

Christian Schennach

Generische Randbedingungen für Substrukturen zur vibro-akustischen Simulation des Gesamtmotors: Entwicklung und FEM Anwendung

Diplomarbeit

durchgeführt am
Institut für Verbrennungskraftmaschinen und Thermodynamik
Technische Universität Graz
Vorstand: Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Helmut Eichlseder

Betreuer: Ao. Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Hans-Herwig Priebisch

Betreuer Kompetenzzentrum Das virtuelle Fahrzeug mbH:
Eugène Nijman J.M. M.Sc, Dipl.-Ing. Josef Girstmair

Graz, 2012

Widmung:

Diese Diplomarbeit ist meinem Vater Jakob und meiner Mutter Gerda gewidmet, die mir mein Studium ermöglichten, meinem Bruder Oliver der mir stets hilfreiche Ratschläge gab und meiner liebevollen Freundin Eva, die mich immer unterstützte.

Vorwort:

Die vorliegende Diplomarbeit wurde am Institut für Verbrennungskraftmaschinen und Thermodynamik durchgeführt und die Betreuung erfolgte über das Kompetenzzentrum "Das virtuelle Fahrzeug".



Bei Herrn Ao. Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Hans-Herwig Prietsch möchte ich mich für die Ermöglichung dieser Diplomarbeit und die Unterstützung, die mir am Kompetenzzentrum gewährt wurde, herzlich bedanken.

Des weiteren gilt mein besonderer Dank Herrn Eugène Nijman J.M. M.Sc für die stets freundliche und äußerst kompetente Unterstützung. Seine Hilfe trug erheblich zur Entstehung dieser Diplomarbeit bei.

Als sehr große Hilfe bei jeglichen auftretenden Problemen und Fragen erwies sich Herr Dipl.-Ing. Josef Girstmair, der sich stets Zeit für mich nahm und mich erheblich unterstützte. Dafür möchte ich mich herzlich bedanken.

Ebenso bedanke ich mich beim gesamten Team der Area C, das mich herzlich aufgenommen hat und mir stets ausgezeichnete Hilfestellung leistete.

Eidesstaatliche Erklärung

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen/Hilfsmittel nicht benutzt, und die den benutzten Quellen wörtlich und inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe.

Graz, am

.....

(Unterschrift)

Kurzfassung

Im Motorenbau ist die akustische Optimierung ein wichtiger Aufgabenbereich. Um Kosten und Zeit zu sparen, sollte diese im Entwicklungsprozess so früh wie möglich stattfinden.

Das Ziel der NVH Optimierung einzelner Motorkomponenten ist es, ein bestimmtes gewünschtes NVH Verhalten im frühen Entwicklungsprozess zu erreichen. Im Simulationsmodell der zu optimierenden Komponente müssen die Einflüsse angrenzender Bauteile berücksichtigt werden, da teilweise starke dynamische Kopplungen auftreten können. Der Gegenstand dieser Studie ist es, Randbedingungen in FEM Modellen von Motorkomponenten so zu definieren, dass sich die zu optimierenden Komponenten so verhalten, als würden sie im Gesamtsystem untersucht werden. Das Problem hierbei ist, dass in dieser Phase im Allgemeinen die exakten Formen der angrenzenden Bauteile unbekannt sind, da viele verschiedene Designvariationen möglich sind. Diese Randbedingungen stehen repräsentativ für alle möglichen strukturellen Konfigurationen angrenzender Subsysteme. Anders gesagt repräsentieren diese Randbedingungen nur die typischen Eigenschaften, welche die angrenzenden Bauteile in all ihren möglichen Designs gemeinsam haben, wie die strukturelle Form und Materialdicke. Spezifische Parameter einzelner möglicher Designs, wie Eigenfrequenzen und genaue Form werden nicht berücksichtigt. Ein derartiges Verhalten kann mittels unendlicher Strukturen dargestellt werden. Um solche unendlichen Körper zu modellieren wird an endliche Körper eine geeignete Dämpfung angebracht, damit keine Wellen reflektiert werden.

Da in der Realität jedes Bauteil aus Platten und Balken modelliert werden kann, werden hier Dämpfungsmethoden entwickelt, wodurch diese ein ähnliches Schwingungsverhalten aufweisen, wie unendliche Platten und Balken. Es wird beschrieben wie die Anzahl der benötigten Dämpfer, der jeweilige Dämpferabstand und die einzelnen Dämpferimpedanzen zu berechnen sind. Anschließend werden diese Methoden auf ein reales Bauteil, die Ölwanne, übertragen. Es wird ein Ersatzmodell entworfen und mittels Vergleich von verschiedenen Übertragungsfunktionen eines Kurbelgehäuses mit realer, modellierter und ohne Ölwanne, die Gültigkeit dieser entwickelten Methodik überprüft. Die modellierte Ersatzölwanne repräsentiert das dynamische Verhalten einer realen Ölwanne in einem großen Frequenzbereiche sehr gut.

Abstract

Generic sub-structure boundary conditions in view of the vibro-acoustic simulation of the engine assembly: definition and FEM application

Acoustic optimization is an essential task in engine development and engineering. In order to save time and to reduce overall costs such optimization processes should be considered already at early stages in the engine development process.

The goal of the NVH optimisation of separate engine components is to achieve a certain desired NVH performance at assembly level. In the simulation model of the component to be optimised, the presence of the neighbouring structures shall therefore somehow be accounted for, especially as strong dynamic interaction may occur. The subject of this study is the definition and application of boundary conditions to FEM models of engine components in such a way as to emulate the complete engine assembly behaviour. The problem is that in general the exact shapes of the neighbouring structures are unknown, since many design variations may be possible. The boundary conditions which will be installed shall therefore be representative for all possible structural permutations (or configurations) of the adjacent sub-systems. These boundary conditions shall, in other words, only represent the typical features which are shared by the complete set of possible varieties of adjacent subsystems such as shape of the structural interface and material thickness. Specific parameters of single elements of the set, such as vibration mode eigenfrequencies and shapes pertaining to a specific adjacent subsystem design, shall be omitted. Such a behaviour can be represented by infinite structures. In order to realise such infinite subsystems progressive structural damping is applied in order to realise an anechoic termination.

In reality, every part can be modeled using plates and beams. The damping methods developed here allow for such plates and beams to represent nearly the same vibration behaviour as if they were infinite. It is described how to calculate the number of needed dampers, their distances between each other and how the impedances of each damper should be chosen. In addition, the methods developed here are extended and further tested on a real component, namely an oil pan. The novel methods were validated by comparing the transfer functions of a crankcase, which is the component to be optimised, with a real and a modeled oil pan as well as without an oil pan. The modeled oilpan represents the dynamic behaviour of a real oilpan in a large frequency range very well.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	8
1.1	Allgemeines	8
1.2	Stand der Technik	8
1.3	Aufgabenstellung	11
1.4	Gliederung der Arbeit	11
1.5	Zusammenfassung	12
1.6	Ausblick	14
2	Grundlagen zu Biegewellen	16
2.1	Allgemeines	16
2.2	Biegewellen	16
2.2.1	Biegeschwingungen bei Stäben	22
2.2.2	Biegeschwingungen bei Platten	24
3	Schwingungsanalyse beim Balken	27
3.1	Aufgabenstellung	27
3.2	Modellbildung	27
3.2.1	Übertragungsfunktion des ersten Balkenelementes	27
3.2.1.1	Bestimmung der Teilimpedanzen	29
3.2.1.2	Erweiterung der Übertragungsfunktion mit Dämpfungs- konstanten	33
3.2.2	Übertragungsfunktion der ersten beiden Balkenelemente	34
3.2.3	Fünf Balkenelemente	35
3.3	Schwingungsanalyse	37
3.3.1	Untersuchung am ungedämpften Balken	37
3.3.2	Erste Untersuchungen am gedämpften Balken:	38
3.3.2.1	Ein Dämpfer	39
3.3.2.2	Zwei Dämpfer	40
3.3.3	Methodenentwicklung um eine optimale Dämpfung zu erreichen:	41
3.3.3.1	Erste Methode: Untersuchung mit gleichbleibendem Ab- stand zwischen den einzelnen Dämpfern	41
3.3.3.2	Zweite Methode: Der Abstand zwischen den einzelnen Dämpfern wird jeweils halbiert	47
3.3.3.3	Dritte Methode: konstanter Dämpferabstand, welcher klei- ner ist als die kleinste halbe Wellenlänge	51
3.4	Optimale Dämpferwahl	55

3.5	Schlussfolgerung	57
4	Schwingungsanalyse bei der Platte	60
4.1	Schwingungsanalyse bei der runden Platte	60
4.1.1	Aufgabenstellung	60
4.1.2	Modellbildung	61
4.1.3	Schwingungsanalyse	64
4.1.3.1	Jeweilige Verdoppelung der Abstände zwischen den Dämpferreihen	66
4.1.3.2	Der Abstand zwischen den Dämpferreihen bleibt jeweils gleich groß und wird kleiner als die halbe Wellenlänge der höchsten Frequenz gewählt	69
4.1.3.3	Verringerung der Dämpferanzahl	72
4.2	Rechteckige Platte	76
4.2.1	Aufgabenstellung	76
4.2.2	Modellbildung	76
4.2.3	Schwingungsanalyse	77
4.2.3.1	Dämpfung über die Länge l	78
4.2.3.2	Dämpfung über den gesamten Umfang	80
4.2.3.3	Verringerung der Dämpferanzahl	83
4.3	Schlussfolgerung	84
5	Übergang auf ein reales Motorbauteil	86
5.1	Aufgabenstellung	88
5.2	Modellbildung	88
5.3	Verifikation der Ergebnisse	97
	Abbildungsverzeichnis	101
	Literaturverzeichnis	105

1 Einleitung

1.1 Allgemeines

Zu Beginn des Entwicklungsprozesses eines Antriebsaggregates ist es erforderlich eine NVH- (Noise, Vibration, Harshness) Zielwertdefinition vorzugeben, um ein gewünschtes Fahrzeuggeräusch zu erreichen. Früher richteten sich diese Zielwerte hauptsächlich auf die Vibrations- und Geräuschpegel des Aggregats. Jetzt werden diese Zielwerte auch auf das Innengeräusch und die Geräuschqualität ausgelegt. Durch eine den Zielwerten angepasste Priorisierung des Entwicklungsprozesses ist es heute möglich akustisch herausragende Motoren zu bauen.

Gesetzlich vorgegeben ist nur die Einhaltung eines maximalen Vorbeifahrgeräusches [5], für das Innengeräusch gibt es keine vorgeschriebenen Reglementierungen. Von größerer Bedeutung als die gesetzlichen Reglementierungen sind im Entwicklungsprozess allerdings die Erwartungen des Kunden. Auf Basis von Benchmarkdaten und Marketingvorgaben werden die Zielwerte für das Gesamtfahrzeug definiert. Typische Zielwerte für das Antriebsaggregat sind Geräusch- und Schwingungspegel [25, 24].

Die akustische Optimierung eines Motors erfolgt hauptsächlich durch Untersuchungen am Gesamtsystem, da dynamische Wechselwirkungen zwischen einzelnen Baugruppen nicht vernachlässigt werden dürfen. Um eine Optimierung einzelner Bauteile in frühen Entwicklungsphasen durchführen zu können, ohne das Vorhandensein genauer Daten von Anbauteilen, müssen diese Wechselwirkungen zwischen den Baugruppen durch geeignete Methoden simuliert werden.

1.2 Stand der Technik

Im Motorentwicklungsprozess werden eine Vielzahl von virtuellen Entwicklungsmethoden eingesetzt. Dadurch können bereits in der Erstkonstruktion wichtige Erkenntnisse zu geometrischen Anforderungen, Betriebsbeanspruchungen und Gestaltungsvorschläge abgeleitet werden [14]. Durch ständige Fortschritte in der Soft- und Hardwaretechnik wird eine immer stärker werdende Parallelisierung (Simultaneous Engineering) in der Entwicklung möglich. Damit ist eine erhebliche Zeit- und Kostenersparnis verbunden, da weniger Prototypen benötigt werden und schon in frühen Entwicklungsphasen richtige Entscheidungen getroffen werden können.

Um Aussagen über die Schallabstrahlung eines Bauteiles treffen zu können, muss das

dynamische Verhalten von Bauteilen abgebildet werden. Die wichtigsten Methoden zur Diskretisierung der Bauteildynamik sind nach [21]:

- Mehrkörpersysteme (MKS)
- Finite Elemente Methode (FEM) [6, 26]
- Kontinuierliche Systeme (KOS)

Eine weitere Methode zur Luft- und Körperschalluntersuchung im hochfrequenten Bereich stellt die “Statistical Energy Analysis” (SEA)[20] dar. Das am häufigsten verwendete Verfahren in der Strukturmechanik und zur Bauteiloptimierung ist die FEM [22]. Wichtige Optimierungsfaktoren in der Entwicklung sind unter anderem:

- Kosten
- Festigkeit
- Akustik
- Gewichtsreduktion
- Recycling

wobei nicht alle Faktoren für sich optimiert werden können, da ihre Anforderungen teilweise gegensätzlich sind. Durch ein höheres Bauteilgewicht kann eine Verbesserung der akustischen Eigenschaften erzielt werden, dies steht allerdings im Gegensatz zur Forderung der Gewichtsreduktion. Der Einsatz hochwertiger Materialien, die eine hohe Festigkeit bei geringem Gewicht haben, hat höhere Kosten zur Folge. Daher muss eine Lösung gefunden werden, bei der alle Mindestanforderungen erfüllt sind.

Die rechnerische Modalanalyse in einem FE-Gesamtmodell, über die das Schwingungsverhalten von Bauteilstrukturen untersucht wird[20], ist aufgrund der extrem hohen Anzahl an Freiheitsgraden sehr aufwändig. Durch die sogenannte Substrukturtechnik werden Knotenfreiheitsgrade eines Komponentenmodells in äußere und innere Freiheitsgrade unterschieden. Durch Knoten mit äußeren Freiheitsgraden wird das Bauteil mit der Umgebung gekoppelt. Die restlichen Knoten werden Knoten mit inneren Freiheitsgraden genannt. Nun können die inneren Freiheitsgrade kondensiert (Reduktion der Freiheitsgrade) werden, dadurch sinkt der Rechenaufwand und somit die Berechnungsdauer. Auf diese Weise reduzierte Komponentenmodelle werden Superelemente genannt [3].

Die FE-Methode hat nur im Bereich kleiner dynamischer Verformungen ihre Gültigkeit. Für die Simulation von nichtlinearer Dynamik und Akustik von Motoren bis 3 kHz ist das MKS-Programm AVL EXCITE geeignet [22, 23, 15].

Um ein Gesamtfahrzeug akustisch optimieren zu können ist eine NVH-Zielwertdefinition notwendig. Diese Zielwerte können in verschiedene Stufen aufgeteilt werden.

1.3 Aufgabenstellung

In dieser Diplomarbeit soll eine Methodik entwickelt werden, die es ermöglicht, einzelne Motorbauteile schwingungstechnisch zu optimieren, ohne das genaue Design angrenzender Bauteile zu kennen. Im Simulationsmodell der zu optimierenden Komponente müssen die Einflüsse angrenzender Bauteile berücksichtigt werden, da teilweise starke dynamische Kopplungen auftreten können. Randbedingungen in FEM Modellen von Motorkomponenten sind so zu definieren, dass sich die zu optimierenden Bauteile verhalten, als würden sie im Gesamtsystem untersucht werden. Das Problem hierbei ist, dass in der frühen Designphase im Allgemeinen die exakten Formen der angrenzenden Bauteile unbekannt sind, da viele verschiedene Designvariationen möglich sind. Diese Randbedingungen stehen repräsentativ für alle möglichen strukturellen Konfigurationen angrenzender Subsysteme. Anders gesagt repräsentieren diese Randbedingungen nur die typischen Eigenschaften, welche die angrenzenden Bauteile in all ihren möglichen Designs gemeinsam haben, wie die strukturelle Form und Materialdicke. Spezifische Parameter einzelner möglicher Designs, wie Eigenfrequenzen und genaue Form werden nicht berücksichtigt. Deshalb werden angrenzende Bauteile durch unendlich ausgedehnten Körper ersetzt. Um solche unendlichen Körper zu modellieren wird eine geeignete Dämpfung angebracht, damit keine Wellen reflektiert werden.

In der Realität können alle Körper aus Balken und Platten angenähert werden, deshalb sollen zuerst Balken und Platten untersucht werden. Durch geeignete Dämpfung soll deren Schwingungsverhalten dem unendlicher Balken und Platten angenähert werden. Anschließend ist eine allgemeine Methodik zur optimalen Balken- und Plattendämpfung zu definieren. Aus den gewonnenen Erkenntnissen soll eine Ölwanne mit einem generischen infiniten Modell ersetzt werden. Durch den Vergleich von verschiedenen Transferfunktionen eines Kurbelgehäuses ohne, mit infiniten und realer Ölwanne soll die Gültigkeit dieser Methodik überprüft werden.

Der hier untersuchte Lösungsweg für die Aufgabenstellung basiert auf einer Idee von Eugène Nijman J.M. M.Sc [16]. In dieser Arbeit wird vorgeschlagen, generische Substrukturen zu entwickeln, die das dynamische Verhalten vieler möglicher Bauteildesigns in Summe richtig abbilden. Dieser Ansatz wird in der Diplomarbeit ausgearbeitet und überprüft.

1.4 Gliederung der Arbeit

Die Diplomarbeit wird in folgende Abschnitte unterteilt:

- **Grundlagen zu Biegewellen**

Hier werden die Grundlagen zu Biegewellen erläutert und die Wellengleichung hergeleitet. Biegewellen tragen den größten Teil zur Schallabstrahlung von Bauteilen bei [22] und werden deshalb genau erklärt.

- **Schwingungsanalyse beim Balken**

Ausgehend von einer einfachen Übertragungsfunktion für einen mit einer Kraft angeregten endlichen Balken wird ein mathematisches Modell entwickelt, wodurch es möglich ist, an beliebigen Stellen des Balkens Dämpfer mit verschiedenen Impedanzen anzubringen. Durch den Vergleich mit der Übertragungsfunktion eines halbunendlichen Balkens, der eine optimale Dämpfung repräsentiert, da keine Schwingungen reflektiert werden, wird dessen Schwingungsverhalten durch geeignete Dämpfung angenähert. Anschließend wird eine allgemeingültige Methodik zur optimalen Balkendämpfung formuliert.

- **Schwingungsanalyse bei der Platte**

In diesem Kapitel soll das Schwingungsverhalten einer endlichen, in der Mitte durch eine harmonische Kraft angeregten, Platte anhand eines FE-Modells, dem einer unendlich ausgedehnten Platte angenähert werden. Zuerst wird eine runde Platte mit verschiedenen Dämpfungsvarianten untersucht. Jene Varianten mit den besten Ergebnissen werden auf eine rechteckige Platte übertragen und analysiert. Nach guter Annäherung an das Schwingungsverhalten einer unendlichen Platte wird eine allgemeine Methodik zur optimalen Plattendämpfung formuliert.

- **Übergang auf ein reales Motorbauteil**

Über die entwickelte Methodik zur optimalen Plattendämpfung wird hier ein Bauteil, die Ölwanne, an das Kurbelgehäuse durch ein infinites Modell ersetzt, welches dieselben dynamischen Wechselwirkungen mit dem Kurbelgehäuse aufweisen soll wie das reale Bauteil. Durch den Vergleich von verschiedenen Übertragungsfunktionen eines Kurbelgehäuses ohne, mit infiniten und realer Ölwanne wird die Gültigkeit dieser Methodik überprüft.

1.5 Zusammenfassung

Bei der Balkenstudie hat sich herausgestellt, dass die richtige Wahl der Dämpferabstände, sowie deren Impedanzen ausschlaggebend ist, um eine optimale Dämpfung zu erreichen. Vier translatorische Dämpfer sind ausreichend, um das Schwingungsverhalten eines unendlichen Balkens im Frequenzbereich von $0 - 10000 \text{ Hz}$ anzunähern, wobei pro Dämpfer genau bei jener Frequenz die dämpfende Wirkung am besten ist, bei welcher die Impedanz des unendlichen Balkens und des Dämpfers gleich groß sind. Der erste Dämpfer muss die kleinste Impedanz aufweisen. Diese soll von Dämpfer zu Dämpfer jeweils erhöht werden, andernfalls würden stärkere Schwingungsreflexionen auftreten. Das beste Ergebnis wird erreicht, wenn alle Dämpferabstände geringfügig kleiner als die kleinste auftretende halbe Wellenlänge gewählt werden, da die Dämpfer sonst bei bestimmten Frequenzen in der Nähe von Schwingungsknoten zu liegen kommen, wodurch die Dämpfung verschlechtert wird. Die beste Dämpfung tritt genau bei jener Frequenz auf, bei der die halbe Wellenlänge ungefähr der Summe der einzelnen Dämpferabstände entspricht. Durch den geringen Dämpferabstand kommt es im niederfrequenten Bereich, dort wo die Summe der Dämpferabstände kleiner als ein Viertel der Biegewellenlänge

ist, zu Reflexionen, da sich die Impedanzen der einzelnen Dämpfer addieren. Aus diesem Grund müssen die Dämpferimpedanzen so gewählt werden, dass der Bereich der optimalen Dämpfung in hohen Frequenzbereichen liegt, wodurch niederfrequente Reflexionen weitgehend vermieden werden. Basierend auf diesen Erkenntnissen wurde eine allgemeine Methodik entwickelt, wodurch über die höchste Frequenz, bis zu der eine optimale Dämpfung erreicht werden soll, die Anordnung der Dämpfer, sowie deren Impedanzen bestimmt werden können.

Diese aufgestellte Methodik zur optimalen Balkendämpfung wird an Platten analysiert und an diese angepasst. Durch Untersuchungen an einer kreisrunden Platte, dessen Ergebnisse aufgrund ihrer Symmetrie leichter interpretiert werden können, hat sich gezeigt, dass zwischen dem Schwingungsverhalten von Balken und Platten einige Ähnlichkeiten vorhanden sind. Ein Dämpfer beim Balken entspricht einer an der Platte angebrachten Dämpferreihe. Beim Balken werden vier Dämpfer benötigt, bei der Platte vier Dämpferreihen, um über einen Frequenzbereich von $0 - 10000 \text{ Hz}$ eine ausreichend gute Dämpfung zu erreichen. Bei Balken soll der Abstand zwischen den Dämpfern, bei Platten zwischen den Dämpferreihen, kleiner als die größte auftretende halbe Biegewellenlänge sein. Die Erkenntnisse der runden Platte sind übertragbar auf eine äquivalente, rechteckige Platte. Analog zur Studie an der runden Platte, müssen die Dämpfer über den Umfang angebracht werden und es werden auch hier vier Dämpferreihen benötigt. Untersuchungen haben gezeigt, dass durch reine längsseitige Dämpfung, Biegewellen an den ungedämpften Stirnseiten beinahe ungehindert reflektiert werden. Bei der kreisrunden und rechteckigen Platte wurde durch die selbe Vorgehensweise das Schwingungsverhalten einer unendlich ausgedehnten Platte sehr gut angenähert. Ab 400 Hz ist das Verhalten sogar beinahe identisch. Aus diesen Erkenntnissen lässt sich eine allgemeine Methodik zur Plattendämpfung formulieren. Ausgehend von der höchsten Frequenz, bis zu der eine optimale Dämpfung erreicht werden soll, kann damit zuerst der maximale Abstand zwischen den einzelnen Dämpfern pro Reihe errechnet werden, anschließend der Reihenabstand, die benötigte Dämpferanzahl pro Reihe und die jeweiligen Dämpferimpedanzen.

Es wurden Untersuchungen an einem realen Bauteil, einer Ölwanne, durchgeführt und diese durch ein infinites generisches Modell ersetzt, wobei die Eingangsimpedanz, Biegesteifigkeit und die Masse je Querschnitt möglichst ähnlich sein sollen. Durch die Auswertung und den Vergleich verschiedener Transferfunktionen an beiden Flanschen hat sich ergeben, dass der Mittenverlauf der Mobilität über der Frequenz der realen Ölwanne mit der Transferfunktion des infiniten Ersatzmodells gut übereinstimmen. Das bedeutet, das Ersatzmodell ist in Bezug auf typische grundlegende Eigenschaften, wie Eingangsimpedanz oder Biegesteifigkeit, für die zu ersetzende Ölwanne, als auch für eine große Anzahl verschiedener Designs einer ähnlichen Ölwanne repräsentativ. Aussagen über Eigenfrequenzen und modales Verhalten eines bestimmten Designs können daher durch dieses Ersatzmodell nicht getätigt werden.

Durch den Vergleich mehrerer Transferfunktionen des realen Systems mit und ohne Ölwanne, mit dem System bestehend aus realem Kurbelgehäuse und infiniten Er-

satzölwanne, hat sich herausgestellt, dass die infinite Ölwanne in großen Frequenzbereichen ähnliche dynamische Wechselwirkungen mit dem Kurbelgehäuse aufweist, wie die reale Ölwanne und diese somit relativ gut wiedergibt. Weiters fällt auf, dass immer Frequenzbereiche vorhanden sind, bei denen die Übertragungsfunktionen des Ersatzsystems und des Gesamtsystems voneinander abweichen. Dort sind die Transferfunktionen mit und ohne Ölwanne sehr ähnlich. Das bedeutet, in Frequenzbereichen in denen die Ölwanne das Schwingungsverhalten des Kurbelgehäuses nicht verändert, wirkt sich das Modell negativ auf das Kurbelgehäuse aus. Der Grund hierfür ist, dass die infinite Ölwanne eine große Dämpfung in das System mit einbringt, welche um einige Zehnerpotenzen über der Materialdämpfung liegt und somit das Kurbelgehäuse im Gegensatz zur realen Ölwanne bei jeder Frequenz beeinflusst.

Um das Kurbelgehäuse akustisch optimieren zu können, müssten mit dieser Methodik alle angrenzenden Bauteile modelliert werden, um alle auftretenden dynamischen Wechselwirkungen zu berücksichtigen. Dadurch wäre gewährleistet, dass das Kurbelgehäuse bei jeder Frequenz von einem angrenzenden Bauteil beeinflusst wird. Da die Übertragungsfunktionen des Kurbelgehäuses mit realer und infiniter Ölwanne genau dort am besten übereinstimmen, wo das Kurbelgehäuse von der Ölwanne beeinflusst wird, ist zu erwarten, dass sich durch Modellierung aller Bauteile das Ergebnis im gesamten Frequenzbereich weiter verbessert.

1.6 Ausblick

Über die hier entwickelte Methodik wird es möglich, Anbauteile an ein akustisch zu optimierendes System zu modellieren. Durch die Berücksichtigung der auftretenden dynamischen Wechselwirkungen können einzelne Bauteile bereits in frühen Entwicklungsphasen, ohne das genaue Design von Anbauteilen zu kennen, schwingungstechnisch besser analysiert werden. Dadurch werden Voraussagen über das akustische Verhalten des Bauteils im Gesamtsystem und somit eine frühere Optimierung möglich.

Aufbauend auf diese Arbeit ist die Abklärung folgender Punkte noch von Interesse:

- **Ersetzung aller angrenzenden Bauteile durch infinite generische Körper**
Um ein Bauteil akustisch zu optimieren, ist die Berücksichtigung sämtlicher dynamischer Wechselwirkungen erforderlich. Daher müssen alle Bauteile durch infinite Modelle ersetzt werden.
- **Kopplungsuntersuchungen**
Es ist noch abzuklären wie sich die Kopplung der einzelnen Bauteile genau auswirkt (z. B. Dämpfung in der Fuge).
- **Sensitivitätsstudie**
 - **Reduktion der Dämpferreihen**
Es ist zu untersuchen wie sich eine Reduktion der Dämpferreihen auf das Ge-

samtsystemverhalten auswirkt, da dies nur an Platten und Balken untersucht wurde.

2 Grundlagen zu Biegewellen

In diesem Kapitel werden Biegewellen beschrieben. Es werden grundlegende Zusammenhänge erklärt und die wichtigsten Formeln zu ihrer Beschreibung hergeleitet.

2.1 Allgemeines

Der Schall kann ganz allgemein, je nach Ausbreitungsmedium, in Körperschall, Luftschall und Flüssigkeitsschall unterteilt werden. In der Motorentchnik hat der Körperschall eine große Bedeutung, da eine Vielzahl der hörbaren Schallereignisse ihren Ursprung im Körperschall haben. Hier erfolgt zunächst eine Übertragung der Schwingungen von der Anregestelle über verschiedene Bauteile auf relevante Bauteiloberflächen. Diese Oberflächenschwingungen, werden als Luftschall an die Umgebung abgegeben[20]. Körperschall unterscheidet sich von Schall in Flüssigkeiten und Gasen dadurch, dass hier auch Schubdeformationen und Schubspannungen, also zusätzlich zu Kompressionswellen auch Schubwellen und Kombinationen der beiden auftreten können. Es gibt verschiedene Wellenarten wie Longitudinal-, Transversal- und Biegewellen. Letztere haben den weitaus größten Einfluss auf die Schallabstrahlung, da sie einen Körper zu starken Oberflächenschwingungen anregen und werden daher genau erklärt.

