eines Oberflächenelementes bestimmt. Im nächsten Schritt werden aus den oben erhaltenen Spannungen die Resultierende für Mittelspannung und Amplitude als Vergleichsspannung gebildet. Die Beeinflussung der Spannungen in unterschiedlichen Richtungen untereinander wird durch den Effektivwert berücksichtigt und liefert die effektive Vergleichsspannung.

Während bei einer Phasenverschiebung die Vergleichsspannung richtig berechnet wird erfolgt bei einer phasengleichen Beanspruchung durch Bildung eines Effektivwertes eine Überbewertung der Vergleichsspannung.

2.2.2.2.4. SIH – Schubspannungsintensitätshypothese

Die SIH gilt für duktile Werkstoffe und Schwingfestigkeit im Dauerfestigkeitsbereich für beliebig mehraxiale periodische Beanspruchungszeitfunktionen. Diese Hypothese wurde auch weiterentwickelt und gilt als Sonderfall einer allgemeinen Festigkeitshypothese.

2.2.2.2.5. IMSH – Integrale Mehrachsige Schädigungshypothese

Für eine mehrachsige Beanspruchung mit veränderlichen Amplituden. Statt der Vergleichsspannung wird die Schadenssumme in allen Schnittebenen berechnet.

2.2.2.2.6. WVS – Hypothese der wirksamen Vergleichsspannung

Die WVS ist eine Vereinfachung der ESMN mit dem Unterschied, dass die Vergleichsspannung durch Bildung eines arithmetischen Mittelwerts der Schubspannungen in verschiedenen Ebenen gebildet wird. Ursprünglich als integrale Hypothese für Schweißverbindungen aus

duktilen Stahl entwickelt, kann aber auch für gekerbte, nicht geschweißte Bauteile verwendet werden.

2.2.2.7. NHR – Modifizierte NSH

Für semi-duktilen (Grauguss) bis spröden (Keramiken, Hartmetalle) Werkstoffe kann die NHR eingesetzt werden.

Dazu werden in einem Oberflächenelement für jede Richtung die Mittelspannung und Amplitude berechnet. Mit Hilfe eines Haigh-Schaubilds kann man für die einzelnen Richtungen die Kombination von Mittelspannung und Amplitude vergleichen, die ungünstigste Kombination wird für weitere Berechnungen verwendet. Die Vergleichsspannung aus Mittelspannung und Amplitude kann im Haigh-Schaubild auf eine Vergleichsspannungsamplitude transformiert werden. Diese wird dann zur Lebensdauerabschätzung einer Anrisswöhlerlinie gegenüber gestellt.

2.2.2.3. *Hypothesen mittels örtlichen Verformungen*

Sie sollen im Bereich der Kurzzeitfestigkeit ($N < 5 \cdot 10^4$) bei elasto-plastischer Verformung eine Hilfe für die Bewertung der Mehrachsigkeit sein. Keine dieser Hypothesen ist jedoch in der Lage einen größeren Bereich an Kombinationen von Beanspruchungen abzudecken.

2.2.2.4. *Festigkeitshypothesen in Berechnungsrichtlinien*

Meistens wird für die Berechnung der Vergleichsspannung bei einem mehrachsigen Spannungszustand entweder die GEH oder die SSH empfohlen. Beide gelten nur für mehrachsige Beanspruchungen mit konstanter Hauptspannungs- bzw. dehnungsrichtung. Sobald sich Hauptspannungs- oder dehnungsrichtung verändern liefern diese Hypothesen keine verlässlichen Werte für die Vergleichsspannung. Es kann sich dabei eine rechnerisch kleinere Vergleichsspannung ergeben als tatsächlich vorliegt was letztendlich zu einer höheren Lebensdauer führt. Eine falsche, zu optimistische, Dimensionierung der Bauteile wäre die Folge und damit ein zu frühes Versagen des Bauteils als erwartet.

2.2.2.5. *Gegenüberstellung von Vergleichsspannungen bzw. -dehnungen nach verschiedenen Hypothesen für phasengleiche und phasenverschobene mehrachsige Beanspruchungszustände*

Berechnet man für die GEH, SSH und NSH jeweils die Vergleichsspannung bei phasengleicher und phasenverschobener Belastung so zeigt sich bei einer Phasenverschiebung eine kleinere Vergleichsspannung. Dies führt zu einer rechnerisch höheren Lebensdauer. Aus Versuchen (siehe [FKM]) weiß man aber, dass duktile Werkstoffe durch eine phasenverschobene Belastung eine Verkürzung der Lebensdauer erfahren. Deshalb wurden andere Hypothesen entwickelt welche diesem Verhalten Rechnung tragen sollen. Eine Berechnung der Vergleichsspannung mit der ESMN führt zu einer höheren Vergleichsspannung und somit zu einer verringerten Lebensdauer.

Spröde Werkstoffe verhalten sich gegenüber duktilen Werkstoffen gegensätzlich. Versuche ([FKM]) haben bei einer Phasenverschiebung eine Verlängerung der Lebensdauer aufgezeigt. Eine Berechnung der Vergleichsspannung nach der NSH liefert eine niedrigere Vergleichsspannung und damit repräsentiert sie den Versuch mit einer ebenfalls höheren Lebensdauer. Rechnerisch kann die Lebensdauer aber überschätzt werden, da die Abhängigkeit von der Richtung nicht mit einbezogen wird. Nimmt man stattdessen die NHR so verbessert sich die rechnerische Lebensdauer.

2.2.2.6. Zusammenfassung

Mehrachsige Spannungszustände entstehen entweder durch die Belastung und/oder Geometrie der Bauteile. Die Vorhersagegenauigkeit der Lebensdauerabschätzung solcher Bauteile ist bei konventionellen Festigkeits- und Schadensakkumulationshypothesen mit großen Unsicherheiten behaftet. Bei örtlich kleinen Änderungen der Hauptspannungsrichtungen liegen Berechnung und Versuch noch gut beisammen. Bei großen Winkeländerungen der Hauptspannungsrichtung sind zum Teil große Abweichungen gegenüber der experimentell ermittelten Lebensdauer auftreten.

Eine exakte Empfehlung über die Lebensdauerberechnungsmethoden bei mehrachsiger Beanspruchung kann nicht gegeben werden. Dazu sind die Einflüsse (FE-Modell, Werkstoffdaten, Schadensakkumulationsrechnung, ...) zu vielfältig.

2.2.3. Vorgehensweise zur Lebensdauerabschätzung bei mehrachsiger Beanspruchung

Zuerst werden auf Basis einer Spannungsanalyse (FE-Modell, DMS,...) an den kritischen Stellen des Bauteils die auftretenden Spannungen ermittelt. Die Lebensdauerberechnung erfolgt bei einer FE-Berechnung als Postprocessing. Mehrachsige Beanspruchungszustände werden durch geeignete Festigkeitshypothesen bewertet. Die anschließende Schadensakkumulation ergibt eine Lebensdauerabschätzung.

Die zeitliche Zuordnung der Spannungskomponenten zueinander sowie die Schwingungsform sind wichtig.

Normalerweise wird der ebene Spannungszustand an der freien Oberfläche betrachtet. Im allgemeinen Fall für die Beanspruchung ergeben sich drei unabhängige Spannungsverläufe:
 $\sigma_x(t)$, $\sigma_y(t)$, $\tau_{xy}(t)$

2.2.3.1. Festlegen der Versagenskriterien

Bei veränderlicher Hauptspannungsrichtung ist die zu berechnende Vergleichsgröße unabhängig vom körperfesten Koordinatensystem und dem Hauptspannungskordinatensystem.

Alle Festigkeitshypothesen basieren auf einem der beiden Versagenskriterien:

- Methode der kritischen Schnittebenen (**Critical Plane Approach: CP**)

- Anriss in der Schnittebene der Volumeneinheit mit maximaler Schadenssumme.
- Methode der integralen Anstrengung (**Integral Approach: INT**)
 - Bestimmend ist das Integral der Schadenssummen über alle Schnittebenen der Volumeneinheit.

2.2.3.2. Schritte der Lebensdauerberechnung

1. Ermittlung des örtlich mehraxialen Spannungszustandes mit zeitlichem Verlauf, i. a. als ebener Spannungszustand.
2. Berechnung der Spannungs- und Dehnungskomponenten ($\sigma_\varphi, \tau_\varphi, \varepsilon_\varphi, \gamma_\varphi$) in der Schnittebene φ .
3. Anwendung der Festigkeitshypothese → Ermittlung der Vergleichsgrößen
4. Zählung der Schwingspiele der Vergleichsgröße. Problem bei nichtproportionaler Beanspruchung.
5. Schadensakkumulationsrechnung in jeder Schnittebene φ .
6. Berechnung der Schadenssumme D (CP: D_{\max} ; INT: D_{int})
7. Ausgabe der Lebensdauer

2.2.3.3. Festlegung der Festigkeitshypothesen

Einteilung:

- Dehnungs- und energiebasierte Hypothesen, elastisch-plastisch
Hypothese nach örtlichem Konzept (**ÖK**)
- Spannungsbasierte Hypothesen, elastisch
Hypothese nach dem örtlichen Spannungskonzept (**ÖS**)

2.2.4. Dehnungs- und energiebasierte Hypothesen, elastisch-plastisch, Hypothese nach dem örtlichen Konzept, „Örtliche Dehnungen (ÖK)“

Für den versagenskritischen Ort werden Spannung und Dehnung auf der Basis vom elastisch-plastischen Verhalten berechnet und den örtlich ertragbaren Werten gegenübergestellt. Als Maß für die Schädigung gelten die geschlossene Hysterese und die damit umgesetzte Energie.

2.2.4.1. Zyklische Werkstoffmodelle

Für elastische Verformungen gilt das Hook'sche Gesetz womit das Verhältnis zwischen Spannung und Dehnung festgelegt ist.

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad \left[\frac{N}{mm^2} \right] \quad (3)$$

σ	...	Spannung	$[N/mm^2]$
E	...	E-Modul	$[N/mm^2]$
ε	...	Dehnung	$[-]$

Bei elastisch-plastischer Verformung beginnt das Material nach überschreiten der Fließgrenze zu fließen und es erfolgt eine Verfestigung des Werkstoffs. Damit müssen Werkstoffmodelle eingesetzt werden welche die Verfestigung (isotrop bei statischer Beanspruchung und kinematisch bei zyklischer Beanspruchung), also den plastischen Dehnungsanteil, beschreiben. Damit sollen die örtlichen σ - ε -Pfade abgebildet werden und eine geschlossene Hysterese detektieren. Während bei einer einachsigen Beanspruchung das Masing- und Memory-Modell eingesetzt wird, werden bei mehrachsiger Beanspruchung Modelle eingesetzt welche durch einachsige Spannungs-Dehnungs-Kurven die σ - ε - und τ - γ -Pfade abbilden können.

Folgende Effekte sollen dabei beschrieben werden:

- Isotrope Verfestigung, erfassen der Festigkeitsänderung bei Plastifizierung.
- Kinematische Verfestigung
- Zyklisches Kriechen
- Mittelspannungsrelaxation

Nichtproportionale zyklische Verfestigung (out-of-phase hardening)

Für die Praxis können aber die Modelle vereinfacht und manche Effekte vernachlässigt werden.

2.2.4.2. *Eingesetzte elastisch-plastische Hypothesen*

Die weiter betrachteten Hypothesen basieren auf der Betrachtungsweise der kritischen Schnittebene, sprich mit der Betrachtung der Dehnungen und Schiebungen in den Schnittebenen und der Bewertung durch die maximale Schadenssumme. Betrachtet werden die elastischen und plastischen Dehnungsanteile, siehe Bild 6 (generiert von FEMSITE Werkstoffdatenbank):

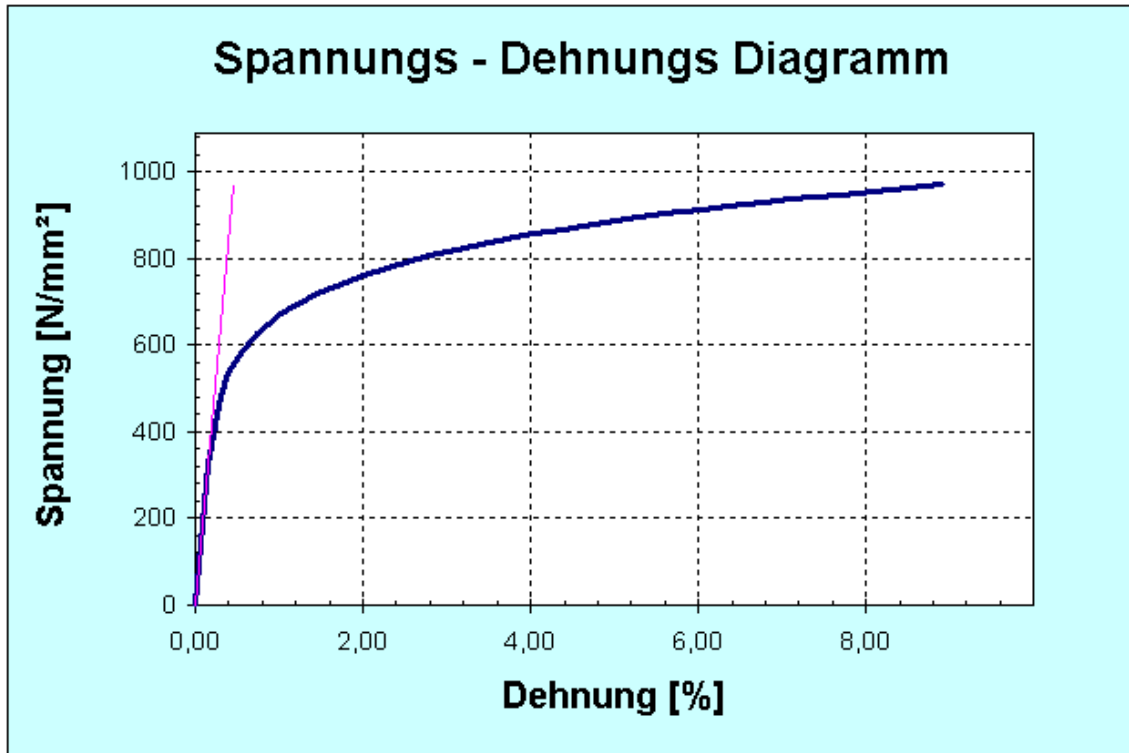


Bild 6: Zyklisches Spannungs-Dehnungs Diagramm (Ck45)

$$\varepsilon_{at} = \varepsilon_{ae} + \varepsilon_{ap}$$

$$\varepsilon_{at} = \varepsilon_{ae} + \varepsilon_{ap} = \frac{\sigma_a}{E} + \left(\frac{\sigma_a}{K'} \right)^{\frac{1}{n'}} \quad [-] \quad (4)$$

$$\varepsilon_{ae} = \frac{\sigma_f'}{E} \cdot (2 \cdot N_f)^b$$

$$\varepsilon_{ap} = \varepsilon_f' \cdot (2 \cdot N_f)^c$$

ε_{at}	... Totale Dehnungsamplitude	[-]
ε_{ae}	... Elastischer Anteil (Basquin-Gleichung)	[-]
ε_{ap}	... Plastischer Anteil (Coffin-Manson-Morrow-Gleichung)	[-]
E	... Elastizitätsmodul	[N/mm ²]
σ_a	... Spannungsamplitude	[N/mm ²]
σ_f'	... Schwingfestigkeitskoeffizient	[N/mm ²]
ε_f'	... Duktilitätskoeffizient	[-]
b	... Schwingfestigkeitsexponent	[-]
n'	... Zyklischer Werkstoff-Verfestigungsexponent	[-]
K'	... Zyklischer Werkstoff-Verfestigungskoeffizient	[N/mm ²]
c	... Duktilitätsexponent	[-]
N_f	... Schwingspielzahl	[-]

Setzt man die einzelnen Teile in einer gemeinsamen Formel ein so erhält man die Wöhlerlinie für die totale Dehnungsamplitude (entspricht der Dehnungswöhlerlinie):

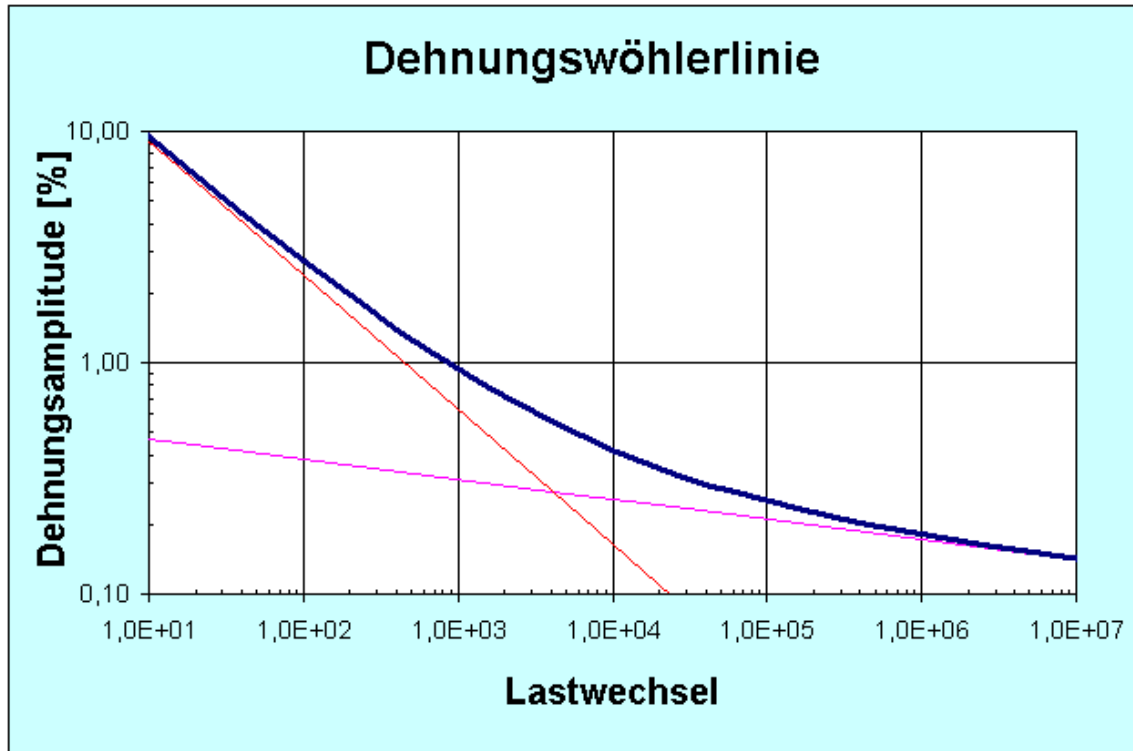


Bild 7: Dehnungswöhlerlinie (Ck45)

$$\varepsilon_{at} = \varepsilon_{ae} + \varepsilon_{ap} = \frac{\sigma_f'}{E} \cdot (2 \cdot N_f)^b + \varepsilon_f' \cdot (2 \cdot N_f)^c \quad [-] \quad (5)$$

Die in Bild 7, Seite 17 dargestellte Dehnungswöhlerlinie (blau) ist die Summe aus dem elastischen (pink) und dem plastischen Anteil (rot). Hier ist deutlich erkennbar dass bei geringen Lastwechselspielen der plastische Anteil einen hohen Beitrag leistet und bei hohen Lastwechselspielen nur mehr der elastische Anteil ausschlaggebend ist.

Dazu müssen auch noch folgende Kompatibilitätsbedingungen gelten:

$$n' = \frac{b}{c} \quad [-] \quad (6)$$

$$K' = \frac{\sigma_f'}{(\varepsilon_f')^{n'}} \quad \left[\frac{N}{mm^2} \right] \quad (7)$$

Eine analoge Vorgehensweise gibt es auch für die Schiebungs- und Schubspannungsamplituden:

$$\gamma_{at} = \gamma_{ae} + \gamma_{ap} = \frac{\tau_a}{G} + \left(\frac{\tau_a}{K_\gamma'} \right)^{\frac{1}{n_\gamma'}}$$

$$\tau_f' = \frac{\sigma_f'}{\sqrt{3}} \quad [-] \quad (8)$$

$$\gamma_f' \approx \sqrt{3} \varepsilon_f$$

$$b_\gamma \approx b \quad c_\gamma \approx c \quad n_\gamma' \approx n' \quad K_\gamma' \approx \frac{K'}{3^{\frac{1+n'}{2}}}$$

$$\gamma_{at} = \gamma_{ae} + \gamma_{ap} = \frac{\tau_f'}{G} \cdot (2 \cdot N_f)^{b_\gamma} + \gamma_f' \cdot (2 \cdot N_f)^{c_\gamma} \quad [-] \quad (9)$$

γ_{at}	... Totale Schiebungsamplitude	[-]
γ_{ae}	... Elastischer Anteil	[-]
γ_{ap}	... Plastischer Anteil	[-]
τ_a	... Schubspannungsamplitude	[N/mm ²]
G	... Schubmodul	[N/mm ²]
K_γ'	... Verfestigungskoeffizient bei Torsionsbeanspruchung	[N/mm ²]
n_γ'	... Verfestigungsexponent bei Torsionsbeanspruchung	[-]
τ_f'	... Schwingfestigkeitsexponent bei Torsionsbeanspruchung	[-]
γ_f'	... Duktilitätskoeffizient bei Torsionsbeanspruchung	[-]
b_γ	... Schwingfestigkeitsexponent	[-]
c_γ	... Duktilitätsexponent	[-]

Untersuchungen haben gezeigt, dass durch eine Zugmittelspannung die ertragbaren Amplituden von Spannung und Dehnung verkleinert werden, durch Druckmittelspannungen aber genauso auch erhöht werden. Außerdem hat die Mittelspannung eine größere Bedeutung als die Mitteldehnung.

Eine Überlagerung der Schiebung mit einer Zugdehnung erhöht das Wachstum der Mikrorisse. Bei duktilen Werkstoffen, die schubempfindlich sind, müssen beide Komponenten, also Schiebung und Dehnung, beachtet werden. Deswegen sind einige Schädigungsparameter entstanden die diesen Einfluss berücksichtigen sollen.

2.2.4.2.1. Maximale Dehnung

Als Annahme gilt, dass der Riss durch die Normaldehnung wächst und somit zum Schaden führt. Für die Lebensdauerberechnung wird in jeder Schnittebene die Dehnungsamplitude verwendet und gegen die Dehnungswöhlerlinie gerechnet. Die Ebene mit der maximalen Schadenssumme ist für die Lebensdauer bestimmend.

Damit werden aber weder Mittelspannung noch eine Schiebung berücksichtigt.

2.2.4.2.2. Maximale Schiebung

Hier gilt die Annahme dass der Werkstoff auf die Schubspannungsamplitude empfindlich reagiert. Damit stellt man auch die Schubspannungsamplitude in der Schnittebene der Schiebungswöhlerlinie gegenüber. Die Ebene mit der maximalen Schadenssumme ist für die

Lebensdauer bestimmend. Weder Mittelspannungseinfluss noch überlagerte Dehnungen werden berücksichtigt.

2.2.4.2.3. Smith-Watson-Topper

Für ein sprödes Versagen unter Normaldehnung inklusive der Berücksichtigung des Mittelspannungseinflusses wurde folgender Zusammenhang definiert:

$$\sigma_{n,\max} \cdot \frac{\Delta \varepsilon_1}{2} = \frac{\sigma_f}{E} \cdot (2 \cdot N_f)^{2b} + \sigma_f' \cdot \varepsilon_f' \cdot (2 \cdot N_f)^{b+c} \quad \left[\frac{N}{\text{mm}^2} \right] \quad (10)$$

In dieser Formel entspricht $\sigma_{n,\max}$ der Oberspannung in der Ebene der Hauptdehnung. Bekannter ist diese Formel als Schädigungsparameter P_{SWT} und wurde zuerst für die Mittelspannungskorrektur bei einachsiger Beanspruchung entwickelt.

$$\sigma_{n,\max} = \sigma_m + \sigma_a \quad \left[\frac{N}{\text{mm}^2} \right] \quad (11)$$

$$P_{\text{SWT}} = \sqrt{(\sigma_a + \sigma_m) \cdot \varepsilon_a \cdot E} = \sqrt{\sigma_f'^2 \cdot (2 \cdot N_f)^{2b} + \sigma_f' \cdot E \cdot \varepsilon_f' \cdot (2 \cdot N_f)^{b+c}} \quad \left[\frac{N}{\text{mm}^2} \right] \quad (12)$$

P_{SWT}	... Schädigungsparameter	$[\text{N}/\text{mm}^2]$
σ_a	... Amplitudenspannung	$[\text{N}/\text{mm}^2]$
σ_m	... Mittelspannung	$[\text{N}/\text{mm}^2]$
ε_a	... Dehnungsamplitude	$[-]$
$\sigma_{n,\max}$... Oberspannung in der Ebene der Hauptdehnung	$[\text{N}/\text{mm}^2]$
σ_f'	... Schwingfestigkeitskoeffizient	$[\text{N}/\text{mm}^2]$
E	... E-Modul	$[\text{N}/\text{mm}^2]$
N_f	... Schwingspielzahl	$[-]$
b	... Schwingfestigkeitsexponent	$[-]$
ε_f'	... Duktilitätskoeffizient	$[-]$
c	... Duktilitätsexponent	$[-]$

Der Ansatz von Smith-Watson-Topper wird für die Berücksichtigung der Mittelspannung oft verwendet und beschreibt eine einzige Schädigungsparameterwöhlerlinie, Bild 8.

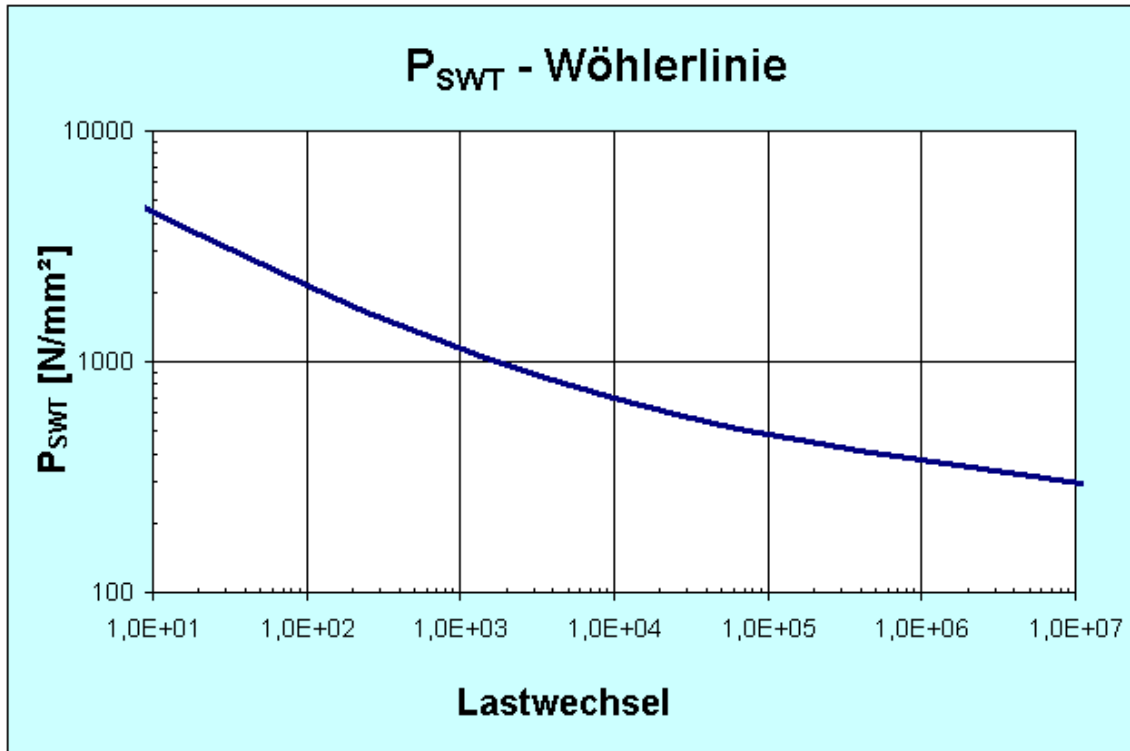


Bild 8: Schädigungsparameterwöhlerlinie oder auch P_{SWT} -Wöhlerlinie (Ck45)

Der Parameter P_{SWT} ist so zu verstehen, dass durch ihn Schwingspiele mit beliebiger Mittelspannung auf schädigungsgleiche Schwingspiele mit der Mittelspannung $\sigma_m=0$ zurückgeführt werden können.

Dabei wird unabhängig vom Werkstoff und der Beanspruchung eine konstante Mittelspannungsempfindlichkeit von $M=0,41$ beschrieben. Wie man die Mittelspannungsempfindlichkeit aus Versuchsdaten berechnen kann ist in *Kapitel 4.7.4.*

Schädigungsbewertung, Seite 118, näher ausgeführt.

Für Schubspannungen erhält man unter Voraussetzung von Formel 8, Seite 18 sowie dem Verhältnis von $E/G = 3/1$ den folgenden Zusammenhang:

$$P_{SWT,T} = \frac{P_{SWT}}{\sqrt{3}} \text{ und weiter :} \quad \left[\frac{N}{mm^2} \right] \quad (13)$$

$$P_{SWT,T} = \sqrt{|\tau_{\max}| \cdot \gamma_a \cdot G}$$

$P_{SWT,T}$... Schädigungsparameter für Schubspannungen (Torsion)	$[N/mm^2]$
P_{SWT}	... Schädigungsparameter	$[N/mm^2]$
τ_{\max}	... Maximale Schubspannung	$[N/mm^2]$
γ_a	... Schiebungsamplitude	$[-]$
G	... Schubmodul	$[N/mm^2]$

2.2.5. Spannungsbasierte Hypothesen, elastisch, Hypothesen nach dem „Örtlichen Spannungskonzept (ÖS)“

Für eine Nutzungsdauer von $N > 10^8$ kann angenommen werden dass die Verformung nahezu vollkommen einer elastischen Wechselverformung entspricht. Die Lebensdauerberechnung wird deswegen mit spannungsbasierenden Hypothesen mit örtlich elastischen Spannungen arbeiten. Diese basieren auf der Ermittlung der örtlich elastischen Spannungen aus einer FE-Rechnung oder DMS-Messung. Normalerweise genügt eine Betrachtung des ebenen Spannungszustandes mit drei unabhängigen Spannungszeitverläufen mit veränderlichen Amplituden, Phasen und Frequenzen. Für einen ebenen Spannungszustand ergeben sich in einer Schnittebene die zeitlich veränderlichen Normal- und Schubspannungen und die dazugehörigen Mittelspannungen und Amplituden.

Damit der Mittelspannungseinfluss berücksichtigt werden kann, wäre eine Amplitudentransformation (Haigh-Diagramm) möglich. Für die Bewertung der Spannungskomponenten gibt es mehrere Ansätze. Die Beanspruchbarkeit wird mittels der örtlichen Spannungen der Bauteilwöhlerlinie berücksichtigt.

Nachfolgend ein Überblick über spannungsbasierte Hypothesen:

2.2.5.1. NSH - Normalspannungshypothese

Maßgebend ist die in der Schnittebene wirkende größte Normalspannung. Sie gilt für spröde Werkstoffe und das Versagen tritt in jenen Schnittebenen auf in denen die ungünstigste Kombination von Mittelspannung und Amplitude wirken.

$$\sigma_v = \sigma_\varphi \quad (14)$$

σ_v	... Vergleichsspannung	$[N/mm^2]$
σ_φ	... Normalspannung auf der Schnittebene φ	$[N/mm^2]$

2.2.5.2. SSH - Schubspannungshypothese

Ein Versagen wird durch die Schubspannung vorausgesetzt. Durch das Wechselfestigkeitsverhältnis erreicht man eine Anpassung an das Schwingfestigkeitsverhalten. Die SSH ist für sehr duktile Werkstoffe.

$$\sigma_v = \left(\frac{\sigma_w}{\tau_w} \right) \cdot \tau_\varphi \quad \left[\frac{N}{mm^2} \right] \quad (15)$$

σ_v	... Vergleichsspannung	$[N/mm^2]$
σ_w	... Zug/Druck- Biegewechselfestigkeit	$[N/mm^2]$
τ_w	... Torsionswechselfestigkeit	$[N/mm^2]$
τ_φ	... Schubspannung auf der Schnittebene φ	$[N/mm^2]$

2.2.5.3. Modifizierte GEH - Modifizierte Gestaltänderungsenergiehypothese

Die Vergleichsspannung ist eine skalare Größe und besitzt wegen dem quadratischen Ansatz keine Richtung. Um die Richtung zu erhalten wird diese durch das $\text{sign}(\sigma_\varphi)$ festgelegt.

$$\sigma_v = \text{sign}(\sigma_\varphi) \sqrt{\sigma_\varphi^2 + \left(\frac{\sigma_w}{\tau_w}\right)^2 \cdot \tau_\varphi^2} \quad \left[\frac{N}{\text{mm}^2} \right] \quad (16)$$

σ_v	... Vergleichsspannung	$[\text{N}/\text{mm}^2]$
σ_φ	... Normalspannung in der Schnittebene φ	$[\text{N}/\text{mm}^2]$
σ_w	... Zug/Druck- Biegewechselfestigkeit	$[\text{N}/\text{mm}^2]$
τ_w	... Torsionswechselfestigkeit	$[\text{N}/\text{mm}^2]$
τ_φ	... Schubspannung auf der Schnittebene φ	$[\text{N}/\text{mm}^2]$

2.2.5.4. WVS - Hypothese der wirksamen Vergleichsspannung nach Sonsino

Die WVS wurde entwickelt um das Verhalten von duktilen Werkstoffen bei mehrachsiger Beanspruchung wiederzugeben.

Es wird angenommen, dass ein Versagen durch Schiebung bzw. Schubspannungen eingeleitet wird. Dieser Ansatz gilt für duktile Werkstoffe die bei einer Phasenverschiebung eine Kürzung der Lebensdauer erfahren.

Als erstes werden die Schubspannungen in den verschiedenen Schnittebenen berechnet. Durch eine Integration der Schubspannungen über alle Schnittebenen wird der gegenseitigen Beeinflussung der Schubspannungen durch Versetzungen infolge der veränderlichen Hauptspannungsrichtungen Rechnung getragen.

Im Folgenden ist der Weg der Berechnung für die Vergleichsspannung gezeigt:

$$f_p(\varphi) = \frac{1}{L_s} \cdot \sum_{i=1}^{L_s} \tau_{n,i}(\varphi) \quad \dots \quad \text{Schubspannungskollektiv} \quad (17)$$

$$f_p(\varphi) = \tau_n(\varphi) \quad \dots \quad \text{bei Einstufenbelastung}$$

L_s	... Umfang des Schubspannungskollektivs	$[-]$
$\tau_{n,i}$... Mittelwert aller Schubspannungsamplituden	$[\text{N}/\text{mm}^2]$

Bei duktilen Werkstoffen führt eine Änderung der Hauptspannungsrichtungen zu einer Behinderung der Gleitungen und in weiterer Folge zu einer Herabsetzung der Lebensdauer. Das bedeutet dass die Vergleichsspannung im Vergleich zu einer synchronen Beanspruchung mit konstanten Hauptspannungsrichtungen größer wird. Berücksichtigt werden kann es durch eine Integration der Schubspannungen über die verschiedenen Schnittebenen.

$$F(\delta) = \frac{1}{\pi} \cdot \int_0^\pi f_p(\varphi) \cdot d\varphi \quad (18)$$

$$F(\delta) = \frac{1}{\pi} \cdot \int_0^\pi \tau_n(\varphi) \cdot d\varphi \quad \dots \quad \text{bei Einstufenbelastung}$$

Für die Vergleichsspannung ergibt sich dann:

$$\sigma_v(\delta) = \sigma_v(\delta = 0^\circ) \cdot \frac{F(\delta)}{F(\delta = 0^\circ)} \cdot \sqrt{S_G \cdot e^{1 - \left(\frac{\delta - 90^\circ}{90^\circ}\right)^2}} \quad \left[\frac{N}{mm^2} \right] \quad (19)$$

$$\sigma_v(\delta = 0^\circ) = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \cdot \sigma_y + f_G^2 \cdot 3 \cdot \tau_{xy}^2} \quad \left[\frac{N}{mm^2} \right] \quad (20)$$

$$f_G = \frac{\sigma_{v,GEH} \text{ (Reine Axial- oder Biegebelastung)}}{\sigma_{v,GEH} \text{ (Reine Torsion)}} = \frac{\sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \cdot \sigma_y}}{\sqrt{3} \cdot \tau_{xy}} \quad (21)$$

$$S_G = \frac{1 + K_{t,a}}{1 + K_{t,t}} \text{ oder } \frac{1 + K_{t,b}}{1 + K_{t,t}} \quad (22)$$

$\sigma_v(\delta)$...	Vergleichsspannung bei Phasenverschiebung	$[N/mm^2]$
$\sigma_v(\delta = 0^\circ)$...	Vergleichsspannung bei phasengleicher Belastung	$[N/mm^2]$
S_G	...	Größenfaktor	$[N/mm^2]$
δ	...	Winkel der Phasenverschiebung	$[N/mm^2]$
f_G	...	Größeneinflussfaktor	$[N/mm^2]$

Bei einer Phasenverschiebung ist $F(\delta)$ größer als $F(\delta=0^\circ)$, somit steigt mit der Phasenverschiebung auch die Vergleichsspannung und daraus ergibt sich eine kürzere Lebensdauer.

Mit Formel 20 ist die Vergleichsspannung nach der GEH für eine kombinierte phasengleiche Beanspruchung angeschrieben. Dabei wird allerdings der Anteil der Schubspannung durch den Faktor f_G angepasst da bei der normalen GEH die Schubspannung unterbewertet wird.

Der Ausdruck unter der Wurzel in Formel 19 enthält den Einfluss der Spannungskonzentration bzw. Spannungsgradienten bei unterschiedlichen Phasenlagen.

2.2.5.5. Modifizierte NSH - Modifizierte Normalspannungshypothese

Nach dem Verfahren der critical plane wird die Ebene mit der maximalen Schadenssumme für die Lebensdauervorhersage genommen.

Bei der NSH gilt $\tau_w = \sigma_w$, bei der mod. NSH kann das Verhältnis von $\tau_w / \sigma_w < 1$ in Grenzen berücksichtigt werden.

2.2.5.6. IMSH - Integrale Mehrachsigkeitsschädigungshypothese

Die Vergleichsspannung wird als eine Linearkombination von Schub- und Normalspannungsamplitude in der Schnittebene gebildet. Für die Lebensdauerberechnung wird das Integral der Schadenssummen über alle Schnittebenen berechnet.

Buxbaum [BUXBAUM] empfiehlt diese Methode vor allem für semiduktile Werkstoffe wie es z.B. niedriglegierte Vergütungsstähle sind. Es wird in [FKM] und [BUXBAUM] vorgeschlagen die

Summenbildung von Mittelspannung und Amplitude linear vorzunehmen. Für den ebenen Spannungszustand ergibt sich dann:

$$S_{r,m} = a \cdot |T_{n,m}| + b \cdot S_{n,m} \quad [-] \quad (23)$$

$$S_{r,a} = a \cdot T_{n,a} + b \cdot S_{n,a}$$

$$a = \sqrt{-2 \cdot \left(\frac{T_w}{S_w}\right)^2 + 1,8407} - \sqrt{-2,7259 \cdot \left(\frac{T_w}{S_w}\right)^4 + 2,7259 \cdot \left(\frac{T_w}{S_w}\right)^2 - 0,3950} \quad [-] \quad (24)$$

$$b = \sqrt{2 \cdot \left(\frac{T_w}{S_w}\right)^2 - 0,1593} - \sqrt{-2,7259 \cdot \left(\frac{T_w}{S_w}\right)^4 + 2,7259 \cdot \left(\frac{T_w}{S_w}\right)^2 - 0,3950} \quad [-] \quad (25)$$

a, b	... Koeffizienten	$[-]$
$S_{r,m}$... Resultierende Mittelspannung	$[N/mm^2]$
$S_{r,a}$... Resultierende Amplitude	$[N/mm^2]$
$T_{n,m}$... Schubspannungsmittelspannung	$[N/mm^2]$
$S_{n,m}$... Normspannungsmittelspannung	$[N/mm^2]$
$T_{n,a}$... Schubspannungsamplitude	$[N/mm^2]$
$S_{n,a}$... Normspannungsamplitude	$[N/mm^2]$
T_w	... Schubspannungswechselfestigkeit	$[N/mm^2]$
S_w	... Normspannungswechselfestigkeit	$[N/mm^2]$

Unter phasengleicher Beanspruchung und hoher Spannungsintensität erreichen die Anstrengungsspitzenwerte früher die Fließgrenze als unter phasenverschobener.

2.3. SCHLUSSFOLGERUNGEN

Die vielen Möglichkeiten zur Bildung einer Vergleichsspannung zeigen dass es keine einfache Aufgabe ist die passende auszuwählen. Vor allem für duktile Werkstoffe ist dies keinesfalls leicht. Die Einflussgrößen welche auch die Entscheidungsgrößen zur Findung einer passenden Hypothese sind lassen sich folgend auflisten:

- Werkstoff
 - Ist der Werkstoff duktil oder spröde bzw. semi-duktil
- Belastungen und deren Verhältnis zueinander
 - Ändern sich die Amplituden
 - Phasenverschiebung

Eine entsprechende Hypothese sollte das Verhalten des Werkstoffes (spröde, duktil) auf Normal- und Schubspannungen berücksichtigen. Duktile Werkstoffe reagieren z.B. auf Schubspannungen empfindlicher als spröde Werkstoffe. Eine Berücksichtigung der Phasenverschiebung von Belastungen sollte ebenfalls inkludiert sein da die Versuche in [FKM] zeigen dass hier oftmals gegenteilige Tendenzen bei der Vergleichsspannung zwischen den Hypothesen und den Versuchen auftreten.

Die Versuche in [FKM] haben gezeigt dass keine der bisher verwendeten Hypothesen die Phasenverschiebung und ihre Lebensdauerverkürzung bei duktilen Werkstoffen richtig abbilden konnte.

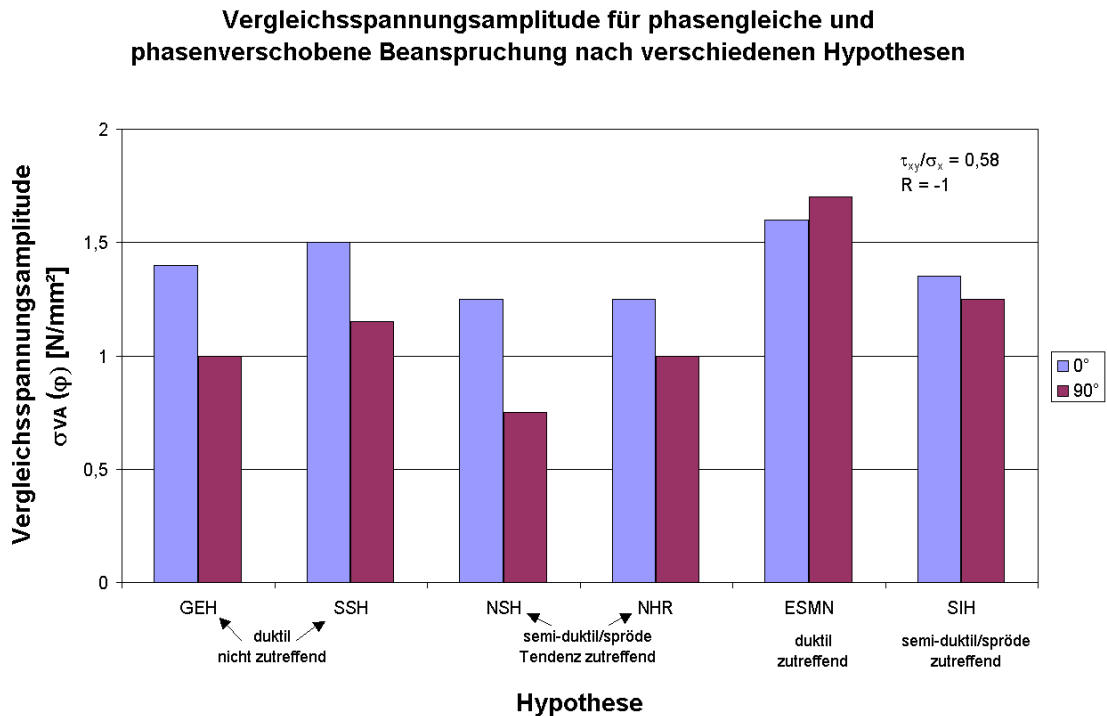


Bild 9: Vergleichsspannungsamplituden bei unterschiedlichen Hypothesen und Werkstoffen

Eine Phasenverschiebung und deren Lebensdauerverkürzung bei duktilen Werkstoffen werden nur von der ESMN und der WVS richtig beschrieben. Beide Hypothesen unterscheiden sich kaum, da die WVS lediglich eine Weiterentwicklung der ESMN ist. In Bild 9 wird zwar nur die ESMN gegenüber anderen Hypothesen verglichen, die WVS wird jedoch aufgrund ihrer einfacheren Handhabung für die weitere Verwendung empfohlen. Die Anwendbarkeit muss aber noch in einem größeren Umfang überprüft werden.

Neben der Phasenverschiebung sind noch mehrere Punkte zu berücksichtigen. Zum einen wäre das die überlagerte Mittelspannung, die einen großen Einfluss auf die Lebensdauerberechnung hat. Mit der Kenntnis der Mittelspannungsempfindlichkeit des Werkstoffes kann diese besser berücksichtigt werden. Der Schädigungsparameter P_{SWT} stößt dabei an seine Grenzen, da hier mit einer konstant angenommenen Mittelspannungsempfindlichkeit gerechnet wird. Damit kann es zu einer Über- aber auch Unterschätzung kommen.

Der Anteil der Schadensakkumulationsrechnung am Ergebnis darf ebenfalls nicht übersehen werden. Eine Modifikation der Miner-Regel nach Liu-Zenner erhöht die Treffsicherheit.

Eine verfahrensabhängige Abstimmung der einzelnen Berechnungsmodule kann zur Stabilität der Berechnung beitragen. Damit hat auch der Mensch einen Einfluss auf die Lebensdauerberechnung.

3. BERECHNUNG DER ÖRTLICHEN BEANSPRUCHUNG AN WELLENKERBEN NACH DEM NENNSPANNUNGSKONZEPT UND DEM ÖRTLICHEN KONZEPT

In diesem Kapitel soll nun die Kerbformzahl α_K , wie sie in der Literatur für verschiedene Kerbformen angegeben ist, mit der aus der FE-Berechnung ermittelten Kerbformzahl verglichen werden. Auf die Einflüsse und unterschiedlichen Berechnungsmethoden für die Ersatzstrukturlänge wird hier nicht eingegangen. Für die wesentlichen Kerbformen an Wellen wurden eigene FE-Modelle erstellt und anschließend auf Zug, Biegung und Torsion belastet. Die dabei auftretende maximale Spannung wurde mit der rechnerisch ermittelten Nennspannung verglichen. Das Ergebnis ist wieder die Kerbformzahl.

$$\alpha_K = \frac{\sigma_{\max}}{S} \quad [-] \quad (26)$$

α_K	...	Kerbformzahl	[-]
σ_{\max}	...	Maximal auftretende Spannung	[N/mm ²]
S	...	Nennspannung	[N/mm ²]

Das Nennspannungskonzept wird bei MSF auch als „konventionelle“ Berechnung bezeichnet und ist in [FKM-RICHTLINIE] in seinem vollen Umfang beschrieben. Das örtliche Konzept verwendet die lokal auftretenden Spannungen und wird mittels FE-Berechnung bei guter Abbildung der Kerben angewandt.

Der Vorteil des Nennspannungskonzeptes ist seine einfache Handhabung, es entfällt eine Bauteilmodellierung, die Rechenleistung ist minimal. Nachteilig wirkt sich die Einschränkung auf bestimmte Bauteilgeometrien aus, kommt es zu geometrischen Abweichungen oder Kombinationen von zwei oder mehreren Kerbgeometrien so versagt dieses Konzept.

Berechnungen nach dem Nennspannungskonzept werden bei MSF mit dem Programmpaket KISSOFT und dem firmeneigenen Programm FEMSITE mit dem Programmmodul Gearbox durchgeführt. FEMSITE Gearbox berechnet die Spannungen analytisch oder mit Hilfe eines FEM-Balkenmodells während KISSOFT nur analytisch die Spannungen berechnet.

Der große Vorteil der Verarbeitung des örtlichen Konzepts mittels FEM ist die universelle Verwendung an Bauteilen mit jeder Formgebung. Als Nachteile sind der hohe Zeitaufwand für die Aufbereitung und die oft langen Rechenzeiten zu nennen.

3.1. UNTERSUCHUNGSUMFANG

Neben der Untersuchung von Standardkerben wie dem Wellenabsatz und der Umlaufnut werden auch Welleneinstich und Querbohrungen berechnet, Tabelle c gibt dazu eine Übersicht. Für alle Proben wurden die gleiche Belastung und ein konstantes Spannungsverhältnis gewählt.

Als Werkstoff diene Stahl mit einem E-Modul von 208300 N/mm^2 und einem $\nu = 0,29$, die Standardbelastung erfolgt nach Tabelle b.

Belastung		Spannungsverhältnis	Werkstoff
Zug	1N	R = -1	Stahl
Biegung	1Nm		
Torsion	1Nm		

Tabelle b: Standardbelastung für die untersuchten Kerbformen

Wellenabsatz und Umlaufnut sind durch die bisherigen Erfahrungen sehr gut abgedeckt, sie sind auch geometrisch einfach definiert. Der Welleneinstich ist ebenfalls geometrisch einfach, aber durch den scharfen Radius für den Spannungsverlauf äußerst störend. Für 3D-Kerben ist in den meisten Unterlagen nur sehr wenig zu finden. Für Steckverzahnungen und Gewinde gibt es nur Richtwerte die aber dem Wunsch nach einer guten Ausnutzung des Werkstoffes nicht mehr nachkommen können.

Nach dem Durchsichten mehrerer Unterlagen wurde die Auswahl für die theoretischen Grundlagen hauptsächlich auf folgende Literatur eingeschränkt:

- FKM-Richtlinien [FKM-RICHTLINIE]
- FEMSITE Gearbox
- Melzer [MELZER]
- Roloff/Matek „Maschinenelemente“ [ROLOFF] (teilweise)
- Köhler/Rögnitz „Maschinenteile“ [KOEHLER] (teilweise)

Dietmar Melzer hat sich in seiner Dissertation „Maximal ertragbare Spannungsspitzen bei einsatzgehärteten Wellen und Achsen“ unter anderem auch mit Kerbgeometrien und Kerbformfaktoren auseinandergesetzt. Der Einfachheit halber wird er in dieser Arbeit mit Melzer bezeichnet.

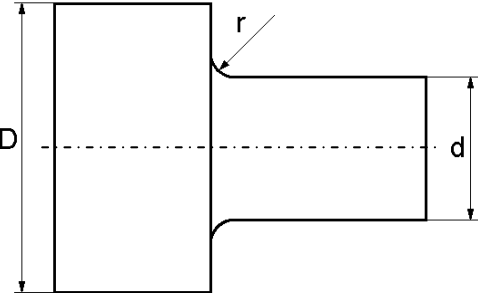
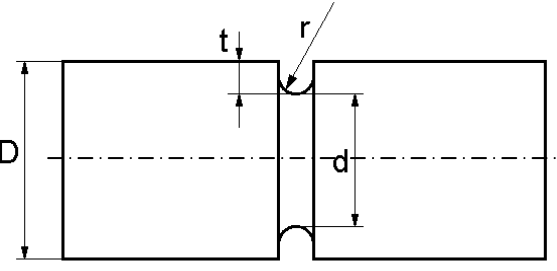
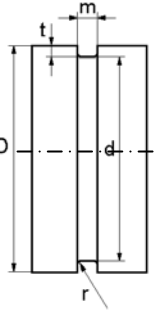
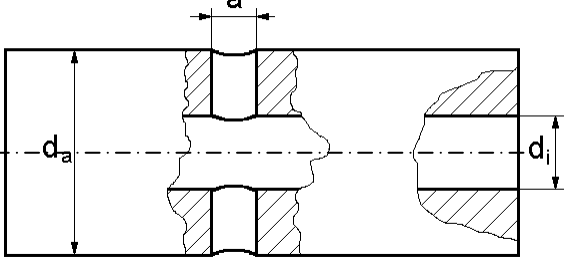
<i>Wellenabsatz</i>	
	<i>Untersuchte Geometrien</i>
	$d/D=0,6; r/d=0,01$
	$d/D=0,64; r/d=0,2$
	$d/D=0,6; r/d=0,3$
	$d/D=0,6; r/d=0,6$
<i>Umlaufnut</i>	
	<i>Untersuchte Geometrien</i>
	$d/D=0,6; r/d=0,01$
	$d/D=0,88; r/d=0,09$
	$d/D=0,6; r/d=0,3$
	$d/D=0,6; r/d=0,6$
<i>Welleneinstich</i>	
	<i>Untersuchte Geometrien</i>
	$d_i/D=0,6; D=20$
	$d_i/D=0,6; D=30$
	$d_i/D=0,6; D=40$
	$d_i/D=0,6; D=50$
<i>Querbohrung (halb, voll, 3·120°)</i>	
	<i>Untersuchte Geometrien</i>
	$a/d_a=0,07; d_i/d_a=0,31$
	$a/d_a=0,07; d_i/d_a=0,88$
	$a/d_a=0,24; d_i/d_a=0,31$
$a/d_a=0,24; d_i/d_a=0,88$	

Tabelle c: Übersicht über die untersuchten Kerbgeometrien

Für jede der in Tabelle c aufgelisteten Kerbgeometrien wurde ein eigenes FE-Modell erstellt und die Belastungen laut Tabelle b aufgebracht. In Summe ergeben sich damit 19 FE-Modelle die modelliert, durchgerechnet und ausgewertet werden mussten.

3.2. ÜBERSICHT NENNSPANNUNGSKONZEPT UND ÖRTLICHES KONZEPT

3.2.1. Berechnungsablauf bei MSF nach dem Nennspannungskonzept

Die Berechnung von gekerbten Getriebewellen nach dem Nennspannungskonzept bleibt weiterhin ein fixer Bestandteil bei der Untersuchung von Maschinenteilen. Es erlaubt mit einem relativ geringen Aufwand eine Übersicht über auftretende Spannungen und damit auch das Herausfiltern von möglichen Schadstellen.

Der Rechenweg erfolgt schematisch in mehreren Schritten.

1. Die kritischen Stellen an denen eine Untersuchung stattfinden soll müssen definiert werden.
2. Art und Größe der einzelnen Belastungen (Schnittkräfte) müssen für jede kritische Stelle ermittelt werden.
3. Beschaffung der benötigten Werkstoffkennwerte aus Literatur, Datenbanken und sonstigen Nachschlagewerken.
4. Kerbform und Geometrie ergeben mit dem zur Verfügung stehenden Formelwerk eine Kerbformzahl $\alpha_K (= K_t)$.
5. Neben der Kerbwirkungszahl $\beta_K (= K_f)$ sind die Bauteilgröße, Material, Oberfläche und Beanspruchungsart durch weitere Kennwerte in ihrem Einfluss auf die Bauteilfestigkeit definiert.
6. Treten mehrere Belastungsarten auf, so erfolgt zunächst die getrennte Ermittlung der Nennspannungen für Zug/Druck, Biegung und Torsion.
7. Mit den ermittelten Nennspannungen wird eine Vergleichsspannung gebildet.
8. Damit können die ertragbaren Beanspruchungen festgelegt werden.
9. Das Verhältnis zwischen ertragbarer Spannung und vorhandener Spannung zeigt die vorhandene Sicherheit.

3.2.2. Rechenschema von FEMSITE Gearbox

Der Rechenvorgang mit FEMSITE Gearbox hält sich an den vorher beschriebenen Weg des Nennspannungskonzepts. Nach Auswahl der Kerbform (Absatz, Umlaufnut bzw. Rundrille, Kerbverzahnung, Welleneinstich), den dafür notwendigen Wellenabmessungen und den Eingaben der Belastungen ist es möglich die Berechnung zu starten. In den ersten Schritten lassen sich aus den Eingangsdaten die Kerbformzahlen α_K und die statische und dynamische Stützwirkung v_S und v_D nach Niemann, Formel 27 und 28, berechnen.

$$v_{zs} = 1 + 0,75 \cdot (1,0 \cdot \alpha_{kz} - 1) \cdot \left(\frac{300}{R_{p0,2}} \right)^{\frac{1}{4}}$$

$$v_{bs} = 1 + 0,75 \cdot (1,7 \cdot \alpha_{kb} - 1) \cdot \left(\frac{300}{R_{p0,2}} \right)^{\frac{1}{4}} \quad [-] \quad (27)$$

$$v_{ts} = 1 + 0,75 \cdot (1,3 \cdot \alpha_{kt} - 1) \cdot \left(\frac{300}{\tau_s} \right)^{\frac{1}{4}}$$

v_{zs}, v_{bs}, v_{ts}	...	Statische Stützwirkung Zug, Biegung, Torsion	[-]
$\alpha_{kz}, \alpha_{kb}, \alpha_{kt}$...	Kerbformzahl Zug, Biegung, Torsion	[-]
$R_{p0,2}$...	Streckgrenze	[N/mm ²]
τ_s	...	Schergrenze	[N/mm ²]

$$v_D = 1 + \sqrt{\rho^* \cdot \chi^*}$$

$$\rho^* = \left(\frac{140}{R_m} \right)^2 \quad [-] \quad (28)$$

v_D	...	Dynamische Stützwirkung	[-]
ρ^*	...	Ersatzstrukturlänge	[mm]
χ^*	...	Bezogener Spannungsgradient	[1/mm]

Werte für χ^*				
Kerbform Belastung	Wellenabsatz	Umlaufnut	Steckverzahnung	Welleneinstich
Zug	$2 \cdot \frac{1}{R_a}$	$2 \cdot \frac{1}{R_a}$	0	$2 \cdot \frac{1}{R_a}$
Biegung	$4 \cdot \frac{1}{D_1 + D_2} + 2 \cdot \frac{1}{R_a}$	$\frac{2}{D_1} + \frac{2}{R_a}$	$2 \cdot \frac{1}{D_1}$	$\frac{2}{D_1} + \frac{2}{R_a}$
Torsion	$4 \cdot \frac{1}{D_1 + D_2} + \frac{1}{R_a}$	$\frac{2}{D_1} + \frac{1}{R_a}$	$2 \cdot \frac{1}{D_1}$	$\frac{2}{D_1} + \frac{1}{R_a}$

Tabelle d: Bezogener Spannungsgradient für unterschiedliche Kerbformen und Belastungen

Im nächsten Schritt, Formeln 29 und 30, können auch gleich die statischen und dynamischen Kerbformzahlen für die Überprüfung auf Dauerfestigkeit ermittelt werden.

$$\alpha_{KD} = \alpha_0 \cdot \frac{\alpha_{Kt} \cdot v_{bd}}{\alpha_{Kb} \cdot v_{td}} \quad \alpha_{KS} = \frac{\alpha_{Kt} \cdot v_{bs}}{\alpha_{Kb} \cdot v_{ts}} \quad [-] \quad (31)$$

$$\alpha_0 = 1$$

$$b_s = F_0 = 1 - 0,22 \cdot (\log R_t)^{0,64} \cdot \log R_m + 0,45 \cdot (\log R_t)^{0,53} \quad [-] \quad (32)$$

b_s	...	Oberflächenfaktor (für nicht gekerbte Probe)	[-]
R_t	...	Rautiefe	[μm]
R_m	...	Zugfestigkeit	[N/mm^2]

Mit der Angabe der Geomtrie stehen die Nennspannungen, Formel 33, fest.

$$\begin{aligned} S_z &= \frac{F_x}{A} & S_b &= \frac{M_b}{W_b} & \Rightarrow & \underline{S_{res} = S_z + S_b} \\ T_t &= \frac{M_x}{W_t} & T_q &= \frac{F_r}{A} & \Rightarrow & \underline{T_{res} = T_t + T_q} \end{aligned} \quad \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right] \quad (34)$$

S_z	...	Nennspannung Zug/Druck	[N/mm^2]
S_b	...	Nennspannung Biegung	[N/mm^2]
S_{res}	...	Resultierende Nennspannung	[N/mm^2]
T_t	...	Nennspannung Torsion	[N/mm^2]
T_q	...	Nennspannung Scherung	[N/mm^2]
T_{res}	...	Resultierende Nennspannung	[N/mm^2]
F_x	...	Kraft in axialer Richtung	[N]
F_r	...	Kraft in radialer Richtung	[N]
M_b	...	Biegemoment	[Nm]
M_x	...	Torsionsmoment	[Nm]
A	...	Querschnittsfläche	[mm^2]
W_b	...	Widerstandsmoment Biegung	[mm^3]
W_t	...	Widerstandsmoment Torsion	[mm^3]

Mit den ermittelten Kerbformzahlen α_K , der statischen und dynamischen Stützwirkung v_s und v_D nach Niemann, Formel 27 und 28, lässt sich die Vergleichsspannung, Formel 35, ausrechnen.

