

**Kirmanj Aziz**

**Die Kalibrierung eines DOAPs zur  
Messung des Emissionsgrades von  
Metallen in der flüssigen Phase**

**DIPLOMARBEIT**

zur Erlangung des akademischen Grades  
Diplom-Ingenieur

Diplomstudium Technische Physik



**Technische Universität Graz**

Betreuer:

Ao.Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Gernot Pottlacher  
Institut für Experimentalphysik

mitbetreut durch:

Dipl.-Ing. Dr.techn. Claus Cagran

Graz, Oktober 2010

# Kurzfassung

## Die Kalibrierung eines DOAPs zur Messung des Emissionsgrades von Metallen in der flüssigen Phase

Zur Bestimmung der Temperatur im Pulsheiz-Experiment mittels optischer Pyrometrie ist die Kenntnis des Emissionsgrades der zu untersuchenden Materialien notwendig. Durch ellipsometrische Messung lässt sich der Emissionskoeffizient berührungslos bestimmen. Da die Messung beim Pulsheiz-Experiment, abhängig von Material, in etwa 50  $\mu\text{s}$  dauert, wird ein schnelles Verfahren zur Bestimmung der ellipsometrischen Parameter benötigt. Ein Verfahren, das dieser Forderung gerecht wird, stellt das DOAP (*Division Of Amplitude Photopolarimeter*) dar. Der Vorteil des DOAPs ist, dass keine rotierenden Bauteile verwendet werden, weshalb eine optisch simultane Messung aller ellipsometrischen Parameter möglich ist. Die Messzeit ist lediglich durch die eingesetzte Elektronik begrenzt. Die vorliegende Arbeit befasst sich mit dem Aufbau eines DOAPs und dessen Kalibrierung. Im Speziellen wurden die Grundlagen für die Kalibrierung des DOAPs erläutert und die Algorithmen implementiert. Die Normierung der Messsignale ist für die Kalibration des DOAPs unerlässlich. Im Rahmen dieser Arbeit wurde die Normierung ohne einen separaten Referenzdetektor verwirklicht. Diese alternative Methode zur Normierung wird erörtert und die Messergebnisse werden diskutiert.

## Abstract

### The calibration of a DOAP for emissivity measurement of metals in the liquid state

To measure the temperature of metals in a Pulsheating-Experiment using optical Pyrometry, one needs to know the emissivity of the sampling materials. A way to measure the emissivity is to use ellipsometry. Due to the fact that the measurement in the Pulsheating-Experiment takes approximately 50  $\mu\text{s}$ , a fast method for the determination of the ellipsometric parameters is needed. The DOAP (*Division Of Amplitude Photopolarimeter*) is a fast method to do ellipsometry as it has no rotating parts. With the DOAP all ellipsometric parameters are determined simultaneously and the measurement time is only limited by the electronics. In this diploma thesis the assembling of the DOAP and its calibration is discussed. The normalization of the measured intensities are essential for the calibration of the DOAP. In this present work the normalization was realized without a separate reference detector. This alternative method for the normalization is shown and the results are discussed.

# Abkürzungsverzeichnis

$\delta$ .....	Absoluter Phasenwinkel, Parameter zur Beschreibung der Polarisationsellipse
$\epsilon$ .....	Elliptizitätswinkel
$\lambda$ .....	Wellenlänge des Lichts
<b>B</b> .....	magnetische Induktion
<b>D</b> .....	elektrische Flussdichte
<b>E</b> .....	elektrische Feldstärke
<b>H</b> .....	magnetische Feldstärke
<b>k</b> .....	Wellenvektor der Elektromagnetischen Welle
<b>r</b> .....	Ortsvektor
$\theta$ .....	Azimut, Parameter zur Beschreibung der Polarisationsellipse
<i>A</i> .....	Amplitude, Parameter zur Beschreibung der Polarisationsellipse
<i>c</i> .....	Lichtgeschwindigkeit
<i>e</i> .....	Elliptizität, Parameter zur Beschreibung der Polarisationsellipse
$k_{ao}$ .....	Extinktionskoeffiziente in Richtung der optischen Achse
$k_o$ .....	Extinktionskoeffiziente senkrecht zur optischen Achse
<i>n</i> .....	Brechungsindex
$n_{ao}$ .....	außerordentlicher Brechungsindex
$n_o$ .....	ordentlicher Brechungsindex
<i>t</i> .....	Zeit
DOAP .....	<b>D</b> ivision <b>O</b> f <b>A</b> mplitude <b>P</b> hotopolarimeter

## Abkürzungsverzeichnis

EM-Welle	.....	Elektromagnetische Welle
lzp	.....	linkszirkular <b>p</b> olarisiert
PZD	.....	<b>P</b> olarisationszustands <b>d</b> etektor
PZG	.....	<b>P</b> olarisationszustands <b>g</b> enerator
RAE	.....	<b>R</b> otierender <b>A</b> nalysator <b>E</b> llipsometer
RAEmK	.....	<b>R</b> otierender <b>A</b> nalysator <b>E</b> llipsometer <b>mit K</b> ompensator
RKE	.....	<b>R</b> otierender <b>K</b> ompensator <b>E</b> llipsometer
rzp	.....	rechtszirkular <b>p</b> olarisiert
SMS	.....	<b>S</b> chritt <b>m</b> otorsteuerung

# Inhaltsverzeichnis

<b>1. Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2. Grundlagen</b>	<b>3</b>
2.1. Polarisation . . . . .	3
2.2. Mathematische Beschreibung der Polarisation . . . . .	5
2.2.1. Jones-Formalismus . . . . .	6
2.2.1.1. Beispiele für Jones-Vektoren . . . . .	9
2.2.1.2. Beispiele für den Jones-Formalismus . . . . .	10
2.2.2. Müller-Formalismus . . . . .	12
2.2.2.1. Beispiele für den Stokes-Vektoren . . . . .	16
2.2.2.2. Beispiele für Müller-Formalismus . . . . .	16
2.3. Wollaston-Prisma . . . . .	19
<b>3. Ellipsometrie</b>	<b>21</b>
3.1. Ellipsometer . . . . .	22
3.1.1. Rotierender Analysator Ellipsometer (RAE) . . . . .	22
3.1.2. Rotierender Analysator Ellipsometer mit Kompensator (RAEmK) . . . . .	26
3.1.3. Rotierender Kompensator Ellipsometer (RKE) . . . . .	27
3.1.4. Division Of Amplitude Photopolarimeter (DOAP) . . . . .	28
3.1.5. Überblick über die Charakteristiken verschiedener Ellipsometer-Konfigurationen . . . . .	31
<b>4. Kalibrierung des DOAPs</b>	<b>33</b>
4.1. Mathematischer Hintergrund der Algorithmen zur Kalibration des DOAPs . . . . .	33
4.2. Experimenteller Aufbau für die Kalibrierung des DOAPs . . . . .	35
4.3. Verifikation der Kalibrierung . . . . .	41
4.3.1. Qualität der Kalibration . . . . .	49
<b>5. Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>51</b>
<b>A. Umrechnung zwischen Jones- und Müllermatrix</b>	<b>52</b>
<b>B. Strahlteiler Konfiguration für DOAP</b>	<b>54</b>

# 1. Einleitung

Diese Diplomarbeit wurde in der Arbeitsgruppe Subsekunden-Thermophysik am Institut für Experimentalphysik durchgeführt, in welcher die Eigenschaften von Metallen bei hohen Temperaturen im flüssigen Zustand bestimmt werden. Eine bewährte Methode zur Messung der thermophysikalischen Eigenschaften ist die ohmsche Pulsheizung.

Im Pulsheiz-Experiment wird ein hoher Strom von bis zu 10 kA über eine vertikal eingespannte drahtförmige Probe mit einem runde Querschnitt entladen. Aufgrund des ohmschen Widerstands erhitzt sich die Probe in weniger als 30  $\mu\text{s}$  von Raumtemperatur in die flüssige Phase. Da das Erhitzen der Probe sehr schnell erfolgt, bewirkt es nur eine radiale Ausdehnung. Die Trägheit verhindert, auch in der flüssigen Phase, die Deformation der Probe durch die Gravitation.

Während des Pulsheiz-Experiments werden der Spannungsabfall an der Probe, der Strom durch die Probe, die Oberflächentemperatur der Probe und die radiale Ausdehnung der Probe zeitgleich gemessen und daraus thermophysikalischen Eigenschaften wie spezifische Enthalpie, spezifische Wärmekapazität, spezifischer elektrischer Widerstand und Dichteänderung der Probe in Abhängigkeit von der Temperatur bestimmt. Eine zentrale Rolle bei der Bestimmung von thermophysikalischen Eigenschaften spielt die Temperaturmessung. Damit eine schnelle und berührungslose Messung gewährleistet ist, erfolgt die Temperaturmessung mittels optischer Pyrometrie. Dieser Messmethode liegt das Plancksche Strahlungsgesetz zu Grunde, welches streng genommen nur für Schwarze Strahler gültig ist.

Um eine Aussage über die genaue Temperatur für reale Körper treffen zu können, ist es notwendig den Emissionskoeffizienten des zu untersuchenden Materials zu kennen. Dieser kann für selektive, bekannte Materialien der Literatur entnommen werden. Da jedoch in den meisten Fällen die thermophysikalischen Eigenschaften von neuen Materialien,

## 1. Einleitung

deren Emissionskoeffizienten unbekannt sind, von großem Interesse sind, müssen diese erst bestimmt werden.

Ein elegantes Verfahren zur Bestimmung des Emissionskoeffizienten ist die Ellipsometrie. In der Arbeitsgruppe Subsekundenthermophysik werden die ellipsometrischen Messungen mit einem DOAP (*Division Of Amplitude Photopolarimeter*) bei einer Wellenlänge von 684,5 nm durchgeführt. Damit ist eine schnelle Bestimmung des Brechungsindex und des Extinktionskoeffizienten, und so die Ermittlung des Emissionskoeffizienten während eines Pulsheiz-Experiments möglich. Die Geschwindigkeit der Messung ist durch die Elektronik eingeschränkt.

Im Zuge dieser Diplomarbeit wurde die Analogelektronik des DOAPs durch eine Digitalelektronik substituiert, sodass eine schnellere Messung möglich ist. Die Zielsetzung dieser Diplomarbeit ist ein erster Aufbau des digitalisierten DOAPs und dessen Kalibrierung. Die Normierung der Messsignale ist für die Kalibrierung des DOAPs unerlässlich. Bisher wurde dazu ein Referenzdetektor zur Bestimmung der Referenzintensität verwendet. Dies wird im Abschnitt 4.2 näher erläutert. Da für den neuen Aufbau des DOAPs vorerst kein Referenzdetektor zu Verfügung steht, gilt es eine neue Methode zur Normierung der Messsignale zu finden. Als letztes muss die Qualität der Kalibration überprüft werden. Dazu werden verschiedene Polarisationszustände erzeugt und gemessen. Anschließend sind die gemessenen Stokes-Parameter mit den theoretischen Erwartungswerten zu vergleichen.

Im Kapitel Grundlagen wird zuerst auf die Polarisation und ihre mathematische Darstellungen eingegangen, um ein besseres Verständnis für die Ellipsometrie zu ermöglichen. Im Kapitel Ellipsometrie werden anschließend die verschiedenen Aufbauarten von Ellipsometern angeführt und ihre Vor- und Nachteile besprochen. Im Kapitel 4 werden die implementierten Algorithmen für die Kalibrierung des DOAPs überprüft. Zu diesem Zwecke werden gezielt Polarisationszustände generiert und gemessen. Die ermittelten Stokes-Parameter werden mit den theoretischen Erwartungswerten verglichen.

## 2. Grundlagen

In diesem Kapitel wird der Begriff der Polarisierung definiert und die mathematischen Formalismen zur Beschreibung der Polarisierung erläutert. Ziel dieses Kapitels ist die Grundlagen zur Ellipsometrie zu behandeln, um so ein besseres Verständnis für diese Messmethode zu ermöglichen. Dieses Kapitel basiert auf den Werken von [4] und [8].

### 2.1. Polarisation

Polarisation ist eine Eigenschaft, die alle Vektorfelder gemein haben. Sie beschreibt das Zeitverhalten eines Feldvektors bezogen auf einen Fixpunkt im Raum. In dieser Arbeit ist die Polarisation der *elektromagnetischen Welle* (EM-Welle) von Interesse, also wird das Zeitverhalten des *elektrischen Feldvektors* ( $\mathbf{E}$ -Vektor) betrachtet. EM-Wellen werden durch die Maxwellschen Gleichungen, die einen Zusammenhang zwischen den vier Feldvektoren  $\mathbf{E}$  (*elektrische Feldstärke*),  $\mathbf{D}$  (*elektrische Flussdichte*),  $\mathbf{H}$  (*magnetische Feldstärke*) und  $\mathbf{B}$  (*magnetische Induktion*) herstellen, beschrieben. Wenn die Polarisierungseigenschaft des  $\mathbf{E}$ -Vektors bekannt ist, lässt sich die Polarisation der weiteren Feldvektoren mit Hilfe der Maxwellschen Gleichungen bestimmen.

Die Schwingung des elektromagnetischen Feldes erfolgt beim natürlichen Licht willkürlich in allen Richtungen des Raumes. Hierbei spricht man von unpolarisiertem Licht. Hingegen werden EM-Wellen, deren  $\mathbf{E}$ -Vektoren an einem fixen Punkt im Raum periodisch dieselbe Ellipse beschreiben, als elliptisch polarisiertes Licht in diesem Punkt bezeichnet. Das linear und zirkular polarisierte Licht sind nur Spezialfälle dessen, mit der Elliptizität  $e = 0$  und  $e = \pm 1$ .

Die EM-Welle ist eine transversale Welle. Das bedeutet, dass die Schwingung der Welle



## 2. Grundlagen

senkrecht zur Ausbreitungsrichtung erfolgt. Es bietet sich an, das Koordinatensystem so zu wählen, dass die Ausbreitungsrichtung parallel zur einer der Achsen (z. B. die z-Achse) ist. Somit erfolgt die Schwingung des Lichts, im kartesischen Koordinatensystem mit orthogonalen xyz-Achsen, in der xy-Ebene. In diesem Fall beschreibt der  $\mathbf{E}$ -Vektor des polarisierten Lichts im Allgemeinen eine Ellipse in der xy-Ebene, die als Polarisationsellipse bezeichnet wird und zu deren vollständiger Bestimmung vier Parameter benötigt werden (Abbildung 2.1).

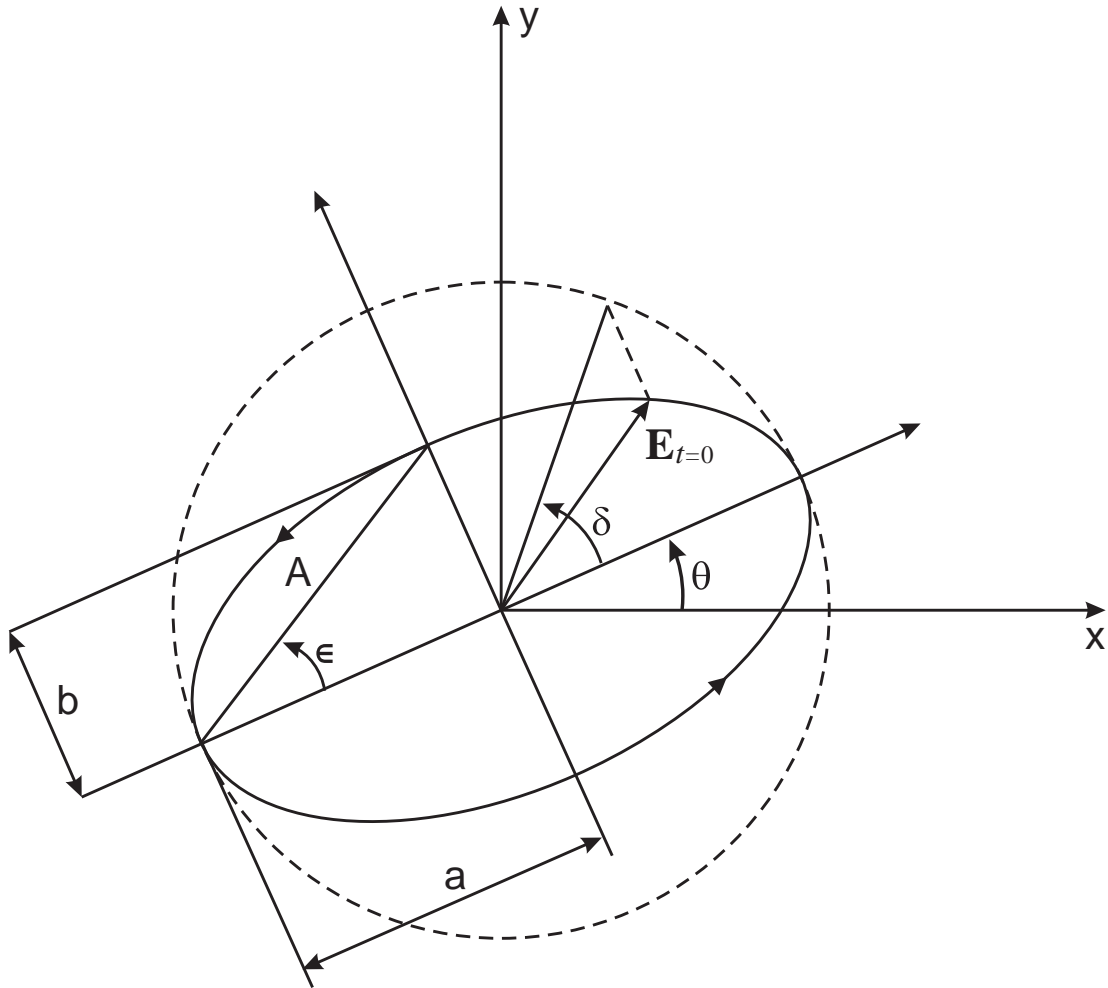


Abbildung 2.1.: Polarisationsellipse im  $(\epsilon, \theta)$ -Koordinatensystem, vollständig bestimmt durch die vier Parameter  $\epsilon$  (*Elliptizitätswinkel*),  $\theta$  (*Azimut*),  $A$  (*Amplitude*) und  $\delta$  (*absoluter Phasenwinkel*).  $a$  und  $b$  sind die Längen der Haupt- und Nebenachse.  $\mathbf{E}_{t=0}$  ist der  $\mathbf{E}$ -Vektor zum Zeitpunkt  $t = 0$  [4].

Im  $(\epsilon, \theta)$ -Koordinatensystem werden die folgenden vier Parameter zur vollständigen

## 2. Grundlagen

Beschreibung der Polarisationsellipse gewählt:

1. **Das Azimut**  $\theta$  ist der Winkel zwischen der Hauptachse der Ellipse und der x-Achse und legt die Orientierung der Ellipse in der Ebene fest. Für  $\theta$  wird das Intervall

$$-\frac{1}{2}\pi \leq \theta < \frac{1}{2}\pi \quad (2.1)$$

gewählt.

2. **Die Elliptizität**  $e$  ist das Verhältnis der Länge der Nebenachse  $b$  zur Hauptachse  $a$  und beschreibt die Form der Ellipse

$$e = \frac{b}{a} \quad (2.2)$$

3. **Die Amplitude**  $A$  ist ein Maß für die Stärke der elliptischen Schwingung.  $A^2$  ist proportional zur Energiedichte der Welle am Bezugspunkt.

$$A = \sqrt{a^2 + b^2} \quad (2.3)$$

4. Die letzte Größe zur vollständigen Beschreibung der Ellipse ist der **absolute Phasenwinkel**  $\delta$  zum Zeitpunkt  $t = 0$ .

## 2.2. Mathematische Beschreibung der Polarisation

Zwei bekannte Formalismen zur mathematischen Beschreibung der Polarisation und deren Wechselwirkung mit Medien sind der Jones- und der Müller-Formalismus. Beim Jones-Formalismus wird die Wechselwirkung des polarisierten Lichts mit einem Medium durch die Multiplikation einer Jones-Matrix mit einem Jones-Vektor dargestellt (Abschnitt 2.2.1). Hingegen wird beim Müller-Formalismus diese Wechselwirkung durch die Multiplikation einer Müller-Matrix mit einem Stokes-Vektor beschrieben (Abschnitt 2.2.2).

### 2.2.1. Jones-Formalismus

Das elektrische Feld einer linear polarisierten ebenen Transversalwelle lässt sich mathematisch wie folgt darstellen:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = [\tilde{E} \cos(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})] \hat{\mathbf{u}}, \quad (2.4)$$

$$\hat{\mathbf{u}} \cdot \hat{\mathbf{u}} = 1, \quad \hat{\mathbf{u}} \cdot \mathbf{k} = 0.$$

In Gleichung 2.4 stellt  $\hat{\mathbf{u}}$  einen konstanten Einheitsvektor dar, der parallel zur Richtung der Linearpolarisation und senkrecht auf die Ausbreitungsrichtung der Welle mit dem konstanten Wellenvektor  $\mathbf{k}$  ist.  $\tilde{E}$  ist die vom Ortsvektor  $\mathbf{r}$  und der Zeit  $t$  unabhängige Amplitude der Oszillation. Die Punkte im Raum, an denen das  $\mathbf{E}$ -Feld in Phase ist, also das Skalarprodukt  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}$  konstant ist, bilden eine Gruppe von planparallelen Wellenfronten normal zum Wellenvektor  $\mathbf{k}$  (Abbildung 2.2).

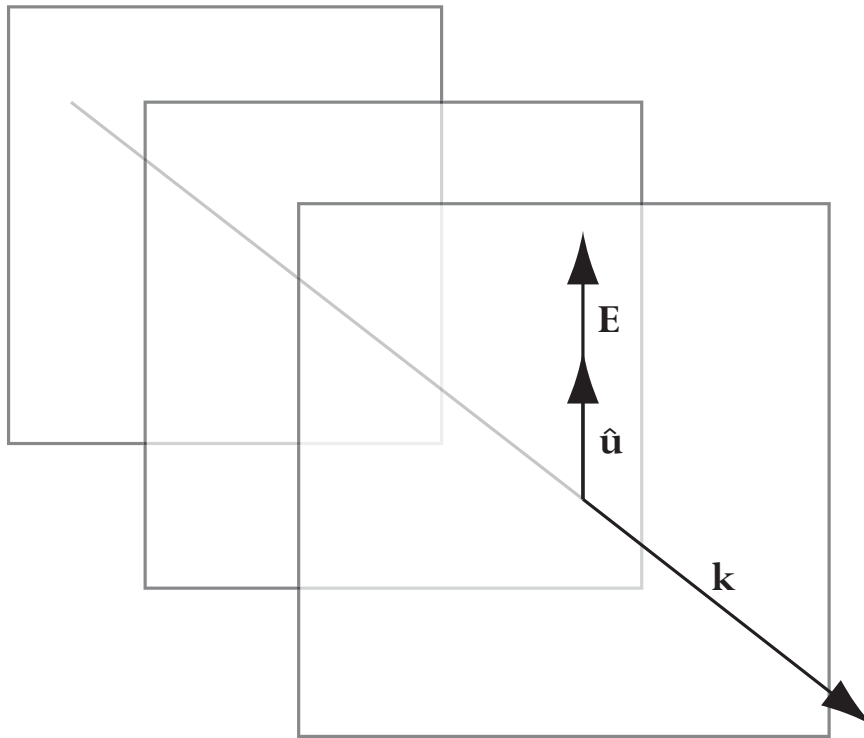


Abbildung 2.2.: Die Wellenfront einer ebenen Welle mit dem Wellenvektor  $\mathbf{k}$ . Die Welle wird als linear polarisiert parallel zu  $\hat{\mathbf{u}}$  angenommen.