Die in diesem Kapitel verwendeten Gleichungen beziehen sich auf [4].

2.2 Biegewellen

Im Gegensatz zu Longitudinal-, oder Transversalwellen treten hier nicht zwei, sondern vier beschreibende Feldgrößen auf, die auch für die Randbedingungen bestimmend sind.

Dazu zählen die durch den Querschnitt des Balkens übertragene Querkraft F_y , das am Querschnitt um die z-Achse wirkende Moment M_z , die Schnelle v_y eines Elementes und seine Winkelgeschwindigkeit ω_z , die um die zur Balkenachse und zur Auslenkung senkrechten z-Achse auftritt. Die Vorzeichen werden so gewählt, dass die Produkte

$$F_y v_y = P_F \quad (2.1)$$

und

$$M_z \omega_z = P_M \quad (2.2)$$

einen Leistungstransport in x-Richtung darstellen. Dabei sei v_y in positiver y-Richtung

und ω_z bei Drehrichtung gegen den Uhrzeigersinn als positiv definiert. Dies ist in Abbildung 2.1 zu sehen.

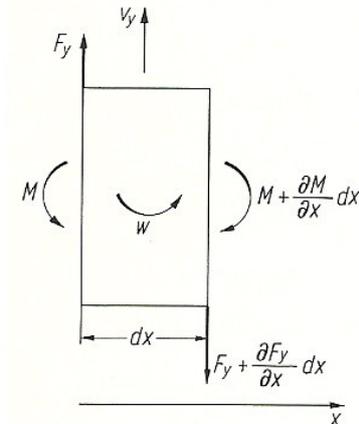


Abbildung 2.1: Vorzeichenwahl der Feldgrößen (Quelle [4])

Diese Feldgrößen sind über vier differentielle Beziehungen miteinander gekoppelt. Zwischen der Schräglage β und der seitlichen Verschiebung η eines Querschnittes besteht bei kleinen Winkelauslenkungen die angenäherte Beziehung:

$$\beta = \frac{\partial \eta}{\partial x} \quad (2.3)$$

welche in Abbildung 2.2 dargestellt ist:

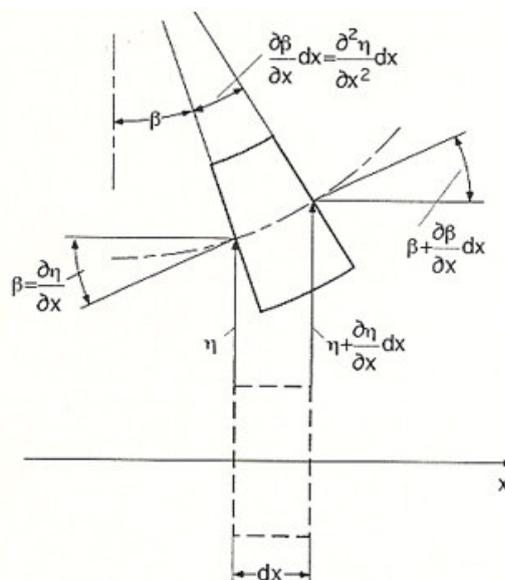


Abbildung 2.2: Ausschläge und Deformationen einer Biegewelle (Quelle [4])

Die zeitliche Differentiation liefert den Zusammenhang zwischen Schnelle und Winkelgeschwindigkeit:

$$\omega_z = \frac{\partial v_y}{\partial x} \quad (2.4)$$

Die Differentiation der Winkelgeschwindigkeit nach dem Ort ist gleich der zeitlichen Änderung der Krümmung:

$$\frac{\partial \omega_z}{\partial x} = \frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} \right) \quad (2.5)$$

Die Krümmung wiederum ist hauptsächlich vom auftretenden Biegemoment abhängig und diesem proportional:

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} = -\frac{M_z}{B} \quad (2.6)$$

Hier ergibt sich ein negatives Vorzeichen, da der gewählte positive Richtungssinn des Momentes gegen den Uhrzeigersinn verläuft und dieser eine negative Krümmung bewirkt. Die Dehnungen in Längsrichtung ε_x nehmen linear mit der Entfernung y von der neutralen Faser zu.

$$\varepsilon_x = -y \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} \quad (2.7)$$

Da bei positivem y Stauchungen auftreten, ist hier ein negatives Vorzeichen vorangestellt. Dies ist in Abbildung 2.3 verdeutlicht:

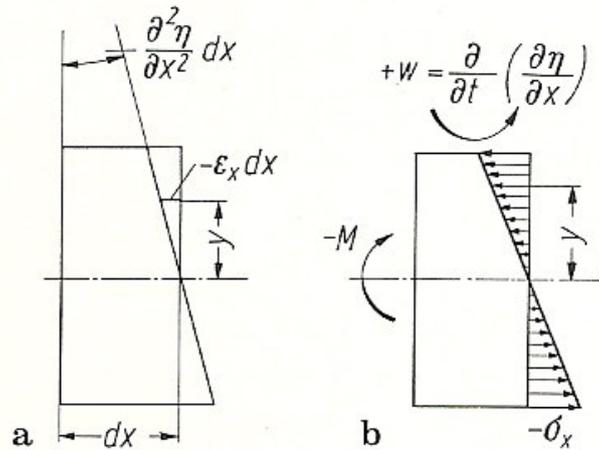


Abbildung 2.3: Verteilung der Dehnung (a) und der Spannung (b) über den Querschnitt (Quelle [4])

Die Druck- und Zugspannungen ergeben sich aus dem Produkt der Dehnung und dem Elastizitätsmodul:

$$\sigma_x = E \varepsilon_x = -E y \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} \quad (2.8)$$

wird nun die Spannung σ_x mit dem Hebelarm y multipliziert und über den Querschnitt aufsummiert, ergibt sich das Biegemoment M_z zu:

$$M_z = \int_S \sigma_x y dS = -E \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} \int_S y^2 dS = -E I \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} \quad (2.9)$$

Hier steht I für das Flächenträgheitsmoment um die z-Achse. Vergleicht man nun die Gleichungen (2.6) und (2.9) ergibt sich für die Biegesteifigkeit B :

$$B = E I = E \int_S y^2 dS \quad (2.10)$$

Wird nun das Moment M_z nach der Zeit differenziert und die Winkelgeschwindigkeit ω nach Gleichung (2.5) eingeführt, ergibt sich:

$$\frac{\partial M_z}{\partial t} = -B \frac{\partial \omega_z}{\partial x} \quad (2.11)$$

Aus dem Momentengleichgewicht von Abbildung 2.1 lässt sich eine Beziehung zwischen

der Querkraft F_y und dem Biegemoment M_z ableiten:

$$M_z - \left(M_z + \frac{\partial M_z}{\partial x} dx \right) - F_y dx = 0 \quad \text{also} \quad F_y = -\frac{\partial M_z}{\partial x} \quad (2.12)$$

Schreibt man nun noch das dynamische Kräftegleichgewicht von Abbildung 2.2 an, ergibt sich eine Beziehung zwischen der Querkraft und der transversalen Schnelle v_y :

$$F_y - \left(F_y + \frac{\partial F_y}{\partial x} dx \right) = m' dx \frac{\partial v_y}{\partial t} = 0 \quad \text{also} \quad -\frac{\partial F_y}{\partial x} = m' \frac{\partial v_y}{\partial t} \quad (2.13)$$

Wobei m' für die Masse je Längeneinheit steht:

$$m' = \rho S \quad (2.14)$$

Führt man nun die Gleichungen (2.4), (2.11), (2.12) und (2.13) zusammen, ergibt sich die eindimensionale Biegewellengleichung:

$$-B \frac{\partial^4}{\partial x^4} (v_y, \omega_z, M_z, F_y) = m' \frac{\partial^2}{\partial t^2} (v_y, \omega_z, M_z, F_y) \quad (2.15)$$

Da die Ordnung der Ableitung nach der Zeit und dem Ort verschieden ist, ist im allgemeinen keine verzerrungsfreie Wellenausbreitung möglich.

Für die Phasengeschwindigkeit der Biegewellen, auch als Biegewellengeschwindigkeit bezeichnet, gilt allgemein:

$$c_B = \frac{\omega}{k_B} \quad (2.16)$$

wobei k_B für die Biegewellenzahl steht, für die geschrieben werden kann:

$$k_B = \sqrt[4]{\omega^2 \frac{m'}{B}} \quad (2.17)$$

und somit ergibt sich für die Biegewellengeschwindigkeit:

$$c_B = \sqrt{\omega} \sqrt[4]{\frac{B}{m'}} \quad (2.18)$$

Wie man sieht, ist sie von der Frequenz abhängig. Die Abhängigkeit der Phasengeschwindigkeit von der Frequenz wird allgemein als Dispersion bezeichnet. In Abbildung 2.4 ist ganz oben die Biegedeformation aufgrund einer sinusförmigen transversalen Auslenkung gezeigt. Darunter ist die ortsabhängigkeit der Schnelle v_y , der Winkelgeschwindigkeit w_z , des Biegemomentes M_z und der Querkraft F_y abgebildet. Es ist zu sehen, dass jeweils die

Querkraft und die Schnelle in Phase und das Biegemoment und die Winkelgeschwindigkeit in Phase sind. Die beiden Paare sind gegeneinander um eine Viertelperiode versetzt.

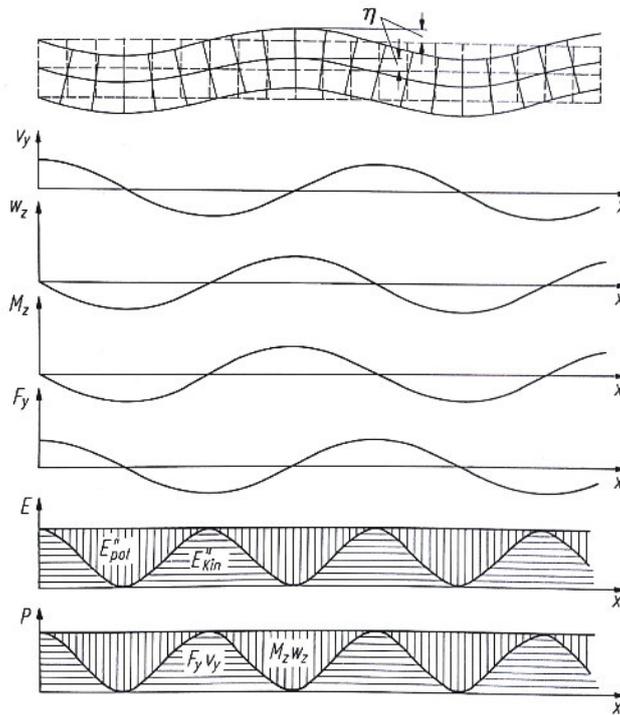


Abbildung 2.4: Feld- und Energiegrößen in einer Biegewelle (Quelle [4])

Da sich jeder Zeitverlauf aus einer Kombination von sinusförmigen Vorgängen beschreiben lässt, wird von nun an mit Zeigern gerechnet. Vorteile dieser Betrachtungsweise bestehen darin, dass sich die Darstellung von Gleichungssystemen vereinfacht und dass eine Differentiation nach der Zeit zu einer Multiplikation mit $j\omega$ wird. Durch ein Dach über einer Größe wird der Scheitelwert des Zeigers gekennzeichnet und durch ein Unterstreichen wird der komplexe Charakter dargestellt.

Ist die Anregung sinusförmig, kann für die Auslenkung geschrieben werden:

$$\eta = \hat{\eta} \sin(\omega t - kx) \quad (2.19)$$

Der gesamte Leistungstransport ergibt sich aus der Summe der Anteile P_F und P_M

$$\begin{aligned} P_F &= F_y v_y = \hat{\eta}^2 B \omega k^3 \cos^2 kx = \hat{F}_y \hat{v}_y \cos^2 kx \\ P_M &= M_z \omega_z = \hat{\eta}^2 B \omega k^3 \sin^2 kx = \hat{M}_z \hat{\omega}_z \sin^2 kx \end{aligned} \quad (2.20)$$

und ergibt einen konstanten Wert. Das bedeutet dass zu jeder Zeit und an jedem Ort

die gleichbleibende Leistung transportiert wird.

$$P = P_M + P_F \quad (2.21)$$

Wie in Abbildung 2.4 zu sehen ist, gilt dasselbe auch für die Summe aus kinetischer und potentieller Energie.

2.2.1 Biegeschwingungen bei Stäben

In diesem Kapitel werden Biegewellen bei Stäben untersucht. Es soll eine Funktion für die Schnelle v_x an einer beliebigen Stelle eines endlichen beiderseits freien Stabes gefunden werden. Anschließend wird der Eingangswiderstand, oder Eingangsimpedanz \underline{Z} eines halbunendlichen Stabes, welcher seinen Anfang bei $x = 0$ hat und sich ins Unendliche erstreckt, hergeleitet. Wird ein sinusförmiger Zeitverlauf betrachtet, nimmt die Biegewellengleichung (2.15) für den Zeiger der Schnelle \hat{v} die Form

$$\frac{d^4 \hat{v}}{dx^4} - k_B^4 \hat{v} = 0 \quad (2.22)$$

an, da die zweimalige Ableitung der Schnelle nach der Zeit d^2v/dt^2 zu $-\omega^2 v$ wird. k_B steht wie schon in Gleichung (2.17) wieder für die Biegewellenzahl. Wird nun $e^{j\alpha x}$ als Lösungsansatz verwendet, ergeben sich vier Lösungen und zwar $\alpha = \pm k$ und $\alpha = \pm jk$. Somit erhält man als Lösung:

$$\underline{v}(x) = \underline{v}_+ e^{-jk_B x} + \underline{v}_- e^{jk_B x} + \underline{v}_{N+} e^{-k_B x} + \underline{v}_{N-} e^{k_B x} \quad (2.23)$$

oder anders angeschrieben

$$\underline{v}(x) = \underline{v}_A \cosh(k_B x) + \underline{v}_B \sinh(k_B x) + \underline{v}_C \cos(k_B x) + \underline{v}_D \sin(k_B x) \quad (2.24)$$

Wobei $\underline{v}_+ e^{\pm jk_B x}$ für nach rechts und links laufende Sinuswellen steht. Als Nahfelder bezeichnet man $\underline{v}_{N+} e^{\pm k_B x}$, welche exponentiell in Laufrichtung der Welle abnehmen. Um diese Gleichung zu lösen, müssen die vier Anteile der Schnelle bestimmt werden. Dafür werden vier mögliche Randbedingungen betrachtet, welche in Abbildung 2.5 gezeigt sind.

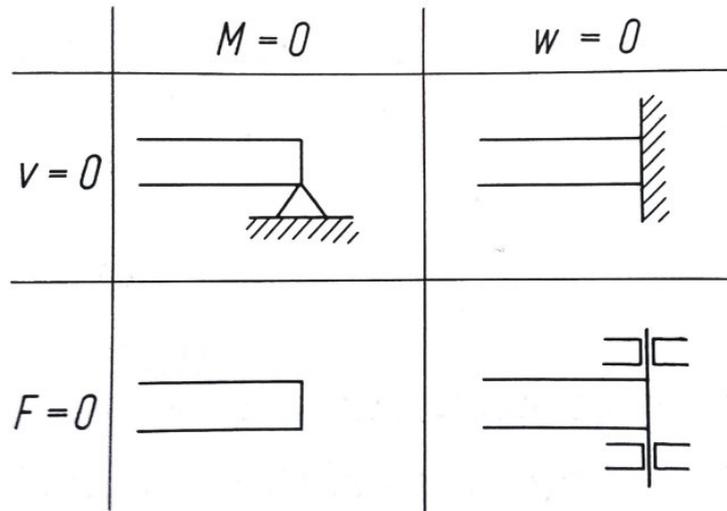


Abbildung 2.5: Mögliche Randbedingungen eines Stabes (Quelle [4])

Für einen freien Stab mit der Länge l , der an der Stelle $x = 0$ mit der Kraft F angeregt wird, gilt:

$$\begin{aligned} \underline{M}(l) &= -\frac{B k_B^2}{j\omega} (-\underline{v}_+ e^{-jk_B l} - \underline{v}_- e^{jk_B l} + \underline{v}_{N+} e^{-k_B l} + \underline{v}_{N-} e^{k_B l}) = 0 \\ \underline{F}(l) &= \frac{B k_B^3}{j\omega} (j\underline{v}_+ e^{-jk_B l} - j\underline{v}_- e^{jk_B l} - \underline{v}_{N+} e^{-k_B l} + \underline{v}_{N-} e^{k_B l}) = 0 \end{aligned} \quad (2.25)$$

$$\begin{aligned} \underline{M}(0) &= -\frac{B k_B^2}{j\omega} (-\underline{v}_+ - \underline{v}_- + \underline{v}_{N+} + \underline{v}_{N-}) = 0 \\ \underline{F}(0) &= \frac{B k_B^3}{j\omega} (j\underline{v}_+ - j\underline{v}_- - \underline{v}_{N+} + \underline{v}_{N-}) = 0 \end{aligned}$$

Daraus lassen sich nun die vier Unbekannten berechnen und es ergibt sich für die Schnelle \underline{v}_x an einer beliebigen Stelle:

$$\underline{v}(x) = \frac{j\omega F}{B k_B^3} \frac{A + B}{2(1 - \cos \underline{k} l \cosh \underline{k} l)} \quad (2.26)$$

wobei A und B für

$$\begin{aligned} A &= \sinh \underline{k}_B l \cos \underline{k}_B (l - x) - \sin \underline{k}_B x - \cosh \underline{k}_B l \sin \underline{k}_B (l - x) \\ B &= -\sin \underline{k}_B l \cosh \underline{k}_B (l - x) + \sinh \underline{k}_B x + \cos \underline{k}_B l \sinh \underline{k}_B (l - x) \end{aligned}$$

stehen. Als nächstes soll die Eingangsimpedanz eines halbumendlichen Balkens berechnet werden, der am Stabanfang mit einer Kraft F angeregt wird. Für die Impedanz Z kann allgemein geschrieben werden:

$$\underline{Z} = \frac{\hat{F}}{\hat{v}} \quad (2.27)$$

Sie beschreibt den Widerstand der einer Schwingungsausbreitung entgegenwirkt. Da beim halbumendlichen Balken keine Wellen reflektiert werden vereinfacht sich die Gleichung (2.23) zu:

$$\underline{v}(x) = \underline{v}_+ e^{-jk_B x} + \underline{v}_{N+} e^{-k_B x} \quad (2.28)$$

Aus den Randbedingungen ergibt sich für das Biegemoment M_z und die Querkraft F_y :

$$\begin{aligned} \hat{M}_z &= -\frac{B k_B^2}{j \omega} (-\underline{v}_+ e^{-jk_B x} + \underline{v}_{N+} e^{-k_B x}) = 0 \\ \hat{F}_y &= \frac{B k_B^3}{j \omega} (j \underline{v}_+ e^{-jk_B x} - \underline{v}_{N+} e^{-k_B x}) = \hat{F} \end{aligned} \quad (2.29)$$

Bei der Anregerstelle $x=0$ kann geschrieben werden:

$$\begin{aligned} -\hat{v}_+ + \hat{v}_{N+} &= 0 \\ j \hat{v}_+ - \hat{v}_{N+} &= j \frac{\hat{F}}{B k_B^3} \end{aligned} \quad (2.30)$$

Somit folgt für die Schnelle

$$\hat{v} = \frac{\hat{F} \omega (e^{-jk_B x} + e^{-k_B x})}{B k_B^3 (1 + j)} \quad (2.31)$$

und daraus für den Eingangswiderstand

$$\underline{Z} = \frac{\hat{F}}{\hat{v}(0)} = \frac{B k_B^3 (1 + j)}{2 \omega} = m' c_B \frac{1 + j}{2} \quad (2.32)$$

Es ist zu erkennen, dass die Impedanz von der Biegewellengeschwindigkeit abhängig ist und mit der Wurzel der Frequenz ansteigt.

2.2.2 Biegeschwingungen bei Platten

Um die Biegebewegung einer Platte, deren Länge in x -Richtung, deren Breite in z -Richtung und deren Höhe h in y -Richtung verlaufen, berechnen zu können, benötigt man zuerst die Auslenkung η die senkrecht zur Plattenoberfläche steht. Diese gewinnt

man aus der Biegewellengleichung für dünne homogene Platten, welche, angeschrieben für die Schnelle v , wie folgt lautet [22]:

$$B' \left(\frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4} \right) v + m'' \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = \frac{\partial p}{\partial t} \quad (2.33)$$

da $v = \partial \eta / \partial t$ gilt, folgt:

$$\frac{B'}{m''} \Delta \Delta \eta - \omega^2 \eta = \frac{p}{m''} \quad (2.34)$$

Wobei Δ der zweidimensionale Laplace Operator

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (2.35)$$

und B' die Biegesteifigkeit einer Platte ist:

$$B' = \frac{E}{1 - \mu^2} \frac{h^3}{12} \quad (2.36)$$

Den Biegewinkel erhält man durch die Ableitungen:

$$\beta_x = \frac{\partial \eta}{\partial x} \quad \beta_z = \frac{\partial \eta}{\partial z} \quad (2.37)$$

In der folgenden Abbildung sind die durch eine Verbiegung der Platte auftretenden Momente, Kräfte und Bewegungsgrößen zu sehen. Links ist ein Plattenelement der Höhe h und der Breite dz zu sehen und rechts dessen Seitenansicht mit der Länge dx . Die Momente sind mit einem Apostroph gekennzeichnet. Das bedeutet hier, dass sie nach y abgeleitet sind. Die Momente ergeben sich zu:

$$\begin{aligned} M_{xz} &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_x y dy = \frac{-2G}{1 - \mu} \left(\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 \eta}{\partial z^2} \right) \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} y^2 dy = -B' \left(\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 \eta}{\partial z^2} \right) \\ M_{zx} &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_z y dy = \frac{-2G}{1 - \mu} \left(\mu \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial z^2} \right) \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} y^2 dy = -B' \left(\frac{\mu \partial^2 \eta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial z^2} \right) \\ M_{xx} = -M_{zz} &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \tau_x z dy = 2G \frac{\partial^2 \eta}{\partial x \partial z} + \mu \frac{\partial^2 \eta}{\partial z^2} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} y^2 dy = B' (1 - \mu) \frac{\partial^2 \eta}{\partial x \partial z} \end{aligned} \quad (2.38)$$

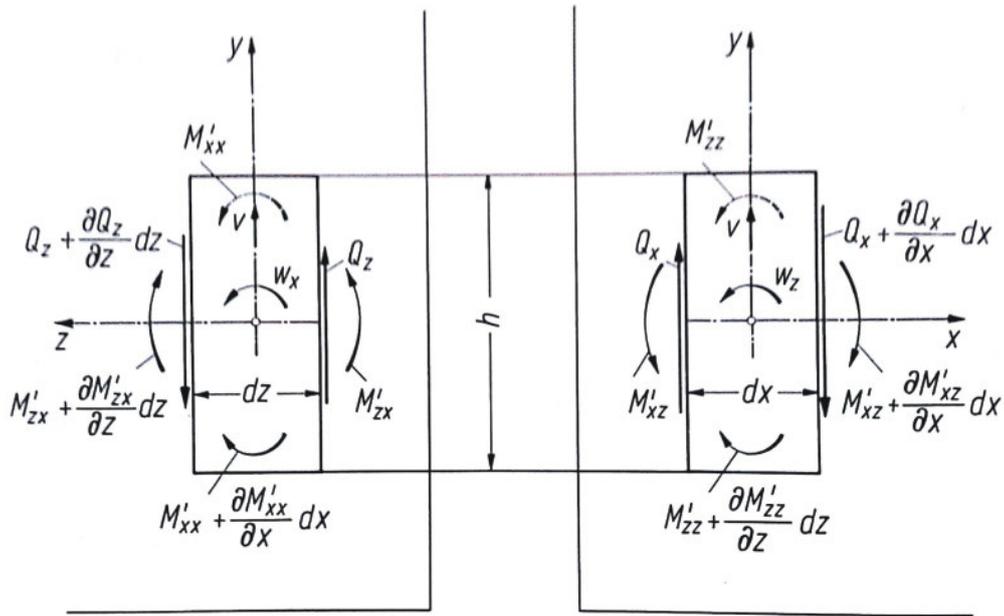


Abbildung 2.6: Momente, Kräfte und Bewegungsgrößen bei der Plattenverbiegung (Quelle [4])

Aus den Momenten erhält man schließlich noch die Querkräfte:

$$Q_x = -\frac{\partial M_{xz}}{\partial x} - \frac{\partial M_{zz}}{\partial z} = B' \frac{\partial \Delta \eta}{\partial x} \quad (2.39)$$

$$Q_z = -\frac{\partial M_{zx}}{\partial z} - \frac{\partial M_{xx}}{\partial x} = B' \frac{\partial \Delta \eta}{\partial z}$$

Nun ist noch die Eingangsimpedanz der unendlich ausgedehnten Platte von Interesse, welche in der Plattenmitte durch eine Kraft \hat{F} angeregt wird. Sie lautet wie folgt:

$$Z = \frac{\hat{F}}{\hat{v}} = \frac{\hat{F}}{j \omega \hat{\eta}} = \frac{8B' k_B^2}{\omega} = 8B' m'' \quad (2.40)$$

3 Schwingungsanalyse beim Balken

In diesem Kapitel wird ausgehend von der Aufgabenstellung ein Balkenmodell erstellt, womit durch geeignete Dämpfung das Schwingungsverhalten eines unendlichen Balkens angenähert werden soll [17]. Durch die Unterteilung des Balkens in mehrere Balkenelemente ist es über die entstehende Übertragungsfunktion möglich, pro Schnittstelle einen Dämpfer vorzusehen. Es hat sich herausgestellt, dass für eine umfassende Schwingungsanalyse fünf Dämpfer und somit fünf Balkenelemente ausreichend sind.

Zuerst wird die Übertragungsfunktion des ersten Balkenelements bestimmt, diese mit Dämpfern erweitert und eine allgemeine Form definiert, wodurch eine Übertragungsfunktion mit beliebig vielen Balkenelementen erstellt werden kann. Dadurch ist es möglich in Matlab [2] Untersuchungen bezüglich des Schwingungsverhaltens anzustellen und an beliebigen Stellen eine beliebige Anzahl an Dämpfern vorzusehen.

3.1 Aufgabenstellung

Ein freier Balken wird mit einer Kraft F_1 am Stabanfang harmonisch angeregt und an der Anregungsstelle soll die Geschwindigkeit v_1 über einen bestimmten Frequenzbereich ermittelt werden. Durch geeignete Dämpfung soll das Schwingungsverhalten eines unendlichen Balkens angenähert werden.

3.2 Modellbildung

In Matlab wurde ein Modell erstellt, welches sich aus fünf Balkenelementen identischer Dicke zusammensetzt. Dadurch ist es möglich an fünf verschiedenen Stellen des Balkenmodells Dämpfer vorzusehen. Weiters kann in jedem Knotenpunkt zwischen den einzelnen Balkenelementen mit einem Moment oder einer Kraft angeregt und Geschwindigkeiten und Winkelgeschwindigkeiten des Balkens ermittelt werden.