R_a	...	Kerbradius	[mm]
D_1	...	Wellendurchmesser klein	[mm]
D_2	...	Wellendurchmesser groß	[mm]

$$\begin{aligned} S_{Vd} &= \sqrt{S_{res}^2 + \left(\alpha_{KD} \cdot \frac{\sigma_{zw}}{\tau_{tsch}} \cdot T_{res} \right)^2} \\ S_{Vs} &= \sqrt{S_{res}^2 + \left(\alpha_{KS} \cdot \frac{R_{p0,2}}{\tau_{ts}} \cdot T_{res} \right)^2} \end{aligned} \quad \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right] \quad (35)$$

S_{Vd}	...	Vergleichsspannung dynamisch	[N/mm^2]
S_{Vs}	...	Vergleichsspannung statisch	[N/mm^2]
α_{Kd}	...	Kerbformzahl dynamisch	[-]
α_{Ks}	...	Kerbformzahl statisch	[-]
σ_{zw}	...	Wechselfestigkeit Zug	[N/mm^2]
τ_{tsch}	...	Schwellfestigkeit Torsion	[N/mm^2]
τ_{ts}	...	Statische Festigkeit Torsion	[N/mm^2]

Mit den nun ermittelten Werten kann die Bauteilfestigkeit und die Sicherheit, Formel 36, errechnet werden.

$$\begin{aligned}
 S_{zWK} &= \frac{\sigma_{zW} \cdot v_{zd} \cdot b_s}{\alpha_{kz}} \quad \dots \quad \text{Zug} \\
 S_{bWK} &= \frac{\sigma_{zW} \cdot v_{bd} \cdot b_s}{\alpha_{kb}} \quad \dots \quad \text{Biegung} \\
 T_{tSCHK} &= \frac{\tau_{tSCH} \cdot v_{td} \cdot b_s}{\alpha_{kb}} \quad \dots \quad \text{Torsion}
 \end{aligned}
 \quad \left[\frac{N}{mm^2} \right] \quad (36)$$

S_{zWK}	...	Dynamische Bauteilfestigkeit Zug wechselnd	$[N/mm^2]$
S_{bWK}	...	Dynamische Bauteilfestigkeit Biegung wechselnd	$[N/mm^2]$
T_{tSCHK}	...	Dynamische Bauteilfestigkeit Torsion schwelend	$[N/mm^2]$
v_{zd}, v_{bd}, v_{td}	...	Dynamische Stützwirkung Zug, Biegung, Torsion	$[-]$

Für die statischen Werte gelten ähnliche Formeln

$$\begin{aligned}
 S_{zFK} &= \frac{R_{p0,2} \cdot v_{zs}}{\alpha_{kt}} \\
 S_{bFK} &= \frac{R_{p0,2} \cdot v_{bs}}{\alpha_{kb}} \\
 T_{tFK} &= \frac{\tau_{ts} \cdot v_{ts}}{\alpha_{kt}}
 \end{aligned}
 \quad \left[\frac{N}{mm^2} \right] \quad (37)$$

S_{zFK}	...	Statische Bauteilfestigkeit Zug	$[N/mm^2]$
S_{bFK}	...	Statische Bauteilfestigkeit Biegung	$[N/mm^2]$
T_{tFK}	...	Statische Bauteilfestigkeit Torsion	$[N/mm^2]$

Die Sicherheiten (gelten nur für die Dauerfestigkeit!) für die einzelnen und kombinierten Belastungsfälle werden wie folgt gebildet:

$$\begin{aligned}
 j_{Fz} &= \frac{S_{zFK}}{S_z} & j_{Dz} &= \frac{S_{zWK}}{S_z} \\
 j_{Fbz} &= \frac{S_{bFK}}{S_{res}} & j_{Dbz} &= \frac{S_{bWK}}{S_{res}} \\
 j_{FV} &= \frac{S_{bFK}}{S_{vs}} & j_{Dv} &= \frac{S_{bWK}}{S_{vd}} \\
 j_{Ft} &= \frac{T_{tFK}}{T_{res}} & j_{Dt} &= \frac{T_{tSCHK}}{T_{res}}
 \end{aligned}$$

j_{Fz}	...	Sicherheit gegen Streckgrenze Zug	$[-]$
j_{Fbz}	...	Sicherheit gegen Streckgrenze Zug und Biegung	$[-]$
j_{FV}	...	Sicherheit gegen Streckgrenze Vergleichsspannung	$[-]$
j_{Ft}	...	Sicherheit gegen Streckgrenze Torsion	$[-]$
j_{Dz}	...	Sicherheit gegen Dauerbruch Zug	$[-]$

j_{Dbz}	...	Sicherheit gegen Dauerbruch Zug und Biegung	[-]
j_{Dv}	...	Sicherheit gegen Dauerbruch Vergleichsspannung	[-]
j_{Dt}	...	Sicherheit gegen Dauerbruch Torsion	[-]

3.2.3. Berechnung nach dem Örtlichen Konzept - FEM

Das Prinzip der Berechnung nach dem örtlichen Konzept wird vielfach für die FEM genutzt. Dabei wird ein Bauteil in eine Vielzahl aber endlicher und somit bestimmbarer (finite) Elemente unterteilt. Zwei für 2D-Geometrien typische Elementformen sind Dreiecke und Vierecke, werden daraus Volumenmodelle erstellt erhält man Tetraeder, Pentaeder und Hexaeder. An jeder Ecke dieser Elemente befindet sich ein Knoten. Belastungen auf die Geometrie ergeben durch die Elementsteifigkeitsmatrix eine Verschiebung der einzelnen Knoten. Aus diesen Verschiebungen werden durch numerische Lösungsverfahren die örtlich auftretenden Spannungen ermittelt. Je feiner das Gitter desto kleiner sind die Sprünge der Spannungswerte von einem Knoten zum nächsten. Die Berechnung wird damit genauer. Mit einer Erhöhung der Elementanzahl steigert sich die Rechenzeit beträchtlich.

Die fertig aufgebauten FE-Modelle werden entsprechend den Vorgaben belastet, entweder durch Einzellasten oder deren Kombination. Als Ergebnis erhält man die Verschiebungen, Dehnungen und Spannungen in jedem einzelnen Knoten. Diese Ergebnisse liegen als eine einzelne mehr oder weniger große Datei vor. Entsprechend große Modelle und viele Lastfälle vorausgesetzt können die Datenfiles mehrere Gigabyte an Daten umfassen. Daraus lassen sich auf jeden Fall die Kerbformzahlen ermitteln. Für eine Lebensdauerabschätzung werden diese Daten in einem nächsten Schritt wieder eingelesen und dem Prozedere der Lebensdauerberechnung unterzogen. Im Fall von Magna Steyr Fahrzeugtechnik erfolgt diese Verarbeitung mit dem Programm FEMSITE.

3.3. ANWENDUNG AN STANDARDKERBEN

3.3.1. Einleitung

In den folgenden Kapiteln sollen nun die Kerbformzahlen für ausgesuchte Kerbformgeometrien aufgelistet, überprüft und verglichen werden. Ziel ist es die vorhandenen Formeln für das Nennspannungskonzept zu überprüfen und eventuell Formeln mit höherer Genauigkeit für das Programmpaket FEMSITE Gearbox zu finden. Dazu werden für die jeweilige Kerbgeometrie die Formeln aus den Literaturquellen angegeben, die entsprechenden Kerbformzahlen ermittelt und mit dem Ergebnis aus den eigenen FE-Berechnungen verglichen. Die Aufzählung und Angabe der Formelwerke aus der Literatur soll gleich als kompaktes Nachschlagewerk dienen. Im Vergleich zwischen der Ermittlung der Kerbformzahlen nach dem Nennspannungskonzept und den selbst ermittelten Kerbformzahlen aus der FE-Simulation zeigen sich auftretende Stärken und Schwächen der jeweiligen Methoden.

Als Arbeitsplatz für die FE-Simulation diente eine Workstation SGI Octane mit Irix6.5 als Betriebssystem. Für den Pre- und Postprocessor wurde T-Systems MEDINA 7.3.2 verwendet, die Berechnungen selbst wurden auf einem Linux-Cluster mit MSC-Linux gestartet, der Solver war Nastran 2005r2.

Die Vernetzung erfolgte, wo es möglich war, mit Hexaederelementen. Bei den Modellen für die Querbohrung wurde aufgrund der einfacheren Vernetzungsmöglichkeit auf Tetraederelemente zurückgegriffen.

Um einen Anhaltswert zu haben wie gut die Vernetzung erfolgt ist, wird der Wert der Güte G [%] angegeben, Formel 38. Er ist ein Verhältnis zwischen der radial verlaufenden Spannung (σ_{normal}) in den Körper und der maximalen Oberflächenspannung ($\sigma_{\text{tangential}}$). Im Idealfall ist er null und es herrscht ein ebener Spannungszustand.

$$G = \frac{\sigma_{\text{normal}}}{\sigma_{\text{tangential}}} \quad [-] \quad (38)$$

G	...	Güte	[-]
σ_{normal}	...	Spannung, radial in den Körper	[N/mm ²]
$\sigma_{\text{tangential}}$...	Maximale Oberflächenspannung	[N/mm ²]

3.3.2. Bestimmung der Referenzwerte als Basis für Vergleiche

Um die eigenen FE-Ergebnisse und auch die Berechnungsmethoden aus den verschiedenen Literaturquellen besser vergleichen zu können, werden Referenzwerte benötigt. Die dazu notwendigen Kerbformzahlen sollten möglichst mit Rechen- oder Versuchsergebnissen untermauert sein, damit man sich über die Abweichungen der Referenzwerte informieren kann. Diesen Anforderungen entspricht die Dissertation von Dietmar Melzer „Maximal ertragbare Spannungsspitzen bei einsatzgehärteten Wellen und Achsen“ ([MELZER]) in der er für die

Kerbformen Wellenabsatz und Umlaufnut die von ihm errechneten Kerbformzahlen aus der FE-Berechnung mit unterschiedlichen, aus der Literatur bekannten, Berechnungsmethoden vergleicht. Zusätzlich zu seinen Berechnungen mit FE-Modellen hat Melzer auch Versuche an 140 Wellen mit Absatz durchgeführt um die aus der Theorie gewonnen Erkenntnisse durch Tests zu untermauern. Für den Welleneinstich beschränkte er sich auf acht Versuche. Aufgrund seiner Untersuchungen hat er neue Formeln für die Ermittlung von Kerbformzahlen entwickelt. Ein Vergleich der Abweichungen zwischen den FE-Ergebnissen von Melzer und den analytisch ermittelten Kerbformzahlen soll zeigen wie groß die Fehler bei seinen neuen Formeln sind und ob sie geeignet sind um als Referenzwerte für eigene Untersuchungen herangezogen werden können.

Für den Wellenabsatz und die Umlaufnut hat Melzer folgende Kerbgeometrien, Tabelle e und f, untersucht:

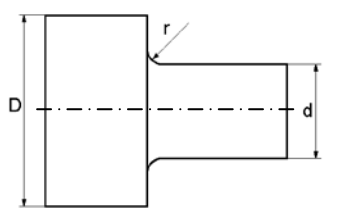
Wellenabsatz								
	Geometrien							
	Kerbradius r [mm]	75	7,5	3,4	1,5	0,6	0,4	0,2
	r/t t = (D-d)/2	10	1	0,453	0,2	0,08	0,053	0,027

Tabelle e: Untersuchungsumfang von Melzer am Wellenabsatz

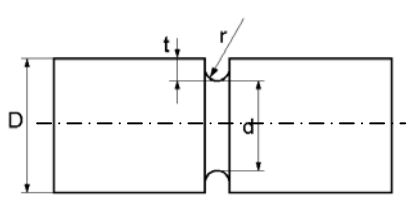
Umlaufnut				
	Geometrien			
	d/D	0,4	0,8	0,6
	r/t t = (D-d)/2	1	0,2	0,03

Tabelle f: Untersuchungsumfang von Melzer für die Umlaufnut

In dieser Dissertation erfolgte die Erstellung der Modelle automatisch und die Kerbradien wurden immer, unabhängig vom Kerbradius, mit 17 Knoten abgebildet. Dadurch wird eine ausreichend genaue Abbildung des Radius erreicht.

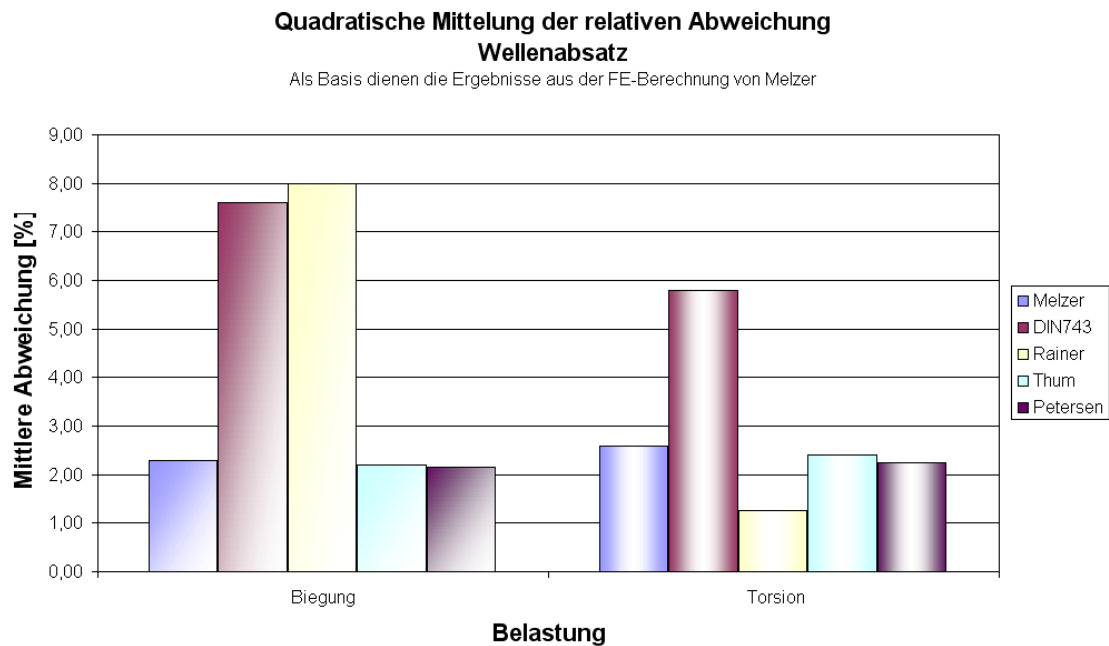


Bild 10: Quadratische Mittelung der relativen Abweichung zur FE-Berechnung beim Wellenabsatz

Wie man in den Bildern 10 und 11 sehen kann, liegen die Abweichungen zwischen der von Melzer durchgeführten FE-Berechnung und seinen selbst erstellten Formeln für den Wellenabsatz und die Umlaufnut in einem Bereich zwischen 2 bis 6%. Während sich beim Wellenabsatz eine Berechnung nach Thum oder Petersen als gleichwertig erweist sind bei der Umlaufnut die neuen Formeln von Melzer deutlich näher am FE-Ergebnis, siehe Bild 11, Seite 37.

Die genaue Abbildung des Kerbradius und die kleinen Abweichungen des Formelwerks von Melzer bieten eine gute Grundlage um damit weiterzuarbeiten und eigene Berechnungsergebnisse damit zu vergleichen.

Für den Welleneinstich hat Melzer keine FE-Ergebnisse angegeben, dazu können also keine Aussagen über die Abweichungen gemacht werden. Inwieweit sich seine Berechnungsmethode und deren Ergebnisse mit den eigenen Berechnungen beim Welleneinstich decken zeigt sich in *Kapitel 3.3.4.4. Berechnung mit FEM.*

**Quadratische Mittelung der relativen Abweichung
Umlaufnut**

Als Basis dienen die Ergebnisse aus der FE-Berechnung von Melzer

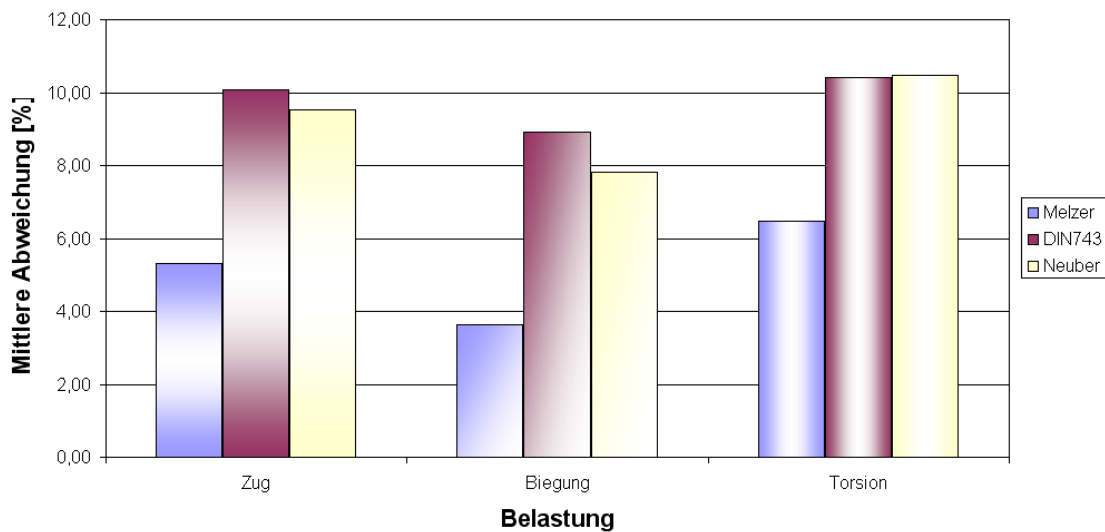


Bild 11: Quadratische Mittelung der relativen Abweichung zur FE-Berechnung bei der Umlaufnut

3.3.3. Wellenabsatz und Umlaufnut

Der Wellenabsatz und die Umlaufnut gehören sicher zu den am häufigsten verwendeten Kerbgeometrien. Beide sind grundsätzlich durch das Verhältnis der unterschiedlichen Wellendurchmesser und dem Übergangsradius beschrieben. Formal werden beide Geometrien gleich behandelt, es werden nur die Kennwerte geändert.

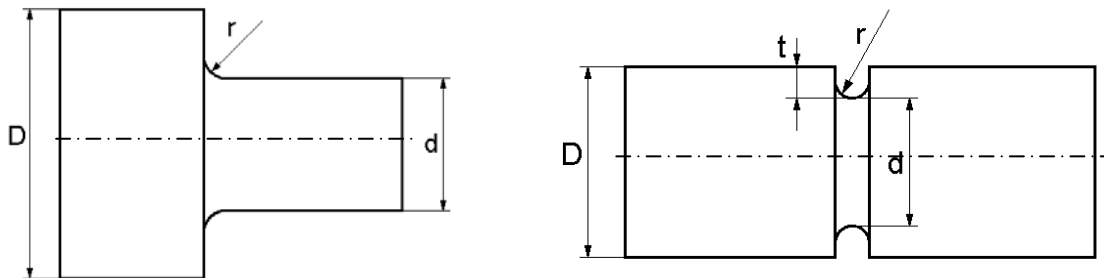


Bild 12: Skizze vom Wellenabsatz und der Umlaufnut

3.3.3.1. Berechnung nach den FKM-Richtlinien

$$K_t = 1 + \frac{1}{\sqrt{A \cdot \frac{r}{t} + 2 \cdot B \cdot \frac{r}{d} \left(1 + 2 \cdot \frac{r}{d}\right)^2 + C \cdot \left(\frac{r}{t}\right)^z \cdot \frac{d}{D}}} \quad [-] \quad (39)$$

K_t	...	Kerbformzahl	[-]
r	...	Kerbradius	[mm]
t	...	Kerbtiefe	[mm]
d	...	Kerbgrunddurchmesser	[mm]
D	...	Wellendurchmesser	[mm]

	Wellenabsatz			Umlaufnut		
	Zug	Biegung	Torsion	Zug	Biegung	Torsion
A	0,62	0,62	3,4	0,22	0,2	0,7
B	3,5	5,8	19	1,37	2,75	10,3
C	-	0,2	1	-	-	-
z	-	3	2	-	-	-

Tabelle g: Kennwerte für den Wellenabsatz und der Umlaufnut nach den FKM-Richtlinien

3.3.3.2. Berechnung nach FEMSITE Gearbox

Für FEMSITE Gearbox wurde die Gleichung aus G. Niemann „Maschinenelemente“ Band 1, 2. Auflage, S.74, Tafel 3/6 als Basis herangezogen.

$$\alpha_K = A + B \cdot (X - C) \quad X = \sqrt{\frac{D_1}{R_a}} \quad [-] \quad (40)$$

Dazu werden noch in einer Tabelle die einzelnen Werte für A, B und C in Abhängigkeit von der Belastungsart und dem Durchmesser Verhältnis angegeben. Um die Rechnung zu vereinfachen wurde B durch das unten stehende Ersatzpolynom in der eckigen Klammer ersetzt. Damit lässt sich jede Belastungsart durch eine einzige Formel, nur mit unterschiedlichen Kennwerten abdecken.

$$\alpha_{z,B,T} = A + \left[B - E \cdot \left(\frac{D_1}{D_2} \right)^m - F \cdot \left(\frac{D_1}{D_2} \right)^k - G \cdot \left(\frac{D_1}{D_2} \right)^l \right] \cdot \left(\sqrt{\frac{D_1}{R_a}} - C \right) \quad [-] \quad (41)$$

$\alpha_{z,B,T}$...	Kerbformzahl für Zug/Druck, Biegung und Torsion	[-]
D_1	...	Kerbgrunddurchmesser	[mm]
D_2	...	Wellendurchmesser	[mm]
R_a	...	Kerbradius	[mm]

	Wellenabsatz			Umlaufnut		
	Zug	Biegung	Torsion	Zug	Biegung	Torsion
E	0,271694	0,187921	0,098585	0,27359	0,052493	0,098346
F	0,156872	0,134396	0,074006	0,500305	0,208831	0,130418
G	0,007955	0,153064	0	-0,147185	0,189729	0
A	1,08	0,78	0,95	1,14	1,154	1,07
B	0,4926547	0,3682572	0,1981634	0,7227937	0,5510579	0,2795799
C	0,77	0	0,3	0,83	0,98	0,94
m	2,404089	146,297186	2,809716	17,525694	14,213332	2,646269
k	16,389639	18,449329	18,535534	2,673641	20,025076	18,455318
l	1,025742	2,958786	0	2,698201	2,686275	0

Tabelle h: Kennwerte für den Wellenabsatz und der Umlaufnut bei FEMSITE Gearbox

3.3.3.2.1. Berechnung nach Melzer

Melzer ([MELZER]) hat in seiner Dissertation aufgrund von FE-Berechnungen ebenfalls ein Formelwerk für Kerbformzahlen entwickelt. Der Aufbau wie auch die Ergebnisse decken sich mit denen aus [FKM-RICHTLINIE] Das folgende Polynom gilt für Zug, Biegung und Torsion.

$$\alpha_K = 1 + \frac{1}{\sqrt{f_1 \cdot \frac{r}{t} + \left[f_{21} \cdot \left(\frac{d_i}{d} \right)^2 + f_{22} \cdot \frac{d_i}{d} + f_{23} \right] \cdot \frac{r}{d - f_{24} \cdot d \cdot \left(\frac{d_i}{d} \right)^2} + 2 \cdot \frac{r}{d - f_{24} \cdot d \cdot \left(\frac{d_i}{d} \right)^2} + f_3 \cdot \frac{r}{t} \cdot \frac{d}{D}}} \quad [-] \quad (42)$$

α_K	...	Kerbformzahl	[-]
D	...	Wellendurchmesser	[mm]
d	...	Kerbgrunddurchmesser	[mm]
d_i	...	Innendurchmesser	[mm]
r	...	Kerbradius	[mm]
t	...	Kerbtiefe	[mm]
$f_1, f_{21}, f_{22}, f_{23}, f_{24}, f_3$...	Kennwerte	[-]

	Wellenabsatz			Umlaufnut		
	Zug	Biegung	Torsion	Zug	Biegung	Torsion
f ₁	0,6	0,65	1,55	0,15	0,14	0,2
f ₂₁	9	-	-	5,3	-	-
f ₂₂	-2,3	-	-	-1,3	-	-
f ₂₃	3,65	7,8	33	2,25	4,4	16,5
f ₂₄	-	-	0,8	-	-	0,8
f ₃	0,1	0,1	1,3	0,06	0,06	0,8

Tabelle i: Kennwerte für den Wellenabsatz und der Umlaufnut nach Melzer

3.3.3.3. Berechnung nach Dubbel

Die Struktur der Formel ähnelt jener aus den FKM-Richtlinien.

$$\alpha_K = 1 + \frac{1}{\sqrt{\frac{A}{\left(\frac{t}{k}\right)^k} + B \cdot \left(\frac{1 + \frac{a}{\rho}}{\frac{a}{\rho} \cdot \sqrt{\frac{a}{\rho}}}\right)^l + C \cdot \frac{\frac{a}{\rho}}{\left(\frac{a}{\rho} + \frac{t}{\rho}\right) \cdot \left(\frac{t}{\rho}\right)^m}}} \quad [-] \quad (43)$$

α_K	...	Kerbformzahl	[-]
a	...	Kerbgrundradius	[mm]
T	...	Kerbtiefe	[mm]
ρ	...	Kerbradius	[mm]
A, B, C, k, l, m	...	Kennwerte	[-]

	Wellenabsatz			Umlaufnut		
	Zug	Biegung	Torsion	Zug	Biegung	Torsion
A	0,44	0,4	0,4	0,1	0,12	0,4
B	2	6	25	1,6	4	15
C	0,3	0,8	0,2	0,11	0,1	0,1
k	0,6	0,4	0,45	0,55	0,45	0,35
l	2,2	2,75	2,25	2,5	2,66	2,75
m	1,6	1,5	2	1,5	1,2	1,5

Tabelle j: Kennwerte für den Wellenabsatz und der Umlaufnut nach Dubbel

3.3.3.4. *Berechnung nach Peterson*

Peterson gibt hier keine Formeln oder Anhaltswerte an. Hier werden die gewünschten Kerbformzahlen in Form von Diagrammen angegeben welche durch unterschiedliche Geometrieverhältnisse von Wellendurchmesser und Kerbradius unterschieden werden. Peterson bietet dafür je drei Diagramme (Zug/Druck, Biegung, Torsion) für den Wellenabsatz und die Umlaufnut an. Für den Wellenabsatz findet man die Diagramme in [PETERSON-10], [PETERSON-11], [PETERSON-12], die Werte für die Umlaufnut sind in [PETERSON-7], [PETERSON-8] und [PETERSON-9] zu finden.

3.3.3.5. *Berechnung mit FEM*

Die FE-Modelle wurden wegen ihrer einfachen Geometrie aus Hexaederelementen aufgebaut. Dazu wurde zuerst ein zweidimensionales Netz erstellt und anschließend um die Mittelachse rotiert. Die Bereiche in denen mit Spannungsspitzen zu rechnen ist wurden feiner vernetzt. Um Unterschiede in der Netzqualität aufzuzeigen wurde neben der linearen auch eine parabolische Berechnung durchgeführt. Damit wird die Anzahl der Knoten von ursprünglich acht pro Element auf 20 Knoten erhöht. Der Spannungsgradient liegt damit genauer vor und größere Sprünge werden vermieden. Die Rechenzeiten vervielfachen sich aber dabei. Entsprechend in welche Richtung man einen großen Spannungsgradient erwartet, sollte man die Elemente fein gestalten. So stellt hier ein längliches Element in Umfangsrichtung aber dafür schmales in radialer und axialer Richtung einen guten Kompromiss dar.

3.3.3.5.1. *Ergebnisse an der Welle mit Absatz*

In [FKM-4] sind als Referenzwerte für α_{kb} und α_{kt} die Werte $K_{tb}=1,49$ (Kerbformzahl für Biegebeanspruchung) und $K_{tt}=1,24$ (Kerbformzahl für Torsionspruchung) angegeben, die Geometrieverhältnisse liegen bei $d/D = 0,64$ und $r/d = 0,2$. Diese Werte für die Kerbformzahlen stimmen mit jenen aus der konventionellen und FEM-Berechnung gut überein. Alle Werte zusammengefasst sind in Anhang A zu finden. Eine Übersicht über die Abweichungen der Werte untereinander in Relation zu den Ergebnissen von Melzer sind in Bild 13 Seite 42 zu finden.

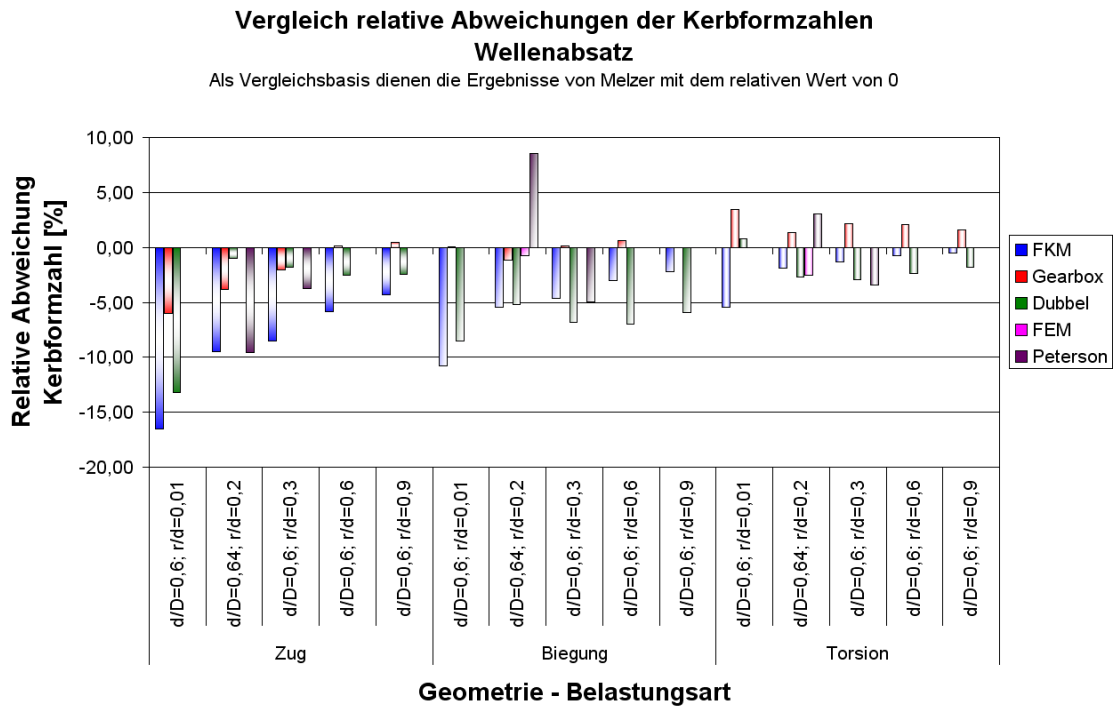


Bild 13: Relative Abweichung der Kerbformzahlen am Wellenabsatz

Die großen Abweichungen mit der Berechnung nach Dubbel bei der Kerbe von $r/d=0,01$ liegen an dem sehr kleinen Kerbradius. Für alle anderen Geometrievarianten liegen die Abweichungen in einem vertretbaren Bereich von maximal 12%.

Für die Vergleiche wurden von der FEM-Berechnung (Bild 14, Seite 43) jene Werte mit dem parabolischem Ansatz herangezogen. Sie liefern aufgrund des höherwertigeren Elementansatzes genauere Ergebnisse.

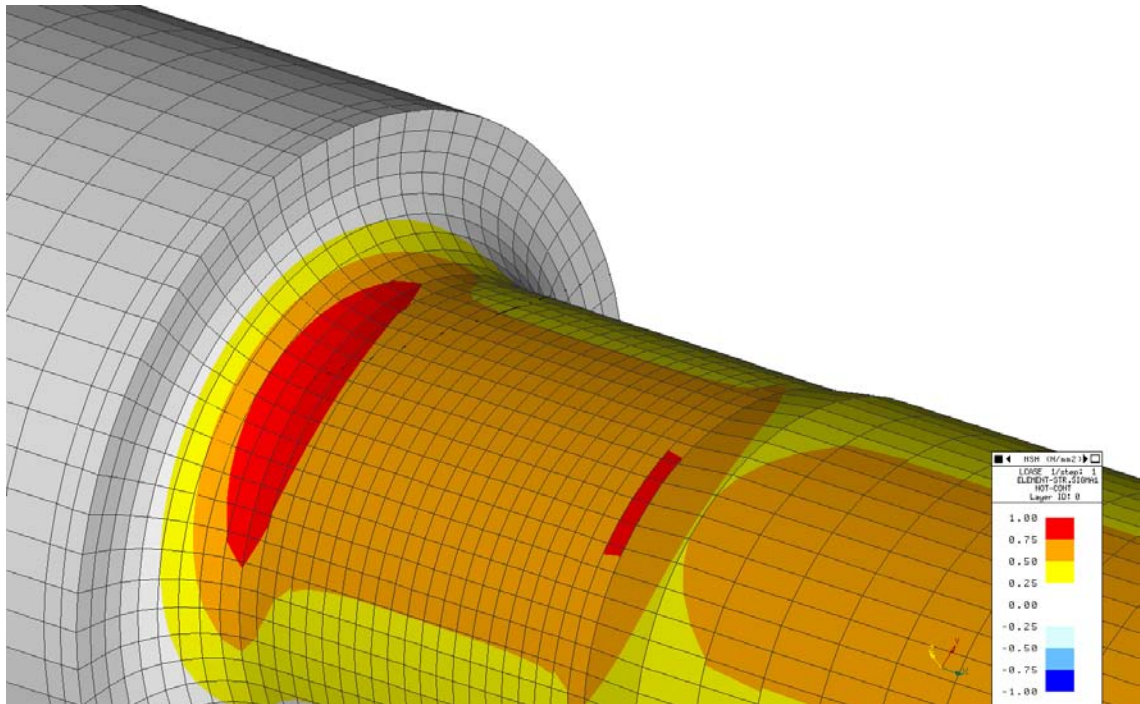


Bild 14: Welle mit Absatz auf Biegung (1Nm) belastet

3.3.3.5.2. Ergebnisse an der Welle mit Umlaufnut

Die Welle mit Umlaufnut ist von ihrer Geometrie aus [FKM-3] entnommen, die Verhältnisse für die Geometriewerte liegen bei $d/D=0,88$ und $r/d=0,09$. Die Stelle mit der größten Spannung ist in diesem Fall die in der Mitte der Welle gelegene Nut, siehe dazu Bild 15 auf Seite 44.

Im Gegensatz zum Wellenabsatz gibt es hier keine auffälligen Abweichungen (Bild 16, Seite 44). Die Berechnung nach den FKM-Richtlinien gibt vor allem für scharfe Kerben eine kleinere Kerbwirkungszahl (-8%) an, mit größer werdenden Kerbradius sinkt der Fehler auf unter 2%.

Die Abweichung von FEMSITE Gearbox tendiert eher zu größeren Kerbformzahlen, allerdings mit maximal 5%. Wendet man die Formel von Dubbel an so zeigt sie bis auf die scharfe Kerbe mit einem $r/d = 0,01$ durchwegs kleinere Kerbformzahlen. Die Abweichungen nach unten liegen bei Zug und Biegung im Mittel bei ca. 9%, für eine Belastung auf Torsion sind es ca. 5%. Für FE-Berechnung konnte eine gute Übereinstimmung ermittelt werden, hier liegen die Abweichungen für Zug und Biegung bei 1%, bei Torsion sind es 3%. Eine Übersicht über sämtliche Kerbformzahlen gibt es im Anhang A in Form einer Tabelle.

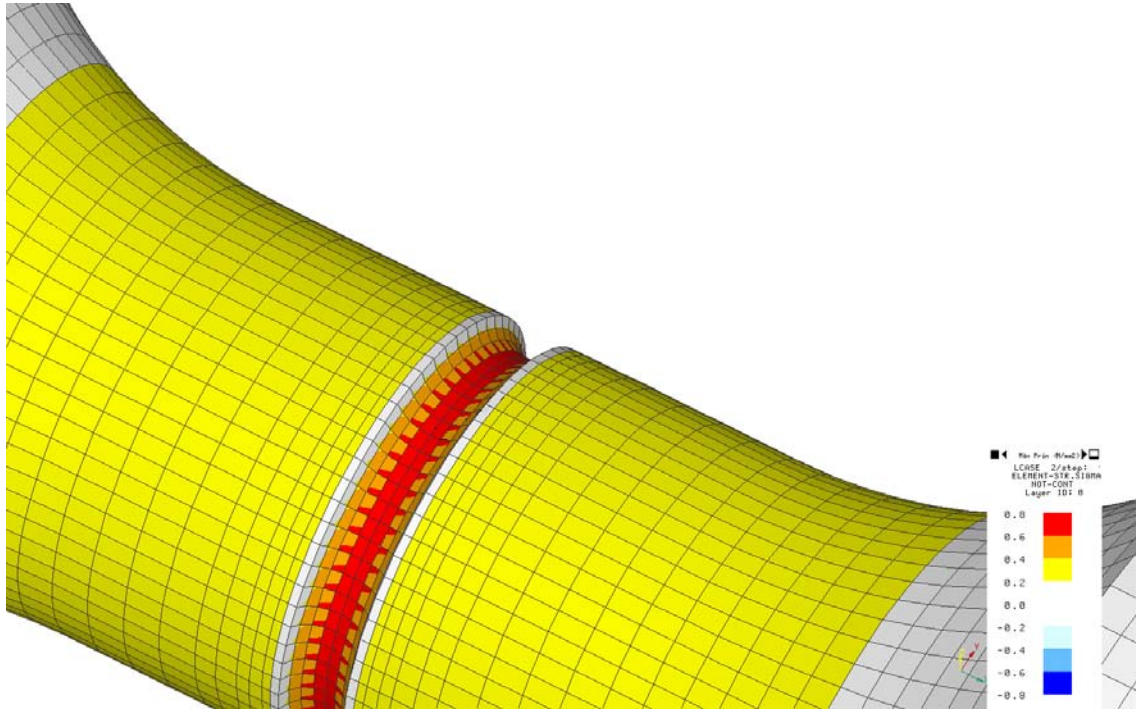


Bild 15: Welle mit Umlaufnut auf Torsion (1Nm) belastet

Vergleich relative Abweichung der Kerbformzahlen Umlaufnut

Als Vergleichsbasis dienen die Ergebnisse von Melzer mit dem relativen Wert von 0

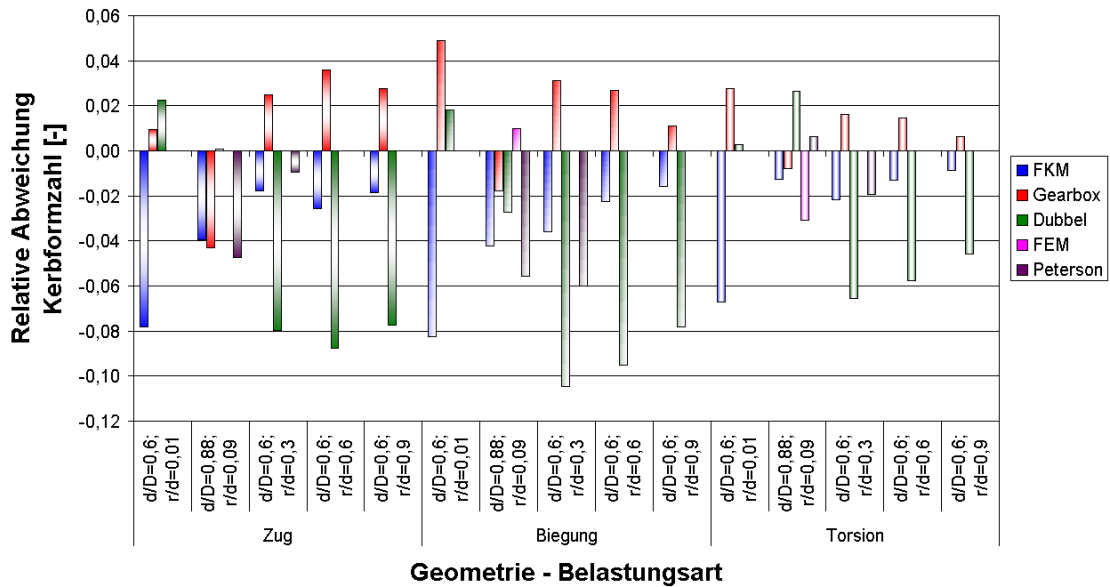


Bild 16: Relative Abweichung der Kerbformzahlen an einer Umlaufnut

3.3.4. Welleneinstich

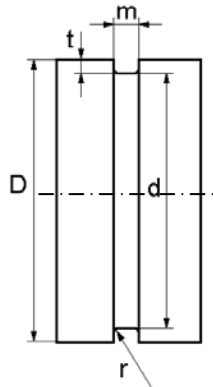


Bild 17: Welleneinstich

Der Welleneinstich ist in seinen Abmessungen durch die DIN 471 festgelegt. Der Radius r entspricht $0,1 \cdot$ Ringbreite.

3.3.4.1. Berechnung nach den FKM-Richtlinien

Für den Welleneinstich geben die FKM-Richtlinien nur Kerbwirkungszahlen an.

$$K_f = A \cdot \left(B + C \cdot \sqrt{\frac{D-d}{2 \cdot r_f}} \right) \quad [-] \quad (44)$$

$$r_f = r + 2,9 \cdot \rho^* \quad [mm] \quad (45)$$

K_f	...	Kerbwirkungszahl	[-]
D	...	Wellendurchmesser	[mm]
d	...	Kerbgrunddurchmesser	[mm]
r	...	Kerbradius	[mm]
r_f	...	Ersatzradius	[mm]
ρ^*	...	Ersatzstrukturlänge	[mm]

	Zug	Biegung	Torsion
A	0,9	0,9	1
B	1,27	1,14	1,48
C	1,17	1,08	0,45

Tabelle k: Kennwerte für den Welleneinstich bei den FKM-Richtlinien

<i>Werkstoff</i>	ρ^*
Austenitischer Stahl	0,3
Stahl, $R_m \leq 500 \text{ N/mm}^2$	0,1
Stahl, $R_m \geq 500 \text{ N/mm}^2$	0,05
Stahlguss und GGG	0,4

Tabelle I: *Ersatzstrukturlänge in Abhängigkeit vom Werkstoff*

Mit ρ^* wird die Ersatzstrukturlänge bezeichnet, Bild 18, und ist eine Werkstoffkonstante. In den FKM-Richtlinien ist dazu die Tabelle I angegeben. Eine auch allgemein gebräuchliche Näherungsformel zeigt Formel 28 auf Seite 30. Die im Kerbgrund auftretenden hohen Spannungen werden durch Mikrofließen innerhalb einer dünnen Werkstoffschicht abgebaut und damit senkt sich die maximal auftretende Spannung. Die Dicke der Schicht in der dieser Spannungsausgleich stattfindet entspricht der Ersatzstrukturlänge. An die Stelle des Spannungsverlaufs für den Kerbradius ρ tritt durch die Mikrostützwirkung ein fiktiver Ersatzradius ρ_F . Der Spannungswert reduziert sich von $\sigma_{\text{theoretisch}}$ auf σ_{max} .

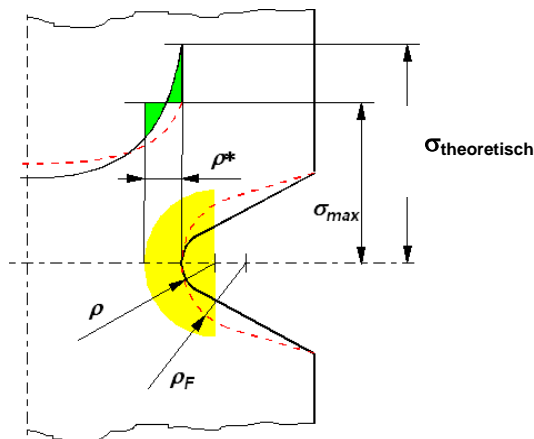


Bild 18: *Kerbradius und Ersatzradius*

3.3.4.2. *Berechnung nach FEMSITE Gearbox*

In FEMSITE Gearbox erfolgt die Berechnung der Kerbformzahlen über den Weg der Kerbwirkungszahlen. Die Werte für die Kerbwirkungszahlen sind bekannt und mit der dynamischen Stützzahl v_D ergeben sie die gewünschten Kerbformzahlen.

$$\alpha_K = \beta_K \cdot v_D \quad [-] \quad (46)$$

	<i>Zug</i>	<i>Biegung</i>	<i>Torsion</i>
β_K	2,2	2,2	1,8

Tabelle m: *Kerbwirkungszahlen für den Welleneinstich Niemann*

3.3.4.3. Berechnung nach Melzer

$$\alpha_K = -A \cdot \frac{r}{t} + B \quad [-] \quad (47)$$

r ... Kerbradius [mm]
 t ... Kerbtiefe [mm]

	Zug	Biegung	Torsion
A	7,59	6,9	4,12
B	5,3	4,95	3,28

Tabelle n: Kennwerte für den Welleneinstich bei der Berechnung nach Melzer

3.3.4.4. Berechnung mit FEM

Der Welleneinstich ist eine geometrisch einfache Form wird aber in der Literatur nur mit β_K -Werten bedacht. Für den Spannungsverlauf störend sind die kleinen Radien welche eine scharfe Kerbe ergeben. Für die FE-Berechnung wurde im Bereich des Welleneinstichs eine sehr feine Vernetzung gewählt (Bild 19). Die Kantenlänge der Hexaeder beträgt hier nur 0,05mm in axialer Richtung, trotzdem erreicht das Netz nur eine Güte (= $\sigma_{\text{normal}}/\sigma_{\text{tangential}}$) von ca. 5%. Das ist zwar ein guter Wert doch wurde mit dieser feinen Vernetzung ein Wert von unter 1% erwartet.

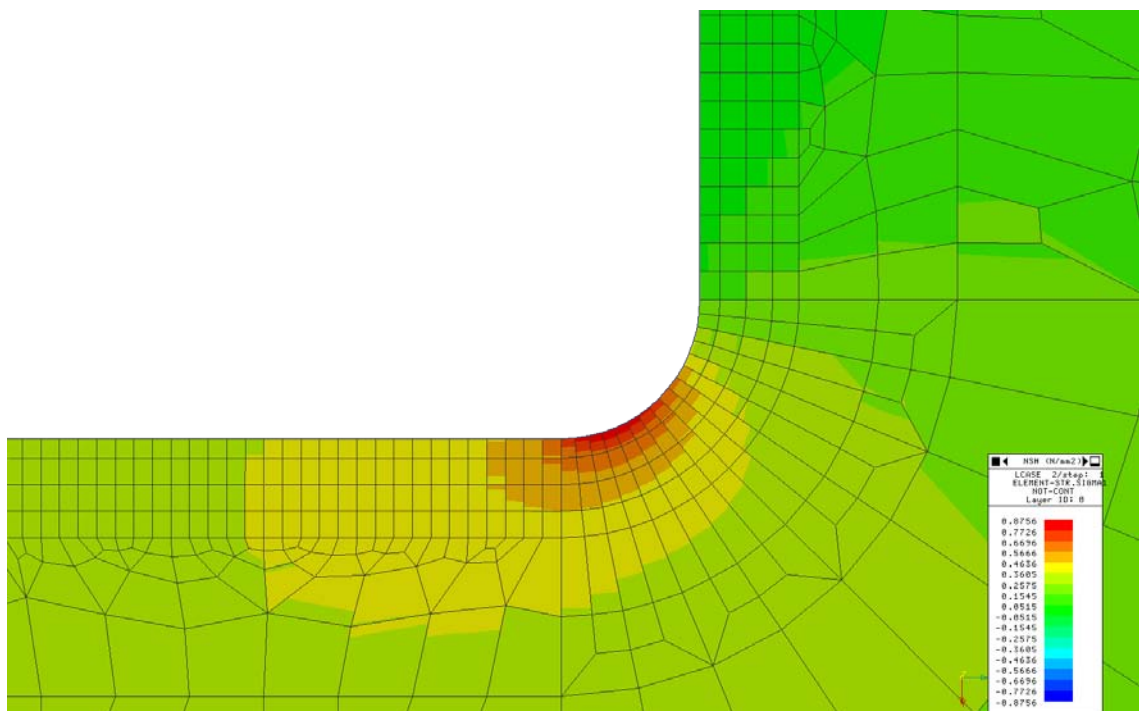


Bild 19: Spannungsverlauf im Radius bei Biegung (1Nm)

Bis auf den Belastungsfall Torsion mit einem Wellendurchmesser von 40mm stimmen die ermittelten Werte aus der FEM-Berechnung mit denen aus der Literatur [MELZER] gut überein,

siehe Bild 20. Der sehr kleine Radius im Welleneinstich macht eine Modellierung schwer. Der Radius muss mit ausreichend Elementen abgebildet werden, zu viele Elemente erfordern dagegen eine lange Rechenzeit. Erst durch Nutzung der Symmetrie mit entsprechenden Randbedingungen am FE-Modell gaben gute Ergebnisse für die auftretenden Spannungen. Die relativ hohe Abweichung der FE-Berechnung bei Torsion und dem Wellendurchmesser von 40mm liegt ebenfalls in der Modellierung. Die Elemente sind in Umfangsrichtung zu lang und damit treten Ungenauigkeiten bei der Spannungsermittlung auf.

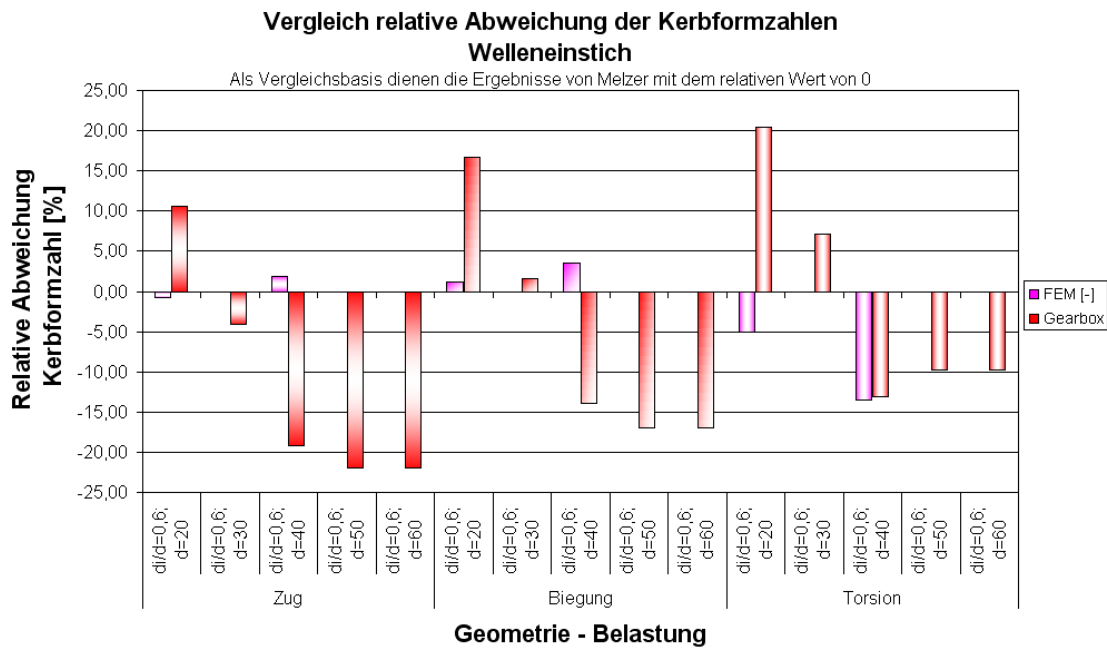


Bild 20: *Relative Abweichung der FE-Berechnung von den Berechnungen nach Melzer*

Die großen Abweichungen von FEMSITE Gearbox liegen in der vereinfachten Rechenweise wie sie in Kapitel 3.3.4.2. *Berechnung nach FEMSITE Gearbox* zu sehen ist. Die Kerbwirkungszahlen werden vereinfacht mit 2,2 für Zug und Biegung angenommen, für Torsion ist es 1,8. Mit Hilfe der dynamischen Stützzahl werden die Kerbformzahlen errechnet. Für die Vergleichsrechnung wurde ein Ck45 mit einem R_m von 850 N/mm^2 gewählt.

Hier hat sich gezeigt, dass, im Gegensatz zu den Ergebnissen aus der FE-Berechnung und denen von Melzer, die Kerbformzahlen mit steigendem Wellendurchmesser sinken, anstatt anzusteigen.

Der Grund für dieses Verhalten liegt in der Angabe konstanter Kerbwirkungszahlen unabhängig vom Wellendurchmesser. Die Berechnung der dynamischen Stützzahl (Formel 28, Seite 30) und des dabei verwendeten bezogenen Spannungsgradienten, Tabelle d auf Seite 30, ergibt bei steigendem Wellendurchmesser sinkende Werte für χ^* und damit sinkt die Kerbformzahl.

3.3.5. Querbohrung

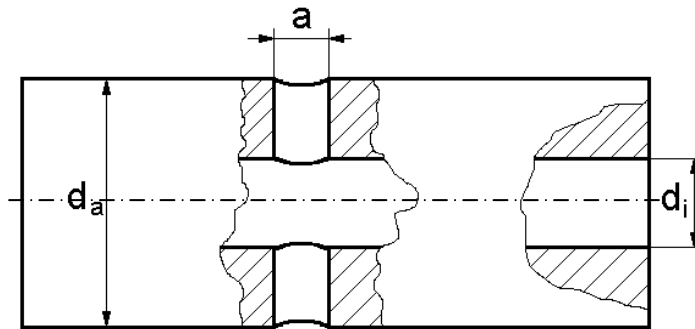


Bild 21: Skizze einer hohlgebohrten Welle mit Querbohrung

Die Welle mit Querbohrung und Hohlbohrung ist eine relativ häufige Geometrie um bei Getriebe- oder Kurbelwellen eine ausreichende Versorgung durch Schmierstoffe an schwer zugänglichen Stellen sicherzustellen. Diese Kerbform wird aber nur in wenigen Fällen gründlich behandelt, einen umfangreichen Datensatz findet man von Peterson [PETERSON]. Für Hohlwellen mit einer halben Querbohrung die nur bis zur Mitte reicht oder auch drei solcher Querbohrung 3x120° versetzt, sind keinerlei Daten für Vergleiche vorhanden.

Die in der Literatur angegebenen Kerbformzahlen beziehen sich alle auf die einfache Querbohrung.

3.3.5.1. Berechnung nach den FKM-Richtlinien

Die Berechnung erfolgt nach Formel 48 aus [FKM-RICHTLINIE-3].

$$K_{f,zd} = K_{f,b} = K_{f,t} = 1,54 + \frac{1}{2500} \cdot \frac{R_m}{\frac{N}{\text{mm}^2}} \quad [-] \quad (48)$$

Die Nennspannungen werden nach Formel 49 berechnet.

$$S_{zd} = \frac{F}{\frac{d^2 \cdot \pi}{4} - 2 \cdot r \cdot d} = 4 \cdot \frac{F}{d^2 \cdot \pi \left(1 - 4 \cdot \frac{d_Q}{d \cdot \pi}\right)}$$

$$S_b = \frac{M_b}{\frac{d^3 \cdot \pi}{32} - \frac{d^2 \cdot r}{3}} = 32 \cdot \frac{M_b}{d^3 \cdot \pi \left(1 - \frac{16}{3} \cdot \frac{d_Q}{d \cdot \pi}\right)} \quad \left[\frac{N}{\text{mm}^2} \right] \quad (49)$$

$$T_t = \frac{M_t}{\frac{d^3 \cdot \pi}{16} - \frac{d^2 \cdot r}{3}} = 16 \cdot \frac{M_t}{d^3 \cdot \pi \left(1 - \frac{8}{3} \cdot \frac{d_Q}{d \cdot \pi}\right)}$$

$K_{f,zd}, K_{f,b}, K_{f,t}$... Kerbwirkungszahl Zug/Druck, Biegung, Torsion	[-]
R_m	... Zugfestigkeit	[N/mm ²]
S_{zd}, S_b, T_t	... Nennspannung Zug/Druck, Biegung, Torsion	[N/mm ²]
d	... Wellendurchmesser	[mm]

r	... $=d_0/2$	[mm]
d_0	... Durchmesser Querbohrung	[mm]
F	... Zug-/Druckkraft	[N]
M_b, M_t	... Biegemoment, Torsionsmoment	[Nm]

3.3.5.2. Berechnung nach FEMSITE Gearbox

In der vorliegenden Version ist keine direkte Berechnungsmöglichkeit über eine einfache Auswahl der Kerbform möglich. Die Beurteilung findet bis jetzt durch die manuelle Eingabe von Kerbfaktoren nach den Diagrammen von Peterson, Kapitel 3.3.5.5. Berechnung nach Peterson, statt.

3.3.5.3. Berechnung nach Roloff/Matek

Die Kerbformzahlen α_k werden aus einem Diagramm ausgewählt, [ROLOFF-2] Mit dem Durchmesserverhältnis d/D kann aus dem Diagramm für die jeweilige Belastung eine Kerbformzahl abgelesen werden. Die Werte für Zug/Druck (2 bis 3) und Biegung (1,8 bis 3) liegen relativ eng zusammen und deutlich über denen von Torsion (1,38 bis 2). Zusammen mit den angegebenen Formeln für die Nennspannung lassen sich so die Spannungsspitzen ermitteln.

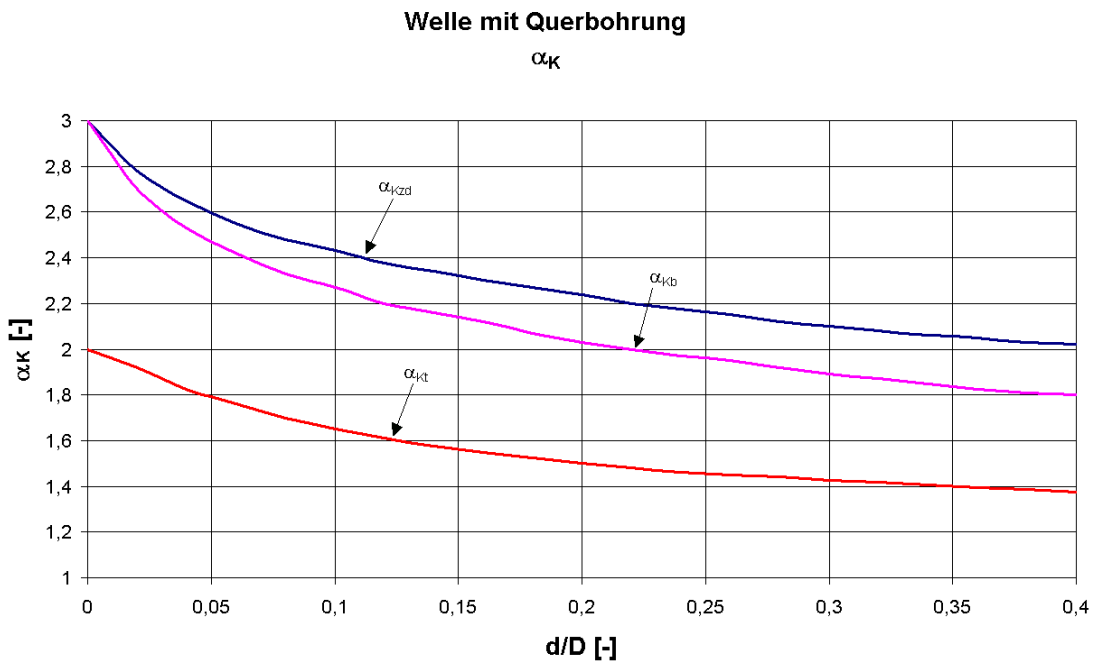


Bild 22: Kerbformzahlen für die Querbohrung einer Welle

$$\begin{aligned} \text{Zug : } \sigma_n &= \frac{F}{\frac{D^2 \cdot \pi}{4} - D \cdot d} \\ \text{Biegung : } \sigma_n &= \frac{M}{\frac{D^3 \cdot \pi}{32} - \frac{D^2 \cdot d}{6}} \\ \text{Torsion : } \tau_n &= \frac{T}{\frac{D^3 \cdot \pi}{16} - \frac{D^2 \cdot d}{6}} \end{aligned} \quad \left[\frac{N}{mm^2} \right] \quad (50)$$

σ_n	...	Zug/Druck-, Biegespannung	[N/mm ²]
τ_n	...	Torsionsspannung	[N/mm ²]
F	...	Normalkraft	[N]
M	...	Biegemoment	[Nmm]
T	...	Torsionsmoment	[Nmm]
D	...	Wellendurchmesser	[mm]
d	...	Bohrungsdurchmesser	[mm]

3.3.5.4. Berechnung nach Köhler/Rögnitz

Findet man unter [KOEHLER-7], mit den Werten:

$$\begin{aligned} \beta_{kb} &\geq 1,8 \text{ für } R_m \approx 500 \left[\frac{N}{mm^2} \right] \\ \beta_{kb} &= 2,3 \text{ für } R_m \approx 1000 \left[\frac{N}{mm^2} \right] \end{aligned} \quad \text{beide gelten für } \frac{D}{d} = 5,7 \quad [-] \quad (51)$$

β_{kb}	...	Kerbwirkungszahl	[-]
R_m	...	Zugfestigkeit	[N/mm ²]
D	...	Wellendurchmesser	[mm]
d	...	Bohrungsdurchmesser	[mm]

Für β_{kt} wird lediglich ein Bereich von 1,1 bis 4 angegeben.

3.3.5.5. Berechnung nach Peterson

Peterson bezieht seine Daten zwar aus Versuchen mit Spannungsoptik oder verweist auf Versuche anderer Wissenschaftler, jedoch sind seine K_t -Werte immer auch Kerbformzahlen. Entweder wird umgerechnet oder die Werte wurden nicht aus Versuchen sondern mathematisch ermittelt. Peterson gibt in seinen Diagrammen zumeist zwei Werte an $K_{t,g}$ und $K_{t,n}$. $K_{t,g}$ entspricht der Kerbformzahl bezogen auf den Querschnitt ohne Kerbe und $K_{t,n}$ ist wie α_K auf den Nettoquerschnitt bezogen. Eine grafische Darstellung ist in [PETERSON-6] zu sehen. Wie die Messwerterfassung erfolgte, wird leider nicht angegeben, ebenso wenig wie die Kurven geglättet wurden und wie groß der Fehler dabei ist. Die dort vorhandenen Kurvenverläufe wurden, um eine einfache analytische Berechnung durchführen zu können, zuerst wieder als Zahlenwerte ausgelesen und anschließend in ein Flächenpolynom umgewandelt. Bei der Umrechnung liegt der maximale Fehler jedoch bei ca. 2%, ist also bei den vielen Stationen welche die Stammdaten durchlaufen mussten, durchaus vertretbar.

Bei Peterson erfolgt die Umrechnung von K_{tg} auf K_{tn} über das Verhältnis der Fläche (A_{net}/A_{tube}) bzw. dem Widerstandsmoment (Z_{net}/Z_{tube} , J_{net}/J_{tube}). Der Index „net“ steht für den Nettoquerschnitt, „tube“ für den Bruttoquerschnitt der Hohlwelle. Dieses Verhältnis ist zur einfacheren Umrechnung nur eine Näherung, die jedoch mit guter Genauigkeit verwendet werden kann. Der Fehler liegt z.B. bei dem Flächenverhältnis für uniaxiale Belastung in den normal verwendeten Bereichen bei unter 1%. Mit großen Fehlern ist erst im Bereich gleicher Durchmesser von Querbohrung und Hohlbohrung sowie einer größeren Querbohrung als die Hohlbohrung zu rechnen. Ist keine Hohlbohrung vorhanden so ist der Fehler 0%. Für die leichter ablesbare Darstellung wird hier der Kurvenverlauf von K_{tg} angezeigt, die K_{tn} Werte sind teilweise in einem sehr engen Bereich und schwerer zu unterscheiden.

3.3.5.5.1. Flächen und Widerstandsmomente

Die folgenden Formeln sind aus drei Parametern a , d_a und d_i nach Bild 23 zusammengesetzt.