## 2. Grundlagen

Die linear polarisierte Welle ist zwar ein Spezialfall der elliptisch polarisierten Welle, jedoch lässt sich jede beliebige Polarisation als Superposition zweier Linearpolarisationen darstellen. Somit ist der  $\mathbf{E}$ -Vektor einer einzigen, monochromatischen, gleichförmigen, ebenen Transversalwelle mit willkürlicher Polarisation gegeben durch die folgende Gleichung:

$$\begin{aligned}\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) &= [\tilde{E} \cos(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + \delta)]\hat{\mathbf{u}} + [\tilde{E}' \cos(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + \delta')]\hat{\mathbf{u}}', & (2.5) \\ \hat{\mathbf{u}} \cdot \hat{\mathbf{u}} &= \hat{\mathbf{u}}' \cdot \hat{\mathbf{u}}' = 1, \quad \hat{\mathbf{u}} \cdot \mathbf{k} = \hat{\mathbf{u}}' \cdot \mathbf{k} = \hat{\mathbf{u}} \cdot \hat{\mathbf{u}}' = 0.\end{aligned}$$

Nimmt man an, dass sich diese willkürlich polarisierte Transversalwelle in einem kartesischen Koordinatensystem parallel zur  $z$ -Achse fortpflanzt ( $\mathbf{k} = (0 \ 0 \ \frac{2\pi}{\lambda})^T$ ) und wählt die Einheitsvektoren  $\hat{\mathbf{u}}$  und  $\hat{\mathbf{u}}'$  parallel zu der  $x$ - und  $y$ -Achse, so vereinfacht sich Gleichung 2.5 zur Folgende:

$$\mathbf{E}(z, t) = [\tilde{E}_x \cos(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}z + \delta_x)]\hat{\mathbf{x}} + [\tilde{E}_y \cos(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}z + \delta_y)]\hat{\mathbf{y}} \quad (2.6)$$

In Vektor-Form lässt sich diese Gleichung wie folgt darstellen:

$$\mathbf{E}(z, t) = \begin{pmatrix} \tilde{E}_x \cos(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}z + \delta_x) \\ \tilde{E}_y \cos(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}z + \delta_y) \end{pmatrix}. \quad (2.7)$$

Für die Beschreibung des Polarisationszustandes einer monochromatischen gleichförmigen ebenen Transversalwelle und der Wechselwirkung mit Materie ist es nicht notwendig die vollständige Information des in Gleichung 2.7 aufgestellten  $\mathbf{E}$ -Vektors heranzuziehen und es können zwei Vereinfachungen durchgeführt werden:

1. Vernachlässigung der Zeitkomponente

$$\mathbf{E}(z) = e^{-\frac{i2\pi z}{\lambda}} \begin{pmatrix} \tilde{E}_x e^{i\delta_x} \\ \tilde{E}_y e^{i\delta_y} \end{pmatrix}. \quad (2.8)$$

2. Für eine bestimmte Ebene  $z = 0$  folgt

$$\mathbf{E}(0) = \mathbf{E} = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{E}_x e^{i\delta_x} \\ \tilde{E}_y e^{i\delta_y} \end{pmatrix} = e^{i\delta_y} \begin{pmatrix} \tilde{E}_x e^{i(\delta_x - \delta_y)} \\ \tilde{E}_y \end{pmatrix} = \tilde{E}_y e^{i\delta_y} \begin{pmatrix} \frac{\tilde{E}_x}{\tilde{E}_y} e^{i(\delta_x - \delta_y)} \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (2.9)$$

Der Vektor  $\mathbf{E}$  in Gleichung 2.9 ist bekannt als Jones-Vektor und stellt den Polarisations-

## 2. Grundlagen

zustand des Lichts dar. Der Jones-Vektor enthält die gesamte Information, die notwendig ist, um den Polarisationszustand des total polarisierten Lichts und dessen Wechselwirkung mit nicht depolarisierenden Medien mathematisch zu beschreiben.

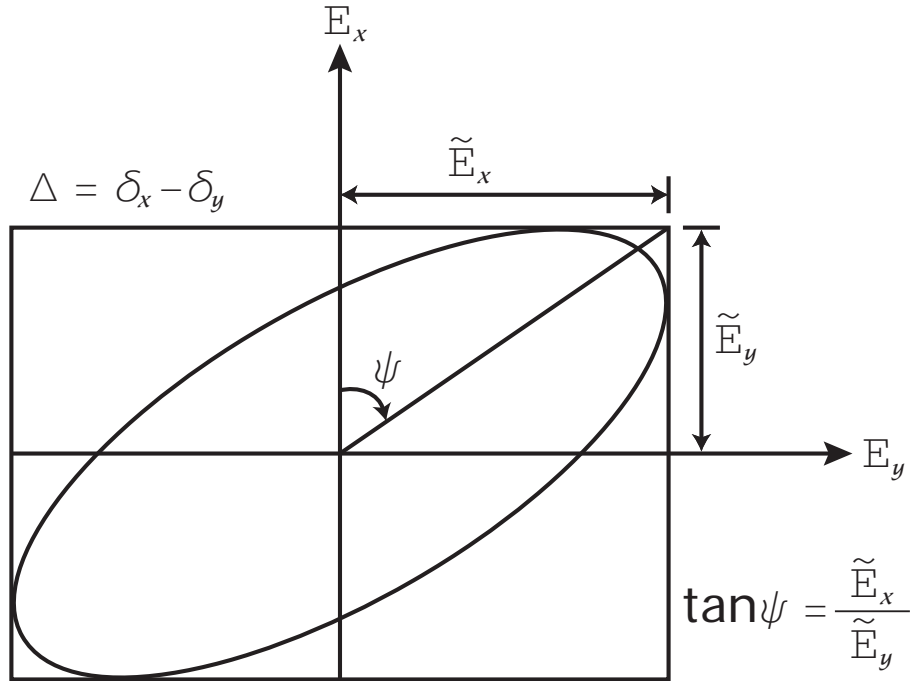


Abbildung 2.3.: Polarisationsellipse im  $(\Psi, \Delta)$ -Koordinatensystem.  $\Psi$  und  $\Delta$  stehen für den Winkel des Amplitudenverhältnisses ( $\tan \Psi = \frac{\tilde{E}_x}{\tilde{E}_y}$ ) und die Phasendifferenz ( $\Delta = \delta_x - \delta_y$ ) [11].

Abbildung 2.3 veranschaulicht die Polarisationsellipse im  $(\Psi, \Delta)$ -Koordinatensystem. In diesem Koordinatensystem ergibt sich für den Jones-Vektor:

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} \sin(\Psi)e^{i\Delta} \\ \cos(\Psi) \end{pmatrix} = \cos(\Psi) \begin{pmatrix} \tan(\Psi)e^{i\Delta} \\ 1 \end{pmatrix}, \text{ mit} \quad (2.10)$$

$$\Delta = \delta_x - \delta_y. \quad (2.11)$$

### 2.2.1.1. Beispiele für Jones-Vektoren

Linear polarisiertes Licht mit der Orientierung  $\alpha$ :

$$\mathbf{E}_\alpha = \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

Zirkular polarisiertes Licht:

$$\mathbf{E} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ \pm i \end{pmatrix} \quad (2.13)$$

Bei der Wechselwirkung einer polarisierten Welle mit einem Medium kann abhängig vom Medium eine Änderung des Polarisationszustandes erfolgen. Die mathematische Darstellung dieser Transformation bzw. der Polarisations-eigenschaft des Mediums erfolgt mit Hilfe der Jones-Matrix (einer  $2 \times 2$  Matrix).

Abbildung 2.4 zeigt die Wechselwirkung eines polarisierten Lichtstrahls mit 2 Medien.

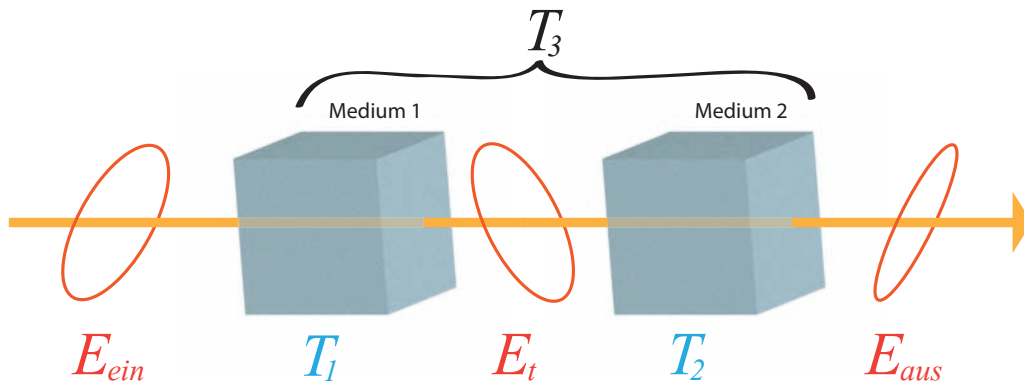


Abbildung 2.4.: Schematische Darstellung der Wechselwirkung eines polarisierten Lichtstrahls mit zwei Medien. Die Jones-Vektoren  $\mathbf{E}_{ein}$ ,  $\mathbf{E}_t$  und  $\mathbf{E}_{aus}$  sind die Polarisationszustände des dargestellten Lichtstrahls vor und nach der Wechselwirkung mit den Medien *Medium 1* und *Medium 2*, deren Polarisations-eigenschaften mathematisch mittels der Jones-Matrizen  $T_1$  und  $T_2$  beschrieben werden. Die Polarisations-eigenschaften von *Medium 1* und *Medium 2* lassen sich in eine gemeinsame Jones-Matrix  $T_3 = T_2 T_1$  zusammenfassen.

## 2. Grundlagen

Diese Wechselwirkung und die damit verbundene Änderung des Polarisationszustandes kann man mathematisch mit dem Jones-Formalismus beschreiben:

$$\mathbf{E}_{aus} = T_2 T_1 \mathbf{E}_{ein} = T_2 (T_1 \mathbf{E}_{ein}) = (T_2 T_1) \mathbf{E}_{ein} = T_2 \mathbf{E}_t = T_3 \mathbf{E}_{ein} \quad (2.14)$$

### 2.2.1.2. Beispiele für den Jones-Formalismus

In diesem Abschnitt wird der Einfluss einiger Medien auf polarisiertes Licht beschrieben und die dazugehörigen Jones-Matrizen werden angeführt. Im Speziellen wird der Einfluss von Medien auf linear polarisiertes Licht mit der Orientierung  $45^\circ$  ( $\mathbf{E}_{+45} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ ) als Beispiel anführt, wobei  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  der Normierungsfaktor ist.

#### Isotropes Medium:

$$T = e^{i \frac{2\pi n d}{\lambda}} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = e^{i\delta} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

In Gleichung 2.15 ist  $n$  der Brechungsindex,  $d$  die Dicke des Mediums und  $\lambda$  die Wellenlänge des polarisierten Lichts. Ein isotropes Medium verändert den Polarisationszustand des Lichts nicht. Schwingungen entlang jeder Richtung erfahren die gleiche Verzögerung. Diese Medien haben keine optische Achse. Es erfolgt lediglich eine absolute Phasenverschiebung, die vernachlässigt werden kann, da diese physikalisch keine messbare Größe ist. Der resultierende Polarisationszustand  $E_{res}$  eines linear polarisierenden Lichtstrahls mit der Orientierung  $45^\circ$  ist:

$$\mathbf{E}_{res} = e^{i\delta} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{E}_{45^\circ} = e^{i\delta} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\delta} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2.16)$$

#### Einachsiger linear doppelbrechend (*linear retarder*):

$$T = \begin{bmatrix} e^{i \frac{2\pi n_{ao} d}{\lambda}} & 0 \\ 0 & e^{i \frac{2\pi n_o d}{\lambda}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{i\delta_{ao}} & 0 \\ 0 & e^{i\delta_o} \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

Ein doppelbrechendes Medium besitzt eine optische Achse. Linear polarisiertes Licht erfährt parallel zur optischen Achse eine andere Verzögerung (außerordentlicher Brechungsindex  $n_{ao}$ ) als senkrecht zur optischen Achse (ordentlicher Brechungsindex  $n_o$ ). Anders formuliert pflanzt sich das Licht mit Schwingungsebene

## 2. Grundlagen

parallel zur optischen Achse mit einer anderen Geschwindigkeit ( $c/n_{ao}$ ) als senkrecht darauf ( $c/n_o$ ) fort. Somit ist die Verzögerung des Lichts polarisationsabhängig. Wie man aus der folgenden Rechnung sieht, ändert sich der Polarisationszustand des linear polarisierten Lichts (Orientierung von  $45^\circ$  bezüglich der optischen Achse) bei der Wechselwirkung mit einem doppelbrechenden Medium.

$$\mathbf{E}_{\text{res}} = \begin{bmatrix} e^{i\frac{2\pi n_{ao}d}{\lambda}} & 0 \\ 0 & e^{i\frac{2\pi n_o d}{\lambda}} \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} e^{i\frac{2\pi n_{ao}d}{\lambda}} \\ e^{i\frac{2\pi n_o d}{\lambda}} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} e^{i\frac{2\pi d(n_{ao}-n_o)}{\lambda}} \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2.18)$$

Die Änderung ist abhängig von der Wellenlänge des Lichts, von der Dicke des Mediums und der Differenz des ordentlichen und außerordentlichen Brechungsindex ( $n_\Delta = n_o - n_{ao}$ ). Aus Gleichung 2.18 ist ersichtlich, dass für  $n_\Delta d = n\frac{\lambda}{4}$  (mit  $n = \pm 1, \pm 3, \pm 5, \dots$ ) aus linear polarisiertem Licht mit der Orientierung  $45^\circ$ , zirkular polarisiertes Licht entsteht. Im Falle von  $n_\Delta d = \frac{\lambda}{4}$  spricht man von einem Lambda-Viertel-Plättchen.

**Einachsig linear dichroitisch (*linear diattenuator*):**

$$T = \begin{bmatrix} e^{i\frac{2\pi(n-ik_{ao})d}{\lambda}} & 0 \\ 0 & e^{i\frac{2\pi(n-ik_o)d}{\lambda}} \end{bmatrix} = e^{i\delta} \begin{bmatrix} e^{\frac{2\pi k_{ao}d}{\lambda}} & 0 \\ 0 & e^{\frac{2\pi k_o d}{\lambda}} \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

Analog zu doppelbrechenden Medien besitzen dichroitische Medien auch eine optische Achse. Jedoch erfährt das linear polarisierte Licht nicht verschiedene Verzögerungen abhängig von seiner Orientierung, sondern unterschiedliche Abschwächung. Das Medium verfügt über verschiedene Extinktionskoeffizienten für polarisiertes Licht parallel zur optischen Achse ( $k_{ao}$ ) und senkrecht zur optischen Achse ( $k_o$ ). Die Wechselwirkung zwischen linear polarisiertem Licht, mit der Orientierung von  $45^\circ$  bezüglich der optischen Achse, und einem dichroitischen Medium kann mittels des Jones-Formalismus wie folgt formuliert werden:

$$\mathbf{E}_{\text{out}} = e^{i\delta} \begin{bmatrix} e^{\frac{2\pi k_{ao}d}{\lambda}} & 0 \\ 0 & e^{\frac{2\pi k_o d}{\lambda}} \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\delta} \begin{pmatrix} e^{\frac{2\pi k_{ao}d}{\lambda}} \\ e^{\frac{2\pi k_o d}{\lambda}} \end{pmatrix} \quad (2.20)$$

Für den Extremfall  $k_{ao} = 0$  und  $k_o \rightarrow \infty$  erhält man einen idealen Linearpolarisationsfilter, der das Licht parallel zur optischen Achse polarisiert.



**Optisch aktives Medium:**

$$T = e^{i\frac{2\pi nd}{\lambda}} \begin{bmatrix} \cos \alpha d & -\sin \alpha d \\ \sin \alpha d & \cos \alpha d \end{bmatrix} = e^{i\delta} \begin{bmatrix} \cos \alpha d & -\sin \alpha d \\ \sin \alpha d & \cos \alpha d \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

Im Allgemeinen verursacht ein optisch aktives Medium eine Drehung der Hauptachse der Polarisationsellipse des einfallenden, polarisierten Lichts, aber keine Änderung der Form der Ellipse. Der Spezialfall, die Wechselwirkung des linear polarisierten Lichts mit einem optisch aktiven Medium, lässt sich mathematisch wie folgt darstellen:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{\text{out}} &= e^{i\delta} \begin{bmatrix} \cos \alpha d & -\sin \alpha d \\ \sin \alpha d & \cos \alpha d \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\delta} \begin{pmatrix} \cos \alpha d - \sin \alpha d \\ \sin \alpha d + \cos \alpha d \end{pmatrix} \\ &= e^{i\delta} \begin{pmatrix} -\sin(\alpha d - \frac{\pi}{4}) \\ \sin(\alpha d + \frac{\pi}{4}) \end{pmatrix} = e^{i\delta} \begin{pmatrix} \cos(\alpha d + \frac{\pi}{4}) \\ \sin(\alpha d + \frac{\pi}{4}) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.22)$$

Das optisch aktive Medium kann man als zirkular doppelbrechendes Medium betrachten. Das rechts und links zirkulare Licht erfährt verschiedene Verzögerungen. Optisch aktive Medien wie Flüssigkristalle finden zum Beispiel in der LCD-Displaytechnik Anwendung.

### 2.2.2. Müller-Formalismus

Der Müller-Formalismus ist eine weitere Möglichkeit zur Beschreibung von Polarisationszuständen und deren Wechselwirkung mit Materie. Beim Jones-Formalismus wird der Polarisationszustand durch den  $\mathbf{E}$ -Vektor bzw. nach Vereinfachungen, dem Jones-Vektor beschrieben. Die Komponenten des Jones-Vektors sind im Allgemeinen komplex. Nur für den Spezialfall des linear polarisierten Lichts sind die Komponenten des Vektors reell. Im Gegensatz dazu werden beim Müller-Formalismus die Polarisationszustände durch Stokes-Vektoren ( $4 \times 1$  Vektoren) dargestellt (Gleichung 2.23).

$$S = \begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_x E_x^* + E_y E_y^* \\ E_x E_x^* - E_y E_y^* \\ E_x E_y^* + E_y E_x^* \\ i(E_x E_x^* - E_y E_y^*) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_x + I_y \\ I_x - I_y \\ I_{+45} - I_{-45} \\ I_r - I_l \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_x + I_y \\ I_x - I_y \\ 2I_{+45} - S_0 \\ 2I_r - S_0 \end{pmatrix} \quad (2.23)$$

## 2. Grundlagen

Die Elemente des Stokes-Vektors bestehen aus Additionen bzw. Subtraktionen von Intensitäten, also reellen Zahlen. Wie aus Gleichung 2.23 ersichtlich ist, reichen 4 Intensitätsmessungen ( $I_x$ ,  $I_y$ ,  $I_{+45}$ ,  $I_r$ ) für die Bestimmung des Polarisationszustandes der jeweiligen Welle aus.

$I_x$  ... Intensitätsmessung mit Analysator Orientierung parallel zur x-Achse. Das bedeutet, dass nur die Intensität der Schwingungen parallel zur x-Achse detektiert werden (Orientierung  $0^\circ$ )

$I_y$  ... Intensitätsmessung mit Analysator Orientierung parallel zur y-Achse (Orientierung  $90^\circ$ )

$I_{+45}$  ... Intensitätsmessung mit Analysator Orientierung  $45^\circ$  zur x-Achse (Orientierung  $45^\circ$ )

$I_{-45}$  ... Intensitätsmessung mit Analysator Orientierung  $-45^\circ$  zur x-Achse (Orientierung  $-45^\circ$ )

$I_r$  ... Intensitätsmessung mit rechtszirkularem Analysator

$I_l$  ... Intensitätsmessung mit linkszirkularem Analysator

Der Müller-Formalismus hat nicht nur mathematisch, sondern auch technisch eine große Bedeutung. Das EM-Feld des Lichts ist in der Physik keine zugängliche Größe, sehr wohl kann man jedoch die Intensität des Lichts messen. Messinstrumente zur Messung der Polarisationszustände des Lichts bzw. der Polarisations-eigenschaft von Materie (Ellipsometer bzw. Polarimeter) machen sich den Müller-Formalismus zu Nutze. Werden die Stokes-Parameter  $S_{1-3}$  als die Achsen eines kartesischen Koordinatensystems gewählt, so lässt sich der Polarisationszustand des total polarisierten Lichts als ein Punkt auf einer Kugeloberfläche, der sogenannten Poincaré-Kugel (Abbildung 2.5), beschreiben.  $S_0$  bestimmt die Größe der Kugel. Im Allgemeinen werden alle Stokes-Parameter mit  $S_0$  normiert. Im Weiteren wird der Stokes-Vektor als normiert ( $S = (1 \quad \frac{S_1}{S_0} \quad \frac{S_2}{S_0} \quad \frac{S_3}{S_0})^T$ ) vorausgesetzt. Wie bereits erwähnt, lässt sich mittels des Stokes-Formalismus, anders als beim Jones-Formalismus, auch teilpolarisiertes Licht, mit einem Polarisationsgrad  $P = \sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2} < 1$ , beschreiben. Graphisch bedeutet das, dass der Punkt, der den Polarisationszustand beschreibt, innerhalb der Poincaré-Kugel liegt. Unpolarisiertes Licht mit  $P = 0$  lässt sich als Mittelpunkt der Kugel darstellen. Im Falle des total pola-

## 2. Grundlagen

risierten Lichts ergibt sich für den Polarisationsgrad  $P = 1$ . Betrachtet man die Wechselwirkung von polarisiertem Licht und einem depolarisierenden optischen Element, so ist es notwendig den Müller-Formalismus zur mathematischen Beschreibung zu verwenden. Mit Hilfe des Jones-Formalismus können keine Depolarisationseffekte dargestellt werden.