3.2.1 Übertragungsfunktion des ersten Balkenelementes

Eine Übertragungsfunktion für einen Balken, der am Stabanfang oder am Stabende mit einer Kraft beziehungsweise einem Moment angeregt wird, mit einer Geschwindigkeit und/oder einer Winkelgeschwindigkeit am Stabanfang und am Stabende antwortet, wird durch die mechanische Impedanz Z beschrieben. Diese sieht wie folgt aus:

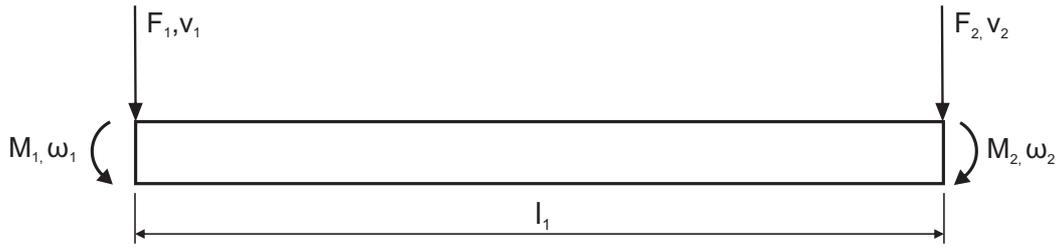


Abbildung 3.1: Kräfte, Momente und Geschwindigkeiten an einem Balken

$$\begin{pmatrix} F_1 \\ M_1 \\ F_2 \\ M_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} & Z_{14} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} & Z_{24} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} & Z_{34} \\ Z_{41} & Z_{42} & Z_{43} & Z_{44} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v_1 \\ \omega_1 \\ v_2 \\ \omega_2 \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

- F_1 Kraft am Balkenanfang
- F_2 Kraft am Balkenende
- M_1 Moment am Stabanfang
- M_2 Moment am Balkenende
- $v_{1,2}$ Geschwindigkeit am Balkenanfang beziehungsweise am Balkenende
- $\omega_{1,2}$ Winkelgeschwindigkeit am Balkenanfang beziehungsweise am Balkenende
- Z_{ij} Teilimpedanzen des Balkens

Als Anregung wirke nun eine Kraft F_1 mit der Amplitude 1. Die Kraft F_2 , sowie die Momente M_1 und M_2 seien Null. Die Länge des ersten Balkenelementes ist l_1 .

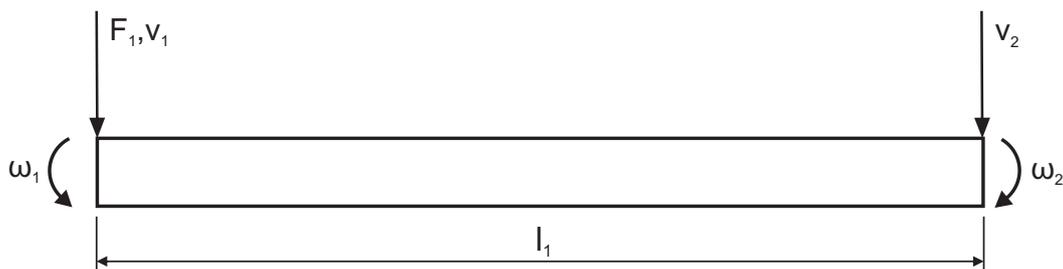


Abbildung 3.2: Auftretende Kraft und Geschwindigkeiten am ersten Balkenelement

Somit ergibt sich für die Übertragungsfunktion des ersten Balkenelementes:

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} & Z_{14} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} & Z_{24} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} & Z_{34} \\ Z_{41} & Z_{42} & Z_{43} & Z_{44} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v_1 \\ \omega_1 \\ v_2 \\ \omega_2 \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

Um dieses Gleichungssystem zu lösen müssen zuerst die Teilimpedanzen bestimmt werden.

3.2.1.1 Bestimmung der Teilimpedanzen

Zuerst wird ein geeignetes Ersatzsystem gewählt. Durch die hier auftretenden Randbedingungen fallen alle Impedanzen außer die zu Berechnende aus dem Gleichungssystem heraus. Dieses Ersatzsystem wird verwendet um die Teilimpedanz Z_{11} zu bestimmen.

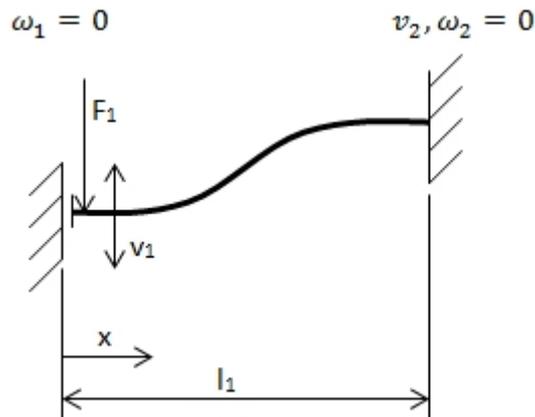


Abbildung 3.3: Gewähltes Ersatzsystem

Am Anfang ist der Balken so gelagert, dass er sich nur in vertikaler Richtung frei bewegen kann. Das Ende des Balkens ist fest eingespannt. Dadurch ist am Balkenanfang nur eine Geschwindigkeit v_1 in vertikaler Richtung möglich, die Winkelgeschwindigkeit ω_1 ist Null. Am Balkenende wird jede Bewegung verhindert und dadurch ist auch die Geschwindigkeit v_2 und die Winkelgeschwindigkeit ω_2 Null. Die Anregung auf den Balkenanfang erfolgt durch eine Kraft F_1 in vertikaler Richtung.

Damit sieht die Übertragungsfunktion wie folgt aus:

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} & Z_{14} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} & Z_{24} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} & Z_{34} \\ Z_{41} & Z_{42} & Z_{43} & Z_{44} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

Durch die gewählten Randbedingungen gilt für $\omega_1 = \omega_2 = v_2 = 0$ und für die Teilimpedanz Z_{11} :

$$Z_{11} = \frac{F_1}{v_1} \Big|_{\omega_1=\omega_2=v_2=0} \quad (3.4)$$

Um diese zu berechnen, muss als nächstes die Geschwindigkeit v_1 bestimmt werden. Die Biegeschwingung besteht beim Balken aus vier Lösungsbestandteilen, wie bereits im Kapitel Biegeschwingungen in Gleichung (2.23) beschrieben.

$$\underline{v}(x) = \underline{v}_A e^{-jk_B x} + \underline{v}_B e^{jk_B x} + \underline{v}_C e^{-k_B x} + \underline{v}_D e^{k_B x}$$

Da sämtliche hier berechnete Teilimpedanzen und Geschwindigkeiten komplexen Charakter besitzen werden diese von nun an, um die Übersicht zu wahren, nicht mehr unterstrichen. Aus Gleichung (2.4) folgt für die Winkelschnelle:

$$\omega(x) = -j k_B v_A e^{-jk_B x} + j k_B v_B e^{jk_B x} - k_B v_C e^{-k_B x} + k_B v_D e^{k_B x} \quad (3.5)$$

Die Geschwindigkeit am Beginn des Balkens v_1 entspricht der Schnelle der Biegewelle an der Stelle $x = 0$:

$$v_1 = v(0) \quad (3.6)$$

An der Stelle $x = 0$ vereinfacht sich die Gleichung zu:

$$v(0) = v_1 = v_A + v_B + v_C + v_D \quad (3.7)$$

Die vier Unbekannten v_A , v_B , v_C und v_D ergeben sich aus den vier Randbedingungen für die Schnellen und Winkelschnellen an der Stelle $x = l_1$ und $x = 0$.

$$\omega(l_1) = -j k_B v_A e^{-jk_B l_1} + j k_B v_B e^{jk_B l_1} - k_B v_C e^{-k_B l_1} + k_B v_D e^{k_B l_1} = 0 \quad (3.8)$$

$$\omega(0) = -j k_B v_A + j k_B v_B - k_B v_C + k_B v_D = 0 \quad (3.9)$$

$$v(l_1) = v_A e^{-jk_B l_1} + v_B e^{jk_B l_1} + v_C e^{-k_B l_1} + v_D e^{k_B l_1} = 0 \quad (3.10)$$

$$F(0) = \frac{B k_B^3}{j\omega} (jv_A - jv_B - v_C + v_D) = F_1 \quad (3.11)$$

Somit können die vier Unbekannten berechnet werden und die Geschwindigkeit am Stab-
anfang v_1 ist für die gewählten Randbedingungen bestimmt und lautet:

$$v_1 = -\frac{\omega F_1}{j B k_B^3} \frac{1 - \cos(k_B l_1) \cosh(k_B l_1)}{\cosh(k_B l_1) \sin(k_B l_1) + \cos(k_B l_1) \sinh(k_B l_1)} \quad (3.12)$$

Daraus folgt für die Teilimpedanz Z_{11} :

$$Z_{11} = -j \frac{B k_B^3}{\omega} \frac{\cosh(k_B l_1) \sin(k_B l_1) + \cos(k_B l_1) \sinh(k_B l_1)}{1 - \cos(k_B l_1) \cosh(k_B l_1)} \quad (3.13)$$

Somit ist die erste Teilimpedanz bestimmt und es kann die Teilimpedanz Z_{12} berechnet
werden.

Durch die Wahl geeigneter Randbedingungen wird $v_1 = v_2 = \omega_1 = 0$ und es kann
geschrieben werden:

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} & Z_{14} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} & Z_{24} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} & Z_{34} \\ Z_{41} & Z_{42} & Z_{43} & Z_{44} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ \omega_1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.14)$$

Da die Vorgehensweise zur Bestimmung der restlichen Teilimpedanzen immer dieselbe
ist, werden nachfolgend nur die fertigen Lösungen angegeben.

$$Z_{12} = -j \frac{B k_B^2}{\omega} \frac{\sinh(k_B l_1) \sin(k_B l_1)}{1 - \cos(k_B l_1) \cosh(k_B l_1)} \quad (3.15)$$

$$Z_{13} = j \frac{B k_B^3}{\omega} \frac{\sinh(k_B l_1) + \sin(k_B l_1)}{(1 - \cos(k_B l_1) \cosh(k_B l_1))} \quad (3.16)$$

$$Z_{14} = -j \frac{B k_B^2}{\omega} \frac{\cosh(k_B l_1) - \cos(k_B l_1)}{(1 - \cos(k_B l_1) \cosh(k_B l_1))} \quad (3.17)$$

$$Z_{21} = Z_{12} \quad (3.18)$$

$$Z_{22} = -j \frac{B k_B}{\omega} \frac{\cosh(k_B l_1) \sin(k_B l_1) - \cos(k_B l_1) \sinh(k_B l_1)}{1 - \cos(k_B l_1) \cosh(k_B l_1)} \quad (3.19)$$

$$Z_{23} = -Z_{14} \quad (3.20)$$

$$Z_{24} = -j \frac{B k_B}{\omega} \frac{\sinh(k_B l_1) - \sin(k_B l_1)}{1 - \cos(k_B l_1) \cosh(k_B l_1)} \quad (3.21)$$

$$Z_{31} = Z_{13} \quad (3.22)$$

$$Z_{32} = Z_{23} \quad (3.23)$$

$$Z_{33} = Z_{11} \quad (3.24)$$

$$Z_{34} = -Z_{12} \quad (3.25)$$

$$Z_{41} = Z_{14} \quad (3.26)$$

$$Z_{42} = Z_{24} \quad (3.27)$$

$$Z_{43} = Z_{34} \quad (3.28)$$

$$Z_{44} = Z_{22} \quad (3.29)$$

Somit sind sämtliche Teilimpedanzen bestimmt und es ist bereits möglich die ungedämpften Biegeschwingungen am Balkenanfang und am Balkenende zu berechnen.

Im nächsten Schritt wird die Übertragungsfunktion erweitert, damit es möglich wird die vorliegenden ungedämpften Biegeschwingungen zu dämpfen.

3.2.1.2 Erweiterung der Übertragungsfunktion mit Dämpfungskonstanten

Da im vorliegenden Modell die Biegeschwingungen gedämpft werden sollen, ist es notwendig die Übertragungsfunktion so zu erweitern, dass dort Dämpfungskonstanten vorkommen.

$$\begin{pmatrix} F_1 \\ M_1 \\ F_2 \\ M_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} & Z_{14} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} & Z_{24} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} & Z_{34} \\ Z_{41} & Z_{42} & Z_{43} & Z_{44} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v_1 \\ \omega_1 \\ v_2 \\ \omega_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} d_1 \cdot v_1 \\ d_{r1} \cdot \omega_1 \\ d_2 \cdot v_2 \\ d_{r2} \cdot \omega_2 \end{pmatrix} \quad (3.30)$$

d_i steht für translatorische und d_r für rotatorische Dämpfung. Diese Gleichungen vereinfacht sehen wie folgt aus:

$$\begin{pmatrix} F_1 \\ M_1 \\ F_2 \\ M_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{11} + d_1 & Z_{12} & Z_{13} & Z_{14} \\ Z_{21} & Z_{22} + d_{r1} & Z_{23} & Z_{24} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} + d_2 & Z_{34} \\ Z_{41} & Z_{42} & Z_{43} & Z_{44} + d_{r2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v_1 \\ \omega_1 \\ v_2 \\ \omega_2 \end{pmatrix} \quad (3.31)$$

Wie man sieht können die Dämpfungskonstanten direkt in die Hauptdiagonale der Matrix geschrieben werden. Diese Übertragungsfunktion entspricht Abbildung 3.4.

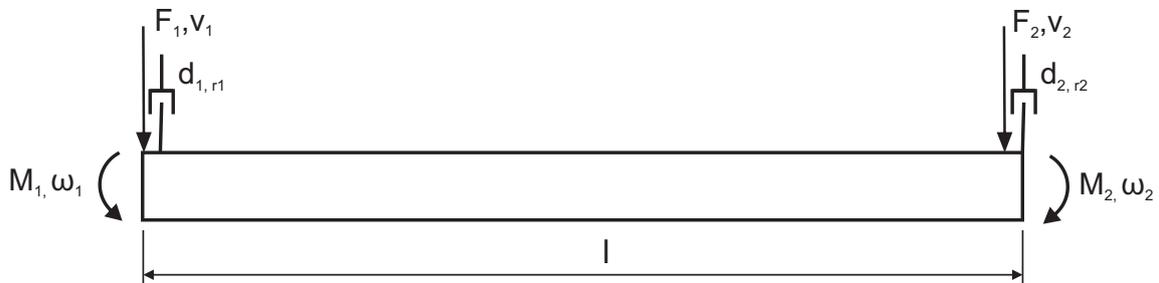


Abbildung 3.4: Balken mit anregenden Kräften und Momenten, Geschwindigkeiten und Winkelgeschwindigkeiten und jeweils ein Dämpfer am Anfang und am Ende

Eine Erhöhung der Teilimpedanzen Z_{11} , Z_{22} , Z_{33} und Z_{44} hat eine mechanisch einfach zu realisierende Dämpfung des Systems zur Folge.

Wird $Z_{11} = F_1/v_1$ größer, ist dies gleichbedeutend, als ob am Balkenanfang eine translatorische Dämpfung in Krafrichtung F_1 angebracht wäre. Eine Erhöhung von $Z_{22} =$

M_1/ω_1 entspricht einer rotatorischen Dämpfung in Richtung des Momentes M_1 am Balkenanfang. Das selbe gilt für Z_{33} und Z_{44} am Balkenende. Nun ist es also möglich durch Vergrößerung der Impedanzen der Hauptdiagonalen am Anfang und am Ende des Balkens translatorische und rotatorische Dämpfer vorzusehen.

3.2.2 Übertragungsfunktion der ersten beiden Balkenelemente

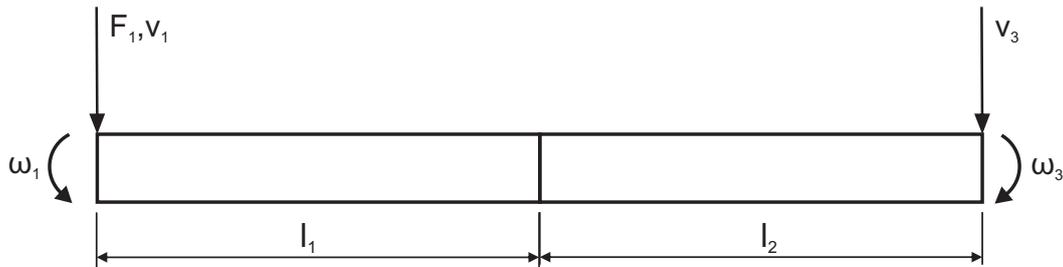


Abbildung 3.5: Zwei Balkenelemente

Die Impedanzmatrix für zwei Balken setzt sich aus der Impedanzmatrix Z des ersten Balkens und X des zweiten Balkens zusammen, wobei die Matrix des zweiten Balkens entlang der Hauptdiagonalen verschoben ist. Die restlichen Einträge sind Null. Um eine bessere Übersicht zu wahren, werden die Dämpfungskonstanten erst wieder am fertigen Modell eingefügt.

$$\begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} & Z_{14} & 0 & 0 \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} & Z_{24} & 0 & 0 \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} & Z_{34} & 0 & 0 \\ Z_{41} & Z_{42} & Z_{43} & Z_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & X_{11} & X_{12} & X_{13} & X_{14} \\ 0 & 0 & X_{21} & X_{22} & X_{23} & X_{24} \\ 0 & 0 & X_{31} & X_{32} & X_{33} & X_{34} \\ 0 & 0 & X_{41} & X_{42} & X_{43} & X_{44} \end{pmatrix} \quad (3.32)$$

Es sind hier nur die auftretenden Geschwindigkeiten am Anfang und am Ende des Balkens eingezeichnet.

Somit lautet die Übertragungsfunktion für zwei Balkenelemente allgemein:

$$\begin{pmatrix} F_1 \\ M_1 \\ F_2 \\ M_2 \\ F_3 \\ M_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} & Z_{14} & 0 & 0 \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} & Z_{24} & 0 & 0 \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} + X_{11} & Z_{34} + X_{12} & X_{13} & X_{14} \\ Z_{41} & Z_{42} & Z_{43} + X_{21} & Z_{44} + X_{22} & X_{23} & X_{24} \\ 0 & 0 & X_{31} & X_{32} & X_{33} & X_{34} \\ 0 & 0 & X_{41} & X_{42} & X_{43} & X_{44} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v_1 \\ \omega_1 \\ v_2 \\ \omega_2 \\ v_3 \\ \omega_3 \end{pmatrix} \quad (3.33)$$

Wie hieraus ersichtlich ist, können die Impedanzen an der Berührungsebene zwischen dem ersten und dem zweiten Balken einfach addiert werden. Da die Durchmesser des zweiten und des ersten Balkens identisch sind, sind auch die Einzelimpedanzen Z_{ij} und X_{ij} der beiden Balken bei gleicher Länge identisch. Ist die Länge unterschiedlich, sind auch die Impedanzen verschieden. Mit diesem Verfahren lassen sich ohne erheblichen Aufwand beliebig viele Balkenelemente zusammenfügen und man hat somit die Möglichkeit eine beliebige Anzahl an Knotenpunkten für mögliche Anregungen oder Dämpfungen zu erzeugen.

Das im Laufe dieser Diplomarbeit erzeugte Modell besteht aus fünf Balkenelementen, um an fünf beliebigen Stellen die Auswirkungen der Dämpfer und deren Position auf die Biegeschwingungen zu untersuchen. Da sich die Vorgehensweise zur Ableitung der Übertragungsfunktion nicht ändert und sich die Schritte stets wiederholen wird hier gleich auf das fertige Fünf-Balken-Modell übergegangen.

3.2.3 Fünf Balkenelemente

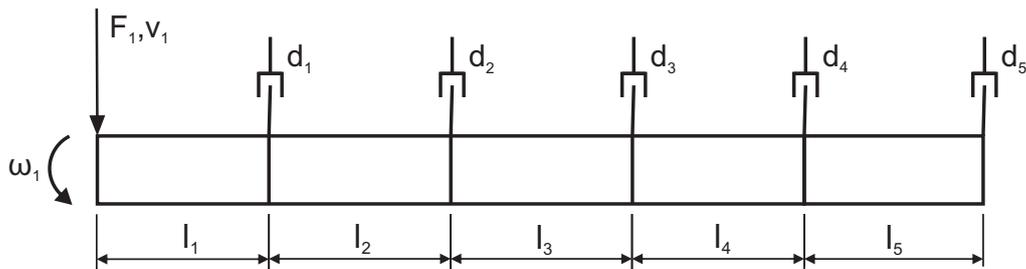


Abbildung 3.6: Fünf Balkenelemente mit Anregung am Balkenanfang und angebrachten Dämpfern

In diesem Bild ist der Balken aus fünf zusammengesetzten Elementen zu sehen, wie er über das fertige Modell beschrieben werden kann. Es sind jeweils an den Knotenpunkten und am Ende Dämpfer angebracht, welche translatorisch und auch rotatorisch wirken können. Am Beginn des Balkens ist kein Dämpfer angebracht, da dadurch lediglich die anregende Kraft reduziert werden würde. Über das Modell ist es möglich die Geschwindigkeiten und Winkelgeschwindigkeiten an jedem Knotenpunkt und am Anfang und Ende des Balkens zu berechnen und als Übertragungsfunktion abzubilden.

Die Impedanzmatrix Z dieses Systems lautet:

$$\begin{pmatrix}
 U_{11} & U_{12} & U_{13} & U_{14} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 U_{21} & U_{22} & U_{23} & U_{24} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 U_{31} & U_{32} & A & B & V_{13} & V_{14} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 U_{41} & U_{42} & C & D & V_{23} & V_{24} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & V_{31} & V_{32} & E & F & W_{13} & W_{14} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & V_{41} & V_{42} & G & H & W_{23} & W_{24} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & W_{31} & W_{32} & I & J & X_{13} & X_{14} & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & W_{41} & W_{42} & K & L & X_{23} & X_{24} & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & X_{31} & X_{32} & M & N & Z_{13} & Z_{14} \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & X_{41} & X_{42} & P & R & Z_{23} & Z_{24} \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} & Z_{34} \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Z_{41} & Z_{42} & Z_{43} & Z_{44}
 \end{pmatrix} \quad (3.34)$$

Die Einträge A bis R stehen jeweils für die Additionen der Teilimpedanzen an den Berührungsebenen zwischen den einzelnen Balken.

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{33} + V_{11} & U_{34} + V_{12} \\ U_{43} + V_{21} & U_{44} + V_{22} \end{pmatrix} \quad (3.35)$$

$$\begin{pmatrix} E & F \\ G & H \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{33} + W_{11} & V_{34} + W_{12} \\ V_{43} + W_{21} & V_{44} + W_{22} \end{pmatrix} \quad (3.36)$$

$$\begin{pmatrix} I & J \\ K & L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} W_{33} + X_{11} & W_{34} + X_{12} \\ W_{43} + X_{21} & W_{44} + X_{22} \end{pmatrix} \quad (3.37)$$

$$\begin{pmatrix} M & N \\ P & R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_{33} + Z_{11} & X_{34} + Z_{12} \\ X_{43} + Z_{21} & X_{44} + Z_{22} \end{pmatrix} \quad (3.38)$$

Werden jetzt noch die Dämpfer implementiert lautet die fertige Übertragungsfunktion für das Fünf-Balken-Modell:

$$\begin{pmatrix} F_1 \\ M_1 \\ F_2 \\ M_2 \\ F_3 \\ M_3 \\ F_4 \\ M_4 \\ F_5 \\ M_5 \\ F_6 \\ M_6 \end{pmatrix} = Z \cdot \begin{pmatrix} v_1 \\ \omega_1 \\ v_2 \\ \omega_2 \\ v_3 \\ \omega_3 \\ v_4 \\ \omega_4 \\ v_5 \\ \omega_5 \\ v_6 \\ \omega_6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} d_1 \cdot v_1 \\ d_{r1} \cdot \omega_1 \\ d_2 \cdot v_2 \\ d_{r2} \cdot \omega_2 \\ d_3 \cdot v_3 \\ d_{r3} \cdot \omega_3 \\ d_4 \cdot v_4 \\ d_{r4} \cdot \omega_4 \\ d_5 \cdot v_5 \\ d_{r5} \cdot \omega_5 \\ d_6 \cdot v_6 \\ d_{r6} \cdot \omega_6 \end{pmatrix} \quad (3.39)$$

Um die Übersicht zu bewahren wurden die Dämpfer nicht in die Impedanzmatrix geschrieben sondern hinten angehängt, da diese ohnehin schon sehr groß ist.

Die eingeführten Gleichungen sind in Matlab implementiert worden, um das Biegeschwingsverhalten im Detail zu untersuchen. Der Balken kann nun an fünf beliebigen Stellen gedämpft werden und somit ist eine aussagekräftige Studie über den Einfluss der Dämpfung auf das Schwingungsverhalten möglich.

3.3 Schwingungsanalyse

Hier werden die verschiedenen Ergebnisse interpretiert und es wird versucht ein allgemein gültiges Schema zu entwerfen um eine gute Annäherung an das Schwingungsverhalten eines halbumendlichen Balkens zu erhalten. Ein halbumendlicher Balken hat seinen Anfang bei $x = 0$ und sein Ende im unendlichen, wohingegen sich der unendliche Balken in beide Richtungen ins unendliche erstreckt.

3.3.1 Untersuchung am ungedämpften Balken

Im folgenden Bild ist eine Gegenüberstellung der Mobilitäten Y eines halbumendlichen Balkens und eines ungedämpften Balkens mit der Länge $l = 1.5 \text{ m}$, dem Durchmesser $D = 10 \text{ mm}$, über der Frequenz bis 1000 Hz zu sehen. Beide Balken sind aus Stahl, mit dem Elastizitätsmodul $E = 210000 \text{ N/mm}^2$ und der Dichte $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$:

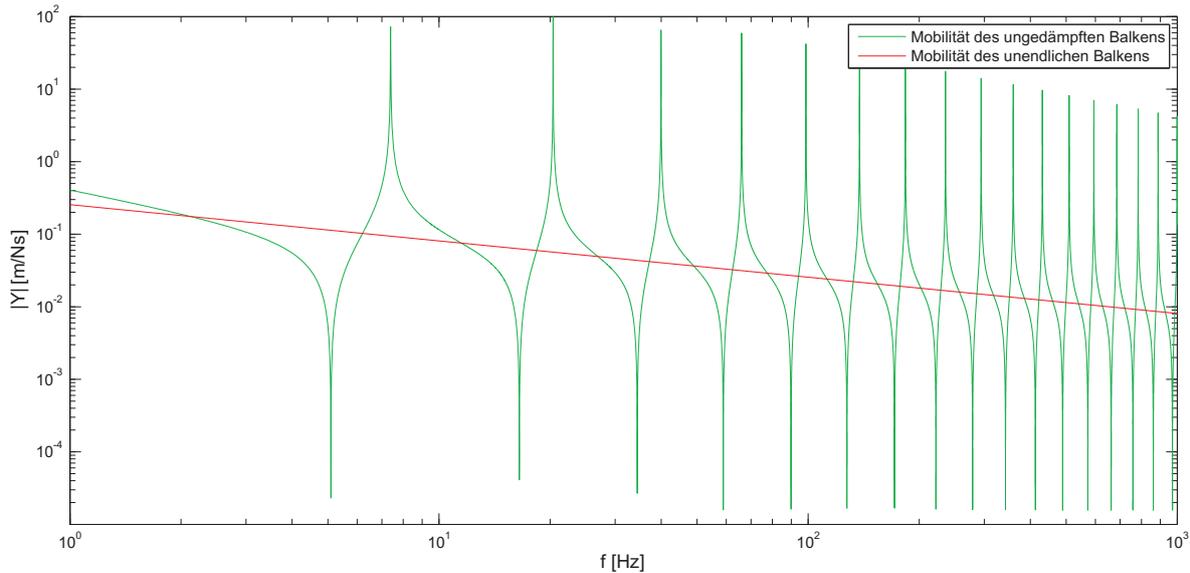


Abbildung 3.7: Gegenüberstellung der Admittanzen eines unendlichen Balkens und eines ungedämpften Balkens

Der Eingangswiderstand des halbumendlichen Balkens ist durch die Gleichung (2.32) gegeben. Daraus ergibt sich für die Admittanz A , welche den Kehrwert der Impedanz darstellt:

$$A = \frac{1}{Z} = \frac{2}{m' c_B (1 + i)} \quad (3.40)$$

Wie aus (3.40) ersichtlich ist, ist die Admittanz komplex und sie sinkt wegen der Frequenzabhängigkeit der Phasengeschwindigkeit mit der Wurzel der Frequenz ab. Die auftretenden BiegeWellen werden beim halbumendlichen Balken zu keiner Zeit reflektiert. Dadurch entstehen auch im gesamten betrachteten Frequenzbereich keine Resonanzüberhöhungen.

Beim ungedämpften endlichen Balken hingegen werden die Wellen am Balkenende reflektiert, wandern zurück zum Balkenanfang und werden erneut reflektiert.

Die einzelnen Maxima und Minima entsprechen den Resonanzen und Antiresonanzen und entstehen durch die Überlagerung von Masseneinfluss und Steifigkeitseinfluss.

3.3.2 Erste Untersuchungen am gedämpften Balken:

Nun stellt sich die Frage, wie viele Dämpfer benötigt werden um ein zufriedenstellendes Ergebnis zu erhalten, welche Werte für die einzelnen Dämpfer einzusetzen und in welchem Abstand anzubringen sind.