3.3.5.5.1.1. Halbe Querbohrung

$$A_{net} = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot (d_a^2 - d_i^2) - \frac{1}{2} \cdot a \cdot (d_a - d_i) \quad [mm^2] \quad (52)$$

$$W_b = Z_{net} = \frac{1}{32} \cdot \pi \cdot \left\{ d_a^3 \cdot \left[1 - \left(\frac{d_i}{d_a} \right)^4 \right] \right\} - \frac{1}{12} \cdot (a \cdot d_a^2) \cdot \left[1 - \left(\frac{d_i}{d_a} \right)^3 \right] [mm^3] \quad (53)$$

$$W_t = J_{net} = \frac{1}{16} \cdot \pi \cdot \left\{ d_a^3 \cdot \left[1 - \left(\frac{d_i}{d_a} \right)^4 \right] \right\} - \frac{1}{12} \cdot (a \cdot d_a^2) \cdot \left\{ 1 - \left(\frac{d_i}{d_a} \right)^3 + \left(\frac{a}{d_a} \right)^2 \cdot \left[1 - \left(\frac{d_i}{d_a} \right) \right] \right\} [mm^3] \quad (54)$$

3.3.5.5.1.2. Querbohrung

$$A_{net} = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot (d_a^2 - d_i^2) - a \cdot (d_a - d_i) \quad [mm^2] \quad (55)$$

$$W_b = Z_{net} = \frac{1}{32} \cdot \pi \cdot \left\{ d_a^3 \cdot \left[1 - \left(\frac{d_i}{d_a} \right)^4 \right] \right\} - \frac{1}{6} \cdot (a \cdot d_a^2) \cdot \left[1 - \left(\frac{d_i}{d_a} \right)^3 \right] [mm^3] \quad (56)$$

$$W_t = J_{net} = \frac{1}{16} \cdot \pi \cdot \left\{ d_a^3 \cdot \left[1 - \left(\frac{d_i}{d_a} \right)^4 \right] \right\} - \frac{1}{6} \cdot (a \cdot d_a^2) \cdot \left\{ 1 - \left(\frac{d_i}{d_a} \right)^3 + \left(\frac{a}{d_a} \right)^2 \cdot \left[1 - \left(\frac{d_i}{d_a} \right) \right] \right\} [mm^3] \quad (57)$$

3.3.5.5.1.3. Querbohrung 3x120°

$$A_{net} = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot (d_a^2 - d_i^2) - \frac{3}{2} \cdot a \cdot (d_a - d_i) \quad [mm^2] \quad (58)$$

$$W_b = Z_{net} = \frac{1}{32} \cdot \pi \cdot \left\{ d_a^3 \cdot \left[1 - \left(\frac{d_i}{d_a} \right)^4 \right] \right\} - \frac{1}{96} \cdot a \cdot \left\{ d_a^2 \cdot \left[11 + 3 \cdot \left(\frac{d_i}{d_a} \right) - 3 \cdot \left(\frac{d_i}{d_a} \right)^2 - 11 \cdot \left(\frac{d_i}{d_a} \right)^3 \right] + 12 \cdot a^2 \cdot \left[1 - \left(\frac{d_i}{d_a} \right) \right] \right\} \quad [mm^3] \quad (59)$$

$$W_t = J_{net} = \frac{1}{16} \cdot \pi \cdot \left\{ d_a^3 \cdot \left[1 - \left(\frac{d_i}{d_a} \right)^4 \right] \right\} - \frac{1}{24} \cdot a \cdot \left\{ d_a^2 \cdot \left[5 + 3 \cdot \left(\frac{d_i}{d_a} \right) - 3 \cdot \left(\frac{d_i}{d_a} \right)^2 - 5 \cdot \left(\frac{d_i}{d_a} \right)^3 \right] + 6 \cdot a^2 \cdot \left[1 - \left(\frac{d_i}{d_a} \right) \right] \right\} \quad [mm^3] \quad (60)$$

3.3.5.5.2. Uniaxiale Belastung

$$K_{tg} = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{gross}} = \frac{\sigma_{max}}{P} = \frac{\sigma_{max}}{4 \cdot \frac{P}{\pi \cdot (d^2 - d_i^2)}} \quad [-] \quad (61)$$

$$K_m = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{net}} = \frac{\sigma_{max}}{P} = K_{tg} \cdot \frac{A_{net}}{A_{tube}} \quad [-] \quad (62)$$

$$\frac{A_{net}}{A_{tube}} = 1 - \frac{4}{\pi} \cdot \frac{a}{d} \cdot \frac{1 - \left(\frac{d_i}{d} \right)}{1 - \left(\frac{d_i}{d} \right)^2} \quad [-] \quad (63)$$

K_{tg}	... Kerbformzahl bezogen auf den ungekerbten Querschnitt	[-]
K_m	... Kerbformzahl, entspricht dem α_K	[-]
σ_{max}	... Maximal auftretende Spannung	[N/mm ²]
σ_{gross}	... Nennspannung bezogen auf den ungekerbten Querschnitt	[N/mm ²]
σ_{net}	... Nennspannung bezogen auf den gekerbten Querschnitt	[N/mm ²]
P	... Belastung	[N]
A_{tube}	... Fläche des ungekerbten Querschnittes	[mm ²]
A_{net}	... Fläche des gekerbten Querschnittes	[mm ²]
a	... Querbohrungsdurchmesser	[mm]
d	... Wellendurchmesser	[mm]
d_i	... Welleninnendurchmesser	[mm]

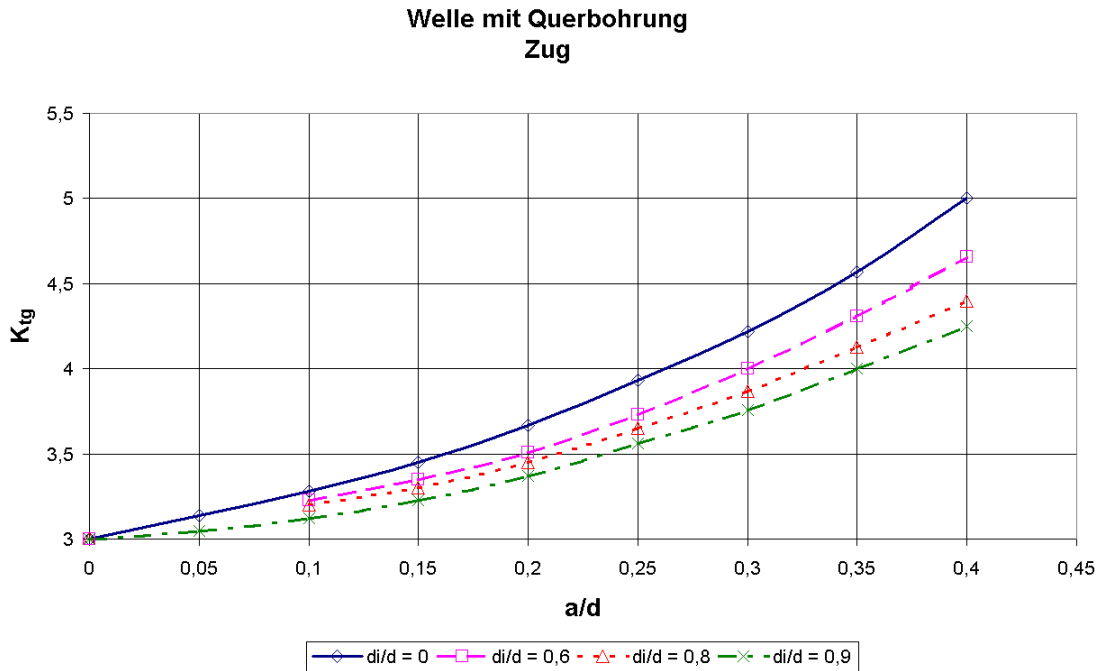


Bild 24: K_{tg} für eine Welle mit Querbohrung auf Zug/Druck beansprucht

3.3.5.5.3. Biegung

$$K_{tg} = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\text{gross}}} = \frac{\sigma_{\max}}{\frac{M}{Z_{\text{tube}}}} = \frac{\sigma_{\max}}{\frac{1}{2} \cdot \frac{M \cdot d}{I_{\text{tube}}}} = \frac{\sigma_{\max}}{\frac{32}{\pi} \cdot \frac{M \cdot d}{(d^4 - d_i^4)}} \quad [-] \quad (64)$$

$$K_{tn} = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\text{net}}} = \frac{\sigma_{\max}}{\frac{M}{Z_{\text{net}}}} = \frac{\sigma_{\max}}{\frac{M \cdot c}{I_{\text{net}}}} = K_{tg} \cdot \frac{Z_{\text{net}}}{Z_{\text{tube}}} \quad [-] \quad (65)$$

$$c = \sqrt{\left(\frac{1}{2} \cdot d\right)^2 - \left(\frac{1}{2} \cdot a\right)^2} \quad [mm] \quad (66)$$

$$\frac{Z_{\text{net}}}{Z_{\text{tube}}} = 1 - \frac{16}{3 \cdot \pi} \cdot \frac{a}{d} \cdot \frac{1 - \left(\frac{d_i}{d}\right)^3}{1 - \left(\frac{d_i}{d}\right)^4} \quad [-] \quad (67)$$

K_{tg}	... Kerbformzahl bezogen auf den ungekerbten Querschnitt	[-]
K_{tn}	... Kerbformzahl, entspricht dem α_K	[-]
σ_{\max}	... Maximal auftretende Spannung	[N/mm ²]
σ_{gross}	... Nennspannung bezogen auf den ungekerbten Querschnitt	[N/mm ²]
σ_{net}	... Nennspannung bezogen auf den gekerbten Querschnitt	[N/mm ²]
M	... Belastung	[Nm]
I_{tube}	... Flächenmoment 2. Ordnung des ungekerbten Querschnittes	[mm ⁴]
Z_{tube}	... Widerstandsmoment des ungekerbten Querschnittes	[mm ³]
I_{net}	... Flächenmoment 2. Ordnung des gekerbten Querschnittes	[mm ⁴]
Z_{net}	... Widerstandsmoment des gekerbten Querschnittes	[mm ³]
a	... Querbohrungsdurchmesser	[mm]

d ... Wellendurchmesser [mm]
 d_i ... Welleninnendurchmesser [mm]

**Welle mit Querbohrung
 Biegung**

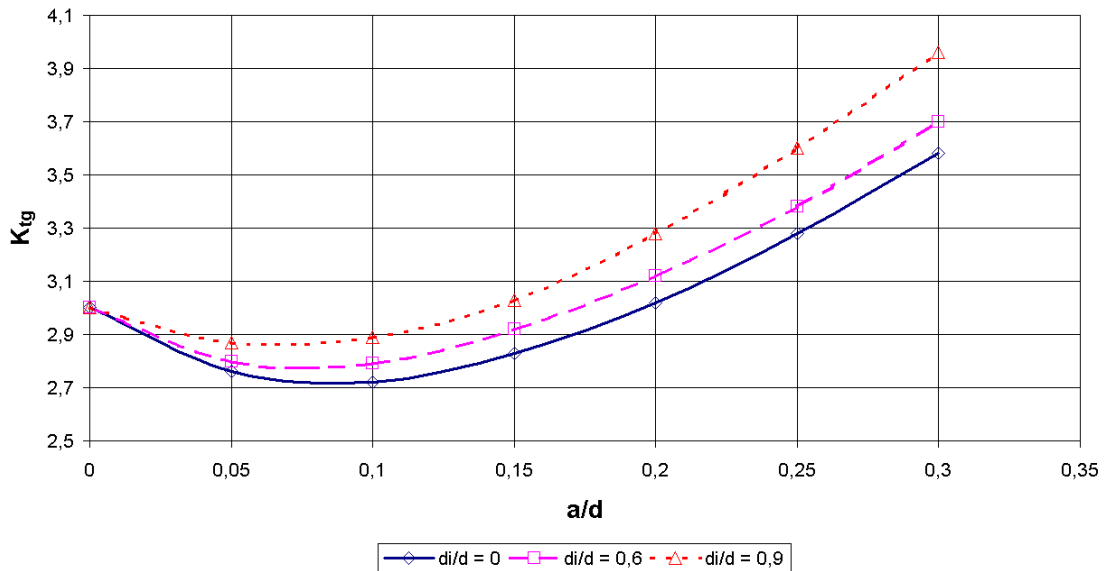


Bild 25: K_{tg} für eine Welle mit Querbohrung auf Biegung beansprucht

3.3.5.5.4. Torsion

Peterson definiert in [PETERSON-1] die Kerbwirkungszahlen für Querbohrungen in (Hohl-)Wellen über folgenden Zusammenhang.

$$K_{tg} = \frac{\sigma_{\max}}{\tau_{\text{gross}}} = \frac{\sigma_{\max}}{\frac{1}{2} \cdot \frac{T \cdot d}{J_{\text{tube}}}} = \frac{\sigma_{\max}}{\frac{16}{\pi} \cdot \frac{T \cdot d}{(d^4 - d_i^4)}} \quad [-] \quad (68)$$

$$K_m = \frac{\sigma_{\max}}{\tau_{\text{net}}} = \frac{\sigma_{\max}}{\frac{1}{2} \cdot \frac{T \cdot d}{J_{\text{net}}}} = K_{tg} \cdot \frac{J_{\text{net}}}{J_{\text{tube}}} \quad [-] \quad (69)$$

$$\frac{J_{\text{net}}}{J_{\text{tube}}} = 1 - \left(\frac{8}{3 \cdot \pi} \right) \cdot \left(\frac{a}{d} \right) \cdot \frac{\left\{ \left[1 - \left(\frac{d_i}{d} \right)^3 \right] + \left(\frac{a}{d} \right)^2 \cdot \left[1 - \left(\frac{d_i}{d} \right) \right] \right\}}{1 - \left(\frac{d_i}{d} \right)^4} \quad [-] \quad (70)$$

K_{tg} ... Kerbformzahl bezogen auf den ungekerbten Querschnitt [-]
 K_m ... Kerbformzahl, entspricht dem α_K [-]
 σ_{\max} ... Maximal auftretende Spannung [N/mm²]
 τ_{gross} ... Scherspannung bezogen auf den ungekerbten Querschnitt [N/mm²]
 τ_{net} ... Scherspannung bezogen auf den gekerbten Querschnitt [N/mm²]
 T ... Belastung [Nm]
 J_{tube} ... Polares Widerstandsmoment des ungekerbten Querschnittes [mm³]
 J_{net} ... Polares Widerstandsmoment des gekerbten Querschnittes [mm³]
 a ... Querbohrungsdurchmesser [mm]

d ... Wellendurchmesser [mm]
 d_i ... Welleninnendurchmesser [mm]

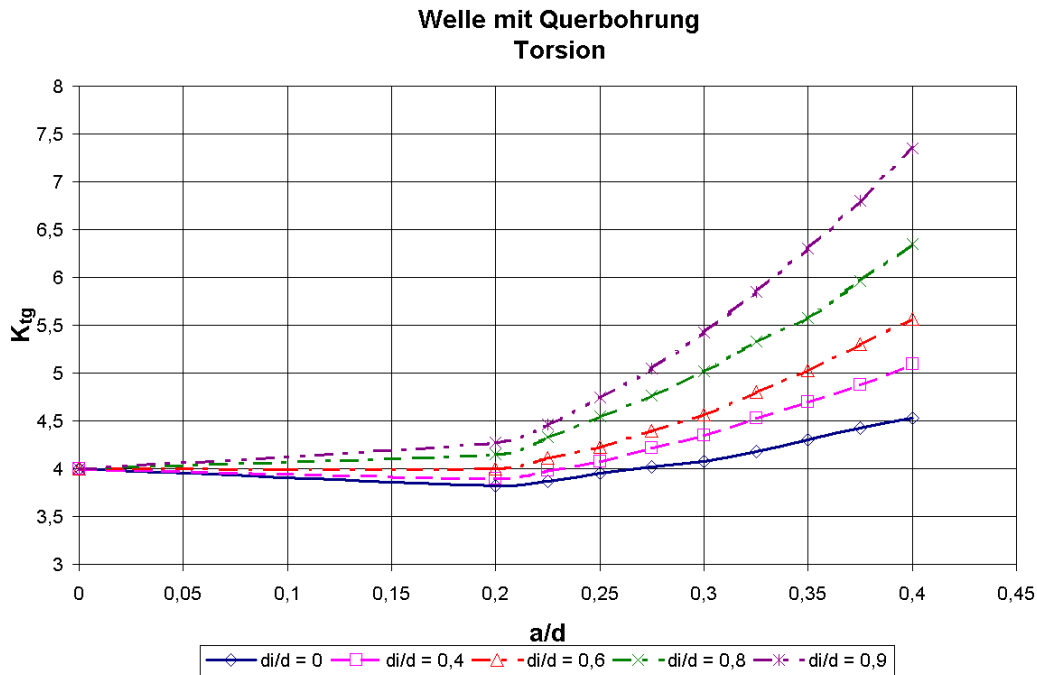


Bild 26: K_{tg} für eine Welle mit Querbohrung auf Torsion beansprucht

Für eine bessere Handhabung wurde die Fläche welche die unterschiedlichen Kurven für Torsion aufspannt in ein Polynom 2. Grades umgewandelt. Dies ermöglicht eine einfache Einbindung in ein Berechnungsprogramm.

$$K_m = \left\{ \left[2,47 \cdot \left(\frac{d_i}{d} \right) + 0,195 \right]^3 - 6,37 \right\} \cdot \left(\frac{a}{d} \right)^2 + 5,27 \cdot \left(\frac{a}{d} \right) - 0,03 + 4 \left(\frac{1}{3 \cdot \left(\frac{a}{d} \right) + 1} \right) \quad [-] \quad (71)$$

Nach Thum und Kirmser [PETERSON-3] liegt die maximale Spannung nicht an der Wellenoberfläche, sondern ein klein wenig darunter an der Bohrunginnenfläche. Die größte Scherspannung liegt in einem Winkel von 45° zur größten Normalspannung.

$$\tau_{\max} = \frac{1}{2} \cdot \sigma_{\max}$$

Die Kerbfaktoren für die größte Schubspannung können damit folgend definiert werden:

$$K_{tsg} = \frac{1}{2} \cdot K_{tg} \quad [-] \quad (72)$$

$$K_{tsn} = \frac{1}{2} \cdot K_{tn} \quad [-] \quad (73)$$

K_{tg} ... Kerbfornzahl bezogen auf den ungekerbten Querschnitt [-]
 K_{tn} ... Kerbfornzahl, entspricht dem α_K [-]
 K_{tsg} ... Kerbfornzahl für Schubbeanspruchung, ungekerbter Querschnitt [-]

K_{tsn} ... Kerbformzahl für Schubbeanspruchung [-]

3.3.5.6. Berechnung mit FEM

Die Modelle wurden wegen der Möglichkeit der automatischen Vernetzung durchgehend aus Tetraederelementen aufgebaut. Der Oberflächenbereich der Querbohrung wurde dabei in einem schmalen Bereich fein vernetzt während für das restliche Modell größere Elemente verwendet wurden, siehe Bild 27, der Modellierungsaufwand ist jedoch kaum größer.

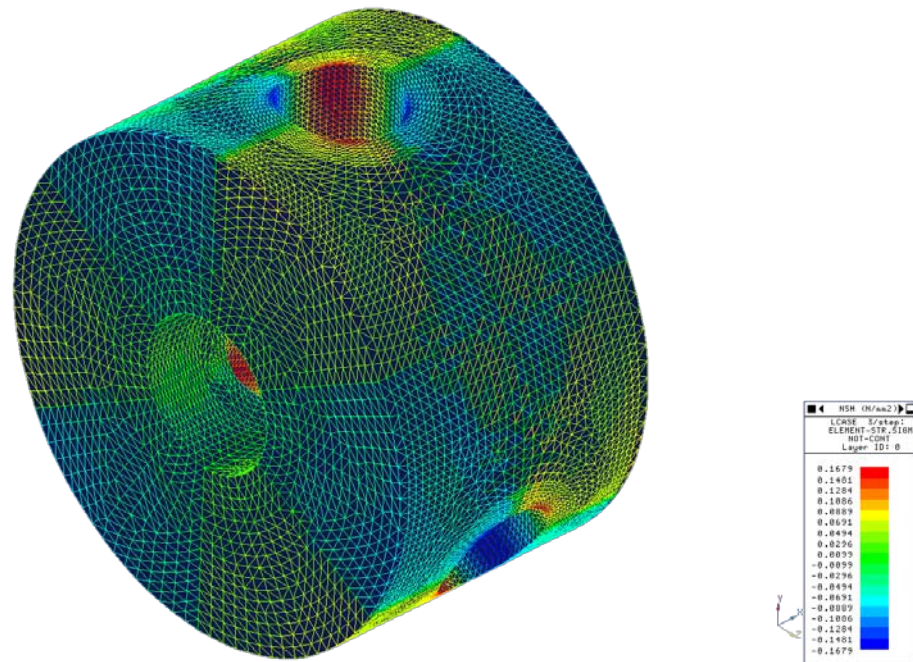


Bild 27: Darstellung der Vernetzung im Bereich der Querbohrung, hier bei Torsion (1 Nm)

Ein Gütewert von 2,64% für Torsion ist eine gute Näherung des ebenen Spannungszustandes an der Oberfläche. Als Werkstoff wurde für alle Modelle Stahl mit einem E-Modul von 208300 N/mm² und einem ν von 0,29 verwendet, der Wellendurchmesser wurde mit 50mm gewählt.

Die Nennspannung ist je nach vorhandenem Flächenanteil gestiegen oder gesunken (siehe Bild 28), die Spannungsspitzen (Bild 29) haben sich dabei nur um wenige Prozente geändert.

Vergleich der Nennspannungen Querbohrung - Zug

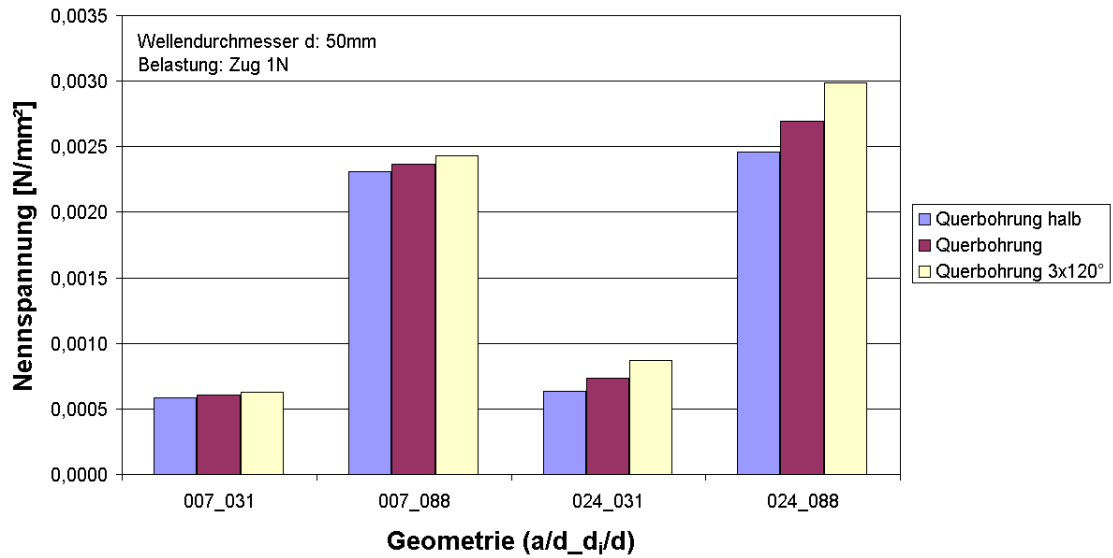


Bild 28: Vergleich der Nennspannungen bei Zug (1N) an den drei untersuchten Querbohrungsformen

Vergleich der Spannungsspitzen Querbohrung - Zug

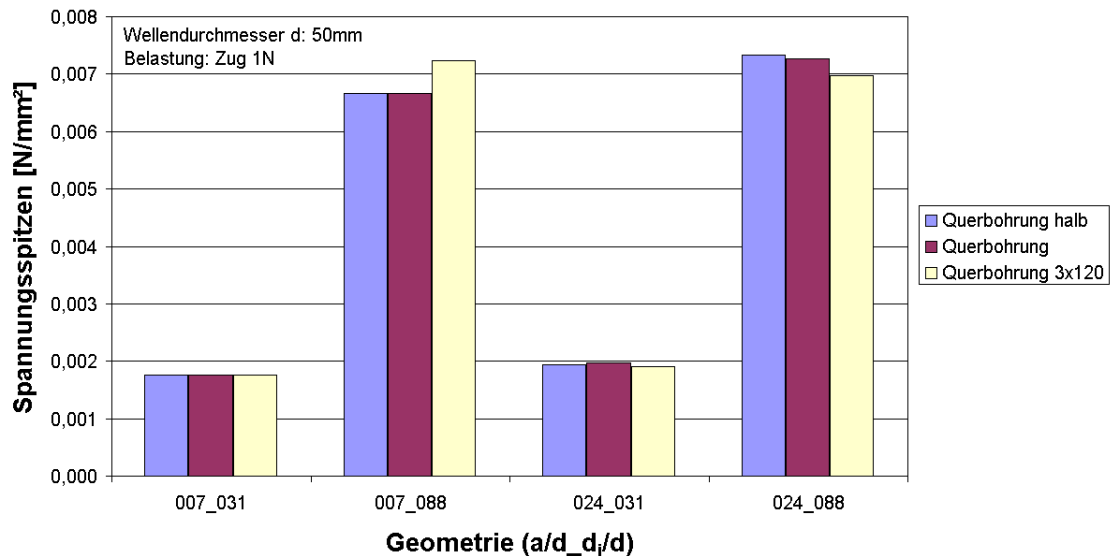


Bild 29: Vergleich der Spannungsspitzen bei Zug (1N) an den drei untersuchten Querbohrungsformen

Ebenfalls bestätigt werden konnte der in der Literatur angegebene Ort der maximalen Spannung. Er liegt an der Oberfläche der Querbohrung, etwas unterhalb der Wellenoberfläche, siehe Bild 30. Ein Ansenken der Querbohrung hat damit keinen positiven Einfluss auf den Spannungsverlauf und deren Spannungsspitzen.

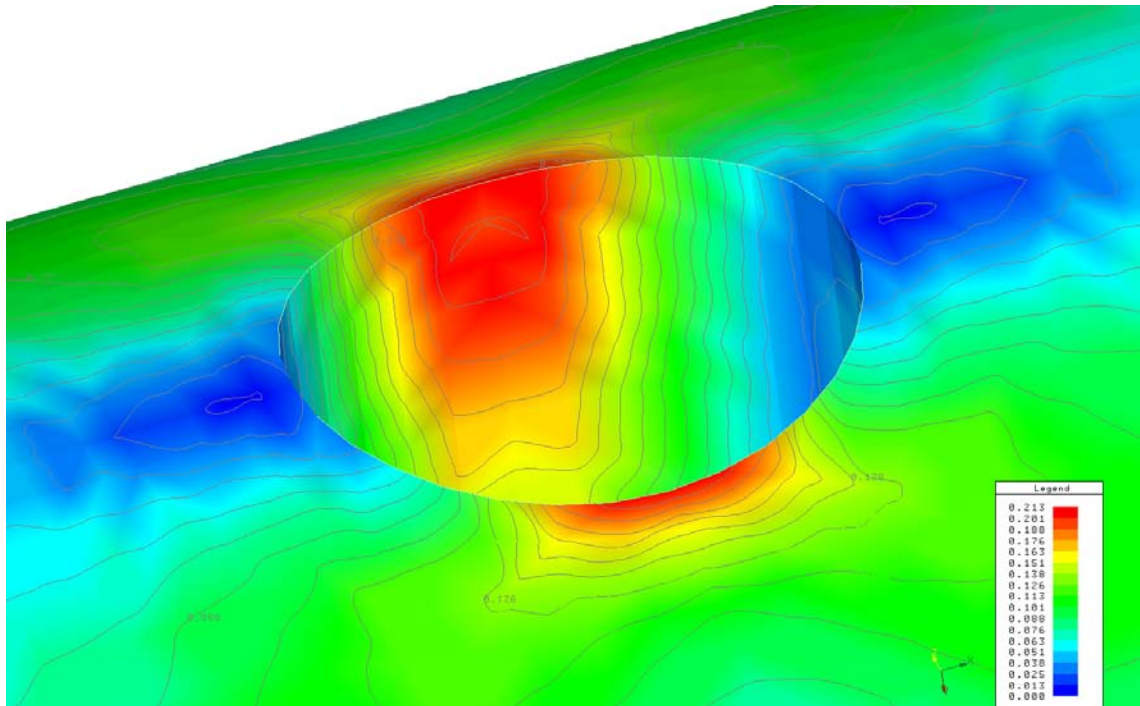


Bild 30: Spannungsverlauf bei Biegung (1Nm) mit Isolinien

Die Belastung durch Torsion dreht die maximalen Spannungen auf 45° zur Längsachse, in Bild 31, Seite 59 ist dieses Verhalten gut zu erkennen.

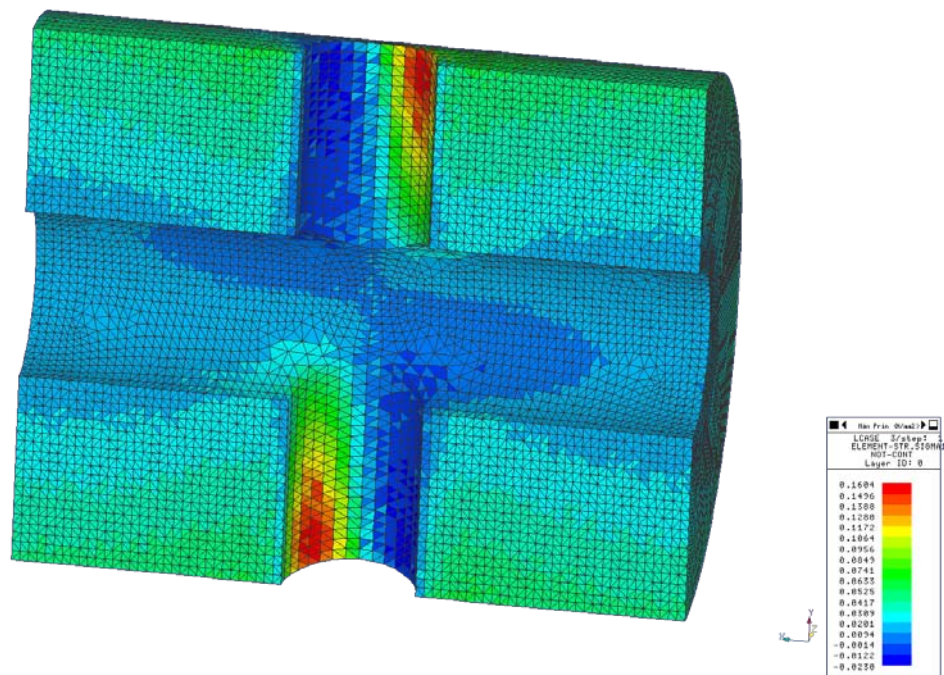


Bild 31: Querbohrung auf Biegung (1Nm) belastet

Trotz mehrerer Kerben sinkt die Kerbformzahl mit der Anzahl der Querbohrungen da die tragende Fläche ebenfalls weiter sinkt und ein ansteigen der Nennspannung bewirkt. Dieser Effekt ist bei den größeren Querbohrungen ($a/d=0,24$) stärker ausgeprägt als bei den relativ kleinen Querbohrungen die aber dafür eine stärkere Überhöhung der Spannungsspitzen kennzeichnet (schärfere Kerbe).

Die Querbohrung mit $3 \times 120^\circ$ hat bei einer Beanspruchung auf Zug/Druck die kleinste Kerbformzahl. Für die Biegung liegen die Nennspannungen zwischen denen einer halben und vollen Querbohrung, siehe Bild 32. Grund ist das Widerstandsmoment, welches durch die Querbohrungen zwar kleiner ist als jenes mit der halben Querbohrung, aber durch die seitliche 60° Versetzung größer als von der vollen Querbohrung.

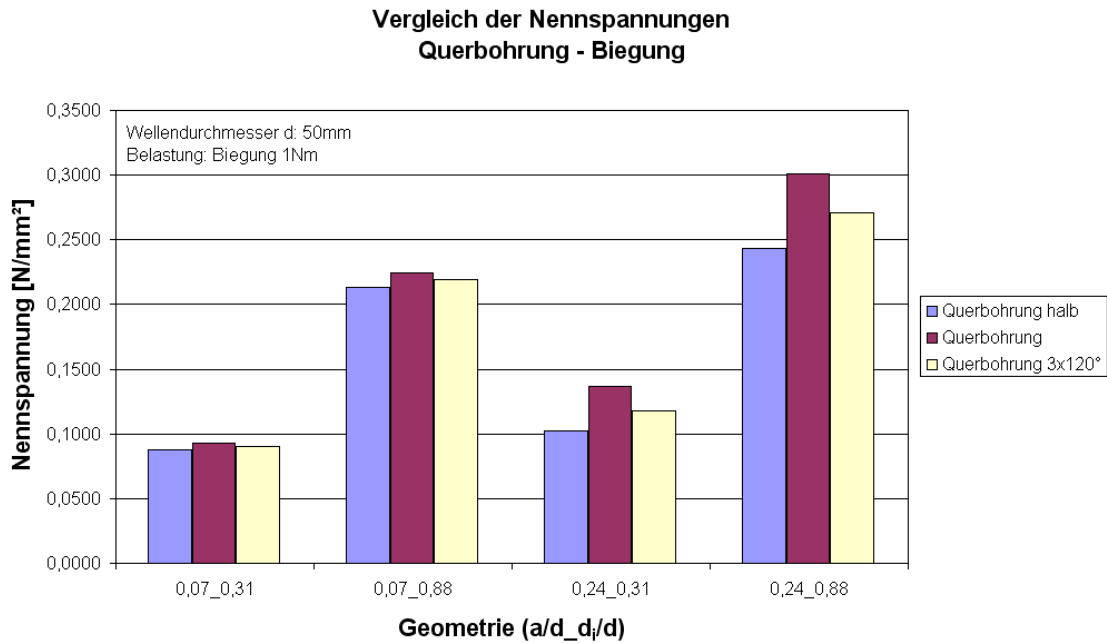


Bild 32: Vergleich der Nennspannungen bei Biegung (1Nm) an den drei untersuchten Querbohrungsformen

Für die Torsion liegen die Nennspannungen entsprechend dem geringeren Querschnitt höher, die Spannungsspitzen bewegen sich auf dem gleichen Niveau wie für die anderen Geometrien. Erst für das Extrembeispiel einer großen Hohlbohrung und Querbohrung fallen diese deutlich ab.

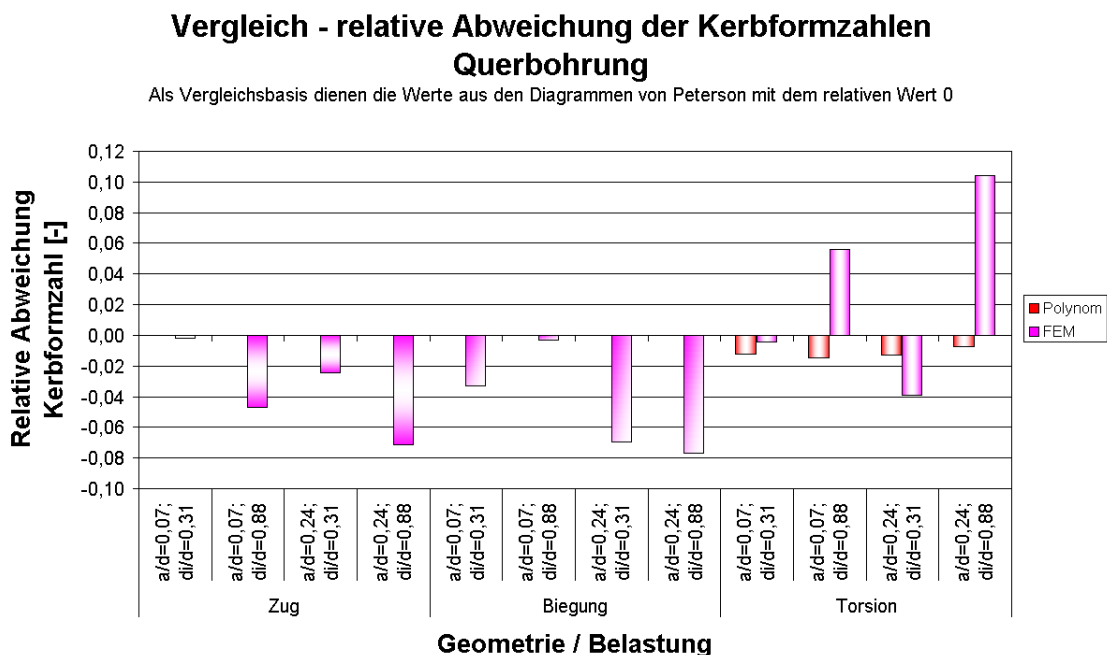


Bild 33: Relative Abweichung der Kerbformzahlen an einer Querbohrung

Die, im Vergleich zu den restlichen Ergebnissen, großen Abweichungen der FE-Berechnung bei der Geometrie $a/d=0,24$ und $d_i/d=0,88$ liegt im extremen Geometrieverhältnis. Eine Welle mit diesen Verhältnissen gleicht einem dünnwandigen Rohr mit Querbohrung, siehe dazu Bild 34, Seite 61. Dadurch ergeben sich in radialer Richtung nur wenige Elemente und entsprechend größere Ungenauigkeiten im Spannungsverlauf.

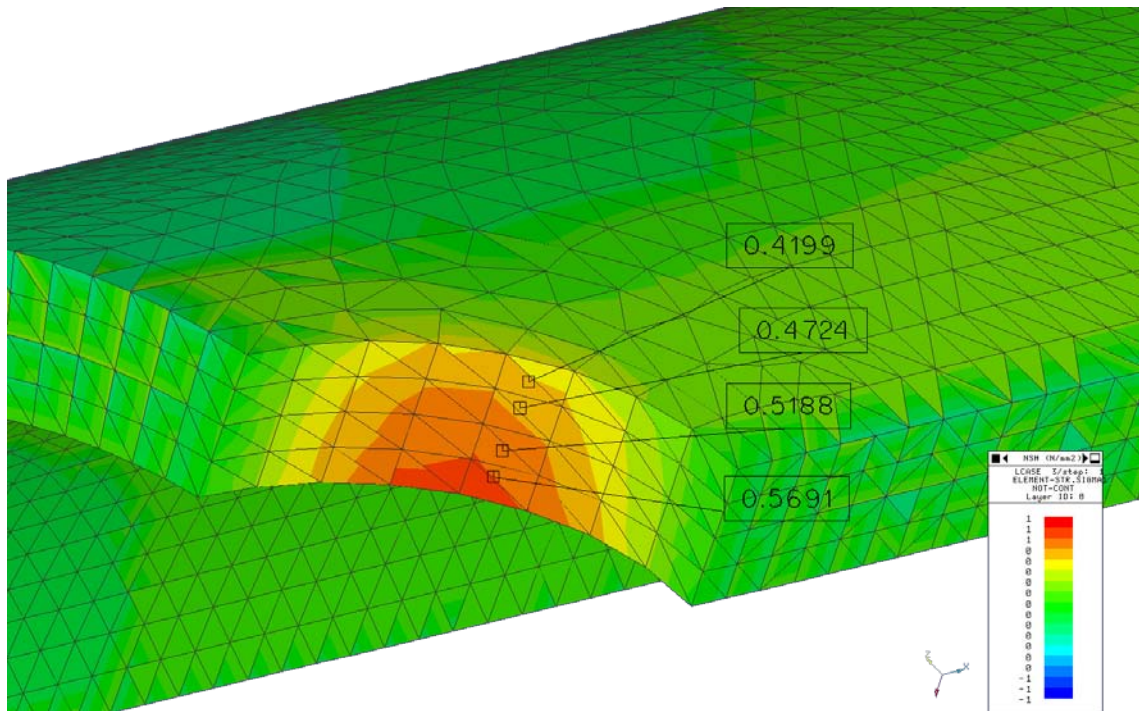


Bild 34: Ausschnitt von einer Welle mit großer Innen- und Querbohrung bei Torsion (1Nm)

3.3.6. Steckverzahnung

Die Steckverzahnung gehört zu den Welle-Nabe-Verbindungen, wobei es hier eine Unterscheidung zwischen den einzelnen Zahngeometrien gibt. Die Verzahnung der Keilwelle besteht aus zwei parallelen Flanken je Zahn, siehe Bild 35 (entnommen aus [ROLOFF]).

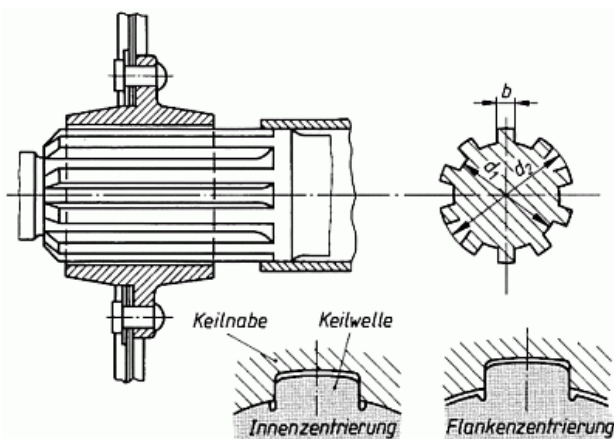


Bild 35: Darstellung einer Steckverzahnung

Das Kerbzahnprofil und das Evolventenzahnprofil unterscheiden sich im Gegensatz zur Keilwelle als zwei zulaufenden Flanken. Das Kerbzahnprofil in Bild 36a besitzt gerade Flanken

während das Evolventenzahnprofil eine Evolvente als Flankenkurve besitzt, siehe dazu Bild 36c (aus [ROLOFF]).

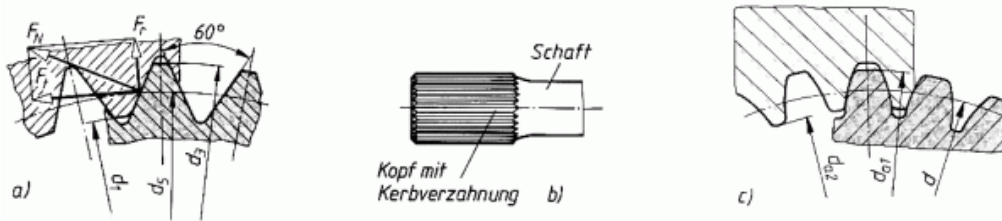


Bild 36: Detailsicht der Zahnformen für eine Steckverzahnung

3.3.6.1. Berechnung nach den FKM-Richtlinien

3.3.6.1.1. Kerbwirkungszahlen für Zug/Druck und Biegung

$$\begin{aligned}
 K_{f,b} &= 1 + 0,45 \cdot (K_{f,t} - 1) \quad \dots \quad \text{Keilwellen} \\
 K_{f,b} &= 1 + 0,65 \cdot (K_{f,t} - 1) \quad \dots \quad \text{Zahnwellen} \\
 K_{f,Ev} &= 1 + 0,75 \cdot (K_{f,t} - 1) \quad \dots \quad \text{Keilwellen, Zahnwellen und} \\
 &\quad \text{Kerbzahnwellen mit Evolventenverzahnung}
 \end{aligned}
 \quad [-] \quad (74)$$

$K_{f,t}$... Kerbwirkungszahl; Torsion [-]
 $K_{f,b}$... Kerbwirkungszahl; Zug/Druck, Biegung bei Keil- und Zahnwellen [-]
 $K_{f,Ev}$... Kerbwirkungszahl; Zug/Druck, Biegung bei Evolventenzahnwellen. [-]

Bei der Evolventenverzahnung wird der Faktor $K_{f,t}$ je nach Spannungsart und Verzahnung berechnet und eingesetzt.

Für Keilwellen, Zahnwellen und Kerbzahnwellen aus einsatzgehärtetem Einsatzstahl gilt:

$$K_{f,RSV} = 1 \quad [-] \quad (75)$$

Gleichzeitig wird auf folgende Formel verwiesen

$$K_{f,RSV} = \frac{Wf_{n-gek,n-verf}}{Wf_{gek,verf}} \quad [-] \quad (76)$$

$Wf_{n-gek,n-verf}$... Wechselfestigkeit nicht gekerbte, nicht verfestigte Probe [N/mm²]
 $Wf_{gek,verf}$... Wechselfestigkeit gekerbte und verfestigte Probe [N/mm²]
 $K_{f,RSV}$... Kerbwirkungszahl bei Randschichtverfestigung [-]

Die Kerbwirkungszahlen gelten für den Übergang des gekerbten in den ungekerbten Teil der Welle, siehe Bild 36b.

3.3.6.1.2. Kerbwirkungszahl für Torsion

Die Kerbwirkungszahlen für Torsion gelten für alle Zahnformen der Steckverzahnung und werden nach Formel (77) berechnet.

$$K_{f,t} = e^{4,2 \cdot 10^{-7} \cdot R_m^2} \quad [-] \quad (77)$$

3.3.6.2. Berechnung nach FEMSITE Gearbox

Die Vorgehensweise ähnelt jener wie sie beim Welleneinstich angewendet wird. Die Kerbformzahl wird mittels eines Umrechnungsfaktors aus der dynamischen Stützwirkung ermittelt.

$$\alpha_K = \beta_K \cdot v_D \quad [-] \quad (78)$$

	Zug	Biegung	Torsion
β_K	1	1,7	1,6

3.3.6.3. Berechnung nach Roloff/Matek

Es werden keine Kerbformzahlen angegeben, nur in Abhängigkeit von der Flankengeometrie finden sich Bereiche in denen sich die Kerbwirkungszahl befinden kann. Eine Entscheidung welche Kerbwirkungszahl man wählt ist dem Anwender selbst überlassen.

3.3.6.3.1. Keilwellen

Die Überprüfung erfolgt hier auf die vorhandene mittlere Flächenpressung, ist aber erst dann nötig wenn man sehr kurze Naben einsetzt. Hält man sich an einen ausreichenden Wellendurchmesser sowie normalen Nabenabmessungen wie sie im Tabellenbuch angegeben sind, ist eine Überprüfung nicht erforderlich.

$$\text{Parallele-Flanken: } R_m = 300 - 1200 \left[\frac{N}{mm^2} \right] \quad \beta_{kb} = 1,6 - 2,2 \quad \beta_{kt} = 1,4 - 1,8 \quad [-] \quad (79)$$

$$\text{Evolventen-Flanken: } R_m = 300 - 1200 \left[\frac{N}{mm^2} \right] \quad \beta_{kb} = 1,1 - 1,8 \quad \beta_{kt} = 1,1 - 1,6 \quad [-] \quad (80)$$

3.3.6.3.2. Zahnwellen

3.3.6.3.2.1. Kerbwirkungszahlen

$$R_m = 300 - 1200 \left[\frac{N}{mm^2} \right] \quad \beta_{kb} = 1,1 - 1,6 \quad \beta_{kt} = 1,1 - 1,9 \quad [-] \quad (81)$$

3.3.7. Passfedernut

Für die Passfedernut, Bild 37, konnte nur in den FKM-Richtlinien eine Möglichkeit auf die Berechnung von Kerbwirkungszahlen gefunden werden. Wie bei den Steckverzahnungen wird sonst nur die Flankenpressung überprüft und Wertebereiche für die Kerbwirkungszahlen angegeben.

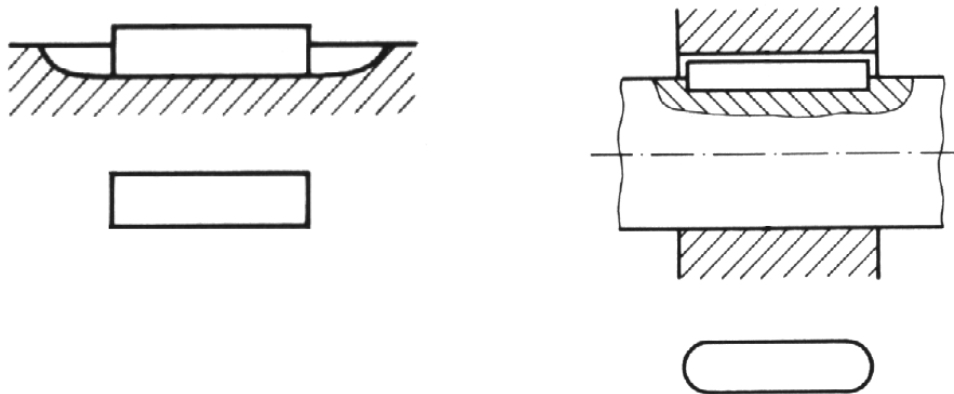


Bild 37: Skizze einer Passfederverbindung (Form A und B)

3.3.7.1. Berechnung nach den FKM-Richtlinien

Die Berechnung für die Kerbwirkungszahl erfolgt in Abhängigkeit von der Zugfestigkeit des Wellenwerkstoffes und der Ausführungsform der Passfeder. Die Berechnung mit Formel 82 ist eine Umsetzung des Diagramms welches in den FKM-Richtlinien für die Auswahl der Kerbwirkungszahlen dargestellt wird.

$$\beta_K = A \cdot R_m^2 + B \cdot R_m + C \quad [-] \quad (82)$$

	Biegung		Torsion
	Form A	Form B	Form A+B
A	$2 \cdot 10^{-7}$	$3 \cdot 10^{-7}$	$-5 \cdot 10^{-7}$
B	$2 \cdot 10^{-4}$	$6 \cdot 10^{-4}$	$2,3 \cdot 10^{-3}$
C	1,3653	1,4296	0,3374

Tabelle o: Kennwerte für die Berechnung der Passfedernut nach den FKM-Richtlinien

3.4. VERGLEICH DER ERGEBNISSE UND VORSCHLÄGE FÜR MÖGLICHE ÄNDERUNGEN

Für die Entscheidung welche der Berechnungswege für die unterschiedlichen Kerbformen in Zukunft verwendet werden soll, gelten als Kriterien die Qualität bzw. Abweichung der analytischen Berechnung mit den Ergebnissen aus der eigenen FE-Berechnung bzw. den Abweichungen gegenüber den Formeln die von Melzer entwickelt wurden. Die jeweiligen Abweichungen werden in Prozent angegeben und für jede einzelne Kerbform ausgewertet. Die Auswertung erfolgte mit MS Excel und ist z.B. in Bild 38 dargestellt. Die einzelnen Kerbformzahlen sind in tabellarischer Form in Anhang A aufgelistet.

Wellenabsatz und Umlaufnut

Die Berechnung von Kerbformzahlen für den Wellenabsatz und die Umlaufnut ist bei allen Verfahren relativ genau. Als Basis für die Vergleiche diente die Berechnung nach Melzer.

Der Vergleich mit den von Melzer ermittelten Formeln und den eigenen Ergebnissen aus der FEM-Berechnung zeigt, dass die Modellierung ausreichend genau war.

Die Kerbformzahlen sind auch vom Innendurchmesser abhängig (Längsbohrung). Das Polynom nach Melzer hat eine gute Übereinstimmung mit der FE-Berechnung, ist etwas komplizierter, aber es wird der Einfluss vom Innendurchmesser berücksichtigt.

Das bisherige Formelwerk von FEMSITE Gearbox gibt schon jetzt verlässliche Werte mit Abweichungen von maximal 5%. Lediglich bei sehr kleinen Unterschieden im Wellendurchmesser von D zu d beim Wellenabsatz und Biegung versagt die Berechnung.

Eine Berechnung nach den FKM-Richtlinien unterschätzt die Kerben durchwegs und es kommt zu Abweichungen von bis zu 8%. Kerbwirkungszahlen für eine Welle mit Längsbohrung sind nicht verfügbar, es sind näherungsweise Kerbwirkungszahlen der Welle ohne Längsbohrung anzuwenden.

Erfolgt eine Berechnung nach Dubbel, so ergeben sich ebenfalls kleinere Kerbformzahlen als gewünscht, hier streuen die Ergebnisse mit bis 12% zu kleineren Werten.

Peterson diente hier als Vergleich außer Konkurrenz, bietet aber mit seinen Diagrammen noch gute Möglichkeiten für die Bestimmung der Kerbformzahlen. In [PETERSON-12] ist ein Diagramm dargestellt, leider nur für Torsion, wo man sehen kann, dass der Einfluss hauptsächlich bei höheren d_i/d nicht mehr vernachlässigbar ist. Die Kerbformzahl nimmt mit größerem Innendurchmesser ab.

Ein Umstieg auf die Berechnungsmethode von Melzer bietet, durch die Berücksichtigung des Innendurchmessers, eine Verbesserung der Ergebnisse.

Welleneinstich

Die bisherige Berechnung mit FEMSITE Gearbox erfolgt nur sehr vereinfacht mit konstanten Kerbwirkungszahlen und variablen Stützzahlen. Die Abweichungen gegenüber den Ergebnissen nach Melzer betragen bis zu $\pm 22\%$. Während bei kleinen Wellendurchmessern eine zu hohe Kerbformzahl berechnet wird, fallen die Werte bei größeren Wellendurchmessern weit unter die Werte von Melzer und der FE-Berechnung.

Die FEM-Ergebnisse bestätigen die Berechnung nach Melzer, die Abweichungen liegen bei maximal 5%, nur für einen Fall sind es 14%, siehe Bild 20. Der Grund für die hohe Abweichung liegt in der Modellierung. Eine feinere Teilung der Elemente in Umfangsrichtung bringt mit Sicherheit bessere Ergebnisse.

Die Berechnung nach den FKM-Richtlinien bietet eine Berechnung der Kerbwirkungszahlen in Abhängigkeit vom eingesetzten Material an. Damit liegt schon eine Unterscheidung durch den Werkstoff vor, welche bei FEMSITE Gearbox fehlt. Für den Welleneinstich bietet die Berechnung nach Melzer eine eindeutige Verbesserung für die Ergebnisse von Kerbformzahlen, und soll daher künftig in FEMSITE Gearbox angewendet werden.

Querbohrung

Für die Querbohrung bieten sich nur die Daten von Peterson als Grundlage an. Die bisher ermittelte Formel für die Torsion entspricht aber den ermittelten Werten aus der FEM-Rechnung

sehr gut. Um von der vollen Querbohrung ausgehend auch die Kerbformzahlen für halbe und 3x120° Querbohrungen zu erhalten, ist der derzeit sicherste Weg die Berechnung der Kerbformzahlen von der vollen Querbohrung als Basis zu nehmen und hier nur die Flächen und Widerstandsmomente von einer halben und 3x120° Querbohrung einzusetzen.

Steckverzahnung und Passfedernut

Für die Steckverzahnung bieten die FKM-Richtlinien eine Abhängigkeit vom Werkstoff um diesen Einfluss zu berücksichtigen.

Die Kerbwirkungszahlen von FEMSITE Gearbox beinhalten weder den Werkstoff noch die Verzahnungsgeometrie.

Die Passfedernut wird ebenfalls in den FKM-Richtlinien noch am besten beschrieben.

Hier bieten sich nur die FKM-Richtlinien als Grundlage für die Berechnungen an. Für eine bessere Entscheidungsfindung wären Versuchs- oder Berechnungsergebnisse mit Kerbformzahlen für Vergleiche zu den analytisch ermittelten Kerbformzahlen notwendig.

Überlagerte Kerben

Auf die Frage wie man Kombinationen von zwei oder mehreren Kerbgeometrien behandelt bieten nur die FKM-Richtlinien, [FKM-RICHTLINIE-4] mit Formel 83, eine Antwort. Als Beispiel wäre eine Steckverzahnung mit Wellenabsatz zu nennen oder eine Querbohrung in einer Umlaufnut.

$$K_f = 1 + (K_{f,1} - 1) + (K_{f,2} - 1) \quad [-] \quad (83)$$

$K_{f,1}$ und $K_{f,2}$ sind die Teil-Kerbwirkungszahlen der einzelnen Kerben. Ist der Abstand zwischen den Kerben $2 \cdot r$ oder größer (r ist der größere der beiden Kerbradien) braucht die Überlagerung nicht mehr berücksichtigt werden.

4. GEHÄRTETE RANDSCHICHTEN

Im folgenden Kapitel sollen die theoretischen Grundlagen der gehärteten Randschichten, insbesondere bei Getriebewellen, betrachtet werden.

In technischen Zeichnungen wird die gehärtete Randschicht durch ihre Oberflächenhärte und die Härtetiefe (Tiefe unter der Oberfläche an der eine bestimmte Härte noch vorhanden sein muss) angegeben, zumeist auch noch das gewünschte Härteverfahren und eventuelle Nachbehandlungen. Diese Werte sind für eine weitere Bestimmung über das Verhalten der gehärteten Randschicht zu wenig. Detaillierte Angaben sind wünschenswert oder falls nicht mehr Daten zur Verfügung stehen muss man auf Annäherungen oder auch Annahmen aus schon vorhandenen Versuchsdaten zurückgreifen. Dazu sind aber eine möglichst gute Kenntnis der Einflussgrößen und deren Wirkung auf die gehärtete Randschicht notwendig.

In den folgenden Unterkapiteln soll ein Überblick über die Notwendigkeit von gehärteten Randschichten gegeben werden und wie man sie herstellt. Des Weiteren wie eine Randschicht in den Eigenschaften beeinflusst werden kann und umgekehrt welchen Einfluss sie auf das Bauteilverhalten hat.

4.1. VERWENDUNG UND ZWECK VON BAUTEILEN MIT GEHÄRTETEN RANDSCHICHTEN

Bauteile mit einer gehärteten Randschicht werden dann benötigt, wenn ein erhöhter Widerstand gegen Verschleiß oder eine Steigerung der Schwingfestigkeit gewünscht ist. In beiden Fällen greift man auf einen etwas weicheren Werkstoff als Basis zurück und verändert ein relativ kleines Volumen im Randbereich um die geforderten Eigenschaften zu erhalten. Noch dazu ist diese Randschicht in den meisten Fällen der am stärksten beanspruchte Bereich und genau dieser wird durch die Randschichthärtung verbessert. Diese Randschicht kann man sich bei einem ungekerbten Rundstab wie einen Hohlzylinder vorstellen der den weicheren Kern umschließt. Dieses Vorstellungsmodell wird auch für die Berechnung mittels FEM genutzt.

Im Folgenden soll ein Beispiel den Effekt dieser gehärteten Randschicht an einer Getriebewelle mit einer Umlaufnut zeigen. Mit den in *Kapitel 3. Berechnung der örtlichen Beanspruchung an Wellenkerben nach dem Nennspannungskonzept und dem örtlichen Konzept* ermittelten Kerbformzahlen lässt sich die Spannungserhöhung in Kerben berechnen, In Bild 41 sieht man einen Ausschnitt dieser Welle mit einem Durchmesser von 50mm und einer Umlaufnut mit einem Radius von 9mm, der Kerbgrunddurchmesser beträgt 32mm. Als Material wird ein 16MnCr5 Stahl angenommen, die Belastung (in dem Fall Biegung) beträgt 6000Nm.

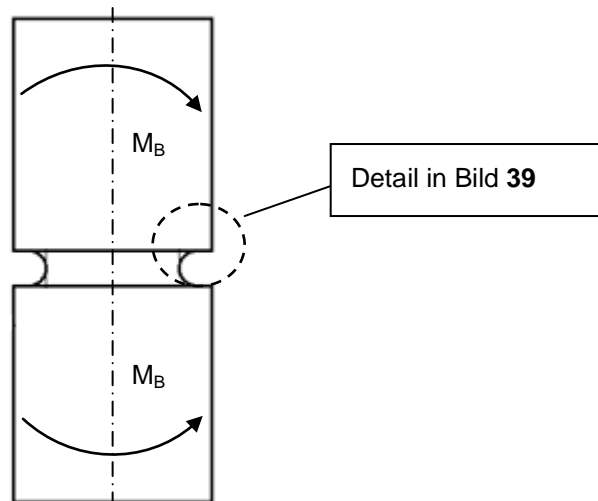


Bild 40: Welle mit Umlaufnut, Belastung durch Biegemoment

Kerbspannung an einer Welle mit Umlaufnut Biegung

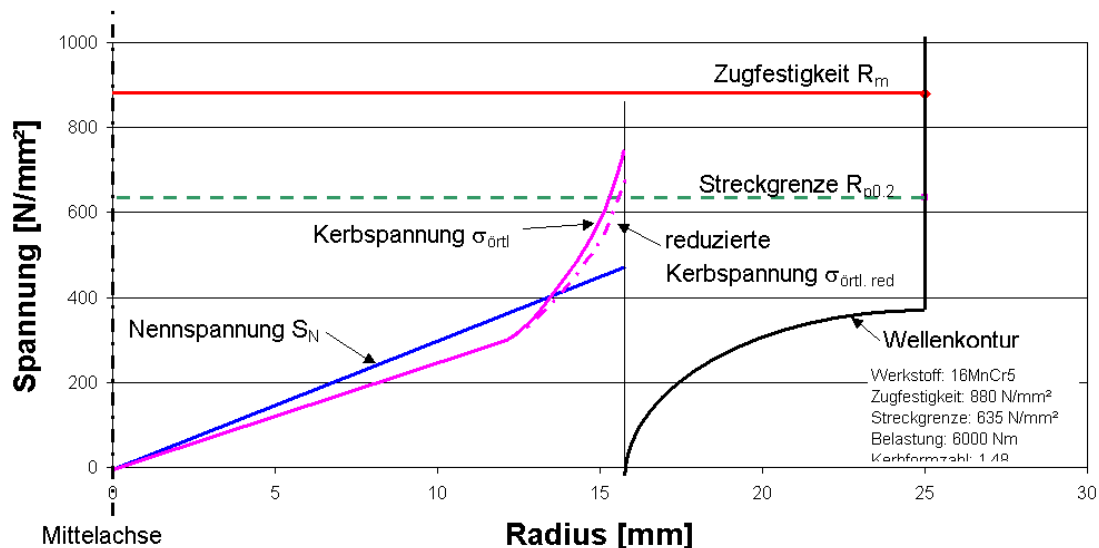


Bild 41: Spannungsverlauf an einer Welle mit Umlaufnut bei Biegung

Die durch die Kerbe entstandene Spannungserhöhung überschreitet die Streckgrenze und es kommt zu einer plastischen Verformung am Kerbgrund.

Wird die Welle einsatzgehärtet (Eht=0,75mm, Randhärte 600HV) so ergeben sich durch einen Zusammenhang zwischen Härte und Festigkeit wesentlich höhere Werte für die Zugfestigkeit (ca. 1980 N/mm²) und Streckgrenze (ca. 1800 N/mm²). Die Darstellung in Bild 42 zeigt dazu den passenden Ausschnitt am Kerbgrund. Der Härteverlauf vom Kern mit seinen Eigenschaften des Ausgangswerkstoffes bis zum Rand wird in Kapitel 4.3.2.2. *Härteverlauf in radialer Richtung*, genauer untersucht.

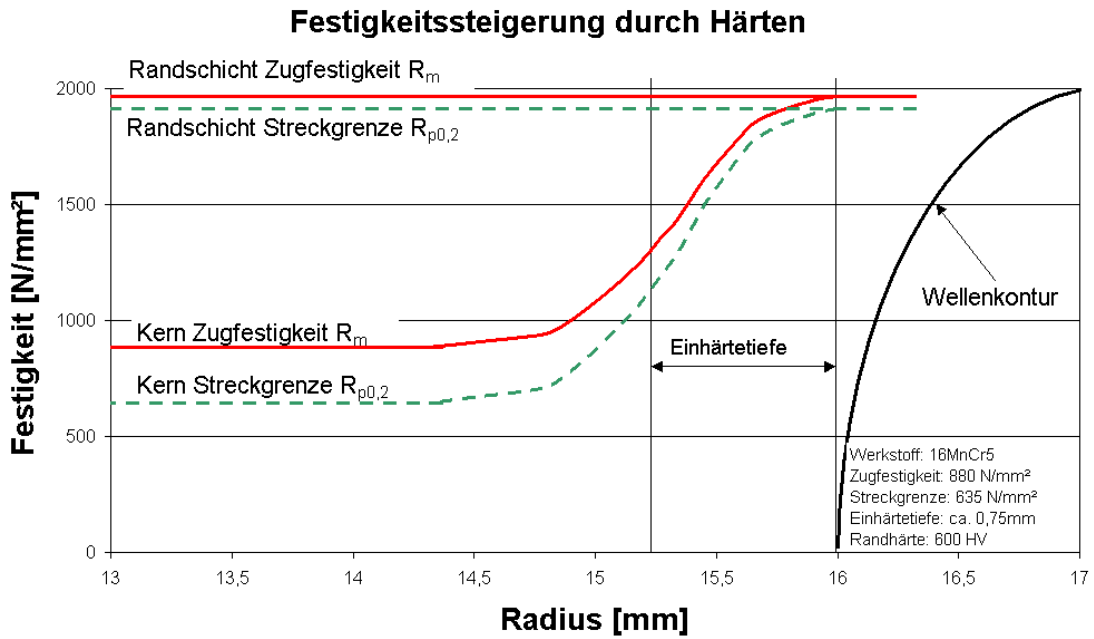


Bild 42: Festigkeitssteigerung durch eine gehärtete Randschicht

Werden der Spannungsverlauf wie in Bild 41 und der Härteverlauf, Bild 42, in einer Darstellung zusammengelegt, so ist der Unterschied zur Ausgangssituation deutlich zu sehen, Bild 43.