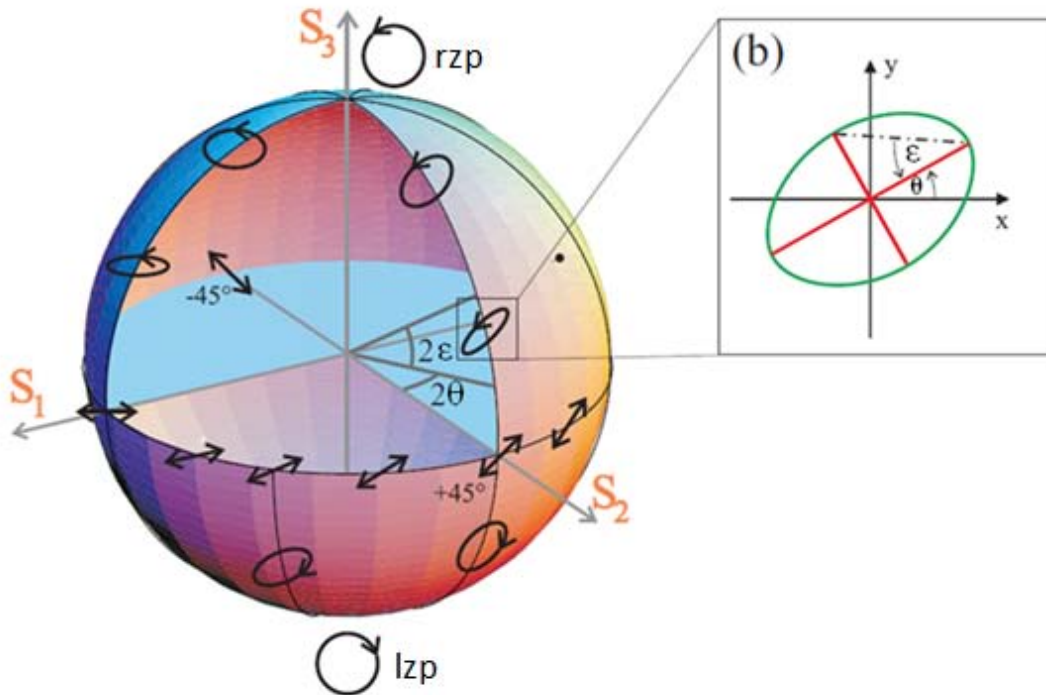


Abbildung 2.5.: Graphische Darstellung der Stokes-Vektoren mittels Poincaré-Kugel. Das rechts- (rzp) und linkszirkularpolarisierte (lzp) Licht wird graphisch als jeweils einer der beiden Pole der Poincaré-Kugel dargestellt. Die linearen Polarisationszustände sind am Äquator der Poincaré-Kugel zu finden.

Im Folgenden wird der Zusammenhang zwischen den Stokes-Parametern und den Parametern der Polarisationsellipse ( $\Psi$ ,  $\Delta$ ) (Abbildung 2.3) oder ( $\epsilon$ ,  $\theta$ ) (Abbildung 2.1) betrachtet. Aus Abbildung 2.5 ist ersichtlich, dass für  $S_1$ ,  $S_2$  und  $S_3$  gilt:

$$\begin{aligned} S_1 &= -\cos 2\epsilon \cos 2\theta \\ S_2 &= \cos 2\epsilon \cos 2\theta \\ S_3 &= \sin 2\epsilon \end{aligned} \quad (2.24)$$

## 2. Grundlagen

Woraus für  $(\epsilon, \theta)$  folgt:

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{S_2}{S_1}\right) \quad (2.25a)$$

$$\epsilon = \frac{1}{2} \sin^{-1} S_3 \quad (2.25b)$$

Durch Einsetzen des Jones-Vektors  $E = \begin{pmatrix} \tilde{E}_x e^{i\Delta} \\ \tilde{E}_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin \Psi e^{i\Delta} \\ \cos \Psi \end{pmatrix}$  in die Definition des Stokes-Vektors (Glg. 2.23) ergibt sich für den Stokes-Vektor im  $(\Psi, \Delta)$ -Koordinatensystem:

$$\begin{aligned} S &= \begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_x E_x^* + E_y E_y^* \\ E_x E_x^* - E_y E_y^* \\ E_x E_y^* + E_y E_x^* \\ i(E_x E_x^* - E_y E_y^*) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{E}_x^2 + \tilde{E}_y^2 \\ \tilde{E}_x^2 - \tilde{E}_y^2 \\ \tilde{E}_x \tilde{E}_y e^{i\Delta} + \tilde{E}_x \tilde{E}_y e^{-i\Delta} \\ i(\tilde{E}_x \tilde{E}_y e^{i\Delta} - \tilde{E}_x \tilde{E}_y e^{-i\Delta}) \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \sin^2 \Psi + \cos^2 \Psi \\ \sin^2 \Psi - \cos^2 \Psi \\ 2 \sin \Psi \cos \Psi \cos \Delta \\ -2 \sin \Psi \cos \Psi \sin \Delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -\cos \Psi \\ \sin 2\Psi \cos \Delta \\ -\sin 2\Psi \sin \Delta \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.26)$$

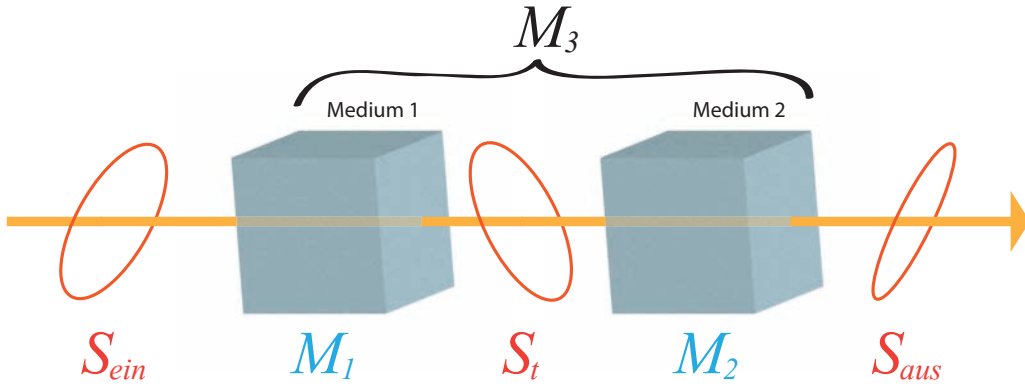


Abbildung 2.6.: Schematische Darstellung der Wechselwirkung eines polarisierten Lichtstrahls mit zwei Medien. Die Stokes-Vektoren  $\mathbf{S}_{ein}$ ,  $\mathbf{S}_t$  und  $\mathbf{S}_{aus}$  sind die Polarisationszustände des dargestellten Lichtstrahls vor und nach der Wechselwirkung mit den Medien *Medium 1* und *Medium 2*, deren Polarisations-eigenschaften mathematisch mittels der Müller-Matrizen  $M_1$  und  $M_2$  beschrieben werden. Die Polarisations-eigenschaft von *Medium 1* und *Medium 2* lässt sich in eine Müller-Matrix  $M_3 = M_2 M_1$  zusammenfassen.

## 2. Grundlagen

Die Wechselwirkung zwischen polarisiertem Licht und Materie lässt sich mathematisch, analog zum Jones-Formalismus, wie folgt beschreiben:

$$\mathbf{S}_{aus} = M_2 M_1 \mathbf{S}_{ein} = M_2 (M_1 \mathbf{S}_{ein}) = (M_2 M_1) \mathbf{S}_{ein} = M_2 \mathbf{S}_t = M_3 \mathbf{S}_{ein}. \quad (2.27)$$

Die Müllermatrix  $M$  ist eine  $4 \times 4$  Matrix und beschreibt die Polarisationsseigenschaften eines Mediums.

### 2.2.2.1. Beispiele für den Stokes-Vektoren

**Linear polarisiertes Licht mit der Orientierung  $\alpha$ :**

$$\mathbf{S}_\alpha = \begin{pmatrix} 1 \\ \cos 2\alpha \\ \sin 2\alpha \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.28)$$

**Zirkular polarisiertes Licht:** Der zirkular polarisierte Anteil des Lichts wird durch  $S_3$  dargestellt, was aus der Definition des Stokes-Vektors ersichtlich ist.

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \pm 1 \end{pmatrix} \quad (2.29)$$

### 2.2.2.2. Beispiele für Müller-Formalismus

**Doppelbrechende Medien (Retarder):** Die Müllermatrix für ein doppelbrechendes Medium lautet im Allgemeinen

$$M_R = \begin{bmatrix} 1 & \mathbf{0}^T \\ \mathbf{0} & m_R \end{bmatrix}, \quad (2.30)$$

## 2. Grundlagen

$$(m_R)_{ij} = \delta_{ij} \cos R + a_i a_j (1 - \cos R) + \sum_{k=1}^3 \epsilon_{ijk} a_k \sin R, \quad (2.31)$$

$$i, j = 1, 2, 3,$$

wobei  $\mathbf{0}$  der Nullvektor,  $R$  die Differenz der Verzögerung der Eigenpolarisationen ( $R = |\delta_{ao} - \delta_o|$ ),  $\delta_{ij}$  das Kronecker-Delta,  $\epsilon_{ijk}$  das Levi-Civita-Symbol und  $m_R$  eine Teilmatrix der Müller-Matrix  $M_R$  ist.  $a_1$  und  $a_2$  stellen den linearen Verzögerungsanteil dar, während  $a_3$ , die dritte Komponente des Verzögerungsvektors  $(R) = R(a_1, a_2, a_3)^T$  dem zirkularen Verzögerungsanteil zugeordnet wird. Mit  $a_1 = 1$  und  $a_2 = a_3 = 0$  erhält man die Müller-Matrix eines einachsigen linear doppelbrechenden Mediums:

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos R & \sin R \\ 0 & 0 & -\sin R & \cos R \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

Analog zum vorigen Abschnitt wird die Änderung eines linear polarisierten Lichts mit der Orientierung  $45^\circ$  ( $S_{+45} = (1 \ 0 \ 1 \ 0)^T$ ) nach der Wechselwirkung mit einem linear doppelbrechenden Medium betrachtet. Diese Wechselwirkung lässt sich mit dem Müller-Formalismus wie folgt beschreiben:

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos R & \sin R \\ 0 & 0 & -\sin R & \cos R \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \cos R \\ -\sin R \end{pmatrix} \quad (2.33)$$

Für den Spezialfall  $R = \frac{2\pi d(n_\Delta)}{\lambda} = n\frac{\pi}{2}$ , somit  $n_\Delta d = n\frac{\lambda}{4}$ , mit  $n = \pm 1, \pm 3, \pm 5, \dots$ , erhält man zirkular polarisiertes Licht  $S = (1 \ 0 \ 0 \ \pm 1)^T$ .

## 2. Grundlagen

**Dichroitische Medien (Diattenuator):** Die Müller-Matrix von dichroitischen Medien  $M_D$  ist bestimmt durch den Diattenuation-Vektor  $\mathbf{D}$ :

$$M_D = T_u \begin{bmatrix} 1 & \mathbf{D}^T \\ \mathbf{D} & m_D \end{bmatrix}, \quad (2.34)$$

mit

$$m_D = \sqrt{1 - D^2} \mathbf{I} + (1 - \sqrt{1 - D^2}) \widehat{\mathbf{D}} \widehat{\mathbf{D}}^T \quad \text{und} \quad \mathbf{D} = D \widehat{\mathbf{D}} = D \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{pmatrix}, \quad (2.35)$$

wobei  $T_u$  der Transmissionsgrad des Mediums für unpolarisiertes Licht,  $\mathbf{I}$  eine  $3 \times 3$  Einheitsmatrix,  $\widehat{\mathbf{D}}$  der normierte Diattenuation-Vektor und  $m_D$  eine Teilmatrix der Müller-Matrix  $M_D$  ist. Ein Beispiel für ein dichroitisches Medium ist ein Polarisationsfilter. Wählt man  $\mathbf{D} = (\cos 2\alpha, \sin 2\alpha, 0)^T$ , dann erhält man die Müller-Matrix eines Linearpolarisators.

$$M_{LP} = \begin{bmatrix} 1 & \cos 2\alpha & \sin 2\alpha & 0 \\ \cos 2\alpha & \cos^2 2\alpha & \sin 2\alpha \cos 2\alpha & 0 \\ \sin 2\alpha & \sin 2\alpha \cos 2\alpha & \cos^2 2\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (2.36)$$

### Depolarisierende Medien:

Wie bereits erwähnt, ist der größte Vorteil des Müller-Formalismus gegenüber dem Jones-Formalismus, dass damit auch Depolarisationseffekte beschrieben werden können. Die allgemeine Form der Depolarisationsmüllermatrix lautet:

$$M_\Delta = \begin{bmatrix} 1 & \mathbf{0}^T \\ \mathbf{P}_\Delta & m_\Delta \end{bmatrix}, \quad (2.37)$$

wobei  $\mathbf{P}_\Delta$  die Polarisationsfähigkeit eines depolarisierten Mediums darstellt, während  $m_\Delta$  die Depolarisationseigenschaften des Mediums beschreibt. Der Depolarisationsgrad eines depolarisierenden Mediums ist definiert als  $\Delta = 1 - \frac{|\text{tr}(m_\Delta)|}{3} = 1 - \frac{|a+b+c|}{3}$ .

## 2. Grundlagen

Ein rein depolarisierendes Medium hat die folgende Müllermatrix:

$$M_{\Delta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c \end{bmatrix}, \quad (2.38)$$

Die Extremfälle sind  $a = b = c = 1$  und  $a = b = c = 0$ . Im ersten Fall erhält man eine Einheitsmatrix, welche den Polarisationszustand nicht verändert. Im zweiten Fall ist das Licht nach der Wechselwirkung vollständig unpolarisiert.

**Optisch aktiv:** Die Müller-Matrix eines optisch aktiven Mediums sieht wie folgt aus:

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\alpha & \sin 2\alpha & 0 \\ 0 & -\sin 2\alpha & \cos 2\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

Diese Matrix entspricht der Rotationsmüllermatrix.

### 2.3. Wollaston-Prisma

In diesem Abschnitt wird auf die Funktionsweise eines Wollaston-Prismas eingegangen, da dies ein wichtiger Bestandteil des DOAPs (*Division Of Amplitude Photopolarimeter*) ist (Abschnitt 3.1.4). Ein Wollaston-Prisma besteht aus zwei doppelbrechenden Medien (z. B. Calcit-Prismen), deren optische Achsen senkrecht zueinander angeordnet werden (Abbildung 2.7). Weiters liegen die optischen Achsen senkrecht auf die Ausbreitungsrichtung des Lichts. Um die Funktionsweise des Wollaston-Prismas darzustellen, wird im Folgenden ein unpolarisierter Lichtstrahl, der senkrecht auf das Prisma auftrifft, betrachtet. Die Umgebung des Wollaston-Prismas (Luft) wird als isotrop angenommen. Da im isotropen Medium keine Vorzugsrichtungen existieren, ist es nicht notwendig ein Koordinatensystem festzulegen. Die Schwingungsebene des  $\mathbf{E}$ -Feldes des unpolarisierten Lichts kann man sich als willkürlich im Raum rotierend vorstellen. Erst beim Eintreten des Lichts in das Wollaston-Prisma wird ein Koordinaten-System festgelegt und jede willkürliche Schwingung wird als Linearkombination einer Schwingung parallel zur x-Achse



## 2. Grundlagen

und einer Schwingung parallel zur y-Achse dargestellt. Die x- und y-Komponenten sind jedoch unkorreliert, somit ist der Lichtstrahl weiterhin unpolarisiert [7]. Parallel zur x-Achse (senkrecht zur optischen Achse des ersten Teilprismas) schwingende Lichtstrahlen erfahren einen anderen Brechungsindex als solche, die parallel zur y-Achse (optische Achse des ersten Teilprismas) schwingen. Beim Eintreten des Lichts in das Wollaston-Prisma erfahren die Lichtstrahlen keine Brechung, da diese senkrecht zur Oberfläche auftreffen. So breiten sich der ordentliche und der außerordentliche Strahl entlang der selben Linie gemeinsam aus. Beim Übergang vom ersten Teilprisma in das Zweite unter dem Winkel  $\alpha$  wird der ordentliche Strahl, bei der Verwendung zweier negativ einachsiger Kristalle ( $\Delta n = n_{ao} - n_o < 0$ ), zum Lot gebrochen, sonst weg vom Lot. Für den außerordentlichen Strahl verhält sich die Brechung gegenteilig.

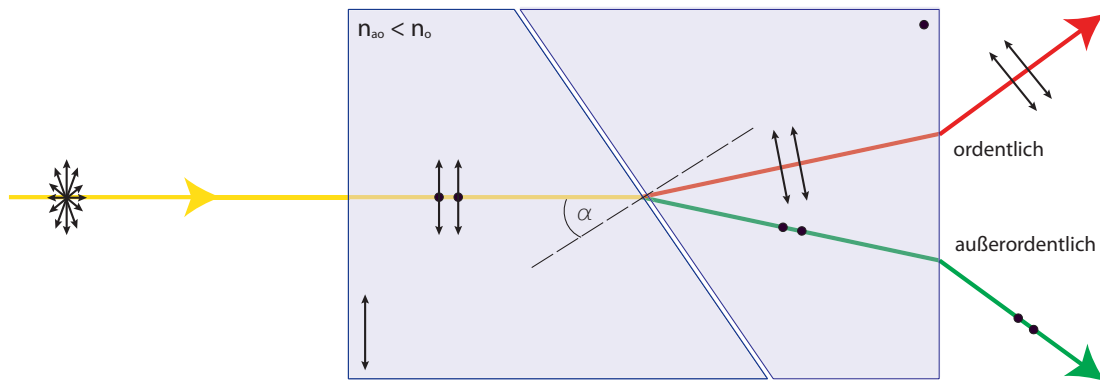


Abbildung 2.7.: Schematische Darstellung des Strahlengangs in einem Wollaston-Prisma bestehend aus zwei negativ einachsigen Kristallen ( $\Delta n = n_{ao} - n_o < 0$ ).

Man macht sich diesen Effekt für die Herstellung von Polarisationsprismen zur Nutze. Dabei wird ein Strahl (z. B. der ordentliche Strahl) ausgeblendet. Es bleibt somit linear polarisiertes Licht über. Beim DOAP wird dieses Prisma gleichzeitig als Strahlteiler und Analysator genutzt.

### 3. Ellipsometrie

Ellipsometrie ist eine Messmethode zur Bestimmung des Polarisationszustandes bzw. der Polarisationsellipse des Lichts. Dabei wird polarisiertes Licht auf eine Probe im Brewster-Winkel eingestrahlt und die Änderung des Polarisationszustandes gemessen. Wie bereits erwähnt, lässt sich jeder Polarisationszustand als eine Superposition zweier linearpolarisierter Strahlen darstellen. In der Ellipsometrie wählt man zwei zueinander orthogonale Polarisationszustände (p- und s-Polarisation) für die Darstellung des Koordinatensystems (Abbildung 3.1). Das p-polarisierte Licht schwingt parallel zur Einfallsebene und das s-polarisierte Licht senkrecht dazu. In Abbildung 3.1 wird die Probe mit polarisiertem Licht mit der Orientierung  $+45^\circ$  bestrahlt. Dieses kann als Superposition von p- und s-polarisierten Lichtwellen, die in Phase schwingen, dargestellt werden. Nach der Wechselwirkung mit der Probe ändert sich die Polarisation. Im Allgemeinen entsteht elliptisch polarisiertes Licht. Durch Bestimmung der Polarisationsellipse, also der Parameter ( $\Psi$ ,  $\Delta$ ), können Rückschlüsse über den Brechungsindex  $n$  und den Extinktionskoeffizient  $k$  gezogen werden oder bei bekanntem Brechungsindex Schichtdickenmessungen durchgeführt werden. Dieses Kapitel basiert auf den Werken von [11], [4] und [8].

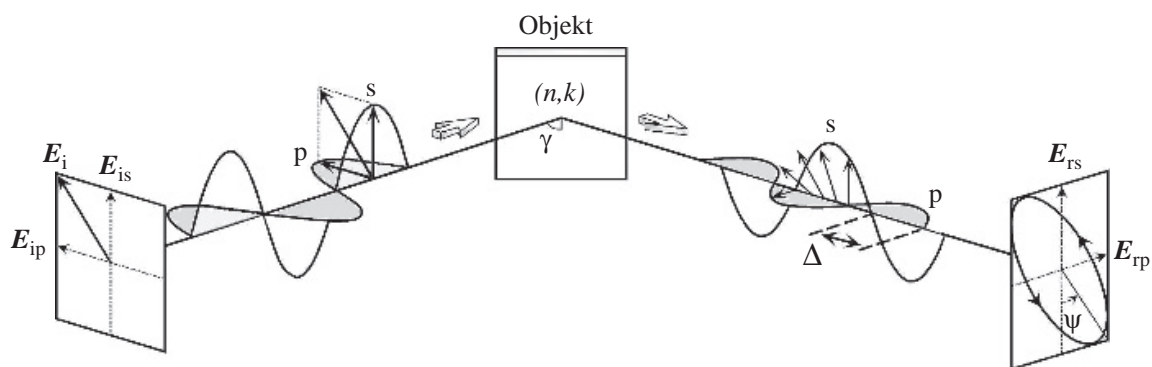


Abbildung 3.1.: Prinzip der Ellipsometrie. Entnommen und verändert aus [11].

### 3.1. Ellipsometer

Das Ellipsometer ist ein Messinstrument zur Messung der ellipsometrischen Parameter  $(\Psi, \Delta)$ , also zur Bestimmung der Polarisationsellipse. In den nächsten Abschnitten wird auf verschiedene Aufbauarten von Ellipsometern eingegangen.

#### 3.1.1. Rotierender Analysator Ellipsometer (RAE)

In Abbildung 3.2 ist der schematische Aufbau dieser Messmethode dargestellt. Von einer Lichtquelle geht unpolarisiertes Licht aus, das durch den Polarisator (P) polarisiert wird. Das polarisierte Licht wird am zu untersuchenden Objekt (O) reflektiert und ändert im Allgemeinen den Polarisationszustand. Dann wird nach der Wechselwirkung des Lichts mit dem rotierenden Analysator die Intensität am Detektor gemessen.

Mit dieser Messmethode lassen sich die Stokes-Parameter  $S_0, S_1, S_2$  bestimmen. Jedoch ist es nicht möglich den Parameter  $S_3$ , der die Information über den zirkularen Anteil enthält, zu bestimmen. Da nicht der komplette Stokes-Vektor bestimmt werden kann, sind die Parameter  $(\Psi, \Delta)$  nur in den Intervallen  $(0^\circ \leq \Psi \leq 90^\circ)$  und  $(0^\circ \leq \Delta \leq 180^\circ)$  messbar. Die minimale Messzeit beträgt ca. 10 ms. Für die Vorteile und Nachteile dieser Messmethode siehe Abschnitt 3.1.5.

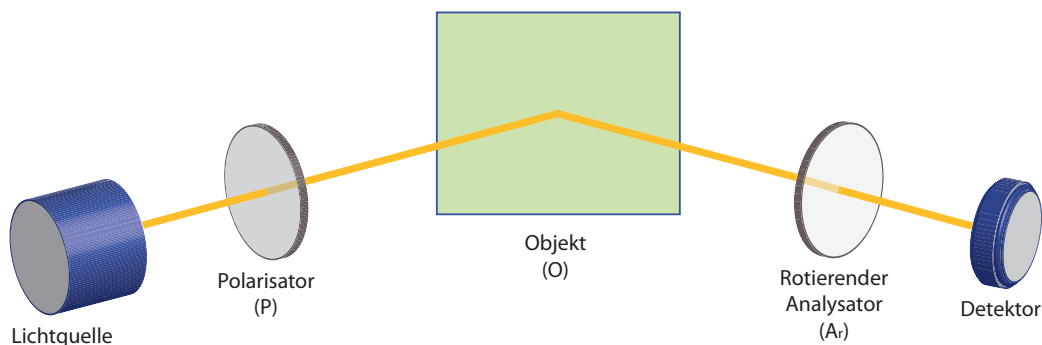


Abbildung 3.2.: Schematische Darstellung des RAEs.