3.3.2.1 Ein Dämpfer

Zuerst wird am Ende des Balkens ein Dämpfer angebracht:

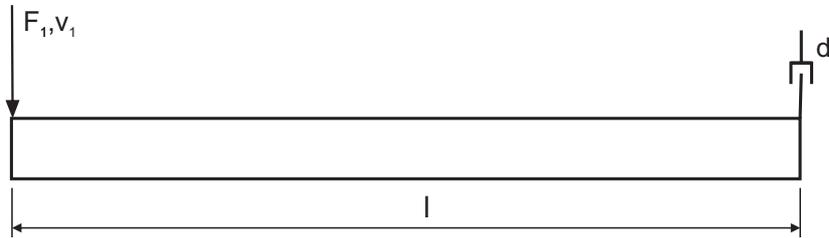


Abbildung 3.8: Balken mit einem Dämpfer

Die dadurch entstehende Übertragungsfunktion im Frequenzbereich von 0 bis 10000 Hz sieht wie folgt aus:

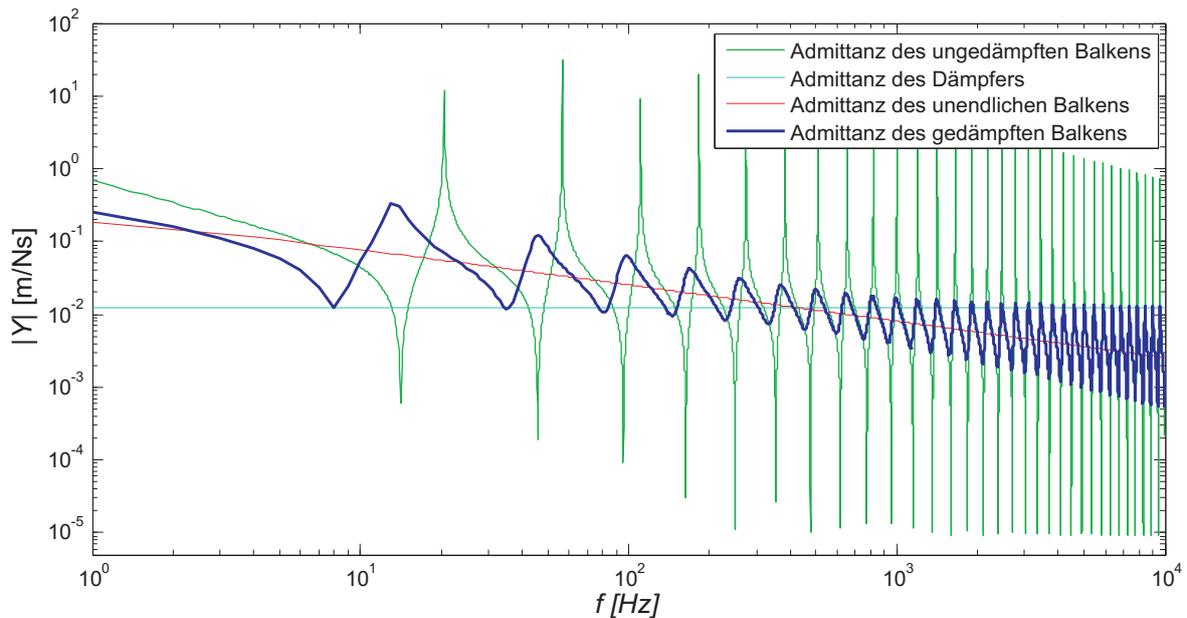


Abbildung 3.9: Übertragungsfunktion eines Balkens mit einem Dämpfer

Die Admittanz des Dämpfers beträgt hier $A = 0.0125 m/sN$. Der Balken wird bei jener Frequenz am stärksten gedämpft, bei der die Dämpferimpedanz und die Impedanz des unendlichen Balkens denselben Wert haben.

Zur Bestimmung dieser Frequenz maximaler Dämpfung setzt man die Gleichung (2.18)

in die Gleichung (3.40) ein und formt sie wie folgt um. Daraus erhält man für die Frequenz den Ausdruck:

$$f = -i \frac{1}{m'^2 \pi A^2 \sqrt{\frac{B}{m'}}} \quad (3.41)$$

Wählt man nun für die Admittanz den Wert $A = 0.0125 \text{ m/sN}$, errechnet sich für den Betrag der Frequenz $f = 418 \text{ Hz}$. Dies ist exakt jene Frequenz bei der in der obigen Abbildung die dämpfende Wirkung am größten ist. Durch die Wahl der Dämpferimpedanz ist also genau eine Frequenz bestimmt, bei der eine maximale Dämpferwirkung auftritt.

Bei niedriger und höherer Frequenz ist die dämpfende Wirkung weniger ausgeprägt und die einhüllende Kurve wird breiter. Daraus ist klar ersichtlich, dass man mehr als einen Dämpfer benötigt um eine zufriedenstellende Dämpfung in einem großen Frequenzbereich zu erreichen und das Schwingungsverhalten eines unendlichen Balkens anzunähern.

3.3.2.2 Zwei Dämpfer

Als nächstes wird ein zweiter Dämpfer hinzugefügt. Dessen Lage und Größe wird zuerst frei gewählt, denn es ist noch unklar welches Zusammenspiel von Dämpferwerten und Positionierung zu einem optimalen Ergebnis führt.

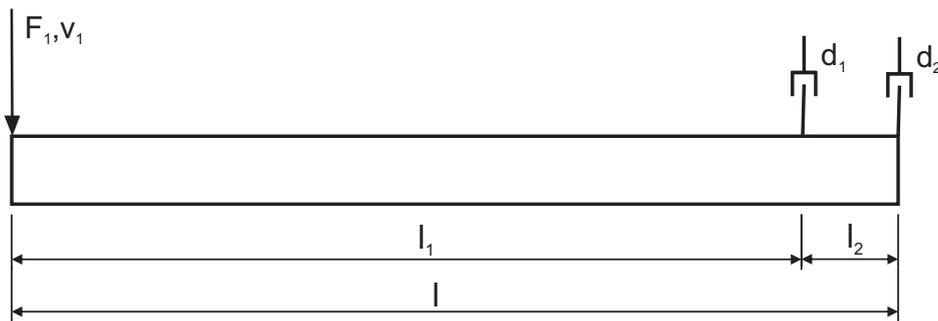


Abbildung 3.10: Balken mit zwei Dämpfern

Die Länge l beträgt $1,5 \text{ m}$ und die Länge l_2 beträgt 10 cm . Die Dämpferimpedanz d_2 beträgt 160 Ns/m und d_1 80 Ns/m .

Die Übertragungsfunktion sieht wie folgt aus:

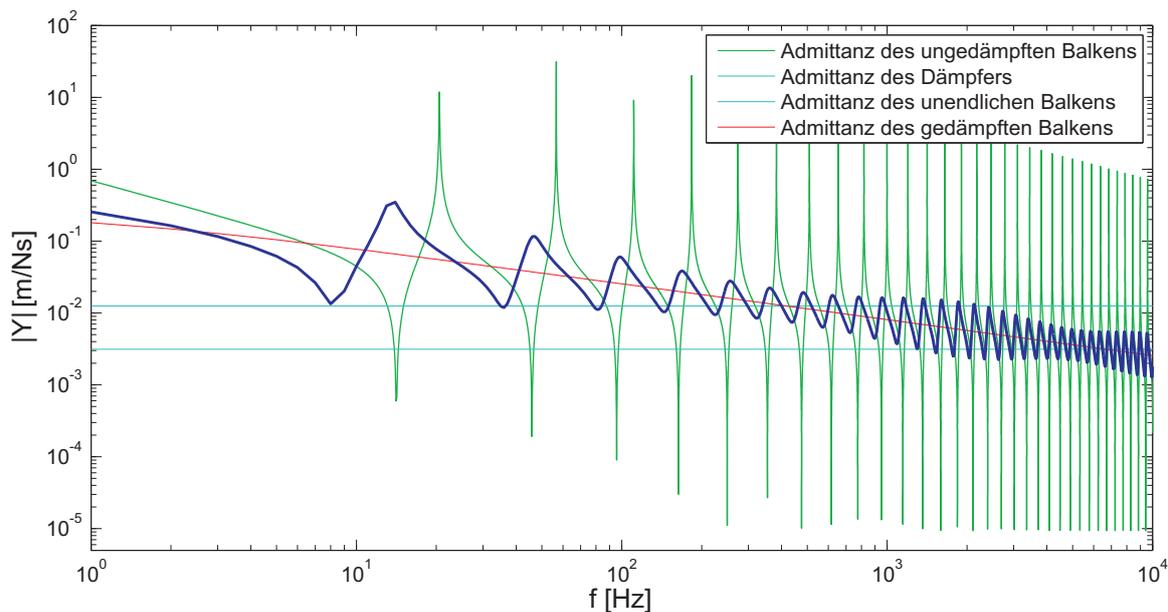


Abbildung 3.11: Übertragungsfunktion eines Balkens mit zwei Dämpfern

Wieder ist die dämpfende Wirkung genau dort am größten, wo die Dämpferimpedanzen und die Impedanz des unendlichen Balkens zusammenfallen. Der gedämpfte Frequenzbereich ist hier schon deutlich größer, aber um ein zufriedenstellendes Ergebnis zu erzielen werden noch mehr Dämpfer benötigt.

Im nächsten Schritt werden fünf Dämpfer angebracht, da man so einen besseren Zusammenhang zwischen den Wechselwirkungen der einzelnen Dämpfer und deren Abständen erkennen kann. Erst wenn die Dämpferwerte und die Abstände optimiert sind wird untersucht wie viele Dämpfer tatsächlich benötigt werden.

3.3.3 Methodenentwicklung um eine optimale Dämpfung zu erreichen:

3.3.3.1 Erste Methode: Untersuchung mit gleichbleibendem Abstand zwischen den einzelnen Dämpfern

Da noch nicht bekannt ist, mit welchem Dämpferabstand und welchen Dämpferimpedanzen eine optimale Dämpfung erzielt wird, werden die einzelnen Dämpfer zuerst in gleichmäßigem Abstand $l = 0.3 \text{ m}$ über den Balken verteilt. Die Dämpferimpedanzen werden so gewählt, dass der gesamte Frequenzbereich gut abgedeckt ist. Die Impedanz des letzten Dämpfers d_5 hat dabei denselben Wert wie die Impedanz des halbunendlichen Balkens bei der Frequenz $f = 10000 \text{ Hz}$. Die weiteren Dämpferimpedanzen werden jeweils halbiert. Würden alle Dämpfer die selbe Impedanz haben, oder die ersten Dämpfer

sogar eine größere als die nachfolgenden, würde es zu stärkeren Schwingungsreflexionen kommen. Aus diesem Grund sollte der erste Dämpfer eine vergleichsweise kleine Impedanz haben. Diese sollte von Dämpfer zu Dämpfer erhöht werden, um eine optimale dämpfende Wirkung zu erreichen.

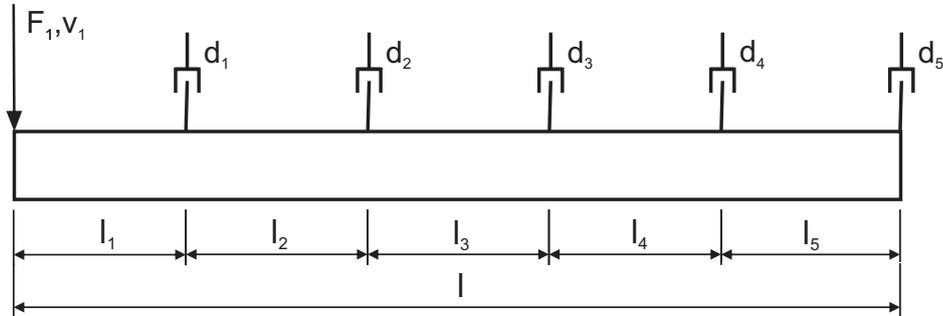


Abbildung 3.12: Balken mit fünf Dämpfern

Reine translatorische Dämpfung:

Die Längen und die Dämpferimpedanzen betragen jeweils:

$$\begin{array}{ccccc}
 l_1=0.3 \text{ m} & l_2=0.3 \text{ m} & l_3=0.3 \text{ m} & l_4=0.3 \text{ m} & l_5=0.3 \text{ m} \\
 d_1=25 \text{ Ns/m} & d_2=50 \text{ Ns/m} & d_3=100 \text{ Ns/m} & d_4=200 \text{ Ns/m} & d_5=400 \text{ Ns/m}
 \end{array}$$

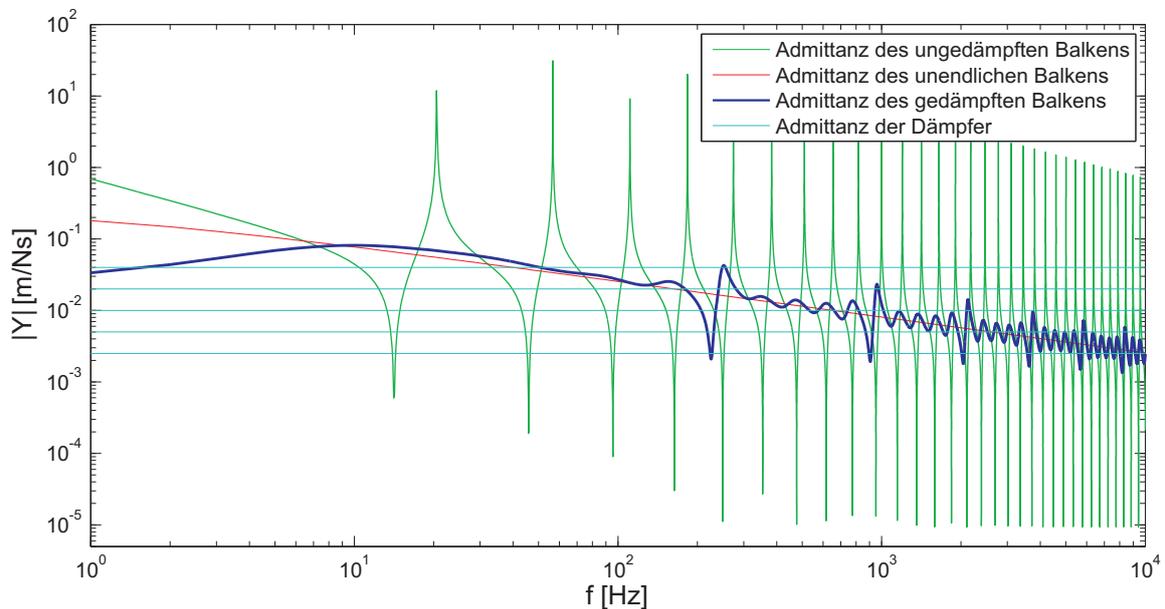


Abbildung 3.13: Übertragungsfunktion eines Balkens mit fünf Dämpfern und gleichbleibendem Abstand

Hier treten Frequenzbereiche auf, die schlechter gedämpft werden. Die ersten Überhöhungen treten bei den Frequenzen 225 Hz, 900 Hz, 2000 Hz und 3500 Hz auf. Ein Grund hierfür könnte sein, dass bei diesen Frequenzen sämtliche Dämpfer in der Nähe, oder auf einem Schwingungsknoten liegen.

Errechnet man sich die jeweiligen Wellenlängen λ über die Formel:

$$\lambda = \frac{c_B}{f} \quad (3.42)$$

erhält man für $\lambda(225 \text{ Hz}) = 0,6 \text{ m}$, $\lambda(900 \text{ Hz}) = 0,3 \text{ m}$, $\lambda(2000 \text{ Hz}) = 0,2 \text{ m}$ und $\lambda(3500 \text{ Hz}) = 0,15 \text{ m}$.

In den folgenden Abbildungen wird der Zusammenhang der Biegewellenlänge und des Dämpferabstandes erklärt. Zur Verdeutlichung wird als Extrembeispiel angenommen, dass der erste Dämpfer genau in einem Schwingungsknoten zu liegen kommt.

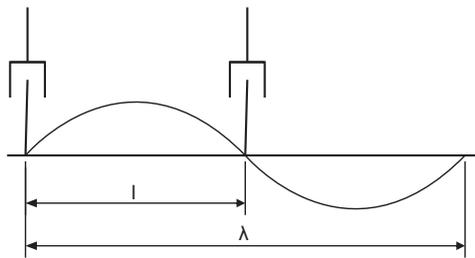


Abbildung 3.14: gedämpfte Biegewelle bei $f = 225 \text{ Hz}$ Dämpferabstand $l = 0,3 \text{ m}$, $\lambda = 0,6 \text{ m}$

Die Wellenlänge beträgt genau das doppelte des Dämpferabstandes. Trifft ein Schwingungsknoten genau auf den ersten Dämpfer, liegen auch die restlichen Dämpfer in einem Schwingungsknoten.

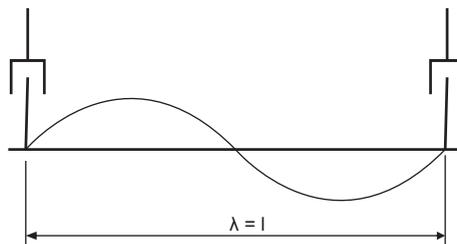


Abbildung 3.15: gedämpfte Biegewelle bei $f = 900 \text{ Hz}$, Dämpferabstand $l = 0,3 \text{ m}$, $\lambda = 0,3 \text{ m}$

Die Wellenlänge und der Dämpferabstand haben denselben Wert, die Dämpfer liegen in einem Schwingungsknoten.

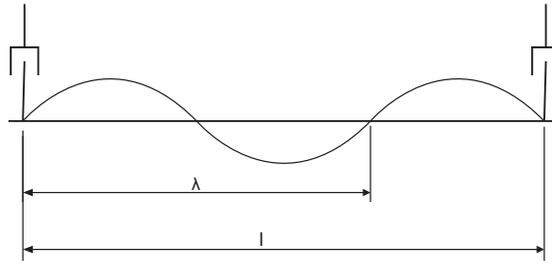


Abbildung 3.16: gedämpfte Biegewelle bei $f=2000\text{Hz}$ Dämpferabstand $l=0,3\text{m}$ $\lambda=0,2\text{m}$

Der Dämpferabstand ist ein vielfaches der halben Wellenlänge, auch hier liegen alle Dämpfer genau in einem Schwingungsknoten.

Ist also $\lambda/2$ gleich, oder ein vielfaches des gewählten Dämpferabstandes, so kann es immer Frequenzen geben, bei denen alle Dämpfer genau in einem Schwingungsknoten, oder aber in der Nähe liegen und deshalb eine schlechte Dämpferwirkung haben.

Variation der Abstände um $l=0.3\text{ m}$:

Als nächstes wird untersucht, wie sich die Schwingung verhält, wenn die Abstände nicht immer genau denselben Wert haben, sondern um einen Wert schwanken. Fällt der erste Dämpfer in einen Schwingungsknoten, treffen dadurch nicht alle anderen Dämpfer bei bestimmten Frequenzen gleichzeitig in einen Schwingungsknoten.

$$\begin{array}{lllll}
 l_1 = 0.339\text{ m} & l_2 = 0.268\text{ m} & l_3 = 0.321\text{ m} & l_4 = 0.2764\text{ m} & l_5 = 0.296\text{ m} \\
 d_1 = 25\text{ Ns/m} & d_2 = 50\text{ Ns/m} & d_3 = 100\text{ Ns/m} & d_4 = 200\text{ Ns/m} & d_5 = 400\text{ Ns/m}
 \end{array}$$

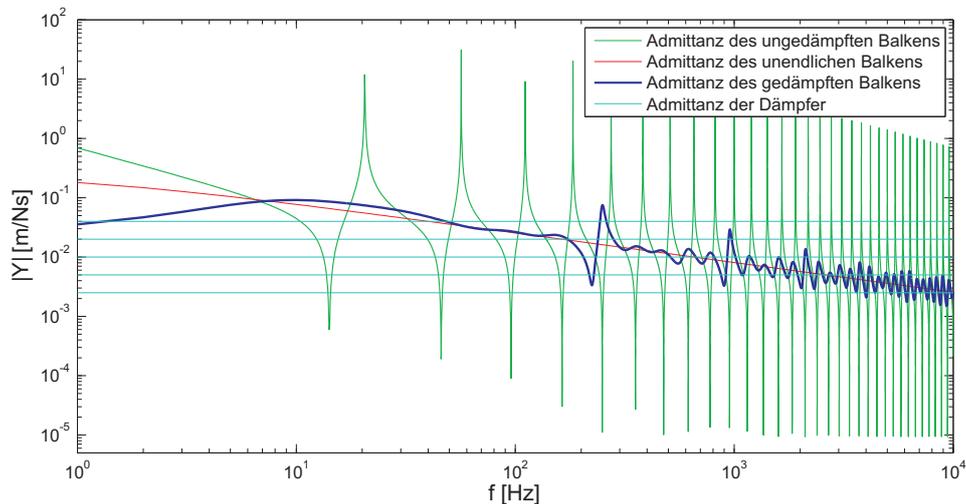


Abbildung 3.17: Übertragungsfunktion eines Balkens, die Abstände zwischen den Dämpfern sind in der Größenordnung um $l = 0.3\text{ m}$

Man sieht, dass sich das Ergebnis durch Variation der Abstände kaum verbessert. Trifft ein Schwingungsknoten genau auf den ersten Dämpfer, befinden sich die folgenden Dämpfer zwar nicht genau in einem Schwingungsknoten, sie befinden sich aber in der Nähe und deshalb wird die dämpfende Wirkung in diesem Bereich ebenfalls ähnlich schlecht.

Reine rotatorische Dämpfung

Als nächstes wird untersucht wie sich das Schwingungsverhalten äußert wenn nur rotatorisch um die z-Achse, also normal zur Kraftanregung und Balkenachse, gedämpft wird.

Die Momentenimpedanz errechnet sich über die Formel :

$$W = \frac{M(0)}{\omega(0)} = \frac{2B k_B}{\omega} (1 - j) = \frac{2m' c_B}{k_B^2} (1 - j) \quad (3.43)$$

Die Impedanzwerte der rotatorischen Dämpfer werden so gewählt, dass wiederum eine Dämpfung über den gesamten Frequenzbereich gegeben ist. Die Abstände l_i zwischen den Dämpfern sollen wieder $0.3 m$ betragen.

$$\begin{array}{ccccc} l_1 = 0.3 m & l_2 = 0.3 m & l_3 = 0.3 m & l_4 = 0.3 m & l_5 = 0.3 m \\ d_{r1} = 0.1 Nms & d_{r2} = 0.2 Nms & d_{r3} = 0.4 Nms & d_{r4} = 0.8 Nms & d_{r5} = 1.6 Nms \end{array}$$

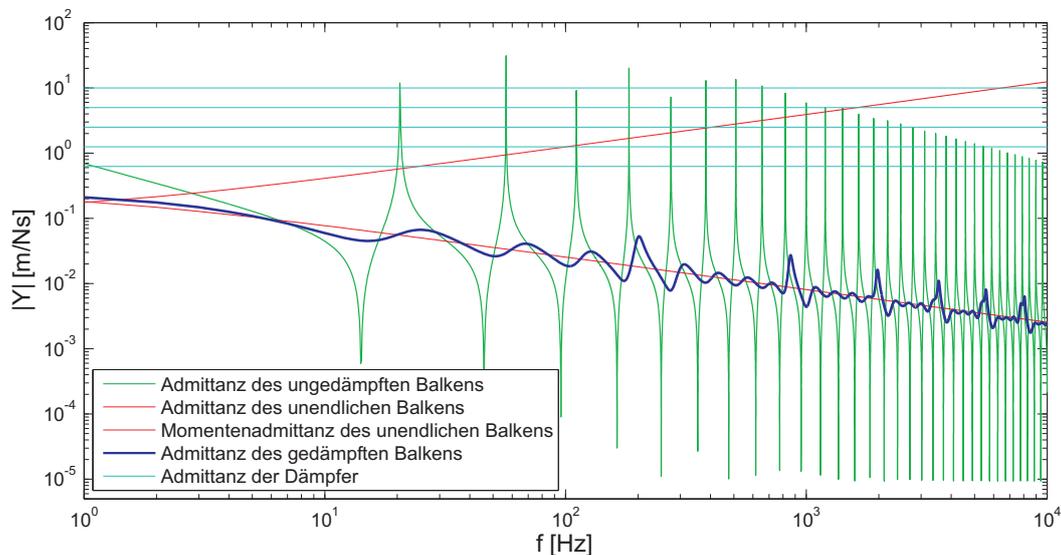


Abbildung 3.18: reine rotatorische Dämpfung

Wie in Abbildung 3.18 zusehen ist, steigt die Momentenadmittanz im Gegensatz zur Kraftadmittanz mit steigender Frequenz an. Darum sind die rotatorischen Dämpferimpedanzen deutlich kleiner als die Translatorischen.

Vergleicht man nun Abbildung 3.18 mit Abbildung 3.13 erkennt man bei genauerer Betrachtung, dass die Schwingungsüberhöhungen genau gegenläufig sind. Das liegt daran, dass die translatorische Dämpfung ihre größte Wirkung dort hat, wo die Schnelle maximal ist. Aber wie man in Abbildung 2.4 auf Seite 21 sieht, ist genau an jener Stelle die Winkelgeschwindigkeit null, darum hat dort die rotatorische Dämpfung keine Wirkung. Wo die Winkelgeschwindigkeit ein Maximum hat ist dieser Zusammenhang genau umgekehrt.

Das bedeutet, dass die rotatorische Dämpfung genau dort am größten ist, wo die Translatorische am schlechtesten wirkt und umgekehrt. Nachfolgend ist die rotatorische Dämpfung der Translatorischen gegenübergestellt.

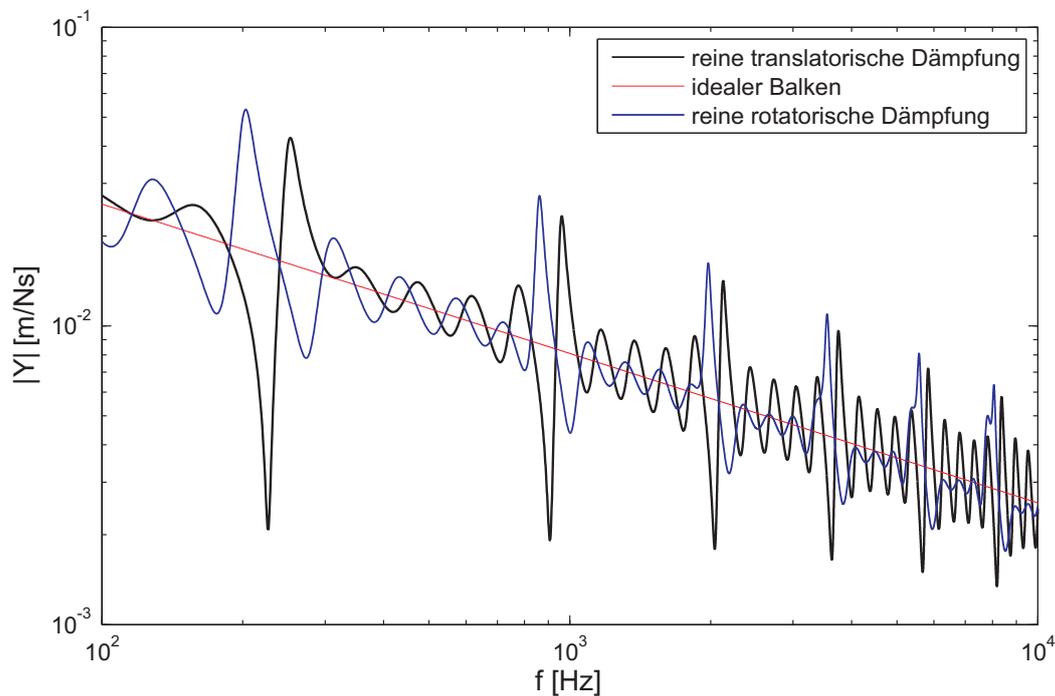


Abbildung 3.19: Gegenüberstellung reine rotatorische und translatorische Dämpfung

Das legt nun den Schluss nahe, dass man durch geeignete Kombination von translatorischer und rotatorischer Dämpfung eine deutliche Verbesserung im Schwingungsverhalten des Balkens erhält.