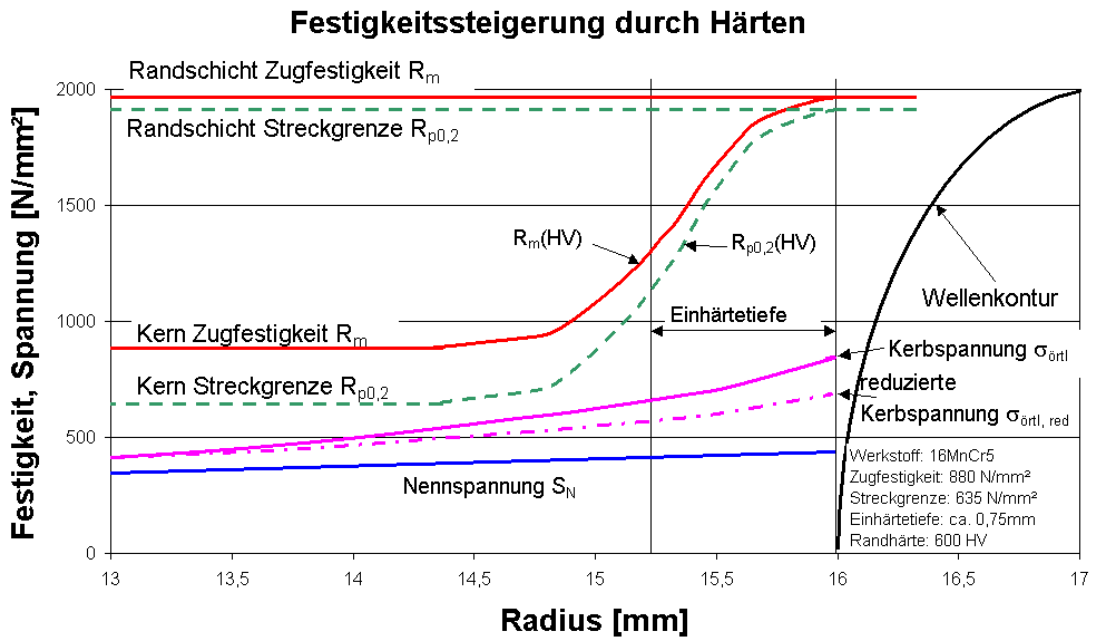


Bild 43: Kerbspannungen im Bereich der gehärteten Randschicht

Die auftretenden Spannungen erreichen nun weder die Zugfestigkeit noch die Streckgrenze. An der Kerbgrundoberfläche herrscht ein deutlicher Abstand zwischen auftretenden und ertragbaren Spannungen, dafür ist im jetzt kritischen Bereich bei ca. 14,7mm kein Sicherheitsgewinn feststellbar. Ein weiteres Erhöhen der Belastung und damit ein Ansteigen der Nennspannung können dazu führen, dass unter der Oberfläche die Streckgrenze überschritten wird und es zu plastischer Verformung kommen kann. Dieses Verlagern eines möglichen Schädigungsortes wird später noch genauer betrachtet (*Kapitel 4.4. Schadensphänomene*).

4.2. HERSTELLUNG DER RANDSCHICHT

Eine gehärtete Randschicht erreicht man prinzipiell durch zwei unterschiedliche Verfahren. Zum einen gibt es die rein mechanischen Verfahren und zum anderen die thermochemisch/metallurgischen Verfahren. Diese Unterscheidung ist nicht nur eine Unterscheidung der Herstellungsverfahren, sondern in weiterer Folge auch in ihrer Wirkungsweise.

4.2.1. Mechanische Verfahren

Die mechanischen Methoden bringen grundsätzlich Druckeigenspannungen in eine nicht verfestigte Randschicht ein. Die statischen Festigkeitswerte werden dabei nur minimal beeinflusst.

Dabei wird die Randschicht durch Überschreiten der Zugstreckgrenze plastisch verformt. Die dabei auftretenden Zugeigenspannungen werden durch das anschließende elastische Rückverformen des Werkstoffes in Druckeigenspannungen umgewandelt und der Werkstoff wird verfestigt. Damit können die Wechsel- und Zugschwellfestigkeit gesteigert werden, gleichzeitig nimmt man aber eine Senkung der Druckschwellfestigkeit in Kauf. Wird durch eine Belastung die Druckfließgrenze erreicht, werden die Druckeigenspannungen wieder abgebaut.

Allgemein gängige Verfahren sind Festwalzen und Hämmern sowie Kugelstrahlen, mittlerweile werden aber auch Hartdrehen und Wasserstrahlen vielfach eingesetzt.

4.2.1.1. Kugelstrahlen

Dabei werden, wie der Name schon sagt, kleine Kugeln mit hoher Geschwindigkeit auf die Bauteiloberfläche geschleudert. Die Beschleunigung kann z.B. mittels Druckluft geschehen. Die Oberfläche des Bauteils wird dabei elastisch-plastisch verformt, die Festigkeit wird geringfügig angehoben und es werden Druckeigenspannungen eingebracht. Die Randschicht beim Kugelstrahlen bewegt sich zwischen 0,02-2mm, wobei die höchste Eigenspannung ca. die Hälfte der Fließgrenze erreicht. Mit Kugelstrahlen lässt sich die Dauerfestigkeit um 10% bis sogar 100% steigern. Im Zeitfestigkeitsbereich wird die Wöhlerlinie etwas flacher.

4.2.1.2. Festwalzen

Grundsätzlich unterscheidet man zwischen Fest- und Glattwalzen, allerdings haben sich diese beiden Unterscheidungen durch die Entwicklung neuer Materialien immer weiter angenähert und man spricht mittlerweile vom Hartglattwalzen. Dabei werden Oberflächenrauigkeiten eingeebnet und Druckeigenspannungen im Randbereich aufgebaut. Als Druckkörper wird eine keramische Kugel hydraulisch gegen die Werkstückoberfläche gepresst, dabei werden Walzdrücke bis 50MPa erreicht. Eine direkte Anwendung in Drehmaschinen ist möglich und damit auch ein Bearbeiten ohne Umspannen.

Wegen der Erhöhung der Dauerfestigkeit ist die Neigung der Wöhlerlinie im Zeitfestigkeitsbereich entsprechend flacher. Eine Steigerung der Dauerfestigkeit kann zwischen 30% und 150% liegen.

Während zuerst ein Erhöhen der Druckkraft zu einer Steigerung der Druckeigenstressungen an der Oberfläche führt, werden bei einer weiteren Erhöhung sogar wieder Zugeigenstressungen aufgebracht und die Druckeigenstressungen verlagern sich unter die Oberfläche. Mit einer Erhöhung der Druckkraft verbessert sich zunehmend die Oberflächengüte. Sie verschlechtert sich aber, ebenso wie die Druckeigenstressungen, mit einer nochmaligen Steigerung der Druckkraft.

4.2.1.3. *Hartdrehen*

Beim Hartdrehen erfolgt die Bearbeitung des Werkstückes nach dem Härtevorgang. Dabei werden Oberflächenqualitäten erreicht die durchaus denen vom Schleifen gleichwertig sind. Die Schnittgeschwindigkeiten liegen dabei zwischen 120 bis 150 m/min bei Vorschüben von 0,05 bis 0,2mm. Die Zustellung liegt im Bereich zwischen 0,05 und 0,5mm. Dabei kommt es vor allem auf die Güte und Steifigkeit der Drehmaschine an. Ein Vorteil gegenüber dem Schleifen ist die breitere Variationsmöglichkeit bei der Werkstückform.

Obwohl nicht gewünscht, tritt trotz allem eine Beeinflussung der gehärteten Randschicht durch das Hartdrehen auf. Verantwortlich dafür sind die bei der Bearbeitung auftretenden Spannungen und Temperaturen sowie deren Gradienten. Die äußerste Randschicht ist plastischen Verformungen und thermischen Belastungen ausgesetzt. Hauptverursacher ist der Werkzeugverschleiß mit der Verschleißmarkenbreite als Kenngröße. Steigt diese an, erhöht sich auch die Beanspruchung in der Randschicht und es kommt zu einer Bildung einer Neuhärtungsschicht mit einer darunter liegenden Anlasszone. Eine Darstellung dazu liefert Bild 44 (entnommen aus [FOSTA-7]) (FOSTA ... Forschungsvereinigung Stahlanwendung e.V.).

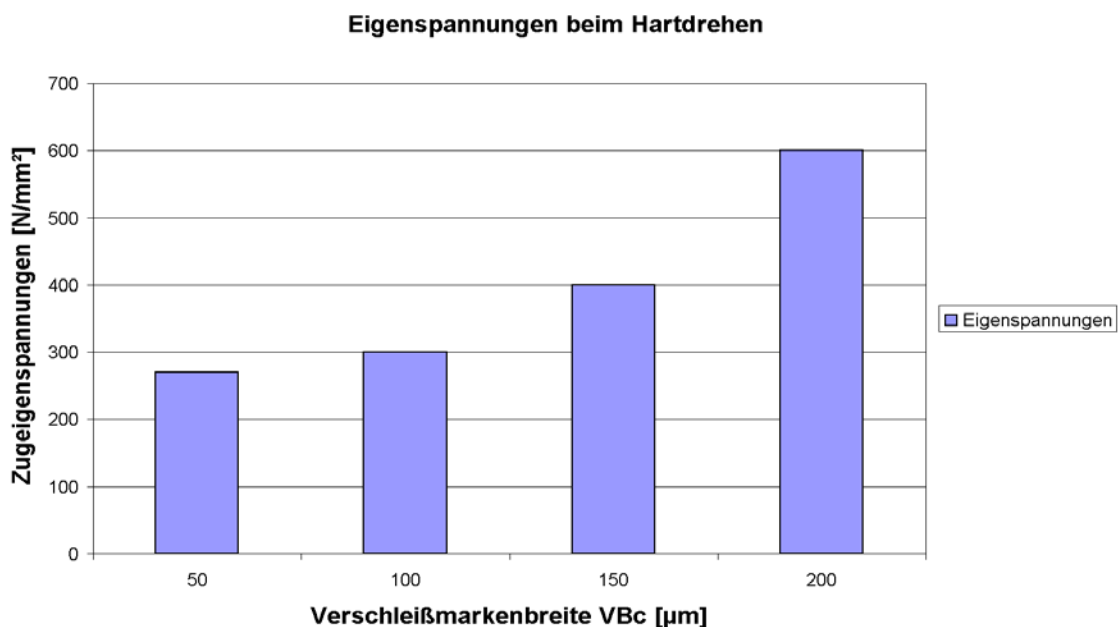


Bild 44: *Eigenstressungen in Abhängigkeit von der Verschleißmarkenbreite*

Mit einem steigenden Freiflächenverschleiß treten auch Zugeigenspannungen auf, neue Werkzeuge können dagegen Druckeigenspannungen einbringen die mit steigendem Vorschub auch noch erhöht werden können. Durch die Bearbeitung treten zuerst hohe Zugeigenspannungen bis in den plastischen Bereich auf, welche aber nach der Schneide durch Entspannen des Materials sich in Druckeigenspannungen umkehren. Diese eingebrachten Spannungen können wiederum zu einer Restaustenitumwandlung (RAU) und Kaltverfestigung führen.

4.2.1.4. Wasserstrahlen

Ähnlich wie beim Kugelstrahlen beruht hier die festigkeitssteigernde Wirkung auf das Einbringen von Druckeigenspannungen in die Randschicht. Dabei ist die Eindringtiefe (15-20 μm) zwar geringer als beim Kugelstrahlen dafür ist es aber einfacher handhabbar und vor allem erfolgt keine Beeinflussung der Oberflächenbeschaffenheit wie sie beim Kugelstrahlen oder Festwalzen auftritt. Die Bauteilgeometrien sind dabei in weiten Bereichen frei wählbar. Der Strahldruck beträgt dabei ungefähr 100MPa bei ca. 15s Einwirkdauer. Die Druckeigenspannungen sind dabei in radialer und axialer Richtung nahezu gleich groß, man kann von einem isotropen Eigenspannungszustand sprechen. Vor allem bei hartgedrehten Bauteilen mit höheren Werkzeugverschleiß hat sich das Wasserstrahlen bewährt, da damit die Zugeigenspannungen, die nur eine kleine Eindringtiefe aufweisen, in Druckeigenspannungen umgewandelt werden können.

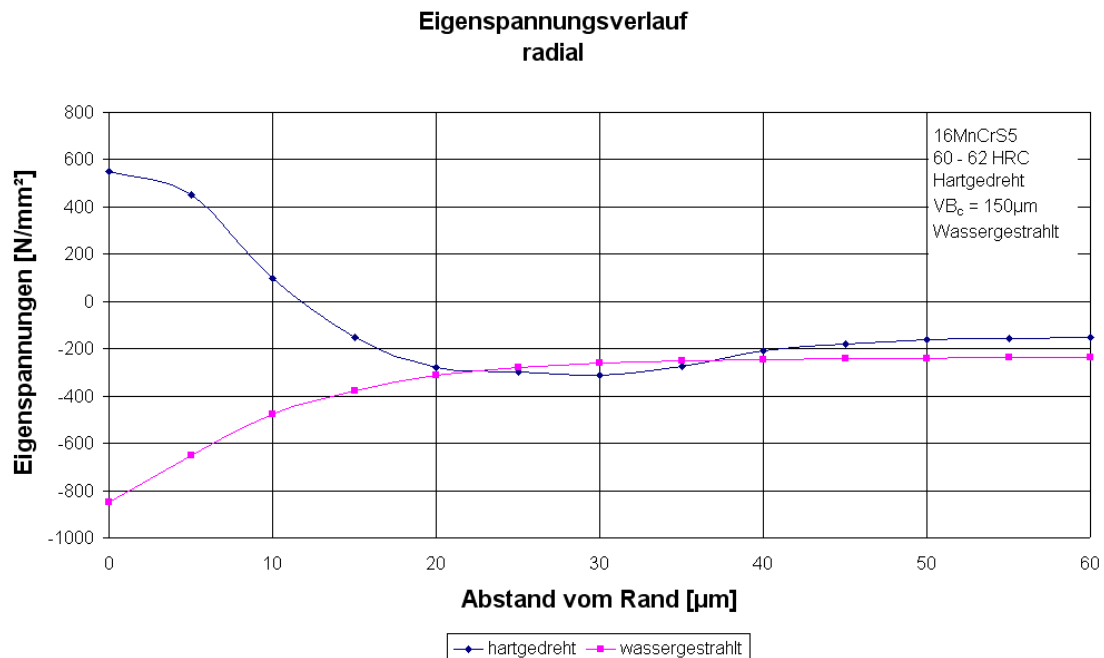


Bild 45: Einfluss auf die Eigenspannungen durch Wasserstrahlen

In Bild 45, Seite 72 (aus [FOSTA-9]) sieht man ein Diagramm mit dem Eigenspannungsverlauf in einer Welle mit 25,8mm Durchmesser aus 16MnCrS5 (60-62 HRC). Die Welle wurde zuerst hartgedreht und anschließend wassergestrahlt. Der positive Einfluss vom Wasserstrahlen ist

anhand der Eigenspannungen deutlich zu sehen. Die Zugeigenspannungen durch das Hartdrehen am Rand wurden zu Druckeigenspannungen umgewandelt.

4.2.2. Thermochemische/Metallurgische Verfahren

Thermochemische Verfahren bringen neben den erhöhten Eigenspannungen auch eine wesentliche Steigerung der Härte mit sich. Ihre Anwendung ist aber technisch aufwändiger und somit teurer.

4.2.2.1. Blindhärten

Wird ein Bauteil blindgehärtet so erfährt es dabei die gleiche Temperaturführung wie z.B. ein einsatzgehärteter Bauteil jedoch ohne anreicherndes Medium. Es bildet sich dabei keine gehärtete Randschicht aus, der Werkstoff erhält seine Grundhärte wie man sie bei randschichtgehärteten Bauteilen im Kern findet.

4.2.2.2. Einsatzhärten

Beim Einsatzhärten wird der Bauteil welcher aus Stahl mit niedrigem Kohlenstoffgehalt ($C \leq 0,2\%$) gefertigt ist in einem Ofen auf Austenitisierungstemperatur gebracht und für eine bestimmte Zeit mit einem kohlenstoffhaltigen Medium (gasförmig, flüssig, fest) umgeben. Dabei reichert sich der Bauteil durch Diffusion mit Kohlenstoff an. Die Konzentration erhöht sich dadurch vor allem im Randbereich und nimmt zum Kern hin ab, dort herrscht der ursprüngliche Gehalt an Kohlenstoff wie ihn der Ausgangswerkstoff besitzt. Durch Abschrecken erhält man ein martensitisches Gefüge mit, je nach Kohlenstoffgehalt, unterschiedlichen Anteilen an Restaustenit. Liegt der Gehalt an Kohlenstoff im Randbereich über 0,5% kann keine vollständige Umwandlung in Martensit erfolgen, dazu müsste der Bauteil unter Raumtemperatur weiter abgekühlt werden.

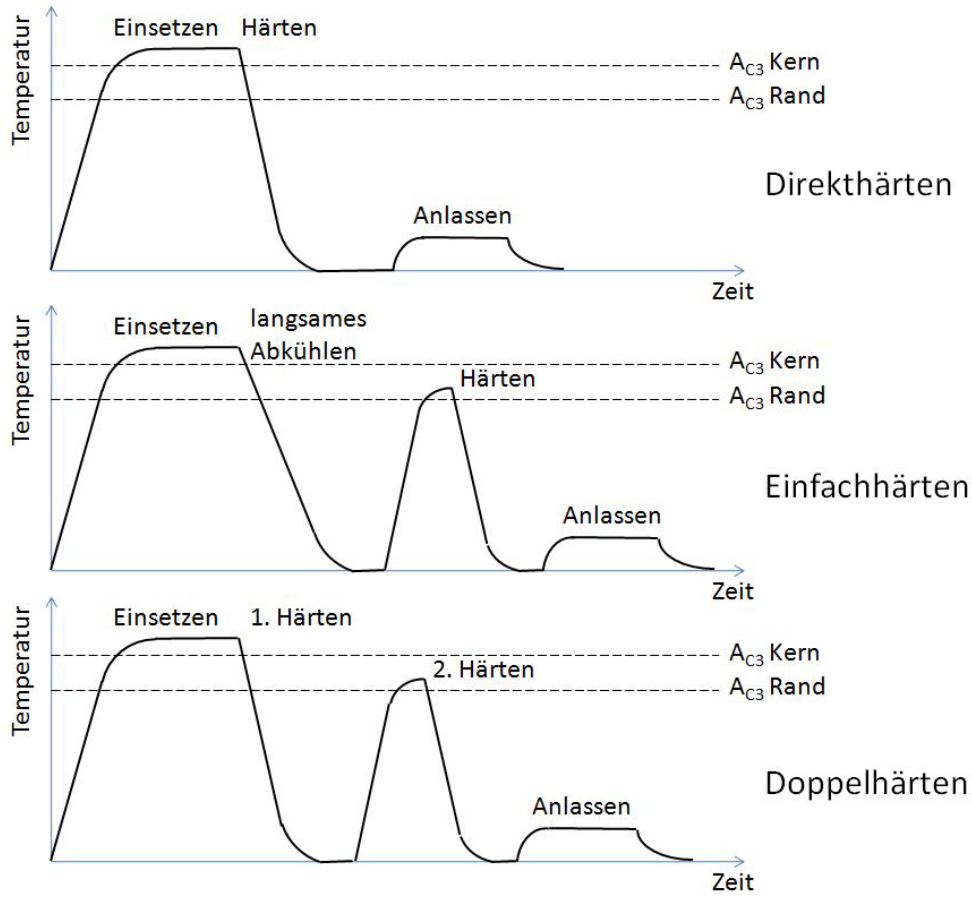


Bild 46: Temperaturführungen bei den unterschiedlichen Arten von Einsatzhärten

Erfolgt nach dem Abschrecken und anschließendem Anlassen keine weitere Behandlung, so bleibt es bei der Direkthärtung. Wird der Bauteil aber zuerst langsam abgekühlt, erneut auf Austenitisierungstemperatur gebracht und dann abgeschreckt spricht man von einer Einfachhärtung. Eine Übersicht über die Temperaturführung beim Einsatzhärten sieht man in Bild 46. Mit steigender Anzahl von wiederholten Erwärmungs- und Abkühlphasen steigt der Verzug der Bauteile, gleichzeitig wird aber die Zähigkeit verbessert, mit geringen Verlusten an der Härte.

Durch die Aufkohlung bildet sich im Bauteil ein radialer Kohlenstoffgradient der ein Indikator für den Härtegradienten ist. Zusätzlich werden im Randbereich Druckeigenstressungen erzeugt, die ihren Ausgleich in Zugeigenstressungen im Kern finden. Dieser Eigenstresszustand ist auch bei den mechanischen Verfahren zu finden. Durch anschließendes Anlassen bei Temperaturen zwischen 80°C und 160°C wandelt sich der Martensit um (tetragonal verzerrt → kubisch) und Carbide entstehen. Dabei erhält man eine verbesserte Zähigkeit welche man sich durch einen leichten Härteverlust erkauft.

Durch Einsatzhärten erhält man eine Randschicht von ungefähr 0,7 – 2,5mm.

4.2.2.3. Nitrierhärten

Nitrierhärten oder auch Nitridierung erfolgt ähnlich wie das Einsatzhärten bei erhöhter Temperatur. Der Bauteil wird bei 520°C bis 600°C einem Medium (gasförmig, flüssig, fest, Plasma) mit elementarem Stickstoff ausgesetzt. Dieser diffundiert in den Randbereich des Bauteils, bildet Nitride und als Folge davon eine Steigerung der Härte und Festigkeit. Zusätzlich werden noch Druckeigenspannungen im Randbereich aufgebaut.

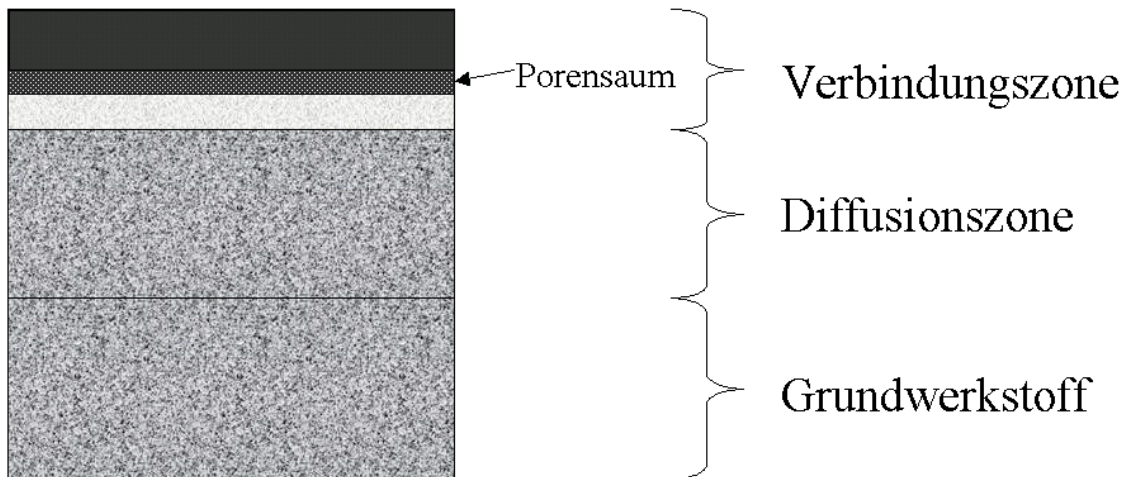


Bild 47: Schematischer Aufbau einer nitriergehärteten Randschicht

Den Aufbau einer solchen Randschicht kann man in Bild 47 erkennen. Die Verbindungszone ist zwischen wenigen μm bis 0,1mm dick und besteht zum Großteil aus Eisennitridverbindungen (Fe_{2-3}N und Fe_4N). Ist der Stahl legiert, so bilden die einzelnen Legierungselemente noch zusätzliche Nitride. Sie steigern die Härte erheblich, verringern allerdings die Diffusion von Stickstoff und mindern damit die Dicke der gehärteten Randschicht. Den darunter liegenden Porensaum kann man sich wie einen Sinterwerkstoff vorstellen, dort können sich Schmiermittel ansammeln und verbessern damit die Verschleißfestigkeit, mit dem Nachteil dass diese Poren wie Kerben wirken und die Schwingfestigkeit gemindert wird. An die Verbindungszone anschließend liegt die Diffusionszone, sie ist im Vergleich zur Verbindungszone mit ihren 0,05-1mm relativ dick. Der Stickstoff erscheint hier gelöst oder ausgeschieden in Form von punkt- oder nadelförmigen Nitriden. Durch langsames Abkühlen oder Anlassen wird die Ausscheidung vom Stickstoff beeinflusst. Die Diffusionszone ist durch ihren Aufbau für die Beanspruchbarkeit am wichtigsten. Nitrierhärten wird besonders bei legierten Stählen verwendet. Die ausgebildete Randschicht ist $\leq 0,6\text{mm}$.

4.2.2.4. Induktionshärten

Das Induktionshärten ist eine weitere Möglichkeit um eine gehärtete Randschicht zu erzeugen. Die Erwärmung erfolgt nicht in einem Ofen am ganzen Bauteil, sondern durch eine Kupferspule welche mit Wechselstrom betrieben wird und nur einen kleinen Bereich des Bauteils umschließt. Durch Abschrecken kommt es zu einer Umwandlung in ein martensitisches Gefüge. Die stromdurchflossene Kupferspule erzeugt ein Magnetfeld und induziert damit Wirbelströme

in den Randbereich des Bauteils und erwärmt ihn dadurch nur lokal. Je nach Frequenz des Wechselstromes lässt sich die Eindring- und damit auch Härtetiefe steuern. Je niedriger die Frequenz desto breiter ist die Randschicht (skin effekt). Ein Vorteil liegt in der geringen Oxidation und Verzug. Zusätzlich können gezielt bestimmte Bereiche eines Werkstückes gehärtet werden. Der Nachteil liegt in der geometrischen Abhängigkeit zwischen Werkstück und Induktionsspule.

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \cdot \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \sigma}} \quad [mm] \quad (84)$$

δ	... Eindringtiefe (Skindicke)	[mm]
ω	... $=2 \cdot \pi \cdot f$... Kreisfrequenz	[1/s]
μ_0	... $=4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$... Permeabilitätskonstante des Vakuums	[V.s/A.m]
μ_r	... Relative Permeabilitätskonstante des Werkstoffes	[-]
σ	... Elektrische Leitfähigkeit des Werkstoffes	[S/m]

Mit dem Induktionshärten erreicht man je nach Anlage unterschiedliche Einhärtetiefen. Werden Mittelfrequenzanlagen (1 - 100kHz) verwendet erreicht man Einhärtetiefen von 1 - 10mm, Hochfrequenzanlagen decken einen Bereich von 0,1 - 2mm ab.

4.3. EINFLUSSGRÖSSEN AUF DAS VERHALTEN DER GEHÄRTETEN RANDSCHICHT

Ob man nun eine härtere Randschicht durch mechanische oder metallurgische Verfahren aufbringt hängt von den gewünschten Eigenschaften ab. Im Allgemeinen bestimmen aber viele Faktoren das spätere Verhalten der gehärteten Randschicht. Während der Herstellung der gehärteten Randschicht sind es vor allem drei Bereiche, neben einigen mehr, die einen wesentlichen Einfluss haben:

- Ausgangswerkstoff
- Härteverfahren
- Härtetemperatur und Temperaturführung

Ist die Randschicht mit den erforderlichen Randbedingungen (Oberflächenhärte und Härtetiefe) hergestellt, hängen ihre Eigenschaften von mehreren Faktoren ab:

- Härtetiefe
- Kohlenstoffgehalt im Randbereich
- Gehalt an Restaustenit
- Gefüge
- Oberflächenhärte
- Oxidation im Randbereich
- Eigenspannungen

In den nachfolgenden Kapiteln werden ein paar dieser Einflussgrößen genauer behandelt.

4.3.1. Einfluss der Eigenspannungen

Eigenspannungen welche bei thermochemischen Härteverfahren aufgebaut werden entstehen grundsätzlich durch unterschiedliche Umwandlungen im Werkstoff während der Abkühlphase. Eine Erklärung für deren Auftreten liefert die M_s -Temperatur (M_s ... Martensit Start, M_f ... Martensit Finish) welche von der Kohlenstoffkonzentration abhängt.

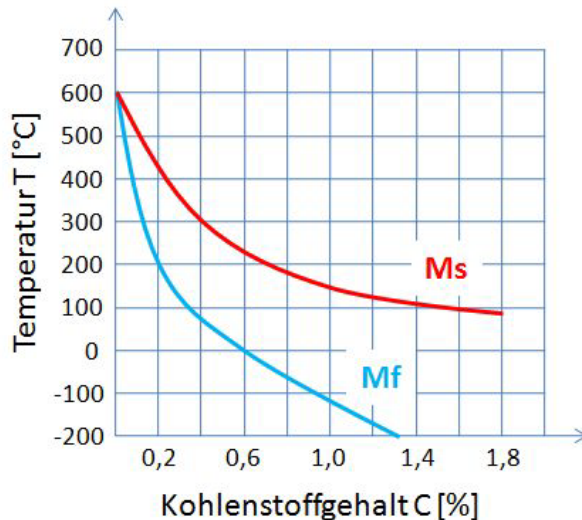


Bild 48: Umwandlungstemperaturen für Martensit in Abhängigkeit vom Kohlenstoffgehalt

Bei einsatzgehärteten Bauteilen ist im Kernbereich die Kohlenstoffkonzentration gering und die M_s -Temperatur dementsprechend hoch, siehe Bild 48. Wird nicht zu schnell abgekühlt so beginnt die Umwandlung des Gefüges im Kern früher als im Randbereich. Durch die Volumenvergrößerung bei der Bildung von Martensit im Kern wird der Randbereich gedehnt, kann aber aufgrund der hohen Temperaturen die auftretenden Spannungen gleich wieder abbauen. Mit einem weiteren Absinken der Temperatur beginnt nun auch der Randbereich mit der Umwandlung in ein martensitisches Gefüge. Es kommt auch hier zu der charakteristischen Volumenvergrößerung, allerdings kann sich der Kern aufgrund der niederen Temperatur nicht mehr so gut plastisch verformen. Im Randbereich werden jetzt Druck- und im Kernbereich Zugeigenspannungen aufgebaut. Je mehr Austenit umgewandelt werden kann, umso höher sind auch die Druckeigenspannungen im Randbereich. Kann nicht vollständig umgewandelt werden, so wird auch nicht die volle Druckeigenspannung erreicht. Aus den Versuchen von [BRUDER] an einem Werkstück aus 20MnCr5 kann im Schnitt von einem Restaustenitgehalt an der Werkstückoberfläche von ca. 25% ausgegangen werden. Die Auswirkungen des Restaustenitgehalts auf die Dauerfestigkeit ist in Bild 49 (entnommen aus [MUNZ-9]) zu sehen. Mit dem Sprung von Direkthärten auf Einfachhärten und Doppelhärten verringert sich jeweils der Restaustenitgehalt.

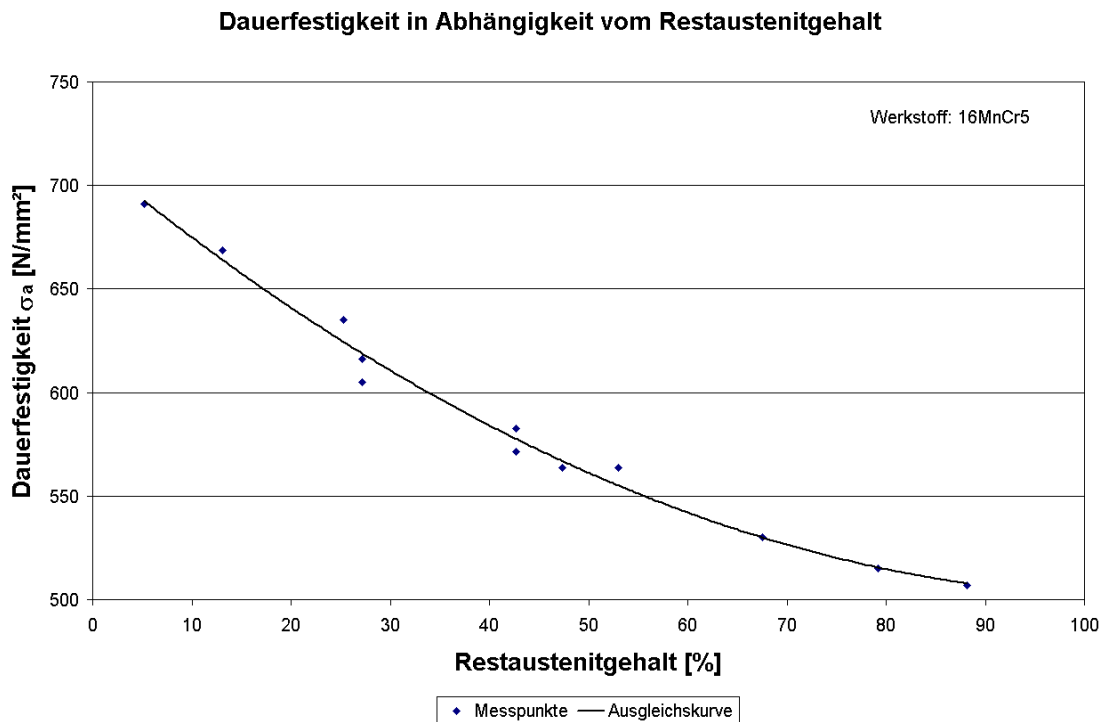


Bild 49: Dauerfestigkeit in Abhängigkeit vom Restaustenitgehalt

Ein anschließendes Tiefkühlen des Bauteils bewirkt eine weitere Umwandlung des Restaustenits in Martensit. Der noch verbleibende Austenit steht dann allerdings unter hohen Zugspannungen und es können sich noch weitere Mikrorisse im Martensit ausbilden. Die Randschichthärte wird damit zwar noch erhöht, doch halten bei der Dauerfestigkeit die hohen Zugspannungen und die Mikrorisse entgegen und senken diese unter die Grenze eines nicht tiefgekühlten Bauteils (siehe [MUNZ-10]).

Nach [RADAJ-2] unterscheidet man zwischen Eigenspannungen erster, zweiter und dritter Art die entweder makroskopische Bereiche, mehrere Kristallite oder innerhalb eines Kristalls wirken.

Für die Schwingfestigkeit sind es hauptsächlich die Eigenspannungen im makroskopischen Bereich die wichtig sind.

Die Auswirkungen der Eigenspannungen sind mit einer Mittelspannung aus äußeren Lasten zu vergleichen und damit auch entsprechend ausgeprägt. Die Eigenspannungen können aber je nach Werkstoff entweder schneller oder langsamer durch die Schwingbeanspruchung abgebaut werden (Fließgrenzüberschreitung, zyklische Relaxation, zyklisches Kriechen, Risseinleitung). Der Einfluss von Eigenspannungen im Bauteil steigt mit seiner Festigkeit. Während bei Werkstoffen mit geringer Festigkeit Eigenspannungen durch Schwingspiele sehr schnell abgebaut werden und gänzlich verschwinden können, so bleiben diese bei Werkstoffen mit höherer Festigkeit, in diesem Fall die gehärtete Randschicht, erhalten.

Diese Stabilität der Eigenspannungen stellt sich laut Haibach so ein:

Eine Eigenspannung in Höhe der Fließgrenze ($\sigma_E = \sigma_F$) kann erst durch eine plastische Dehnung von $\varepsilon_{pl} = \sigma_F / E$ abgebaut werden. Bei einem Stahl mit niedriger Festigkeit liegt diese plastische

Dehnung bei ca. 0,1%, bei einem Stahl mit hoher Festigkeit kann sie aber Werte von 0,4% bis 0,8% erreichen. Aber man kann nur die kleine plastische Dehnung ohne Schwierigkeiten örtlich aufbringen (z.B. durch Überlasten).

Die Eigenspannungen in tiefer liegenden Bereichen sind im Kurzzeit- sowie Betriebsfestigkeitsbereich wichtig. Eigenspannungen können auch unregelmäßig über die Oberfläche verteilt sein. Diese Unregelmäßigkeiten machen es schwer dieses Phänomen ausreichend genau zu beschreiben. Für ungekerbte Stäbe kann man aber folgenden Zusammenhang aufstellen, siehe [RADAJ-3]:

$$\sigma_A = \sigma_W - M_E \cdot \sigma_E \quad \sigma_m = 0 \quad \left[\frac{N}{mm^2} \right] \quad (85)$$

σ_A ...	Spannungsamplitude	$[N/mm^2]$
σ_W ...	Wechselfestigkeit	$[N/mm^2]$
M_E ...	Eigenspannungsempfindlichkeit	$[-]$
σ_E ...	Eigenspannung	$[N/mm^2]$
σ_m ...	Mittelspannung	$[N/mm^2]$

Wie die Mittelspannungsempfindlichkeit M ist auch die Eigenspannungsempfindlichkeit M_E von der Zugfestigkeit des Werkstoffes abhängig, siehe Bild 50.

Mittel- und Eigenspannungsempfindlichkeit für Stahl

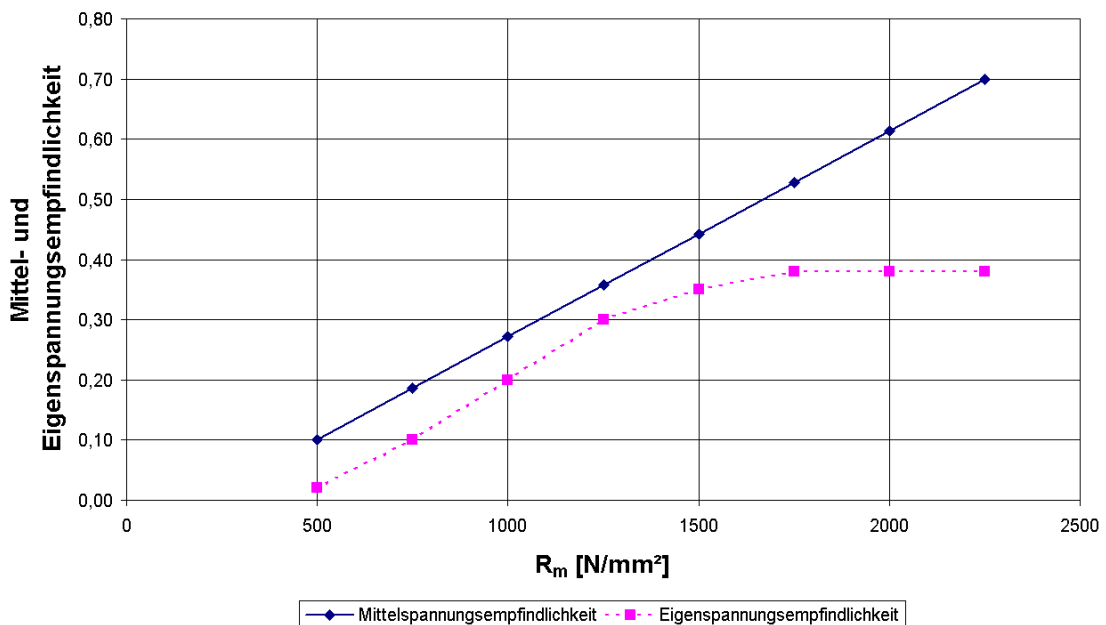


Bild 50: Vergleich von Mittel- und Eigenspannungsempfindlichkeit von Stahl

Ein Anwachsen der Eigenspannungsempfindlichkeit mit der Zugfestigkeit liegt im erschwerten Eigenspannungsabbau bei höherfesten Werkstoffen. Wegen der ungleich verteilten Eigenspannungen über den Querschnitt ist $M_E < M$, die Abflachung der Kurve bei hochfesten Stählen kann damit jedoch nicht erklärt werden.

Mit der Erweiterung der Lastmittelspannung erhält man folgenden Zusammenhang:

$$\sigma_A = \sigma_W - M \cdot \sigma_m - M_E \cdot \sigma_E \quad \left[\frac{N}{mm^2} \right] \quad (86)$$

σ_A	...	Spannungsamplitude	$[N/mm^2]$
σ_W	...	Wechselfestigkeit	$[N/mm^2]$
M_E	...	Eigenspannungsempfindlichkeit	[-]
M	...	Mittelspannungsempfindlichkeit	[-]
σ_E	...	Eigenspannung	$[N/mm^2]$
σ_m	...	Mittelspannung	$[N/mm^2]$

Die Druckfestigkeit bei Stählen liegt deutlich höher als die Zugfestigkeit. Damit wird mit einer glatten Welle bei Biegebelastung auf der Druckseite diese Grenze sicher nicht erreicht. Auch mit überlagerten Druckeigenspannungen ist man noch weit entfernt um auf der Druckseite in den plastischen Bereich zu gelangen. Bei gekerbten Wellen besteht aber durchaus die Möglichkeit in den plastischen Bereich vorzudringen. Erreicht man diese Grenze werden in kleinen Bereichen Druckeigenspannungen durch plastische Verformung abgebaut.

Das Einbringen von Eigenspannungen in die Berechnung erweist sich bisher als schwierig. Die Streuungen sind zu groß und es fehlt noch an weiteren Daten um allgemeine halbwegs gültige Aussagen über Höhe und Verlauf der Eigenspannungen zu treffen.

Aus der vorliegenden Literatur ([BRUDER]) konnten für die Eigenspannungen folgende Schlüsse gezogen werden:

- Blindgehärtet
 - Im blindgehärteten Zustand treten bei einem 20MnCr5 (Einsatzstahl) Zugeigenspannungen auf. Es liegen dafür nur zwei Messungen vor, [BRUDER], jeweils eine am glatten Schaft einer Welle und eine an einem Wellenabsatz mit einem Übergangsradius von 2,5mm.

20MnCr5, Blindgehärtet, Messung an der Oberfläche		
Schaft	+220 $[N/mm^2]$	+0 $[N/mm^2]$ in 0,7mm
Kerbradius R = 2,5mm	+440 $[N/mm^2]$	+0 $[N/mm^2]$ in 2,0mm

Tabelle p: Zusammenfassung der Messwerte für den Einsatzstahl 20MnCr5 im blindgehärteten Zustand

Im kerbfreien Schaft wird dabei eine Zugeigenspannung von 220 N/mm^2 am Rand festgestellt die sich bis zu einer Tiefe von ca. 0,7mm abbauen. Im Radius wurden an der Oberfläche Zugeigenspannungen von 440 N/mm^2 gemessen, bis zu einer Tiefe von ca. 2mm sind diese Spannungen abgebaut.

- Einsatzgehärtet
 - Die oberste Randschicht (ca. 0,05 bis 0,1 mm) kann ohne Nachbearbeitung Zugeigenspannungen aufweisen. Diese entstehen durch die Randoxidation.
 - Ebenfalls aus den Messergebnissen von [BRUDER] wurde für den 20MnCr5 für zwei unterschiedliche Einhärtetiefen die folgenden Werte ermittelt:

<i>20MnCr5, Einsatzgehärtet Eht = 0,7mm, Messung an der Oberfläche</i>		
Schaft	-150 [N/mm ²]	+80 [N/mm ²]
Kerbradius R = 2,5mm	-100 [N/mm ²]	
<i>20MnCr5, Einsatzgehärtet Eht = 0,7mm, Messung in ca. 0,1mm Tiefe</i>		
Schaft	-65 [N/mm ²]	-250 [N/mm ²]
Kerbradius R = 2,5mm	-175 [N/mm ²]	
<i>20MnCr5, Einsatzgehärtet Eht = 1,3mm, Messung an der Oberfläche</i>		
Schaft	+230 [N/mm ²]	
Kerbradius R = 2,5mm	-80 [N/mm ²]	
<i>20MnCr5, Einsatzgehärtet Eht = 1,3mm, Messung in ca. 0,1mm Tiefe</i>		
Schaft	-130 [N/mm ²]	
Kerbradius R = 2,5mm	-330 [N/mm ²]	

Tabelle q: Zusammenfassung der Messwerte für die Eigenspannungen an der Oberfläche für den Einsatzstahl 20MnCr5 im einsatzgehärteten Zustand

Wird die Oxidschicht abgearbeitet so bleiben die Druckeigenspannungen übrig. Durch geeignete Nachbearbeitung können diese Druckeigenspannungen sogar noch erhöht werden.

4.3.2. Einfluss der Härte

Mit einer Steigerung der Härte wird auch eine Anhebung der statischen Festigkeit erreicht und eine Anhebung der Lebensdauer. Hier sind es vor allem die metallurgischen Verfahren welche die Härte des Werkstoffes im Randbereich erhöhen und dabei wie oben beschrieben auch Druckeigenspannungen in den Bauteil aufbringen.

4.3.2.1. Umrechnung von Härteangaben in Zugfestigkeit

Die Umrechnung kann entweder über angenäherte Formeln erfolgen oder wie in DIN EN ISO 18265 über Tabellen. Die DIN EN ISO 18265 ersetzt seit 2004 die DIN 50150 und gilt für unlegierte, niedriglegierte Stähle sowie Stahlguss und auch vergütete Stähle.

4.3.2.1.1. Verhältnis von Härte zu Zugfestigkeit nach DIN EN ISO 18265

In der Norm DIN EN ISO 18265 wird keine mathematische Umrechnung angegeben, die Werte sind in tabellarischer Form aufgelistet. Zur einfacheren Anwendung kann mittels MS EXCEL näherungsweise ein mathematischer Zusammenhang zwischen Härte und Zugfestigkeit ermittelt werden.

Die Umrechnung dafür sieht wie folgt aus:

$$R_m = 0,000523 \cdot HV^2 + 2,963 \cdot HV + 23,553 \quad \left[\frac{N}{mm^2} \right] \quad (87)$$

$$R_m = 0,0157 \cdot HRC^3 - 1,1491 \cdot HRC^2 + 50,173 \cdot HRC + 78,518 \quad \left[\frac{N}{mm^2} \right] \quad (88)$$

R_m ... Zugfestigkeit [N/mm²]
 HV ... Härte nach Vickers [HV]
 HRC ... Härte nach Rockwell [HRC]

4.3.2.1.2. Umrechnung von Härteangaben nach Kloos & Velten und Lang

In [BRUDER-4] werden zwei Möglichkeiten für die Umrechnung gezeigt. Mit Formel 89 nach Kloos und Velten erfolgt eine gestaffelte Umrechnung, oder mit Formel 90 nach Lang, der mit einem konstanten Faktor umrechnet.

$$R_m = (3,29 \cdot HV - 47) \quad HV \leq 445 \quad \left[\frac{N}{mm^2} \right] \quad (89)$$

$$R_m = (4,02 \cdot HV - 374) \quad HV > 445$$

$$R_m = 3,3 \cdot HV \quad \left[\frac{N}{mm^2} \right] \quad (90)$$

4.3.2.1.3. Umrechnung von Härteangaben nach Melzer

Melzer gibt in [MELZER-1] einen abgestuften Vorschlag für die Umrechnung an, er unterscheidet neben der Härte auch noch ob es sich um einen unlegierten oder vergüteten Stahl handelt. Für unlegierte, niedriglegierte Stähle und Stahlguss gibt er folgenden Zusammenhang an:

$$\sigma_B = a_2 \cdot H_{HV}^2 + a_1 \cdot H_{HV} + a_0 \quad 280 \rightarrow 400HV \quad \left[\frac{N}{mm^2} \right] \quad (91)$$

$$\sigma_B = m \cdot HV + n \quad 400 \rightarrow 650HV \quad (310 \rightarrow 470HV) \quad \left[\frac{N}{mm^2} \right] \quad (92)$$

σ_B ... Bruchfestigkeit [N/mm²]
 H_{HV} ... Härte nach Vickers [HV]
 a_0, a_1, a_2, m, n ... Faktoren [-]

Werkstoff	Härtebereich [HV]	a2	a1	a0	m	n
unlegiert	280→400	0,0025	1,5205	279,83		
	400→650				3,598	-165,22
vergütet	310→470				3,0451	31,118

Tabelle r: Kennwerte für die Umrechnung der Härte in die Zugfestigkeit nach Melzer

Bei vergüteten Stählen ändern sich in Formel 92 die Faktoren m und n sowie der Härtebereich.

4.3.2.1.4. Vergleich der Umrechnungsmethoden von Härte in Zugfestigkeit

Als Grundlage dienen die Tabellen aus der DIN EN ISO 18265 in denen Härtewerte und zugehörige Werte für die Zugfestigkeit aufgelistet sind.

Abweichungen von R_m gegenüber DIN EN ISO 18265

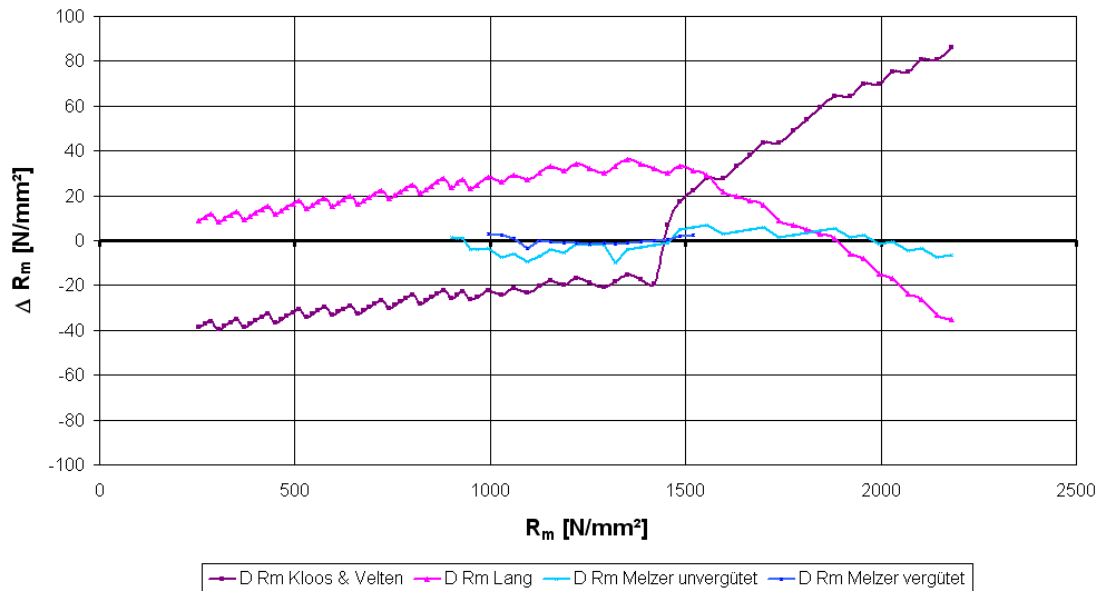


Bild 51: Differenz der Zugfestigkeit unterschiedlicher Umrechnungsmethoden im Vergleich zur DIN EN ISO 18265

Vergleicht man die unterschiedlichen Methoden zur Umrechnung von Härtewerten in Zugfestigkeit, siehe Bild 51, so ergeben sich teilweise große Abweichungen. Mit dem Ansatz von Kloos und Velten werden gegenüber der Norm Werkstoffe mit geringerer Härte unterschätzt und ab 445 bis 650HV stark überschätzt. Die Abweichungen liegen zwischen -40 bis fast +90 N/mm². Hier erreicht die von Lang angegebene Formel 90 ein schmaleres Fehlerband von maximal ± 40 N/mm². Bei der Umrechnung nach Melzer für die unlegierten und vergüteten Stähle liegen die Werte sehr gut im Bereich der Norm.

4.3.2.2. Härteverlauf in radialer Richtung

Die Tatsache, dass Anrisse bei gehärteten Wellen an der Oberfläche und auch unter den gehärteten Randschichten auftreten können, erklärt die Bedeutung des Härte- und damit des Festigkeitsverlaufs in radialer Richtung.

4.3.2.2.1. Stand der Technik bei MSF

Bisher wurde bei Magna Steyr Fahrzeugtechnik (MSF) der Verlauf der Härte durch zwei Geraden angenähert. Als Startpunkt dienen die Härte an der Oberfläche und die Angabe der Einhärtetiefe mit 550HV. Der dritte Punkt wird in Abhängigkeit des Härteverfahrens geschätzt und liegt damit im Ermessen und Erfahrung des Anwenders. Für das Einsatzhärten wird dieser Punkt bei ca. doppelter Einhärtetiefe mit der Kernhärte des Grundwerkstoffes angenommen. In Bild 52 auf Seite 84 ist dieses Verfahren grafisch dargestellt. Wenn man dazu den Vergleich mit

dem gemessenen Härteverlauf betrachtet so ergibt sich im oberen Bereich der Randschicht ein unterschätzen der Härte, in der zweiten Hälfte werden höhere Härten angenommen als vorhanden.

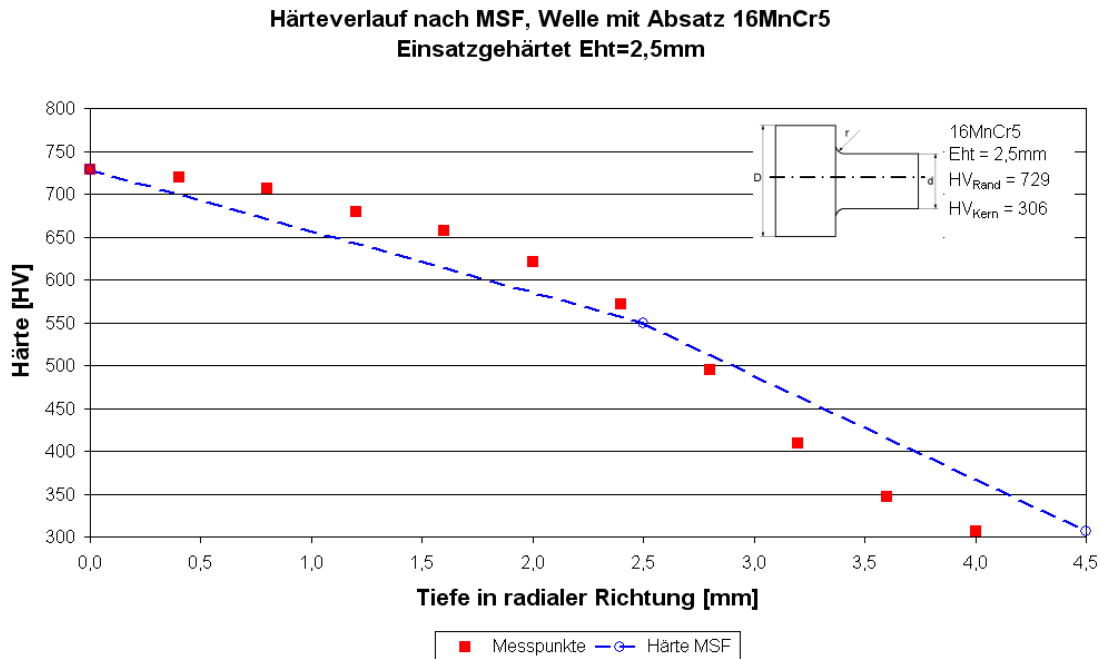


Bild 52: Vergleich des Härteverlaufs in radialer Richtung zwischen dem Messergebnis und dem derzeitigen Verfahren bei MSF

Diese bisher sehr vereinfachte Annahme soll durch ein anderes Verfahren ersetzt werden welches den wahren Härteverlauf besser beschreibt, gleichzeitig aber auch einfach anzuwenden ist. In der Literatur gibt es mehrere Möglichkeiten zur Annäherung an diesen Verlauf, im Folgenden wird davon eine kleine Auswahl beschrieben. Für Magna Steyr Fahrzeugtechnik sind die jeweiligen Unterkapitel auch eine Zusammenfassung über die gängigsten Methoden. Der Vergleich mit Messdaten sollte schlussendlich zu einer Empfehlung für einen Rechenweg führen. Jedes der folgenden Verfahren wird mit Formeln und bei Bedarf mit erklärenden Worten angegeben. Mit dem gemessenen Härteverlauf aus der Literatur und der Anwendung der Formelwerke wird ein Vergleich hergestellt. In den dargestellten Bildern sind immer die Messpunkte angegeben und dazu der, im Zuge der Diplomarbeit, errechnete Härteverlauf der jeweiligen Formel.

4.3.2.2.2. Modell nach Lang

Lang beschreibt den Härteverlauf in radialer Richtung mit Formel 93. Er unterscheidet zwischen unterschiedlichen Härteverfahren. Allerdings ist der Abfall der Härte bei ihm zu schnell und es entstehen Differenzen von bis zu 30HV.

$$\begin{aligned}
 HV(y^*) &= HV_{Kern} + (HV_{Rand} - HV_{Kern}) \cdot f(y^*) \\
 f(y^*) &= 10^{(a+b \cdot y^*) \cdot y^*} \\
 y^* &= \frac{y}{Rht} \vee \frac{y}{Nht} \vee \frac{y}{Eht}
 \end{aligned}
 \quad [-] \quad (93)$$

$HV(y^*)$... Härteverlauf [HV]
 y^* ... Normierte Tiefe [-]
 y ... Tiefe [mm]
 a, b ... Faktoren [-]
 Eht, Rht, Nht ... Härtetiefe für Einsatzhärten, Randschichthärten, Nitrierhärten [mm]

Härteverfahren	Härtetiefe	Grenzhärte	a	b
Einsatzhärten	Eht	550HV1	-0,0381	-0,2662
Randschichthärten*	Rht	80% HV_{Rand}	0,1737	-0,4218
Nitrierhärten	Nht	$HV_{Kern} + 50HV$	0,223	-1,0023

Tabelle s: Kennwerte für die Berechnung des Härteverlaufs nach Lang

*Als Randschichthärten werden Verfahren wie z.B. Induktions- oder Flammhärten bezeichnet.

**Härteverlauf nach Lang, Welle mit Absatz 16MnCr5
Einsatzgehärtet Eht = 2,5mm**

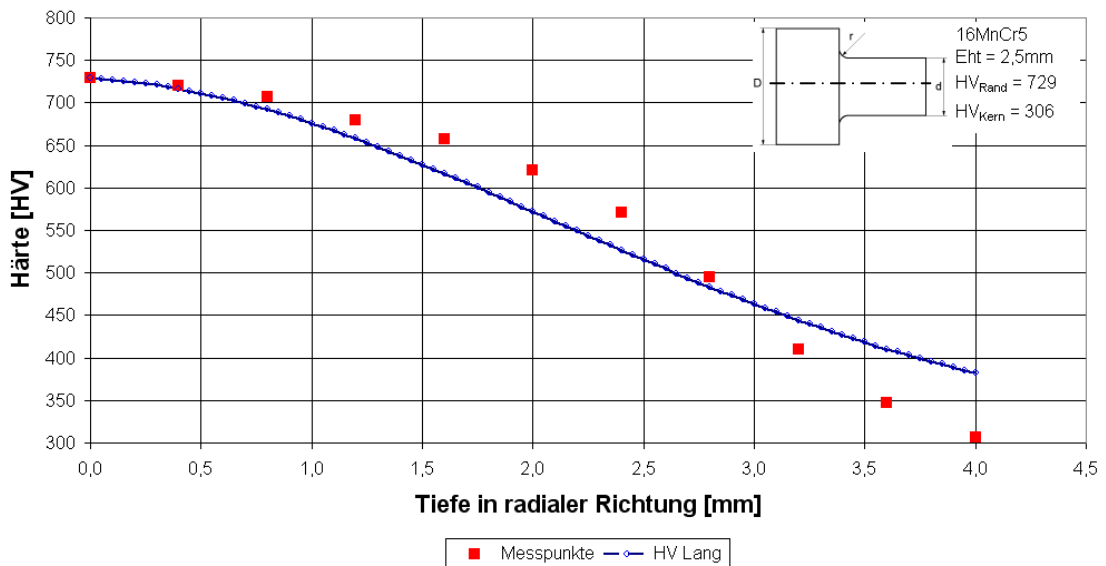


Bild 53: Härteverlauf mit dem Rechenmodell von Lang am Beispiel von 16MnCr5 mit Eht = 2,5mm

4.3.2.2.3. Modell nach Melzer

Melzer gleicht in [MELZER-2] den Härteverlauf an eine Cosinus-Funktion an und erreicht damit eine Annäherung an den tatsächlich gemessenen Verlauf, siehe Bild 54 auf Seite 86. Als Variationsgrößen stehen die Faktoren f_{TW} und a zur Verfügung. Während a den Abfall der Härte bei der Einhärtetiefe beeinflusst, gibt f_{TW} , siehe Bild 56 Seite 87, als Vielfaches von der Einhärtetiefe an, ab wann die Kernhärte erreicht ist. Beide Faktoren konnten nur an einer geringen Anzahl an Versuchsdaten angepasst werden, doch liegt a im Bereich von 0,6 bis 1

und kann ohne genaue Kenntnisse mit 0,9 angenommen werden. Als Richtwert für f_{TW} kann ungefähr 2,1 angenommen werden, die Spannbreite geht hier von 1,6 bis 2,8.

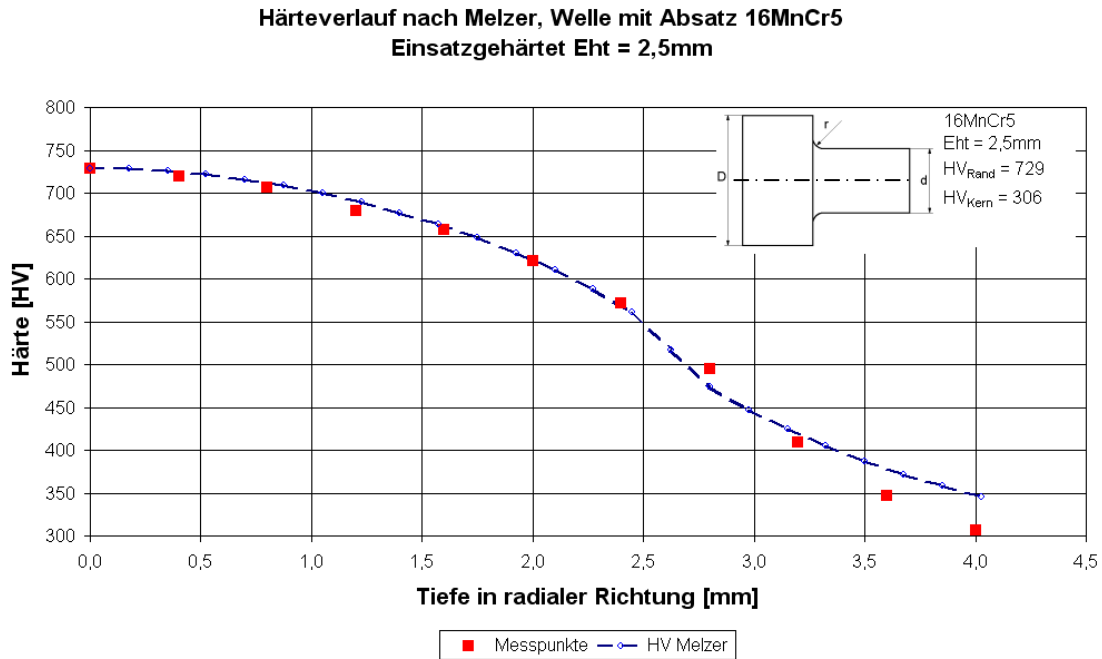


Bild 54: Härteverlauf mit dem Modell von Melzer

$$x_{norm} = \frac{x}{Eht}$$

$$\text{Gültigkeitsbereich : } 0 \leq x_{norm} \leq f_{TW}; x_{norm} \neq \frac{1}{2} \cdot f_{TW}$$

$$H_{HV}(x_{norm}) = H_{HV_Rand} + \frac{1}{2} \cdot (H_{HV_Kern} - H_{HV_Rand}) \cdot \left[1 - \operatorname{sgn} \left[\cos \left(x_{norm} \frac{\pi}{f_{TW}} \right) \right] \cdot \left| \cos \left(x_{norm} \frac{\pi}{f_{TW}} \right)^a \right| \right] \quad [-] \quad (94)$$

$H_{HV}(x_{norm})$... Härteverlauf	[HV]
x	... Tiefe	[mm]
x_{norm}	... Normierte Tiefe	[-]
f_{TW}	... Tiefenwirkung	[-]
a	... Faktor	[-]
H_{HV_Kern}	... Härte nach Vickers für Kernwerkstoff	[HV]
H_{HV_Rand}	... Härte nach Vickers für Randschicht	[HV]

Die Darstellung in Bild 55 ist ein Ansatz um einen Zusammenhang zwischen der Tiefenwirkung f_{TW} und der Einhärtetiefe Eht zu erkennen. Mit steigender Einhärtetiefe sinkt die Tiefenwirkung.