Wie lassen sich die Parameter  $(\Psi, \Delta)$  bzw. die Stokes-Komponenten  $S_0, S_1, S_2$  bestimmen? Dazu wird die in Abbildung 3.2 schematisch dargestellte Messmethode mit Hilfe

### 3. Ellipsometrie

des Jones-Formalismus beschrieben.

$$\mathbf{E}_{det} = T_A T_R(a) T_O T_R(-p) T_P \mathbf{E}_{ein} \quad (3.1)$$

$\mathbf{E}_{det}$  ist der Jones-Vektor des detektierten Lichts,  $\mathbf{E}_{ein}$  der Jones-Vektor des auf die Probe einfallenden Lichts und  $T_A$ ,  $T_O$  und  $T_P$  sind die Jones-Matrizen des Analysators, des Objekts und des Polarisators.  $T_R(a)$  ist die  $2 \times 2$  Rotationsmatrix für die Rotation um den Winkel  $a$ .

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos a & \sin a \\ -\sin a & \cos a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin \Psi e^{i\Delta} & 0 \\ 0 & \cos \Psi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos p & -\sin p \\ \sin p & \cos p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

Wählt man den Winkel  $p = 45^\circ$  so erhält man bei Vernachlässigung der Konstante  $\sqrt{1/2}$  aus der vorherigen Gleichung die Folgende:

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos a & \sin a \\ -\sin a & \cos a \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sin \Psi e^{i\Delta} \\ \cos \Psi \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

So ergibt sich für  $E_x$  und  $E_y$

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos a \sin \Psi e^{i\Delta} + \sin a \cos \Psi \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

Da die  $\mathbf{E}$ -Felder und die Amplituden nicht messbar sind und nur Intensitäten, also Amplitudenquadrate, mit den Detektoren gemessen werden können, ist die Größe  $I = |E|^2$  von Interesse:

$$\begin{aligned} I = |E_x|^2 &= I_0(1 - \cos 2\Psi \cos 2a + \sin 2\Psi \cos \Delta \sin 2a) \\ &= I_0(1 + S_1 \cos 2a + S_2 \sin 2a) \end{aligned} \quad (3.5)$$

Wird nun der Analysator kontinuierlich mit der Winkelfrequenz  $\omega$  rotiert (somit  $a = \omega t$ ), dann resultiert für die detektierte Intensität in Abhängigkeit von der Zeit:

$$I(t) = I_0(1 + S_1 \cos 2\omega t + S_2 \sin 2\omega t) \quad (3.6)$$

Aus Gleichung 3.6 wird ersichtlich, dass  $S_1$ ,  $S_2$  die Fourierkoeffizienten von  $\cos 2\omega t$  und

### 3. Ellipsometrie

$\sin 2\omega t$  sind und sich wie folgt aus den Intensitätsmessungen  $I(t)$  errechnen lassen.

$$\begin{aligned}
 S_1 &= \frac{2}{T} \int_0^T \cos\left(\frac{2\pi\omega t}{T}\right) I(t) dt \approx \frac{2}{n\omega\Delta t} \sum_{i=0}^n \cos\left(\frac{2\pi i\omega\Delta t}{n\omega\Delta t}\right) I(t_i) \omega\Delta t \\
 &= \frac{2}{n\omega\Delta t} \sum_{i=0}^n \cos\left(\frac{2\pi i}{n}\right) I(t_i) \omega\Delta t \\
 S_2 &= \frac{2}{T} \int_0^T \sin\left(\frac{2\pi\omega t}{T}\right) I(t) dt \approx \frac{2}{n\omega\Delta t} \sum_{i=0}^n \sin\left(\frac{2\pi i}{n}\right) I(t_i) \omega\Delta t
 \end{aligned} \tag{3.7}$$

In Gleichung 3.7 ist  $T$  die Periodendauer und  $n$  die Anzahl der Messungen.

Wie in Abschnitt 2.2.2 beschrieben, lässt sich die Wechselwirkung von polarisiertem Licht und Materie auch mittels Müller-Formalismus beschreiben. Beim Müller-Formalismus wird mit Vierer-Vektoren (Stokes-Vektoren) und  $4 \times 4$  dimensionalen Matrizen (Müller-Matrizen) gerechnet, was auf der einen Seite den Rechenaufwand erhöht, aber auf der anderen Seite sind die Komponenten des Stokes-Vektors und der Müllermatrix reelle Größen. Mit reellen Größen lässt sich einfacher rechnen. Weitere Vorteile sind, dass zum einen die Komponenten des Stokes-Vektors direkt mit den gemessenen Intensitäten verbunden sind und zum anderen mittels des Müller-Formalismus auch teil- bzw. unpolarisierte Zustände beschrieben werden können. Im Folgenden wird das RAE mit Hilfe des Müller-Formalismus zu Demonstrationszwecken beschrieben. Die Müllermatrix des Objekts lässt sich, wie in Anhang A angeführt, aus der Jones-Matrix berechnen.

$$\mathbf{S}_{det} = M_R(-a) M_A M_R(a) M_O M_R(-p) M_P M_R(p) \mathbf{S}_{ein} \tag{3.8}$$

Dabei ist  $\mathbf{S}_{det}$  der Stokes-Vektor des detektierten Lichts,  $\mathbf{S}_{ein}$  der Stokes-Vektor des auf die Probe einfallenden Lichts und  $T_A$ ,  $T_O$  und  $T_P$  sind die Müller-Matrizen des Analysators, des Objekts und des Polarisators.  $M_R(a)$  ist die  $4 \times 4$  Rotationsmatrix für die Rotation um den Winkel  $a$ .

### 3. Ellipsometrie

Für Gleichung 3.8 ergibt sich somit:

$$\begin{aligned}
 \begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2a & -\sin 2a & 0 \\ 0 & \sin 2a & \cos 2a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2a & \sin 2a & 0 \\ 0 & -\sin 2a & \cos 2a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 &\cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \cos 2\Psi & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} \cos 2\Psi & \frac{1}{2} & -\sin 2p & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \cos \Delta \sin 2\Psi & \frac{1}{2} \sin \Delta \sin 2\Psi \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} \sin \Delta \sin 2\Psi & \frac{1}{2} \cos \Delta \sin 2\Psi \end{bmatrix} \\
 &\cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2p & -\sin 2p & 0 \\ 0 & \sin 2p & \cos 2p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2p & \sin 2p & 0 \\ 0 & -\sin 2p & \cos 2p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{3.9}$$

Wählt man den Winkel  $p = 45^\circ$  so erhält man bei Vernachlässigung der Konstante  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  aus der vorherigen Gleichung die folgende

$$\begin{aligned}
 \begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2a & -\sin 2a & 0 \\ 0 & \sin 2a & \cos 2a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2a & \sin 2a & 0 \\ 0 & -\sin 2a & \cos 2a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 &\cdot \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \cos 2\Psi \\ \frac{1}{2} \cos \Delta \sin 2\Psi \\ -\frac{1}{2} \sin \Delta \sin 2\Psi \end{pmatrix} \\
 &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 - \cos 2a \cos 2\Psi + \cos \Delta \sin 2a \sin 2\Psi \\ \cos 2a - \cos^2 2a \cos 2\Psi + \cos 2a \sin 2a \cos \Delta \sin 2\Psi \\ \sin 2a - \cos 2a \sin 2a \cos 2\Psi + \cos \Delta \sin^2 2a \sin 2\Psi \\ 0 \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{3.10}$$

Laut der Definition des Stokes-Vektors (Gleichung 2.23) stellt  $S_0$  die Gesamtintensität dar und es ergibt sich für die Intensität dasselbe Ergebnis, wie das zuvor mittels des Jones-Formalismus Bestimmte (Gleichung 3.5):

$$I = S_0 = I_0(1 - \cos 2\Psi \cos 2a + \sin 2\Psi \cos \Delta \sin 2a) \tag{3.11}$$

### 3.1.2. Rotierender Analysator Ellipsometer mit Kompensator (RAEmK)

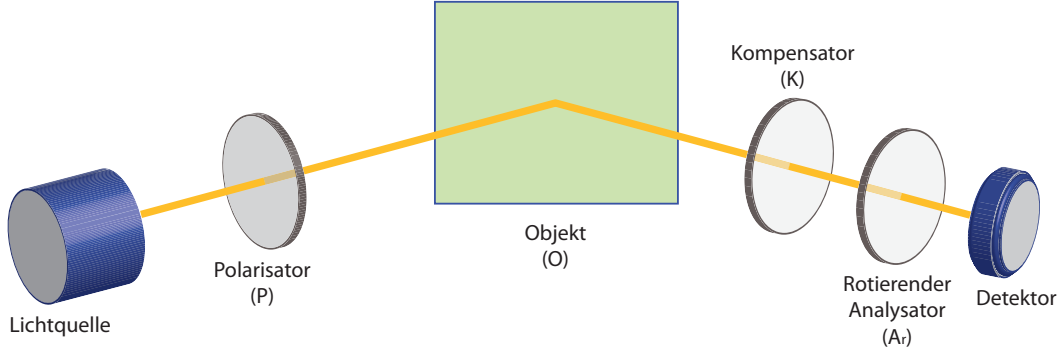


Abbildung 3.3.: Schematische Darstellung des RAEmKs.

Um auch den letzten Stokes-Parameter  $S_3$  bestimmen zu können, wird ein Kompensator zwischen dem zu untersuchenden Objekt und dem Analysator eingefügt. Mit dem Jones-Formalismus lässt sich dieser Aufbau wie folgt beschreiben:

$$\mathbf{E}_{det} = T_A T_R(a) T_K T_O T_R(-p) T_P \mathbf{E}_{ein} \quad (3.12)$$

Dabei ist der Kompensator K ein einachsiger doppelbrechendes Medium und die dazugehörige Jones-Matrix lautet:

$$T_K = \begin{bmatrix} e^{-i2\pi n_o o/\lambda} & 0 \\ 0 & e^{-i2\pi n_e o/\lambda} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-i\delta} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos a & \sin a \\ -\sin a & \cos a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-i\delta} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sin \Psi e^{i\Delta} \\ \cos \Psi \end{pmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos a & \sin a \\ -\sin a & \cos a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-i\delta} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sin \Psi e^{i\Delta} \\ \cos \Psi \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \cos a \sin \Psi e^{i(\Delta-\delta)} + \sin a \cos \Psi \\ 0 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3.14)$$

### 3. Ellipsometrie

Daraus ergibt sich für die Intensität

$$\begin{aligned}
 I &= |E_x|^2 = I_0(1 - \cos 2\Psi \cos 2a + \sin 2\Psi \cos(\Delta - \delta) \sin 2a) \\
 &= I_0(1 - \cos 2\Psi \cos 2a + (\sin 2\Psi \cos \Delta \cos \delta + \sin 2\Psi \sin \Delta \sin \delta) \sin 2a) \quad (3.15) \\
 &= I_0(1 + S_1 \cos 2a + (S_2 \cos \delta - S_3 \sin \delta) \sin 2a)
 \end{aligned}$$

Aus Glg. 3.15 erkennt man, dass sich  $S_1$  und  $(S_2 \cos \delta - S_3 \sin \delta)$  durch die Fourieranalyse bestimmen lassen. Um  $S_2$  und  $S_3$  separat zu ermitteln ist es notwendig die Messungen bei zwei verschiedenen Winkeleinstellungen des Kompensators, also verschiedenen Verzögerungen (Gangunterschieden), durchzuführen, z. B. bei  $\delta = 0^\circ$  und  $\delta = 90^\circ$ . Da ein Kompensator bei verschiedenen Wellenlängen verschiedene Verzögerungen verursacht, ist diese Anordnung chromatisch, also von der Wellenlänge der Strahlungsquelle abhängig.

#### 3.1.3. Rotierender Kompensator Ellipsometer (RKE)

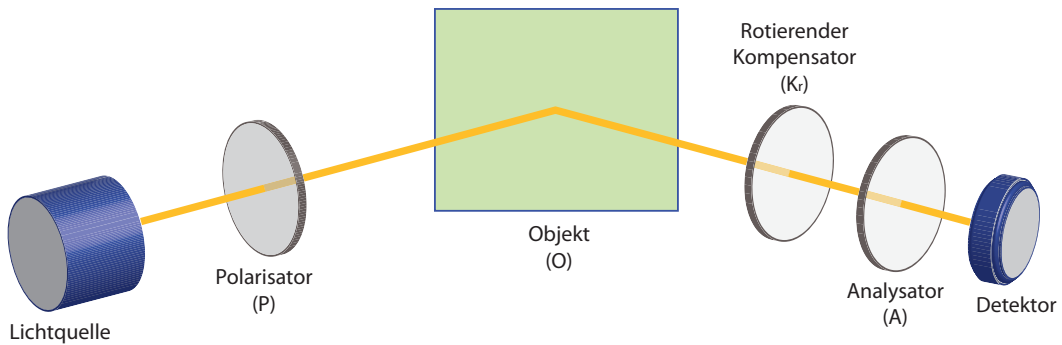


Abbildung 3.4.: Schematische Darstellung des RKEs.

Eine andere Variante um  $S_3$  bestimmen zu können, ist das RKE-Ellipsometer. Bei dieser Messmethode werden der Polarisator und Analysator fix bei einer bestimmten Orientierung eingestellt und der Kompensator wird rotiert. Betrachtet man den Sonderfall ( $a = 0^\circ$ ,  $p = 45^\circ$ ), so vereinfacht sich

$$\mathbf{E}_{det} = T_A T_R(a) T_R(-c) T_K T_R(c) T_O T_R(-p) T_P \mathbf{E}_{ein} \quad (3.16)$$



### 3. Ellipsometrie

zu

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos c & -\sin c \\ \sin c & \cos c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-i\delta} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos c & \sin c \\ -\sin c & \cos c \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sin \Psi e^{i\Delta} \\ \cos \Psi \end{pmatrix} \quad (3.17)$$

In Gleichung 3.17 wurden Proportionalitätskonstanten weggelassen und die *fast*-Achse des Kompensators ist zu Beginn parallel zur p-Polarisation. Der Kompensator ist ein doppelbrechendes Medium. Daher hängt der Brechungsindex von der Schwingungsebene des einfallenden polarisierten Lichts ab. Die Richtung mit dem kleinsten Brechungsindex nennt man die *fast*-Achse. Für die Intensität ergibt sich:

$$\begin{aligned} I = |E_x|^2 &= I_0(2 - \cos 2\Psi + 2 \sin 2\Psi \sin \Delta \sin 2c - \cos 2\Psi \cos 4c \\ &+ \sin 2\Psi \cos \Delta \sin 4c) = I_0(2 - S_1 + 2S_3 \sin 2c - S_1 \cos 4c + S_2 \sin 4c) \end{aligned} \quad (3.18)$$

Analog zu den vorherigen Messmethoden lassen sich mittels der Fourier-Analyse die Stokes-Parameter bestimmen. Im Vergleich zum RAEmK liegen beim RKE die Stokes-Parameter  $S_1$ ,  $S_2$  und  $S_3$  separat vor.

#### 3.1.4. Division Of Amplitude Photopolarimeter (DOAP)

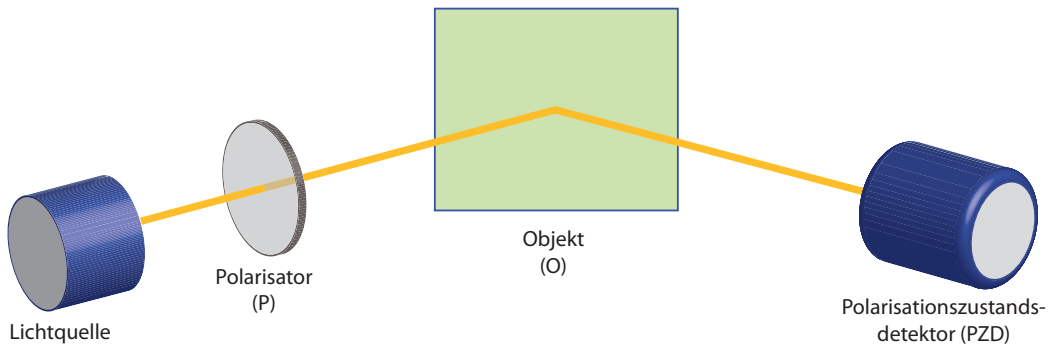


Abbildung 3.5.: Schematische Darstellung des DOAPs. Der PZD (*Polarisationszustandsdetektor*) ist in Abbildung 3.6 detaillierter dargestellt.

Anhand von Gleichung (2.23) ist ersichtlich, dass zur Bestimmung des Polarisationszustandes nur vier Intensitätsmessungen (z. B.:  $I_x$ ,  $I_y$ ,  $I_{+45}$ ,  $I_r$ ) notwendig sind. Das DOAP (Abbildung 3.5) ist ein sehr schnelles Ellipsometer zur Bestimmung aller Stokes-

### 3. Ellipsometrie

Parameter mit Hilfe von nur vier Intensitätsmessungen. Die Arbeitsweise des DOAPs beruht auf den Überlegungen von Azzam.

In Abbildung 3.6 sieht man die schematische Darstellung des PZDs (*Polarisationszustandsdetektor*) eines DOAPs zur simultanen Messung der notwendigen Intensitäten.

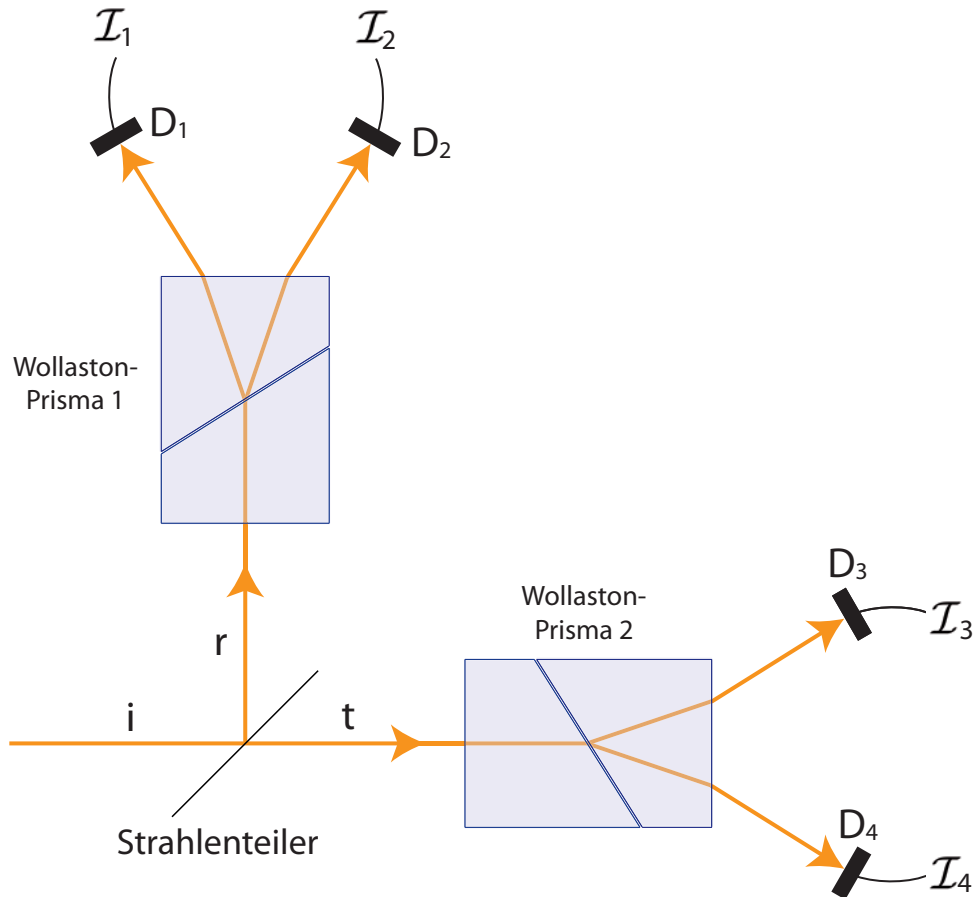


Abbildung 3.6.: Schematische Darstellung des PZDs (*Polarisationszustandsdetektor*) eines DOAPs.  $D_0$ - $D_3$ : Photodetektoren;  $\mathcal{I}_0 - \mathcal{I}_3$ : elektrische Signale der Photodetektoren;  $i$ : einfallender Strahl;  $r$ : reflektierter Strahl;  $t$ : transmittierter Strahl

$\mathbf{S}_i = (S_0, S_1, S_2, S_3)^T$  ist der Polarisationszustand des einfallenden Strahls  $i$ . Der zu untersuchende Strahl  $i$  wird in zwei Teilstrahlen  $r$  und  $t$  unterteilt, mit den Polarisationszuständen  $\mathbf{S}_r = R\mathbf{S}_i$  und  $\mathbf{S}_t = T\mathbf{S}_i$ .  $R = (r_{ij})$  ist die Reflexions-Müllermatrix und  $T = (t_{ij})$  ist die Transmissions-Müllermatrix, welche für den verwendeten Strahlenteiler bekannt ist oder bestimmt werden muss.

### 3. Ellipsometrie

Für die Intensität  $I$  an den Detektoren D1-D4 gilt somit:

$$I_0 = \mathbf{S}_u M_{LP}(A_1) R \mathbf{S}_i \quad (3.19a)$$

$$I_1 = \mathbf{S}_u M_{LP}(A_1 + \frac{\pi}{2}) R \mathbf{S}_i \quad (3.19b)$$

$$I_2 = \mathbf{S}_u M_{LP}(A_2) R \mathbf{S}_i \quad (3.19c)$$

$$I_3 = \mathbf{S}_u M_{LP}(A_2 + \frac{\pi}{2}) R \mathbf{S}_i \quad (3.19d)$$

Dabei ist  $M_{LP}(A)$  die Müllermatrix eines idealen Linearpolarisators mit der Orientierung  $A$  und  $\mathbf{S}_u = (1 \ 0 \ 0 \ 0)^T$  der Stokes-Vektor des unpolarisierten Lichts. Bei linearen Photodetektoren ist das detektierte elektrische Signal  $\mathcal{I}$  proportional zur Intensität  $I$

$$\mathcal{I}_k = C_k I_k. \quad (3.20)$$

Für das verwendete Gerät ergibt sich eine charakteristische  $4 \times 4$  Gerätematrix  $\mathcal{F}$ , die eine Beziehung zwischen dem detektierten elektrischen Signal und dem Stokes-Parameter herstellt.

$$\mathcal{I} = \mathcal{F} \mathbf{S}_i. \quad (3.21)$$

Für die Elemente von  $\mathcal{F}$  gilt:

$$\begin{aligned} f_{1j} &= C_1(r_{1j} + r_{1j} \cos 2A_1 + r_{3j} \sin 2A_1), \\ f_{2j} &= C_2(r_{1j} - r_{1j} \cos 2A_1 - r_{3j} \sin 2A_1), \\ f_{3j} &= C_3(t_{1j} + t_{1j} \cos 2A_2 + t_{3j} \sin 2A_2), \\ f_{4j} &= C_4(t_{1j} - t_{1j} \cos 2A_2 - t_{3j} \sin 2A_2), \\ &j = 1, 2, 3, 4. \end{aligned} \quad (3.22)$$

Somit lässt sich der unbekannte Stokes-Vektor mittels der inversen Gerätematrix  $\mathcal{F}^{-1}$  bestimmen:

$$\mathbf{S}_i = \mathcal{F}^{-1} \mathcal{I} \quad (3.23)$$

Die Gerätematrix  $\mathcal{F}$  darf nicht singular (d.h.  $\det \mathcal{F} \neq 0$ ) sein, damit die inverse Matrix  $\mathcal{F}^{-1}$  existiert. Es ist nicht notwendig für Gleichung (3.23)  $r_{ij}$ ,  $t_{ij}$ ,  $C_k$ ,  $A_1$  und  $A_2$  extra zu bestimmen. Die Gerätematrix  $\mathcal{F}$  wird bei der Kalibration ermittelt und ändert sich theoretisch nicht, solange am Messgerät keine Änderungen vorgenommen werden. In der Praxis erfolgen durch äußere Einflüsse wie Temperaturschwankungen kleine Änderungen. Für die genaue Messung ist es nötig, von Zeit zu Zeit, die Kalibration zu wiederholen.