Kombination von translatorischer und rotatorischer Dämpfung:

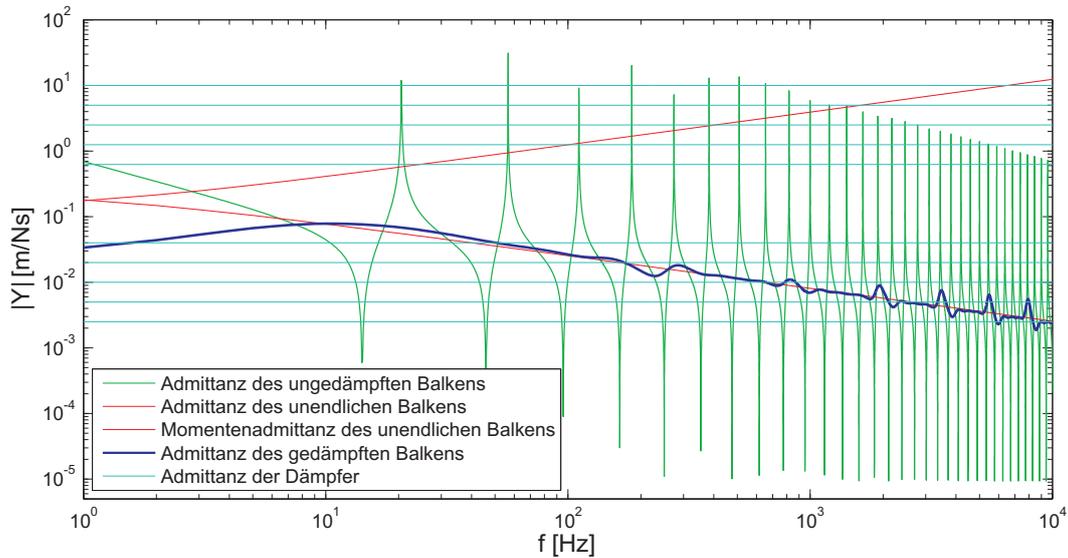


Abbildung 3.20: Kombination reine rotatorische und translatorische Dämpfung

Im Vergleich zu Abbildung 3.13 ist eine deutliche Verbesserung des Schwingungsverhaltens zu sehen, jedoch ist auch ersichtlich, dass an denselben Frequenzen $f = 225 \text{ Hz}$, $f = 900 \text{ Hz}$, $f = 2000 \text{ Hz}$, $f = 3500 \text{ Hz}$ und höheren wie schon bei der reinen translatorischen Dämpfung wieder Schwingungsüberhöhungen auftreten. Der Grund hierfür liegt im Abstand der Dämpfer und wurde auf Seite 43 schon erläutert. Nun soll der Dämpferabstand verändert werden um eine weitere Verbesserung zu ermöglichen.

3.3.3.2 Zweite Methode: Der Abstand zwischen den einzelnen Dämpfern wird jeweils halbiert

Da es bei gleichbleibendem Dämpferabstand immer Frequenzbereiche gibt bei denen schlecht gedämpfte Geschwindigkeitsspitzen auftreten, wird nun der Abstand zwischen den Dämpfern ausgehend vom ersten immer verkleinert. Der kleinste Dämpferabstand l_5 wird so gewählt, dass er kleiner als die halbe Wellenlänge bei der höchsten Frequenz ist. Dadurch soll vermieden werden, dass Biegewellen bei bestimmten Frequenzen schlecht gedämpft werden, da sämtliche Dämpfer in der Nähe eines Schwingungsknotens liegen.

Die Wellenlänge λ beträgt bei der höchsten Frequenz $f = 10000 \text{ Hz}$ 0.09 m . Deshalb wurde der kleinste Dämpferabstand auf 0.04 m festgelegt.

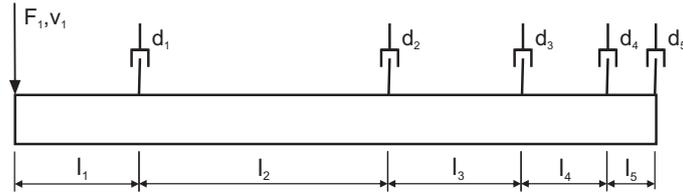


Abbildung 3.21: Der Abstand zwischen den einzelnen Dämpfern wird jeweils halbiert

$$l_1 = 0.9 \text{ m} \quad l_2 = 0.32 \text{ m} \quad l_3 = 0.16 \text{ m} \quad l_4 = 0.08 \text{ m} \quad l_5 = 0.04 \text{ m}$$

Reine translatorische Dämpfung:

$$d_1 = 25 \text{ Ns/m} \quad d_2 = 50 \text{ Ns/m} \quad d_3 = 100 \text{ Ns/m} \quad d_4 = 200 \text{ Ns/m} \quad d_5 = 400 \text{ Ns/m}$$

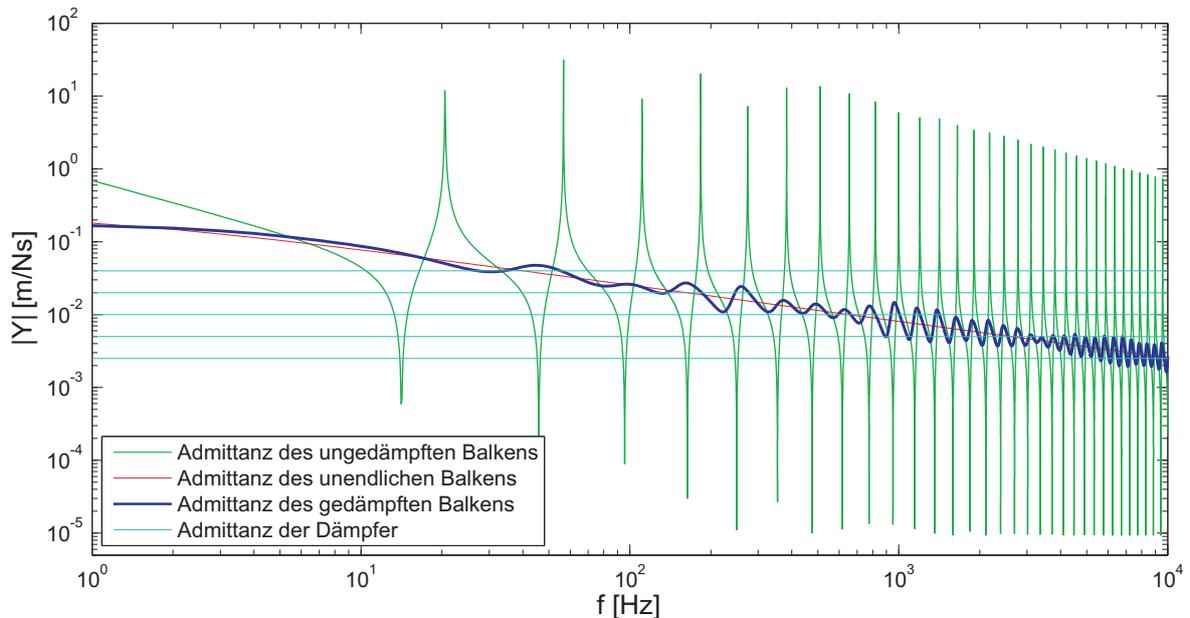


Abbildung 3.22: Übertragungsfunktion eines Balkens, die Abstände zwischen den Dämpfern werden jeweils halbiert

Im Vergleich zur Abbildung 3.13 ist diese Übertragungsfunktion in Bezug auf die Dämpfung schon deutlich besser. Es gibt keine einzelnen Frequenzen mehr bei denen eine auffallend schlechte Dämpfung vorliegt, sondern eher Frequenzbereiche bei denen besser oder schlechter gedämpft wird. Auffallend sind aber wieder dieselben Frequenzen $f = 225 \text{ Hz}$, $f = 900 \text{ Hz}$ und weitere, bei denen eine schlechtere Dämpfung vorliegt. Auch hier soll untersucht werden, wie sich das Schwingungsverhalten ändert, wenn rein

rotatorisch um die z-Achse, diese steht normal zur Kraftanregung und zur Balkenachse, gedämpft wird.

Reine rotatorische Dämpfung:

$$d_{r1} = 0.1 \text{ Nms} \quad d_{r2} = 0.2 \text{ Nms} \quad d_{r3} = 0.4 \text{ Nms} \quad d_{r4} = 0.8 \text{ Nms} \quad d_{r5} = 1.6 \text{ Nms}$$

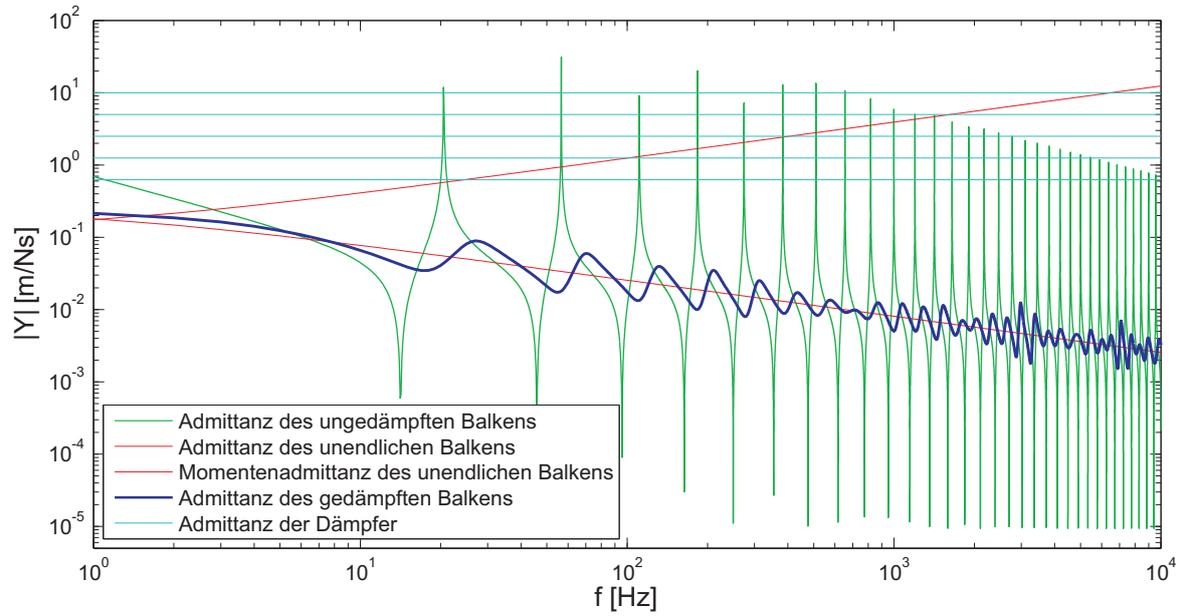


Abbildung 3.23: Übertragungsfunktion eines Balkens bei rein rotatorischer Dämpfung, der Abstand zwischen den einzelnen Dämpfern wird jeweils halbiert

Dieses Ergebnis ist im niedrigen und auch im höheren Frequenzbereich wenig zufriedenstellend. Es hat sich herausgestellt, dass die rotatorische Dämpfung höherfrequent bessere Ergebnisse erzielt. Die höchste Dämpferimpedanz sollte die Momentenimpedanz des unendlichen Balkens nicht vor $f = 300 \text{ Hz}$ schneiden. Dies entspricht einer Dämpferimpedanz von $d_{r5} = 0.5 \text{ Nms}$. Die restlichen Impedanzen werden jeweils halbiert und ergeben sich zu:

$$d_{r1} = 0.5^5 \text{ Nms} \quad d_{r2} = 0.5^4 \text{ Nms} \quad d_{r3} = 0.5^3 \text{ Nms} \quad d_{r4} = 0.5^2 \text{ Nms} \quad d_{r5} = 0.5 \text{ Nms}$$

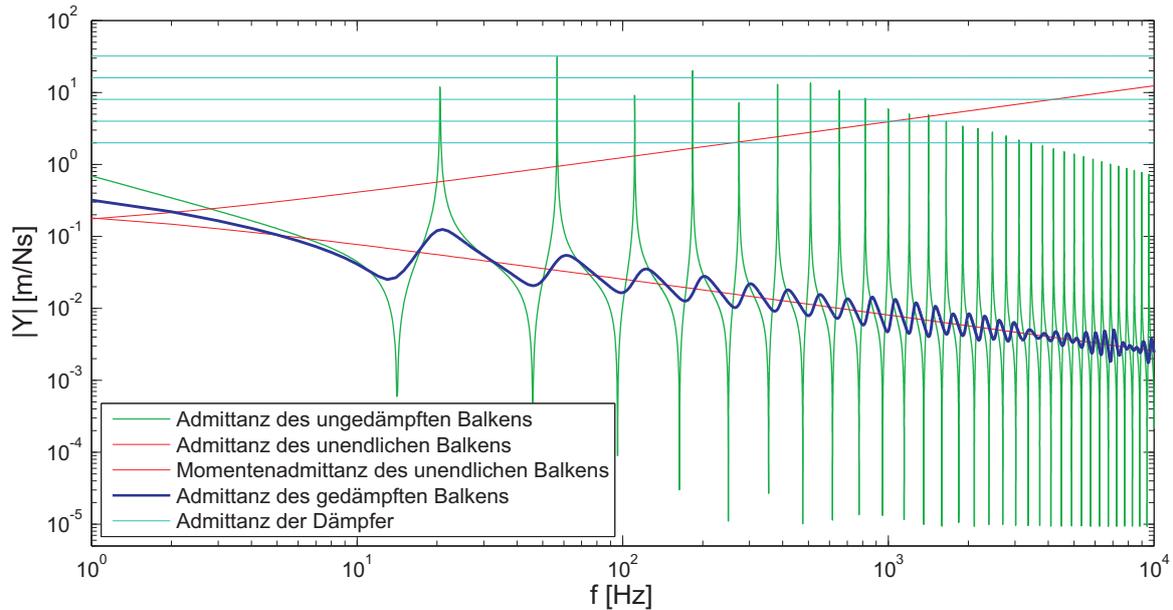


Abbildung 3.24: Übertragungsfunktion eines Balkens bei rein rotatorischer Dämpfung, der Abstand zwischen den einzelnen Dämpfern wird jeweils halbiert. Erste Dämpfung bei $f = 300 \text{ Hz}$

Bei höheren Frequenzen ist das Ergebnis nun deutlich besser. Werden nun die translatorischen und die rotatorischen Dämpfer kombiniert, wird ein zufriedenstellendes Ergebnis erreicht, wie nachfolgend gezeigt wird.

Kombination der translatorischen und rotatorischen Dämpfung:

$$\begin{aligned}
 d_1 &= 25 \text{ Ns/m} & d_2 &= 50 \text{ Ns/m} & d_3 &= 100 \text{ Ns/m} & d_4 &= 200 \text{ Ns/m} & d_5 &= 400 \text{ Ns/m} \\
 d_{r1} &= 0.5^5 \text{ Nms} & d_{r2} &= 0.5^4 \text{ Nms} & d_{r3} &= 0.5^3 \text{ Nms} & d_{r4} &= 0.5^2 \text{ Nms} & d_{r5} &= 0.5 \text{ Nms}
 \end{aligned}$$

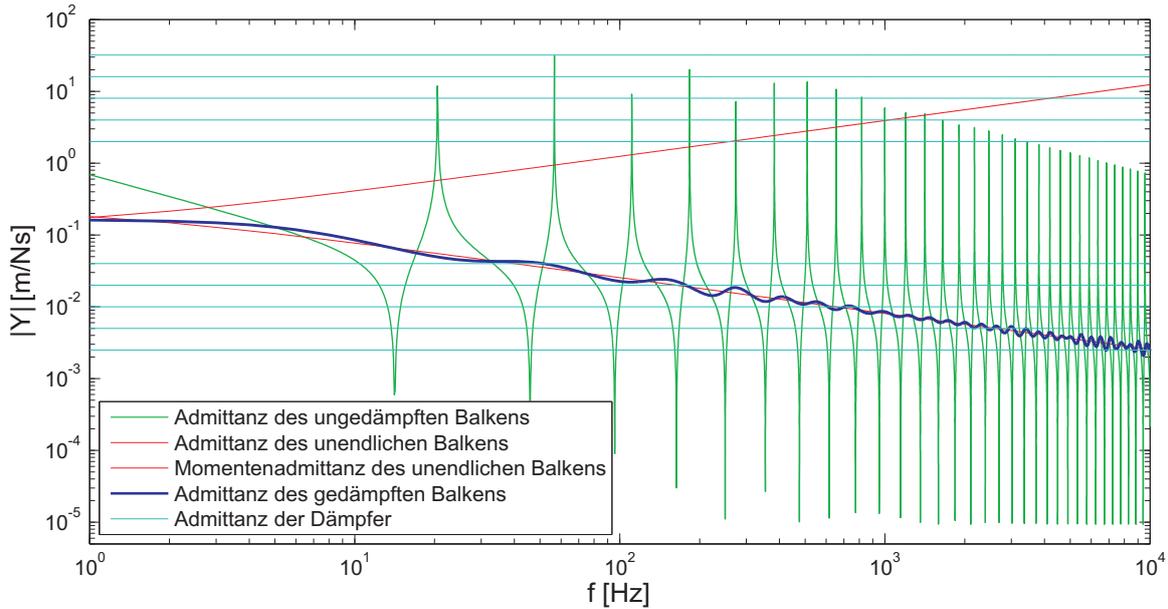


Abbildung 3.25: Übertragungsfunktion eines Balkens mit rotatorischer und translatorischer Dämpfung

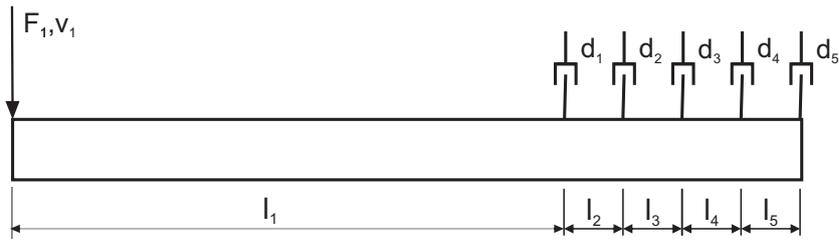
Die betrachtete Übertragungsfunktion weist nun im gesamten Frequenzbereich ein außerordentlich gutes Ergebnis auf. Wie man sieht, weicht sie kaum noch von der optimalen Kurve des halbumendlichen Balkens ab. Allerdings werden zehn Dämpfer benötigt, wovon fünf translatorisch und fünf rotatorisch dämpfen sollen. Dadurch entsteht ein nicht unerheblicher Aufwand, um eine zufriedenstellende Dämpfung zu erreichen.

Deshalb soll nun in einer weiteren Methode untersucht werden, ob man durch reine translatorische Dämpfung zu einem ähnlich guten Ergebnis kommen kann.

3.3.3.3 Dritte Methode: konstanter Dämpferabstand, welcher kleiner ist als die kleinste halbe Wellenlänge

In jeder bis jetzt beschriebenen Methode traten bei reiner translatorischer Dämpfung durch zu großen Dämpferabstand einzelne Frequenzen, oder Frequenzbereiche auf, die schlecht gedämpft wurden. Der Grund dafür ist, dass bei diesen Frequenzen mehrere Dämpfer in der Nähe von Schwingungsknoten liegen und deshalb die dämpfende Wirkung abnimmt.

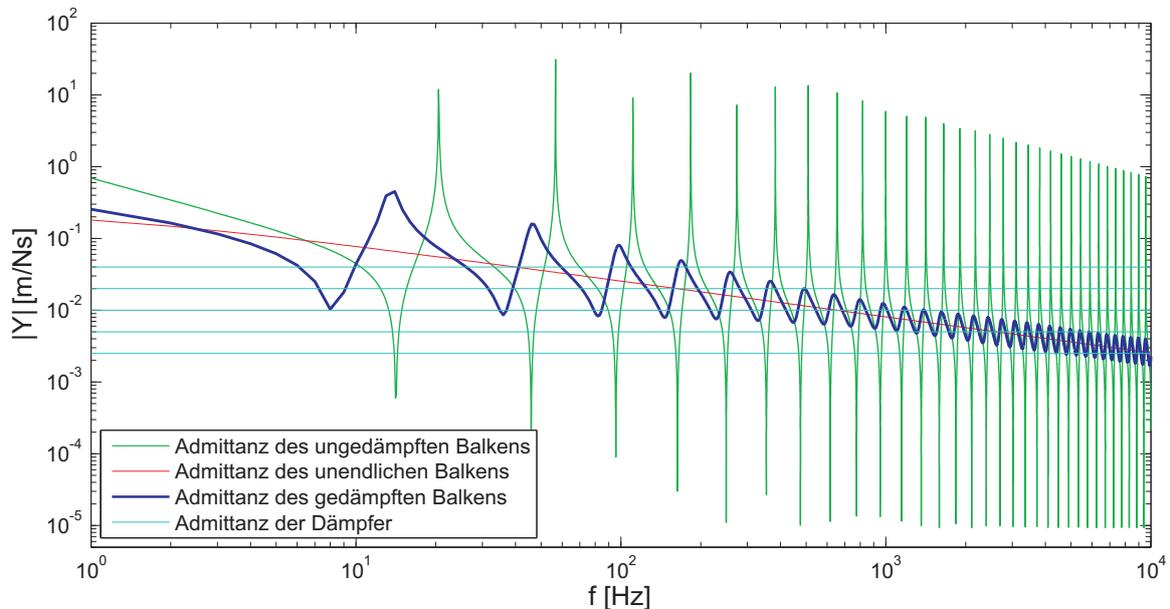
Dieses Problem soll nun behoben werden, indem die einzelnen Dämpferabstände kleiner als die halbe Wellenlänge bei der höchsten Frequenz gewählt werden. Die Biegewellenlänge λ beträgt bei $f = 10000 \text{ Hz}$ 0.09 m . Zunächst werden die Abstände durch $\lambda/4$ festgelegt. Daraus ergibt sich für die einzelnen Dämpferabstände $l_i = 0.023 \text{ m}$.

Abbildung 3.26: Balken mit konstanten Dämpferabständen $l_i = 0.023 \text{ m}$

Die Impedanzen für die translatorischen Dämpfer werden zunächst wieder gleich wie im vorherigen Kapitel gewählt:

$$d_1 = 25 \text{ Ns/m} \quad d_2 = 50 \text{ Ns/m} \quad d_3 = 100 \text{ Ns/m} \quad d_4 = 200 \text{ Ns/m} \quad d_5 = 400 \text{ Ns/m}$$

Daraus ergibt sich für die Übertragungsfunktion:

Abbildung 3.27: Übertragungsfunktion eines Balkens mit konstanten Dämpferabständen $l_i = 0.023 \text{ m}$

Betrachtet man nun dieses Bild fällt zunächst auf, dass es keine Frequenzen mehr gibt bei denen einzelne auffällige Resonanzen auftreten. Die gesamte Übertragungsfunktion folgt nun einer einhüllenden Kurve. Des weiteren fällt auf, dass die Dämpfung bei niedrigen Frequenzen äußerst schlecht ist und sich bis 1500 Hz stetig verbessert. Dort hat die Dämpfung ihre beste Wirkung und im höheren Frequenzbereich bleibt die Dämpfung ähnlich gut. Die Wellenlänge λ beträgt dort 0.233 m . Der gesamte Abstand zwischen den

fünf Dämpfern beträgt 0.115 m , das bedeutet dass die beste Dämpfung genau bei jener Frequenz ist, wo die Wellenlänge das doppelte des gesamten Dämpferabstandes beträgt.

Deshalb wird nun der Dämpferabstand vergrößert, damit sich die beste Dämpfung in einen niedrigeren Frequenzbereich verschiebt, dadurch müsste sich die Kurve verbessern. Der größtmögliche Dämpferabstand sollte unterhalb der halben Wellenlänge der höchsten Frequenz liegen, aber nicht zu klein sein, da sonst niedrige Frequenzen schlecht gedämpft werden. Darum wird der neue Dämpferabstand mit $\lambda/2.2$ berechnet. Dieser Wert erwies sich als der Beste, da hier sowohl niedrige, als auch höhere Frequenzen gut gedämpft werden. Damit ergibt sich der neue Dämpferabstand zu $l_i = 0.041\text{ m}$.

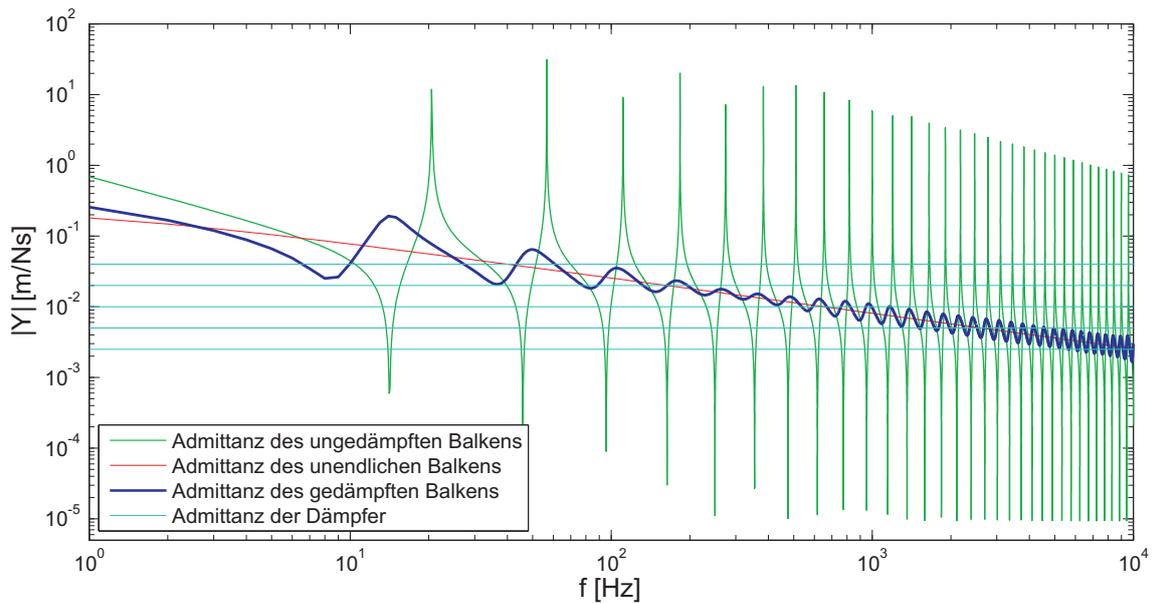


Abbildung 3.28: Übertragungsfunktion eines Balkens mit konstanten Dämpferabständen $l_i = 0.041\text{ m}$

Man erkennt, dass durch reine Änderung der Dämpferabstände die Dämpfung im gesamten Frequenzbereich deutlich verbessert wird. Ab 150 Hz ist das Ergebnis bereits zufriedenstellend, darunter ist eine weitere Verbesserung nötig. Die beste Dämpfung wird bei ungefähr 400 Hz erreicht, die Wellenlänge beträgt dort 0.45 m . Das bedeutet die Länge eines Wellenberges beziehungsweise $\lambda/2$ ist 0.225 m . Alle fünf Dämpfer sind gleichmäßig auf einen Wellenberg verteilt. Abbildung 3.29 soll dies verdeutlichen:

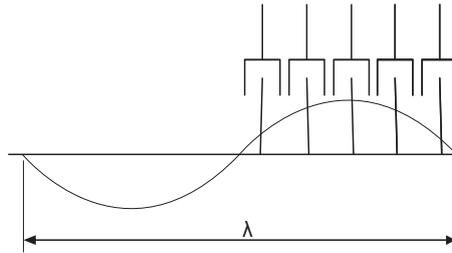


Abbildung 3.29: Wellenlänge bei $f = 400 \text{ Hz}$ und fünf Dämpfer mit dem jeweiligen Abstand $l_i = 0.041$

Das bedeutet, die beste Dämpfung tritt genau bei jener Frequenz auf, bei der die halbe Wellenlänge ungefähr der Summe der einzelnen Dämpferabstände entspricht.

Ab 120 Hz ist die Dämpfung schon relativ gut, darunter jedoch noch schlechter. Die Wellenlänge beträgt dort $0,82 \text{ m}$. Der Abstand vom ersten bis zum letzten Dämpfer beträgt 0.2 m . Das bedeutet, dass sie nicht über den Wellenberg verteilt sind, sondern alle vor dem Scheitel der Biegelinie liegen.