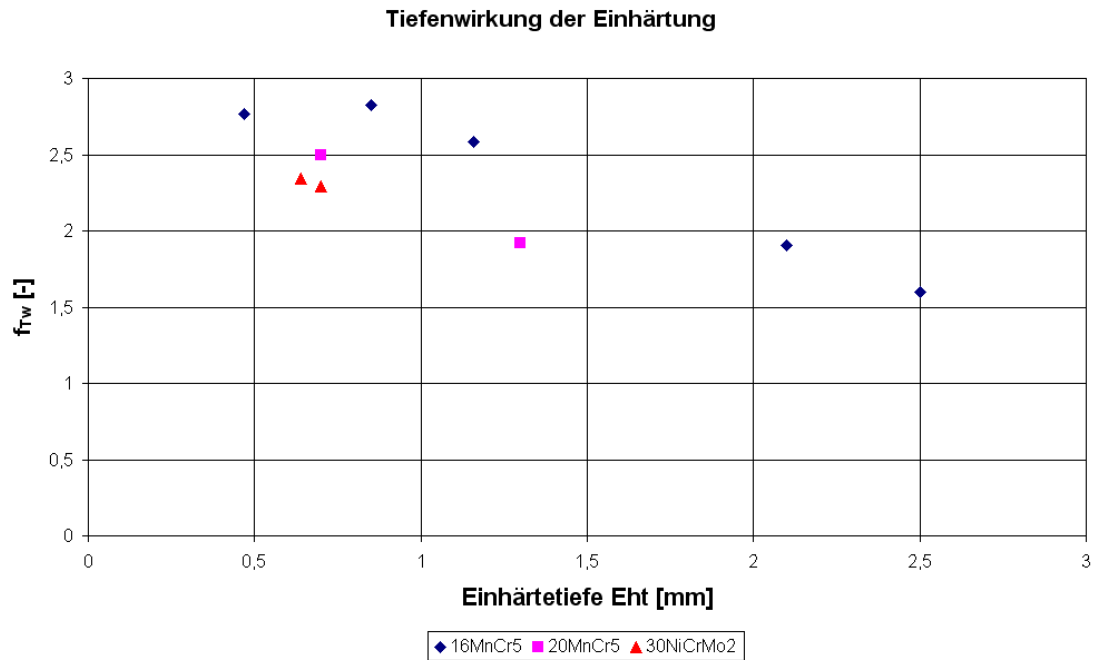


Bild 56: Der Faktor f_{TW} in Abhängigkeit von der Einhärtetiefe

Mit den Versuchsdaten aus der Literatur [[MELZER], [BRUDER]] und MSF konnte für den Werkstoff 16MnCr5, für einsatzgehärtete Randschichten, ein Zusammenhang zwischen Einhärtetiefe und den Faktoren a (Formel 95) und f_{TW} (Formel 96) entwickelt werden.

$$a = (-0,527 \cdot Eht^3 + 2,7835 \cdot Eht^2 - 4,8799 \cdot Eht + 3,2988) \cdot Eht \quad [-] \quad (95)$$

$$f_{TW} = (-1,2305 \cdot Eht^3 + 6,8275 \cdot Eht^2 - 12,749 \cdot Eht + 9,234) \cdot Eht \quad [-] \quad (96)$$

Diese Formeln stellen noch nicht das Endergebnis dar, sie sollen nur als erste Hilfe für die Berechnung dienen und können mit der Auswertung von weiteren Versuchsdaten sicher verbessert werden.

4.3.2.2.4. Modell nach Thomas

Härteverlauf nach Thomas

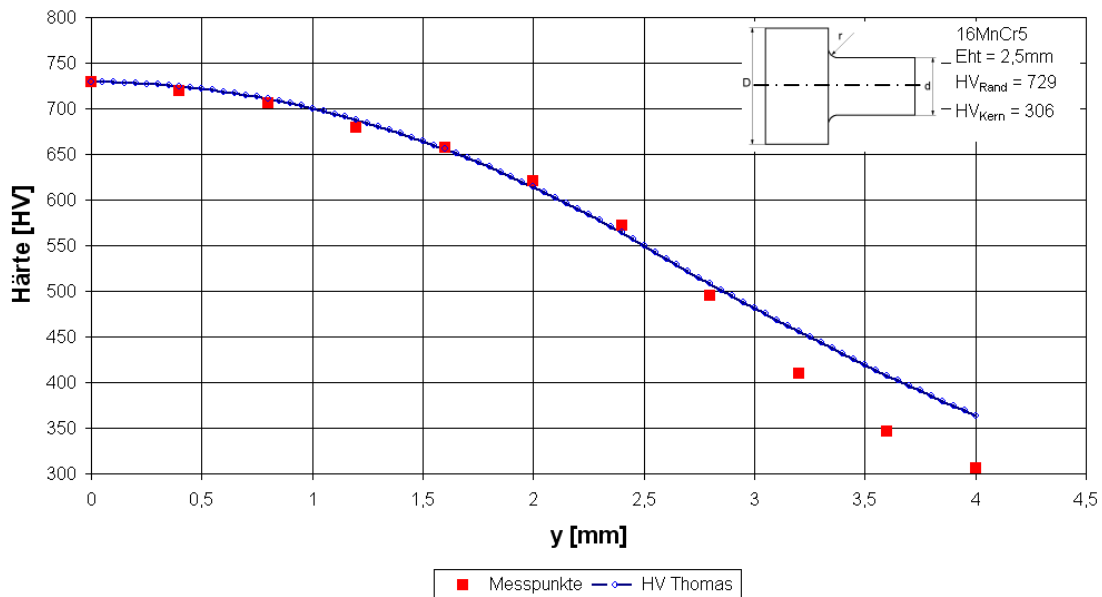


Bild 57: Härteverlauf mit dem Modell nach Thomas

In [HERTER-1] wird von Thomas noch folgender Ansatz angegeben:

$$\begin{aligned}
 HV(y) &= a_a \cdot y^2 + b_a \cdot y + c_a & 0 \leq y \leq Eht \\
 HV(y) &= a_b \cdot y^2 + b_b \cdot y + c_b & Eht \leq y \leq y_{Kern} \\
 HV(y) &= HV_{Kern} & \text{für } y_{Kern} \leq y
 \end{aligned} \quad [-] \quad (97)$$

$HV(y)$... Härte in Abhängigkeit von der Tiefe	[HV]
HV_{Kern}	... Kernhärte	[HV]
HV_{Rand}	... Oberflächenhärte	[HV]
Eht	... Einhärtetiefe	[mm]
y	... Tiefe unter der Oberfläche	[mm]
y_{Kern}	... Tiefe ab der die Kernhärte erreicht ist	[mm]
y_{HVmax}	... Tiefe mit maximaler Härte	[mm]
a_a, b_a, c_a	... Faktoren für die erste Parabel	[-]
a_b, b_b, c_b	... Faktoren für die zweite Parabel	[-]

$$\begin{aligned}
 a_a &= \frac{550 - HV_{Rand}}{Eht^2 - 2 \cdot y_{HVmax} \cdot Eht} & a_b &= \frac{1}{2} \frac{HV'(y = Eht)}{(Eht - y_{Kern})} \\
 b_a &= -2 \cdot a_a \cdot y_{HVmax} & b_b &= -2 \cdot a_b \cdot y_{Kern} \\
 c_a &= HV_{Rand} & c_b &= 550 - a_b \cdot Eht^2 - b_b \cdot Eht
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 HV'(y = Eht) &= 2 \cdot a_a \cdot Eht + b_a & A &= -HV'(Eht) \\
 y_{Kern} &= \frac{1}{2} \cdot \frac{-B + \sqrt{B^2 - 4 \cdot A \cdot C}}{A} & B &= 2 \cdot Eht \cdot HV'(Eht) + 2 \cdot (HV_{Kern} - 550) \\
 & & C &= -Eht^2 \cdot HV'(Eht) - 2 \cdot Eht \cdot (HV_{Kern} - 550)
 \end{aligned}$$

Der Härteverlauf wird durch zwei Parabeln angenähert, dabei besteht auch die Möglichkeit einen eventuell vorhandenen Härteanstieg unter der Oberfläche durch y_{HVmax} abzubilden.

4.3.2.2.5. MSF modifiziert

Eine weitere Möglichkeit den Verlauf der Härte in radialer Richtung besser zu beschreiben besteht in einer Modifikation des schon vorhandenen Verfahrens bei MSF (Magna Steyr Fahrzeugtechnik). Zu den bisher drei verwendeten Stützpunkten (1, 2, 3) kommen zwei weitere Zwischenpunkte (Z1, Z2) dazu. Ein Zwischenpunkt (Z1) wird bei halber Einhärtetiefe angenommen, der zweite (Z2) liegt zwischen Einhärtetiefe und dem Übergang von der Randschicht zum Kern, siehe dazu Bild 58.

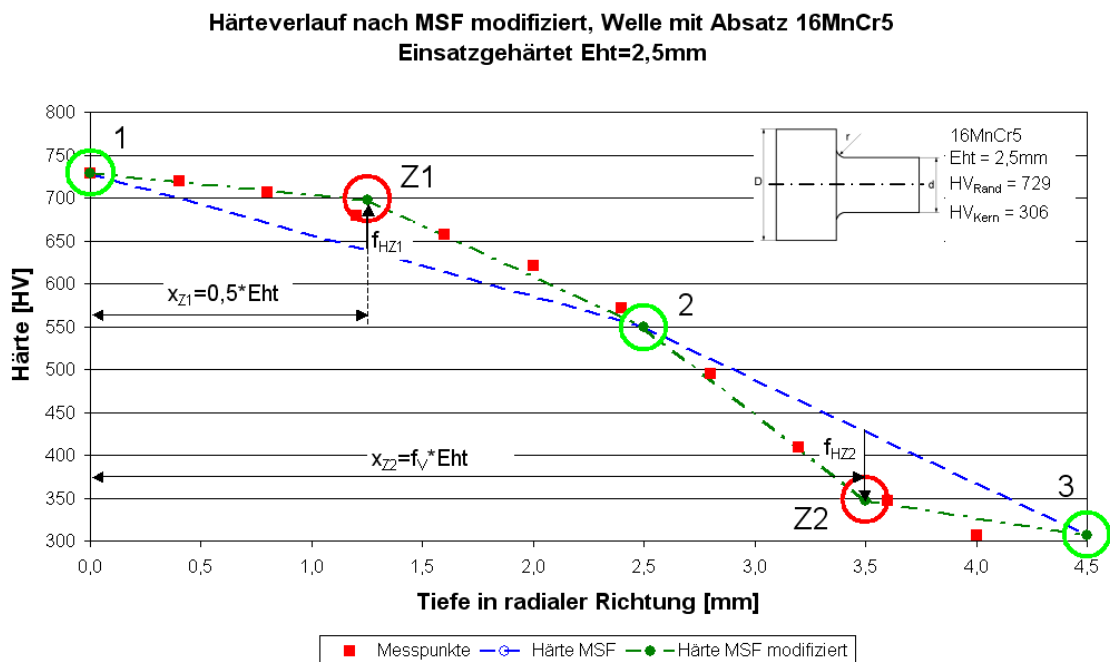


Bild 58: Unterschied vom Modell nach MSF und MSF_modifiziert

Abhängig vom Werkstoff wird der Punkt Z1 gegenüber dem ursprünglichen Verlauf erhöht (f_{HZ1}) und der Punkt Z2 (f_{HZ2}) verringert, siehe Formel 99. In radialer Richtung wird Z2 abhängig von der Einhärtetiefe und dem Kohlenstoffgehalt verschoben, als Annäherung kann hier ein Verschiebungsfaktor $f_v=1,62$ angenommen werden, siehe Bild 59.

$$\begin{aligned}
 x_{Z1} &= \frac{1}{2} \cdot Eht & [mm] & (98) \\
 x_{Z2} &= f_v \cdot Eht
 \end{aligned}$$

$$Z1 = \left[\frac{1}{2} \cdot (HV_{Rand} - 550HV) + 550HV \right] * f_{HZ1} \quad [mm] \quad (99)$$

$$Z2 = \left[\frac{1}{2} \cdot (550HV - HV_{Kern}) + HV_{Kern} \right] * f_{HZ2}$$

- x_{Z1} ... Tiefe von Zwischenpunkt Z1 [mm]
- x_{Z2} ... Tiefe von Zwischenpunkt Z2 [mm]
- f_v ... Verschiebungsfaktor [-]
- Z1 ... Zwischenpunkt 1
- Z2 ... Zwischenpunkt 2
- f_{HZ1} ... Auf-/Abwertungsfaktor von Zwischenpunkt Z1 [-]
- f_{HZ2} ... Auf-/Abwertungsfaktor von Zwischenpunkt Z2 [-]

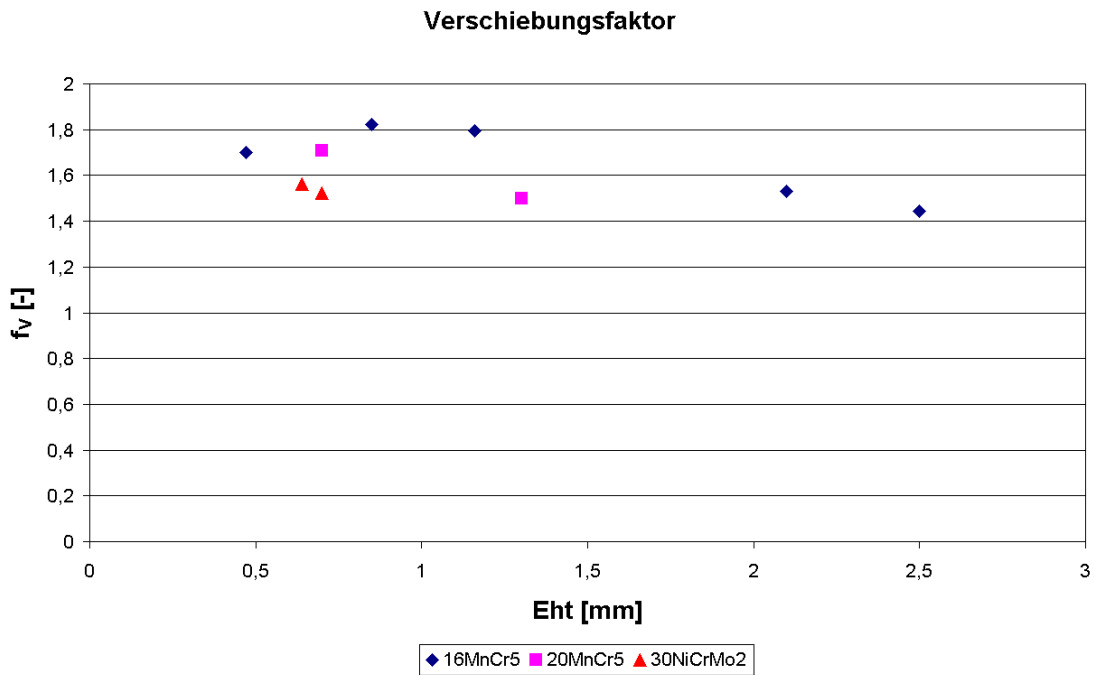


Bild 59: Verschiebungsfaktor f_v

Die verwertbaren Daten halten sich in Grenzen, doch ist eine Tendenz zu kleinerer Tiefenwirkung mit steigender Einhärtetiefe erkennbar. Ebenso verschiebt sich der Punkt Z2 mit steigender Einhärtetiefe näher an Punkt 2 heran.

Die Faktoren für die Anhebung bzw. Senkung der Punkte Z1 (f_{HZ1}) und Z2 (f_{HZ2}) sind vom Werkstoff abhängig und in folgender Tabelle als Mittelwerte angegeben.

Werkstoff	f_{HZ1}	f_{HZ2}
16MnCr5	1,09	0,81
20MnCr5	1,06	0,97
30NiCrMo2	1,17	0,9

Tabelle t: Korrekturfaktoren für die Zwischenpunkte Z1 und Z2 des Härteverlaufs nach MSF_modifiziert

4.3.2.2.6. Modell nach Melzer, modifiziert

Aus den Diskussionen und den dabei eingebrachten Überlegungen entwickelte sich noch die Formel 100. Sie entstand auf der Basis von Melzer, beinhaltet aber nur bekannte Grundgrößen.

$$HV(x) = HV_{Kern} + \frac{HV_{Rand} - HV_{Kern}}{2} \cdot \left\{ 1 + \cos \left[\frac{x}{Eht} \cdot \arccos \left(2 \cdot \frac{HV_{Eht} - HV_{Kern}}{HV_{Rand} - HV_{Kern}} - 1 \right) \right] \right\} \quad [-] \quad (100)$$

- HV(x)* ... Härte in Abhängigkeit von der Tiefe *x* [HV]
- HVKern* ... Härte des Werkstoffs im Kernbereich [HV]
- HVRand* ... Härte des Werkstoffs im Randbereich [HV]
- Eht* ... Einhärtetiefe [mm]

Die Vereinfachung besteht im Weglassen der Faktoren *a* und *f_{TW}* welche nur ungenau ermittelt werden können. Die cosinus-Funktion als Grundlage für den Härteverlauf wurde beibehalten.

**Härteverlauf nach Melzer modifiziert, Welle mit Absatz 16MnCr5
Einsatzgehärtet Eht = 2,5mm**

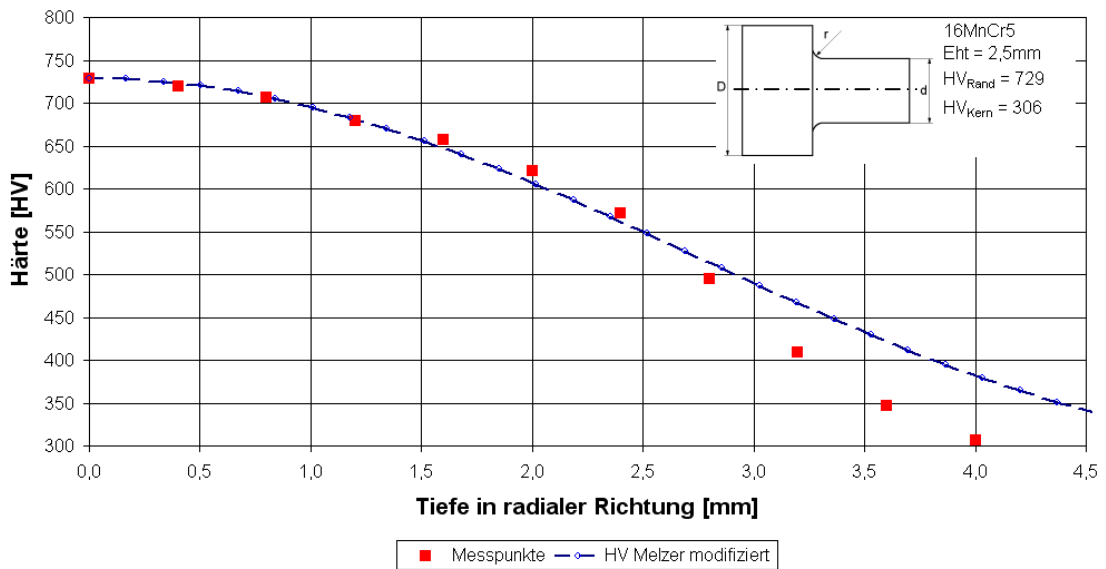


Bild 60: Härteverlauf nach dem Modell von Melzer modifiziert

4.3.2.2.7. Bestimmung des Härteverlaufs auf Basis von Normhärteverläufen

Zuletzt wurde noch eine weitere Möglichkeit zur Bestimmung der Härteverläufe auf Basis von Normhärteverläufen nach DIN EN 10083 für unlegierte Stähle und nach DIN EN 10084 für Einsatzstähle in Betracht gezogen. Der qualitativ vorgegebene Verlauf kann für die unterschiedlichen Werkstoffe parametrisiert werden und nach Randschichthärte und Einhärtetiefe konkret für den Anwendungsfall festgelegt werden.

4.3.2.2.8. Schlussfolgerung

Das Modell von Lang stellt eine sehr vereinfachte Darstellung des Härteverlaufs im Werkstoff dar. Die Unterscheidung von einzelnen Härteverfahren ist zwar erforderlich doch sind die Abweichungen gegenüber den Messergebnissen vor allem im Übergang zum Kernbereich zu groß um damit weiterarbeiten zu können.

Die Formel von Melzer liefert gute Ergebnisse, allerdings mit der Einschränkung auf das Verfahren von Einsatzhärten und dem Werkstoff 16MnCr5. Eine Unterscheidung nach

verschiedenen Härteverfahren fehlt allerdings. Die Härte der Randschicht und die des Grundwerkstoffes sind auf jeden Fall bekannt. Die Faktoren f_{TW} und a sind derzeit noch unsicher dürften aber im Laufe der Verwendung und mit der Sammlung an Daten eine höhere Treffsicherheit bieten. Damit kann der Fehlerbereich den Melzer mit $\pm 20\%$ angibt sicher verkleinert werden. Der Anstieg der Härte knapp unter der Oberfläche, zumeist in einer Tiefe von 0,1 bis 0,2 mm kann damit allerdings nicht gezeigt werden. Dazu ist die Modifikation um eine Phasenverschiebung erforderlich. Die Frage um welchen Betrag die Härte noch ansteigt und von welchen Faktoren das abhängt ist allerdings noch nicht beantwortet.

Thomas bietet für den einsatzgehärteten 16MnCr5 ähnlich gute Resultate wie Melzer, dieser Weg sollte weiter betrachtet werden. Dieses Formelwerk bietet auch noch die Möglichkeit der Härteerhöhung unter der Oberfläche gerecht zu werden. Wie bei Melzer fehlt allerdings die Unterscheidung nach dem Härteverfahren. Ebenso kann es bei anderen Werkstoffen als dem 16MnCr5 zu großen Abweichungen kommen. Vorteilhaft ist allerdings die Tatsache dass die Berechnung mit einer einzigen Annahme für y_{Kern} auskommt.

Die Beschreibung des Härteverlaufs nach MSF_modifiziert bietet für die untersuchten Messergebnisse ein brauchbares Ergebnis. Es entstand aus dem Wunsch heraus das schon gebräuchliche Verfahren von MSF möglichst beizubehalten. Die zuerst gesetzten Erwartungen konnten allerdings nicht erfüllt werden. Die Anpassung durch die Faktoren f_V , f_{ZH1} und f_{HZ2} ist zu ungenau. Vor allem der große Sprung des Faktors f_{HZ2} von 0,81 (16MnCr5) auf 0,97 (20MnCr5) konnte nicht erklärt werden und bietet somit zu wenig Sicherheit um dieses Verfahren anwenden zu können.

Mit der modifizierten Formel von Melzer erhält man für den einsatzgehärteten 16MnCr5 ähnliche Ergebnisse wie Melzer, jedoch mit nur bekannten Größen. Durch den Wegfall der Faktoren a und f_{TW} entfällt die Unsicherheit beim Bestimmen der Werte, man beraubt sich aber gleichzeitig einer Möglichkeit zur Anpassung des Härteverlaufs. Ihre Handhabung ist aber einfach und erlaubt zumindest für den untersuchten Probenumfang eine gute Näherung an den Härteverlauf.

Die am besten abgesicherten Ergebnisse, mit wenig erforderlichen Parametern, dürften nach der Methode der Normhärteverläufe zu erzielen sein. Eine große Anzahl von Vergütungs- und Einsatzstählen kann damit hinsichtlich des zu erwartenden Härteverlaufs gut abgedeckt werden. Es besteht eine gute Vergleichbarkeit mit verschiedenen Werkstoffen. Dieses Verfahren sollte umgesetzt werden.

4.3.2.3. Streckgrenzenverhältnis

Das Streckgrenzenverhältnis SGV wird als das Verhältnis von $R_{p0,2}$ zu R_m definiert. Es ist auch ein Anzeichen ob sich ein Werkstoff duktil oder spröde verhält und eine Annäherung des SGV an 1 zeigt einen spröden Werkstoff an. Bei ungehärteten Bauteilen ist das Streckgrenzenverhältnis über den gesamten Querschnitt nahezu konstant. Liegt eine gehärtete Randschicht vor so nimmt Melzer [MELZER] an, dass sich das Streckgrenzenverhältnis mit dem

Beginn der harten Randschicht linear zum Rand hin zu 1 ändert. Diese Annahme von 1 gilt als Richtwert und soll das spröde Verhalten eines gehärteten Werkstoffes wiedergeben.

Zusammen mit dem Härteverlauf und den umgerechneten Zugfestigkeiten kann mittels Formel 101 von Melzer [MELZER] der Festigkeitsverlauf in radialer Richtung von R_m und $R_{p0,2}$ angegeben werden.

$$SGV(x) = 1 - \left(1 - \frac{R_{p0,2 \text{ Kern}}}{R_{m \text{ Kern}}} \right) \cdot \frac{x}{t_{\text{relev}}} \quad [-] \quad (101)$$

$$t_{\text{relev}} = Eht \cdot f_{TW}$$

$SGV(x)$...	Streckgrenzenverhältnis	$[-]$
$R_{p0,2 \text{ Kern}}$...	Streckgrenze des Kernwerkstoffs	$[N/mm^2]$
$R_{m \text{ Kern}}$...	Zugfestigkeit des Kernwerkstoffs	$[N/mm^2]$
x	...	Tiefe	$[mm]$
t_{relev}	...	Relevante Tiefe bis zu der die Einhärtung wirkt	$[mm]$
Eht	...	Einhärtetiefe	$[mm]$
f_{TW}	...	Faktor für die Tiefenwirkung	$[-]$

R_m und $R_{p0,2}$ in Abhängigkeit von der Tiefe

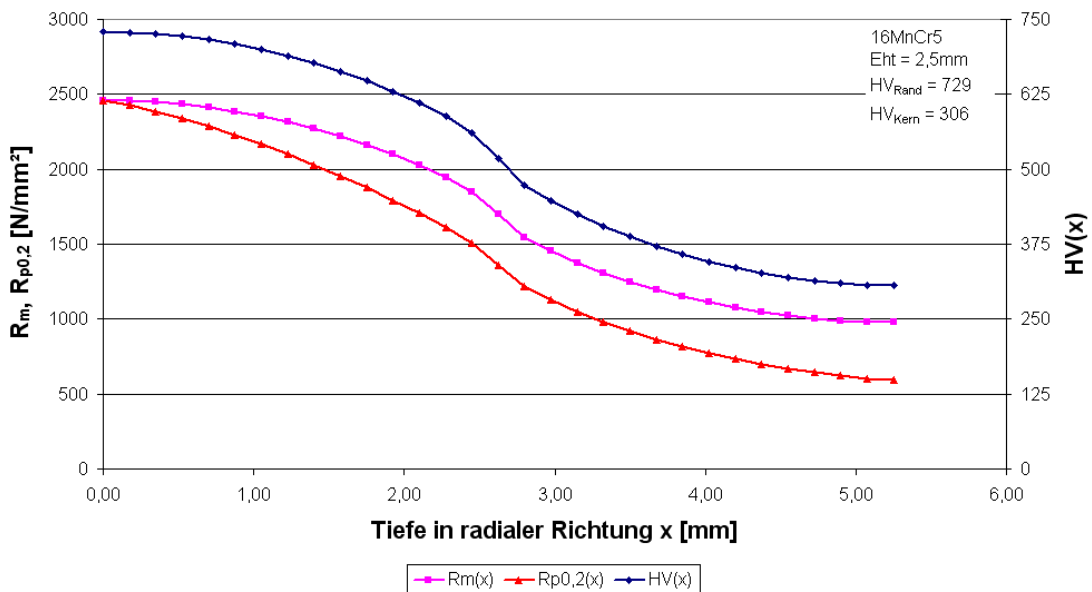


Bild 61: Streckgrenzenverhältnis in radialer Richtung, kombiniert mit Umrechnung aus der Härte

Das SGV von 1 an der Oberfläche erscheint allerdings etwas zu hoch, zudem ist eine Abhängigkeit von der Oberflächenhärte zu erwarten. Gegenüber der bisher bei MSF (Magna Steyr Fahrzeugtechnik) angewendeten Methode mit einem konstanten Streckgrenzenverhältnis für Einsatz- bzw. Vergütungsstählen (0,7 bzw. 0,84) enthält das Verfahren mehr Potential. Es müssen jedoch noch Erfahrungswerte gesammelt werden.

4.3.3. Einfluss der Oberfläche

Die Oberfläche besteht fertigungsbedingt aus einer Vielzahl von Kerben. Je nach Fertigungsverfahren zeigen diese ein anderes Profil. So ist bei einer geschliffenen Oberfläche

die mittlere Rautiefe gegenüber einer gedrehten Oberfläche kleiner, die maximalen Rautiefen sind jedoch größer und die Kerben selbst erheblich spitzer und unregelmäßig verteilt. Eine hartgedrehte Oberfläche mit gleicher mittlerer Rautiefe weist ein gleichmäßigeres Profil auf, spitze Kerben treten fast nicht auf. In [FOSTA] wurde versucht das Verhalten von randschichtgehärteten Bauteilen und die Einflüsse zu erfassen. Eine kurze Zusammenfassung der Ergebnisse ist in Tabelle u zu sehen. Für einsatzgehärtete Stähle (16MnCr5 und 18CrNiMo7-6) liefert das Hartdrehen höhere Schwingfestigkeitswerte gegenüber dem Schleifen und mit zunehmendem Verschleiß des Werkzeuges sinken diese Werte. Genau gegenteilig verhält sich der induktionsgehärtete 42CrMo4 der bei einer geschliffenen Bearbeitung die besseren Werte liefert.

Werkstoff	R_m	$R_{p0,2}$	E	A_5	Z	Härte- verfahren	Werkzeug- verschleiß Bearbeitung Nachbearbeitung	k	$\sigma_{aD,50\%}$	R
	[N/mm ²]	[N/mm ²]						[kN/mm ²]	[-]	[N/mm ²]
16MnCr5	557	355	196	28	56	Einsatz	Neu Hartgedreht -	7,7	304	0
							Neu Hartgedreht -	7,4	425	-1
							200µm Hartgedreht Wassergestrahlt	10,3	501	-1
							200µm Hartgedreht Hartglattgewalzt	12,9	501	-1
18CrNiMo7-6	558	399	194	26	58	Einsatz	Neu Hartgedreht -	6	456	-1
							Neu Hartgedreht -	5,7	358	0
							100µm Hartgedreht Wassergestrahlt	5,1	370	-1
							- Geschliffen -	6,5	340	-1
42CrMo4	762	418	196	22	64	Induktion	Neu Hartgedreht -	11,5	285	-1
							100µm Hartgedreht -	8,4	295	-1
							- Geschliffen -	21,2	347	-1

Tabelle u: Einfluss der Bearbeitung auf die Schwingfestigkeit

Die in Tabelle angeführte Zusammenfassung lässt aber Fragen offen. Es sind nicht alle Werkstoffe gleich bearbeitet und nachbearbeitet worden. Geschliffene Bauteile wurden keiner

Nachbearbeitung unterzogen, während beim 16MnCr5 eine Oberflächenbearbeitung durch Schleifen ausgelassen wurde. Damit ist es schwierig eine Schlussfolgerung aus den Ergebnissen zu ziehen da Vergleiche fehlen.

Die Schlussfolgerung aus [FOSTA] interpretiert das Ergebnis in der Weise, dass das Schleifen einen größeren mikrogeometrischen Einfluss der Kerbwirkung hat als eine hartgedrehte Oberfläche. Dieser Einfluss dreht sich beim 42CrMo4 um, hier sind es möglicherweise die Eigenspannungen die bei diesem Werkstoff und Härteverfahren den größeren Einfluss haben. Das Werkstoffgefüge bzw. dessen mögliche Änderung durch die Bearbeitung hat hier keinen oder einen nur sehr geringen Einfluss. Mit zunehmendem Werkzeugverschleiß beim Hartdrehen tendiert die Oberflächeneigenspannung hin zu Zugeigenspannungen und die Druckeigenspannungen verlagern sich weiter in die Tiefe. Die Eigenspannungen beim 18CrNiM7-6 sind nahezu identisch geblieben, während sich beim 42CrMo4 die Zugeigenspannungen bei beginnendem Werkzeugverschleiß etwas abgebaut haben, dann aber konstant geblieben sind. Der Werkzeugverschleiß hat wohl keinen Einfluss auf die Schwingfestigkeit, hier dürfte der Spannungsgradient der Eigenspannungen in der Randschicht größeres Gewicht haben. Durch das Wasserstrahlen ist bei den meisten Proben die Stelle der Schädigung vom Kerbradius hin zum Schaft und unter die Oberfläche, in den weicheren Bereich des Werkstoffes gewandert. Der Grund liegt aber nicht in einem unterschiedlichen Eigenspannungsverlauf, hier konnte kein Unterschied festgestellt werden. Positiv wirken sich aber beim Wasserstrahlen die aufgebrachten Druckeigenspannungen in der Randschicht aus. Das Hartglattwalzen bringt neben den verbesserten Eigenspannungen auch eine Halbierung der Rautiefe R_z . Hier wurden allerdings, im Vergleich zum Wasserhärten, keine Anrisse unter der Oberfläche beobachtet.

Die Anriss- und Bruchspannungen nehmen mit zunehmender Einhärtungstiefe ab und die Dauerbiegewechselfestigkeit ist von der Einhärtetiefe abhängig. Wie sich die einzelnen Legierungselemente und vor allem deren Wechselwirkung mit anderen sich auf das Verformungsverhalten auswirkt kann nicht schlüssig beantwortet werden.

Will man die diversen Einflüsse der Oberflächenbeschaffenheit für die Auslegung eines Bauteils rechnerisch erfassen so gibt es einerseits den Rechenweg der FKM sowie eine neuere Methode nach Liu. Der Rechenweg nach FKM kann die verschiedenen Einflüsse wie Randschichtdicke, Oberfläche und Fertigungsverfahren, etc. nicht oder nur teilweise richtig erfassen. So zeigen sich damit zwischen Rechnung und Versuch gegenläufige Tendenzen, welche damit ein falsches Bauteilverhalten vorhersagen. Der Rechenweg nach Liu erfasst dafür die Oberflächenrauheit und ihr Herstellverfahren und gibt damit tendenziell den richtigen Weg. Eine genaue Auflistung in tabellarischer Form und den dazu passenden Abbildungen sind in [FOSTA-5] zu finden.

Allerdings bedarf es hier noch einer Verbesserung der Methode, die Abweichungen sind noch zu groß. Eine hinreichend genaue Vorhersage ist damit nicht möglich.

4.3.3.1. Berechnung nach Liu

Oberflächenfaktor

$$F_o = \frac{\sigma_{aD}}{\sigma_w} = \frac{1}{1 + \left[(K_o - 1)^{-2,5} + \left(\sqrt{1 + \frac{R_{wirk}}{\Delta_0}} - 1 \right)^{-2,5} \right]^{-0,4}} \quad [-] \quad (102)$$

σ_w	...	Zug-Druck-Wechselfestigkeit (Probe $R_{eff} = 1\mu m$)	[N/mm ²]
σ_{aD}	...	Dauerfestigkeit	[N/mm ²]
Δ_0	...	Charakteristische Mikrostrukturlänge	[mm]
K_o	...	Oberflächenformzahl	[-]
R_{wirk}	...	Wirksame Rautiefe	[mm]

$$K_o = 1 + \left(2 - \frac{b}{B} \right) \sqrt{\frac{t}{\rho}} \quad [-] \quad (103)$$

b	...	Kerb(Riefen-) breite	[mm]
B	...	Abstand der Kerben	[mm]
t	...	Tiefe der Kerben	[mm]
ρ	...	Kerbradius	[mm]

$$\Delta_0 = \frac{1}{\pi} \left(\frac{\Delta K_o}{2 \cdot \sigma_w \cdot Y_o} \right)^2 \quad [-] \quad (104)$$

Y_o	...	=1,12, Korrekturfaktor	[-]
ΔK_o	...	=220, Schwellenwert für $R=-1$	[N/mm ^{2/3}]

$$R_{wirk} = \frac{R_z + R_{max}}{2} \quad [mm] \quad (105)$$

R_{wirk}	...	Wirksame Rautiefe	[mm]
R_z	...	Gemittelte Rautiefe	[mm]
R_{max}	...	Maximalwert der Rauheit	[mm]

4.4. SCHADENSPHÄNOMENE

Ein Versagen von Bauteilen kann durch eine zu hohe mechanische Belastung auftreten aber auch durch z.B. eine erhöhte Temperatur. Diese Arbeit beschränkt sich auf zu hohe mechanische Belastungen die zu einem Anriss im Werkstoff führen, bei weiterer Belastung weiter wachsen und schlussendlich zum Bruch eines Bauteils führen kann.

Während der Anriss noch eine gewisse Funktionssicherheit bietet führt ein Bruch zum totalen Ausfall des Bauteils.

Der Schadensfall Anriss kann sowohl durch

- Risse an der Oberfläche, als auch durch
- Risse unter der Oberfläche

auftreten.

Ungehärtete Bauteile weisen nur Anrisse an der Oberfläche auf, während Bauteile mit gehärteter Randschicht sehr wohl auch Anrisse unter der Oberfläche haben können. Der Anriss ist auch bei randschichtgehärteten Bauteilen auf eine Wechselplastifizierung und den daraus folgenden Gefügeveränderungen zurückzuführen. Bei geringerer Belastung ist diese Wechselplastifizierung zumeist unter der Oberfläche zu finden, während die Randschicht noch rein elastisch verformt wird. Erst bei einer höheren Belastung tritt dieses Verhalten auch in der Randschicht auf und damit können sich Anrisse an die Oberfläche verlagern.

Eine Erklärung für dieses Verhalten zeigen die Bilder 62 und 63. An einer glatten randschichtgehärtete Welle die auf Zug/Druck beansprucht wird überschreitet die auftretende Spannung die lokale Zugfestigkeit zuerst unter der Oberfläche (Punkt 1). Wird die Welle auf Biegung beansprucht hängt der Ort von der Beanspruchungshöhe ab. Bei niedriger Beanspruchung wird die Zugfestigkeit bei Punkt 2 überschritten, ab Punkt 1 ist die Zugfestigkeit durch das Härten soweit angestiegen, dass die Biegespannung wieder unter deren Grenze bleibt. Steigert man die Biegebeanspruchung so überschreitet die Biegespannung bei Punkt 3 die Zugfestigkeit und ein Anriss kann an der Oberfläche oder auch etwas darunter entstehen. Wo es zum Anriss kommt hängt dann von den Fehlerstellen innerhalb des Werkstoffs ab.

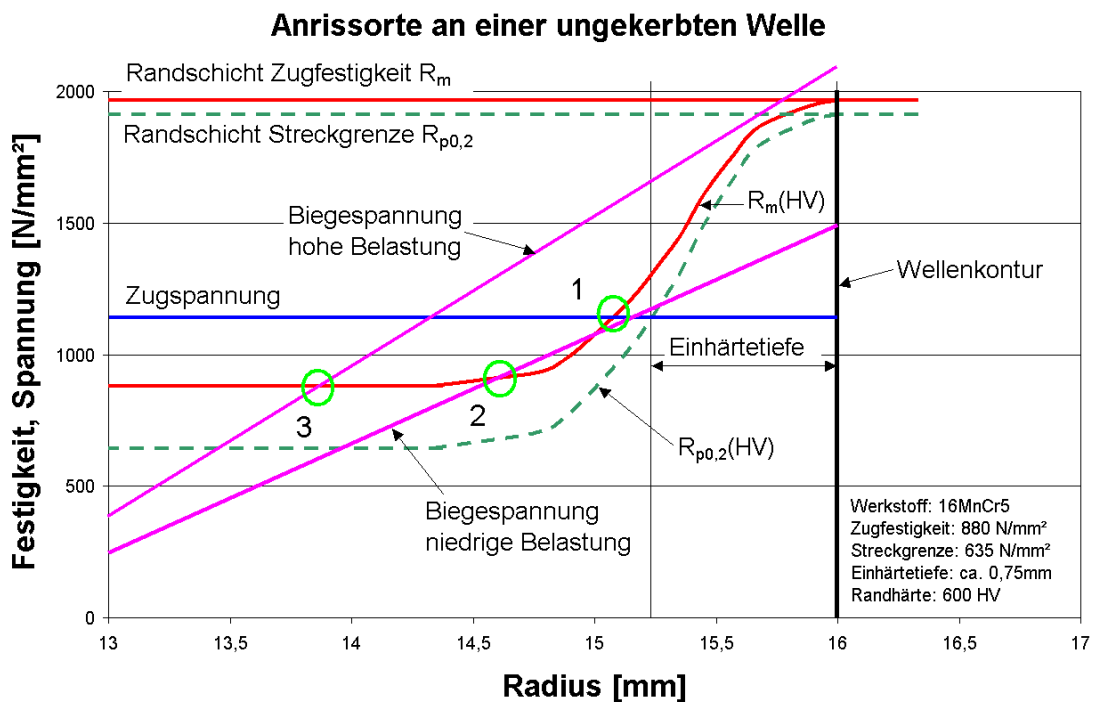


Bild 62: Verteilung der Anrissorte an einer ungekerbten Welle

Für eine Welle mit einer Kerbe, wie sie in Bild 63 dargestellt ist, gibt es ebenfalls unterschiedliche Ausgangspunkte von Anrissen. Bei einer Zugbeanspruchung liegt der Anriss bei niedrigerer Belastung durch die Spannungserhöhung der Kerbe an der Bauteiloberfläche (Punkt 1), wird die Belastung gesteigert kann auch unter der Oberfläche die Zugfestigkeit überschritten werden (Punkt 2). Bei einer Beanspruchung auf Biegung wird die Biegespannung ebenfalls aufgrund der Spannungserhöhung durch die Kerbe die Zugfestigkeit zuerst im Bereich der Bauteiloberfläche überschreiten (Punkt 3).

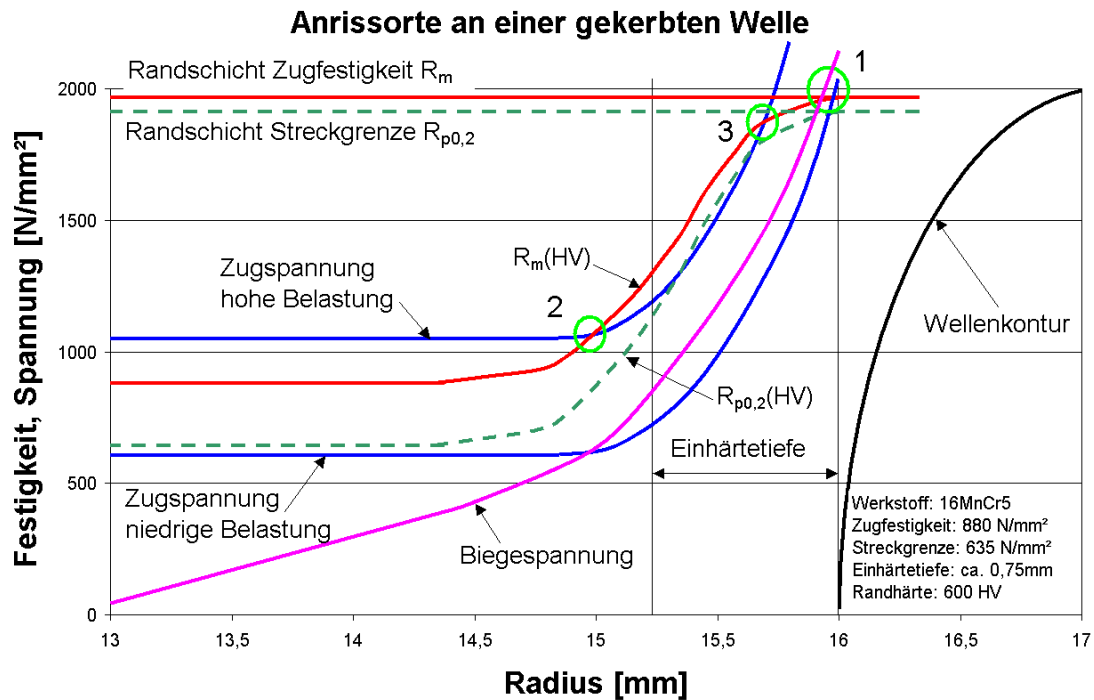


Bild 63: Verteilung der Anrissorte an einer gekerbten Welle

Ein weiteres Kriterium für den Versagensort liefert neben der Belastung auch die lokale Beanspruchung durch Kerben. Sind die Kerbfaktoren klein ist die Überhöhung der Spannungen am Rand kleiner und die Risse neigen tendenziell dazu unter der Oberfläche aufzutreten.

Risse die an der Oberfläche auftreten, können aber „stecken bleiben“, da in vielen Fällen die höchste Druckeigenspannung erst knapp unter der Oberfläche auftritt und diese ein weiteres Anwachsen verhindern ([MUNZ-6] und [RADAJ]).

Durch mehrere Versuche ([MUNZ-8]) mit unterschiedlichen Biege- und Zug-Druck-Belastungen konnte ein Zusammenhang zwischen der Anrissstiefe (Abstand von der Oberfläche an dem der Riss ausgeht) und den auftretenden Spannungen beobachtet werden. Werden diese Werte auch noch über den bezogenen Spannungsgradienten χ^* aufgetragen, so ergibt sich ein nahezu lineares Verhalten von einem kleinen Spannungsgradienten und einem Anriss relativ weit unter der Oberfläche bis hin zu einem Grenzwert für χ^* ab dem die Anrisse nur mehr an der Oberfläche auftreten, Bild 64.

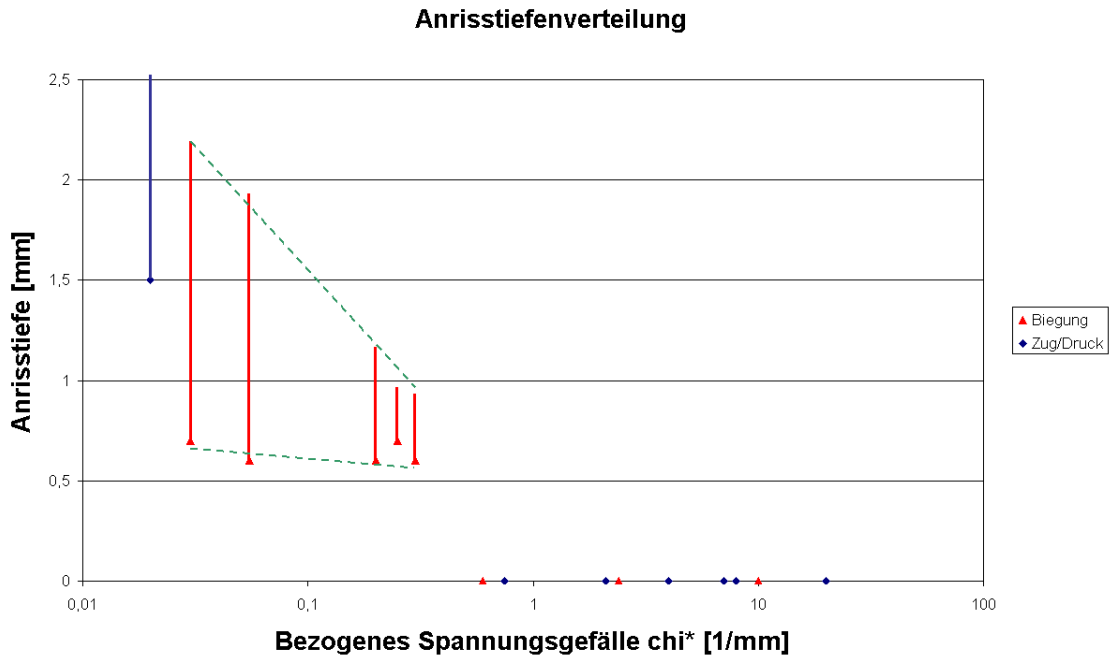


Bild 64: Anrisstiefenverteilung in Abhängigkeit vom bezogenen Spannungsgefälle

In [MUNZ-4] ist eine Wöhlerlinie für einen ungekerbten nitrierten und nicht nitrierten Ck15 dargestellt, siehe dazu Bild 65. Beim nitrierten Werkstoff ist bei hohen Lastspielzahlen ein deutlicher Knick zu erkennen, er stellt die Grenze zwischen Anrissen an der Oberfläche und Anrissen unter der Oberfläche dar. Dieses Verhalten deckt sich wiederum mit dem oben beschriebenen Verhalten eines ungekerbten Stabes bezüglich Rissentstehung.

Wöhlerdiagramm, Ck 15 Umlaufbiegebelastung

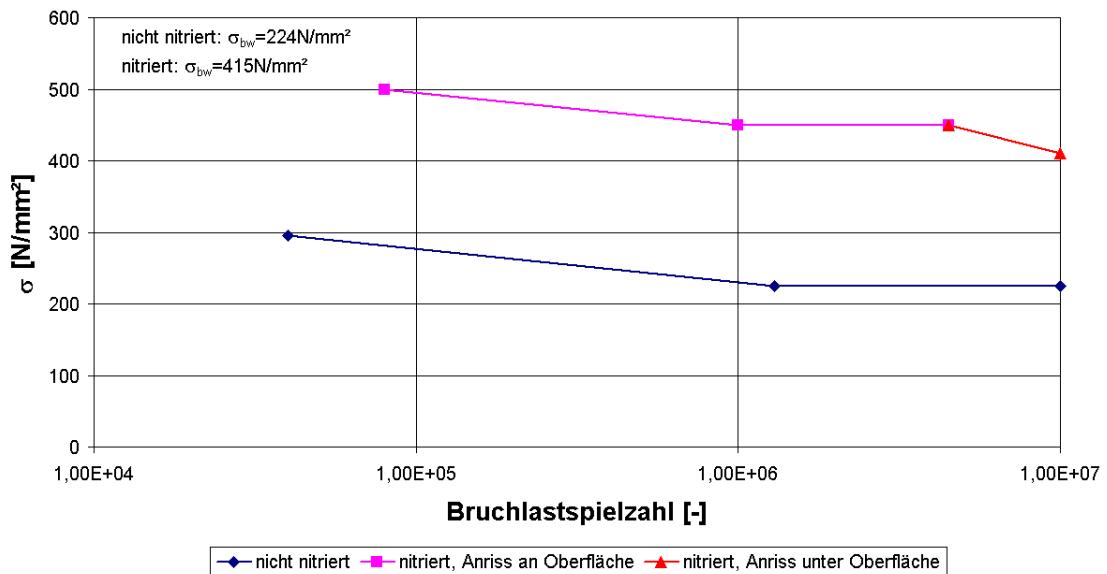


Bild 65: Schematische Darstellung eines Wöhlerdiagramms für Ck15 und Umlaufbiegebelastung

Ein ähnliches Verhalten ist auch in [BRUDER] zu finden. Dort sind als Beispiele durchgekohlte und einsatzgehärtete Proben von 20MnCr5 angeführt. Die Bereiche in denen ein Riss entsteht

und wie er sich ausbreiten kann, wurden dabei genauer untersucht. So beginnt bei hohen Belastungen der Bruch interkristallin in Bereichen mit relativ groben Korn. Sind die Belastungen klein, so startet der Riss als transkristalliner Schwingbruch und verläuft interkristallin weiter, transkristalline Bereiche sind aber möglich. Ein Anriss in der gehärteten Randschicht wurde nur im Kerbgrund beobachtet. Bei kleineren Formzahlen liegen die Anrisse unter der Oberfläche aber noch in der Nähe der gehärteten Randschicht, größere Formzahlen erlaubten nur mehr Anrisse direkt an der Oberfläche. Bei niedrigen Beanspruchungen ist die Anrissrosette (linsenförmiger Rissausgang) nur mehr sehr klein, mit dem oben beschriebenen interkristallinen Start des Bruchs, der in einen transkristallinen übergeht. Außerhalb der Rosette ist er wieder interkristallin. Wegen des kleinen hochbeanspruchten Bereichs machen hier Einschlüsse kaum etwas aus, anders sieht es im Kernbereich aus, hier steht ein viel größerer Bereich zur Verfügung und damit spielen auch die Einschlüsse eine größere Rolle.

Zusammenfassend hängt das Verhalten für Anriss von folgenden Faktoren ab:

- Ungehärtete Bauteile - Anriss erfolgt immer an der Oberfläche
- Randschichtgehärtete Bauteile - Anriss sowohl an der Oberfläche als auch darunter möglich
- Mit steigender Kerbformzahl steigt bei randschichtgehärteten Bauteilen die Möglichkeit zum Anriss an der Oberfläche
- Zug/Druckbeanspruchung bewirkt bei randschichtgehärteten Bauteilen zumeist einen Anriss unter der Oberfläche. Erst bei großen Kerbformzahlen ist ein Anriss an der Oberfläche zu erwarten.
- Bei Biege- und Torsionsbeanspruchung neigen randschichtgehärtete Bauteile zu Anrissen an der Oberfläche.
- Niedrigere Belastungsniveaus bei Biegung und Torsion führen zu Anrissen unter der Oberfläche, höhere zu Anrissen an der Oberfläche.

Für die Rissbildung unter der Oberfläche gilt:

Als Randbedingung gilt wie an der Oberfläche ein Versagen durch Mikroriss. Die Wachstumsgeschwindigkeit dieses Risses wird sich allerdings auf einem niedrigeren Niveau einstellen. Dafür gibt es zwei Gründe:

- Umgebungsbedingung
- Rissspitzenbeanspruchung

Als Richtwerte für die Verbesserung der Lebensdauer und Dauerfestigkeit gelten für normalisierte und vergütete Stähle folgende Werte: Die zugehörige Lebensdauer bei der Grenzwahrscheinlichkeit N_D erhöht sich um den Faktor 10, die Dauerfestigkeit um den Faktor 1,15. Die Wöhlerlinie wird dabei etwas flacher.

Weitere Erklärungen und wie man sich diese Näherungswerte ausrechnen kann sind im *Kapitel 4.6.2. Unterschied im Werkstoffverhalten bei Anriss an der Oberfläche zu Anriss unter der Oberfläche* zu finden.

4.5. SPANNUNGSVERLAUF IN RADIALER RICHTUNG

Eine unterschiedliche Werkstofffestigkeit über den Querschnitt verlangt die Kenntnis des Beanspruchungsverlaufs über den Querschnitt. Die Kerbformzahl für den Randbereich ist allein nicht mehr ausreichend.

Der Spannungsverlauf in einer ungekerbten Welle ist z.B. bei Zug oder Druck über den Querschnitt konstant. Treten Kerben auf so verändert sich dieser Verlauf von einem linearen Verhalten zu einer Kurve.

Um diesen Spannungsverlauf darstellen zu können hat Melzer [MELZER] für eine Welle mit Absatz oder Umlaufnut einen formalen Zusammenhang für den Hauptspannungsverlauf $\sigma_1(x)$ aufgestellt.

$$\sigma_1(x) = \left(\frac{1}{A_1 \cdot \alpha_{\sigma,\tau}^{A_2} \cdot \left(\frac{x}{d}\right)^2 + B_1 \cdot e^{\alpha_{\sigma,\tau} \cdot B_2} \cdot \frac{x}{d} + \frac{1}{\alpha_{\sigma,\tau} - C}} + C \right) \cdot \sigma_{nem}(d), \tau_{nem}(d) \quad \left[\frac{N}{mm^2} \right] \quad (106)$$

$\sigma_1(x)$...	Hauptspannungsverlauf	[N/mm ²]
$\alpha_{\sigma,\tau}$...	Kerbformzahl	[-]
x	...	Abstand von der Oberfläche	[mm]
d	...	Kerbgrunddurchmesser	[mm]
A_1, A_2, B_1, B_2, C	...	Faktoren	[-]

Gilt allerdings nur im Bereich von: $0 \leq x/d \leq 0,035$ und für $d > 10\text{mm}$.

<i>Welle mit Absatz</i>						
<i>Belastung</i>	<i>Geometrie</i>	<i>A1</i>	<i>A2</i>	<i>B1</i>	<i>B2</i>	<i>C</i>
Zug	$d/D \leq 0,67$	540	0,36	20	0,24	1
	$d/D > 0,67$	2200	-0,4	32,5	0,27	
Biegung	$d/D \leq 0,67$	2100	0,45	30	0,23	$1 - 4 \cdot \frac{1}{d}$
	$d/D > 0,67$	5300	-0,14	36,7	0,28	
Torsion	$d/D \leq 0,67$	5000	0,06	51	0,15	$1 - 4 \cdot \frac{1}{d}$
	$d/D > 0,67$	6000	0,17	53	0,27	
<i>Welle mit Umlaufnut</i>						
Zug	$d/D \leq 0,67$	210	0,8	14,6	0,13	1
	$d/D > 0,67$	280	0,84	22	0,12	
Biegung	$d/D \leq 0,67$	1250	0,32	16,5	0,19	$1 - 6 \cdot \frac{1}{d}$
	$d/D > 0,67$	1600	0,2	30	0,16	
Torsion	$d/D \leq 0,67$	2000	-0,04	20,7	0,18	$1 - 6 \cdot \frac{1}{d}$
	$d/D > 0,67$	2700	-0,14	26	0,19	
<i>Welle mit Welleneinstich</i>						
Zug	Kerbradius	6700	-0,17	70	0,3	1
	Mitte Kerbe	540	0,36	20	0,24	
Biegung	Kerbradius	6300	-0,2	77	0,3	$1 - 4 \cdot \frac{1}{d}$
	Mitte Kerbe	2100	0,45	30	0,23	
Torsion	Kerbradius	7400	0,35	75	0,41	$1 - 4 \cdot \frac{1}{d}$
	Mitte Kerbe	5000	0,06	51	0,15	

Tabelle v: Kennwerte für die Berechnung des radialen Spannungsverlaufs nach Melzer

Für den Welleneinstich gilt die gleiche Formel, hier wird aber statt dem Durchmesser Verhältnis der Ort der Spannungsüberhöhung unterschieden. Wendet man diese Formel an und vergleicht den Hauptspannungsverlauf noch mit dem Festigkeitsverlauf des Werkstoffs so lassen sich damit mögliche Orte für den Anriss darstellen.

Für die Welle mit Umlaufnut ist dieser Verlauf für σ_1 keine befriedigende Abbildung, es kommt dabei zu größeren Abweichungen als bei der Welle mit Absatz oder dem Welleneinstich.

4.5.1. Beispiele

Im Folgenden sind nun drei Beispiele für die Belastungen Zug, Druck und Torsion zu sehen. Als Grundlage dient die Welle mit Absatz aus [BRUDER] da für dieses Probenstück aufgrund ausführlicher Messungen genügend Daten zur Verfügung stehen.

Der Verlauf von R_m wird über die Umrechnung der Härtewerte bestimmt, $R_{p0,2}$ durch das Streckgrenzenverhältnis SGV. Mit der Formel 106, Seite 101 wurde die Hauptnormalspannung $\sigma_1(x)$ ermittelt.

Die Eigenspannungen, Bild 66 Seite 103, stammen aus einer röntgenographischen Messung im unbelasteten Zustand und sind in [BRUDER-6] zu finden.

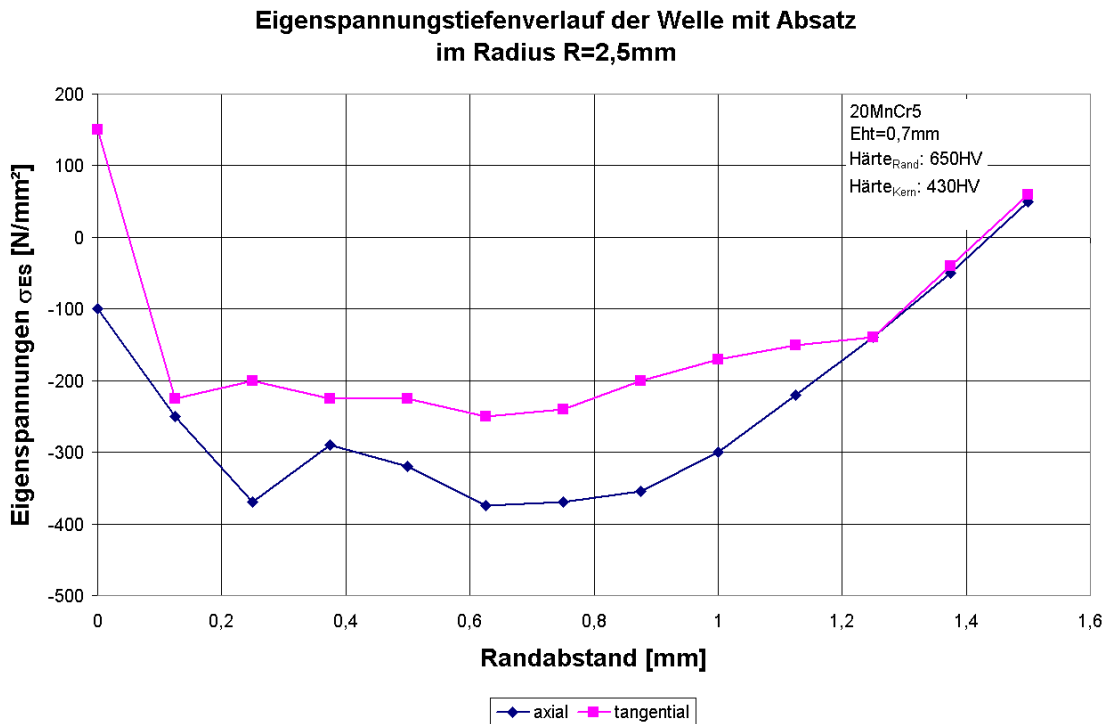


Bild 66: Verlauf der Eigenspannungen der Welle mit Absatz in axialer und tangentialer Richtung

Kombiniert man die Eigenspannungen in axialer Richtung mit der Hauptnormalspannung $\sigma_1(x)$ so ergeben sich die tatsächlich auftretenden Spannungen in axialer Richtung im Bauteil. Wird zusätzlich noch die Mikrostützwirkung berücksichtigt sinken die Spannungen noch etwas weiter ab. Zusätzlich sind in den Diagrammen noch die Biegewechselfestigkeit σ_{bW} und Zug-/Druckwechselfestigkeit σ_{zdW} eingetragen.

Für eine reine Zugbelastung sieht man in Bild 67 dass die Schädigung immer zuerst unter der Oberfläche stattfindet, wie es auch bei den Versuchen bestätigt wird. Hier kommt es zu ersten plastischen Verformungen.