### 3. Ellipsometrie

Die Kalibration des DOAPs wird im Kapitel 4 behandelt.

Beim Benutzen eines Strahlteilers, der den Polarisationszustand des einfallenden Strahls nicht beeinflusst, können die Reflexions- und Transmissionsmüllermatrix durch  $R=rD$  und  $T=tD$  dargestellt werden, wobei  $D$  eine Einheitsmatrix ist und  $r$  und  $t$  das relative, polarisationsunabhängige Reflexions- und Transmissionsvermögen des Strahlteilers sind. Wird für die Orientierung der Wollaston Prismen  $A_1 \neq A_2$  (z. B.:  $A_1 = 0$  und  $A_2 = 1/4\pi$ ) gewählt, dann entspricht das DOAP einem RAE. Mit einer solchen Anordnung lassen sich nur drei Stokes-Parameter ( $S_0, S_1, S_2$ ) bestimmen. Um den Stokes-Vektor komplett zu messen, muss ein zusätzliches, optisches Bauelement zwischen dem Strahlteiler und einem der Wollaston-Prismen eingefügt werden. Es reicht nicht, nur einen Retarder mit einer Verzögerung  $\Delta \neq 0$  oder  $\pi$  zu verwenden, vielmehr muss dieser auch verschiedene Absorptionsvermögen entlang den optischen Achsen besitzen. Man spricht hierbei von einem linear doppelbrechenden und dichroitischen Medium. Der Beweis dafür ist im Anhang B angeführt.

#### 3.1.5. Überblick über die Charakteristiken verschiedener Ellipsometer-Konfigurationen

Im Folgenden wird kurz auf die Eigenschaften und Unterschiede der verschiedenen Ellipsometer eingegangen.

##### 1. Rotierender Analysator Ellipsometer:

RAE ist die einfachste Anordnung eines Ellipsometers. Bei dieser Konfiguration werden die ellipsometrischen Messungen nur mit Hilfe von Linearpolarisatoren durchgeführt. Aus diesem Grund ist es nicht möglich den Polarisationszustand des Lichts nach der Wechselwirkung mit der Probe zur Gänze zu bestimmen. Der Stokes-Parameter  $S_3$ , also der zirkulärer Anteil, bleibt unbestimmt. Da jedoch bei dieser Messanordnung nur achromatische optische Bauelemente verwendet werden, ist der RAE Wellenlängen unabhängig bzw. ist die Wellenlängen Abhängigkeit in einem weiten Wellenlängenbereich vernachlässigbar klein.

##### 2. Rotierender Analysator Ellipsometer mit Kompensator:

Bei diesem Ellipsometer wird ein Kompensator (Verzögerungsfolie) entweder zwi-

### 3. Ellipsometrie

schen dem Polarisator und der Probe oder der Probe und dem Analysator eingefügt. Damit ist es, wie in Abschnitt 3.1.2 gezeigt wurde, möglich auch den Stokes-Parameter  $S_3$  zu bestimmen. Jedoch sind zwei Messungsläufe mit verschiedenen Winkeleinstellungen des Kompensators notwendig. Dadurch, dass alle Stokes-Parameter bestimmt werden, können auch Depolarisationseffekte ermittelt werden. Der Kompensator ist ein chromatisches optisches Bauelement. Daher muss bei diesem Aufbau die eingesetzte Wellenlänge in die Berechnungen einbezogen werden, um unnötige Messungenauigkeiten zu vermeiden.

#### 3. Rotierender Kompensator Ellipsometer:

Die Messmethode ist gleich aufgebaut wie beim RAEmK. Jedoch wird hier nicht der Analysator, sondern der Kompensator rotiert. Dies hat den Vorteil, dass nur ein Messungsvorgang notwendig ist um alle Stokes-Parameter zu bestimmen. Auch hier ist das Problem der Wellenlängenabhängigkeit gegeben.

#### 4. DOAP:

Der Aufbau des DOAPs unterscheidet sich gänzlich von den bisher erwähnten Ellipsometern (Abschnitt 3.1.4). Der Vorteil des DOAPs ist, dass keine rotierenden Teile verwendet werden, weshalb eine optisch simultane Messung aller Stokes-Parameter möglich ist. Die Messzeit ist durch die Elektronik begrenzt. Jedoch kann man mit dem DOAP nicht die Genauigkeit der anderen Ellipsometer erreichen.

Tabelle 3.1.: Eigenschaften der verschiedenen Ellipsometeranordnungen

Instrumenten-anordnung	Messbare Stokes-Parameter	Messbare Region	Minimale Messzeit
RAE	$S_0, S_1, S_2$	$0^\circ \leq \Psi \leq 90^\circ$ $0^\circ \leq \Delta \leq 180^\circ$	$\sim 10$ ms
RAEmK	$S_0, S_1, S_2, S_3$	$0^\circ \leq \Psi \leq 90^\circ$ $-180^\circ \leq \Delta \leq 180^\circ$	$\sim 10$ ms <sup>1</sup>
RKE	$S_0, S_1, S_2, S_3$	$0^\circ \leq \Psi \leq 90^\circ$ $-180^\circ \leq \Delta \leq 180^\circ$	$\sim 10$ ms
DOAP	$S_0, S_1, S_2, S_3$	$0^\circ \leq \Psi \leq 90^\circ$ $-180^\circ \leq \Delta \leq 180^\circ$	simultan <sup>2</sup>

<sup>1</sup>Bei fixer Winkeleinstellungen des Kompensators

<sup>2</sup>Optisch simultan. Die Messzeit ist durch die Elektronik begrenzt.

## 4. Kalibrierung des DOAPs

Im Zuge der Diplomarbeit wurde die bereits bestehende Analogelektronik des DOAPs durch Digitalelektronik ersetzt. Auch die Software wurde neu programmiert. In diesem Kapitel werden Methoden zur Kalibrierung des DOAPs und die Verifikation der Kalibrierung erläutert.

### 4.1. Mathematischer Hintergrund der Algorithmen zur Kalibration des DOAPs

In diesem Abschnitt wird auf die Algorithmen zur Kalibrierung des DOAPs eingegangen. Die einfachste und intuitivste Möglichkeit zur Kalibration, also vollständige Bestimmung der Gerätematrix, ist die Vier-Punkt-Methode. Dazu werden vier linear unabhängige Polarisationszustände (Stokes-Vektoren  $\mathbf{S}_k$ ) erzeugt und die Intensitäten

$$\mathcal{I}_k = \begin{pmatrix} I_x \\ I_y \\ I_{+45} \\ I_r \end{pmatrix}_k, \quad \text{mit } k = 1, 2, 3, 4$$

gemessen.

Fasst man die Vektoren  $\mathbf{S}_k$  und  $\mathcal{I}_k$  zusammen in den Matrizen  $X = (\mathbf{S}_1 \ \mathbf{S}_2 \ \mathbf{S}_3 \ \mathbf{S}_4)$  und  $Y = (\mathcal{I}_1 \ \mathcal{I}_2 \ \mathcal{I}_3 \ \mathcal{I}_4)$ , dann erhält man aus den vier Gleichungen  $\mathcal{I}_k = \mathcal{F}\mathbf{S}_k$  eine Matrixgleichung  $Y = \mathcal{F}X$ . Somit resultiert für die Gerätematrix

$$\mathcal{F} = YX^{-1}, \quad (4.1)$$

#### 4. Kalibrierung des DOAPs

falls  $X^{-1}$  existiert, was der Fall ist, wenn die Stokes-Vektoren  $\mathbf{S}_k$  linear unabhängig sind.

Eine präzisere, jedoch etwas aufwendigere, Methode zur Kalibration ist die von Azzam vorgeschlagene Äquator-Pol-Methode. Bei dieser Methode werden im ersten Schritt durch einen rotierenden Polarisator  $n$  Polarisationszustände mit den Stokes-Vektoren

$$\mathbf{S}_{LP}(\alpha) = \begin{pmatrix} 1 \\ \cos 2\alpha \\ \sin 2\alpha \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.2)$$

erzeugt. Also erhält man zur Bestimmung der Gerätematrix  $n$  Gleichungen (für  $n > 4$  ein überbestimmtes System):

$$\mathcal{I}_{LP}(\alpha) = \begin{pmatrix} \mathcal{I}_0(\alpha) \\ \mathcal{I}_1(\alpha) \\ \mathcal{I}_2(\alpha) \\ \mathcal{I}_3(\alpha) \end{pmatrix} = \mathcal{F}\mathbf{S}_{LP}(\alpha) = \begin{pmatrix} \mathcal{F}_{00} \\ \mathcal{F}_{10} \\ \mathcal{F}_{20} \\ \mathcal{F}_{30} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathcal{F}_{01} \\ \mathcal{F}_{11} \\ \mathcal{F}_{21} \\ \mathcal{F}_{31} \end{pmatrix} \cos 2\alpha + \begin{pmatrix} \mathcal{F}_{02} \\ \mathcal{F}_{12} \\ \mathcal{F}_{22} \\ \mathcal{F}_{32} \end{pmatrix} \sin 2\alpha \quad (4.3)$$

Es ist ersichtlich, dass die ersten drei Spalten der Gerätematrix sich mittels der Fourieranalyse bestimmen lassen.

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_{x0} &= \frac{2}{T} \int_0^T \mathcal{I}_x(\alpha) d\alpha \approx \frac{2}{n\Delta\alpha} \sum_{i=0}^n \mathcal{I}_x(\alpha_i) \Delta\alpha \\ \mathcal{F}_{x1} &= \frac{2}{T} \int_0^T \cos\left(\frac{2\pi\alpha}{T}\right) \mathcal{I}_x(\alpha) d\alpha \approx \frac{2}{n\Delta\alpha} \sum_{i=0}^n \cos\left(\frac{2\pi i}{n}\right) \mathcal{I}_x(\alpha_i) \Delta\alpha \\ \mathcal{F}_{x2} &= \frac{2}{T} \int_0^T \sin\left(\frac{2\pi\alpha}{T}\right) \mathcal{I}_x(\alpha) d\alpha \approx \frac{2}{n\Delta\alpha} \sum_{i=0}^n \sin\left(\frac{2\pi i}{n}\right) \mathcal{I}_x(\alpha_i) \Delta\alpha \end{aligned} \quad (4.4)$$

mit  $x = 1, 2, 3, 4$

Nun gilt es in einem weiteren Schritt die vierte Spalte der Gerätematrix zu bestimmen. Dazu werden zuerst Messungen mit einem rotierenden rechtszirkularen und dann linkszirkularen Polarisator durchgeführt. Über die jeweils gemessenen Intensitäten wird gemittelt und man erhält auf diese Weise  $\mathcal{I}_{rzp}$  und  $\mathcal{I}_{lzp}$ . Daraus lässt sich die vierte und

#### 4. Kalibrierung des DOAPs

letzte Spalte bestimmen. Aus den Gleichungen

$$\mathcal{I}_{rzp} = \mathcal{F}\mathbf{S}_{rzp} = \begin{pmatrix} \mathcal{F}_{00} \\ \mathcal{F}_{10} \\ \mathcal{F}_{20} \\ \mathcal{F}_{30} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathcal{F}_{03} \\ \mathcal{F}_{13} \\ \mathcal{F}_{23} \\ \mathcal{F}_{33} \end{pmatrix} \quad (4.5a)$$

$$\mathcal{I}_{lzp} = \mathcal{F}\mathbf{S}_{lzp} = \begin{pmatrix} \mathcal{F}_{00} \\ \mathcal{F}_{10} \\ \mathcal{F}_{20} \\ \mathcal{F}_{30} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \mathcal{F}_{03} \\ \mathcal{F}_{13} \\ \mathcal{F}_{23} \\ \mathcal{F}_{33} \end{pmatrix} \quad (4.5b)$$

erhält man

$$\begin{pmatrix} \mathcal{F}_{03} \\ \mathcal{F}_{13} \\ \mathcal{F}_{23} \\ \mathcal{F}_{33} \end{pmatrix} = \frac{1}{2}(\mathcal{I}_{rzp} - \mathcal{I}_{lzp}) \quad (4.6)$$

## 4.2. Experimenteller Aufbau für die Kalibrierung des DOAPs

In Abbildung 4.2 ist der experimentelle Aufbau des DOAPs in der Kalibrationseinstellung dargestellt. Mit einer gepulsten Laserdiode (LD) wird ein modulierter Laserstrahl erzeugt. Mit dem *Polarisationszustandsgenerator* (PZG) können die gewünschten Polarisationszustände über eine *Schrittmotorsteuerung* (SMS) erzeugt werden, die anschließend vom *Polarisationszustandsdetektor* (PZD) analysiert werden. Der Strahl gelangt in dieser Konfiguration direkt, ohne eine Wechselwirkung mit einer Probe, in den PZD. Da der Laserstrahl Intensitätsschwankungen unterliegt, wird mit einem Referenzdetektor eine Referenzintensität  $I_r$  gemessen, womit die Intensitäten  $I_0 - I_3$  normiert werden. Diese Normierung erfolgt nur bei der Kalibration und nicht bei der Messung. In Abbildung 4.2 ist zu erkennen, dass die Referenzintensität erst nach der Wechselwirkung des Laserstrahls mit dem PZG gemessen wird. Damit berücksichtigt man nicht nur Intensitätsschwankungen des Lasermoduls, sondern auch die Intensitätsschwankungen, die bei der Erzeugung der Polarisationszustände entstehen. Da im Allgemeinen das Laserlicht polarisiert ist, hängt die Intensität des Laserstrahls nach dem PZG von der Orientie-



#### 4. Kalibrierung des DOAPs

zung des Linearpolarisators des PZGs ab. Die blaue Kurve in Abbildung 4.1 zeigt die Referenzintensität  $I_r$  in Abhängigkeit von der Orientierung  $\theta$  des Linearpolarisators. Die Referenzintensität sinkt bis auf 4,5% ab, was darauf schließen lässt, dass das verwendete Laserlicht annähernd linear polarisiert ist. In Abschnitt 4.3 werden die damit verbundenen Probleme erläutert. Diese lassen sich mit dem Einbau eines Depolarisationsprismas vor dem Linearpolarisator lösen. Jedoch sind solche Prismen sehr teuer. Eine billigere Variante ist die Verwendung einer Verzögerungsfolie (z. B.: Lambda-Viertel-Plättchen) statt des Depolarisationsprismas. Im Idealfall lässt sich auf diese Weise zirkular polarisiertes Licht erzeugen, das nach der Wechselwirkung mit dem Linearpolarisator eine konstante Intensität liefert. Die rote Kurve in Abbildung 4.1 zeigt die Intensitätsschwankung bei der Verwendung einer Verzögerungsfolie. Mit der verwendeten Verzögerungsfolie ließ sich kein zirkular polarisiertes Licht, sondern nur ein elliptisch polarisiertes Licht, erzeugen. Deshalb fällt die Intensität auf 47% ab. Dies reicht aber aus, um die Qualität der Kalibrierung drastisch zu verbessern (siehe Abschnitt 4.3).

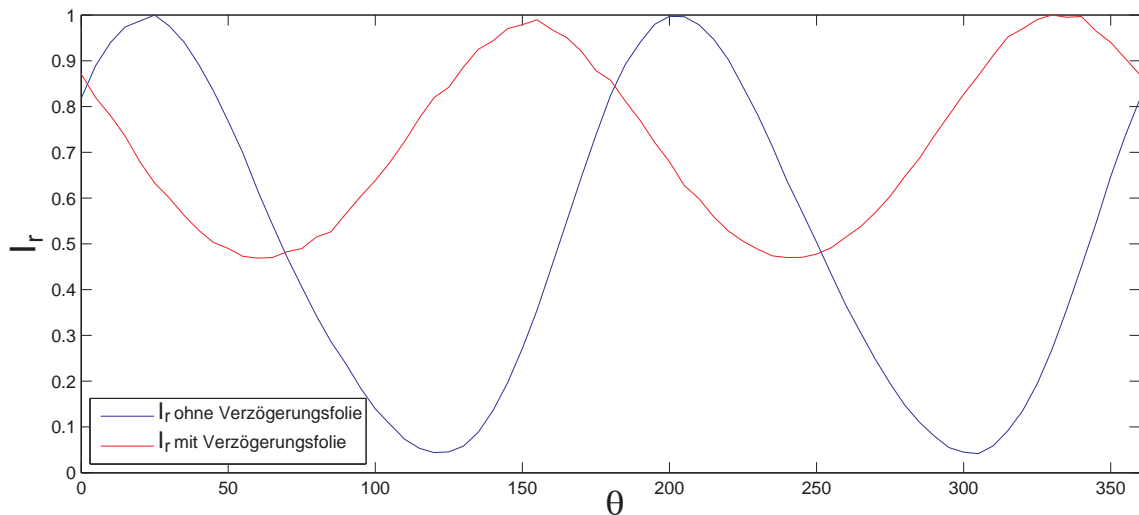


Abbildung 4.1.: Referenzintensität  $I_r$  in Abhängigkeit von der Orientierung  $\theta$  des Linearpolarisators.

Die am PSD erzeugten Intensitäten  $I_0 - I_3$  werden mit Glasfasern zur *Elektronik-Box* (EB) weitergeleitet. Dort werden die Intensitäten zuerst mit Photodioden detektiert und dann auf Basis der Lock-In-Technik demoduliert. Die Demodulierung erfolgt mittels Analogelektronik. Als Nächstes werden die Intensitätssignale nach der Demodulation digitalisiert und mit einem PC weiterverarbeitet.

#### 4. Kalibrierung des DOAPs

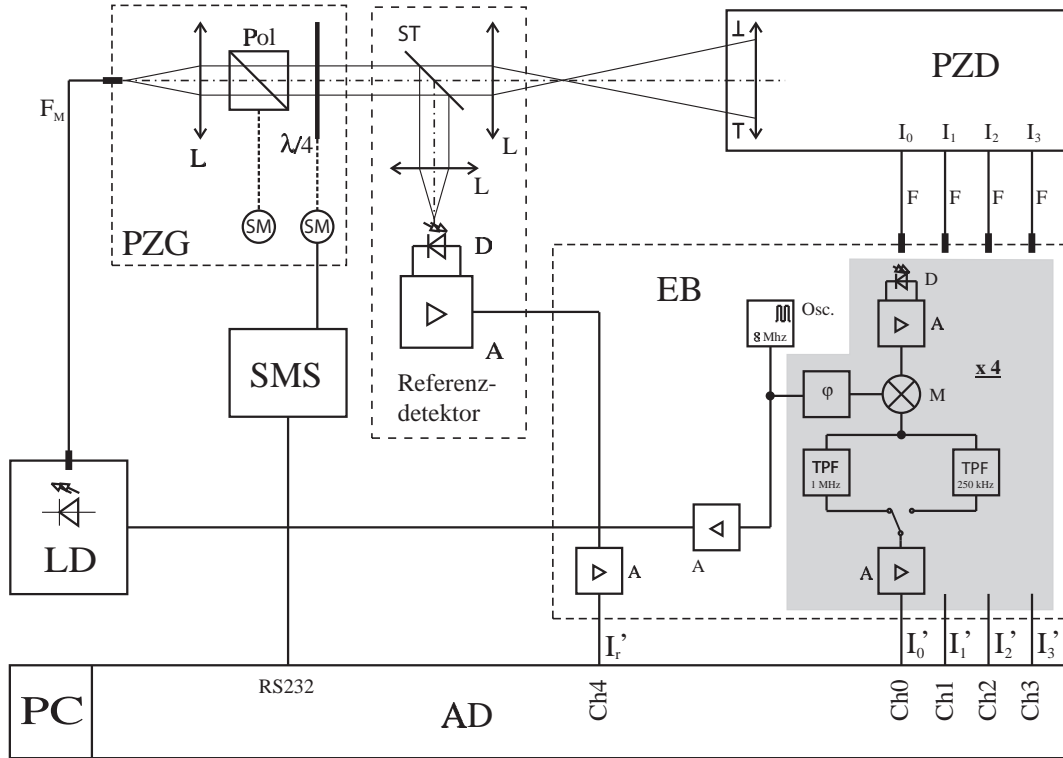


Abbildung 4.2.: Schematische Darstellung des experimentellen Aufbaus zur Kalibrierung des DOAPs mittels Analogelektronik. PZG: Polarisationszustandsgenerator; PZD: Polarisationszustandsdetektor; SMS: Schrittmotorsteuerung; LD: Laserdiode; EB: Elektronik-Box; PC: Personal Computer; AD: Analog-Digital Wandler; L: Linse; Pol: Linearpolarisator;  $\lambda/4$ : Lambda-Viertel-Plättchen; SM: Schrittmotor; ST: Strahlteiler; D: Photodetektor; A: Verstärker; Osc.: Oszillator für Lock-In-Technik;  $\phi$ : Phasenverzögerung; M: Mixer; TPF: Tiefpassfilter;  $F_M$ : Vielmoden-Faser; F: Einzelmode-Faser;  $I_0 \dots I_3$ : Intensitäten vom PSD;  $I'_0 \dots I'_3$ : Intensitätssignale;  $I'_r$ : Intensitätssignal des Referenzdetektors; RS232: RS232 Serielle Schnittstelle. Entnommen und verändert aus [14]