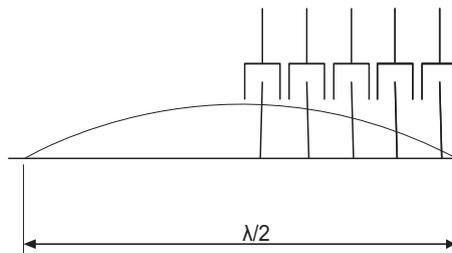


Abbildung 3.30: Wellenlänge bei $f = 120 \text{ Hz}$ und fünf Dämpfer mit dem jeweiligen Abstand $l_i = 0.041$

Durch den geringen Dämpferabstand kommt es im niederfrequenten Bereich zu Reflexionen der Biegelwellen, da sich dort die Impedanzen der Dämpfer addieren. Daraus lässt sich Schlussfolgern, dass sich die Dämpfung im niederfrequenten Bereich verbessert, wenn man die Impedanzen der ersten Dämpfer erhöht. Dadurch liegt die optimale Dämpferwirkung in einem höheren Frequenzbereich. Bei niedrigeren Frequenzen ist dessen Wirkung geringer, daher werden die Biegelwellen nicht so stark reflektiert. Die Dämpferimpedanz d_5 soll wieder 400 N s/m betragen. Die restlichen Dämpfer werden jeweils mit der Wurzel aus zwei dividiert. Somit ergibt sich für die einzelnen Impedanzen:

$$d_1 = 400/\sqrt{16} \frac{\text{Ns}}{\text{m}} \quad d_2 = 400/\sqrt{8} \frac{\text{Ns}}{\text{m}} \quad d_3 = 400/\sqrt{4} \frac{\text{Ns}}{\text{m}} \quad d_4 = 400/\sqrt{2} \frac{\text{Ns}}{\text{m}} \quad d_5 = 400 \frac{\text{Ns}}{\text{m}}$$

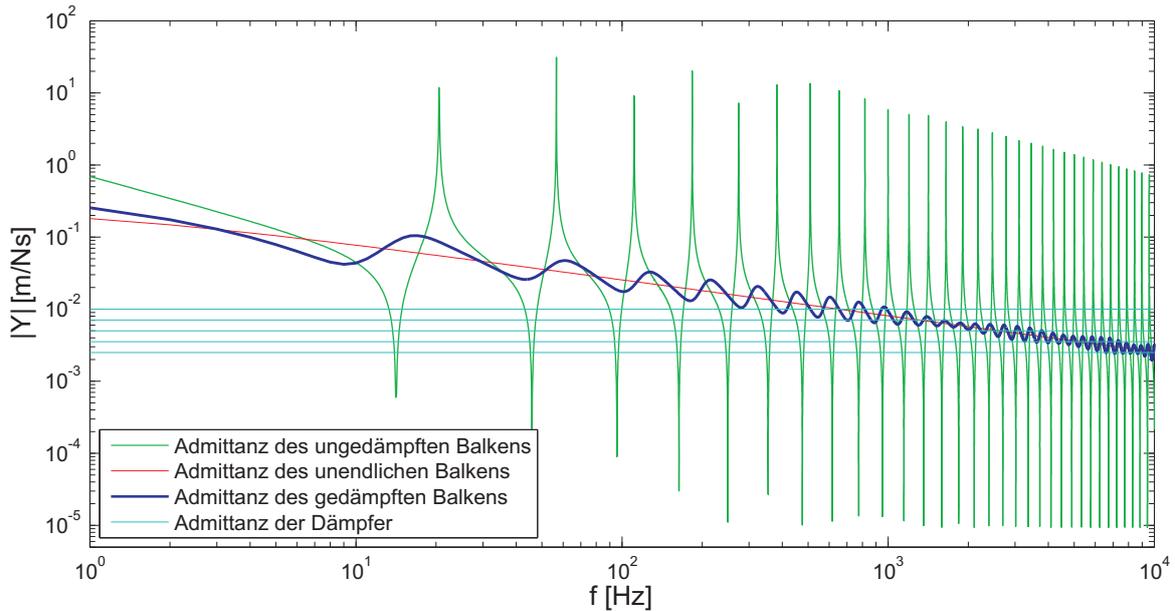


Abbildung 3.31: Übertragungsfunktion eines Balkens mit konstanten Dämpferabständen $l_i = 0.041 \text{ m}$

Hier ist die Dämpfung bei niedrigen und höheren Frequenzen deutlich besser als in Abbildung 3.28. Bei niedrigen Frequenzen ist sie besser, da sämtliche Dämpfer ihre optimale Wirkung erst nach 600 Hz erreichen. Durch die Überlagerung der einzelnen Dämpferimpedanzen aufgrund der zu geringen Abstände bei niedrigen Frequenzen treten dort somit weniger Reflexionen auf. Bei höheren Frequenzen ist das Ergebnis deutlich besser, da dort nun die Dämpferdichte größer ist.

Dieses Ergebnis ist über den gesamten Frequenzbereich absolut zufriedenstellend und wird als beste Methode gewählt, da eine reine translatorische Dämpfung relativ einfach zu realisieren ist.

3.4 Optimale Dämpferwahl

Da nun feststeht wie die Dämpfer angebracht werden sollen und wie die Dämpferwerte zu wählen sind, um eine gute Wirkung zu erreichen, kann nun untersucht werden wieviele Dämpfer nötig sind um ein zufriedenstellendes Ergebnis zu erzielen. Es wird nur translatorisch gedämpft. Um das Schwingungsverhalten eines halbunendlichen Balkens anzunähern, müssen die Dämpferimpedanzen so gewählt werden, dass ein großer Frequenzbereich abgedeckt wird. Aus diesem Grund ist es nicht möglich mit einem oder zwei Dämpfern ein zufriedenstellendes Ergebnis zu erreichen, darum wird zuerst bereits der Balken mit drei Dämpfern untersucht.

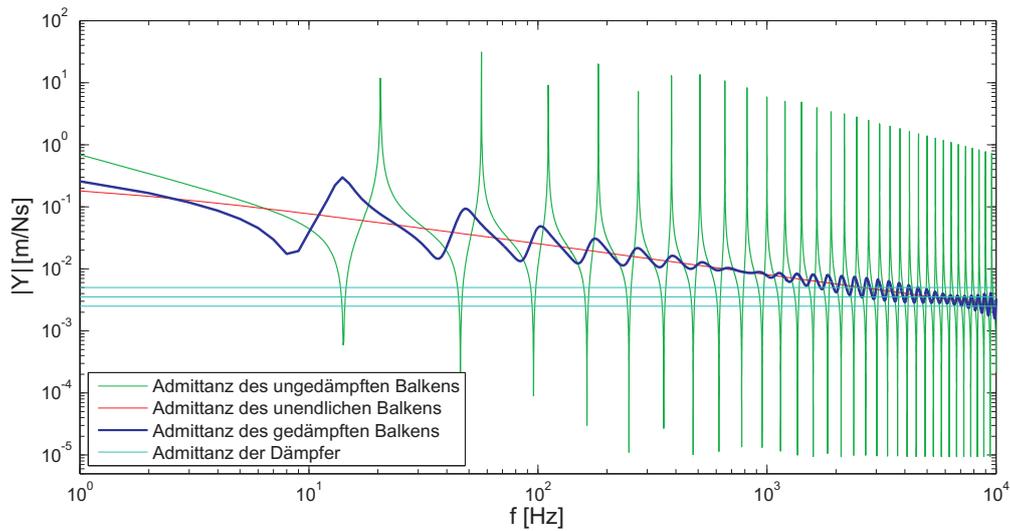
Balken mit drei Dämpfern:

Abbildung 3.32: Übertragungsfunktion eines Balkens mit drei Dämpfern und konstanten Dämpferabständen $l_i = 0.041 \text{ m}$

Ab 400 Hz ist der Balken relativ gut gedämpft. Im niedrigeren Frequenzbereich ist das Ergebnis unzureichend. Daher sind drei Dämpfer zu wenig und es muss ein vierter hinzugefügt werden.

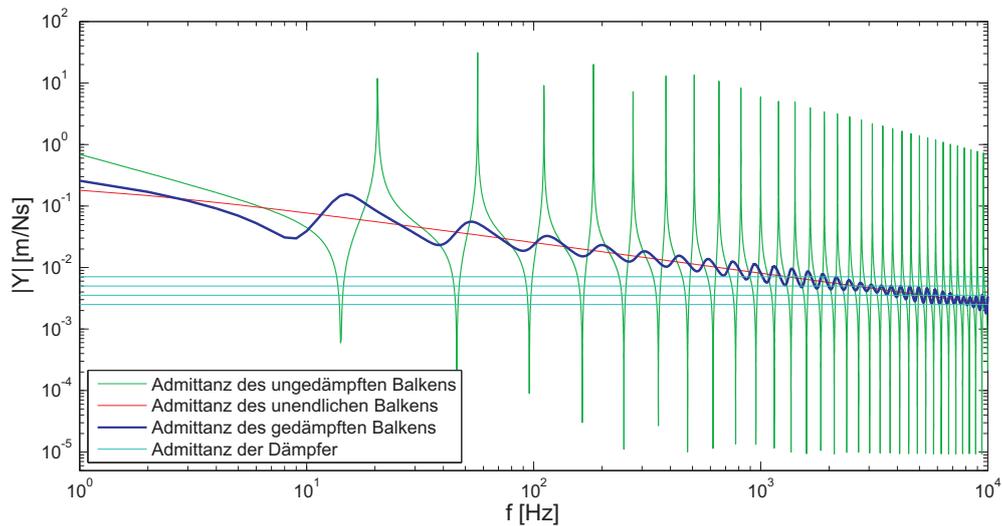
Balken mit vier Dämpfern:

Abbildung 3.33: Übertragungsfunktion eines Balkens mit vier Dämpfern und konstanten Dämpferabständen $l_i = 0.041 \text{ m}$

Bis auf die erste Eigefrequenz des Balkens ist der gesamte Frequenzbereich sehr gut gedämpft, darum wird nun untersucht ob eventuell vier Dämpfer ausreichend sind.

Gegenüberstellung vier und fünf Dämpfer:

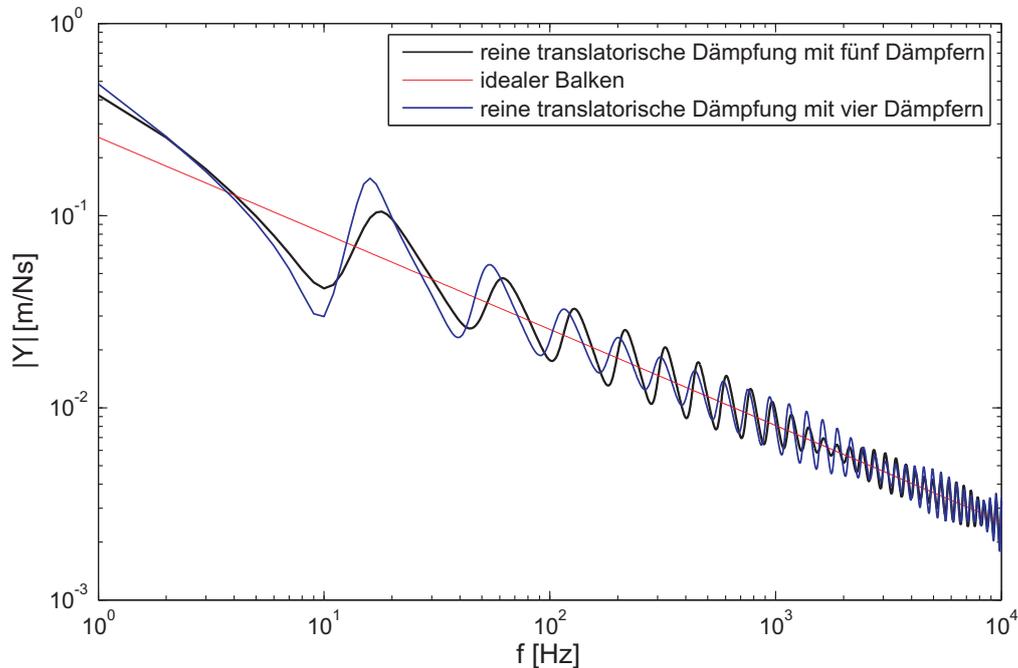
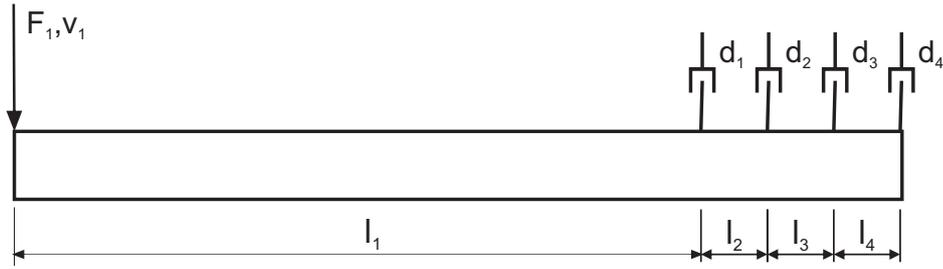


Abbildung 3.34: Gegenüberstellung der Übertragungsfunktion eines Balkens mit vier und mit fünf Dämpfern

Man sieht dass der Unterschied zwischen vier und fünf Dämpfern sehr gering ist. Zwischen 20 Hz und 700 Hz ist das Ergebnis sogar mit vier Dämpfern besser. Wenn der gesamte Frequenzbereich beginnend von 0 Hz gedämpft werden soll, sind fünf Dämpfer zu empfehlen. Beginnt der interessierende Frequenzbereich erst ab 20 Hz oder höher, sind vier Dämpfer ausreichend.

3.5 Schlussfolgerung

Nachdem festgelegt wurde welche Abstände, Impedanzwerte und welche Anzahl an Dämpfern gewählt werden sollte, lässt sich eine allgemeine Methodik definieren, wie man vorgehen sollte um eine gute Annäherung an das Schwingungsverhalten des unendlichen Balkens zu erhalten.

Abbildung 3.35: Balken mit konstanten Dämpferabständen $l_i = 0.041 \text{ m}$ **Methodik zur Balkendämpfung:**

- Festlegung der höchsten Frequenz bei der eine optimale Dämpfung erreicht werden soll
- Bestimmung des Dämpferabstandes
 - Berechnung der Biegeschwellengeschwindigkeit c_B über die Gleichung (2.18) bei der höchsten Frequenz

$$c_B = \sqrt{\omega} \sqrt[4]{\frac{B}{m'}}$$

- Bestimmung der Biegeschwellenlänge λ bei der höchsten Frequenz über die Gleichung (3.42)

$$\lambda = \frac{c_B}{f}$$

- Der Abstand zwischen den einzelnen Dämpfern l_i ergibt sich durch:

$$l_i = l_2 = l_3 = l_4 = \frac{\lambda}{2.2} \quad (3.44)$$

- Es werden vier translatorische Dämpfer benötigt um eine ausreichende Dämpfung zu gewährleisten.
- Bestimmung der vier Dämpferimpedanzen
 - Die Dämpferimpedanz des letzten Dämpfers d_4 am Balkenende erhält man über die Gleichung (2.32).

$$\underline{Z} = \frac{\hat{F}}{\hat{v}(0)} = \frac{B k^3 (1 + j)}{2\omega} = m' c_B \frac{1 + j}{2}$$

Dies ist die Eingangsimpedanz des halbunendlichen Balkens. Die Impedanz des Dämpfers soll denselben Wert haben.

– Die Dämpferimpedanzen d_3, d_2, d_1 errechnen sich wie folgt:

$$d_4 = Z_{uB} \quad d_3 = \frac{d_4}{\sqrt{2}} \quad d_2 = \frac{d_3}{\sqrt{2}} \quad d_1 = \frac{d_2}{\sqrt{2}} \quad (3.45)$$

4 Schwingungsanalyse bei der Platte

In diesem Kapitel soll ausgehend von den gewonnenen Erkenntnissen aus dem Kapitel “Schwingungsanalyse beim Balken” das Schwingungsverhalten einer endlichen Platte, dem einer unendlich ausgedehnten Platte angenähert werden. Die Platte wird in der Mitte durch eine Kraft F angeregt und so gedämpft, dass möglichst viel Energie durch die Dämpfer absorbiert wird. Dadurch soll ein Großteil der Biegewellenreflexionen am freien Ende vermieden werden.

Zunächst wird die Gültigkeit der eben aufgestellten Methodik für die Dämpfung von Balken an einer kreisrunden Platte untersucht, anschließend erweitert und für Platten angepasst. Weiters wird überprüft, ob die gewonnenen Erkenntnisse aus der Studie der kreisrunden Platte auch auf eine rechteckige Platte, wie sie in der Technik häufig vorkommt, angewandt werden kann. Abschließend wird eine allgemeingültige Methodik formuliert, wie eine Platte zu dämpfen ist, um eine optimale Wirkung zu erzielen.

4.1 Schwingungsanalyse bei der runden Platte

Zuerst wird eine kreisrunde Platte untersucht, da hier durch Untersuchungen gewonnene Ergebnisse leichter interpretiert werden können. Durch die Symmetrie der Platte treffen alle durch eine im Zentrum anregende Kraft hervorgerufenen Biegewellen an jedem Ort des Umfangs gleichzeitig auf, diese werden dann am Rand gleichzeitig reflektiert und dadurch treten keine unsymmetrischen Schwingungsüberlagerungen auf.

4.1.1 Aufgabenstellung

Eine kreisrunde Platte soll in der Mitte durch eine harmonische Kraft F dessen Wert 1 N beträgt angeregt werden. Zuerst sind deren Eigenfrequenzen bis zur Frequenz $f = 10000\text{ Hz}$ zu bestimmen. Anschließend wird über eine Übertragungsfunktion $Z = F/v$ die Geschwindigkeit oder Schnelle v über die Frequenz f ausgewertet. An diese Platte sind Dämpfer in einer geeigneten Weise anzubringen, um eine möglichst gute Dämpfung zu realisieren. Dieses Ergebnis ist mit der Übertragungsfunktion einer unendlich ausgedehnten Platte zu vergleichen und das Übertragungsverhalten soll möglichst gut angenähert werden. Ist das Ergebnis zufriedenstellend, soll diese Vorgehensweise bei einer rechteckigen Platte angewandt werden, um eine allgemeine Gültigkeit dieser Vorgehensweise zu untersuchen.

4.1.2 Modellbildung

Über das Finite Elemente Programm Abaqus [1] wurde eine kreisrunde Platte mit dem Radius $r = 0.3\text{ m}$ und der Dicke $h = 1\text{ mm}$ konstruiert. Als Elementtyp wurde hier S3 und S4R verwendet. Wobei "S" für Schalenelement, "3" für Elemente mit drei Knoten und "4R" für reduzierte Integration von vier Punkten steht. Das bedeutet vier Punkt werden auf einen reduziert, dadurch wird die Berechnungsdauer verkürzt. Schalenelemente wurden verwendet, da es sich hier um eine dünne Platte handelt [26]. Der Radius ist im Verhältnis zur Dicke deshalb so groß gewählt, damit im betrachteten Frequenzbereich viele Biegemoden auftreten. Als Material wurde Stahl gewählt. Der Elastizitätsmodul beträgt $E = 210000\text{ N/mm}^2$, die Dichte $\rho = 7.85\text{ kg/dm}^3$ und die Querkontraktionszahl $\mu = 0.3$. In der Mitte der Platte wirkt als harmonische Anregung eine Kraft $F = 1\text{ N}$.

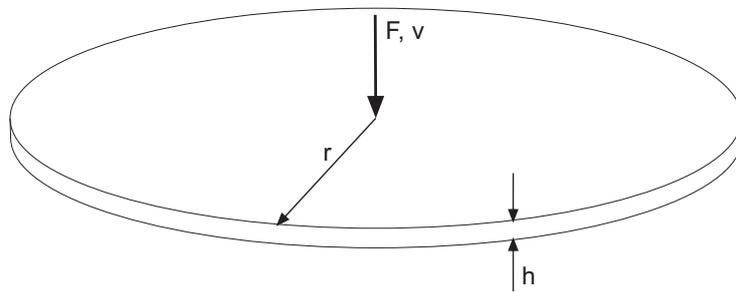


Abbildung 4.1: Abmessungen der Platte mit einer anregenden Kraft F

Als nächstes wurde das Bauteil vernetzt. Dabei ist zu beachten dass der maximale Abstand der einzelnen Knotenpunkte l_{max} nicht größer als ein sechstel der Wellenlänge bei der höchsten Frequenz sein darf, damit die Eigenschwingungen noch korrekt abgebildet werden können. Um diese maximale Elementkantenlänge zu bestimmen, muss zuerst die Masse pro Flächeneinheit m'' ermittelt werden:

$$m'' = \rho h$$

anschließend wird die Biegesteifigkeit B' der Platte durch die Gleichung (2.36) auf der Seite 26 berechnet.

$$B' = \frac{E h^3}{12(1 - \mu^2)}$$

Setzt man diese Gleichungen nun in die Formel für die Biegewellengeschwindigkeit ein, erhält man:

$$c_B = \sqrt[4]{\omega^2 \frac{B'}{m''}} = \sqrt{2\pi f} \sqrt[4]{\frac{E h^3}{12(1 - \mu^2) \rho h}} \quad (4.1)$$

Daraus lässt sich die Wellenlänge bei der höchsten betrachteten Frequenz ermitteln:

$$\lambda = \frac{c_B}{f} \quad (4.2)$$

und für die maximale Elementkantenlänge l_{max} ergibt sich:

$$l_{max} = \frac{\lambda}{6} \quad (4.3)$$

Für den Abstand errechnet sich somit $l_{max} = 5.24 \text{ mm}$.

Nun können in diesem Modell die Eigenfrequenzen bis $f = 10000 \text{ Hz}$ berechnet werden. Für die höchste Frequenz der Übertragungsfunktion ergibt sich $f = 5000 \text{ Hz}$, da die Eigenfrequenzen immer bis zur doppelten Frequenz der Übertragungsfunktion berechnet werden müssen.

Anschließend wird am Umfang der Platte die erste Dämpferreihe angebracht:

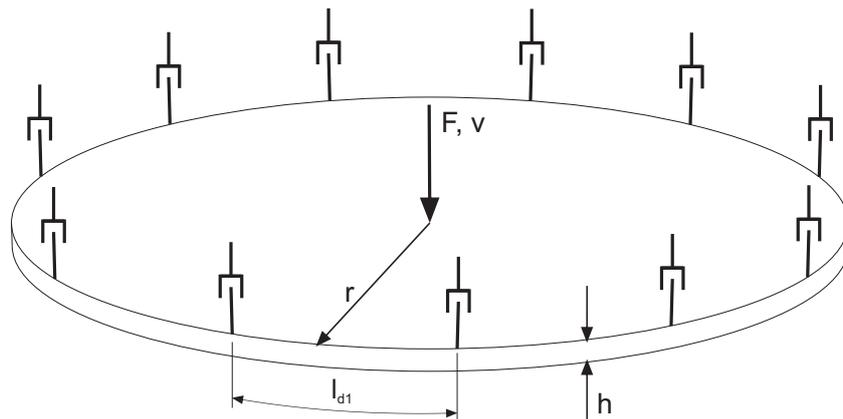


Abbildung 4.2: Erste Dämpferreihe mit dem jeweiligen Abstand l_{d1} zwischen den einzelnen Dämpfern auf der runden Platte mit einer anregenden Kraft F

Der Abstand zwischen den einzelnen Dämpfern l_{d1} ist noch unklar. Er sollte auf jedenfall kleiner als die kleinste auftretende Biegewellenlänge sein, damit bei hohen Frequenzen einzelne Biegewellen nicht ungedämpft zwischen den Dämpfern hindurchlaufen. Um auch bei der höchsten Frequenz eine ausreichende Dämpfung zu gewährleisten wird der Dämpferabstand mit $\lambda_{max}/4$ festgelegt. Aus den Gleichungen (4.1) und (4.2) ergibt sich:

$$l_{d1} = \frac{\lambda}{4} = \frac{c_B}{4f} = \frac{\pi}{2} \frac{1}{\sqrt{\omega}} \sqrt[4]{\frac{E h^2}{12(1 - \mu^2) \rho}} \quad (4.4)$$

Somit errechnet sich für den jeweiligen Dämpferabstand in der äußersten Reihe $l_{d1} = 11.1 \text{ mm}$. Wird der Umfang der Platte $U = d \pi$ durch diesen Wert dividiert ergibt sich die Anzahl der benötigten Dämpfer am Rand D_{A1} .

$$D_{A1} = \frac{U}{l_{d1}} = \frac{2 r \pi}{l_{d1}} = \frac{\pi 600 \text{ mm}}{11.1 \text{ mm}} = 169.8 \approx 170 \quad (4.5)$$

Dieser Wert wird aufgerundet. Es werden also am Rand der Platte 170 Dämpfer benötigt um eine optimale Dämpfung zu erreichen.

Als nächstes sind die einzelnen Dämpferimpedanzen zu bestimmen. Dabei muss gesagt werden, dass die anregende Kraft nicht auf nur einen Punkt, sondern auf eine kleine Fläche wirkt, ansonsten würden die auftretenden Spannungen ins unendliche steigen [4]. In der Praxis ist das immer der Fall. Daher wird nun angenommen, dass die Kraft F auf eine sehr kleine biegesteife Fläche mit dem Radius r_b wirkt [19]

Für die Asymptote der Kraftimpedanz einer so angeregten Platte lässt sich schreiben [18]:

$$2 \pi r_b \frac{B' k_B^3}{\omega} \quad (4.6)$$

Hierin steht k_B wieder für die Biegewellenzahl, wie sie in Gleichung (2.17) auf Seite 21 bereits definiert wurde und B' für die Biegesteifigkeit der Platte. Diese Formel stellt nur eine Näherung der realen Impedanz dar, im hochfrequenten Bereich ist sie sehr exakt, im niederfrequenten Bereich ist sie ausreichend genau.

Um daraus nun die ungefähre Impedanz einer endlichen Platte am Umfang auszurechnen, muss man sich folgendes vorstellen:

Die durch eine, in der Plattenmitte wirkenden, Anregung entstehenden Biegewellen wandern kreisförmig nach außen. Zu dem Zeitpunkt an dem die Wellenfront den Plattenrand erreicht, bewegt sich der Umfang der kreisrunden Platte wie ein Kolben auf und ab und verhält sich wie eine biegesteife Platte mit der Impedanz Z . Das bedeutet, um diese Impedanz zu berechnen muss lediglich der Radius r_b der biegesteifen sehr kleinen Platte mit dem Radius der endlichen Platte ersetzt werden. Die gesamte Dämpferimpedanz am Umfang sollte dieser Impedanz entsprechen, um eine optimale Dämpferwirkung bei einer gegebenen Frequenz zu erreichen.

Damit ergibt sich für die gesamte Dämpferimpedanz d_U bezogen auf den Umfang U der Platte:

$$\frac{d_U}{U} = \frac{B' k_B^3}{\omega} \quad (4.7)$$

Wird in diese Formel nun die Biegewellenzahl

$$k_B = \sqrt[4]{\omega^2 \frac{m'}{B'}}$$

und die Biegesteifigkeit B' eingesetzt, ergibt sich für die Dämpferimpedanz am Umfang:

$$d_U = U \sqrt{h^3} \sqrt[4]{\frac{E \rho^3}{12(1 - \mu^2)}} \sqrt{\omega} \quad (4.8)$$

Dieser Wert muss nun durch die Anzahl der angebrachten Dämpfer dividiert werden und man erhält die einzelnen Dämpferimpedanzen d_1 :

$$d_1 = \frac{d_U}{D_A} = \frac{d_U}{170} \quad (4.9)$$

Da alle Dämpfer am Umfang dieselbe Impedanz haben, ist es, ähnlich wie bereits beim Balken untersucht wurde, nur möglich bei einer bestimmten Frequenz eine optimale Dämpfung zu erreichen. Darum ist es notwendig mehrere Dämpferreihen anzubringen. Die Abstände zwischen den Dämpferreihen sind noch unklar. Ob sie alle gleich groß, oder unterschiedlich gewählt werden sollen, wird im nächsten Kapitel "Schwingungsanalyse" untersucht.

4.1.3 Schwingungsanalyse

Zuerst wird das Schwingungsverhalten der ungedämpften Platte untersucht. Hier ist anzumerken, dass die Amplituden der Eigenfrequenzen höher wären als hier abgebildet und mit steigender Frequenz langsam abnehmen sollten. Der Grund für diesen Unterschied liegt darin, dass für eine korrekte Abbildung der Übertragungsfunktion einer ungedämpften Platte eine enorme Anzahl an Punkten berechnet werden müsste und die Berechnungsdauer stark angestiegen wäre. Für die Abbildung der Übertragungsfunktion der gedämpften Platte ist die hier verwendete Schrittweite absolut ausreichend und liefert durchwegs aussagekräftige Ergebnisse. Für die Berechnung der ungedämpften Platte wurde eine Materialdämpfung von 0.3 Prozent verwendet.