Vergleich von Spannung zu Festigkeit bei Zugbelastung

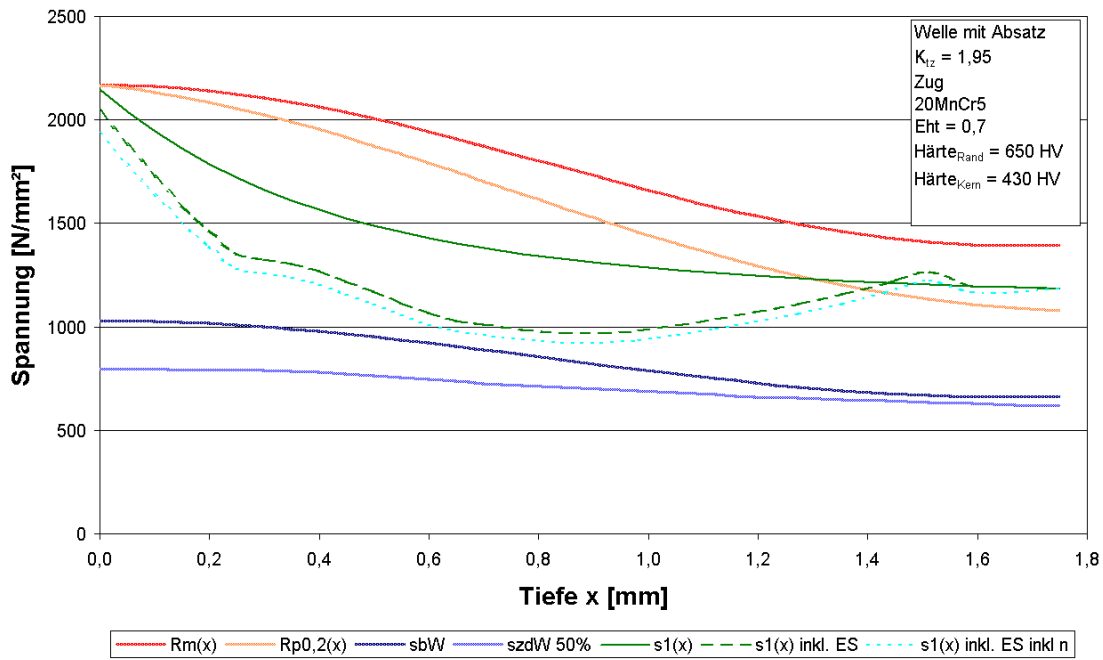


Bild 67: Vergleich von Spannung zu Festigkeit bei Zugbelastung (540kN)

Für die Biegung und Torsion muss der Ort der Schädigung differenziert betrachtet werden. Ist die Kerbwirkung gering und damit die Spannungsüberhöhung am Rand klein so ist hier durchaus auch eine Schädigung unter der Oberfläche möglich. Ansonsten ist der Ort des Anrisses an der Oberfläche.

Vergleich von Spannung zu Festigkeit bei Biegebelastung

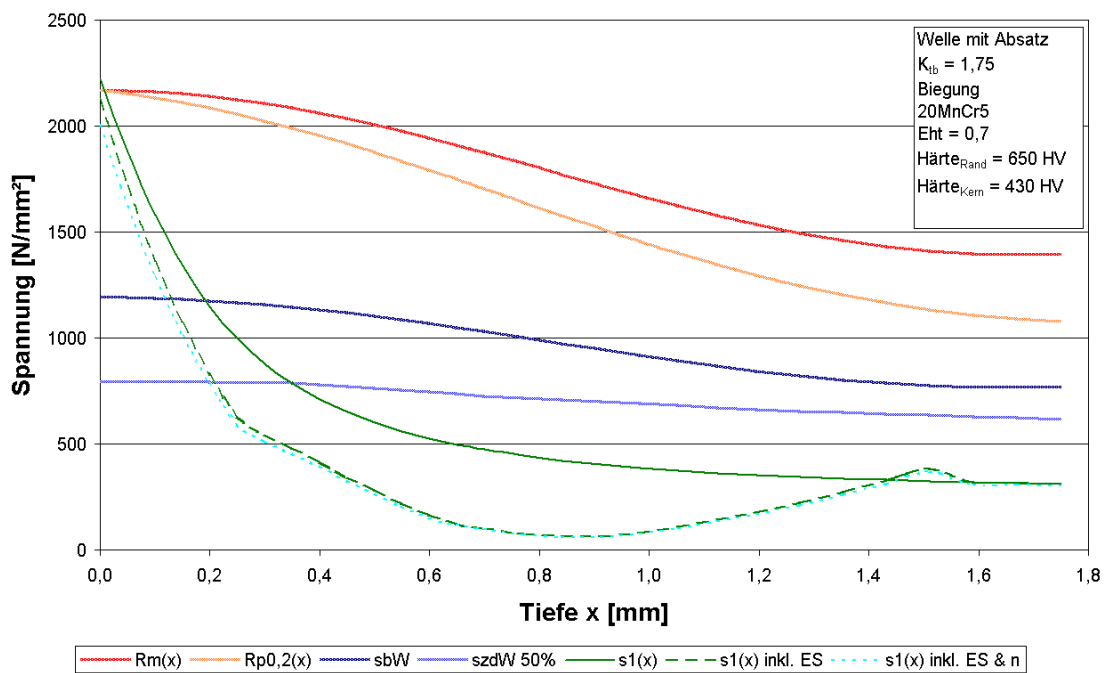


Bild 68: Vergleich von Spannung zu Festigkeit bei Biegung (1950Nm)

In diesem oben dargestellten Fall (Bild 68) wäre der Schädigungsfall ohne Eigenspannungen klar definiert. Durch die Kerbwirkung findet am Rand eine klare Spannungsüberhöhung statt, der Anriss beginnt an der Oberfläche. Durch die vorhandenen Eigenspannungen werden die Spannungen abgesenkt und es bildet sich in Summe ein Spannungswert der knapp unter dem Grenzwert bleibt. Für eine dynamische Belastung verhält es sich ähnlich, die Grenzwerte werden zuerst im Bereich der Oberfläche überschritten.

Bei einer Belastung auf Torsion verhält es sich ähnlich. Der Schaden würde ohne Eigenspannungen deutlich an der Oberfläche auftreten und unter der Oberfläche würden die Spannungen auch noch unter der Dehngrenze bleiben. Mit Druckeigenspannungen bleibt die Welle wieder schadensfrei, siehe Bild 69.

Der hier dargestellte Verlauf soll die theoretisch beschriebenen Unterschiede von Anriss an der Oberfläche und im Volumen bildlich darstellen. Der Einfluss von Druck- oder Zugeigenspannungen ist deutlich zu sehen. So können geeignete Druckeigenspannungen einen Anriss verhindern und im Gegensatz dazu die ungewünschten Zugeigenspannungen einen Anriss schon früher verursachen als es im eigenspannungsfreien Zustand zu erwarten wäre.

Damit sind die auftretenden Eigenspannungen ein nicht zu unterschätzender Aspekt in der Schädigungsrechnung der aber durch seine vielfältigen Einflüsse noch nicht klar erfasst werden kann.

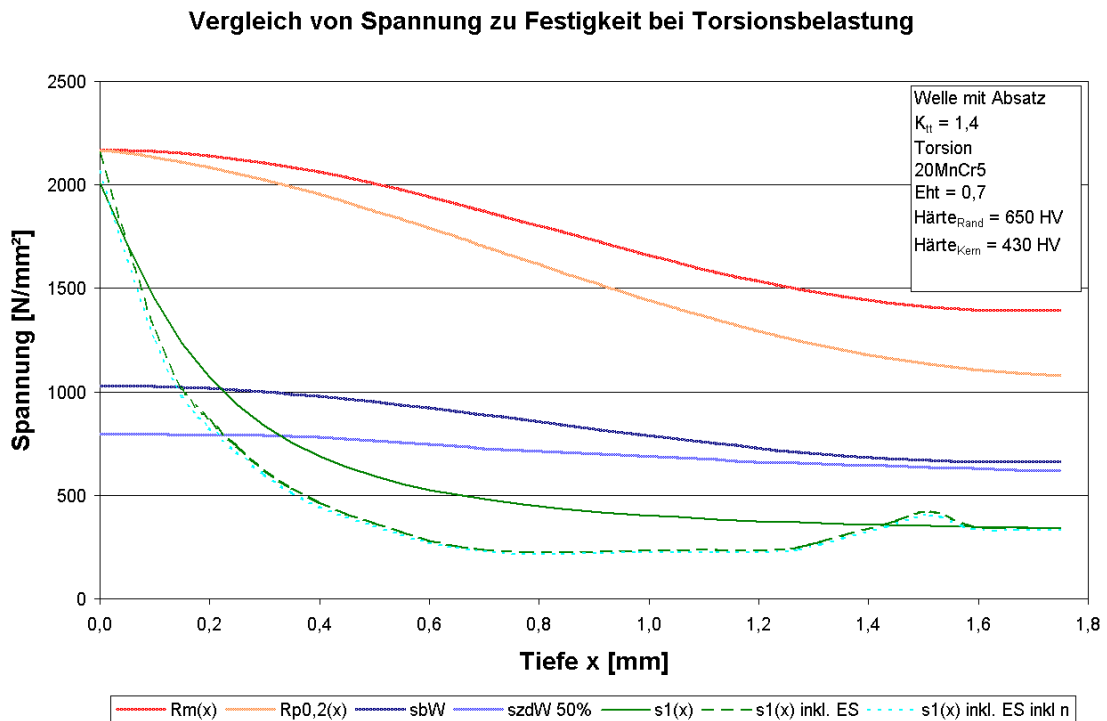


Bild 69: Vergleich von Spannung zu Festigkeit bei Torsion (4400Nm)

4.6. WERKSTOFFVERHALTEN

In diesem Kapitel soll nun näher auf die zyklischen Werkstoffwerte eingegangen werden sowie auch die Wöhlerlinien, deren Neigung und die Unterschiede zwischen gehärteten und ungehärteten Werkstoffen/Bauteile. Dies soll hier vor allem auf Basis von aus der Literatur genommenen Versuchen aufgezeigt werden. Sind von Werkstoffen die Daten bekannt so werden diese auch angegeben. Der für die Berechnung notwendige Wert der Ersatzstrukturlänge wird nach Formel 28 auf Seite 30 errechnet.

4.6.1. Berechnung zyklischer Werkstoffdaten

4.6.1.1. Berechnung nach dem Uniform Material Law

Sind die zyklischen Werte für Werkstoffe nicht bekannt so besteht die Möglichkeit diese auf theoretischem Weg über das Uniform Material Law (UML) zu ermitteln. Diese Methode ist aber nur eine „gerechnete Schätzung“ und ist mit Vorsicht anzuwenden, die ermittelten Werte können oft große Abweichungen gegenüber den Werten aus den Versuchen aufweisen. Das UML, Formel 107 und Tabelle w auf Seite 107, gilt für un- und niedriglegierte Stähle und Aluminiumwerkstoffe. Will man es auch für randschichtgehärtete Bereiche anwenden so muss zuerst die Härte in die Zugfestigkeit umgerechnet werden, siehe dazu *Kapitel 4.3.2.1.*

Umrechnung von Härteangaben in Zugfestigkeit.

Formeln und dazugehörige Tabelle sind aus [BAEUMEL-5] entnommen.

$$\varepsilon_a = \frac{\sigma_a}{E} + \left(\frac{\sigma_a}{K'} \right)^{\frac{1}{n'}} \quad [-] \quad (107)$$

$$\varepsilon_a = \frac{\sigma'_f}{E} \cdot (2 \cdot N)^b + \varepsilon'_f \cdot (2 \cdot N)^c \quad N \leq N_D$$

ε_D	... Dehnung	[-]
ε_a	... Dehnung Elastischer Anteil	[-]
P_{SWT}	... Schädigungsparameter	[N/mm ²]
E	... Elastizitätsmodul	[N/mm ²]
R_m	... Streckgrenze	[N/mm ²]
σ_a	... Spannungsamplitude	[N/mm ²]
σ'_f	... Schwingfestigkeitskoeffizient	[N/mm ²]
ε'_f	... Duktilitätskoeffizient	[-]
b	... Schwingfestigkeitsexponent	[-]
n'	... Zyklischer Werkstoff-Verfestigungsexponent	[-]
K'	... Zyklischer Werkstoff-Verfestigungskoeffizient	[N/mm ²]
c	... Duktilitätsexponent	[-]
N_D	... Schwingspielzahl	[-]

	Unlegierte, niedriglegierte Stähle	Aluminium- und Titanlegierungen
σ'_f	$1,5 \cdot R_m$	$1,67 \cdot R_m$
b	-0,087	-0,095
ε'_f	$0,59 \cdot \psi$	0,35
c	-0,58	-0,69
σ_D	$0,45 \cdot R_m$	$0,42 \cdot R_m$
ε_D	$0,45 \cdot \frac{R_m}{E} + 1,95 \cdot 10^{-4} \cdot \psi$	$0,42 \cdot \frac{R_m}{E}$
N_D	$5 \cdot 10^5$	$1 \cdot 10^6$
K'	$1,65 \cdot R_m$	$1,61 \cdot R_m$
n'	0,15	0,11
$\psi = 1 \quad \text{für: } \frac{R_m}{E} \leq 3 \cdot 10^{-3}$ $\psi = \left(1,375 - 125 \cdot \frac{R_m}{E} \right) \quad \text{für: } \frac{R_m}{E} > 3 \cdot 10^{-3}$ $\psi \geq 0$		
Streubänder		
σ_a - ε_a -Kurve		
$K'_{10\%}$	$1,4 \cdot R_m, (1,4 \cdot R_m)$	$1,32 \cdot R_m, (1,32 \cdot R_m)$
$K'_{90\%}$	$1,95 \cdot R_m, (1,95 \cdot R_m)$	$1,97 \cdot R_m, (1,97 \cdot R_m)$
ε_a -Wöhlerlinie		
$\varepsilon_a 90\%$	$0,75 \cdot \varepsilon_a 50\%, (0,77 \cdot \varepsilon_a 50\%)$	$0,72 \cdot \varepsilon_a 50\%, (0,77 \cdot \varepsilon_a 50\%)$
$\varepsilon_a 10\%$	$1,34 \cdot \varepsilon_a 50\%, (1,30 \cdot \varepsilon_a 50\%)$	$1,40 \cdot \varepsilon_a 50\%, (1,30 \cdot \varepsilon_a 50\%)$
P_{SWT} -Wöhlerlinie		
$P_{SWT 90\%}$	$0,8 \cdot P_{SWT 50\%}, (0,82 \cdot P_{SWT 50\%})$	
$P_{SWT 10\%}$	$1,24 \cdot P_{SWT 50\%}, (1,22 \cdot P_{SWT 50\%})$	
Werte in Klammern für $N > 1000$		

Tabelle w: Berechnung der zyklischen Werkstoffkennwerte mit dem UML

Das UML gilt nur für Randschichten mit geringem RAG (Restaustenitgehalt) (wenn möglich weniger als 4%) da der RA (Restaustenit) sich sonst noch umwandeln kann und sich dadurch die Eigenschaften und das Verhalten der Randschicht ändert. Um Werte für den Kernbereich zu bekommen werden die Anrisswerte an der Oberfläche umgerechnet als würden sie unter Vakuum stattfinden, die Umrechnung wird in Kapitel 4.6.2. Unterschied im Werkstoffverhalten bei Anriss an der Oberfläche zu Anriss unter der Oberfläche beschrieben.

Das UML gilt nicht für nitrierte Randschichten, für gerollte oder kugelgestrahlte Oberflächen wurde es noch nicht überprüft.

4.6.2. Unterschied im Werkstoffverhalten bei Anriss an der Oberfläche zu Anriss unter der Oberfläche

Wie schon im *Kapitel 4.4. Schadensphänomene* beschrieben gibt es ein unterschiedliches Verhalten des Werkstoffes bezüglich Anriss an der Oberfläche oder darunter. Die meisten der in der Literatur angegebenen Wöhlerlinien gelten für den Anriss an der Oberfläche. Tritt jedoch dieser unter der Oberfläche auf, so muss man auch mit einem geänderten Werkstoffverhalten rechnen. Der Ausgangspunkt für das Versagen ist, wie an der Oberfläche, durch einen Mikroriss gegeben, die Wachstumsgeschwindigkeit ist aber kleiner. Dafür gibt es zwei Gründe:

- *Umgebungsbedingung*: Ein Oberflächenanriss wächst unter Einwirkung des umgebenden Mediums. Dieser Einfluss ist korrosiver Natur und führt, gegenüber dem Innenanriss, zu einer erhöhten Rissfortschrittsgeschwindigkeit
- *Rissspitzenbeanspruchung*: Sie ist bei einem Oberflächenriss höher als im Inneren, damit liegt die Rissfortschrittsgeschwindigkeit auf einem höheren Niveau als bei Innenrisse.

Die Umgebungsbedingung für einen Anriss unter der Oberfläche kann als Vakuum angenommen werden. Damit fallen jegliche Einflüsse durch Korrosion aus der Umgebung weg. Um dieses veränderte Verhalten auch im Versuch nachbilden zu können wurde in [BAEUMEL] der zu prüfende Bauteil in einer Vakuumumgebung getestet.

4.6.2.1. Umgebungseinfluss

Den Einfluss der Umgebung versuchen mehrere Modelle zu interpretieren (Oxidation der Rissflanken, Wasserstoffversprödung durch elementaren Wasserstoff aus Umgebung, ...) doch konnten diese durch Versuche nicht nachgewiesen werden. Aus der Literatur ([BAEUMEL-2]) geht jedoch hervor, dass das folgende Modell immer mehr an Bedeutung gewinnt und auch experimentell nachgewiesen werden kann.

Die Rissfortschrittsrate hängt dabei von den physikalischen Vorgängen der Versetzungen in der plastischen Zone an der Rissspitze ab. Das Umgebungsmedium beeinflusst dabei die Bewegung und Vermehrung der Versetzungen und deren Wechselwirkungen untereinander und hat damit einen Einfluss auf die Geschwindigkeit des Rissfortschritts. Unter normaler Atmosphäre bewirkt der Oxidfilm auf der Metalloberfläche dass sich die Versetzungen an der Oberfläche vor der Rissfront ansammeln. Sie bewirken damit eine Vergünstigung des Rissfortschritts. Bei Vakuum bildet sich nur eine sehr dünne Oxidschicht aus. Sie kann das Austreten der Versetzungen aus der Oberfläche nicht verhindern. Damit wird das plastische Fließen begünstigt.

Dieses unterschiedliche Verhalten zeigt sich in einem flacheren Verlauf der Wöhlerlinie gegenüber einer Wöhlerlinie deren Riss einer normalen Atmosphäre ausgesetzt ist. Ein Beispiel für dieses unterschiedliche Werkstoffverhalten ist in Bild 70 anhand eines Ck15 zu sehen.

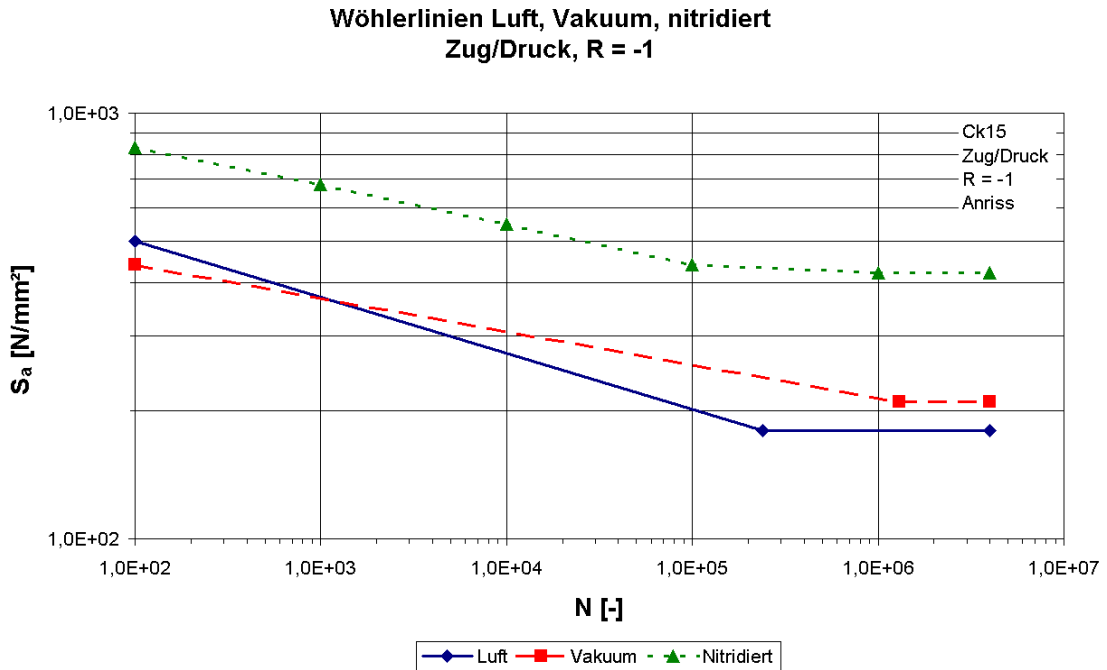


Bild 70: Unterschiedliche Wöhlerlinien bei einem Ck15 für den Grundwerkstoff, unter Vakuumatmosphäre und nitridiert.

Für die Berechnung der zyklischen Werte unter Vakuum wird von Bäumel [BAEUMEL] folgendes Rechenmodell vorgeschlagen:

Der Schwingfestigkeitskoeffizient σ'_f und der Duktilitätskoeffizient ϵ'_f werden als konstant angenommen. Die Grenzwahrschwingzahl N_D sowie die Konstanten b , c und ϵ_D werden über Faktoren der beiliegenden Tabelle x und Formel 108 Seite 111 umgerechnet. Dieses Modell ist aber noch sehr unsicher und beschreibt die Änderungen des Werkstoffes eher tendenziell als dass exakte Werte errechnet werden.

Werkstoff	Steigerung der		
	Lebensdauer		Dauerfestigkeit
	$\frac{N_{D,Vakuum}}{N_{D,Luft}}$		$\Delta \varepsilon_D = \frac{\varepsilon_{D,Vakuum}}{\varepsilon_{D,Luft}}$
	$N_{D,Luft} \approx 10^5$	$N_{D,Luft} \approx 10^6$	$\Delta \sigma_D = \frac{\sigma_{D,Vakuum}}{\sigma_{D,Luft}}$
Eisen	≈ 4 - 5	≈ 8 - 10	$\Delta \varepsilon_D \approx 1,0$
Normalisierter Stahl	-	≈ 10	$\Delta \varepsilon_D \approx 1,25$
Hochfester Stahl	≈ 7	≈ 10	$\Delta \sigma_D \approx 1,23$
Aluminium	≈ 2 - 3	≈ 8 - 10	$\Delta \varepsilon_D \approx 2,0$
Verschiedene Aluminiumlegierungen	≈ 10	≈ 15 - 20	-
Kupfer	≈ 3 - 5	≈ 10 - 20	-
Kupfer	≈ 3 - 5	≈ 10	-
Kupfer	-	≈ 10 - 20	$\Delta \varepsilon_D \approx 1,3$
Hochfeste Titanlegierungen	≈ 3 - 10	≈ 8 - 10	$\Delta \sigma_D \approx 1,17$
Verschiedene Titanlegierungen	-	≈ 20	$\Delta \sigma_D \approx 1,13$
Molybdänlegierungen	≈ 3 - 5	≈ 10 - 20	$\Delta \sigma_D \approx 1,1$
Verschiedene Magnesiumlegierungen	≈ 3 - 5	≈ 5 - 15	$\Delta \sigma_D \approx 1,0 - 1,2$

Tabelle x: Werte für die Umrechnung der Wöhlerlinie für den Innenanriss nach [BAEUMEL]

$N_{D, Vakuum}$... Grenzwahrscheinlichkeit im Vakuum [-]

$N_{D, Luft}$... Grenzwahrscheinlichkeit an der Luft [-]

$\varepsilon_{D, Vakuum}$... Dehnung im Vakuum [-]

$\varepsilon_{D, Luft}$... Dehnung an der Luft [-]

$$\sigma'_f{}^{Vakuum} = \sigma'_f{}^{Luft}$$

$$\varepsilon'_f{}^{Vakuum} = \varepsilon'_f{}^{Luft}$$

$$\sigma_D^{Vakuum} = \sigma_D^{Luft} \cdot f_\sigma$$

$$N_D^{Vakuum} = \frac{f_{N_{max}}}{2} \left(\frac{\sigma_D^{Vakuum}}{\sigma'_f} \right)^{\frac{1}{b^{Luft}}}$$

$$\begin{aligned}
 b^{\text{Vakuum}} &= b^{\text{Luft}} \cdot \frac{\log\left(\frac{2 \cdot N_D^{\text{Vakuum}}}{f_{N_{\max}}}\right)}{\log(2 \cdot N_D^{\text{Vakuum}})} \\
 c^{\text{Vakuum}} &= c \cdot \frac{\log\left(\frac{2 \cdot N_D^{\text{Vakuum}}}{f_{N_{\max}}}\right)}{\log(2 \cdot N_D^{\text{Vakuum}})} \\
 \varepsilon_D^{\text{Vakuum}} &= \frac{\sigma_f^{\text{Vakuum}}}{E} \cdot (2 \cdot N_D^{\text{Vakuum}})^{b^{\text{Vakuum}}} + \varepsilon_f^{\text{Vakuum}} \cdot (2 \cdot N_D^{\text{Vakuum}})^{c^{\text{Vakuum}}}
 \end{aligned} \tag{108}$$

Je nachdem, ob nun die Grenzschwingspielzahl näher bei 10^5 oder 10^6 liegt, wird eine unterschiedliche Steigerung nach der Tabelle entnommen. Die drei teilweise unterschiedlichen Werte für Kupfer resultieren aus drei unterschiedlichen Quellen. Hier hilft nur die Erfahrung des Anwenders für welche Werte er sich entscheidet.

4.6.2.2. Rissspitzenbeanspruchung

Mit der Verlagerung des Risses unter die Oberfläche ändern sich nicht nur die atmosphärischen Umgebungsbedingungen sondern auch die geometrische Umgebung. Betrachtet man den Mikroriss zuerst einmal mit der linear-elastischen Bruchmechanik ergibt sich ein Verhältnis der Spannungsintensitätsfaktoren $K_{I,\text{Oberflächenriss}}/K_{I,\text{Innenriss}}$ von ca. 1,6. Mit dem kleineren K_I für Innenriss ist auch die Wachstumsgeschwindigkeit des Innenrisses kleiner.

Die linear-elastische Bruchmechanik darf allerdings nicht angewendet werden da für die in diesem Modell betrachteten Mikrorisse die plastische Zone der Rissspitze um einiges größer ist als die Risslänge selbst. Folgt man dem Rechenweg in [BAEUMEL-4] so ergibt sich letztendlich eine Verdoppelung der Lebensdauer für Innenriss gegenüber einem gleich großen Oberflächenriss.

4.6.3. Zyklische Werkstoffdaten für 20MnCr5

Dieser Werkstoff wurde in [BRUDER] einer ausgiebigen Testreihe in unterschiedlichen Kombinationen unterzogen. Für die grundsätzlichen Werkstoffdaten (statisch und zyklisch) wurden Flach- und Rundproben axial belastet, des Weiteren wurden bauteilähnliche (Welle mit Absatz, Querbohrung), einsatzgehärtete Probestücke dynamisch auf Biegung beansprucht.

Für die Ermittlung der Festigkeitswerte am Rand wird die durchgekohlte Probe herangezogen. Für die Festigkeitswerte im Inneren wird die nicht aufgekohlte, blindgehärtete Probe verwendet. In [BAEUMEL] werden Werkstoffkennwerte für das Bauteilinnere an blindgehärteten Proben unter Vakuum ermittelt, die Werte für $N_{D,\text{Vakuum}}/N_{D,\text{Luft}}$ bzw. Dauerfestigkeitswerte sind Tabelle x zu entnehmen.

4.6.3.1. Vergleichsrechnungen für den blindgehärteten Werkstoff

Für einen blindgehärteten 20MnCr5 wird eine zyklische Entfestigung erwartet und die Proben bestätigen dieses Verhalten. Die Dehnungswöhlerlinie ist mit dem Manson-Coffin-Ansatz gut beschrieben.

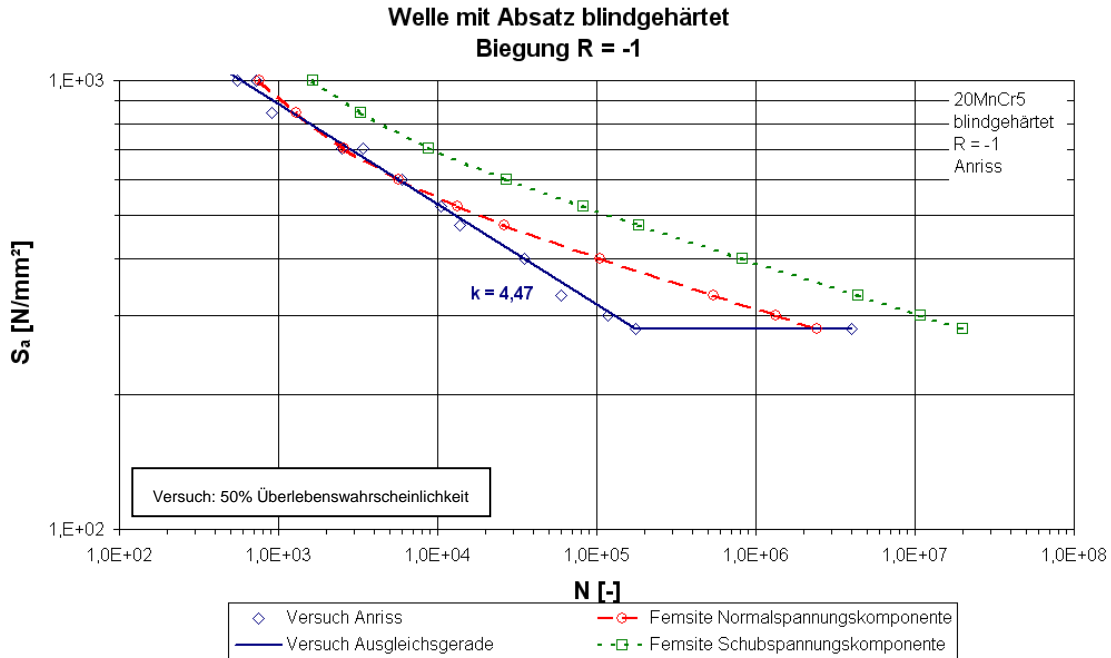


Bild 71: Welle mit Absatz, blindgehärtet, R = -1

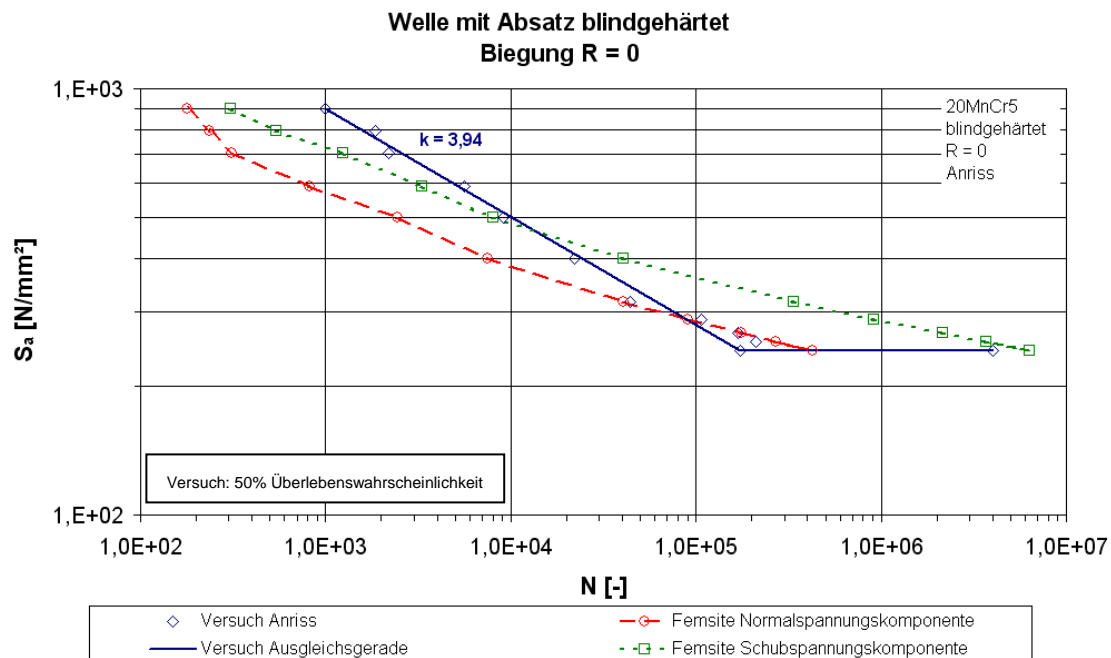


Bild 72: Welle mit Absatz, blindgehärtet, R = 0

Der Vergleich von Versuch und Berechnung mittels FEMSITE bestätigt die ermittelten Daten und Wöhlerlinien.

Für das Spannungsverhältnis von -1 passen Versuch und Rechnung sehr gut überein, siehe Bild 71. Bei $R = 0$, Bild 72, wird der Bauteil unterbewertet, die Abweichungen dürften von der Mittelspannungsempfindlichkeit kommen. Die Steigungen von ca. 4,5 ($R = -1$) und 4 ($R = 0$) sind schon ziemlich steil. Woher die kleinen Knicke bei ca. 300 Lastspielen in der gerechneten Wöhlerkurve für $R = 0$ kommen kann nicht erklärt werden.

4.6.3.2. Vergleichsrechnungen für den durchgekohten Werkstoff

Die Werkstoffkennwerte für eine gehärtete Randschicht wurden an 35 durchgekohten Flachproben ermittelt. Die Geometrie, Bild 73, verhindert ein zu frühes Ausknicken bei axialer Belastung und die Dicke von 2,5mm garantiert eine komplette Durchhärtung.

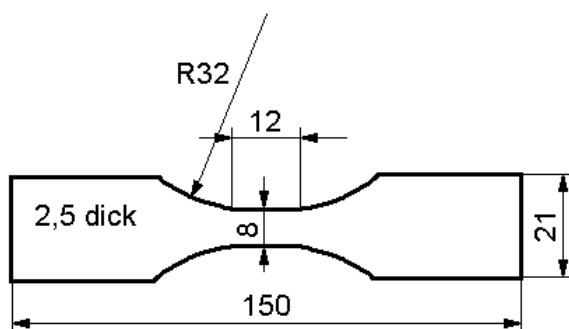


Bild 73: Geometrie der Flachprobe

Martensitische Stähle weisen mit steigendem Kohlenstoff-Gehalt eine leichte Abnahme des E-Moduls auf. So sinkt in diesem Fall der E-Modul von 208500 N/mm² (blindgehärtet) auf 203000 N/mm². Der Restaustenitgehalt weist am Rand einen deutlichen Abfall (20% in 0,1mm Tiefe, 2% an der Oberfläche) auf und auch der C-Gehalt (0,7% in 0,2mm Tiefe und 0,6% an der Oberfläche) ist etwas geringer. Allerdings ist kein deutliches Sinken der Härte zu sehen. Unter dem Lichtmikroskop wurde eine Oxidationsbreite von 20µm ermittelt, doch lassen die Versuchsdaten mit einem Abtrag von 50µm und 200µm den Schluss zu dass diese Oxidationsschicht erheblich tiefer wirkt als sie sichtbar ist. Zeigen doch die Proben bei denen 200µm von der Oberfläche abgetragen wurden bessere Werte für die Schwingspielanzahl bis Anriss an der Oberfläche als jene mit 50µm. Für die in [BRUDER] angegebenen zyklischen Daten wurden die Versuchsdaten mit einem Abtrag von 200µm herangezogen.

Bei durchgekohten Proben sind die statischen Festigkeitswerte dieser Proben kleiner als gedacht. Hier spielt wohl der Einfluss des hochbeanspruchten Volumens eine Rolle. Durch einen Versuch wurde nachgewiesen dass mit zunehmenden hochbeanspruchten Volumen die Bruchfestigkeit abnimmt.

Werden die Proben zyklisch beansprucht stellt sich eine zyklische Verfestigung ein, [BRUDER-3].

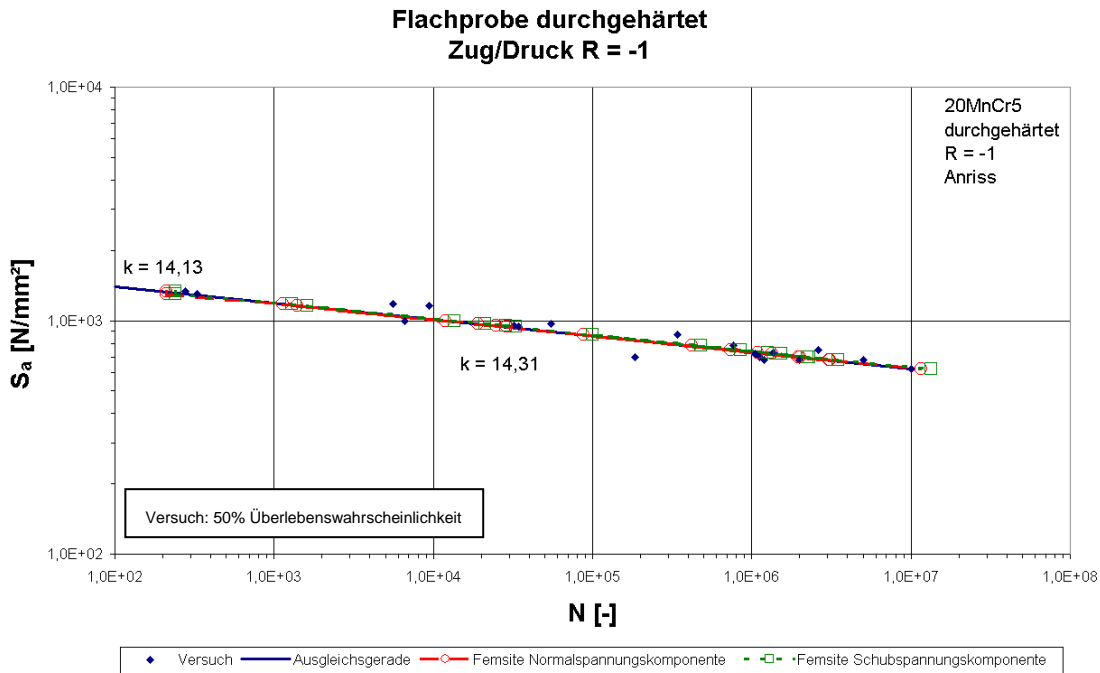


Bild 74: Flachprobe, durchgehärtet, R = -1

Wie Bild 74 zeigt findet sich eine fast exakte Übereinstimmung zwischen Versuch und Berechnung. Sowohl die Steigung wie auch die Schwingspielzahl stimmen äußerst gut überein. Ein Versuch für R = 0 wurde nicht durchgeführt und somit ist auch kein Vergleich mit einer Rechnung möglich.

4.6.3.3. Werkstoffdaten für 20MnCr5, blindgehärtet und durchgekühlt

Werkstoff statisch	R_m	$R_{p0,2}$	E	σ_{ZDw}	σ_{sch}	A_2	Z
	[N/mm ²]	[N/mm ²]	[N/mm ²]	[N/mm ²]	[N/mm ²]	[%]	[%]
Blindgehärtet	1450	1120	208500	527	749	27	57
Durchgekühlt	1408	1408 ¹⁾	203000	791	1136		

Werkstoff zyklisch	$K_{\sigma,zyklisch}$	$n_{\sigma,zyklisch}$	ϵ'_f	σ'_f	c	b	HV1
	[N/mm ²]	[-]	[-]	[N/mm ²]	[-]	[-]	[-]
Blindgehärtet	1960	0,112	8,4532	2492	-0,9947	-0,1118	350
Durchgekühlt	1392	0,277	0,001	2068	-0,2476	-0,0686	640

¹⁾ Der Wert für $R_{p0,2}$ wurde in [BRUDER] nicht angegeben. In Anlehnung an Kapitel 4.3.2.3.

Streckgrenzenverhältnis wurde für den gehärteten Werkstoff die Streckgrenze gleich der Zugfestigkeit gesetzt.

4.6.4. Zusammenfassung

Die gehärtete Randschicht ist vor allem für die Biegung und Torsion an gekerbten Bauteilen wichtig. Hier übernimmt sie den Bereich mit der höchsten Beanspruchung. Risse die bei einer ungehärteten Welle schon längst an der Oberfläche entstanden wären können damit wirkungsvoll unterbunden werden. Bei einer Belastung mit Zug oder Druck ist hingegen nur ein schwacher positiver Einfluss bemerkbar. Die Schädigung wird hier unter die Oberfläche in das weichere Grundmaterial verlagert.

Der Einfluss der Eigenspannungen mit steigender Festigkeit sowie der positive Einfluss von Druckeigenspannungen lassen sich bestätigen. Eine allgemein gültige Erfassung und Aussage über den Verlauf und der Höhe der Eigenspannungen kann nicht getroffen werden. Möchte man sie durch Parameter beschreiben so haben Faktoren wie Herstellungsverfahren der gehärteten Randschicht und die Oberflächenbearbeitung einen großen Einfluss darauf. Ein weiterer Aspekt ist der zeitliche Belastungsverlauf der einen Abbau von Eigenspannungen verursachen kann.

Werkstoffkennwerte für einen gehärteten Werkstoff sind nur idealisiert zu ermitteln und die Ergebnisse sind auf jeden Fall zu hinterfragen. Eine Berechnung mittels des UML (Uniform Material Law) ist mit Vorsicht zu genießen und ebenso ist auch die Umrechnung der Härtewerte in Zugfestigkeiten nicht immer zulässig.

Der Härteverlauf in Verbindung mit der Umrechnung in lokale Festigkeitswerte und dem Spannungsverlauf ist eine gute Möglichkeit sich einen Überblick zu verschaffen wo mögliche Anrisse auftreten können. Unterschiedliche Anrissorte bedeuten wiederum, dass eine Bewertung mit unterschiedlichen Werkstoffdaten erforderlich ist.

4.6.4.1. Steigung der Wöhlerlinien

Sowohl in [BRUDER] und [FKM-RICHTLINIE] werden folgende Neigungen für Wöhlerlinien als Richtwerte angegeben. Diese Angaben sind durch Versuche bestätigt.

Für unbehandelte, unlegierte, niedriglegierte und vergütete Werkstoffe kann man bei Biegung und einem Spannungsverhältnis $R = -1$ mit einem $k = 5$ rechnen. Für Torsion ändert sich die Neigung auf $k = 8$. Für randschichtgehärtete Bauteile mit $R = -1$ ist bei Biegung ein $k = 15$ ein guter Richtwert. Ändert sich das Spannungsverhältnis von -1 auf 0 so wird die Wöhlerlinie flacher und erreicht Werte von $k = 25$. Randschichtgehärtete Bauteile welche auf Torsion mit $R = -1$ belastet werden erreichen eine Wöhlerliniensteigung von $k = 25$.

In [BRUDER-5] werden als Begründung für die Änderung der Steigung folgende Punkte angegeben:

- Werkstoffverhalten der gehärteten Randschicht
 - Plastischer Verformungsanteil ist gering $\rightarrow P_{SWT}$ -Wöhlerlinie flacher
 - Geringere ertragbare Maximaldehnung
 - Höhere Dauerfestigkeit
- Druckeigenspannungen

- Erhöhen die Dauerfestigkeit, werden aber bei höheren Belastungen durch plastische Verformungen abgebaut
- Spannungumlagerung vom plastizierenden Kern auf die elastische Randschicht

Werkstoff	Nachbehandlung	R	k
Stahl	unlegiert, niedriglegiert, vergütet	-1	5
	randschichtgehärtet	-1	15
		0	25

Tabelle y: Richtwerte für die Steigung der Wöhlerlinien bei Biegung laut FKM-Richtlinien [FKM-RICHTLINIE]

Werkstoff	Nachbehandlung	R	k
Stahl	unlegiert, niedriglegiert, vergütet	-1	8
	randschichtgehärtet	-1	25

Tabelle z: Richtwerte für die Steigung der Wöhlerlinien bei Torsion laut FKM-Richtlinien [FKM-RICHTLINIE]

Werkstoff	Nachbehandlung	R	k
20MnCr5	einsatzgehärtet Eht = 0,7mm	-1	10
	einsatzgehärtet Eht = 1,3mm	0	23
		-1	17

Tabelle aa: Steigung der Wöhlerlinien bei Biegung aus den Versuchen von Bruder [BRUDER]

Werkstoff	Nachbehandlung	R	k
16MnCr5	einsatzgehärtet, hartgedreht (neu)	0	7,7
	einsatzgehärtet, hartgedreht (neu)	-1	7,4
	einsatzgehärtet, hartgedreht (verschlissen), wassergestrahlt	-1	10,3
	einsatzgehärtet, hartgedreht (verschlissen), hartglattgewalzt	-1	12,9
18CrNiMo7-6	einsatzgehärtet, hartgedreht (neu)	-1	6
	einsatzgehärtet, hartgedreht (neu)	0	5,7
	einsatzgehärtet, hartgedreht (verschlissen), wassergestrahlt	-1	5,1
	einsatzgehärtet, geschliffen	-1	6,5
42CrMo4	induktionsgehärtet, hartgedreht (neu)	-1	11,5
	induktionsgehärtet, hartgedreht (verschlissen)	-1	8,4
	induktionsgehärtet, geschliffen	-1	21,2

Tabelle bb: Steigung der Wöhlerlinien bei Biegung und unterschiedlichen Bearbeitungsmethoden aus den Versuchen von FOSTA [FOSTA]

4.7. MÖGLICHKEITEN DER FE-MODELLIERUNG GEHÄRTETER RANDSCHICHTEN

Der vorliegende Abschnitt befasst sich hauptsächlich mit der theoretischen Modellierung der gehärteten Randschicht aus [BRUDER]. Dazu werden zwei verschiedene Bauteile mit unterschiedlichen Randschichtdicken verwendet die in mehrere Einzelschichten unterteilt sind. Die Schädigungsbewertung wird an die neuen Anforderungen von Bauteilen mit gehärteter Randschicht angepasst. Anschließend wird das angepasste Berechnungsmodell mit den Versuchen verglichen und zeigt damit dessen Stärken und Schwächen.

4.7.1. Mehrschichtmodell

In [BRUDER-1] wird für die Abbildung von Bauteilen mit gehärteten Randschichten ein Mehrschichtmodell dargestellt. Eine ungekerbte Rundprobe wird in mehrere Hohlzylinder unterteilt. Jedem dieser Zylinder wird eine zyklische σ_a - ε_a -Kurve und eine Anfangseigenspannung (Zug oder Druck) zugewiesen. Wird nun eine äußere Zug- oder Druckspannung aufgebracht erfahren alle Zylinder die gleiche Dehnung. Sind die E-Moduln und Querkontraktionszahlen der einzelnen Schichten ungefähr gleich so kann die Querdehnung vernachlässigt werden.

4.7.2. Dünne Randschicht

Sind der Spannungsgradient innerhalb der gehärteten Randschicht und die Randschicht im Verhältnis zum Bauteildurchmesser klein, so genügt das Modell mit einer dünnen Randschicht. Diese dünne Randschicht nimmt auch kaum eine Last auf. Wie beim Mehrschichtmodell kann man hier unterschiedliche Werkstoffdaten eingeben. Allerdings haben hier Eigenspannungen der Randschicht kaum einen Einfluss auf den Spannungszustand im Kern, dieser wird als nahezu eigenspannungsfrei angenommen.

4.7.3. Gekerbte Bauteile, dicke Randschicht

Entspricht die Dicke der gehärteten Randschicht ungefähr dem Kerbradius und treten bei einer Belastung plastische Verformungen auf so übt die Randschicht einen Einfluss auf der Verformungsverhalten aus. In solchen Fällen schlägt man in [BRUDER] eine elastisch-plastische FE-Berechnung vor. Damit benötigt man für Kerbstäbe mit einer gehärteten Randschicht:

- Den Verlauf der Härte über die Tiefe im Kerbradius
- Eine Umrechnung der Härte in ein entsprechendes R_m .
- Ein Zusammenhang zwischen der σ - ε -Kurve und dem Randabstand
- FE-Struktur mit entsprechenden Verhalten

Dieses Vorgehen gilt nur wenn der Einfluss der Makroelastizitäten auf die Randschicht beschränkt bleibt, beeinflussen diese den gesamten Bauteil so liefert diese Art der Berechnung ein falsches Ergebnis.

4.7.4. Schädigungsbewertung

Prinzipiell wird mit P_{SWT} (Formel 12, Seite 19) gerechnet, dieser Ansatz ist weit verbreitet. In [BRUDER-2] wird aber eine Anpassung durch Bergmann vorgeschlagen welche sich mit den Versuchsergebnissen besser deckt, siehe Formel 109.

$$P_B = \sqrt{(\sigma_a + k_B \cdot \sigma_m) \cdot \varepsilon_a \cdot E} \quad [-] \quad (109)$$

P_B	...	Schädigungsparameter	[N/mm ²]
σ_a	...	Spannungsamplitude	[N/mm ²]
k_B	...	Faktor zur Bewertung der Mittelspannung	[-]
σ_m	...	Mittelspannung	[N/mm ²]
ε_a	...	Dehnungsamplitude	[-]
E	...	Elastizitätsmodul	[N/mm ²]
M	...	Mittelspannungsempfindlichkeit	[-]
R_m	...	Zugfestigkeit	[N/mm ²]

Der Faktor k_B für Stahl wird in [BAEUMEL] mit 1 für eine Mittelspannung größer 0 angegeben und mit 0 (0,5 für Aluminium) falls die Mittelspannung kleiner 0 ist.

Für die Mittelspannungsbewertung wird häufig auf die Mittelspannungsempfindlichkeit M (nach Schütz) verwiesen, welche sich auf die Nennspannungen bezieht, Formel 110. Für die Berechnung von P_{SWT} werden aber die örtlichen Spannungen und Dehnungen verwendet. Aus diesen beiden Tatsachen ergibt sich eine Abhängigkeit der Bewertung der Mittel-Nennspannungen an gekerbten Bauteilen vom R-Verhältnis der äußeren Belastungen, der Bauteilgeometrie (Formzahl α_K) und dem σ - ε -Verhalten des Werkstoffes in der Kerbe.

Die Mittelspannungsempfindlichkeit wird mit den Spannungsverhältnissen $R = -1$ und $R = 0$ berechnet.

$$M = \frac{S_{E,R=-1}}{S_{E,R=0}} - 1 \quad [-] \quad (110)$$

M	...	Mittelspannungsempfindlichkeit	[-]
$S_{E,R=-1}$...	Bauteildauerfestigkeit bei $R = -1$	[N/mm ²]
$S_{E,R=0}$...	Bauteildauerfestigkeit bei $R = 0$	[N/mm ²]

Ist das Werkstoffverhalten im makroskopischen Bereich linear elastisch so erhält man ein $M = M_\sigma = 2^{0,5} - 1 = 0,41$. Treten im Kerbgrund Plastifizierungen auf so erhält man ein $M < 0,41$, geschieht die Plastifizierung im Kernbereich so treten Werte mit $M > 0,41$ auf.

Bei einer Belastung mit sich ändernder Amplitude und Belastung wird die Dauerfestigkeit durch vorherige größere Schwingspiele vermindert. Damit leisten Schwingspiele, welche bei einstufiger Belastung dauerhaft ertragen würden auch einen Schädigungsbeitrag. Dieser Effekt

wird in der P-Wöhlerlinie beschrieben. Es wurde vorgeschlagen eine P_{SWT} -Wöhlerlinie zu verwenden welche bei doppeltlogarithmischer Auftragung eine Gerade ergibt. Die Linie wird dann mittels einer linearen Regression im Zeitfestigkeitsbereich ermittelt. Die Neigung wird stark durch den Verlauf der Wöhlerlinie des plastischen Anteils der Totaldehnung beeinflusst. Um eine Verfälschung zu vermeiden werden nur Versuche betrachtet welche eine Anrisschwingzahl $N_i < 2 \cdot 10^5$ aufweisen. Einsatzhärteschichten zeigen bei zyklischer Beanspruchung weitgehend makroskopisch elastisches Verhalten.

$$N_i = \left(\frac{P_{SWT}}{P_{SWT,0}} \right)^{-k} \quad [-] \quad (111)$$

Bei Verwendung von P_{SWT} wird der Größen- und Oberflächeneinfluss auf die Schwingfestigkeit durch Verschieben der P-Wöhlerlinie um die Einflussfaktoren berücksichtigt.

$$P = n \cdot \kappa \cdot P(N) \quad [-] \quad (112)$$

n ... Stützziffer [-]
 κ ... Oberflächenfeingestalt [-]

Liegt eine Rissbildung unter der Oberfläche vor so stimmen die üblich ermittelten Wöhlerlinien nicht mehr, diese gelten nur für den Schadensfall Anriss an der Oberfläche. Ausnahmen sind Versuchsergebnisse von randschichtgehärteten Bauteilen die durch Innenriss versagen, hier ist eine Rückrechnung der Wöhlerlinien für Innenriss möglich. Liegen diese nicht vor muss ein anderer Weg eingeschlagen werden.

4.7.5. Ergebnisse und Folgerungen

Für die Vergleichsrechnungen wurde das Mehrschichtmodell an der Welle mit Absatz ($R = 2,5\text{mm}$) verwendet. Die gehärtete Randschicht wurde dabei in zwei Bereiche unterteilt. Der erste Bereich entspricht der Einhärtetiefe des jeweiligen Bauteils, der zweite Bereich umfasst den Abschnitt bis zur Tiefe in der ein Anriss zu erwarten ist. Der Einfluss des Vakuums auf den Werkstoff im Kernbereich wurde berücksichtigt, die dafür verwendeten Werkstoffdaten werden allerdings nicht angegeben.

Die in [BRUDER] angegebenen Diagramme mit den Ergebnissen der Versuche und der Berechnungen zeigen eine gute Übereinstimmung mit dem Schadensfall Anriss an der Oberfläche. Die Berechnung liefert dabei leicht konservative Ergebnisse. Die Neigung der berechneten Wöhlerlinie ist gegenüber dem Versuch etwas flacher. Bei 1000 Schwingspielen liegt die Berechnung ca. eine halbe Dekade unter den Versuchsdaten.

Für den Übergang von Versagen an der Oberfläche auf ein Versagen im Materialvolumen wird folgende Vorgehensweise vorgeschlagen:

Mit dem Beginn des Bereiches der Dauerfestigkeit für die Schädigung an der Oberfläche wandert die Schädigung in das Materialvolumen. Um diese Schädigung im Volumen abzubilden

wird die Wöhlerlinie mit gleichbleibender Neigung um eine Dekade verlängert. Ab diesem Punkt gilt dann der Dauerfestigkeitsbereich für den gesamten Bauteil, siehe dazu auch Bild 75.

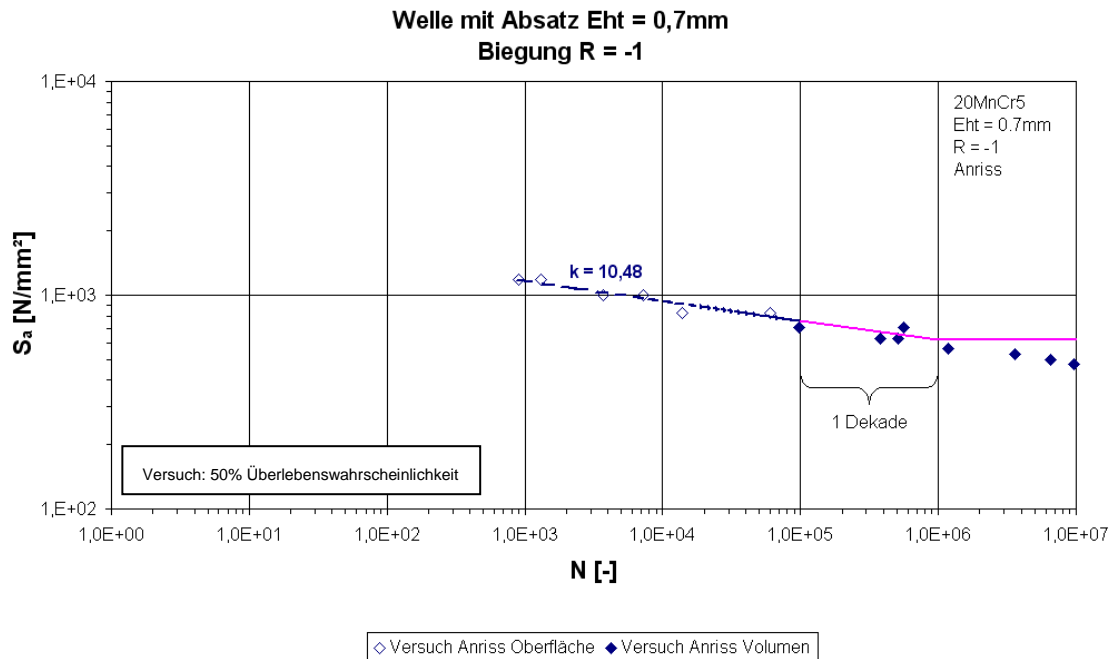


Bild 75: Ermittlung der Wöhlerlinie für den Bereich der Schädigung im Materialvolumen

Bei der Bauteil-Wöhlerlinie für Anrissversagen in der gehärteten Randschicht können Neigung und Abknickpunkt in einem größeren Bereich vorkommen. Die Schwingfestigkeit randschichtgehärteter Bauteile wird stark von technologischen Gegebenheiten und Zusammenwirken von Randschicht und Kern (Verformungsverhalten, Eigenspannungen,...) beeinflusst.

Die wichtigsten Kriterien nach denen man andere Versuchsergebnisse überprüfen sollte, sind:

- Probengeometrie und Belastung (Spannungsverhältnis)
- Grundwerkstoff
- Härte, Rand-C-Gehalt, Einsatzhärtetiefe, Restaustenitgehalt, Eigenspannungen
- Wärmebehandlung (Medium, Härteverfahren: Einfach-, Direkthärtung, Anlasstemperatur)
- Oberflächenzustand (Gefüge im Randbereich)
- Lage des Anrissortes

Die Ursachen für diese flache Bauteil-Wöhlerkurve liegen

- Im Werkstoffverhalten der gehärteten Randschicht, der plastische Verformungsanteil ist gering und die P_{SWT} -Wöhlerlinie daher flach. Die Randschicht weist eine geringere ertragbare Maximaldehnung und eine höhere Dauerfestigkeit als der Kernwerkstoff auf.
- In den Druckeigenspannungen im Bauteil welche die Dauerfestigkeit erhöhen aber auf höheren Lasthorizonten durch plastische Verformungen abgebaut werden. Bei hohen Belastungen können auch Spannungumlagerungen vom plastizierenden Kern auf die weitgehend elastische Randschicht zu einer Abflachung der Wöhlerlinie führen.

Die Berechnung der Stützzahl (v_D , v_S) aus der örtlichen Härte nach dem Ansatz von Petersen wird häufig angewendet. Nachteil dieses Ansatzes ist, dass weder die Größe der ungekerbten Bezugsprobe noch die Größe des Kerbgrundes am auszulegenden Bauteil in die Berechnung der Stützzahl eingehen. Trotzdem wird empfohlen damit zu rechnen, es gibt noch keinen besseren Ansatz für randschichtgehärtete Bauteile.

5. LEBENSDAUERBERECHNUNG - BETRIEBSFESTIGKEIT

Basierend auf den Modellen welche schon für die Überprüfung der Kerbformzahlen für die Umlaufnut und den Wellenabsatz verwendet wurden, aus [FKM], und den gehärteten Randschichten mit der einsatzgehärteten Welle mit Absatz aus [BRUDER] sollen Lebensdauerberechnungen durchgeführt werden. Ziel ist ein Vergleich der rechnerisch ermittelten Wöhlerlinien mit denen aus der Literatur vorhandenen Daten. Dazu werden die Lebensdauerberechnungen in zwei Bereiche eingeteilt.

Basierend auf den Wellenmodellen aus [FKM] sollen Vergleichsrechnungen für die Belastungen Biegung und Torsion sowie deren Kombination mit und ohne Phasenverschiebung angestellt werden. Diese Berechnungen sollen den in *Kapitel 2. Grundlagen der Bauteilbeanspruchung* theoretisch dargestellten Einflüsse der Phasenverschiebung und der Bildung einer geeigneten Vergleichsspannung gegenübergestellt werden um einen aktuellen Ist-Stand der derzeitigen Berechnungsmethode aufzuzeigen und um mögliche Änderungen vorzuschlagen.

Der zweite Bereich befasst sich mit der Lebensdauerberechnung von einsatzgehärteten Wellen, der Erstellung eines geeigneten FE-Modells sowie der Gegenüberstellung der Versuchsdaten aus der Literatur, siehe [BRUDER], und der Berechnung mittels FEMSITE. Hier gilt es ebenfalls einen Ist-Stand festzulegen und aufzuzeigen in welchen Bereichen Änderungen und Erweiterungen für die Berechnung notwendig sind.

Die Berechnungen für die Betriebsfestigkeit, Lebensdauer und Schädigung wurden mit dem Programm FEMSITE in der Version 2.5a durchgeführt. Die anschließende Auswertung erfolgte mit dem PostProzessor MEDINA von T-System, die Diagramme wurden in MS EXCEL erstellt. Die Berechnung der Steigung k der Wöhlerlinien in den Diagrammen erfolgte mit folgender Formel:

$$k = - \frac{\log\left(\frac{N_1}{N_2}\right)}{\log\left(\frac{S_1}{S_2}\right)} \quad [-] \quad (113)$$

5.1. ÜBERSICHT ÜBER FEMSITE

FEMSITE (Finite Element Method Simulation Technique) ist ein bei MSF (Magna Steyr Fahrzeugtechnik) entwickeltes Programm zur Lebensdauerberechnung von Karosserien und Getrieben. In diesem Abschnitt soll eine kleine Übersicht über das Programm und die für die Berechnung verwendeten Einstellungen gegeben werden. Die Berechnungen erfolgten durchwegs mit den gleichen Einstellungen, lediglich Schwingspielzahl und Belastungshöhe wurden verändert. Die Programmoberfläche ist in Bild 76 zu sehen.

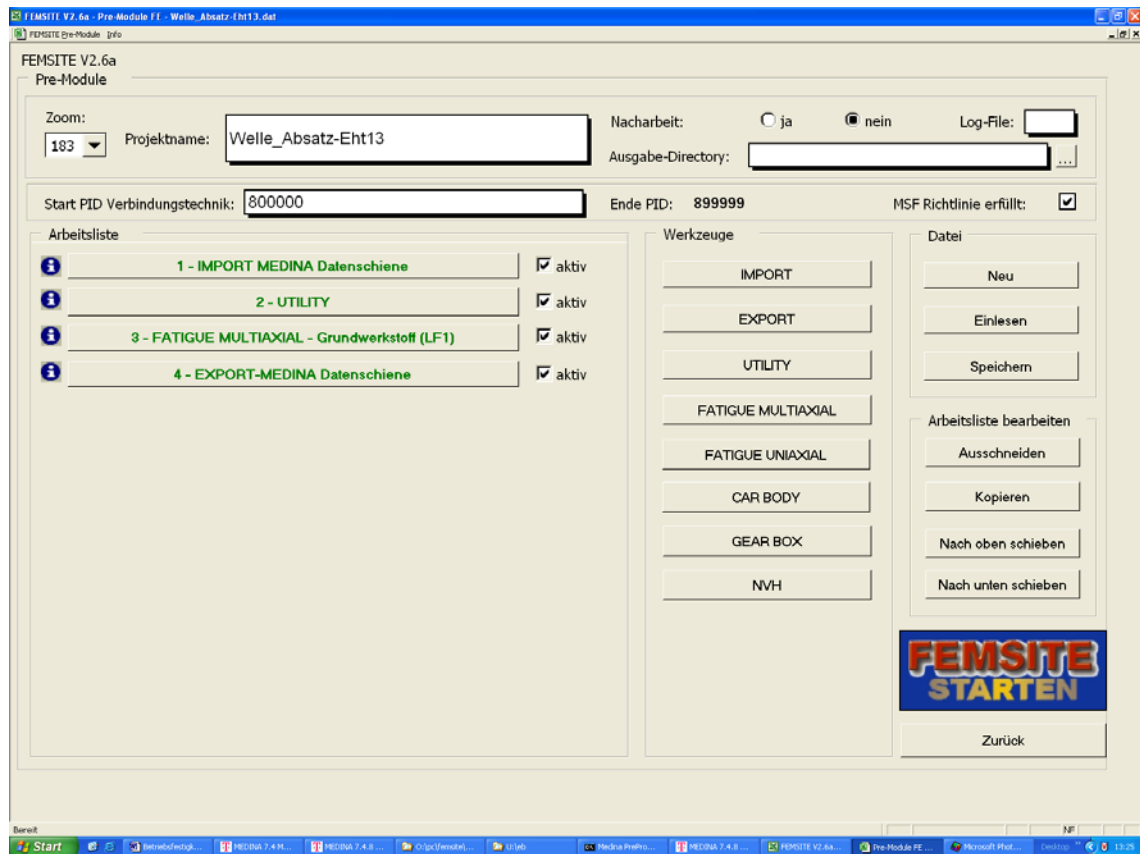


Bild 76: Programmoberfläche des Pre-Moduls von FEMSITE

Über den Import werden die für die Berechnung notwendigen Daten eingelesen. Zum einen sind das die Geometriedaten des zu berechnenden Bauteils sowie die Spannungen welche aus der FE Berechnung stammen.