#### 4. Kalibrierung des DOAPs

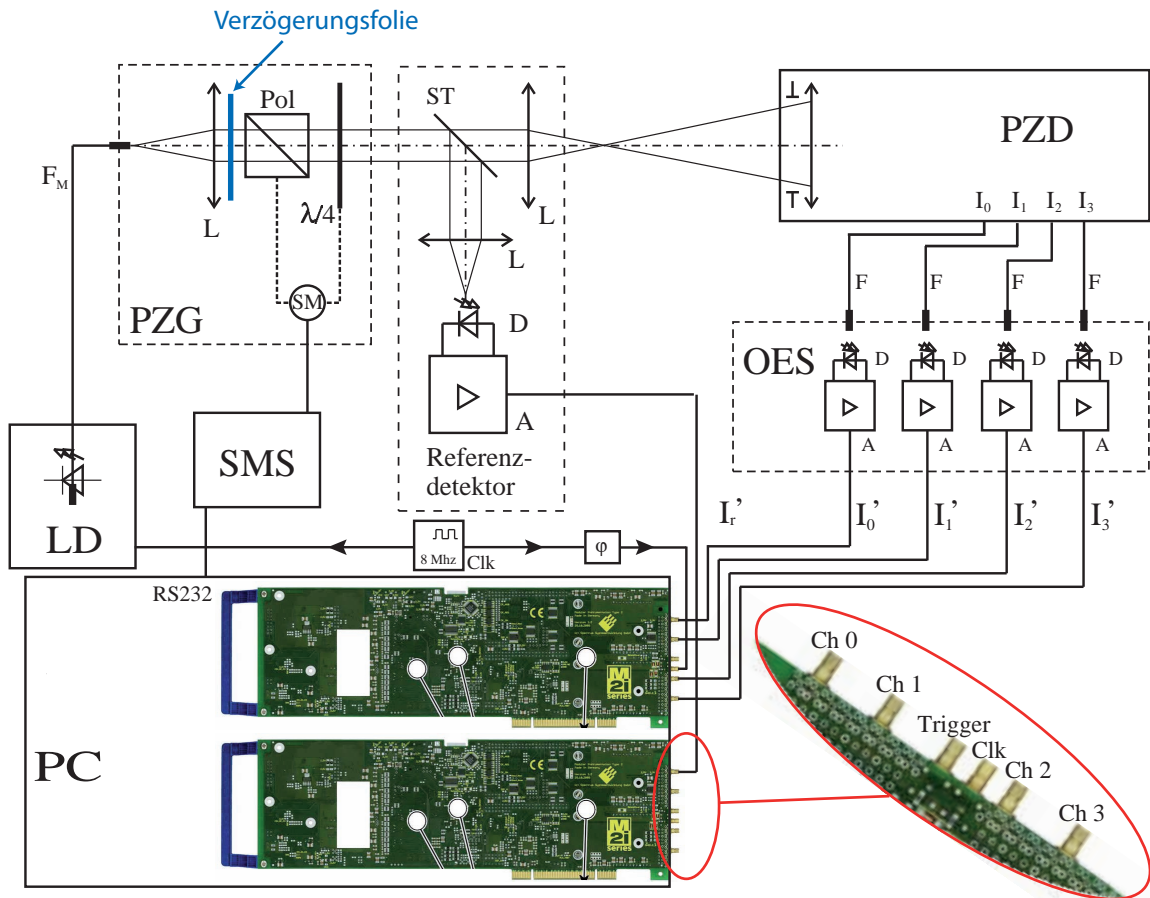


Abbildung 4.3.: Schematische Darstellung des experimentellen Aufbaus zur Kalibrierung des DOAPs mittels Digitalelektronik. PZG: Polarisationszustandsgenerator; PZD: Polarisationszustandsdetektor; SMS: Schrittmotorsteuerung; LD: Laserdiode; OES: Optoelektronische Sensoreinheit; PC: Personal Computer; L: Linse; Pol: Linearpolarisator;  $\lambda/4$ : Lambda-Viertel-Plättchen; SM: Schrittmotor; ST: Strahlteiler; D: Photodetektor; A: Verstärker; Clk: Taktgeber (Clock);  $\varphi$ : Phasenverzögerung;  $F_M$ : Vielmoden-Faser; F: Einzelmode-Faser;  $I_0 \dots I_3$ : Intensitäten vom PSD;  $I'_0 \dots I'_3$ : Intensitätssignale;  $I'_r$ : Intensitätssignal des Referenzdetektors; Ch 0  $\dots$  Ch 3: analoge Eingangskanäle (Channels); RS232: RS232 Serielle Schnittstelle.

#### 4. Kalibrierung des DOAPs

Im Gegensatz dazu zeigt Abbildung 4.3 den neuen Aufbau des DOAPs in der Kalibrierungseinstellung. Zwei grundsätzliche Änderungen sind hierbei durchgeführt worden. Erstens wurde auf die Elektronik-Box zur Demodulation der Intensitätssignale verzichtet und diese durch eine optoelektronische Sensoreinheit, bestehend aus vier Photodioden und einer Verstärkerelektronik, substituiert.

Zweitens wurden die veralteten Analog-Digital Wandler durch schnellere ersetzt. Die Demodulation erfolgt erst nach der Digitalisierung. Als Analog-Digital Wandler werden zwei Messkarten von Spectrum (**Spectrum M2i.4032**) eingesetzt. Abbildung 4.4 zeigt das Blockdiagramm der Spectrum-Messkarte M2i.40xx Serie. Jede Messkarte verfügt über vier analoge Eingangskanäle. Die zwei Messkarten werden über ein optionales Erweiterungsmodul, dem Synchronization Star-Hub, miteinander synchronisiert und es werden auf diese Weise acht synchrone Eingangskanäle realisiert. Die Eingangssignale können mit einer Geschwindigkeit von 50 MS/s abgetastet werden, was bedeutet, dass alle 40 ns eine Messung erfolgen kann und so für die Experimente 500-1000 Messpunkte zur Verfügung stehen. Um eine zur gepulsten Laserdiode synchrone Abtastung zu gewährleisten, werden die Messkarten und die Laserdiode mit dem gleichen externen Taktgeber (Clk) gesteuert. Das Experiment wird manuell mit einem Trigger-Schalter ausgelöst. Mit dem selben Triggersignal werden die Messkarten getriggert, um parallel zum Experiment auch die Messung zu starten.

Umfangreiche Treiber für Windows und Linux und Bibliotheken für diverse Programmierumgebungen (Visual C++, Visual Basic, C++ Builder, Delphi, Labview, Matlab) werden zur Messkarte mitgeliefert. Im Rahmen dieser Diplomarbeit wurde Visual C++ mit .NET Framework zur Entwicklung der Software eingesetzt.

Zur Kalibrierung des DOAPs wurde die Äquator-Pol-Methode verwendet. Es wurden 72 lineare, 72 rechtszirkulare und 72 linkszirkulare Polarisationszustände durch Drehung des Linearpolarisators und des Kompensators um  $360^\circ$  in Schritten von  $5^\circ$  erzeugt und die dazugehörigen Intensitäten gemessen. Anschließend wurde mit dem bereits im vorigen Abschnitt beschriebenen Algorithmus die Gerätematrix berechnet.

In Rahmen dieser Diplomarbeit stand für die Kalibrierung kein Referenzdetektor zur Verfügung. Da aufgrund der bereits erwähnten Intensitätsschwankungen eine Messung ohne Normierung wertlos ist, wurde eine neue Methode zur Ermittlung der Referenzintensität überlegt. In Abbildung 3.6 ist das Grundprinzip des PZDs schematisch dar-

#### 4. Kalibrierung des DOAPs

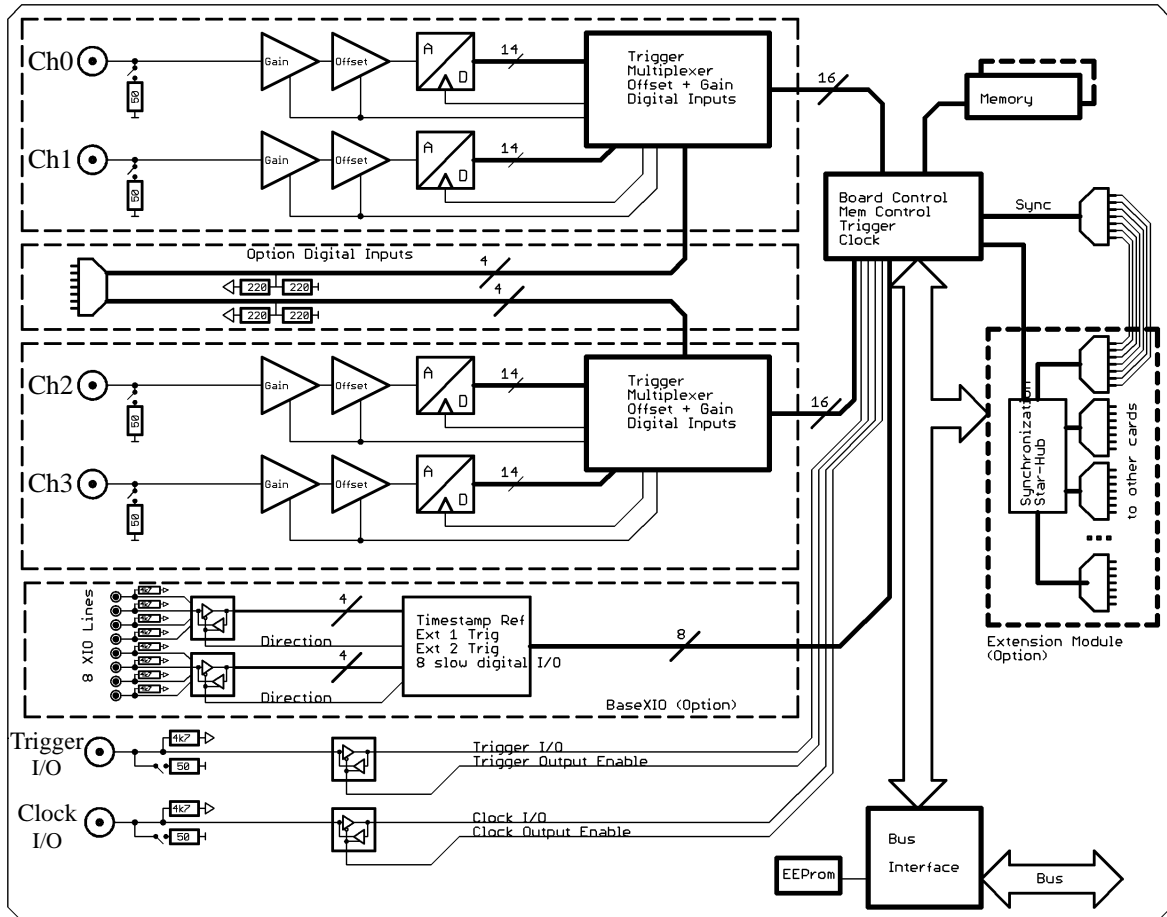


Abbildung 4.4.: Blockdiagramm der Spektrum-Messkarte (M2i.40xx Serie). Jeder Eingangskanal verfügt über einen eigenen Verstärker (Gain) und Analog-Digital Wandler. Für jeden Kanal kann unabhängig von den anderen eine Verstärkung und ein Offset eingestellt werden. [15]

gestellt. Die Intensitäten des reflektierten und transmittierten Strahls sind proportional zur Intensität des einfallenden Strahls  $i$  ( $I_{trans} = CI_i$  und  $I_{ref} = (1 - C)I_i$ ). Es wird angenommen, dass keine Absorption des Lichts erfolgt. Wenn der Strahlteiler keinen Einfluss auf den Polarisationszustand des einfallenden Strahls  $i$  hat, dann ist  $C$  konstant und unabhängig vom Polarisationszustand des Strahls  $i$ . Aus dieser Überlegung heraus ist es möglich, die Intensität des reflektierten oder transmittierten Strahls als Referenzintensität zu nutzen. Die Intensität des transmittierten Strahls lässt sich als Summe der am Detektor  $D_2$  und  $D_3$  gemessenen Intensitäten  $I_2$  und  $I_3$  schreiben. Somit lässt

#### 4. Kalibrierung des DOAPs

sich die Referenzintensität aus  $I_2$  und  $I_3$  errechnen und ist proportional zu  $I_i$

$$I_r = I_1 + I_2 = CI_i. \quad (4.7)$$

Wie gut sich diese Methode zur Messung der Referenzintensität eignet, wird im Abschnitt 4.3 behandelt.

### 4.3. Verifikation der Kalibrierung

Nachdem die Gerätematrix ermittelt wurde, gilt es die Qualität der Kalibrierung zu bestimmen. Zur Verifikation der Kalibrierung werden zuerst mit dem PZG verschiedene Polarisationszustände nach der in Abbildung 4.2 und 4.3 dargestellten Anordnung erzeugt, deren Stokes-Parameter anschließend mit dem PZD unter Verwendung der Gerätematrix gemessen werden. Die bestimmten Stokes-Parameter werden mit den theoretischen Werten verglichen, wodurch sich eine Aussage über die Qualität der Kalibration treffen lässt. Für einen ersten Test werden lineare Polarisationszustände erzeugt. Mit dem Müller-Formalismus lassen sich diese Polarisationszustände mit der Orientierung  $\theta$  wie folgt beschreiben (vergleiche Gleichung 2.28):

$$S_0^t(\theta) = 1 \quad S_1^t(\theta) = \cos 2\theta \quad S_2^t(\theta) = \sin 2\theta \quad S_3^t(\theta) = 0 \quad (4.8)$$

Bei der Aufnahme der Messdaten werden zuerst der Linearpolarisator und der Kompensator des PZGs derart eingestellt, dass linear polarisiertes Licht erzeugt wird. Anschließend werden der Linearpolarisator und der Kompensator um  $360^\circ$  in die selbe Richtung rotiert. Nach jeder Drehung um  $5^\circ$  werden die Stokes-Parameter ermittelt. Abbildung 4.5 zeigt den Vergleich zweier Messreihen mit den theoretischen Werten der Stokes-Parameter. Die strichlierten Kurven stellen die Erwartungswerte für die Stokes-Parameter dar. Die durchgehenden Kurven zeigen zwei Messreihen, wobei die Messwerte der ersten Messreihe durch Kreise und die der zweiten Messreihe durch Punkte gekennzeichnet wurden. Es ist deutlich zu sehen, dass die ermittelten Stokes-Parameter mit den Erwartungswerten nicht übereinstimmen. Dies ist auf die Normierung zurückzuführen. Die Proportionalität in Gleichung 4.7 ist also nur bedingt gegeben. Dennoch macht die Normierung mit der Referenzintensität  $I_r = I_2 + I_3$  Sinn. Aus Abbildung 4.5 ist ersichtlich, dass die Messreihen untereinander übereinstimmen. Dies machte es mög-

#### 4. Kalibrierung des DOAPs

lich, eine Tabelle aufzustellen (eine sogenannte *Lookup*-Tabelle), welche die ermittelten Werte den wahren Werten zuordnet. In Abbildung 4.6 wurden die ermittelten Stokes-Parameter mit einer *Lookup*-Tabelle korrigiert. Die Übereinstimmung der Messwerte mit den Erwartungswerten ist deutlich besser als zuvor.

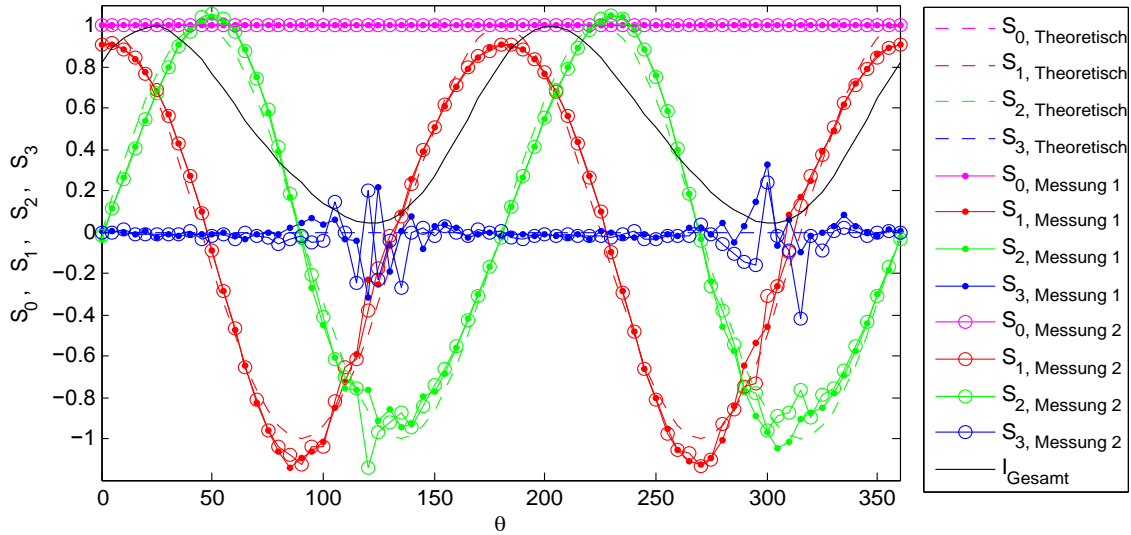


Abbildung 4.5.: Ermittelte Stokes-Parameter  $S_0 - S_3$  in Abhängigkeit von der Orientierung  $\theta$  der linearen Polarisationszustände ohne Korrektur mit einer *Lookup*-Tabelle. Die Schwingungsebene des linear polarisieren Lichts wird um  $360^\circ$  rotiert. In Schrittweiten von  $5^\circ$  werden die Stokes-Parameter ermittelt. Die strichlierten Kurven stellen die Erwartungswerte für die Stokes-Parameter dar. Die durchgehenden farbigen Kurven stellen zwei Messreihen dar. Die erste Messreihe ist mit Punkten und die zweite Messreihe mit Kreisen gekennzeichnet. Die schwarze Kurve stellt die Referenzintensität  $I_r = I_2 + I_3$  dar.

Es lässt sich jedoch noch immer eine Abweichung vom Erwartungswert erkennen, wenn die Referenzintensität (schwarze Kurve in Abbildung 4.6) stark abgesunken ist. Wie bereits erwähnt lässt sich mit einer Verzögerungsfolie vor dem Linearpolarisator des PZGs (Abbildung 4.3) ein starker Abfall der Referenzintensität vermeiden. Abbildung 4.7 zeigt die Ergebnisse für Messungen mit Verzögerungsfolie. Hier existiert eine gute Übereinstimmung der Messwerte mit den Erwartungswerten.

#### 4. Kalibrierung des DOAPs

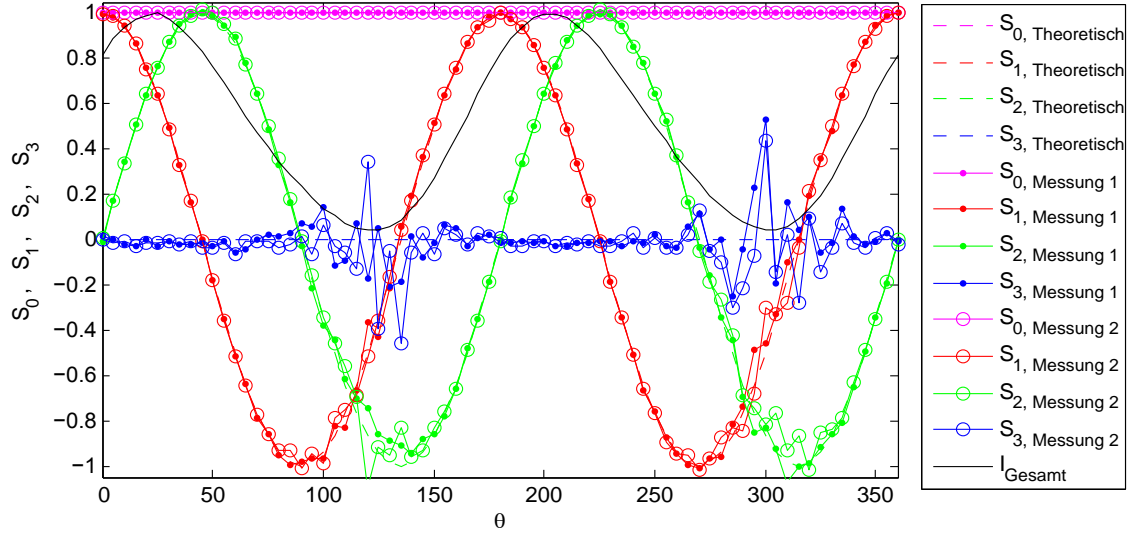


Abbildung 4.6.: Ermittelte Stokes-Parameter  $S_0 - S_3$  in Abhängigkeit von der Orientierung  $\theta$  der linearen Polarisationszustände nach der Korrektur mit einer *Lookup*-Tabelle. Die Schwingungsebene des linear polarisierten Lichts wird um  $360^\circ$  rotiert. In Schrittweiten von  $5^\circ$  werden die Stokes-Parameter ermittelt. Die strichlierten Kurven stellen die Erwartungswerte für die Stokes-Parameter dar. Die durchgehenden farbigen Kurven stellen zwei Messreihen dar. Die erste Messreihe ist mit Punkten und die zweite Messreihe mit Kreisen gekennzeichnet. Die schwarze Kurve stellt die Referenzintensität  $I_r = I_2 + I_3$  dar.