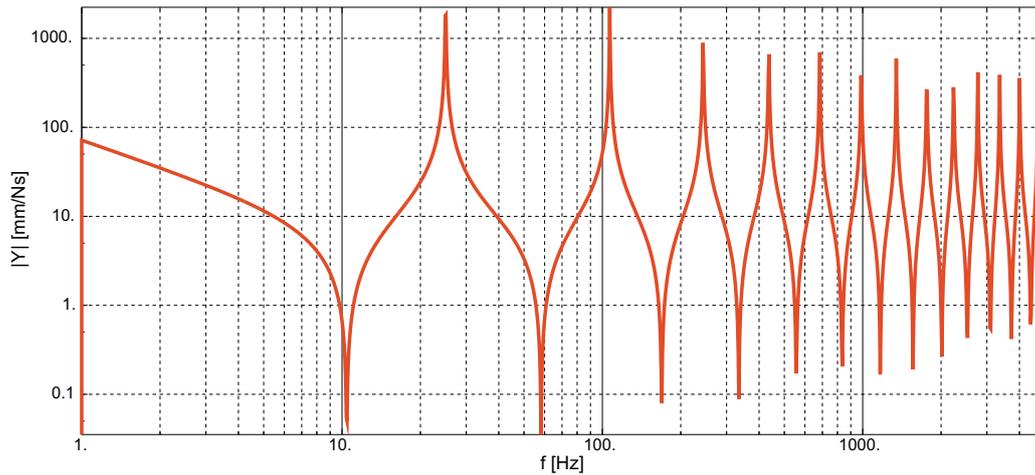


Abbildung 4.3: Übertragungsfunktion einer ungedämpften Platte mit dem Radius $r = 300 \text{ mm}$ und einer Dicke von $h = 1 \text{ mm}$

Wie man sieht schwingt die ungedämpfte Platte, im Gegensatz zum Balken, um einen Konstanten Wert, da die Impedanz der unendlichen Platte frequenzunabhängig ist. Somit ergibt sich eine horizontale Gerade. Über die Formel

$$Z = \frac{\hat{F}}{\hat{v}} = \frac{\hat{F}}{j\omega \hat{\eta}} = \frac{8B' k_B^2}{\omega} = 8\sqrt{B' m''}$$

lässt sich diese Impedanz berechnen. Daraus ergibt sich die Impedanz $Z = 97.98 \text{ Ns/m}$, beziehungsweise die Admittanz $A = 0.0102 \text{ m/Ns} = 10.2 \text{ mm/Ns}$. In Abbildung 4.3 ist zu erkennen, dass sich die Schnelle der Platte genau um diesen Wert bewegt. Für die Übertragungsfunktion der gedämpften Platte ergibt sich:

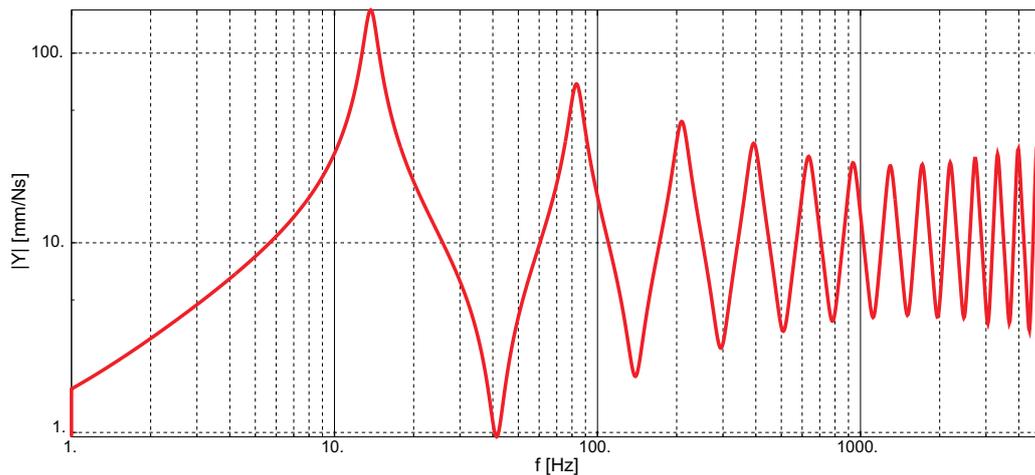


Abbildung 4.4: Übertragungsfunktion einer nur am Umfang gedämpften Platte

In Abbildung 4.4 wurde die Platte mit den berechneten 170 Dämpfern am Umfang gedämpft. Die Dämpferimpedanz d_1 wurde zu Anschauungszwecken so gewählt, dass bei $f = 1200 \text{ Hz}$ eine optimale Dämpfung erreicht wird. Vergleicht man nun 4.4 mit 3.9 auf Seite 39 erkennt man klar, dass ein Dämpfer bei einem Balken einer Dämpferreihe bei einer Platte entspricht. Da sich bei der Balkenuntersuchung herausgestellt hat, dass vier Dämpfer ausreichen, um eine gute Näherung an das Schwingungsverhalten des unendlichen Balkens zu erhalten, wird hier als erster Schritt eine Vorgehensweise mit vier Dämpferreihen analysiert.

Nun stellt sich die Frage wie die Abstände zwischen den Reihen gewählt werden sollen. Beim Balken hat sich herausgestellt, dass zwei Varianten gute Ergebnisse liefern. Bei der ersten Variante wird der Abstand zwischen den Dämpfern jeweils verdoppelt. Bei der Zweiten bleibt der Abstand jeweils gleich und seine Größenordnung wird kleiner als die halbe Wellenlänge bei der höchsten Frequenz gewählt. Bei der ersten Untersuchung werden die Abstände zwischen den Reihen jeweils verdoppelt.

4.1.3.1 Jeweilige Verdoppelung der Abstände zwischen den Dämpferreihen

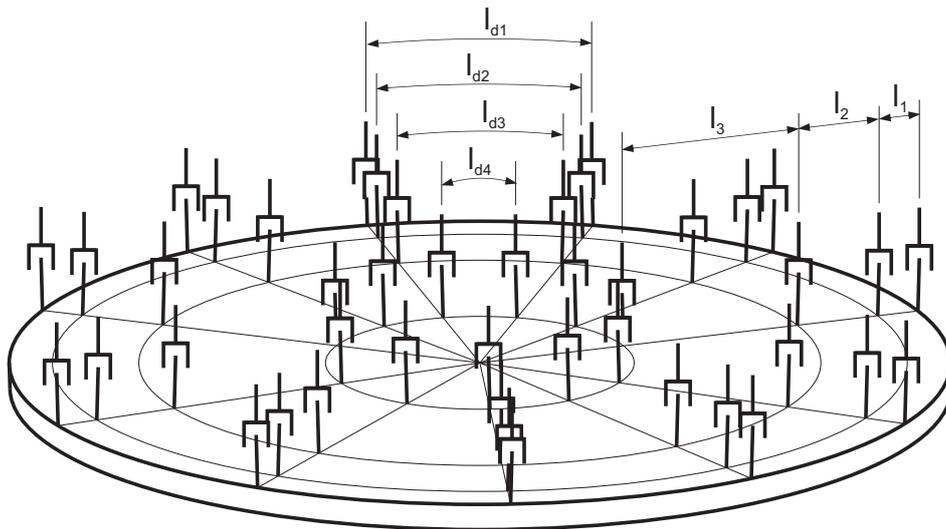


Abbildung 4.5: Runde Platte mit vier Dämpferreihen, deren Abstand sich jeweils verdoppelt

Der Übersichtlichkeit halber sind pro Reihe nur 11 Dämpfer eingezeichnet. Die Abmessungen und Abstände sind hier stark übertrieben dargestellt. Für den Abstand zwischen der ersten und der zweiten Reihe l_1 wird derselbe Wert wie zwischen den einzelnen Dämpfern am Umfang $l_{d1} = l_1 = 11.1 \text{ mm}$ gewählt. Daraus ergibt sich $l_2 = 22.2 \text{ mm}$ und $l_3 = 44.4 \text{ mm}$. Die Abstände zwischen den Dämpfern in jeder Reihe l_{d1} , l_{d2} , l_{d3} und l_{d4} werden nicht wie hier abgebildet unterschiedlich, sondern jeweils gleich gewählt.

Damit ergibt sich: $l_{d1} = l_{d2} = l_{d3} = l_{d4} = 11.1 \text{ mm}$. Als nächstes wird die jeweilige Dämpferanzahl D_{Ai} pro Reihe ermittelt. In der ersten Reihe werden, wie in Gleichung (4.5) bereits berechnet wurde, 170 Dämpfer angebracht. Für D_{A2} , D_{A3} und D_{A4} ergibt sich:

$$D_{A2} = \frac{U_2}{l_{d2}} = \frac{2(r - l_1) \pi}{l_{d2}} = \frac{\pi (600 \text{ mm} - 11.1 \text{ mm})}{11.1 \text{ mm}} = 163.5 \approx 164$$

$$D_{A3} = \frac{U_3}{l_{d3}} = \frac{2(r - (l_1 + l_2)) \pi}{l_{d3}} = \frac{\pi (600 \text{ mm} - 33.3 \text{ mm})}{11.1 \text{ mm}} = 150.9 \approx 151$$

$$D_{A4} = \frac{U_4}{l_{d4}} = \frac{2(r - (l_1 + l_2 + l_3)) \pi}{l_{d4}} = \frac{\pi (600 \text{ mm} - 77.7 \text{ mm})}{11.1 \text{ mm}} = 125.8 \approx 126$$

Nun können über die Gleichungen (4.8) und (4.9) auf Seite 64 die einzelnen Dämpferimpedanzen bestimmt werden. Die optimale Dämpferimpedanz am Umfang pro Dämpfer bei $f = 5000 \text{ Hz}$ beträgt:

$$d_1 = \frac{d_U}{170} = \frac{U}{170} \sqrt{h^3} \sqrt[4]{\frac{E \rho^3}{12(1 - \mu^2)}} \sqrt{\omega} = 0.0192 \frac{Ns}{mm}$$

Angelehnt an die entwickelte Methodik für eine optimale Dämpfung eines Balkens, wird diese Formel für die Impedanz d_2 durch die Wurzel aus zwei dividiert.

$$d_2 = \frac{2(r - l_1) \pi}{164} \sqrt{h^3} \sqrt[4]{\frac{E \rho^3}{12(1 - \mu^2)}} \sqrt{\omega} \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.01356 \frac{Ns}{mm}$$

wobei $2(r - l_1) \pi$ für den Umfang der zweiten Dämpferreihe U_2 steht. Somit ergibt sich für d_3 und d_4 :

$$d_3 = \frac{2(r - (l_1 + l_2)) \pi}{151} \sqrt{h^3} \sqrt[4]{\frac{E \rho^3}{12(1 - \mu^2)}} \sqrt{\omega} \frac{1}{2} = 0.00961 \frac{Ns}{mm}$$

$$d_4 = \frac{2(r - (l_1 + l_2 + l_3)) \pi}{126} \sqrt{h^3} \sqrt[4]{\frac{E \rho^3}{12(1 - \mu^2)}} \sqrt{\omega} \frac{1}{2\sqrt{2}} = 0.00679 \frac{Ns}{mm}$$

Somit sind die Abstände zwischen den Dämpfern und den Dämpferreihen, sowie die Impedanzen bestimmt. Die Übertragungsfunktion kann nun berechnet werden.

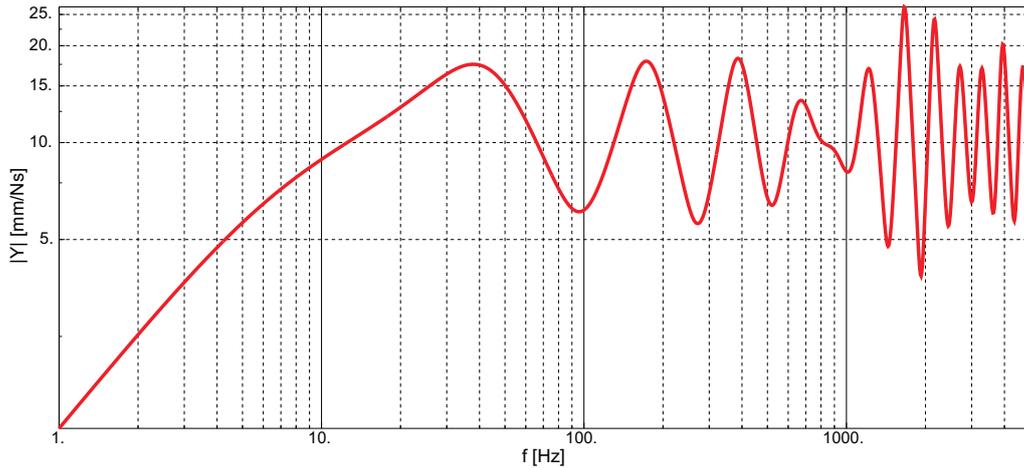


Abbildung 4.6: Übertragungsfunktion einer Platte mit vier Dämpferreihen. Die Dämpferimpedanzen betragen $d_1 = 0.0192 \frac{Ns}{mm}$, $d_2 = 0.01356 \frac{Ns}{mm}$, $d_3 = 0.00961 \frac{Ns}{mm}$, $d_4 = 0.00679 \frac{Ns}{mm}$ und der Abstand zwischen den Dämpferreihen beträgt $l_1 = 11.1 mm$, $l_2 = 22.2 mm$ und $l_3 = 44.4 mm$

Bis $1300 Hz$ liefert diese Dämpferanordnung sehr gute Ergebnisse. Höherfrequent treten allerdings schlechter gedämpfte Bereiche auf. Mit steigender Frequenz wird die BiegeWellenlänge kleiner und durch die jeweilige Verdoppelung der Dämpferabstände wird es immer Frequenzbereiche geben, bei denen die Dämpfung unzureichend ist. Deshalb soll nun untersucht werden, ob durch gleichbleibendem Abstand bessere Resultate erzielt werden können.

4.1.3.2 Der Abstand zwischen den Dämpferreihen bleibt jeweils gleich groß und wird kleiner als die halbe Wellenlänge der höchsten Frequenz gewählt

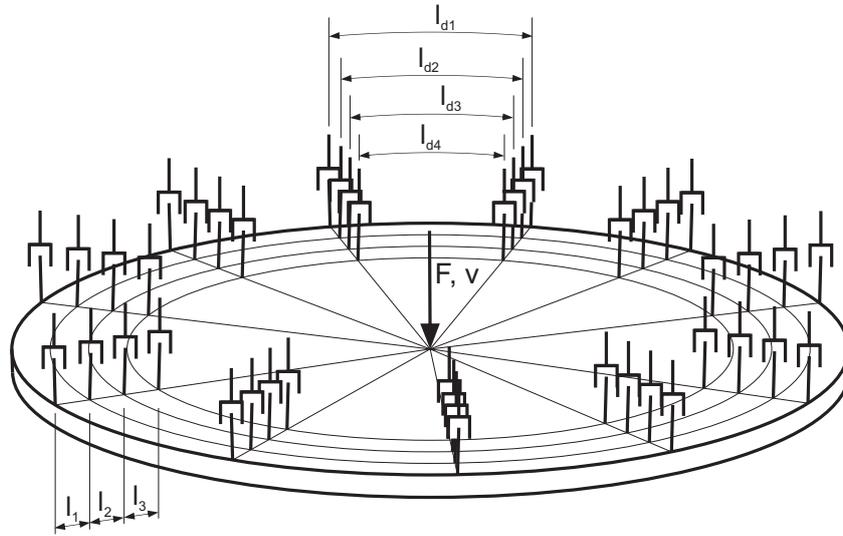


Abbildung 4.7: Runde Platte mit einer anregenden Kraft F und vier Dämpferreihen

Im Vergleich zum Kapitel "Schwingungsanalyse beim Balken" bemerkt man, dass dort die einzelnen Dämpfer ein äquivalentes Verhalten zu den hier eingeführten Dämpferreihen darstellen, da hier wie dort pro Dämpferreihe beziehungsweise Dämpfer genau eine Frequenz optimal gedämpft wird. Daher wird für die einzelnen Abstände l_1 , l_2 und l_3 nun jeweils der selbe Wert gewählt. Dieser wird durch die Gleichung (4.4) auf Seite 62 berechnet: $l_{d1} = l_1 = l_2 = l_3 = 11.1 \text{ mm}$.

Es befinden sich in jeder Reihe 170 Dämpfer. Da sich der Umfang jeweils verringert, wird auch der Abstand zwischen den einzelnen Dämpfern l_{di} immer kleiner. Sie ergeben sich aus der Geometrie und liegen durch die geringen Abstände l_i im Bereich des berechneten Optimums.

Die optimale Dämpferimpedanz am Umfang pro Dämpfer bei $f = 5000 \text{ Hz}$ beträgt:

$$d_1 = \frac{d_U}{170} = \frac{U}{170} \sqrt{h^3} \sqrt[4]{\frac{E \rho^3}{12(1-\mu^2)}} \sqrt{\omega} = 0.0192 \frac{Ns}{mm}$$

Um den gesamten Frequenzbereich abzudecken werden die restlichen Dämpferimpedanzen zunächst jeweils halbiert, somit ergibt sich:

$$d_2 = \frac{d_1}{2} = 0.0096 \frac{Ns}{mm} \quad d_3 = \frac{d_2}{2} = 0.0048 \frac{Ns}{mm} \quad d_4 = \frac{d_3}{2} = 0.0024 \frac{Ns}{mm} \quad (4.10)$$

Durch diese Wahl der Impedanzen liegt die optimale Dämpferwirkung für d_2 bei 1250 Hz ,

d_3 bei 312.5 Hz und d_4 bei 78 Hz.

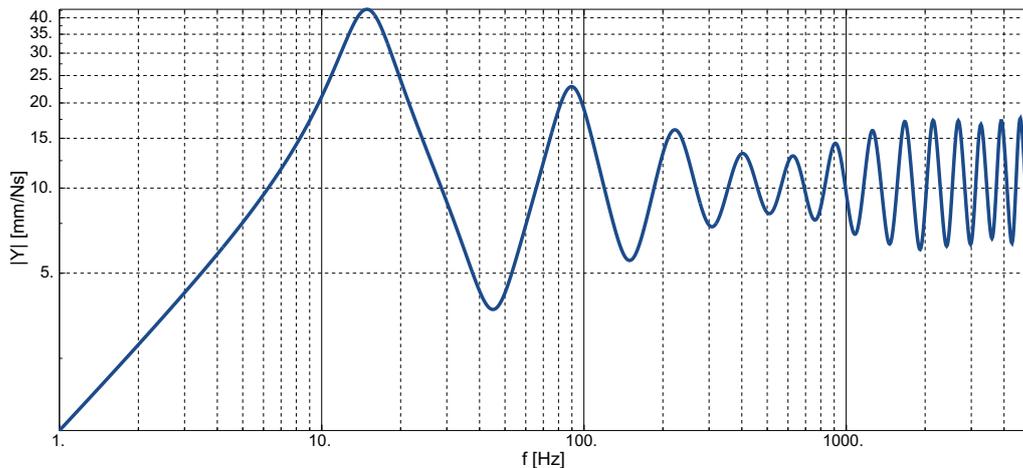


Abbildung 4.8: Übertragungsfunktion einer Platte mit vier Dämpferreihen. Die Dämpferimpedanzen betragen $d_1 = 0.0192 \frac{Ns}{mm}$, $d_2 = 0.0096 \frac{Ns}{mm}$, $d_3 = 0.0048 \frac{Ns}{mm}$, $d_4 = 0.0024 \frac{Ns}{mm}$ und der Abstand zwischen den Dämpferreihen beträgt jeweils $l_i = 11.1 mm$

Vergleicht man Abbildung 4.8 mit Abbildung 3.28 auf Seite 53 fällt auf, dass wieder eine starke Ähnlichkeit der Übertragungsfunktion der runden Platte und des Balkens vorhanden ist. Bei niedrigen Frequenzen werden aufgrund der geringen Abstände zwischen den Dämpferreihen die Dämpferimpedanzen summiert. Daraus folgt eine zu starke Dämpfung und es treten Reflexionen auf. Deshalb sind, wie auch schon bei dem untersuchten Balken, die Dämpferimpedanzen der ersten drei Reihen zu verringern, um Reflexionen zu vermeiden.

Die Dämpferimpedanz d_1 bleibt gleich. Angelehnt an die entwickelte Methodik für eine optimale Dämpfung eines Balkens, ergibt sich für die Impedanz d_2 aus den Gleichungen (4.8) und (4.9) auf Seite 64 und Division durch die Wurzel aus zwei:

$$d_2 = \frac{2(r - l_1) \pi}{170} \sqrt{h^3} \sqrt[4]{\frac{E \rho^3}{12(1 - \mu^2)}} \sqrt{\omega} \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.01308 \frac{Ns}{mm} \quad (4.11)$$

wobei $2(r - l_1) \pi$ für den Umfang der zweiten Dämpferreihe U_2 steht. Somit ergibt sich für d_3 und d_4 :

$$d_3 = \frac{2(r - 2l_1) \pi}{170} \sqrt{h^3} \sqrt[4]{\frac{E \rho^3}{12(1 - \mu^2)}} \sqrt{\omega} \frac{1}{2} = 0.008894 \frac{Ns}{mm} \quad (4.12)$$

$$d_4 = \frac{2(r - 3l_1)\pi}{170} \sqrt{h^3} \sqrt[4]{\frac{E\rho^3}{12(1-\mu^2)}} \sqrt{\omega} \frac{1}{2\sqrt{2}} = 0.006037 \frac{Ns}{mm} \quad (4.13)$$

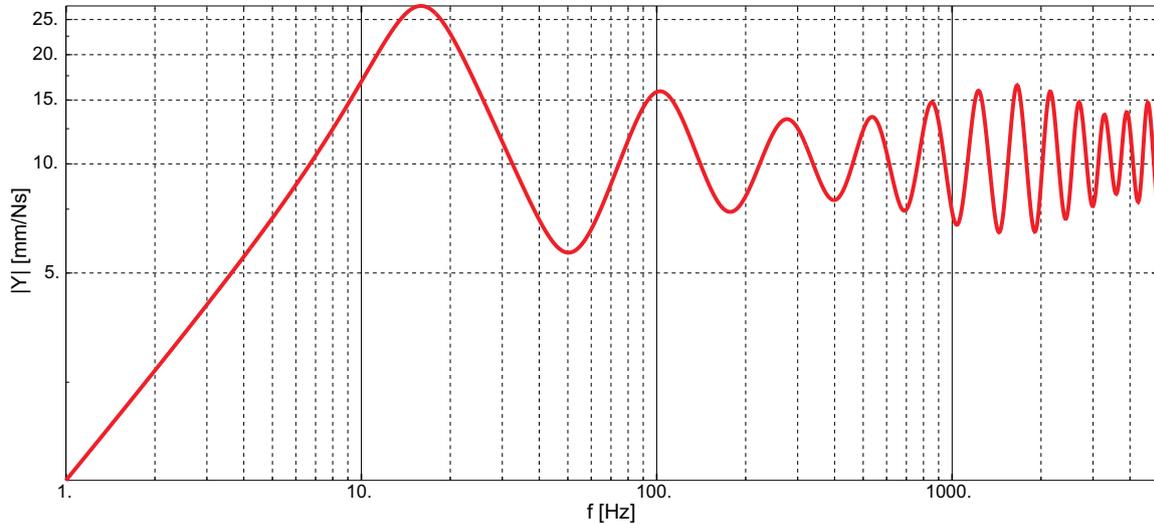


Abbildung 4.9: Übertragungsfunktion einer Platte mit vier Dämpferreihen. Die Dämpferimpedanzen betragen $d_1 = 0.0192 \frac{Ns}{mm}$, $d_2 = 0.01308 \frac{Ns}{mm}$, $d_3 = 0.008894 \frac{Ns}{mm}$, $d_4 = 0.006037 \frac{Ns}{mm}$ und der Abstand zwischen den Dämpferreihen beträgt jeweils $l_i = 11.1 mm$

Wie man sieht, ist nun die Dämpfung im gesamten Frequenzbereich deutlich besser als in Abbildung 4.8, im niederfrequenten Bereich sogar beinahe um den Faktor zwei. Ab $100 Hz$ ist die Dämpfung hervorragend, darunter ist jedoch noch Verbesserungspotential vorhanden. Betrachtet man nun die Abbildung 3.34 auf Seite 57, lässt sich aufgrund der bisher beobachteten starken Ähnlichkeit des Schwingungsverhaltens des Balkens und der Platte die Behauptung aufstellen, dass durch eine fünfte Dämpferreihe die Dämpfung der ersten Eigenfrequenz deutlich verbessert wird.

Es werden wieder 170 Dämpfer angebracht. Die jeweiligen Dämpferimpedanzen d_5 errechnen sich wieder durch:

$$d_5 = \frac{2(r - 4l_1)\pi}{170} \sqrt{h^3} \sqrt[4]{\frac{E\rho^3}{12(1-\mu^2)}} \sqrt{\omega} \frac{1}{4} = 0.004091 \frac{Ns}{mm} \quad (4.14)$$

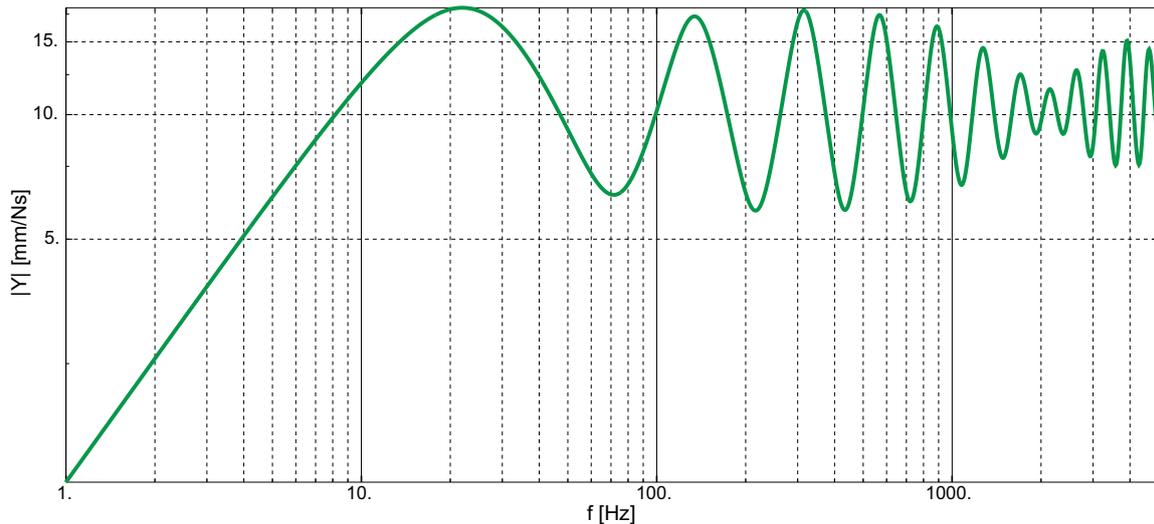


Abbildung 4.10: Übertragungsfunktion einer Platte mit fünf Dämpferreihen. Die Dämpferimpedanzen betragen $d_1 = 0.0192 \frac{Ns}{mm}$, $d_2 = 0.01308 \frac{Ns}{mm}$, $d_3 = 0.008894 \frac{Ns}{mm}$, $d_4 = 0.006037 \frac{Ns}{mm}$, $d_5 = 0.004091 \frac{Ns}{mm}$ und der Abstand zwischen den Dämpferreihen beträgt jeweils $l_i = 11.1 mm$

Nun ist im gesamten Frequenzbereich eine sehr gute Dämpfung gegeben, wobei zwischen $100 Hz$ und $1000 Hz$ mit vier Dämpferreihen sogar bessere Resultate erzielt werden. Das lässt den Schluss zu, dass fünf Dämpferreihen nur dann benötigt werden, wenn auch bei sehr niedrigen Frequenzen eine optimale Dämpfung erzielt werden muss. Ansonsten sind vier Reihen ausreichend und werden auch hier für weitere Untersuchungen gewählt.

Dieses Modell besteht nun aus vier Dämpferreihen mit jeweils 170 Dämpfern. Um den Aufwand der Modellbildung zu verringern, wird nachfolgend versucht, die Anzahl der Dämpfer bei gleichbleibendem, oder ähnlich gutem Resultat zu reduzieren.

4.1.3.3 Verringerung der Dämpferanzahl

Pro Dämpferreihe wird nun die Anzahl der Dämpfer halbiert. Dadurch wird der Abstand zwischen den einzelnen Dämpfern doppelt so groß als das berechnete Optimum ld_1 . Um nun zu gewährleisten, dass bei hohen Frequenzen einzelne Biegewellen aufgrund ihrer kleinen Wellenlängen nicht ungedämpft, oder nur schlecht gedämpft zwischen den Dämpfern hindurch laufen, wird die zweite und die vierte Reihe jeweils um den Abstand l_{d1} versetzt angeordnet.