Mit dem Punkt Utility werden in diesem Fall die Oberflächenerkennung und die Mikrostützwirkung nach Niemann aktiviert, zusätzlich werden hier die Werkstoffdaten eingelesen. Die tensorielle Mittelung der Elementspannungen an den Knoten wurde nicht aktiviert.

Mit dem Block Fatigue Multiaxial wird das Werkstoffmodell genauer definiert. Dabei können die schädigende Spannungskomponente ausgewählt werden (Normalspannungskomponente oder Schubspannungskomponente). Bei MSF wird allgemein für duktile Werkstoffe die Schubspannungskomponente (SSK) und für spröde Werkstoffe die Normalspannungskomponente (NSK) ausgewählt. Weiters erfolgen hier die Einstellungen für die Höhe der Belastungen, deren Last-Zeit-Verlauf und die erwünschte Anzahl der Lastspielwechsel.

Als Ergebnis (Export) erhält man die Berechnungsergebnisse in Form einer Darstellung der Schädigung des Bauteils.

Eine Schädigung mit dem Wert 1 entspricht genau einem Punkt auf einer Bauteilwöhlerlinie, ist der Wert kleiner als 1 ist der Bauteil von einer Schädigung durch Anriss noch entfernt, kann

also noch weiter belastet werden. Werte größer als 1 deuten hingegen auf ein Versagen des Bauteils noch vor den angestrebten Lastwechselspielzahlen hin.

5.2. SIMULATIONEN ZUM EINFLUSS DER PHASENVERSCHIEBUNG

In [FKM] ist eine umfangreiche Untersuchung zum Thema phasenverschobene Belastung zu finden. Die Belastungskombination besteht aus Biegung und Torsion und wurde zuerst theoretisch betrachtet und dann an Versuchen und Berechnung kontrolliert. Es werden unterschiedliche Methoden für die Ermittlung der Vergleichsspannung aufgezeigt. Anhand von Versuchen wurden die verschiedenen Konzepte mit der am Markt verfügbaren Berechnungssoftware validiert. Wie schon in *Kapitel 2.2. Lebensdauerabschätzung* beschrieben, bewirkt eine phasenverschobene Belastung je nach Werkstoffart (duktil oder spröde) eine verringerte oder erhöhte Lebensdauer gegenüber einer phasengleichen Belastung. An den beiden Proben, Welle mit Umlaufnut und Welle mit Absatz wurde das Programm FEMSITE mit den Versuchsergebnissen verglichen. Leider sind beide Proben nur mit duktilen Werkstoffen ausgeführt worden, so fehlt dazu der Vergleich mit spröden Werkstoffen.

Die Phasenverschiebung wurde in FEMSITE mittels des Last-Zeit-Verlaufs von Biege- und Torsionsmoment angegeben. Die Belastung ist sinusförmig und es genügte eine Schrittweite von 30° als Auflösung, Versuche mit einer Schrittweite von 10° gaben keine Änderung im Ergebnis.

Die vorhandenen Diagramme der Bauteilwöhlerlinien aus [FKM] zeigen zum einen eine punktweise Angabe der Versuche bei denen Anriss bzw. Bruch als Versagen gewertet wurde und vergleichend dazu noch neun Bauteilwöhlerlinien aus unterschiedlichen Berechnungskonzepten.

Für die selbst mit FEMSITE durchgeführten Berechnungen wurden die Versuchsdaten für Anriss als Versagenskriterium herangezogen. Die Versuchspunkte wurden aus obigen Diagrammen herausgemessen, anschließend erfolgte eine punktweise Berechnung mittels FEMSITE und den Kombinationen der Spannungskomponenten. Die Schädigungsrechnung erfolgte über die Angabe der Spannungsamplitude welche aus den Daten ausgelesen wurde und als Ergebnis erhält man die ertragbare Schwingenspielzahl. Die Belastungen für die Biegung und Torsion wurden durch einfaches umrechnen der Nennspannungsamplitude in ein Moment erreicht. Bei der kombinierten Belastung wurde die Biegenennspannung als Amplitudenwert angegeben, die Torsionsspannung ergibt sich über das Verhältnis von T/S ($T =$ Torsionsnennspannung, $S =$ Biegenennspannung), siehe dazu Formel 114 und 115 (Mit einem Nennspannungswert der Welle mit Umlaufnut).

$$\frac{T}{S} = \frac{1}{2}$$

$$T = \frac{16}{\pi} \cdot \frac{T_T}{d^3} \quad S = \frac{32}{\pi} \cdot \frac{T_B}{d^3} \Rightarrow \frac{T}{S} = \frac{\frac{16}{\pi} \cdot \frac{T_T}{d^3}}{\frac{32}{\pi} \cdot \frac{T_B}{d^3}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{T_T}{T_B}$$

$$\frac{T_T}{T_B} = 2 \cdot \frac{T}{S} = 1 \Rightarrow T_T = 1 \text{ [Nm]} \quad T_B = 1 \text{ [Nm]} \quad [-] \quad (114)$$

$$S = \frac{32}{\pi} \cdot \frac{T_B}{d^3} = \frac{32}{\pi} \cdot \frac{1}{22^3} = 9,566 \cdot 10^{-4} \left[\frac{N}{\text{mm}^2} \right]$$

$$T = \frac{16}{\pi} \cdot \frac{T_T}{d^3} = \frac{16}{\pi} \cdot \frac{1}{22^3} = 4,783 \cdot 10^{-4} \left[\frac{N}{\text{mm}^2} \right]$$

$$S_{AB} = 619,44 \left[\frac{N}{\text{mm}^2} \right] \Rightarrow T_{AB} = \frac{S_{AB}}{S} = \frac{619,44}{9,566 \cdot 10^{-4}} = 647543 \text{ [Nmm]} \quad [-] \quad (115)$$

S	... Biegeennspannung	[N/mm ²]
T	... Torsionsennspannung	[N/mm ²]
T_B	... Biegemoment	[Nmm]
T_T	... Torsionsmoment	[Nmm]
S_{AB}	... Biegeennspannungsamplitude	[N/mm ²]
T_{AB}	... Torsionsennspannungsamplitude	[N/mm ²]
d	... Wellendurchmesser	[mm]

5.2.1. Welle mit Umlaufnut

Die Welle mit Umlaufnut, [FKM-3], welche in Kapitel 3.3.3.5.2. Ergebnisse an der Welle mit Umlaufnut zur Überprüfung der Kerbformzahlen als Grundlage herangezogen wurde, diente auch in diesem Kapitel als Basis für Vergleiche.

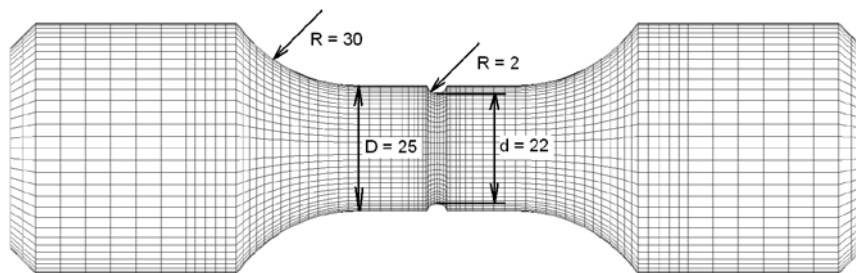


Bild 77: Skizze der Welle mit Umlaufnut

Eine Auflistung der kompletten Berechnungskombinationen ist in Tabelle cc zu finden.

Belastung	Verhältnis T/S	Phasen- verschiebung	R	Werkstoff	Spannungs- komponente
Biegung	-	-	-1	42CrMo4 S4	Normalspannung, Schubspannung
Torsion	-	-			
Biegung + Torsion	0,5	0°			
Biegung + Torsion	(0,5)*	(90°)*			

Tabelle cc: Parameterkombination der sechs Berechnungen für Welle mit Umlaufnut

* Für diese Belastungskombination existiert in [FKM] keine Angabe von Bauteilwöhlerlinien, es wurden stattdessen die Ergebnisse der Lebensdauerberechnungen zueinander verglichen.

Werkstoff	R_m	$R_{p0,2}$	E	A_5	Z
	[N/mm ²]			[%]	
42CrMo4 S4	920	743	210000	21	69

Werkstoff	$K_{\sigma, \text{zyklisch}}$	$n_{\sigma, \text{zyklisch}}$	ε'_f	c	σ'_f	b
	[N/mm ²]	[-]	[-]	[N/mm ²]	[N/mm ²]	[N/mm ²]
42CrMo4 S4	1915	0,2356	0,291	-0,5191	1432	-0,1223

Tabelle dd: Statische und zyklische Werkstoffdaten für den 42CrMo4 S4 aus [FKM]

Die Werkstoffkennwerte aus Tabelle dd wurden an einer Rundprobe mit einem Durchmesser von 9mm ermittelt.

Für die reine Biegung, siehe Bild 78, liegt die ermittelte Lebensdauer mit der Normalspannungskomponente um mehr als eine Dekade unter den Versuchsergebnissen, mit der Schubspannungskomponente liegt das Ergebnis ungefähr eine halbe Dekade hinter den Versuchsergebnissen aus der Literatur. Die Berechnung mit der NSK unterschätzt damit den Bauteil beträchtlich. Die Steigung der Wöhlerlinien wird in der Berechnung etwas steiler als im Versuch, liegt jedoch mit ca. $k=4$ im Bereich von den aus den Versuchen ermittelten Wert von $k=5,96$.

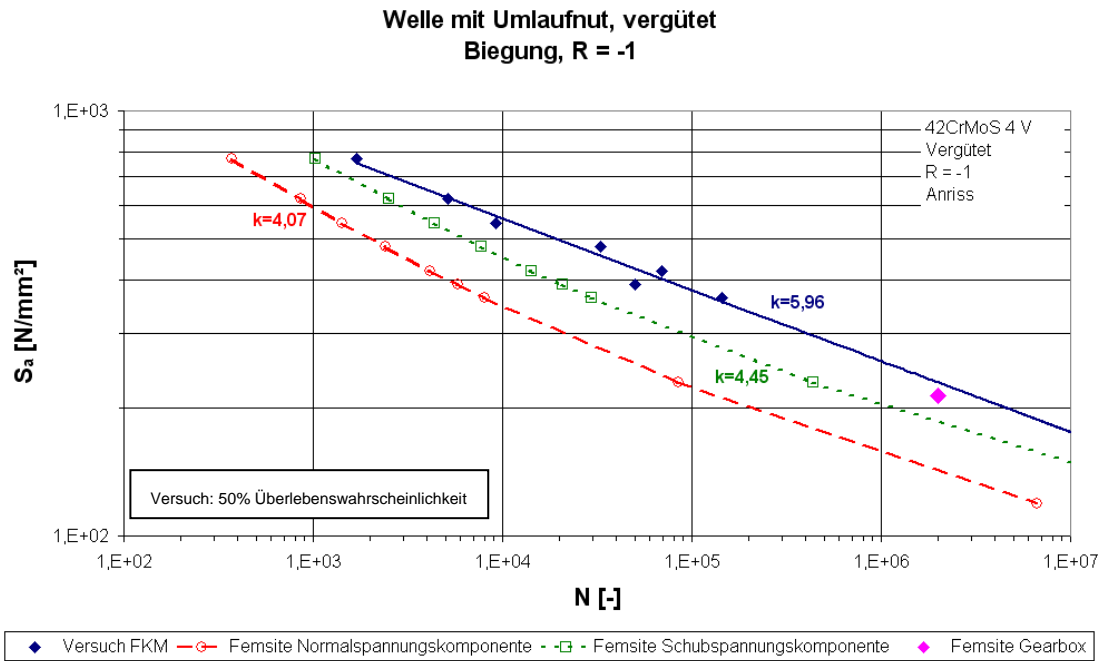


Bild 78: Wöhlerdiagramme für Biegung bei R = -1

Für den Fall der reinen Torsion, Bild 79, liefert die Berechnung mit der SSK ein sehr konservatives Ergebnis, die aus den Versuchen ermittelte Lebensdauer liegt bei niedrigen Lastniveaus um zwei Dekaden höher. Mit der NSK entspricht die Berechnung allerdings ziemlich genau den Versuchsdaten. Die Abweichung bezüglich der Steigung der Wöhlerlinien ist größer als bei der Biegung. Während aus dem Versuch eine Steigung von 11,21 ermittelt wurde liefert die Rechnung Werte zwischen 4,2 und 5,75.

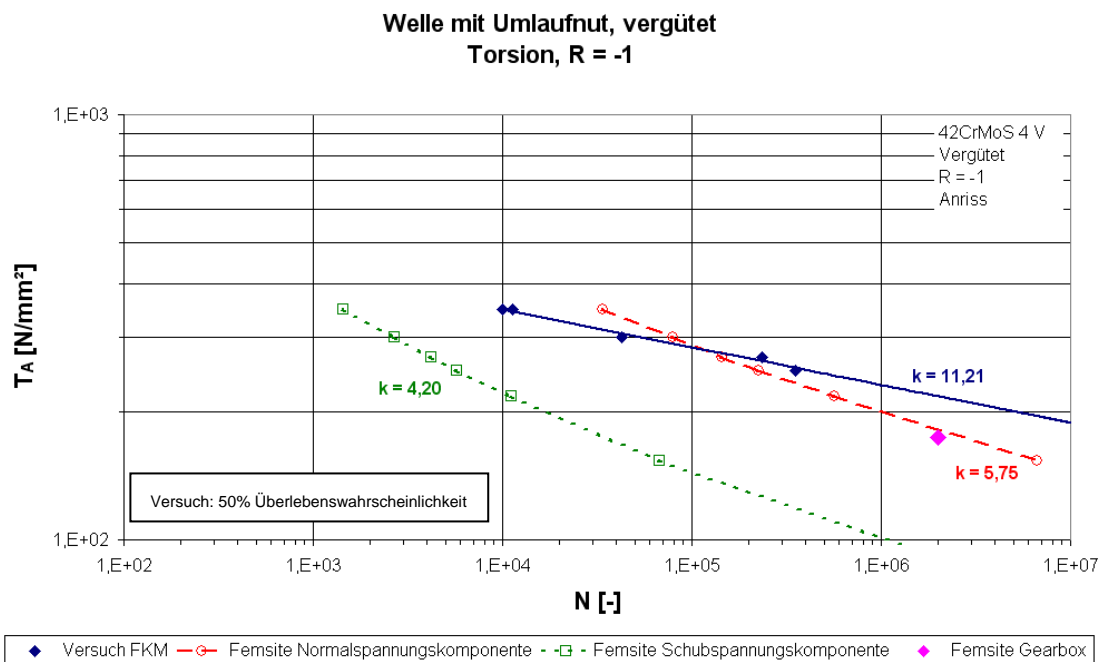


Bild 79: Wöhlerdiagramme für Torsion bei R = -1

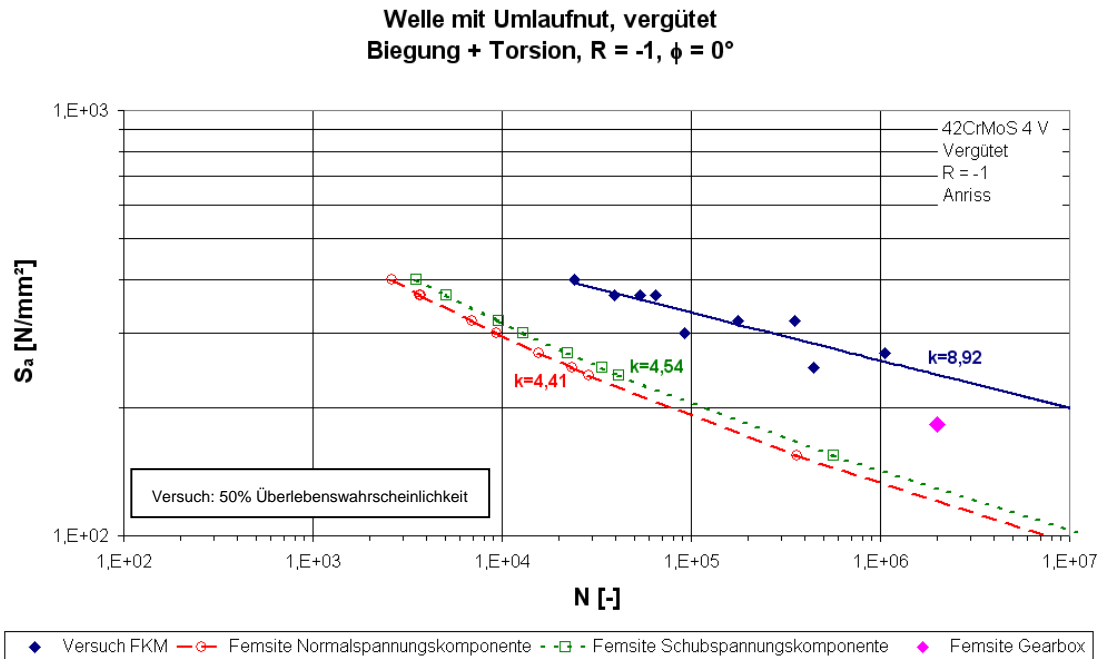


Bild 80: Kombinierte Belastung von Biegung und Torsion bei einer Phasenverschiebung von 0°

Die Kombination von Biegung und Torsion, wie sie in Bild 80 zu sehen ist, und einer Phasenverschiebung von $\phi = 0^\circ$ liefert zwischen der Berechnung mit der SSK und NSK nur mehr geringe Unterschiede. Beide Varianten unterschätzen den Versuch deutlich und liefern ein konservatives Ergebnis.

Für eine Nachrechnung mit einer Phasenverschiebung mit 90° fehlen Vergleichsdaten. Gerade hier hätte es sicher interessante Vergleiche zu reiner Biegung und Torsion sowie zu der phasengleichen Belastung gegeben. Aus [FKM-6] kann aber immerhin ein Vergleich der errechneten Lebensdauer gegenüber dem Versuch gegeben werden. Bei einer Phasenverschiebung von 90° zwischen Biegung und Torsion reduziert sich die Lebensdauer beim Versuch auf 30% gegenüber der phasengleichen Belastung. Eine Berechnung mit der Schubspannungshypothese nach dem örtlichen Konzept inklusive Mikrostützwirkung ($\ddot{O}K_{\mu St_SH_PSWT}$) ergibt allerdings eine fast dreifache höhere Lebensdauer. Die Tendenz der verringerten Lebensdauer wird damit nicht einmal annähernd richtig beschrieben.

5.2.2. Welle mit Absatz

Für die Welle mit Absatz aus Ck45 liegt ein Diagramm mit Bauteilwöhlerlinien für die Belastungen Biegung, Torsion sowie die Kombination beider Belastungen mit einem Phasenwinkel von $\phi = 0^\circ$ und $\phi = 90^\circ$ vor. Die Kerbformzahlen betragen 1,49 für Biegung und 1,24 für Torsion.

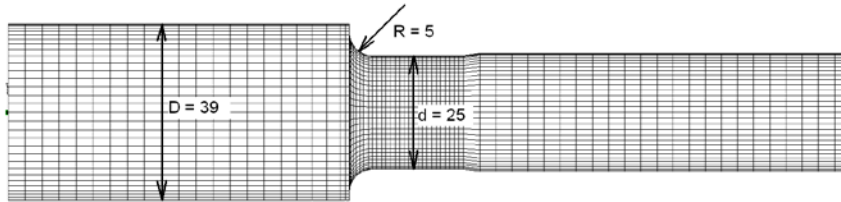


Bild 81: Geometrie der Welle mit Absatz

Belastung	Verhältnis T/S	Phasen- verschiebung	R	Werkstoff	Spannungs- komponente
Biegung	-	-	-1	Ck45	Normalspannung, Schubspannung
Torsion	-	-			
Biegung + Torsion	0,697	0°			
Biegung + Torsion	0,697	90°			

Tabelle ee: Durchgeführte Berechnungen für die Welle mit Absatz

Werkstoff	R_m	$R_{p0,2}$	E	A_5	Z
	[N/mm ²]			[%]	
Ck45	850	810	210000	-	-

Werkstoff	$K_{\sigma, \text{zyklisch}}$	$n_{\sigma, \text{zyklisch}}$	ε'_f	c	σ'_f	b	ND
	[N/mm ²]	[-]	[-]	[N/mm ²]	[N/mm ²]	[N/mm ²]	[-]
Ck45	1409	0,15	0,513	-0,58	1275	-0,087	1.10 ⁶

Tabelle ff: Statische und zyklische Werkstoffdaten für den Ck45 aus [FKM]

Die Berechnung für die Biegung, Bild 82, mit der Normalspannungskomponente zeigt eine Überbewertung des Bauteils um nahezu einer Dekade, die Vergleichsrechnung mit der SSK liegt fast zwei Dekaden höher. Die Neigungen der Wöhlerlinien stimmen gut mit den Versuchsergebnissen überein.

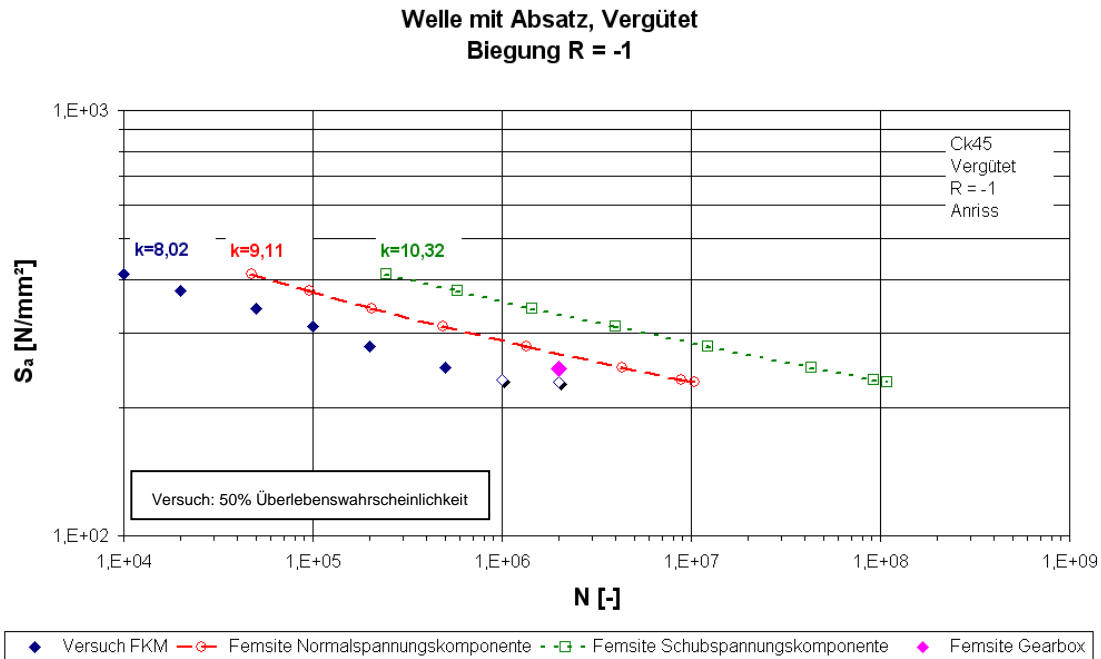


Bild 82: Die Welle mit Absatz auf Biegung belastet, $R = -1$

Für den Belastungsfall Torsion liefert die Berechnung mit der SSK ein nahezu deckungsgleiches Ergebnis mit dem Versuch, für die NSK liegt die Berechnung drei Dekaden über den Versuchsdaten. Die Wöhlerlinienneigung wird in der Berechnung zwar steiler abgebildet, doch fällt dies bei dem Ergebnis erst bei kleineren Schwingspielzahlen ($N < 10000$) ins Gewicht, siehe dazu Bild 83.

Betrachtet man die Kombination von Biegung und Torsion in phasengleicher Belastung, siehe dazu Bild 84, so liefert eine Berechnung mit der SSK eine gute Übereinstimmung mit den Versuchsdaten, lediglich die Steigung der Wöhlerlinie weicht vom Versuch ab. Mit der NSK erfolgt eine leichte Überbewertung um eine halbe Dekade, die Neigung der Wöhlerlinie stimmt allerdings gut mit dem Versuch überein.

Im Fall der Phasenverschiebung, Bild 85, wird der Bauteil um gut zwei Dekaden überschätzt, die Neigung der errechneten Wöhlerlinie liegt jedoch noch im vertretbaren Bereich der Versuchsdaten.

Welle mit Absatz, Vergütet
Torsion R = -1

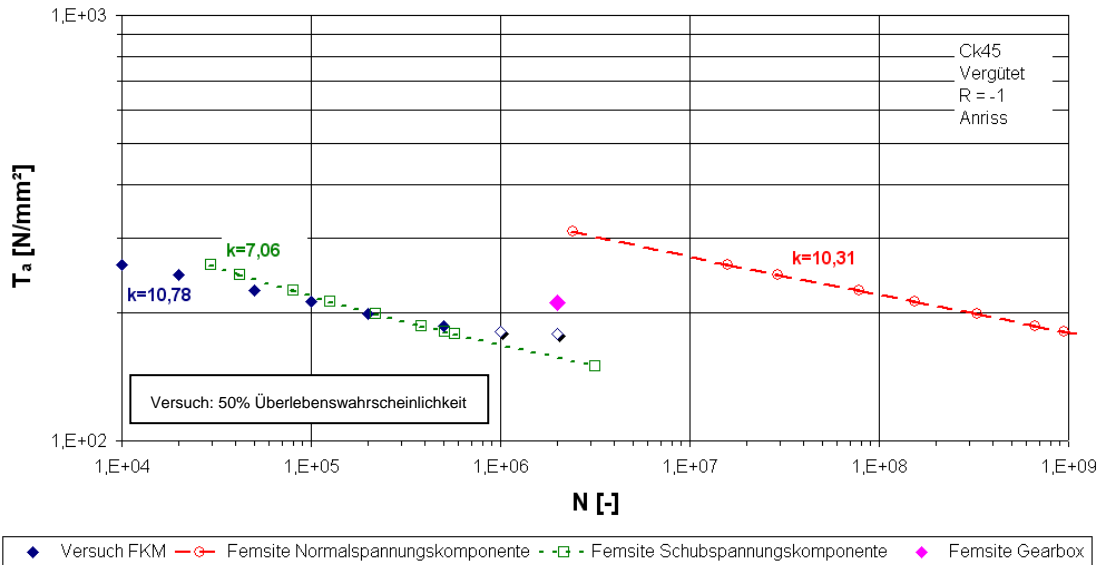


Bild 83: Die Welle mit Absatz auf Torsion belastet, R = -1

Welle mit Absatz, Vergütet
Biegung + Torsion, R = -1, $\phi = 0^\circ$

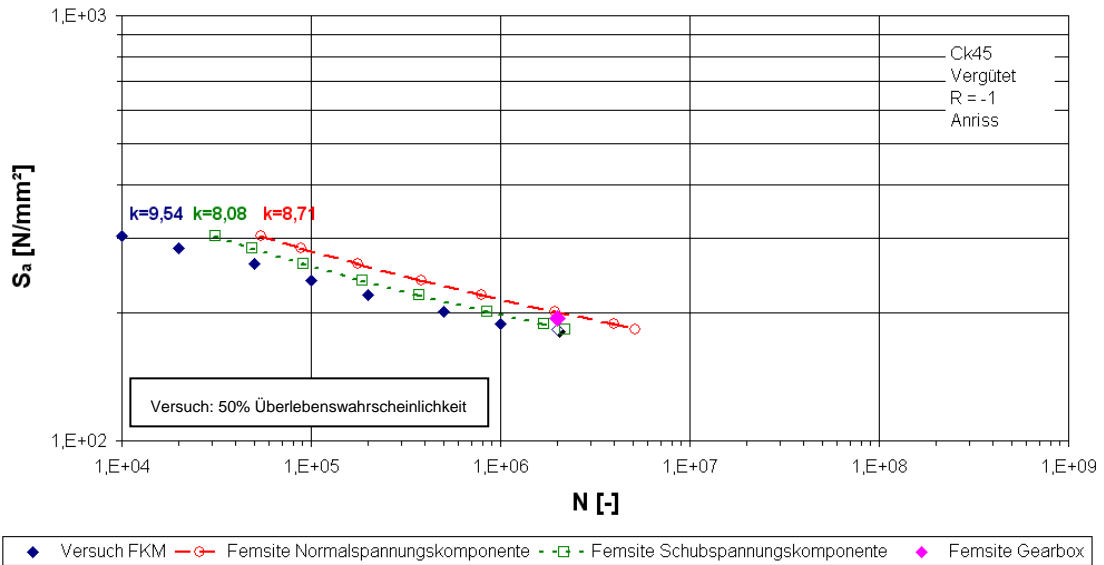


Bild 84: Kombinierte Belastung von Biegung und Torsion bei einer Phasenverschiebung von 0°

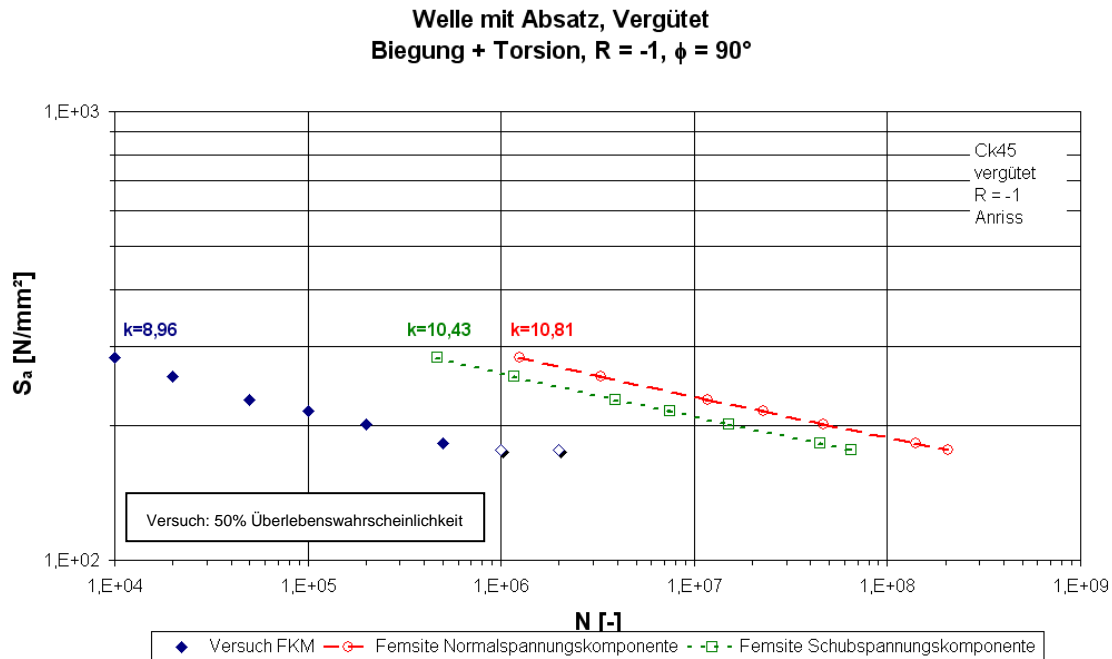


Bild 85: Kombinierte Belastung von Biegung und Torsion bei einer Phasenverschiebung von 90°

5.2.3. Analyse und Schlussfolgerungen

Die Werkstoffdaten welche für beide Bauteile angegeben sind stammen aus der Literatur [FKM] und sollten mit Vorbehalt betrachtet werden. Für den Ck45, Tabelle ff, entsprechen die berechneten Ergebnisse den Erwartungen. Bei der Welle mit Umlaufnut mit dem 42CrMo4S4, Tabelle dd, liegen die berechneten Ergebnisse bei zu niedrigen Lastspielzahlen. Mit den höheren Werkstoffkennwerten aus der FEMSITE Datenbank wird hier ein besseres Ergebnis erzielt. Wahrscheinlich wurde beim Vergüten der 9mm Rundprobe aufgrund des kleineren Durchmessers eine andere Temperaturführung als bei der Welle erreicht. Die damit abweichenden Kennwerte spiegeln sich in der größeren Differenz zwischen den Versuchsdaten mit der Welle und den gerechneten Vergleichsdaten.

5.2.3.1. Biegung und Torsion als Einzelbelastung

In diesen Versuchen und den Vergleichsrechnungen für Biegung und Torsion liegt die Welle mit Umlaufnut in der Berechnung auf der konservativen Seite, der Grund dürfte bei den Werkstoffkennwerten liegen. Die Welle mit Absatz liegt mit der Berechnung erheblich näher bei den Versuchen, wobei durchwegs eine leichte Überbewertung stattfindet. Die errechnete Steigung der Wöhlerlinie liegt in den erwarteten Bereichen, lediglich die Abweichung bei der Welle mit Umlaufnut mit reiner Torsionsbelastung ist auffallend groß, Bild 86.

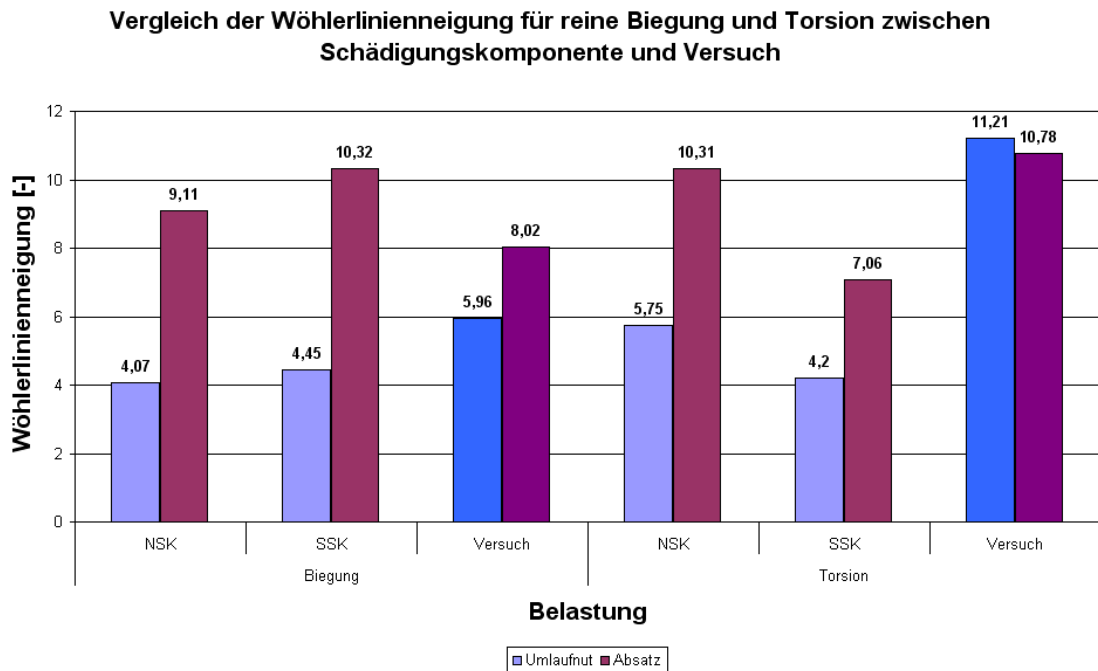


Bild 86: Vergleich der Wöhlerlinienneigung für reine Biegung und Torsion zwischen rechnerisch ermittelten und den aus Versuchen gewonnenen Werten

5.2.3.2. Biegung und Torsion als kombinierte Belastung

Für eine kombinierte Belastung von Biegung und Torsion muss man das Verhältnis der auftretenden Nennspannungen beachten. Damit wird angezeigt welche Spannung, ob nun Biege- oder Torsionsspannung, der dominierende Anteil für die Schädigung darstellt.

Im Fall der Welle mit Umlaufnut wird ein Nennspannungsverhältnis von $T/S = 0,5$ angegeben was einem gleich hohen Biege- und Torsionsmoment entspricht. Bei phasengleicher Belastung von Biegung und Torsion liegen beide Berechnungen mit der SSK und NSK fast deckungsgleich aber deutlich unter denen der Versuchsergebnisse. Für die Welle mit Absatz wird das Nennspannungsverhältnis T/S mit $0,697$ angegeben und damit ist das Torsionsmoment deutlich größer als das Biegemoment. Hier zeigt sich in der Vergleichsrechnung mit der SSK eine gute Übereinstimmung mit dem Versuchsergebnis.

Sind Biege- und Torsionsmoment gleich oder nahezu gleich groß so ist es nur vom Werkstoff abhängig welche der Spannungskomponente man bei FEMSITE als schädigenden Anteil auswählt. Nimmt, wie bei der Welle mit Absatz, eine der Belastungsmomente einen höheren Anteil an so liefert entsprechend die NSK oder SSK das jeweils bessere Ergebnis.

Für den Fall der kombinierten Belastung und mit einer Phasenverschiebung von 90° kann kein Vergleich angestellt werden, da für die Welle mit Umlaufnut keine Daten vorliegen. Die Ergebnisse für die Welle mit Absatz bestätigen das Verhalten wie es in *Kapitel 2*.

Grundlagen der Bauteilbeanspruchung bezüglich der phasenverschobenen Belastung aufgezeigt wird. Für die phasenverschobene Belastung liegt die Versuchswöhlerlinie bei kleineren Lastspielzahlen als jene bei phasengleicher Belastung. Die entsprechenden berechneten Wöhlerlinien liegen bei der Phasenverschiebung deutlich über denen der

phasengleichen Belastung, siehe dazu Bild 87. Eine Übersicht der Wöhlerlinienneigungen ist in Bild 88 zu finden.

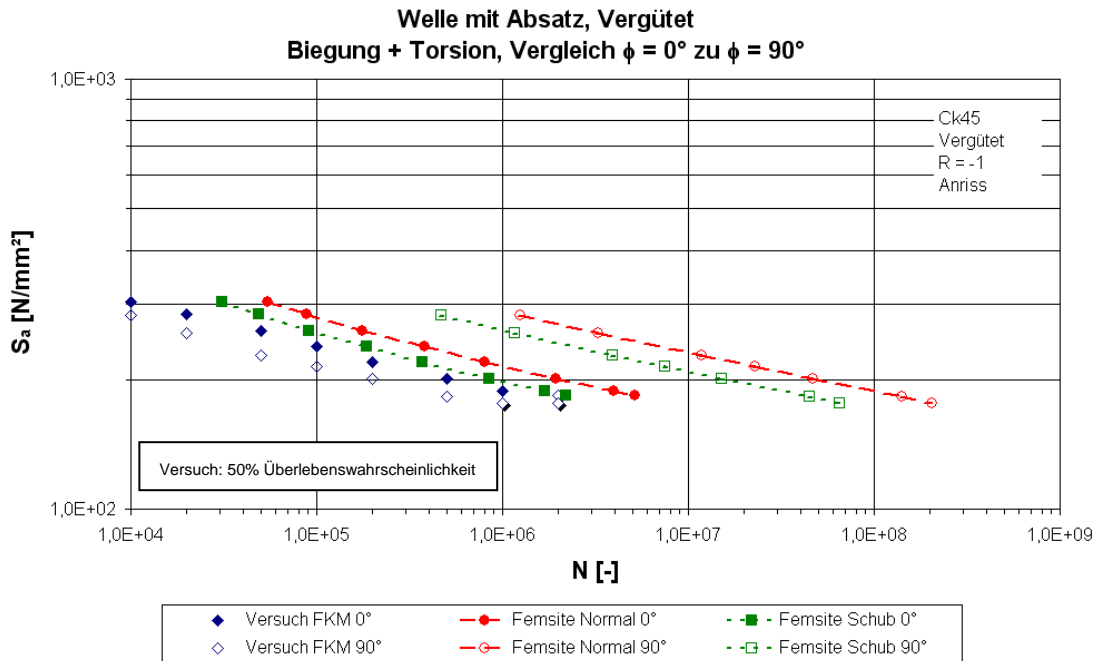


Bild 87: Vergleich der Wöhlerlinien an der Welle mit Absatz für phasengleiche und phasenverschobene Belastung

Vergleich der Wöhlerlinienneigung kombinierter Belastungen zwischen Schädigungskomponente und Versuch

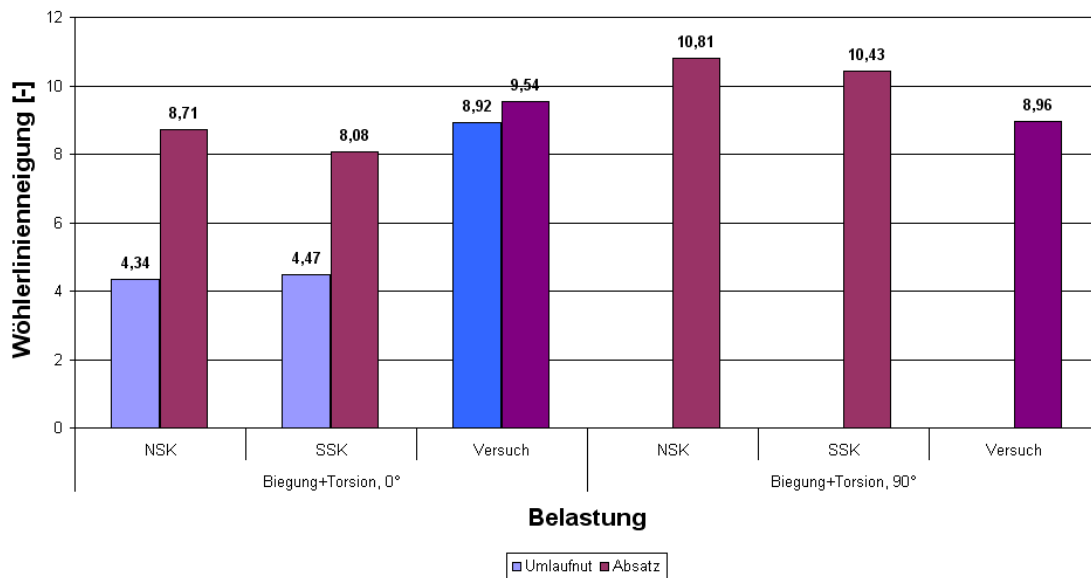


Bild 88: Vergleich der Wöhlerlinienneigung für kombinierte Belastungen zwischen rechnerisch ermittelten und den aus Versuchen gewonnenen Werten

5.3. SIMULATION ZUM EINFLUSS DER EINSATZHÄRTUNG

Einsatzgehärtete Wellen werden in Getrieben oft verwendet um die Wellen klein und somit möglichst leicht zu halten. Ein Problem ist dabei allerdings die richtige Lebensdauervorhersage auf Basis von Berechnungen. Vor allem die Werkstoffdaten sind schwer zu ermitteln.

Versuche welche die Lebensdauer von randschichtgehärteten Wellen ermitteln sind sehr selten und daher konnte nur auf eine einzelne Untersuchung, [BRUDER], zurückgegriffen werden. Eine Skizze der dort untersuchten Welle ist in Bild 89 zu sehen. Die vorliegenden Daten sind dafür sehr umfangreich, neben einer chemischen Analyse des Grundwerkstoffs wurden die statischen wie auch zyklischen Werkstoffkennwerte sowohl am Ausgangswerkstoff als auch am einsatzgehärteten Werkstoff ermittelt. Dieser Bauteil wurde mit zwei unterschiedlichen Einsatzhärtetiefen (0,7mm und 1,3mm) den Versuchen unterzogen. Zusätzlich wurden im gehärteten Randbereich C-Gehalt, RAG (Restaustenitgehalt) sowie Härte und Eigenspannungen gemessen. Das vollständige Versuchsprogramm für diese Welle ist in Tabelle gg zu sehen.

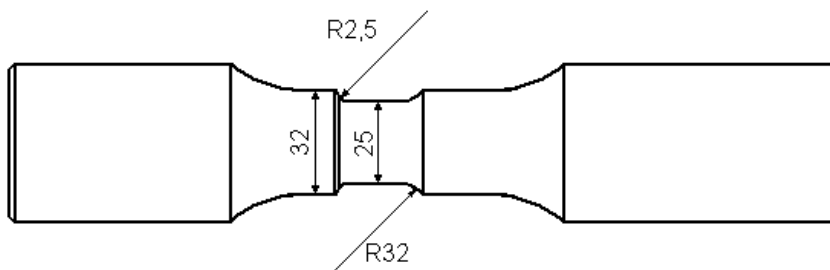


Bild 89: Skizze der gehärteten Welle mit Absatz

Belastung		R	Härtung	Versuchszahl
Biegung	einstufig	-1	Blind	15
			Eht = 0,7	14
		0	blind	13
			Eht = 0,7	12
	Gaußkollektiv	-1	blind	8
			Eht = 0,7	9
einstufig	-1	Eht = 1,3	18	

Tabelle gg: Vollständiges Versuchsprogramm aus [BRUDER] für die gehärtete Welle mit Absatz, $R = 2,5\text{mm}$

5.3.1. Aufbau des FE-Modells

In Anlehnung an die Theorie des Mehrschichtmodells und auch dem wirklichen Härteverlauf nachempfunden, wurde die einsatzgehärtete Welle in mehreren Schichten aufgebaut. Entsprechend den Einhärtetiefen wurden damit sieben bzw. 13 jeweils 0,1mm dicke Schichten

mit dem FE-Netz generiert. Die feine Modellierung wurde nur im Bereich des Radius am Absatz vorgenommen, die glatten Wellenbereiche weisen nur zwei bis drei Schichten mit ca. 0,2 bis 0,3 mm Dicke auf. Den einzelnen Schichten wurden jeweils getrennt definiert damit für die Schädigungsrechnung ja nach Wunsch die Dicke der harten Randschicht und deren Werkstoffverhalten variiert werden kann. Im Bild 90 ist diese schichtweise Anordnung für $E_{ht} = 1,3\text{mm}$ zu sehen.

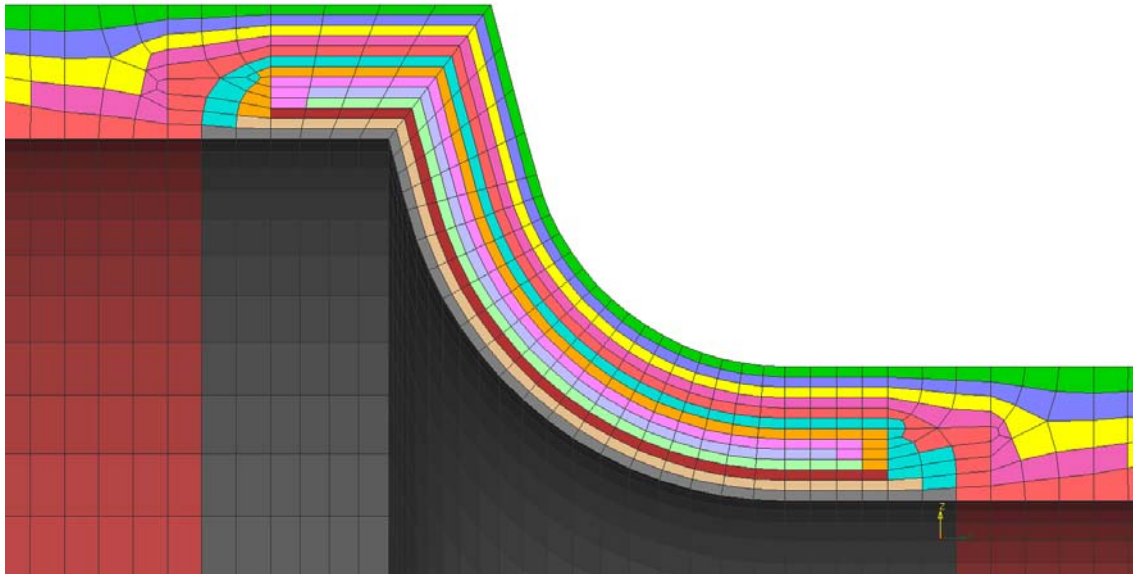


Bild 90: Darstellung vom FE-Netz für $E_{ht} = 1,3\text{mm}$

5.3.2. Berechnung der Schädigung unter der Oberfläche mit FEMSITE

Mit dem derzeitigen Stand der FEMSITE Software gibt es noch keine Unterscheidung zwischen Anriss an der Oberfläche und Anriss im Volumen. FEMSITE übernimmt aus der FE Auswertung die Bauteilgeometrie und die Spannungen an jeden Knoten. Für die Schädigungsrechnung wird dann nicht mehr das Volumenmodell genommen, sondern nur mehr die Oberfläche des Bauteils betrachtet. Dieses Verfahren entspricht den Anforderungen die für eine Berechnung von ungehärteten Werkstoffen gefordert wird. Für eine Schädigung wie sie bei gehärteten Randschichten unter der Oberfläche auftreten kann ist es nicht geeignet.

Um trotz allem die Möglichkeit einer Schädigung unter der Oberfläche nachzuweisen bedarf es einer anderen Vorgehensweise. Dazu werden zwei Modelle mit unterschiedlichen Geometriedaten benötigt. Eines stellt den kompletten Bauteil dar, das zweite besteht nur aus der obersten Randschicht bis zur Tiefe in der ein Riss zu erwarten ist. Weiters benötigt man das Spannungsergebnis aus der Berechnung des kompletten Bauteils. Liest man nun in FEMSITE jenes Geometriefile der Randschicht ein und verwendet die berechneten Spannungsergebnisse des kompletten Bauteils erhält man als Ergebnis ein Schalenmodell, siehe Bild 91, mit einer Schädigung an der Außenseite und der Innenseite welche in der Realität im Bauteilvolumen liegt.

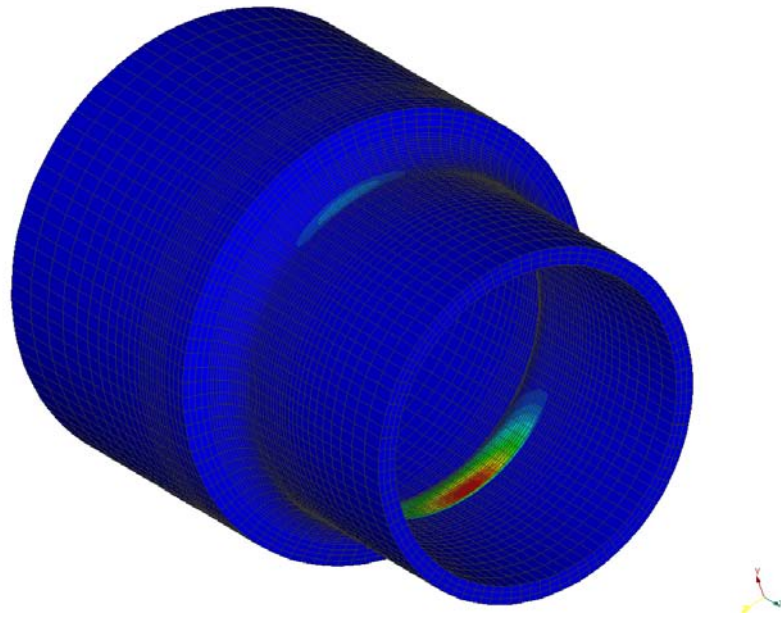


Bild 91: Darstellung des Berechnungsergebnisses für die Schädigung unter der Oberfläche

Den außen liegenden Schichten werden die Werkstoffkennwerte der gehärteten Randschicht zugewiesen, der letzten inneren Schicht diejenigen des Kernwerkstoffs.

Nachteil dieser Methode ist der erhöhte Aufwand in der Modellierung, man benötigt zwei unterschiedliche Datensätze der Geometrie, und den schon im Voraus bestimmten Bereich des Anrisses.

5.3.3. Welle mit Absatz

Neben der Erstellung des FE-Netzes mittels Medina wurden die Werkstoffdaten überprüft und mit der Rechnung verglichen. Der eigentliche Bauteil wird mit einer Kombination von Grundwerkstoff (20MnCr5) und gehärteten Werkstoff gerechnet. In den dargestellten Diagrammen ist neben dem Schadensfall an der Oberfläche ebenfalls auch immer der Schadensfall unter der Oberfläche eingetragen.

Eine Umrechnung der Werkstoffkennwerte für eine Vakuumumgebung wurde nicht durchgeführt. Wie schon in *Kapitel 4.6.2.1. Umgebungseinfluss* ausgeführt, ist diese Umrechnung noch mit vielen Unsicherheiten behaftet und es fehlen Vergleichswerte an denen man sich orientieren kann. Um nicht einen weiteren Faktor in diese Untersuchung einzubringen wurde darauf verzichtet.

Für den Fall einer Belastung auf Biegung und einem Spannungsverhältnis von $R = 0$ ergibt sich mittels einer Rechnung von FEMSITE ein Ergebnis wie in Bild 92 zu sehen ist. Die Rechnung mit der Normalspannungskomponente NSK liegt um mehr als drei Dekaden unter denen aus dem Versuch wobei die Neigung der Wöhlerlinie sehr gut dem Versuch entspricht. Mit der Schubspannungskomponente wird dafür der Versuch mit hoher Übereinstimmung nachgebildet, lediglich die Neigung der Wöhlerlinie weicht ab.

Im Fall von $R = -1$ wird sowohl durch die NSK als auch SSK die Welle unterschätzt und liefert ein konservatives Ergebnis. Bei der NSK sind es zwei Dekaden unterhalb des Versuchsergebnisses, bei der SSK ist es eine halbe Dekade. Die Neigung der Wöhlerlinien ist etwas flacher als im Versuch.

Die Vergleichsrechnung mit der Welle mit einem Eht = 1,3mm zeigt das gleiche Verhalten wie für die Welle mit Eht = 0,7mm, siehe dazu Bild 94.

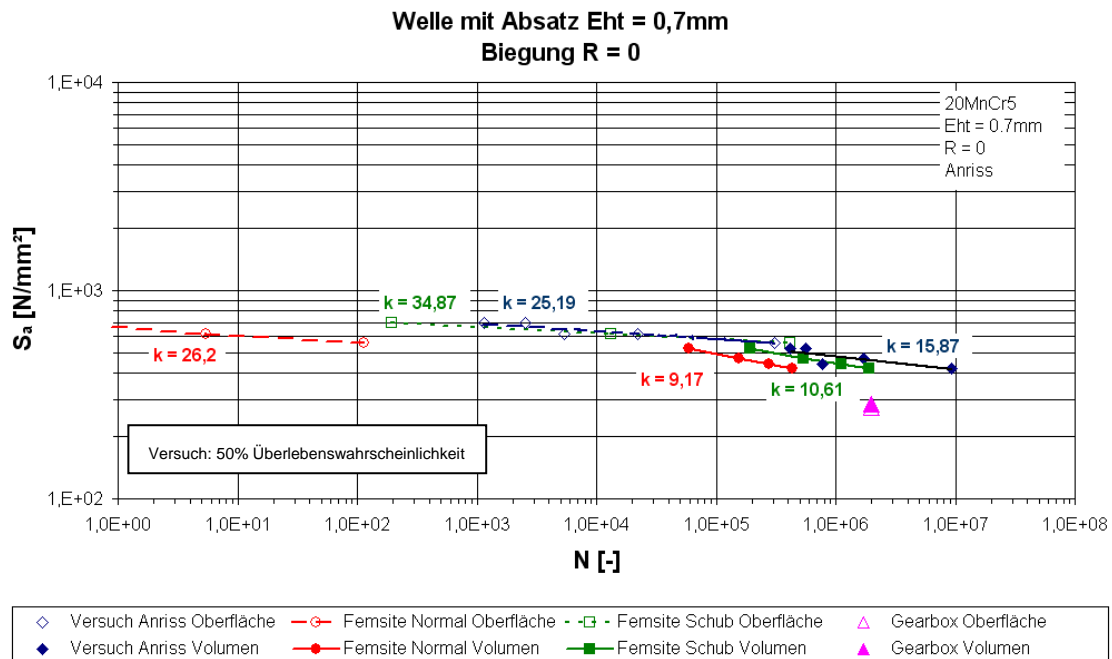


Bild 92: Wöhlerlinie der gehärteten Welle mit Absatz (Eht = 0,7mm), Biegung und $R = 0$

Bild 93: Wöhlerlinie der gehärteten Welle mit Absatz (Eht = 0,7mm), Biegung und $R = -1$

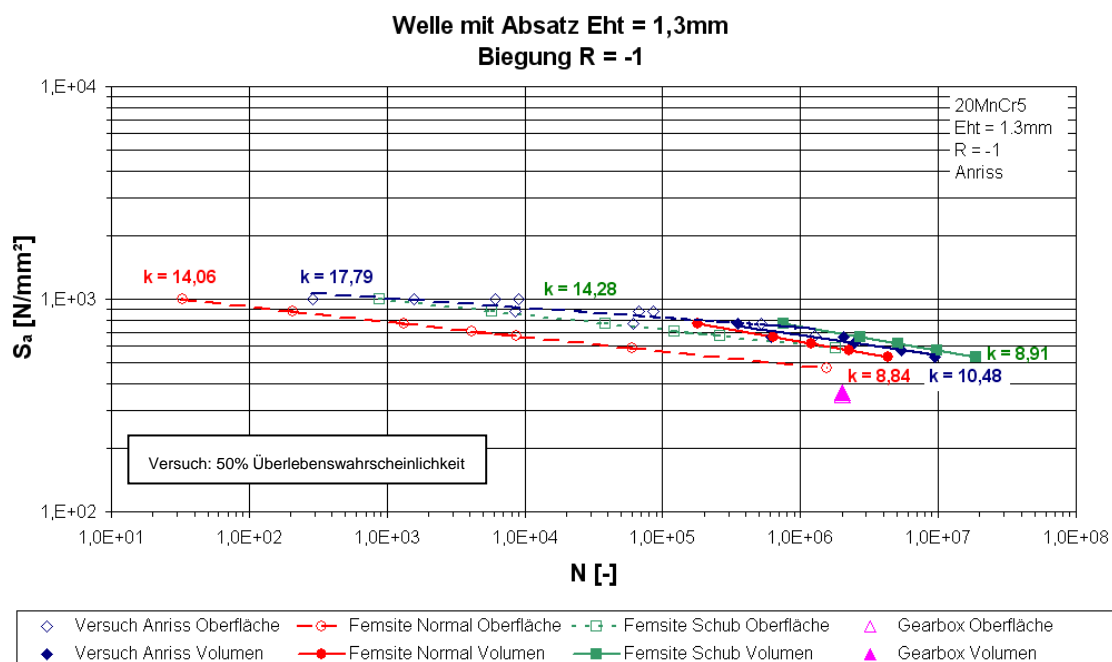


Bild 94: Wöhlerlinie der gehärteten Welle mit Absatz (Eht = 1,3mm), Biegung und $R = -1$ **5.3.3.1. Analyse und Schlussfolgerungen**

Bei allen drei Vergleichsrechnungen ist die Abweichung gegenüber den Versuchsdaten größer als erwartet; stimmen doch die Basisrechnungen für den blindgehärteten und durchgehärteten Werkstoff gut mit den Versuchsdaten überein, siehe dazu auch *Kapitel 4.6.3. Zyklische Werkstoffdaten für 20MnCr5*. Möglicherweise liegt ein Teil der Abweichungen noch in den Größenunterschieden zwischen Bauteil und den Proben an denen die Werkstoffdaten ermittelt wurden. Eine Berücksichtigung des Größeneinflusses könnte hier eine Verbesserung bringen.

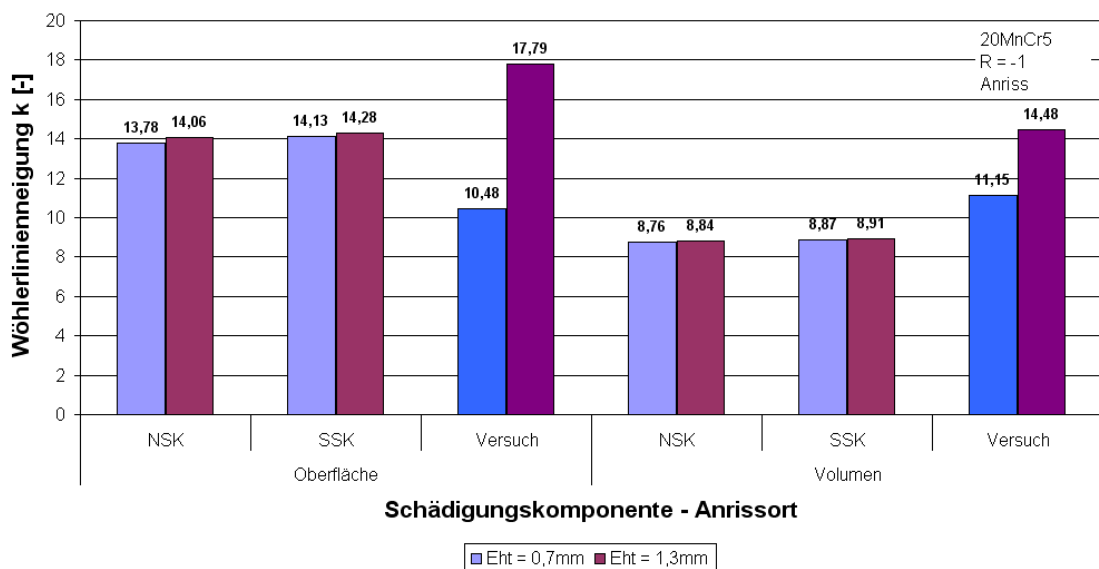
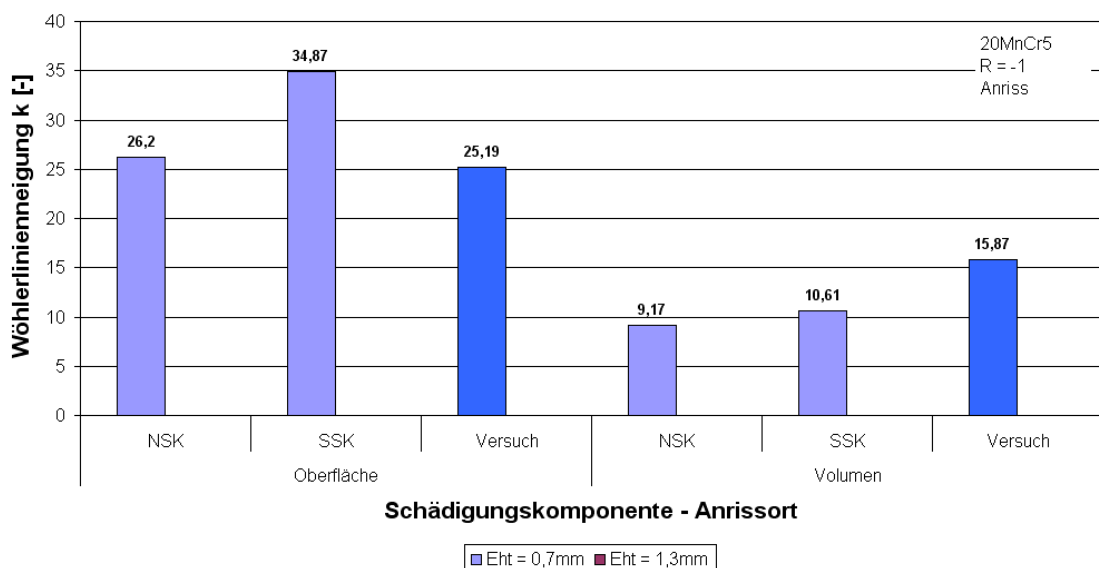
**Neigung der Wöhlerlinien für eine einsatzgehärtete Welle mit Absatz
Biegung, $R = -1$** **Bild 95:** Gegenüberstellung der Wöhlerlinienneigung mit Eht = 0,7mm und 1,3mm für $R = -1$ **Neigung der Wöhlerlinien einer einsatzgehärtete Welle mit Absatz
Biegung, $R = 0$** 

Bild 96: Gegenüberstellung der Wöhlerlinienneigung mit $E_{ht} = 0,7\text{mm}$ für $R = 0$

Ebenso können die Abweichungen durch die in dieser Arbeit verwendete Berechnung der Ersatzstrukturlänge ρ^* (Formel 28, Seite 30) verursacht werden. Eine alternative Berechnungsmethode wäre eine Möglichkeit die Ergebnisse zu verbessern.