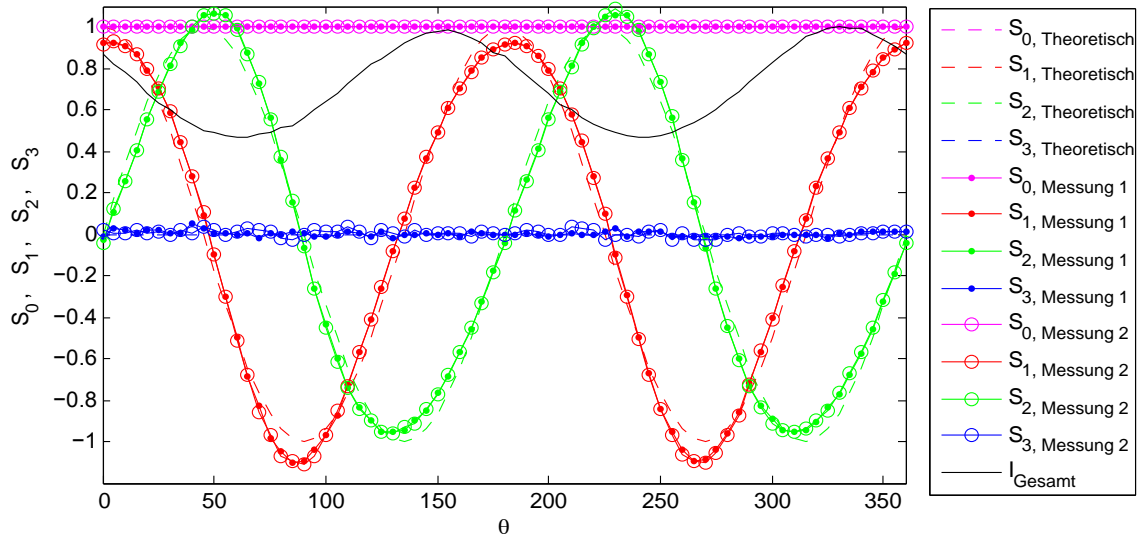
Die in Abbildung 4.8 und 4.9 dargestellten Messwerte wurden bei fixiertem Linearpolarisator und rotierendem Kompensator aufgezeichnet. Theoretisch lassen sich die erzeugten elliptischen Polarisationszustände mit dem Müller-Formalismus in Abhängigkeit von der Orientierung  $\theta$  des Kompensators wie folgt beschreiben:

$$\mathbf{S} = M_R(-\theta) M_K M_R(\theta) M_P \mathbf{S}_u = \begin{pmatrix} S_0^t(\theta) \\ S_1^t(\theta) \\ S_2^t(\theta) \\ S_3^t(\theta) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ \cos^2 2\alpha \\ -\cos(2\alpha) \sin(2\alpha) \\ -\sin(2\alpha) \end{pmatrix} \quad (4.9)$$

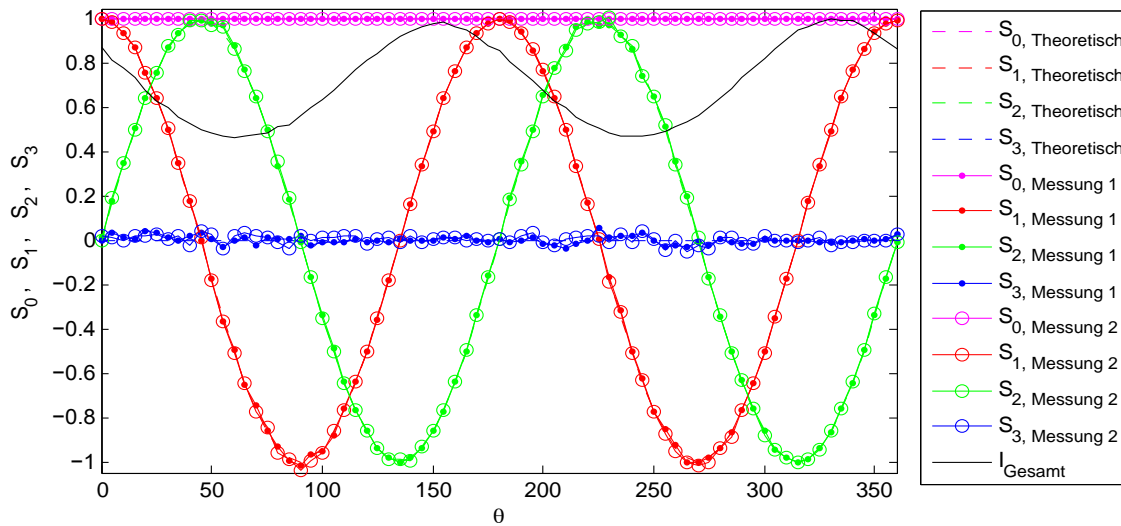
Bei diesen Messreihen lässt sich feststellen, dass eine gute Übereinstimmung der Messwerte mit den Erwartungswerten auch ohne die Verwendung einer Verzögerungsfolie möglich ist (Abbildung 4.8). Dies liegt an der Tatsache, dass die Referenzintensität nur auf 80% abfällt.



#### 4. Kalibrierung des DOAPs



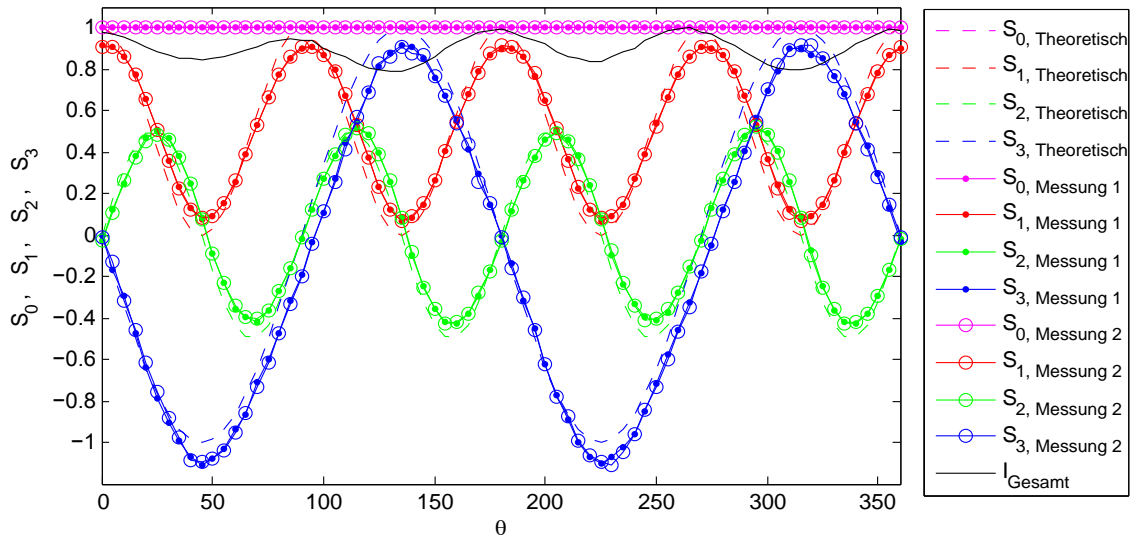
(a) Die ermittelten Stokesparameter ohne die Korrektur mit einer *Lookup*-Tabelle



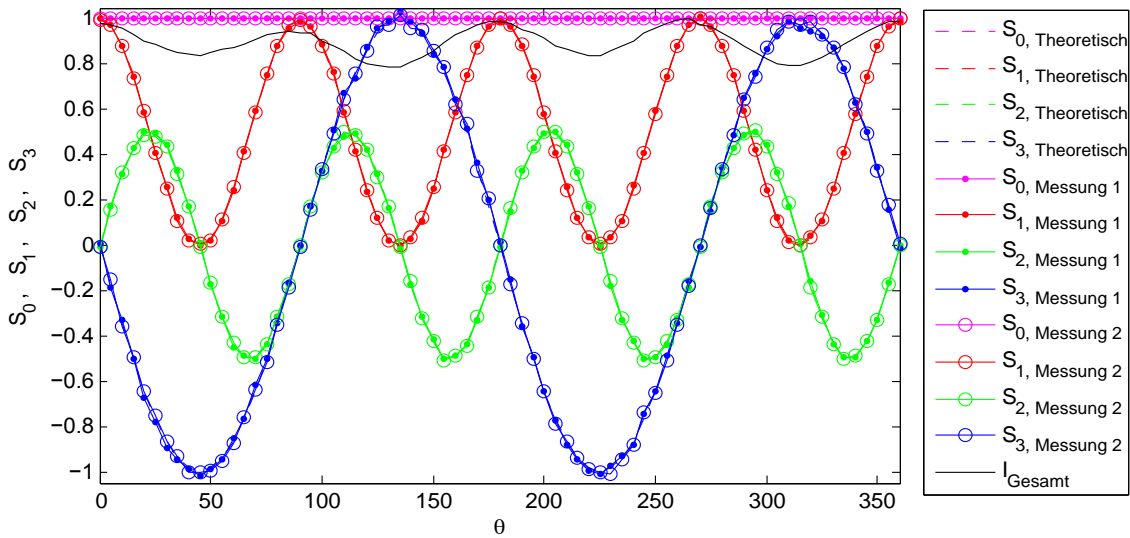
(b) Die ermittelten Stokesparameter nach der Korrektur mit einer *Lookup*-Tabelle

Abbildung 4.7.: Ermittelte Stokes-Parameter  $S_0 - S_3$  in Abhängigkeit von der Orientierung  $\theta$  der linearen Polarisationszustände mit Verzögerungsfolie. Die Schwingungsebene des linear polarisierten Lichts wird um  $360^\circ$  rotiert. In Schrittweiten von  $5^\circ$  werden die Stokes-Parameter ermittelt. Die strichlierten Kurven stellen die Erwartungswerte für die Stokes-Parameter dar. Die durchgehenden farbigen Kurven stellen zwei Messreihen dar. Die erste Messreihe ist mit Punkten und die zweite Messreihe mit Kreisen gekennzeichnet. Die schwarze Kurve stellt die Referenzintensität  $I_r = I_2 + I_3$  dar.

#### 4. Kalibrierung des DOAPs



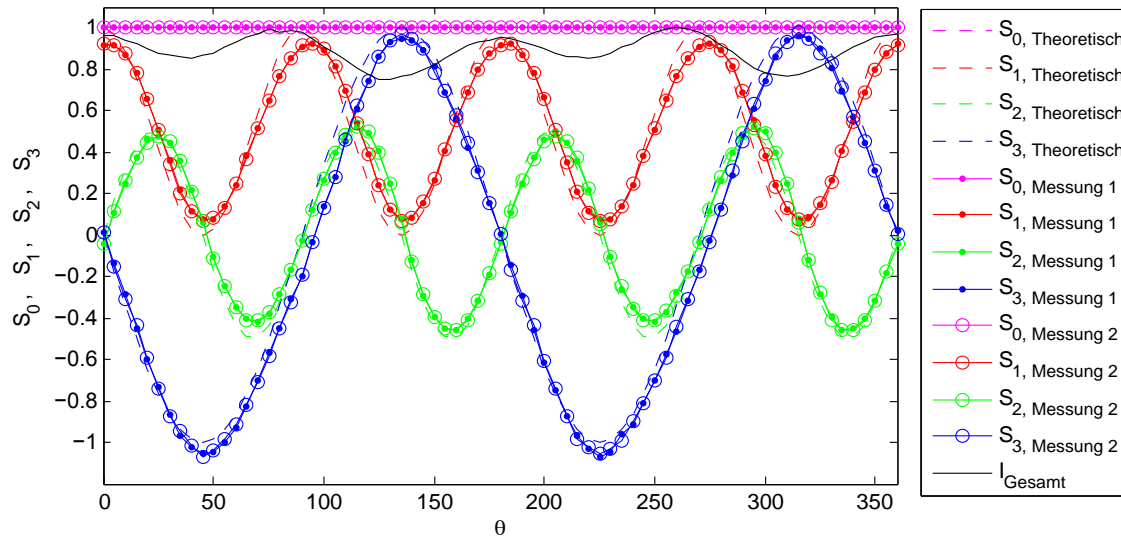
(a) Die ermittelten Stokesparameter ohne Verzögerungsfolie ohne Korrektur mit einer *Lookup*-Tabelle



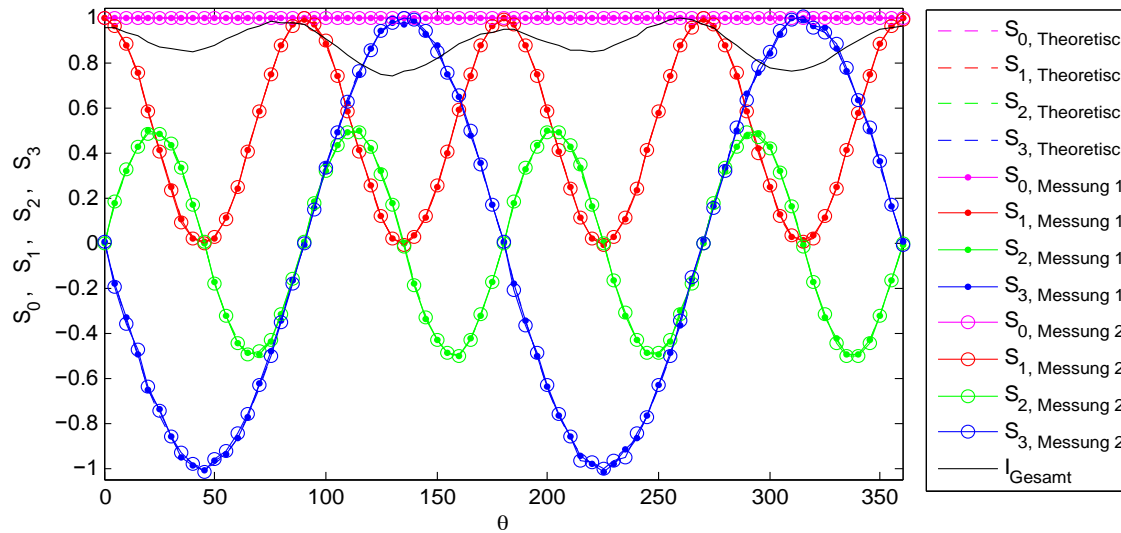
(b) Die ermittelten Stokesparameter ohne Verzögerungsfolie nach Korrektur mit einer *Lookup*-Tabelle

Abbildung 4.8.: Ermittelte Stokes-Parameter  $S_0 - S_3$  in Abhängigkeit von der Orientierung  $\theta$  des Kompensators. Der Kompensator wird um  $360^\circ$  rotiert. In Schrittweiten von  $5^\circ$  werden die Stokes-Parameter ermittelt. Die strichlierten Kurven stellen die Erwartungswerte für die Stokes-Parameter dar. Die durchgehenden farbigen Kurven stellen zwei Messreihen dar. Die erste Messreihe ist mit Punkten und die zweite Messreihe mit Kreisen gekennzeichnet. Die schwarze Kurve stellt die Referenzintensität  $I_r = I_2 + I_3$  dar.

#### 4. Kalibrierung des DOAPs



(a) Die ermittelten Stokesparameter mit Verzögerungsfolie ohne Korrektur mit einer *Lookup*-Tabelle



(b) Die ermittelten Stokesparameter mit Verzögerungsfolie nach Korrektur mit einer *Lookup*-Tabelle

Abbildung 4.9.: Ermittelte Stokes-Parameter  $S_0 - S_3$  in Abhängigkeit von der Orientierung  $\theta$  des Kompensators mit Verzögerungsfolie. Der Kompensator wird um  $360^\circ$  rotiert. In Schrittweiten von  $5^\circ$  werden die Stokes-Parameter ermittelt. Die strichlierten Kurven stellen die Erwartungswerte für die Stokes-Parameter dar. Die durchgehenden farbigen Kurven stellen zwei Messreihen dar. Die erste Messreihe ist mit Punkten und die zweite Messreihe mit Kreisen gekennzeichnet. Die schwarze Kurve stellt die Referenzintensität  $I_r = I_2 + I_3$  dar.

#### 4. Kalibrierung des DOAPs

Es ist noch wichtig zu erwähnen, dass jeder Messwert in den Abbildungen 4.5 bis 4.9 eine Mittelung über 1000 Intensitätssignale beim jeweiligen Polarisationszustand ist. Die Mittelung wird durchgeführt, da die Messsignale an den Photodektoren D0 bis D3 sehr stark schwanken (Abbildung 4.10(a)). Hier ist es möglich durch Verbesserung der optoelektronischen Sensoreinheit diese Problematik zu reduzieren. Bei der Kalibration steht genug Zeit zu Verfügung. Die Aufnahme von 1000 Messsignalen dauert nur 0,25 ms. Wie gravierend die Fehlerfortpflanzung bei der Berechnung der Stocksvektoren sein kann, zeigt Abbildung 4.11(a).

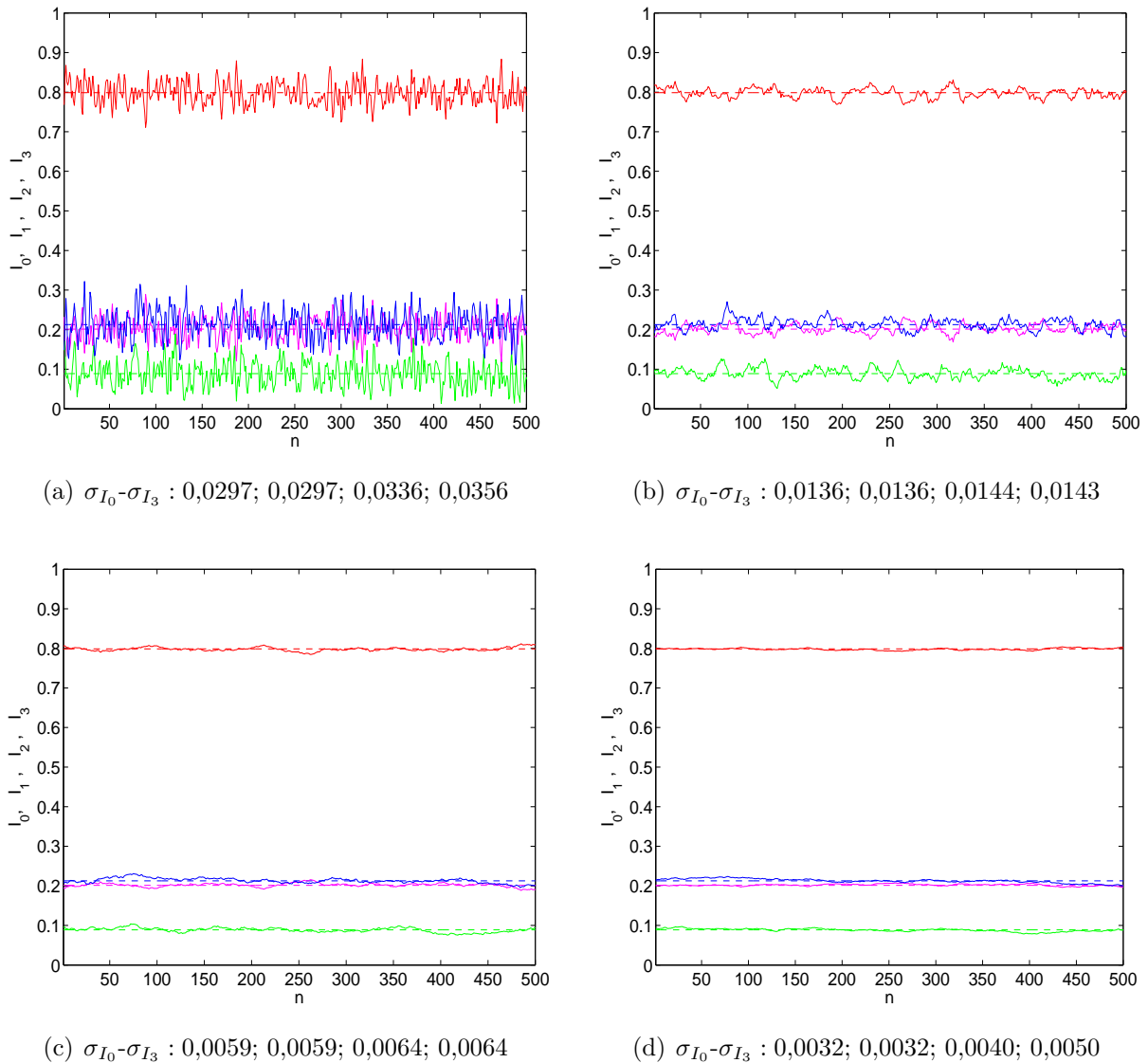


Abbildung 4.10.: Intensitätsmessungen  $I_0$  bis  $I_3$ . (a) keine Mittelung, (b) Mittelung über 10 Werte, (c) Mittelung über 50 Werte, (d) Mittelung über 100 Werte

#### 4. Kalibrierung des DOAPs

Der Stokes-Parameter  $S_3$  schwankt zwischen  $-0,5$  und  $0,5$ . Der Erwartungswert ist jedoch Null. Wenn man berücksichtigt, dass die Stokes-Parameter auf 1 normiert sind, also nur Werte zwischen  $-1$  und  $1$  annehmen können, ist die Schwankung dramatisch.

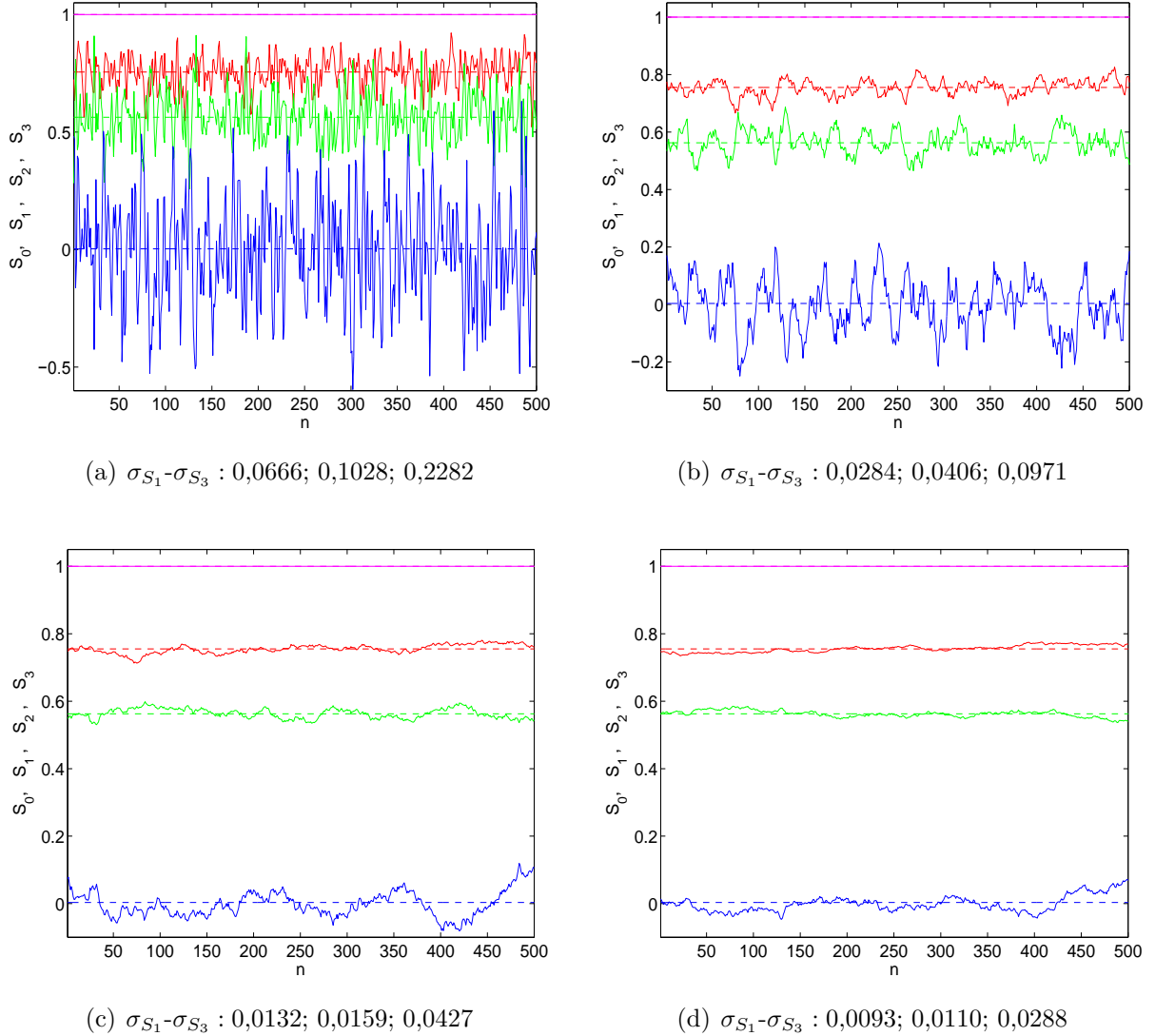


Abbildung 4.11.: Berechnung der Stokes-Parameter aus den Intensitätsmessungen. (a) keine Mittelung, (b) Mittelung über 10 Werte, (c) Mittelung über 50 Werte, (d) Mittelung über 100 Werte

Beim Pulsheiz-Experiment muss die gesamte Messung in weniger als  $0,1$  ms erfolgen, weshalb eine Mittelung über 1000 Werte nicht möglich ist. Es ist von Interesse zu wissen, über wie viele Werte gemittelt werden muss, damit eine ausreichende Messgenauigkeit erreicht wird. Abbildung 4.12 veranschaulicht die Standardabweichung in Abhängigkeit

#### 4. Kalibrierung des DOAPs

von der Anzahl der Mittelungen. Sehr schön zu erkennen ist, dass bei einer Mittelung über 10 Messwerte die Standardabweichung stark abnimmt und ab einer Mittelung über 50 Messwerte schon eine ausreichende Genauigkeit erreicht wird. Die Intensitätsschwankungen bzw. die Schwankung der Stokes-Parameter bei einer Mittelung über 10, 50, und 100 Messwerte sind in den Abbildungen 4.10(b), 4.10(c), 4.10(d) bzw. 4.11(b), 4.11(c) und 4.11(d) dargestellt. Bei einer Mittelung über 50 Werte dauert die Aufnahme eines Messpunkts  $12,5 \mu\text{s}$ . Wenn man bedenkt, dass die gesamte Messdauer beim Pulsheiz-Experiment in etwa  $50 \mu\text{s}$  beträgt, ist ohne eine Minimierung des Signalrauschens die Verwendung des neu aufgebauten DOAPs für das Pulsheiz-Experiment nicht einsetzbar.

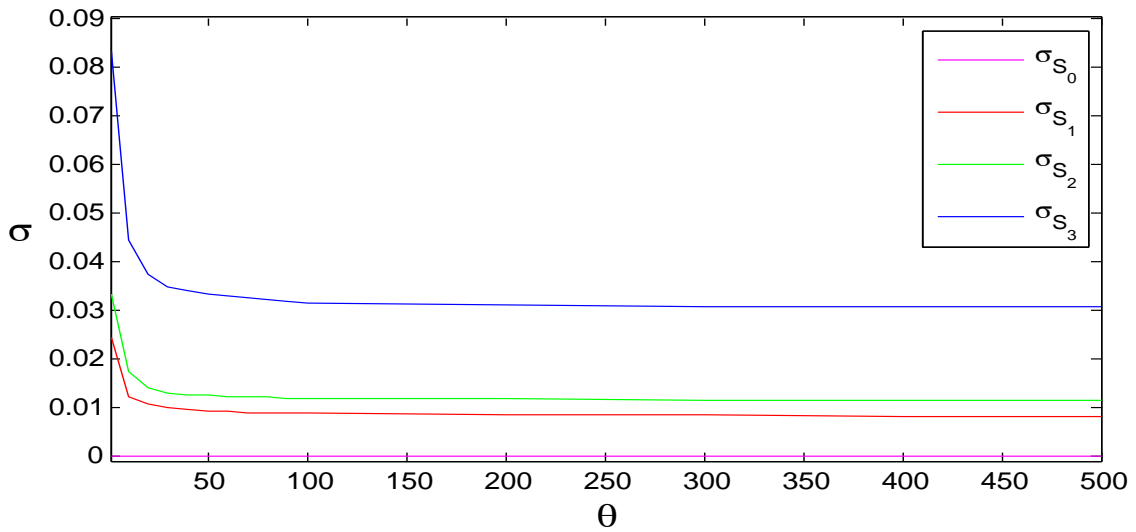


Abbildung 4.12.: Die Standardabweichung  $\sigma$  der berechneten Stokes-Parameter in Abhängigkeit von der Anzahl der Mittelungen.

##### 4.3.1. Qualität der Kalibration

Um eine quantitative Aussage über die Qualität der Kalibration treffen zu können, wird die mittlere Abweichung der Messwerte von den theoretischen Erwartungswerten berechnet.

$$\Delta S_i = \frac{1}{n} \sum_{\theta=0}^{360} |S_{i,\theta} - S_i^t(\theta)| \quad i = 1, 2, 3 \quad (4.10)$$

#### 4. Kalibrierung des DOAPs

$$\Delta S_{total} = \sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2} \quad (4.11)$$

Einen Überblick über die mittleren Abweichungen der Messwerte gibt Tabelle 4.1. Es werden nur Messreihen betrachtet, die mit einer *Loockup*-Tabelle korrigiert sind. Man erkennt, dass die größte Unsicherheit in der zirkularen Komponente des Stokes-Vektors  $S_3$  steckt. Dieser Fehler ist auf die optischen Fehler des Kompensators zurückzuführen. Bei der Messreihe mit dem rotierenden Linearpolarisator lässt sich mit der Verzögerungsfolie die mittlere Abweichung deutlich verringern. Bei der Messreihe mit dem rotierenden Kompensator jedoch ist keine erwähnenswerte Verbesserung zu bemerken. Daraus kann man schließen, dass nur für bestimmte Polarisationszustände die Verzögerungsfolie eine Verbesserung garantiert. Alle Polarisationszustände, für deren Erzeugung die Orientierung des Linearpolarisators des PZGs in einem Winkel von etwa  $90^\circ \pm 30^\circ$  zur Schwingungsebene des polarisierten Laserlichts steht, sollten mit der Verwendung einer Verzögerungsfolie gemessen werden. Für diese Polarisationszustände sinkt die Referenzintensität auf 25% ab.

Tabelle 4.1.: Die mittlere Abweichung der Messwerte nach der Korrektur mit einer Lookup-Tabelle.

Messreihe	$\Delta S_1$	$\Delta S_2$	$\Delta S_3$	$\Delta \mathbf{S}_{total}$
rotierender Linearpolarisator ohne Verzögerungsfolie	0,0191	0,0226	0,0568	<b>0,0640</b>
rotierender Linearpolarisator mit Verzögerungsfolie	0,0067	0,0076	0,0133	<b>0,0167</b>
rotierender Kompensator ohne Verzögerungsfolie	0,0046	0,0055	0,0114	<b>0,0134</b>
rotierender Kompensator mit Verzögerungsfolie	0,0039	0,0056	0,0102	<b>0,0122</b>

## 5. Zusammenfassung und Ausblick

Die Kalibration des neuen DOAP-Aufbaus konnte mit den in Tabelle 5.1 aufgelisteten mittleren Abweichungen bestimmt werden. Nun gilt es geeignete Experimente aufzustellen und zu testen für welche Experimente die erzielte Genauigkeit ausreicht und für welche nicht.

Tabelle 5.1.: Die mittlere Abweichung der Messwerte nach der Korrektur mit einer Lookup-Tabelle unter der Verwendung einer Verzögerungsfolie.

Messreihe	$\Delta S_1$	$\Delta S_2$	$\Delta S_3$	$\Delta S_{\text{total}}$
Lineare Polarisationszustände	0,0067	0,0076	0,0133	<b>0,0167</b>
Elliptische Polarisationszustände	0,0039	0,0056	0,0102	<b>0,0122</b>

Die Messsignale des neuen DOAP-Aufbaus unterliegen starkem Rauschen. Aus diesem Grund muss beim Kalibrieren und Messen über mehr als 50 Messwerte gemittelt werden. Bei der Kalibration steht genug Zeit zur Verfügung. Somit stellt die Mittelung nur bei der Messung ein Problem dar, denn das Pulsheiz-Experiment ist circa nach 50  $\mu\text{s}$ , abhängig vom zu untersuchenden Material, beendet.

Vorerst stand beim neuen DOAP-Aufbau kein Referenzdetektor für die Normierung der Intensitätsmessungen zur Verfügung. Auf diesen soll, wenn möglich, verzichtet werden. Da jedoch die Normierung für die Kalibration unerlässlich ist, wurde eine neue Methode zur Bestimmung der Referenzintensität überlegt. Diese Messmethode hat den Nachteil, dass eine sogenannte *Lookup*-Tabelle notwendig ist, um die gemessenen Stokes-Parameter den wahren Werten zuzuordnen. Der große Vorteil jedoch wäre der Verzicht auf einen Referenzdetektor. Es gilt noch zu überprüfen ob diese neue Methode so modifiziert werden kann, dass eine *Lookup*-Tabelle überflüssig wird.



# A. Umrechnung zwischen Jones- und Müllermatrix

Eine Transformation mittels der Jones-Matrix lässt sich wie folgt darstellen:

$$\mathbf{E}_{\text{out}} = J\mathbf{E}_{\text{in}} \quad (\text{A.1})$$

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix}_{\text{out}} = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix}_{\text{in}} \quad (\text{A.2})$$

Dabei sind  $\mathbf{E}_{\text{in}}$  und  $\mathbf{E}_{\text{out}}$  die Polarisationszustände des Lichts vor und nach der Wechselwirkung mit dem zu untersuchenden Medium. Für das Kronecker-Produkt von  $\mathbf{E}_{\text{out}}$  und  $\mathbf{E}_{\text{out}}^*$  ergibt sich:

$$\mathbf{E}_{\text{out}} \otimes \mathbf{E}_{\text{out}}^* = J\mathbf{E}_{\text{in}} \otimes J^*\mathbf{E}_{\text{in}}^* = (J \otimes J^*)(\mathbf{E}_{\text{in}} \otimes \mathbf{E}_{\text{in}}^*) \quad (\text{A.3})$$

Mit  $C$ , bekannt als Coherency-Vektor

$$C = (\mathbf{E} \otimes \mathbf{E}^*) = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} E_x^* \\ E_y^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_x E_x^* \\ E_y E_x^* \\ E_x E_y^* \\ E_y E_y^* \end{pmatrix} \quad (\text{A.4})$$

erhält man aus Gleichung A.3 die Folgende:

$$\mathbf{C}_{\text{out}} = (J \otimes J^*)\mathbf{C}_{\text{in}}. \quad (\text{A.5})$$

### A. Umrechnung zwischen Jones- und Müllermatrix

Aus der Definition des Stokes-Vektors ergibt sich der folgende Zusammenhang zwischen dem Coherency- und dem Stokes-Vektor:

$$\mathbf{S} = A\mathbf{C},$$
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & i & -i & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.6})$$

$$\mathbf{S}_{out} = A(J \otimes J^*)A^{-1}\mathbf{S}_{in} = M\mathbf{S}_{in} \quad (\text{A.7})$$

Die Müllermatrix ist gegeben durch

$$M = A(J \otimes J^*)A^{-1} \quad (\text{A.8})$$

## B. Strahlteiler Konfiguration für DOAP

In diesem Anhang wird darauf eingegangen, welche optischen Elemente gewählt werden müssen und wie diese angeordnet werden sollten, damit der komplette Stokes-Vektor mit dem DOAP bestimmt werden kann. Diese Thematik wird [2] behandelt. Wie bereits in Abschnitt 3.1.4 erwähnt, kann man durch Einfügen eines doppelbrechenden und dichroitischen Mediums zwischen dem Strahlteiler und einem der Wollaston Prismen, alle Stokes-Parameter mit dem DOAP bestimmen. Die Anordnung ist jedoch technisch nicht die eleganteste Lösung. Eine bessere Lösung wäre einen Strahlteiler zu wählen, der die Polarisation des einfallenden Strahles ändert. Es wird angenommen, dass die p- und s-Polarisation die Eigenpolarisation der Reflexion und Brechung sind. Dies trifft auf spiegelnde, isotrope Medien zu. Die Reflexionsmüllermatrix eines solchen Mediums lautet:

$$R = \bar{r} \begin{bmatrix} 1 & -\cos 2\Psi_r & 0 & 0 \\ -\cos 2\Psi_r & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sin 2\Psi_r \cos \Delta_r & \sin 2\Psi_r \sin \Delta_r \\ 0 & 0 & -\sin 2\Psi_r \sin \Delta_r & \sin 2\Psi_r \cos \Delta_r \end{bmatrix} \quad (\text{B.1})$$

Die Transmissionsmüllermatrix  $T$  erhält man, indem das  $r$  durch  $t$  ersetzt wird.  $\bar{r}$  und  $\bar{t}$  sind das Reflexions- und Transmissionsvermögen des Strahlteilers für unpolarsiertes oder zirkularpolarisiertes Licht.  $(\Psi_r, \Delta_r)$  und  $(\Psi_t, \Delta_t)$  sind die ellipsometrischen Parameter des reflektierten und transmittierten Strahls. Wird  $R$  und  $T$  in Gleichung 2.20 eingesetzt und für die Orientierung der Wollaston-Prismen  $A_1 = A_2 = \frac{1}{4}\pi$  gewählt, so ergibt sich

## B. Strahlteiler Konfiguration für DOAP

für die Gerätematrix

$$\mathcal{F} = \begin{bmatrix} C_1 \bar{r} & -C_1 \bar{r} \cos 2\Psi_r & C_1 \bar{r} \sin 2\Psi_r \cos \Delta_r & C_1 \bar{r} \sin 2\Psi_r \sin \Delta_r \\ C_2 \bar{r} & -C_2 \bar{r} \cos 2\Psi_r & -C_2 \bar{r} \sin 2\Psi_r \cos \Delta_r & -C_2 \bar{r} \sin 2\Psi_r \sin \Delta_r \\ C_3 \bar{t} & -C_3 \bar{t} \cos 2\Psi_t & C_3 \bar{t} \sin 2\Psi_t \cos \Delta_t & C_3 \bar{t} \sin 2\Psi_t \sin \Delta_t \\ C_4 \bar{t} & -C_4 \bar{t} \cos 2\Psi_t & -C_4 \bar{t} \sin 2\Psi_t \cos \Delta_t & -C_4 \bar{t} \sin 2\Psi_t \sin \Delta_t \end{bmatrix} \quad (\text{B.2})$$

Nun gilt es die Bedingungen zu bestimmen unter denen die Gerätematrix nicht singulär wird, also die Determinante nicht Null wird:

$$\det \mathcal{F} = 4(C_1 C_2 C_3 C_4) \bar{r}^2 \bar{t}^2 \sin 2\Psi_r \sin 2\Psi_t (\cos 2\Psi_r - \cos 2\Psi_t) \sin(\Delta_r - \Delta_t) \neq 0 \quad (\text{B.3})$$

Folgende Voraussetzungen müssen erfüllt sein:

$$C_k \neq 0, \text{ mit } k = 1, 2, 3, 4 \quad (\text{B.4a})$$

$$\bar{r} \neq 0 \text{ und } \bar{t} \neq 0 \quad (\text{B.4b})$$

$$\Psi_r \neq \Psi_t \neq 0 \text{ oder } \frac{1}{2}\pi \quad (\text{B.4c})$$

$$\Delta_r \neq \Delta_t \neq 0 \text{ oder } \pm \pi \quad (\text{B.4d})$$

# Literaturverzeichnis

- [1] R.M.A. Azzam. Division-of-amplitude Photopolarimeter (DOAP) for the simultaneous measurement of all four Stokes parameters of light. *Optica Acta: International Journal of Optics*, 29(5):685–689(5), 1982. <http://www.informaworld.com/10.1080/713820903>.
- [2] R.M.A. Azzam. Beam-splitters for the division-of-amplitude photopolarimeter. *Journal of Modern Optics*, 32:1407–1412, 1985. <http://www.informaworld.com/smpp/content~db=all~content=a713821665>.
- [3] R.M.A. Azzam. Instrument matrix of the four-detector photopolarimeter: physical meaning of its rows and columns and constraints on its elements. *J. Opt. Soc. Am. A*, 7(1):87–91, 1990. <http://josaa.osa.org/abstract.cfm?URI=josaa-7-1-87>.
- [4] R.M.A. Azzam and N.M. Bashara. *Ellipsometry and Polarized Light*. North-Holland, first edition edition, 1977.
- [5] R.M.A. Azzam and Ali G. Lopez. Accurate calibration of the four-detector photopolarimeter with imperfect polarizing optical elements. *J. Opt. Soc. Am. A*, 6(10):1513–1521, 1989. <http://josaa.osa.org/abstract.cfm?URI=josaa-6-10-1513>.
- [6] R.M.A. Azzam, E. Masetti, I. M. Elminyaw, and F. G. Grosz. Construction, calibration, and testing of a four-detector photopolarimeter. *Review of Scientific Instruments*, 59:84–88, Jänner 1988. <http://adsabs.harvard.edu/abs/1988RScI...59...84A>.
- [7] E. A. Saleh Bahaa and Carl Teich Malvin. *Grundlagen der Photonik*. Wiley, 2008.

- [8] Christian Brosseau. *Fundamentals of polarized light*. Wiley, 1998.
- [9] Claus Cagran. Untersuchung des Emissionsverhaltens flüssiger Metalle mittels Photopolarimetrie und Mehrwellenlängenpyrometrie. Dissertation, Technische Universität Graz, April 2004.
- [10] A. De Martino, E. Garcia-Caurel, and B. Laude. General methods for optimized design and calibration of Mueller polarimeters. *Thin Solid Films*, 455–456:112–119, 2004. <http://www.citeulike.org/user/obarriel/article/6123740>.
- [11] Hiroyuki Fujiwara. *Spectroscopic Ellipsometry: Principles and Applications*. Maruzen Co. Ltd, Tokyo, Japan, 2007.
- [12] S. Krishnan. Calibration, properties, and applications of the division-of-amplitude photopolarimeter at 632.8 and 1523 nm. *J. Opt. Soc. Am. A*, 9(9):1615–1622, 1992. <http://josaa.osa.org/abstract.cfm?URI=josaa-9-9-1615>.
- [13] Shih-Yau Lu and Russell A. Chipman. Interpretation of Mueller matrices based on polar decomposition. *J. Opt. Soc. Am. A*, 13(5):1106–1113, 1996. <http://josaa.osa.org/abstract.cfm?URI=josaa-13-5-1106>.
- [14] Franz Sachsenhofer. Data evaluation for pulse heating experiments combined with emissivity measurements using a division-of-amplitude photopolarimeter. Diplomarbeit, Technische Universität Graz, Juli 2000.
- [15] Spectrum Systementwicklung Microelectronic GmbH. *Hardware Manual and Software Driver Manual for M2i.40xx*, März 2009. <http://www.spectrum-instrumentation.com>.

# Abbildungsverzeichnis

2.1. Polarisationsellipse im $(\epsilon, \theta)$ -Koordinatensystem . . . . .	4
2.2. Die Wellenfront einer ebenen Welle mit dem Wellenvektor $\mathbf{k}$ . . . . .	6
2.3. Polarisationsellipse im $(\Psi, \Delta)$ -Koordinatensystem . . . . .	8
2.4. Schematische Darstellung der Wechselwirkung eines polarisierten Lichtstrahls mit zwei Medien . . . . .	9
2.5. Graphische Darstellung der Stokes-Vektoren mittels Poincaré-Kugel . . . . .	14
2.6. Schematische Darstellung der Wechselwirkung eines polarisierten Lichtstrahls mit zwei Medien . . . . .	15
2.7. Schematische Darstellung des Strahlengangs in einem Wollaston-Prisma . . . . .	20
3.1. Prinzip der Ellipsometrie . . . . .	21
3.2. Schematische Darstellung des RAEs . . . . .	22
3.3. Schematische Darstellung des RAEmKs . . . . .	26
3.4. Schematische Darstellung des RKEs . . . . .	27
3.5. Schematische Darstellung des DOAPs . . . . .	28
3.6. Schematische Darstellung des Polarisationszustandsdetektors eines DOAPs . . . . .	29
4.1. Referenzintensität $I_r$ in Abhängigkeit von der Orientierung $\theta$ des Linearpolarisators . . . . .	36
4.2. Schematische Darstellung des experimentellen Aufbaus zur Kalibrierung des DOAPs mittels Analogelektronik . . . . .	37
4.3. Schematische Darstellung des experimentellen Aufbaus zur Kalibrierung des DOAPs mittels Digitalelektronik . . . . .	38
4.4. Blockdiagramm der Spektrum-Messkarte (M2i.40xx Serie) . . . . .	40
4.5. Ermittelte Stokes-Parameter in Abhängigkeit von der Orientierung $\theta$ der linearen Polarisationszustände ohne Korrektur . . . . .	42
4.6. Ermittelte Stokes-Parameter in Abhängigkeit von der Orientierung $\theta$ der linearen Polarisationszustände nach der Korrektur . . . . .	43

## Abbildungsverzeichnis

4.7. Ermittelte Stokes-Parameter in Abhängigkeit von der Orientierung $\theta$ der linearen Polarisationszustände mit Verzögerungsfolie . . . . .	44
4.8. Ermittelte Stokes-Parameter in Abhängigkeit von der Orientierung $\theta$ des Kompensators . . . . .	45
4.9. Ermittelte Stokes-Parameter in Abhängigkeit von der Orientierung $\theta$ des Kompensators mit Verzögerungsfolie . . . . .	46
4.10. Intensitätsmessungen $I_0$ bis $I_3$ . . . . .	47
4.11. Berechnung der Stokes-Parameter aus den Intensitätsmessungen . . . . .	48
4.12. Die Standardabweichung $\sigma$ der berechneten Stokes-Parameter in Abhängigkeit von der Anzahl der Mittelungen . . . . .	49



# Tabellenverzeichnis

- 3.1. Eigenschaften der verschiedenen Ellipsometeranordnungen . . . . . 32
- 4.1. Die mittlere Abweichung der Messwerte nach der Korrektur mit einer  
Lookup-Tabelle. . . . . 50
- 5.1. Die mittlere Abweichung der Messwerte nach der Korrektur mit einer  
Lookup-Tabelle unter der Verwendung einer Verzögerungsfolie. . . . . 51

# Danksagung

Diese Diplomarbeit entstand unter der Leitung von Herrn Ao.Univ.-Prof. Dr. Gernot Pottlacher am Institut für Experimentalphysik. An dieser Stelle möchte ich mich bei meinem Betreuer Prof. Pottlacher für seine überaus freundliche und gute Betreuung bedanken.

Insbesondere bedanke ich mich bei Dr. Claus Cagran für die Einführung in meine Tätigkeiten in der Arbeitsgruppe Subsekunden-Thermophysik und für die ständig und kompetente Mitbetreuung.

Mein ganz besonderer Dank gilt auch meinen Kollegen Dipl.-Ing. Harald Reschab und Alexander Schmon und der gesamten Arbeitsgruppe für die überaus gute Arbeitsatmosphäre und den vielen bereichernden Fachdiskussionen.

Bei dieser Gelegenheit möchte ich meinen Eltern für jegliche Unterstützung während meiner Studienzeit einen herzlich Dank aussprechen.

Graz, Oktober 2010

Kirmanj AZIZ

Deutsche Fassung:  
Beschluss der Curricula-Kommission für Bachelor-, Master- und Diplomstudien vom 10.11.2008  
Genehmigung des Senates am 1.12.2008

## EIDESSTÄTTLICHE ERKLÄRUNG

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen/Hilfsmittel nicht benutzt, und die den benutzten Quellen wörtlich und inhaltlich entnommene Stellen als solche kenntlich gemacht habe.

Graz, am .....

.....  
(Unterschrift)

Englische Fassung:

## STATUTORY DECLARATION

I declare that I have authored this thesis independently, that I have not used other than the declared sources / resources, and that I have explicitly marked all material which has been quoted either literally or by content from the used sources.

.....  
date

.....  
(signature)