Derzeit kann nur geraten werden mit der SSK zu rechnen da bei den hier ermittelten Vergleichen die Ergebnisse mit denen aus dem Versuch gut übereinstimmen. Inwiefern dies auch allgemein, für andere Bauteilgeometrien, Werkstoffe und Belastungsarten und -kombinationen gilt kann nicht gesagt werden.

6. SCHLUSSFOLGERUNGEN

Die umfangreiche Themenstellung der vorliegenden Diplomarbeit gibt einen Teileinblick in jene Gebiete in denen für die Anwendung der Betriebsfestigkeitssimulation noch Bedarf nach Verbesserungen besteht. Es wurden neue Berechnungsmodelle vorgeschlagen bzw. ein aktualisierter Stand der Berechnungsmethoden aus der Literatur angegeben.

Bauteilbeanspruchung, Hypothesen für Vergleichsspannungen

Für die Bewertung von statischen und dynamischen Spannungszuständen und der Bildung von Vergleichsspannungen können für Zug, Biegung und Torsion die bisher verwendeten Hypothesen weiterhin angewendet werden. Eine Bewertung kombinierter phasengleicher Belastungen kann mit den bisher verwendeten Hypothesen ebenfalls vorgenommen werden.

Für die kombinierte phasenverschobene Belastung ist zurzeit nur die Hypothese nach der integralen Methode der wirksamen Vergleichsspannung (WVS) anwendbar. Ein Nachteil dieser Hypothese ist die konstante Neigung der Wöhlerlinie bei Biegung und Torsion.

Als Sofortmaßnahme bringt die Bildung der maximalen Schädigungen aus Normalspannungs- und Schubspannungskomponente die besten Ergebnisse mit FEMSITE. Mittelfristig ist eine Erweiterung des kritischen Schnittebenenverfahrens um die Gestaltänderungsenergiehypothese wünschenswert. Langfristig sollte für den (in der Praxis allerdings nicht ganz so häufigen) Fall der 90° Phasenverschiebung eine praktische Überprüfung der Hypothese nach der wirksamen Vergleichsspannung durchgeführt werden.

Örtliche Beanspruchung in Wellenkerben

Die Überprüfung der bisher verwendeten Parameterformeln für die Kerbformzahlen ergaben zum Teil Änderungen. Für die Kerbformen Absatz und Umlaufnut wird durch die Formel von Melzer eine Verbesserung wegen der Berücksichtigung einer eventuell vorhandenen Längsbohrung erreicht. Für den Welleneinstich bringt eine Umstellung auf die Formel von Melzer auf jeden Fall eine Verbesserung mit sich. Neu sind auch die Parameterformeln für die Kerbfaktoren der Querbohrung, welche nun aus umfangreichen Versuchsdaten nach Peterson vorliegen. Das Konzept der Nennspannungen mit FEMSITE Gear Box wird für 2D-Kerben allgemein und für Basisuntersuchungen mit grob vorliegenden Kerbwirkungszahlen weiterhin die dominierende Berechnungsform bleiben.

Generell liegt die Grenze beim Nennspannungskonzept bei 3D-Kerben wie Steckverzahnung oder Passfedernut. Zusätzliche Kerbformen bzw. überlagerte Kerben können ebenfalls auftreten, sind aber bisher kaum untersucht worden. Insbesondere bei Geometrieoptimierung ist eine Berechnung über ein 3D-FEM-Modell unerlässlich. Das Hauptaugenmerk der Weiterentwicklung gilt dabei einer Möglichkeit der Parametrisierung von FEM-Modellen bei

guter Elementqualität an der Oberfläche. Damit sollte der größere Aufwand für eine FEM-Berechnung stark sinken.

Gehärtete Randschichten

Bei den gehärteten Randschichten erwies sich die Verfügbarkeit und Plausibilität insbesondere der zyklischen Werkstoffdaten als Problem. Hier wird es auch in Zukunft weitere Untersuchungen geben müssen um zu gesicherten Werkstoffdaten zu kommen. Eine Ermittlung zyklischer Werkstoffdaten mit dem Uniform Material Law ist der einfachste Weg aber gleichzeitig der unsicherste Weg. Die Anwendbarkeit ist bei gehärtetem (Randschicht-) Werkstoff bei sehr geringen höchst beanspruchten Werkstoffvolumen nicht mehr zulässig. Einzig mittels aufwändiger Versuche gewonnene zyklische Werkstoffdaten erscheinen als zielführend, weitere (neuere) Forschungs- und Versuchsarbeiten sind zu sichten bzw. durchzuführen.

Der Härteverlauf als Basis für den Festigkeitsverlauf in radialer Richtung kann mit dem Formelwerk von Melzer besser als bisher beschrieben werden. Der Härteverlauf konnte dabei nur an wenigen einsatzgehärteten Werkstoffen überprüft werden. Die für die praktische Anwendung am besten geeignete und abgesicherte Methode dürfte die Bestimmung des Härteverlaufs auf Basis von Normhärteverläufen sein. Bei dieser Methode entfällt die aufwändige und unsichere Bestimmung werkstoffbezogener Parameter.

Eigenspannungen sind ein schwer zu erfassender Bestandteil von gehärteten Randschichten. Eine Vielzahl von äußeren Einflüssen ergeben große Streubänder in den Spannungen sowohl qualitativ als auch quantitativ, eine Vorhersage der Eigenspannungen bei prinzipiell bekannten Prozessparametern ist kaum möglich. Das Einbringen von (bei üblicher Bauteilentwicklung jedoch nicht bekannten) Eigenspannungen in die Betriebsfestigkeitssimulation ist jedoch durchführbar.

Prinzipiell wirken sich Druckeigenspannungen positiv auf die Lebensdauer von gehärteten Bauteilen aus, Zugeigenspannungen dagegen negativ und sollten damit vermieden werden. Bauteile mit gehärteten Randschichten die nicht nachbearbeitet werden haben direkt an der Oberfläche Zugeigenspannungen die durch die Randoxidationsschicht hervorgerufen werden. Eine Nachbearbeitung durch Hartdrehen mit neuen Werkzeugen, Wasserstrahlen oder auch Kugelstrahlen und Hartglattwalzen kann diese Zugeigenspannungen in Druckeigenspannungen umwandeln. Schon ein Abtragen dieser Oxidationsschicht und damit dem Entfernen des Bereichs mit den Zugeigenspannungen bringt eine Verbesserung.

Während bei ungehärteten Wellen unter dynamischer Belastung ein Bauteilversagen immer durch Anriss an der Oberfläche stattfindet, kann bei gehärteten Wellen der Anriss auch im Volumen unter der Oberfläche entstehen. Dieses Verhalten konnte aus mehreren Versuchen in der Literatur bestätigt werden. Bei kleinen Schwingspielzahlen und hohen Spannungsamplituden bleibt der Anriss an der Wellenoberfläche und dabei weiterhin im Kerbgrund. Bei höheren Schwingspielzahlen und niedrigeren Spannungsamplituden wandert der

Bereich des Anrisses unter die Oberfläche zum Übergang der gehärteten Randschicht hin zum ungehärteten Kernbereich. Bei einsatzgehärteten Wellen liegt dieser Bereich in etwa bei doppelter Einhärtetiefe. Dieses Verhalten findet im FEM-Mehrschichtmodell Berücksichtigung. In der Schädigungsrechnung wird mit FEMSITE für zumindest zwei unterschiedliche Werkstoffbereiche (Randschicht und Kernwerkstoff) eine Bewertung an der P_{SWT} -Wöhlerlinie vorgenommen.

7. LITERATURVERZEICHNIS

- [FKM] Forschungskuratorium Maschinenbau: Forschen aus dem Maschinenbau – Lebensdauerberechnung mehraxial. Heft 271 (2002). Frankfurt.
- [FKM-1] Forschungskuratorium Maschinenbau: Forschen aus dem Maschinenbau – Lebensdauerberechnung mehraxial. Heft 271 (2002). Tabelle 2.1. Frankfurt.
- [FKM-2] Forschungskuratorium Maschinenbau: Forschen aus dem Maschinenbau – Lebensdauerberechnung mehraxial. Heft 271 (2002). Bild 1.9. Frankfurt.
- [FKM-3] Forschungskuratorium Maschinenbau: Forschen aus dem Maschinenbau – Lebensdauerberechnung mehraxial. Heft 271 (2002). Bild 5.4.1. Frankfurt.
- [FKM-4] Forschungskuratorium Maschinenbau: Forschen aus dem Maschinenbau – Lebensdauerberechnung mehraxial. Heft 271 (2002). Bild 1.3. Frankfurt.
- [FKM-5] Forschungskuratorium Maschinenbau: Forschen aus dem Maschinenbau – Lebensdauerberechnung mehraxial. Heft 271 (2002). Tabelle 5.4.1. Frankfurt.
- [FKM-6] Forschungskuratorium Maschinenbau: Forschen aus dem Maschinenbau – Lebensdauerberechnung mehraxial. Heft 271 (2002). Bild 6.4.6. Frankfurt.
- [BUXBAUM] Otto Buxbaum: Betriebsfestigkeit. 2. Auflage (1992). S. 206-220. ISBN 3-514-00437-4
- [ROLOFF] Roloff/Matek, „Maschinenelemente“, 12. Auflage, (1992), ISBN 3-528-64028-6 Tabellenbuch wird mit TB abgekürzt
- [ROLOFF-1] Roloff/Matek, „Maschinenelemente“, 12. Auflage, (1992), S. 322f, ISBN 3-528-64028-6
- [ROLOFF-2] Roloff/Matek, „Maschinenelemente“, 12. Auflage, (1992), TB 3-7 e S. 31, ISBN 3-528-64028-6
- [ROLOFF-3] Roloff/Matek, „Maschinenelemente“, 12. Auflage, (1992), TB 3-10 b S. 33, ISBN 3-528-64028-6
- [ROLOFF-4] Roloff/Matek, „Maschinenelemente“, 12. Auflage, (1992), TB 3-7 c, d S. 30f, ISBN 3-528-64028-6
- [KOEHLER] Köhler/Rögnitz, „Maschinenteile“ Band 1 und 2, 8. Auflage, (1992), ISBN 3-519-06341-7
- [KOEHLER-1] Köhler/Rögnitz, „Maschinenteile“ Band 1 , 8. Auflage, (1992), S. 225, ISBN 3-519-06341-7
- [KOEHLER-2] Köhler/Rögnitz, „Maschinenteile“ Band 1, 8. Auflage, (1992), TB A6.21 S. A71, ISBN 3-519-06341-7
- [KOEHLER-3] Köhler/Rögnitz, „Maschinenteile“ Band 1, 8. Auflage, (1992), TB A6.22 S. A72, ISBN 3-519-06341-7

-
- [KOEHLER-4] Köhler/Rögnitz, „Maschinenteile“ Band 1, 8. Auflage, (1992), TB A6.17 S. A68, ISBN 3-519-06341-7
- [KOEHLER-5] Köhler/Rögnitz, „Maschinenteile“ Band 2, 8. Auflage, (1992), S. 53, ISBN 3-519-06341-7
- [KOEHLER-6] Köhler/Rögnitz, „Maschinenteile“ Band 2, 8. Auflage, (1992), TB A1.3 S. A5, ISBN 3-519-06341-7
- [KOEHLER-7] Köhler/Rögnitz, „Maschinenteile“ Band 2, 8. Auflage, (1992), TB A1.5 S. A7, ISBN 3-519-06341-7
- [KOEHLER-8] Köhler/Rögnitz, „Maschinenteile“ Band 1, 8. Auflage, (1992), TB A2.13 S. A15, ISBN 3-519-06341-7
- [FKM-RICHTLINIE] FKM-Richtlinie, „Rechnerischer Festigkeitsnachweis für Maschinenbauteile“, 3. Ausgabe, (1998), ISBN 3-8163-0371-4
- [FKM-RICHTLINIE-1] FKM-Richtlinie, „Rechnerischer Festigkeitsnachweis für Maschinenbauteile“, 3. Ausgabe, (1998), S. 138 Bild 5.3.12, ISBN 3-8163-0371-4
- [FKM-RICHTLINIE-2] FKM-Richtlinie, „Rechnerischer Festigkeitsnachweis für Maschinenbauteile“, 3. Ausgabe, (1998), S. 42 Tabelle 2.3.3, ISBN 3-8163-0371-4
- [FKM-RICHTLINIE-3] FKM-Richtlinie, „Rechnerischer Festigkeitsnachweis für Maschinenbauteile“, 3. Ausgabe, (1998), S. 136, ISBN 3-8163-0371-4
- [FKM-RICHTLINIE-4] FKM-Richtlinie, „Rechnerischer Festigkeitsnachweis für Maschinenbauteile“, 3. Ausgabe, (1998), S. 43, ISBN 3-8163-0371-4
- [FKM-RICHTLINIE-5] FKM-Richtlinie, „Rechnerischer Festigkeitsnachweis für Maschinenbauteile“, 3. Ausgabe, (1998), S. 42 Tabelle 2.3.1, ISBN 3-8163-0371-4
- [PETERSON] Rudolph Earl Peterson, „Stress Concentration Factors“, , (1974), ISBN 0-471-68329-9
- [PETERSON-1] Rudolph Earl Peterson, „Stress Concentration Factors“, , (1974), S. 148, ISBN 0-471-68329-9
- [PETERSON-2] Rudolph Earl Peterson, „Stress Concentration Factors“, , (1974), Fig. 173, ISBN 0-471-68329-9
- [PETERSON-3] A. Thum und W. Kirmser: Überlagerte Wechselbeanspruchungen, ihre Erzeugung und Einfluss auf die Dauerbarkeit und Spannungsausbildung in quergebohrten Wellen. VDI-Forschungsheft 419, Vol 14(b) (1943). S 1.
- [PETERSON-4] R. E. Peterson: Stress concentration factors for a round bar with a transverse hole. Report 68-1D7-TAEUG-R8. Westinghouse Research Labs. Pittsburgh Pa (1968).
- [PETERSON-5] Rudolph Earl Peterson, „Stress Concentration Factors“, , (1974), Fig. 184, ISBN 0-471-68329-9
- [PETERSON-6] Rudolph Earl Peterson, „Stress Concentration Factors“, , (1974), S. 34, Fig. 16, ISBN 0-471-68329-9

-
- [PETERSON-7] Rudolph Earl Peterson, „Stress Concentration Factors“, , (1974), S. 49, Fig. 30, ISBN 0-471-68329-9
- [PETERSON-8] Rudolph Earl Peterson, „Stress Concentration Factors“, , (1974), S. 69, Fig. 48, ISBN 0-471-68329-9
- [PETERSON-9] Rudolph Earl Peterson, „Stress Concentration Factors“, , (1974), S. 74, Fig. 53, ISBN 0-471-68329-9
- [PETERSON-10] Rudolph Earl Peterson, „Stress Concentration Factors“, , (1974), S. 96, Fig. 72, ISBN 0-471-68329-9
- [PETERSON-11] Rudolph Earl Peterson, „Stress Concentration Factors“, , (1974), S. 103, Fig. 78, ISBN 0-471-68329-9
- [PETERSON-12] Rudolph Earl Peterson, „Stress Concentration Factors“, , (1974), S. 105, Fig. 79, ISBN 0-471-68329-9
- [PETERSON-12] Rudolph Earl Peterson, „Stress Concentration Factors“, , (1974), S. 107, Fig. 80, ISBN 0-471-68329-9
- [ETB] ETB: <http://www.engineerstoobox.com>
- [FOSTA] FOSTA: Steigerung der Schwingfestigkeit hartgedrehter Bauteile, (2005), ISBN 3-937567-32-1
- [FOSTA-1] FOSTA: Steigerung der Schwingfestigkeit hartgedrehter Bauteile, (2005), S. 28f, ISBN 3-937567-32-1
- [FOSTA-2] FOSTA: Steigerung der Schwingfestigkeit hartgedrehter Bauteile, (2005), S. 34, Bild 4.12, ISBN 3-937567-32-1
- [FOSTA-3] FOSTA: Steigerung der Schwingfestigkeit hartgedrehter Bauteile, (2005), S. 106-112, ISBN 3-937567-32-1
- [FOSTA-4] FOSTA: Steigerung der Schwingfestigkeit hartgedrehter Bauteile, (2005), S. 131, ISBN 3-937567-32-1
- [FOSTA-5] FOSTA: Steigerung der Schwingfestigkeit hartgedrehter Bauteile, (2005), S. 145ff, ISBN 3-937567-32-1
- [FOSTA-6] FOSTA: Steigerung der Schwingfestigkeit hartgedrehter Bauteile, (2005), S. 84ff, ISBN 3-937567-32-1
- [FOSTA-7] FOSTA: Steigerung der Schwingfestigkeit hartgedrehter Bauteile, (2005), S. 21, Bild 4.4, ISBN 3-937567-32-1
- [FOSTA-8] FOSTA: Steigerung der Schwingfestigkeit hartgedrehter Bauteile, (2005), S. 23, Bild 4.5, ISBN 3-937567-32-1
- [FOSTA-9] FOSTA: Steigerung der Schwingfestigkeit hartgedrehter Bauteile, (2005), S. 26, Bild 4.6, ISBN 3-937567-32-1
- [RADAJ] Dieter Radaj; Ermüdungsfestigkeit: Grundlagen für Leichtbau, Maschinen- und Stahlbau, (1995), Springer Verlag, ISBN 3-540-58348-3, ISBN 0-387-58348-3

-
- [RADAJ-1] Dieter Radaj; Ermüdungsfestigkeit: Grundlagen für Leichtbau, Maschinen- und Stahlbau, (1995), S. 65-71, Springer Verlag, ISBN 3-540-58348-3, ISBN 0-387-58348-3
- [RADAJ-2] Dieter Radaj; Ermüdungsfestigkeit: Grundlagen für Leichtbau, Maschinen- und Stahlbau, (1995), S. 71-75, Springer Verlag, ISBN 3-540-58348-3, ISBN 0-387-58348-3
- [RADAJ-3] Dieter Radaj; Ermüdungsfestigkeit: Grundlagen für Leichtbau, Maschinen- und Stahlbau, (1995), S. 72-73 Abb. 55, Springer Verlag, ISBN 3-540-58348-3, ISBN 0-387-58348-3
- [RADAJ-4] Dieter Radaj; Ermüdungsfestigkeit: Grundlagen für Leichtbau, Maschinen- und Stahlbau, (1995), S. 136-138, Springer Verlag, ISBN 3-540-58348-3, ISBN 0-387-58348-3
- [MUNZ] D. Munz: Ermüdungsverhalten metallischer Werkstoffe: Vortragstexte eines Symposiums der Deutschen Gesellschaft für Metallkunde 1984, (1985), DGM Informationsgesellschaft Verlag, ISBN 3-88355-093-0
- [MUNZ-1] D. Munz: Ermüdungsverhalten metallischer Werkstoffe: Vortragstexte eines Symposiums der Deutschen Gesellschaft für Metallkunde 1984, (1985), S. 307, Bild 1, DGM Informationsgesellschaft Verlag, ISBN 3-88355-093-0
- [MUNZ-2] D. Munz: Ermüdungsverhalten metallischer Werkstoffe: Vortragstexte eines Symposiums der Deutschen Gesellschaft für Metallkunde 1984, (1985), S. 308, Bild 3, DGM Informationsgesellschaft Verlag, ISBN 3-88355-093-0
- [MUNZ-3] D. Munz: Ermüdungsverhalten metallischer Werkstoffe: Vortragstexte eines Symposiums der Deutschen Gesellschaft für Metallkunde 1984, (1985), S. 309, DGM Informationsgesellschaft Verlag, ISBN 3-88355-093-0
- [MUNZ-4] D. Munz: Ermüdungsverhalten metallischer Werkstoffe: Vortragstexte eines Symposiums der Deutschen Gesellschaft für Metallkunde 1984, (1985), S. 313, Bild 8, DGM Informationsgesellschaft Verlag, ISBN 3-88355-093-0
- [MUNZ-5] D. Munz: Ermüdungsverhalten metallischer Werkstoffe: Vortragstexte eines Symposiums der Deutschen Gesellschaft für Metallkunde 1984, (1985), S. 268f, Bild 26, Bild 27, DGM Informationsgesellschaft Verlag, ISBN 3-88355-093-0
- [MUNZ-6] D. Munz: Ermüdungsverhalten metallischer Werkstoffe: Vortragstexte eines Symposiums der Deutschen Gesellschaft für Metallkunde 1984, (1985), S. 270, Bild 28, DGM Informationsgesellschaft Verlag, ISBN 3-88355-093-0
- [MUNZ-7] D. Munz: Ermüdungsverhalten metallischer Werkstoffe: Vortragstexte eines Symposiums der Deutschen Gesellschaft für Metallkunde 1984, (1985), S. 336, Tabelle 2, DGM Informationsgesellschaft Verlag, ISBN 3-88355-093-0
- [MUNZ-8] D. Munz: Ermüdungsverhalten metallischer Werkstoffe: Vortragstexte eines Symposiums der Deutschen Gesellschaft für Metallkunde 1984, (1985), S. 311, Bild 6, DGM Informationsgesellschaft Verlag, ISBN 3-88355-093-0
- [MUNZ-9] D. Munz: Ermüdungsverhalten metallischer Werkstoffe: Vortragstexte eines Symposiums der Deutschen Gesellschaft für Metallkunde 1984, (1985), S. 330, Bild 9, DGM Informationsgesellschaft Verlag, ISBN 3-88355-093-0

[MUNZ-10] D. Munz: Ermüdungsverhalten metallischer Werkstoffe: Vortragstexte eines Symposiums der Deutschen Gesellschaft für Metallkunde 1984, (1985), S. 333, DGM Informationsgesellschaft Verlag, ISBN 3-88355-093-0

[MELZER] Dietmar Melzer; Maximal ertragbare Spannungsspitzen bei einsatzgehärteten Wellen und Achsen, Dissertation (2003) an der Technischen Universität Dresden

[MELZER-1] Dietmar Melzer; Maximal ertragbare Spannungsspitzen bei einsatzgehärteten Wellen und Achsen, S.44, Dissertation (2003) an der Technischen Universität Dresden

[MELZER-2] Dietmar Melzer; Maximal ertragbare Spannungsspitzen bei einsatzgehärteten Wellen und Achsen, S.42, Dissertation (2003) an der Technischen Universität Dresden

[BRUDER] Thomas Bruder; Beitrag zur Beurteilung der Ermüdungsfestigkeit einsatzgehärteter Bauteile, Heft 59 (1999), Veröffentlichung des Instituts für Stahlbau und Werkstoffmechanik der Technischen Universität Darmstadt

[BRUDER-1] Thomas Bruder; Beitrag zur Beurteilung der Ermüdungsfestigkeit einsatzgehärteter Bauteile, Heft 59 (1999), S. 33, Veröffentlichung des Instituts für Stahlbau und Werkstoffmechanik der Technischen Universität Darmstadt

[BRUDER-2] Thomas Bruder; Beitrag zur Beurteilung der Ermüdungsfestigkeit einsatzgehärteter Bauteile, Heft 59 (1999), S. 38, Veröffentlichung des Instituts für Stahlbau und Werkstoffmechanik der Technischen Universität Darmstadt

[BRUDER-3] Thomas Bruder; Beitrag zur Beurteilung der Ermüdungsfestigkeit einsatzgehärteter Bauteile, Heft 59 (1999), S. 50, Bild 6.7, Veröffentlichung des Instituts für Stahlbau und Werkstoffmechanik der Technischen Universität Darmstadt

[BRUDER-4] Thomas Bruder; Beitrag zur Beurteilung der Ermüdungsfestigkeit einsatzgehärteter Bauteile, Heft 59 (1999), S. 107, Veröffentlichung des Instituts für Stahlbau und Werkstoffmechanik der Technischen Universität Darmstadt

[BRUDER-5] Thomas Bruder; Beitrag zur Beurteilung der Ermüdungsfestigkeit einsatzgehärteter Bauteile, Heft 59 (1999), S. 105, Veröffentlichung des Instituts für Stahlbau und Werkstoffmechanik der Technischen Universität Darmstadt

[BRUDER-6] Thomas Bruder; Beitrag zur Beurteilung der Ermüdungsfestigkeit einsatzgehärteter Bauteile, Heft 59 (1999), S. 139, Bild A.14, Veröffentlichung des Instituts für Stahlbau und Werkstoffmechanik der Technischen Universität Darmstadt

[BAEUMEL] Anton Bäuml; Experimentelle und numerische Untersuchung der Schwingfestigkeit randschichtverfestigter eigenspannungsbehafteter Bauteile, Heft 49 (1991), Veröffentlichung des Instituts für Stahlbau und Werkstoffmechanik der Technischen Hochschule Darmstadt

[BAEUMEL-1] Anton Bäuml; Experimentelle und numerische Untersuchung der Schwingfestigkeit randschichtverfestigter eigenspannungsbehafteter Bauteile, Heft 49 (1991), S. 97, Bild 4.16, Veröffentlichung des Instituts für Stahlbau und Werkstoffmechanik der Technischen Hochschule Darmstadt

[BAEUMEL-2] Anton Bäuml; Experimentelle und numerische Untersuchung der Schwingfestigkeit randschichtverfestigter eigenspannungsbehafteter Bauteile, Heft 49 (1991), S. 66, Veröffentlichung des Instituts für Stahlbau und Werkstoffmechanik der Technischen Hochschule Darmstadt

[BAEUMEL-3] Anton Bäuml; Experimentelle und numerische Untersuchung der Schwingfestigkeit randschichtverfestigter eigenspannungsbehafteter Bauteile, Heft 49 (1991), S. 67-69, Veröffentlichung des Instituts für Stahlbau und Werkstoffmechanik der Technischen Hochschule Darmstadt

[BAEUMEL-4] Anton Bäuml; Experimentelle und numerische Untersuchung der Schwingfestigkeit randschichtverfestigter eigenspannungsbehafteter Bauteile, Heft 49 (1991), S. 69-72, Veröffentlichung des Instituts für Stahlbau und Werkstoffmechanik der Technischen Hochschule Darmstadt

[BAEUMEL-5] Anton Bäuml; Experimentelle und numerische Untersuchung der Schwingfestigkeit randschichtverfestigter eigenspannungsbehafteter Bauteile, Heft 49 (1991), S. 57, Veröffentlichung des Instituts für Stahlbau und Werkstoffmechanik der Technischen Hochschule Darmstadt

[HERTER] Tobias Herter; Rechnerischer Festigkeitsnachweis der Ermüdungstragfähigkeit vergüteter und einsatzgehärteter Stirnräder, Dissertation (2003) an der Technischen Universität München

[HERTER-1] Tobias Herter; Rechnerischer Festigkeitsnachweis der Ermüdungstragfähigkeit vergüteter und einsatzgehärteter Stirnräder, S. 55, Dissertation (2003) an der Technischen Universität München

[BEITZ] W. Beitz, K.-H. Küttner; Dubbel – Handbook of mechanical engineering, (1994), Springer Verlag, ISBN 3-540-19868-7

8. ABBILDUNGSVERZEICHNIS

Bild 1:	Normal- und Schubspannungen am Volumselement	5
Bild 2:	Verlauf der Spannungsamplituden bei phasengleicher, wechselnder Belastung	6
Bild 3:	Verlauf der Spannungen bei phasenverschobener (90°), wechselnder Belastung 7	
Bild 4:	Beispiele für das Spannungsverhältnis R	8
Bild 5:	Vergleichsspannung	9
Bild 6:	Zyklisches Spannungs-Dehnungs Diagramm (Ck45).....	16
Bild 7:	Dehnungswöhlerlinie (Ck45).....	17
Bild 8:	Schädigungsparameterwöhlerlinie oder auch P_{SWT} -Wöhlerlinie (Ck45).....	20
Bild 9:	Vergleichsspannungsamplituden bei unterschiedlichen Hypothesen und Werkstoffen.....	25
Bild 10:	Quadratische Mittelung der relativen Abweichung zur FE-Berechnung beim Wellenabsatz	36
Bild 11:	Quadratische Mittelung der relativen Abweichung zur FE-Berechnung bei der Umlaufnut	37
Bild 12:	Skizze vom Wellenabsatz und der Umlaufnut	37
Bild 13:	Relative Abweichung der Kerbformzahlen am Wellenabsatz.....	42
Bild 14:	Welle mit Absatz auf Biegung (1Nm) belastet	43
Bild 15:	Welle mit Umlaufnut auf Torsion (1Nm) belastet	44
Bild 16:	Relative Abweichung der Kerbformzahlen an einer Umlaufnut.....	44
Bild 17:	Welleneinstich.....	45
Bild 18:	Kerbradius und Ersatzradius	46
Bild 19:	Spannungsverlauf im Radius bei Biegung (1Nm).....	47
Bild 20:	Relative Abweichung der FE-Berechnung von den Berechnungen nach Melzer 48	
Bild 21:	Skizze einer hohlgebohrten Welle mit Querbohrung	49
Bild 22:	Kerbformzahlen für die Querbohrung einer Welle	50
Bild 24:	K_{tg} für eine Welle mit Querbohrung auf Zug/Druck beansprucht.....	54
Bild 25:	K_{tg} für eine Welle mit Querbohrung auf Biegung beansprucht	55
Bild 26:	K_{tg} für eine Welle mit Querbohrung auf Torsion beansprucht	56
Bild 27:	Darstellung der Vernetzung im Bereich der Querbohrung, hier bei Torsion (1 Nm)	57

Bild 28:	Vergleich der Nennspannungen bei Zug (1N) an den drei untersuchten Querbohrungsformen	58
Bild 29:	Vergleich der Spannungsspitzen bei Zug (1N) an den drei untersuchten Querbohrungsformen	58
Bild 30:	Spannungsverlauf bei Biegung (1Nm) mit Isolinien	59
Bild 31:	Querbohrung auf Biegung (1Nm) belastet	59
Bild 32:	Vergleich der Nennspannungen bei Biegung (1Nm) an den drei untersuchten Querbohrungsformen	60
Bild 33:	Relative Abweichung der Kerbformzahlen an einer Querbohrung.....	60
Bild 34:	Ausschnitt von einer Welle mit großer Innen- und Querbohrung bei Torsion (1Nm)	61
Bild 35:	Darstellung einer Steckverzahnung	61
Bild 36:	Detailansicht der Zahnformen für eine Steckverzahnung	62
Bild 37:	Skizze einer Passfederverbindung (Form A und B)	64
Bild 41:	Spannungsverlauf an einer Welle mit Umlaufnut bei Biegung.....	68
Bild 42:	Festigkeitssteigerung durch eine gehärtete Randschicht	69
Bild 43:	Kerbspannungen im Bereich der gehärteten Randschicht.....	69
Bild 44:	Eigenspannungen in Abhängigkeit von der Verschleißmarkenbreite.....	71
Bild 45:	Einfluss auf die Eigenspannungen durch Wasserstrahlen	72
Bild 46:	Temperaturführungen bei den unterschiedlichen Arten von Einsatzhärten	74
Bild 47:	Schematischer Aufbau einer nitriergehärteten Randschicht	75
Bild 48:	Umwandlungstemperaturen für Martensit in Abhängigkeit vom Kohlenstoffgehalt	77
Bild 49:	Dauerfestigkeit in Abhängigkeit vom Restaustenitgehalt	78
Bild 50:	Vergleich von Mittel- und Eigenspannungsempfindlichkeit von Stahl.....	79
Bild 51:	Differenz der Zugfestigkeit unterschiedlicher Umrechnungsmethoden im Vergleich zur DIN EN ISO 18265	83
Bild 52:	Vergleich des Härteverlaufs in radialer Richtung zwischen dem Messergebnis und dem derzeitigen Verfahren bei MSF.....	84
Bild 53:	Härteverlauf mit dem Rechenmodell von Lang am Beispiel von 16MnCr5 mit Eht = 2,5mm	85
Bild 54:	Härteverlauf mit dem Modell von Melzer	86
Bild 56:	Der Faktor f_{TW} in Abhängigkeit von der Einhärtetiefe	87
Bild 57:	Härteverlauf mit dem Modell nach Thomas.....	88
Bild 58:	Unterschied vom Modell nach MSF und MSF_modifiziert	89
Bild 59:	Verschiebungsfaktor f_V	90

Bild 60:	Härteverlauf nach dem Modell von Melzer modifiziert.....	91
Bild 61:	Streckgrenzenverhältnis in radialer Richtung, kombiniert mit Umrechnung aus der Härte	93
Bild 62:	Verteilung der Anrissorte an einer ungekerbten Welle	97
Bild 63:	Verteilung der Anrissorte an einer gekerbten Welle	98
Bild 64:	Anrissstiefenverteilung in Abhängigkeit vom bezogenen Spannungsgefälle	99
Bild 65:	Schematische Darstellung eines Wöhlerdiagramms für Ck15 und Umlaufbiegebelastung	99
Bild 66:	Verlauf der Eigenspannungen der Welle mit Absatz in axialer und tangentialer Richtung	103
Bild 67:	Vergleich von Spannung zu Festigkeit bei Zugbelastung (540kN).....	104
Bild 68:	Vergleich von Spannung zu Festigkeit bei Biegung (1950Nm)	104
Bild 69:	Vergleich von Spannung zu Festigkeit bei Torsion (4400Nm)	105
Bild 70:	Unterschiedliche Wöhlerlinien bei einem Ck15 für den Grundwerkstoff, unter Vakuumatmosphäre und nitridiert.....	109
Bild 71:	Welle mit Absatz, blindgehärtet, $R = -1$	112
Bild 72:	Welle mit Absatz, blindgehärtet, $R = 0$	112
Bild 73:	Geometrie der Flachprobe	113
Bild 74:	Flachprobe, durchgehärtet, $R = -1$	114
Bild 75:	Ermittlung der Wöhlerlinie für den Bereich der Schädigung im Materialvolumen	120
Bild 76:	Programmoberfläche des Pre-Moduls von FEMSITE	123
Bild 77:	Skizze der Welle mit Umlaufnut.....	125
Bild 78:	Wöhlerdiagramme für Biegung bei $R = -1$	127
Bild 79:	Wöhlerdiagramme für Torsion bei $R = -1$	127
Bild 80:	Kombinierte Belastung von Biegung und Torsion bei einer Phasenverschiebung von 0°	128
Bild 81:	Geometrie der Welle mit Absatz	129
Bild 82:	Die Welle mit Absatz auf Biegung belastet, $R = -1$	130
Bild 83:	Die Welle mit Absatz auf Torsion belastet, $R = -1$	131
Bild 84:	Kombinierte Belastung von Biegung und Torsion bei einer Phasenverschiebung von 0°	131
Bild 85:	Kombinierte Belastung von Biegung und Torsion bei einer Phasenverschiebung von 90°	132
Bild 86:	Vergleich der Wöhlerlinienneigung für reine Biegung und Torsion zwischen rechnerisch ermittelten und den aus Versuchen gewonnenen Werten.....	133

Bild 87:	Vergleich der Wöhlerlinien an der Welle mit Absatz für phasengleiche und phasenverschobene Belastung	134
Bild 88:	Vergleich der Wöhlerlinienneigung für kombinierte Belastungen zwischen rechnerisch ermittelten und den aus Versuchen gewonnenen Werten	134
Bild 89:	Skizze der gehärteten Welle mit Absatz.....	135
Bild 90:	Darstellung vom FE-Netz für Eht = 1,3mm.....	136
Bild 91:	Darstellung des Berechnungsergebnisses für die Schädigung unter der Oberfläche	137
Bild 92:	Wöhlerlinie der gehärteten Welle mit Absatz (Eht = 0,7mm), Biegung und R = 0	138
Bild 93:	Wöhlerlinie der gehärteten Welle mit Absatz (Eht = 0,7mm), Biegung und R = -1	138
Bild 94:	Wöhlerlinie der gehärteten Welle mit Absatz (Eht = 1,3mm), Biegung und R = -1	139
Bild 95:	Gegenüberstellung der Wöhlerlinienneigung mit Eht = 0,7mm und 1,3mm für R = -1	139
Bild 96:	Gegenüberstellung der Wöhlerlinienneigung mit Eht = 0,7mm für R = 0.....	140

9. TABELLENVERZEICHNIS

Tabelle a:	Übersicht über die Anwendbarkeit der Konzepte an unterschiedliche Anforderungen	4
Tabelle b:	Standardbelastung für die untersuchten Kerbformen.....	27
Tabelle c:	Übersicht über die untersuchten Kerbgeometrien	28
Tabelle d:	Bezogener Spannungsgradient für unterschiedliche Kerbformen und Belastungen	30
Tabelle e:	Untersuchungsumfang von Melzer am Wellenabsatz	35
Tabelle f:	Untersuchungsumfang von Melzer für die Umlaufnut	35
Tabelle g:	Kennwerte für den Wellenabsatz und der Umlaufnut nach den FKM-Richtlinien 38	
Tabelle h:	Kennwerte für den Wellenabsatz und der Umlaufnut bei FEMSITE Gearbox... 39	
Tabelle i:	Kennwerte für den Wellenabsatz und der Umlaufnut nach Melzer	40
Tabelle j:	Kennwerte für den Wellenabsatz und der Umlaufnut nach Dubbel.....	40
Tabelle k:	Kennwerte für den Welleneinstich bei den FKM-Richtlinien.....	45
Tabelle l:	Ersatzstrukturlänge in Abhängigkeit vom Werkstoff	46
Tabelle m:	Kerbwirkungszahlen für den Welleneinstich Niemann	46
Tabelle n:	Kennwerte für den Welleneinstich bei der Berechnung nach Melzer.....	47
Tabelle o:	Kennwerte für die Berechnung der Passfedernut nach den FKM-Richtlinien ...	64
Tabelle q:	Zusammenfassung der Messwerte für die Eigenspannungen an der Oberfläche für den Einsatzstahl 20MnCr5 im einsatzgehärteten Zustand.....	81
Tabelle r:	Kennwerte für die Umrechnung der Härte in die Zugfestigkeit nach Melzer	82
Tabelle s:	Kennwerte für die Berechnung des Härteverlaufs nach Lang.....	85
Tabelle t:	Korrekturfaktoren für die Zwischenpunkte Z1 und Z2 des Härteverlaufs nach MSF_modifiziert	90
Tabelle u:	Einfluss der Bearbeitung auf die Schwingfestigkeit.....	94
Tabelle v:	Kennwerte für die Berechnung des radialen Spannungsverlaufs nach Melzer 102	
Tabelle w:	Berechnung der zyklischen Werkstoffkennwerte mit dem UML	107
Tabelle x:	Werte für die Umrechnung der Wöhlerlinie für den Innenanriss nach [BAEUMEL].....	110
Tabelle y:	Richtwerte für die Steigung der Wöhlerlinien bei Biegung laut FKM-Richtlinien [FKM-RICHTLINIE]	116

Tabelle z:	Richtwerte für die Steigung der Wöhlerlinien bei Torsion laut FKM-Richtlinien [FKM-RICHTLINIE].....	116
Tabelle aa:	Steigung der Wöhlerlinien bei Biegung aus den Versuchen von Bruder [BRUDER].....	116
Tabelle bb:	Steigung der Wöhlerlinien bei Biegung und unterschiedlichen Bearbeitungsmethoden aus den Versuchen von FOSTA [FOSTA]	116
Tabelle cc:	Parameterkombination der sechs Berechnungen für Welle mit Umlaufnut	126
Tabelle dd:	Statische und zyklische Werkstoffdaten für den 42CrMo4 S4 aus [FKM].....	126
Tabelle ee:	Durchgeführte Berechnungen für die Welle mit Absatz	129
Tabelle ff:	Statische und zyklische Werkstoffdaten für den Ck45 aus [FKM].....	129
Tabelle gg:	Vollständiges Versuchsprogramm aus [BRUDER] für die gehärtete Welle mit Absatz, R = 2,5mm	135
Tabelle hh:	Kerbformzahlen für die Welle mit Absatz	156
Tabelle ii:	Kerbformzahlen für die Welle mit Umlaufnut.....	156
Tabelle jj:	Kerbformzahlen für die Welle mit Querbohrung	157

ANHANG A

Form	Belastung	Geometrie	FKM	Gearbox	Melzer	Dubbel	FEM
Wellenabsatz	Zug	d/D = 0,64; r/d = 0,2	1,5602	1,6580	1,7245	1,7067	
		d/D = 0,6; r/d = 0,01	4,3072	4,8490	5,1604	4,4798	
		d/D = 0,6; r/d = 0,3	1,4105	1,5111	1,5425	1,5149	
		d/D = 0,6; r/d = 0,6	1,2159	1,2927	1,2913	1,2587	
		d/D = 0,6; r/d = 0,9	1,1397	1,1960	1,1906	1,1613	
	Biegung	d/D = 0,64; r/d = 0,2	1,4456	1,5115	1,5294	1,4493	1,5180
		d/D = 0,6; r/d = 0,01	3,6794	4,1248	4,1242	3,7725	
		d/D = 0,6; r/d = 0,3	1,3235	1,3907	1,3884	1,2934	
		d/D = 0,6; r/d = 0,6	1,1678	1,2118	1,2044	1,1203	
		d/D = 0,6; r/d = 0,9	1,1077	1,1326	1,1325	1,0658	
	Torsion	d/D = 0,64; r/d = 0,2	1,2380	1,2789	1,2614	1,2269	1,2290
		d/D = 0,6; r/d = 0,01	2,4172	2,6445	2,5556	2,5747	
		d/D = 0,6; r/d = 0,3	1,1748	1,2165	1,1909	1,1562	
		d/D = 0,6; r/d = 0,6	1,0919	1,1231	1,1000	1,0742	
		d/D = 0,6; r/d = 0,9	1,0595	1,0817	1,0647	1,0451	

Tabelle hh: Kerbformzahlen für die Welle mit Absatz

Form	Belastung	Geometrie	FKM	Gearbox	Melzer	Dubbel	FEM
Umlaufnut	Zug	d/D = 0,88; r/d = 0,09	2,2488	2,2402	2,3410	2,3428	
		d/D = 0,6; r/d = 0,01	6,3371	6,9371	6,8733	7,0277	
		d/D = 0,6; r/d = 0,3	1,6590	1,7695	1,7264	1,5886	
		d/D = 0,6; r/d = 0,6	1,3460	1,4314	1,3816	1,2606	
		d/D = 0,6; r/d = 0,9	1,2240	1,2817	1,2471	1,1504	
	Biegung	d/D = 0,88; r/d = 0,09	2,0180	2,0695	2,1072	2,0500	2,1280
		d/D = 0,6; r/d = 0,01	4,9771	5,6902	5,4256	5,5244	
		d/D = 0,6; r/d = 0,3	1,4765	1,5793	1,5317	1,3715	
		d/D = 0,6; r/d = 0,6	1,2474	1,3104	1,2763	1,1547	
		d/D = 0,6; r/d = 0,9	1,1594	1,1913	1,1781	1,0859	
	Torsion	d/D = 0,88; r/d = 0,09	1,5308	1,5385	1,5505	1,5917	1,5030
		d/D = 0,6; r/d = 0,01	3,0614	3,3723	3,2818	3,2905	
		d/D = 0,6; r/d = 0,3	1,2466	1,2951	1,2744	1,1907	
		d/D = 0,6; r/d = 0,6	1,1280	1,1592	1,1427	1,0769	
		d/D = 0,6; r/d = 0,9	1,0824	1,0990	1,0920	1,0418	

Tabelle ii: Kerbformzahlen für die Welle mit Umlaufnut

Form	Belastung	Geometrie	Polynom	Diagramm	FEM
Querbohrung halb	Zug	a/d = 0,07; di/d = 0,31			3,0105
		a/d = 0,07; di/d = 0,88			2,8837
		a/d = 0,24; di/d = 0,31			3,0400
		a/d = 0,24; di/d = 0,88			2,9855
	Biegung	a/d = 0,07; di/d = 0,31			2,5456
		a/d = 0,07; di/d = 0,88			2,6663
		a/d = 0,24; di/d = 0,31			2,3466
		a/d = 0,24; di/d = 0,88			2,4713
	Torsion	a/d = 0,07; di/d = 0,31			3,6685
		a/d = 0,07; di/d = 0,88			3,8465
		a/d = 0,24; di/d = 0,31			3,5064
		a/d = 0,24; di/d = 0,88			4,5543
Querbohrung	Zug	a/d = 0,07; di/d = 0,31		2,9200	2,9143
		a/d = 0,07; di/d = 0,88		2,9500	2,8121
		a/d = 0,24; di/d = 0,31		2,7500	2,6827
		a/d = 0,24; di/d = 0,88		2,9000	2,6928
	Biegung	a/d = 0,07; di/d = 0,31		2,4500	2,3690
		a/d = 0,07; di/d = 0,88		2,5800	2,5718
		a/d = 0,24; di/d = 0,31		2,1500	2,0008
		a/d = 0,24; di/d = 0,88		2,4300	2,2439
	Torsion	a/d = 0,07; di/d = 0,31	3,4567	3,5000	3,4850
		a/d = 0,07; di/d = 0,88	3,5174	3,5700	3,7710
		a/d = 0,24; di/d = 0,31	3,1579	3,2000	3,0751
		a/d = 0,24; di/d = 0,88	3,8722	3,9000	4,3055
Querbohrung 3x120°	Zug	a/d = 0,07; di/d = 0,31			2,8128
		a/d = 0,07; di/d = 0,88			2,9765
		a/d = 0,24; di/d = 0,31			2,2026
		a/d = 0,24; di/d = 0,88			2,3344
	Biegung	a/d = 0,07; di/d = 0,31			2,5311
		a/d = 0,07; di/d = 0,88			2,7804
		a/d = 0,24; di/d = 0,31			1,9492
		a/d = 0,24; di/d = 0,88			2,0686
	Torsion	a/d = 0,07; di/d = 0,31			3,5905
		a/d = 0,07; di/d = 0,88			3,7969
		a/d = 0,24; di/d = 0,31			2,8611
		a/d = 0,24; di/d = 0,88			3,1100

Tabelle jj: Kerbformzahlen für die Welle mit Querbohrung

FORMELZEICHEN, INDIZES UND ABKÜRZUNGEN

Formelzeichen, Abkürzung	Benennung	Einheit
FEM	Finite Elemente Methode	
MSF	Magna Steyr Fahrzeugtechnik	
SSH	Schubspannungshypothese	
GEH	Gestaltänderungshypothese	
NSH	Normalspannungshypothese	
ESMN	Hypothese der effektiven Schubspannung mit Normalspannungseinfluss	
SIH	Schubspannungsintensitätshypothese	
IMSH	Integrale Mehrachsigkeitsschädigungshypothese	
WVS	Hypothese der wirksamen Vergleichsspannung	
NHR	Modifizierte NSH	
DMS	Dehnungsmessstreifen	
SSK	Schubspannungskomponente	
NSK	Nennspannungskomponente	
GGG	Globulares Grauguss	
CP	Methode der kritischen Schnittebenen (Critical Plane Approach: CP)	
INT	Methode der integralen Anstrengung (Integral Approach: INT)	
ÖK	Örtliches Konzept	
ÖS	Örtliches Spannungskonzept	
VB _C	Verschleißmarkenbreite	[µm]
M _s	M _s -Temperatur - Martensit Start	[K]
M _f	M _s -Temperatur - Martensit Finish	[K]
UML	Uniform Material Law	
RA	Restaustenit	
RAG	Restaustenitgehalt	
RAU	Restaustenitumwandlung	
R	Spannungsverhältnis	[-]
σ	Spannung	[N/mm ²]
σ _m	Mittelspannung	[N/mm ²]
σ _x , σ _y , σ _z	Spannung in x, y, z-Richtung	[N/mm ²]
σ _o , σ _{n,max}	Oberspannung	[N/mm ²]
σ _u	Unterspannung	[N/mm ²]
σ _n	Zug/Druck-, Biegespannung	[N/mm ²]
σ _{max}	Maximal auftretende Spannung	[N/mm ²]
σ _A , σ _a	Spannungsamplitude	[N/mm ²]
σ _E	Eigenspannung	[N/mm ²]
σ _D , Vakuum	Spannung im Vakuum	[N/mm ²]
σ _D , Luft	Spannung an der Luft	[N/mm ²]
S, S _N	Nennspannung, Biegenennspannung	[N/mm ²]
S _{res}	Resultierende Nennspannung	[N/mm ²]
S _z	Nennspannung Zug/Druck	[N/mm ²]
S _b	Nennspannung Biegung	[N/mm ²]
σ _{gross}	Nennspannung bezogen auf den ungekerbten Querschnitt	[N/mm ²]
σ _{net}	Nennspannung bezogen auf den gekerbten Querschnitt	[N/mm ²]
S _{AB}	Biegenennspannungsamplitude	[N/mm ²]
S _{n,a}	Normalspannungsamplitude	[N/mm ²]
S _{n,m}	Normspannungsmittelspannung	[N/mm ²]
S _{r,m}	Resultierende Mittelspannung	[N/mm ²]
S _{r,a}	Resultierende Amplitude	[N/mm ²]
S _{Vd}	Vergleichsspannung dynamisch	[N/mm ²]
S _{Vs}	Vergleichsspannung statisch	[N/mm ²]
σ _v (δ = 0°)	Vergleichsspannung bei phasengleicher Belastung	[N/mm ²]
σ ₁ (x)	Hauptspannungsverlauf	[N/mm ²]
σ _{örtl}	Örtliche Kerbspannung	[N/mm ²]
σ _{örtl,red}	Reduzierte örtliche Kerbspannung	[N/mm ²]
σ _{normal}	radial verlaufende Spannung	[N/mm ²]

$\sigma_{\text{tangential}}$	maximale Oberflächenspannung	[N/mm ²]
σ_{φ}	Normalspannung auf der Schnittebene φ	[N/mm ²]
τ_{φ}	Schubspannung auf der Schnittebene φ	[N/mm ²]
$\tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}, \tau_{yx}, \tau_{zx}, \tau_{zy}$	Schubspannungen	[N/mm ²]
$T_{n,m}$	Schubspannungsmittelspannung	[N/mm ²]
$T_{n,a}$	Schubspannungsamplitude	[N/mm ²]
τ_a	Schubspannungsamplitude	[N/mm ²]
T, T_t	Nennspannung Torsion	[N/mm ²]
T_q	Nennspannung Scherung	[N/mm ²]
T_{res}	Resultierende Nennspannung	[N/mm ²]
τ_n	Torsionsspannung	[N/mm ²]
τ_{max}	Maximale Schubspannung	[N/mm ²]
T_{AB}	Torsionsnennspannungsamplitude	[N/mm ²]
τ_{gross}	Scherspannung bezogen auf den ungekerbten Querschnitt	[N/mm ²]
τ_{net}	Scherspannung bezogen auf den gekerbten Querschnitt	[N/mm ²]
ε	Dehnung	[-]
ε_{at}	Totale Dehnungsamplitude	[-]
ε_{ae}	Elastischer Anteil (Basquin-Gleichung)	[-]
ε_{ap}	Plastischer Anteil (Coffin-Manson-Morrow-Gleichung)	[-]
ε_a	Dehnungsamplitude	[-]
$\varepsilon_D, \text{ Vakuum}$	Dehnung im Vakuum	[-]
$\varepsilon_D, \text{ Luft}$	Dehnung an der Luft	[-]
ν	Poisson Zahl, Querkontraktionszahl	[-]
E	E-Modul	[N/mm ²]
G	Schubmodul	[N/mm ²]
R_m	Zugfestigkeit	[N/mm ²]
$R_{m \text{ Kern}}$	Zugfestigkeit des Kernwerkstoffs	[N/mm ²]
$R_{p0,2}$	Streckgrenze	[N/mm ²]
$R_{p0,2 \text{ Kern}}$	Streckgrenze des Kernwerkstoffes	[N/mm ²]
S_{zFK}	Statische Bauteilfestigkeit Zug	[N/mm ²]
S_{bFK}	Statische Bauteilfestigkeit Biegung	[N/mm ²]
T_{tFK}	Statische Bauteilfestigkeit Torsion	[N/mm ²]
S_{zWK}	Dynamische Bauteilfestigkeit Zug wechselnd	[N/mm ²]
S_{bWK}	Dynamische Bauteilfestigkeit Biegung wechselnd	[N/mm ²]
T_{tSCHK}	Dynamische Bauteilfestigkeit Torsion schwellend	[N/mm ²]
τ_w	Torsionswechselfestigkeit	[N/mm ²]
τ_s	<i>Schergrenze</i>	[N/mm ²]
T_w	Schubspannungswechselfestigkeit	[N/mm ²]
S_w	Normalspannungswechselfestigkeit	[N/mm ²]
σ_w, σ_{bw}	Zug/Druck- Biegewechselfestigkeit	[N/mm ²]
σ_B	Bruchfestigkeit	[N/mm ²]
σ_{aD}	Dauerfestigkeit	[N/mm ²]
$Wf_{n\text{-gek},n\text{-verf}}$	Wechselfestigkeit nicht gekerbte, nicht verfestigte Probe	[N/mm ²]
$Wf_{\text{gek},\text{verf}}$	Wechselfestigkeit gekerbte und verfestigte Probe	[N/mm ²]
$S_{E,R=-1}$	Bauteildauerfestigkeit bei R = -1	[N/mm ²]
$S_{E,R=0}$	Bauteildauerfestigkeit bei R = 0	[N/mm ²]
j_{Fz}	Sicherheit gegen Streckgrenze Zug	[-]
j_{Fbz}	Sicherheit gegen Streckgrenze Zug und Biegung	[-]
j_{FV}	Sicherheit gegen Streckgrenze Vergleichsspannung	[-]
j_{Ft}	Sicherheit gegen Streckgrenze Torsion	[-]
j_{Dz}	Sicherheit gegen Dauerbruch Zug	[-]
j_{Dbz}	Sicherheit gegen Dauerbruch Zug und Biegung	[-]
j_{DV}	Sicherheit gegen Dauerbruch Vergleichsspannung	[-]
j_{Dt}	Sicherheit gegen Dauerbruch Torsion	[-]
χ^*	Bezogener Spannungsgradient	[1/mm]
φ	Winkel, Schnittebene	[°] oder [rad]
γ	Torsionswinkel	[°] oder [rad]
δ	Winkel der Phasenverschiebung	[°] oder [rad]
G	Güte	[-]
D	Schädigungssumme	
σ'_f	Schwingfestigkeitskoeffizient	[N/mm ²]
ε'_f	Duktilitätskoeffizient	[-]
$\sigma'_f \text{ Vakuum}$	Schwingfestigkeitskoeffizient für Vakuum	[N/mm ²]
$\varepsilon'_f \text{ Vakuum}$	Duktilitätskoeffizient für Vakuum	[-]

b	Schwingfestigkeitsexponent	[-]
n'	Zyklischer Werkstoff-Verfestigungsexponent	[-]
K'	Zyklischer Werkstoff-Verfestigungskoeffizient	[N/mm ²]
c	Duktilitätsexponent	[-]
N _f	Schwingspielzahl	[-]
K _f '	Verfestigungskoeffizient bei Torsionsbeanspruchung	[N/mm ²]
n _f '	Verfestigungsexponent bei Torsionsbeanspruchung	[-]
τ _f '	Schwingfestigkeitsexponent bei Torsionsbeanspruchung	[N/mm ²]
γ _f '	Duktilitätskoeffizient bei Torsionsbeanspruchung	[-]
b _γ	Schwingfestigkeitsexponent	[-]
c _γ	Duktilitätsexponent	[-]
P _{SWT}	Schädigungsparameter	[N/mm ²]
P _{SWT,T}	Schädigungsparameter für Torsion	[N/mm ²]
N _D	Grenzschwingspielzahl	[-]
N _{D, Vakuum}	Grenzschwingspielzahl im Vakuum	[-]
N _{D, Luft}	Grenzschwingspielzahl an der Luft	[-]
L _s	Umfang des Schubspannungskollektivs	[-]
τ _{n,i}	Mittelwert aller Schubspannungsamplituden	[N/mm ²]
k	Steigung der Wöhlerlinie	[-]
P _B	Schädigungsparameter	[N/mm ²]
F	Normalkraft	[N]
M, T _B , M _b	Biegemoment	[Nm] [Nmm]
T, T _T , M _x	Torsionsmoment	[Nm] [Nmm]
F _x	Kraft in axialer Richtung	[N]
F _r	Kraft in radialer Richtung	[N]
P, M, T	Belastung	[N], [Nm]
A	Querschnittsfläche	[mm ²]
A _{tube}	Fläche des ungekerbten Querschnittes	[mm ²]
A _{net}	Fläche des gekerbten Querschnittes	[mm ²]
D, d, D ₂ , d _a	Welle Außendurchmesser	[mm]
D, D ₁	Welle Einstich Durchmesser, Kerbgrunddurchmesser, Bohrungsdurchmesser	[mm]
r, a, ρ, R _a	Radius, Kerbradius	[mm]
d _i	Bohrungsdurchmesser, Welleninnendurchmesser	[mm]
d _Q	Durchmesser Querbohrung	[mm]
r _f	Ersatzradius	[mm]
ρ _F	Fiktiver Ersatzradius	[mm]
T, t	Kerbtiefe	[mm]
a	Querbohrungsdurchmesser	[mm]
m	Breite Welleneinstich	[mm]
b	Kerb(Riefen-) breite	[mm]
B	Abstand der Kerben	[mm]
ρ*	Ersatzstrukturlänge	[mm]
W _b	Widerstandsmoment Biegung	[mm ³]
W _t	Widerstandsmoment Torsion	[mm ³]
I _{tube}	Flächenmoment 2. Ordnung des ungekerbten Querschnittes	[mm ⁴]
Z _{tube}	Widerstandsmoment des ungekerbten Querschnittes	[mm ³]
I _{net}	Flächenmoment 2. Ordnung des gekerbten Querschnittes	[mm ⁴]
Z _{net}	Widerstandsmoment des gekerbten Querschnittes	[mm ³]
J _{tube}	Polares Widerstandsmoment des ungekerbten Querschnittes	[mm ³]
J _{net}	Polares Widerstandsmoment des gekerbten Querschnittes	[mm ³]
α _K , K _{tn}	Kerbformzahl	[-]
β _K , K _f	Kerbwirkungszahl	[-]
α _{Kz} , α _{Kb} , α _{Kt}	Kerbformzahl Zug, Biegung, Torsion	[-]
β _{Kz} , β _{Kb} , β _{Kt}	Kerbwirkungszahl Zug, Biegung, Torsion	[-]
K _{tb}	Kerbformzahl für Biegebeanspruchung	[-]
K _{tt}	Kerbformzahl für Torsionsbeanspruchung	[-]
K _{tg}	Kerbformzahl bezogen auf den ungekerbten Querschnitt	[-]
K _{tsg}	Kerbformzahl für Schubbeanspruchung, ungekerbter Querschnitt	[-]
K _{tsn}	Kerbformzahl für Schubbeanspruchung	[-]
K _{f,t}	Kerbwirkungszahl; Torsion	[-]
K _{f,b}	Kerbwirkungszahl; Zug/Druck, Biegung bei Keil- und Zahnwellen	[-]
K _{f,Ev}	Kerbwirkungszahl; Zug/Druck, Biegung bei Evolventenzahnwellen.	[-]
K _{f,RSV}	Kerbwirkungszahl bei Randschichtverfestigung	[-]
K _{f,1} K _{f,2}	Teil-Kerbwirkungszahlen	[-]
v _S , v _D	Statische und Dynamische Stützwirkung, Stützzahl	[-]

n	Stützziffer	[-]
V_{zS}, V_{bS}, V_{tS}	Statische Stützwirkung Zug, Biegung, Torsion	[-]
V_{zd}, V_{bd}, V_{td}	Dynamische Stützwirkung Zug, Biegung, Torsion	[-]
HRC	Härte nach Rockwell	[HRC]
HV	Härte Vickers	[HV]
HV(y^*)	Härteverlauf	[HV]
$H_{HV}(X_{norm})$	Härteverlauf	[HV]
HV(y)	Härte in Abhängigkeit von der Tiefe	[HV]
HV_{Kern}	Kernhärte	[HV]
HV_{Rand}	Oberflächenhärte	[HV]
Eht	Einhärtetiefe	[mm]
Rht	Einhärtetiefe Randschicht	[mm]
Nht	Einhärtetiefe Nitrierhärten	[mm]
x, y	Tiefe	[mm]
x_{norm}, y^*	Normierte Tiefe	[-]
y_{Kern}	Tiefe ab der die Kernhärte erreicht ist	[mm]
y_{HVmax}	Tiefe mit maximaler Härte	[mm]
f_{TW}	Tiefenwirkung	[-]
δ	Eindringtiefe (Skindicke)	[mm]
t_{relev}	Relevante Tiefe bis zu der die Einhärtung wirkt	[mm]
M_E	Eigenspannungsempfindlichkeit	[-]
M	Mittelspannungsempfindlichkeit	[-]
k_B	Faktor zur Bewertung der Mittelspannung	[-]
x_{Z1}	Tiefe von Zwischenpunkt Z1	[mm]
x_{Z2}	Tiefe von Zwischenpunkt Z2	[mm]
f_V	Verschiebungsfaktor	[-]
Z1	Zwischenpunkt 1	
Z2	Zwischenpunkt 2	
f_{HZ1}	Auf-/Abwertungsfaktor von Zwischenpunkt Z1	[-]
f_{HZ2}	Auf-/Abwertungsfaktor von Zwischenpunkt Z2	[-]
SGV(x)	Streckgrenzenverhältnis	[-]
Δ_0	Charakteristische Mikrostrukturlänge	[mm]
K_O	Oberflächenformzahl	[-]
R_{wirk}	Wirksame Rautiefe	[mm]
b_S	Oberflächenfaktor (für nicht gekerbte Probe)	[-]
R_t	Rautiefe	[μ m]
R_z	Gemittelte Rautiefe	[mm]
R_{max}	Maximalwert der Rauheit	[mm]
κ	Oberflächenfeingestalt	[-]
F_0	Oberflächenfaktor	[-]
S_G	Größenfaktor	[-]
f_G	Größeneinflussfaktor	[-]
Y_0	=1,12, Korrekturfaktor	[-]
ΔK_0	= 220, Schwellenwert für R=-1	[N/mm ^{2/3}]
μ_0	= $4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$... Permeabilitätskonstante des Vakuums	[V.S/A.m]
μ_r	Relative Permeabilitätskonstante des Werkstoffes	[-]
σ	Elektrische Leitfähigkeit des Werkstoffes	[S/m]
ω	= $2 \cdot \pi \cdot f$... Kreisfrequenz	[1/s]