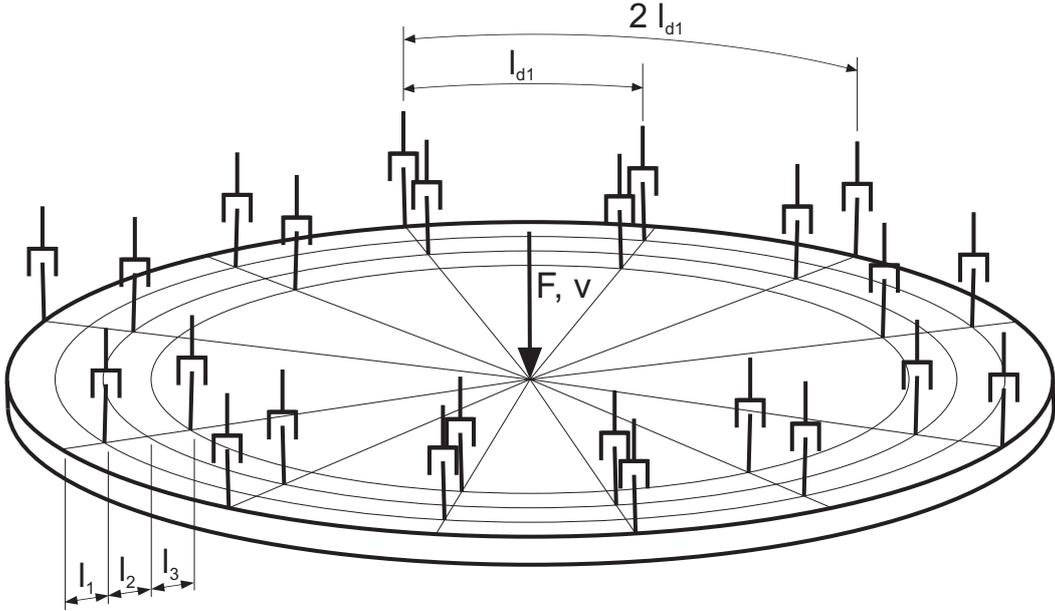


Abbildung 4.11: Runde Platte mit einer anregenden Kraft F und vier Dämpferreihen, pro Reihe wurde die Anzahl der Dämpfer halbiert

Somit wird die benötigte Dämpferanzahl von 680 auf 340 reduziert. Die Abmessungen wurden hier der Überschaubarkeit halber übertrieben dargestellt. Zwischen den einzelnen Reihen beträgt der Abstand jeweils $l_i = l_1 = 11.1 \text{ mm}$. Der Abstand zwischen den einzelnen Dämpfern der ersten Reihe beträgt $2l_{d1} = 22.2 \text{ mm}$. Aufgrund des großen Durchmessers der Platte $2r = 600 \text{ mm}$ betragen auch die Abstände der Dämpfer der inneren Reihen circa $2l_{d1}$. Die Gesamtimpedanz am Umfang muss jedoch die selbe bleiben, damit verdoppeln sich die Impedanzen der einzelnen Dämpfer und es ergibt sich:

$$d_1 = \frac{2r\pi}{85} \sqrt{h^3} \sqrt[4]{\frac{E\rho^3}{12(1-\mu^2)}} \sqrt{\omega} = 0.0384 \frac{Ns}{mm}$$

$$d_2 = \frac{2(r-l_1)\pi}{85} \sqrt{h^3} \sqrt[4]{\frac{E\rho^3}{12(1-\mu^2)}} \sqrt{\omega} \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.02616 \frac{Ns}{mm}$$

$$d_3 = \frac{2(r-2l_1)\pi}{85} \sqrt{h^3} \sqrt[4]{\frac{E\rho^3}{12(1-\mu^2)}} \sqrt{\omega} \frac{1}{2} = 0.017788 \frac{Ns}{mm}$$

$$d_4 = \frac{2(r-3l_1)\pi}{85} \sqrt{h^3} \sqrt[4]{\frac{E\rho^3}{12(1-\mu^2)}} \sqrt{\omega} \frac{1}{2\sqrt{2}} = 0.012074 \frac{Ns}{mm}$$

In Abbildung 4.12 ist eine Gegenüberstellung der Abbildung 4.9 mit der Übertragungsfunktion des eben entstandenen Modells zu sehen.

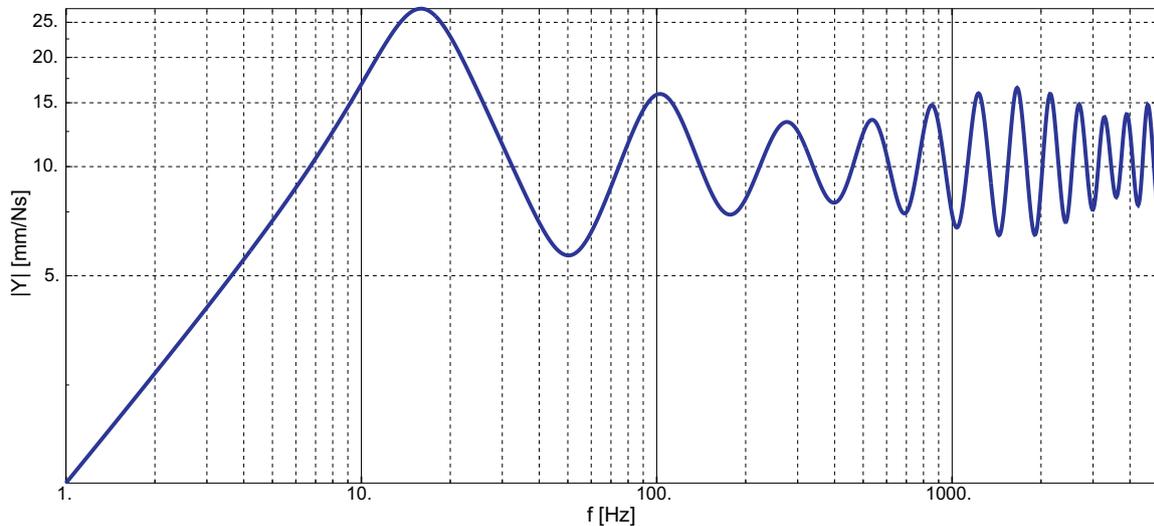


Abbildung 4.12: Gegenüberstellung der Übertragungsfunktionen einer gedämpften Platte mit 680 Dämpfern und einer gedämpften Platte mit 340 Dämpfern, welche versetzt um den Abstand l_{d1} angebracht sind. Die Gesamtimpedanz der Dämpfer ist konstant

Beide Kurven sind identisch, es sind keine Unterschiede zu erkennen. Das bedeutet, dass durch Halbierung der berechneten Dämpferanzahl und Versetzen der zweiten und vierten Reihe gegenüber der ersten um den berechneten Abstand l_{d1} die dämpfende Wirkung nicht verringert wird, da die Biegewellen auch bei der höchsten Frequenz nicht ungedämpft zwischen den einzelnen Dämpfern hindurchlaufen können.

Abschließend soll noch untersucht werden, ob die Anzahl der Dämpfer noch weiter reduziert werden kann, ohne das Ergebnis zu verschlechtern. Dafür wurde die Anzahl der Dämpfer pro Reihe ein weiteres mal halbiert. Es sind also pro Reihe 42 Dämpfer angebracht. Der Abstand zwischen den Dämpfern pro Reihe beträgt $4l_{d1} = 44.4 \text{ mm}$. Die zweite Reihe ist gegenüber der Ersten um l_{d1} versetzt. Das selbe gilt für die zweite zur dritten und für die dritte zur vierten Reihe. Der Abstand zwischen den Reihen beträgt $l_1 = 11.1 \text{ mm}$.

Die Impedanzen der Dämpfer müssen wieder verdoppelt werden, um auf die berechnete Gesamtimpedanz am Umfang zu kommen. Somit ergibt sich $d_1 = 0.0768 \frac{\text{Ns}}{\text{mm}}$, $d_2 = 0.05232 \frac{\text{Ns}}{\text{mm}}$, $d_3 = 0.035576 \frac{\text{Ns}}{\text{mm}}$ und $d_4 = 0.024148 \frac{\text{Ns}}{\text{mm}}$.

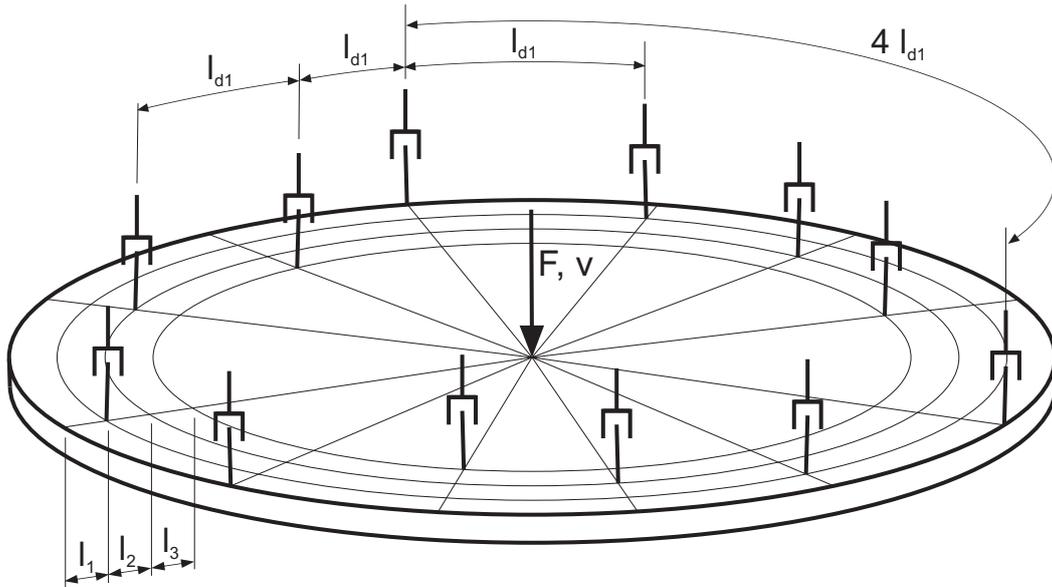


Abbildung 4.13: Runde Platte mit einer anregenden Kraft F und vier Dämpferreihen, die Anzahl der Dämpfer pro Reihe wurde geviertelt

In Abbildung 4.14 ist eine Gegenüberstellung der Abbildung 4.9 mit der Übertragungsfunktion dieses Modells zu sehen.

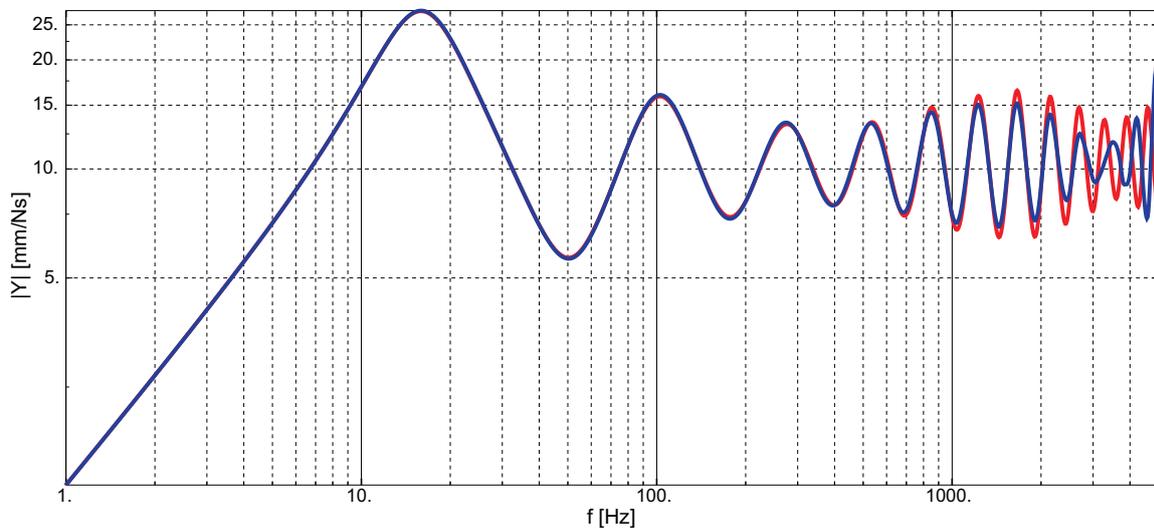


Abbildung 4.14: Gegenüberstellung der Übertragungsfunktionen einer gedämpften Platte mit 680 Dämpfern und einer gedämpften Platte mit 170 Dämpfern, die Gesamtimpedanz der Dämpfer ist konstant

Die rote Kurve stellt die Übertragungsfunktion der gedämpften Platte mit 680 Dämpfern

fern dar und ist auch in Abbildung 4.9 zu sehen. Die blaue Kurve steht für die Übertragungsfunktion des Modells mit der stark reduzierten Dämpferanzahl. Bis 600 Hz sind beide Übertragungsfunktionen beinahe identisch. Zwischen 600 Hz und 4000 Hz ist das Ergebnis des reduzierten Modells mit 168 Dämpfern sogar besser. Ab 4000 Hz erkennt man dass die Schwingungsamplitude stark zunimmt.

Mit den hier gewonnenen Erkenntnissen soll nun eine rechteckige gedämpfte Platte modelliert und untersucht werden.

4.2 Rechteckige Platte

Die eben untersuchten Ergebnisse der runden Platte sollen hier mit den Ergebnissen einer rechteckigen gedämpften Platte verglichen werden. Aus diesem Vergleich soll eine allgemeingültige Methodik zur Dämpfung von Platten entwickelt werden.

4.2.1 Aufgabenstellung

Eine rechteckige Platte soll in der Mitte durch eine harmonische Kraft F mit einer Amplitude von 1 N angeregt werden. Zuerst sind deren Eigenfrequenzen bis zur Frequenz $f = 10000\text{ Hz}$ zu bestimmen. Daraus wird über eine Übertragungsfunktion $Z = F/v$ die Schnelle v über die Frequenz f ausgewertet. Anschließend sind an diese Platte Dämpfer in einer geeigneten Weise anzubringen, um die Übertragungsfunktion einer unendlich ausgedehnten Platte anzunähern. Ist das Ergebnis zufriedenstellend, soll daraus eine allgemeingültige Methodik abgeleitet werden.

4.2.2 Modellbildung

Über das Finite Elemente Programm Abaqus wurde eine rechteckige Platte mit der Länge $l = 0.6\text{ m}$, der Breite $b = 0.4\text{ m}$ und der Dicke $h = 1\text{ mm}$ konstruiert. Als Elementtyp wurde S4R verwendet. Wobei “S” für Schalenelement und “4R” für reduzierte Integration von vier Punkten steht. Auch hier werden die Länge und die Höhe im Verhältnis zur Dicke so groß gewählt, damit im betrachteten Frequenzbereich genügend viele Eigenmoden der Platte liegen. Als Material wurde Stahl gewählt, mit einem Elastizitätsmodul $E = 210000\text{ N/mm}^2$, einer Dichte $\rho = 7.85\text{ kg/dm}^3$ und einer Querkontraktionszahl $\mu = 0.3$. In der Mitte der Platte wirkt als harmonische Anregung eine Kraft mit einer Amplitude von 1 N .

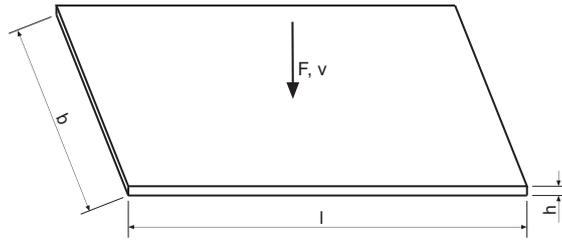


Abbildung 4.15: Ungedämpfte rechteckige Platte mit der Breite b , Länge l , Höhe h und einer anregenden Kraft F

Um das Bauteil zu vernetzen wird wieder die maximale Elementkantenlänge benötigt. Sie errechnet sich hier gleich wie bei der runden Platte, da die Dicke und die höchste betrachtete Frequenz gleich groß sind. Damit ergibt sich: $l_{max} = 5.24 \text{ mm}$. Im nächsten Unterkapitel "Schwingungsanalyse" sollen zwei verschiedene Modelle untersucht werden. Zuerst wird die Platte nur über die Länge l gedämpft. Es soll hier untersucht werden, ob dies ausreichend gute Ergebnisse liefert. Ist die Dämpfung unzureichend werden wieder über den gesamten Umfang Dämpfer angebracht.

4.2.3 Schwingungsanalyse

Zuerst wird die Übertragungsfunktion der ungedämpften Platte berechnet.

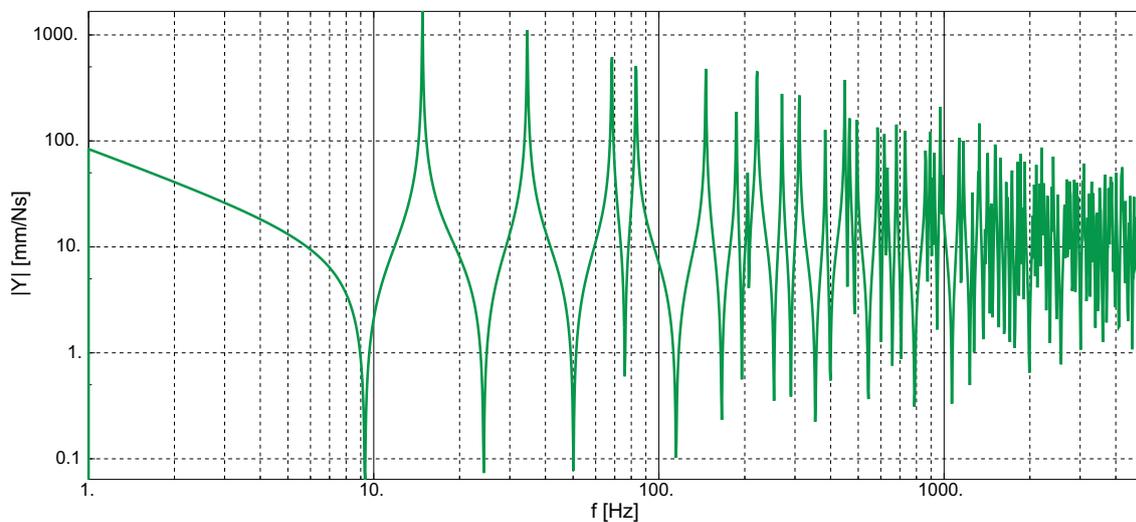


Abbildung 4.16: Übertragungsfunktion der ungedämpften rechteckigen Platte

Bei höheren Frequenzen sieht diese Übertragungsfunktion unsymmetrisch aus, da in der FE-Simulation nicht genügend Berechnungspunkte definiert wurden um die Peaks

exakt zu erfassen. Dies soll hier aber nicht weiter stören, da nur die Übertragungsfunktionen der gedämpften Platte von Interesse sind und diese ausreichend gut dargestellt werden können. Im Vergleich zur runden Platte in Abbildung 4.3 ist ein deutlicher Unterschied des Schwingungsverhaltens zu erkennen. Der Grund dafür ist, dass sich die Biegeschwingungen kreisförmig von der Mitte ausbreiten und bei der runden Platte überall zeitgleich am Rand auftreffen und reflektiert werden. Das ist bei der rechteckigen Platte nicht der Fall und daher kommt es zu mehr Schwingungsüberlagerungen.

4.2.3.1 Dämpfung über die Länge l

Über die Länge l werden an beiden Kanten vier Dämpferreihen angebracht, da sich bereits bei der runden Platte herausgestellt hat, dass man dadurch zu einem sehr guten Ergebnis kommt. Dies ist in Abbildung 4.17 zu sehen.

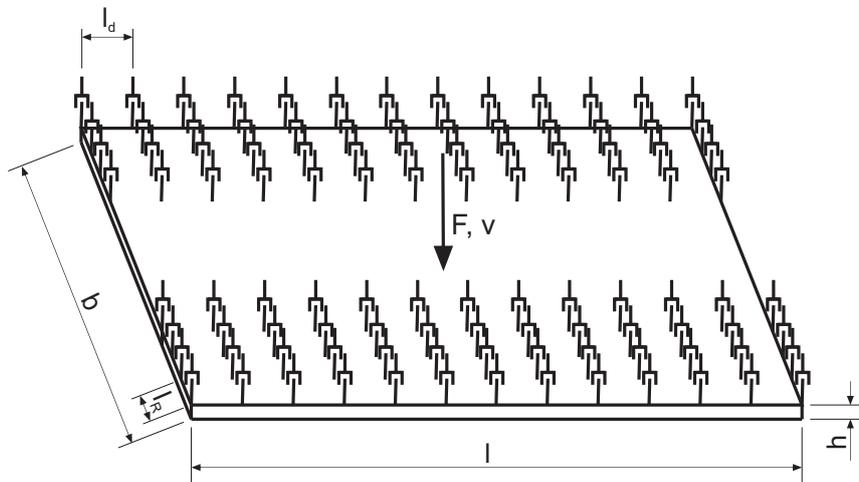


Abbildung 4.17: Gedämpfte rechteckige Platte mit jeweils vier Dämpferreihen an den Stirnseiten und einer anregenden Kraft F

Hierin steht l_d für den jeweiligen Dämpferabstand welcher überall gleich groß gewählt wird und l_R für den Abstand zwischen den einzelnen Reihen. Um die Übertragungsfunktion hierfür zu berechnen, muss zuerst der notwendige Dämpferabstand berechnet werden. Dies ist wieder über die Gleichung (4.4) auf Seite 62 möglich.

$$l_d = \frac{\lambda}{4} = \frac{c_B}{4f} = \frac{\pi}{2} \frac{1}{\sqrt{\omega}} \sqrt[4]{\frac{E h^2}{12(1 - \mu^2) \rho}} \quad (4.15)$$

Daraus ergibt sich $l_d = 11.1 \text{ mm}$. Für den Abstand zwischen den Dämpferreihen l_R wird ebenfalls dieser Wert (11.1 mm) gewählt, da dies auch bei der runden Platte zu sehr guten Ergebnissen geführt hat. Wird nun die gesamte Länge der beiden Dämpferreihen am Umfang durch den benötigten Dämpferabstand dividiert, ergibt sich die notwendige

Dämpferanzahl D_{Ai} für die einzelnen Reihen:

$$D_{Ai} = D_{A1} = D_{A2} = D_{A3} = \frac{U}{l_d} = \frac{2l}{l_d} = \frac{2 \cdot 600 \text{ mm}}{11.1 \text{ mm}} = 108.1 \approx 108 \quad (4.16)$$

Es müssen also 108 Dämpfer angebracht werden. Über die Gleichungen (4.8) und (4.9) auf Seite 64 wird die benötigte Impedanz pro Dämpfer d_1 berechnet:

$$d_1 = \frac{2(l+b)}{108} \sqrt{h^3} \sqrt[4]{\frac{E \rho^3}{12(1-\mu^2)}} \sqrt{\omega} \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.032235 \frac{Ns}{mm}$$

Für die Impedanz der zweiten d_2 , der dritten d_3 und der vierten Dämpferreihe d_4 ergibt sich mit der jeweiligen Division durch die Wurzel aus zwei:

$$d_2 = \frac{d_1}{\sqrt{2}} = 0.022794 \frac{Ns}{mm} \quad d_3 = \frac{d_2}{\sqrt{2}} = 0.016118 \frac{Ns}{mm} \quad d_4 = \frac{d_3}{\sqrt{2}} = 0.011397 \frac{Ns}{mm}$$

Somit kann die Übertragungsfunktion für dieses Modell berechnet werden:

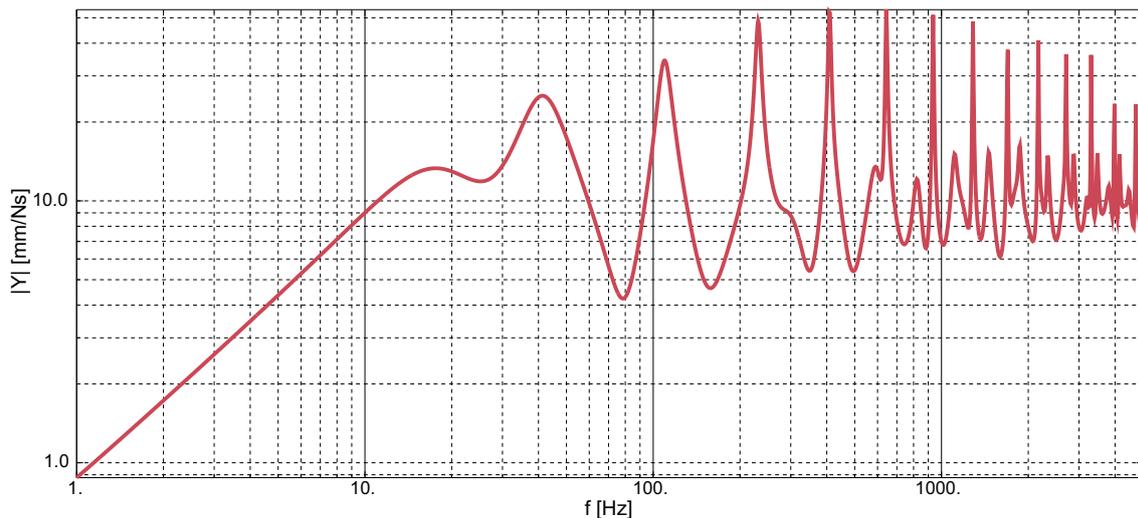


Abbildung 4.18: Übertragungsfunktion einer Platte mit vier Dämpferreihen die an zwei Seiten angebracht sind. Die Dämpferimpedanzen betragen $d_1 = 0.032235 \frac{Ns}{mm}$, $d_2 = 0.022794 \frac{Ns}{mm}$, $d_3 = 0.016118 \frac{Ns}{mm}$, $d_4 = 0.011397 \frac{Ns}{mm}$ und der Abstand zwischen den Dämpferreihen beträgt jeweils $l_i = 11.1 \text{ mm}$

Dieses Ergebnis ist unzufriedenstellend. Da die Stirnseiten der Platte ungedämpft sind, werden die BiegeWellen die dort auftreten nicht absorbiert, sondern reflektiert. Somit

ist es mit diesem Modell nicht möglich, eine zufriedenstellende Dämpfung zu erreichen. Daher werden nun die Dämpfer über den gesamten Umfang verteilt.

4.2.3.2 Dämpfung über den gesamten Umfang

Mit dieser Dämpferanordnung ist eine deutliche Verbesserung des Ergebnisses zu erwarten, da hier jede Biegewelle bei jeder Frequenz vier Dämpferreihen durchlaufen muss.

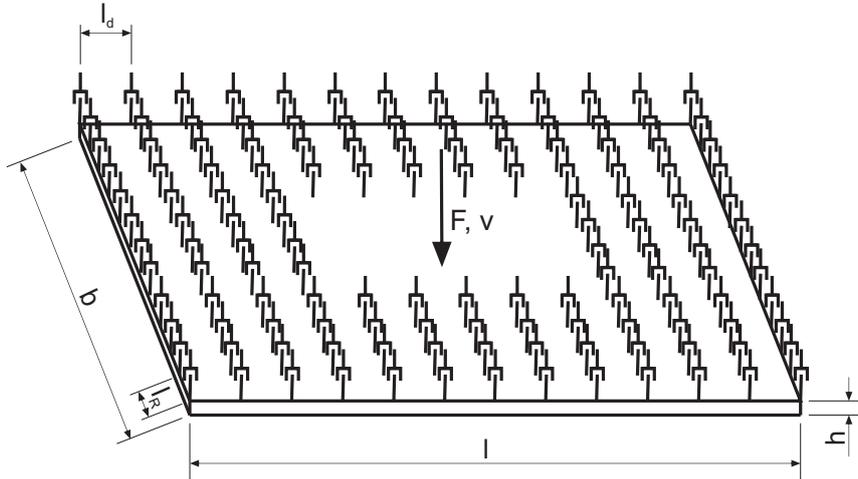


Abbildung 4.19: gedämpfte rechteckige Platte mit jeweils vier Dämpferreihen am Umfang und einer anregenden Kraft F

Der Übersichtlichkeit halber wurde der Abstand der Dämpfer hier und in Abbildung 4.17 deutlich übertrieben dargestellt. Die Länge l beträgt 600 mm . Die Breite b beträgt 400 mm . Der Abstand der äußersten Dämpferreihe am Umfang bis zur Innersten beträgt nur 33 mm .

Die Abstände l_R und l_d wurden bereits berechnet und betragen $l_R = l_d = 11.1\text{ mm}$. Zuerst ist wieder die Anzahl der Dämpfer pro Reihe zu bestimmen. Die jeweiligen Umfänge der vier Dämpferreihen betragen:

$$U_1 = 2(l + b) = 2000\text{ mm}$$

$$U_2 = 2(l + b - 4l_R) = 1911.2\text{ mm}$$

$$U_3 = 2(l + b - 8l_R) = 1822.4\text{ mm}$$

$$U_4 = 2(l + b - 12l_R) = 1733,6\text{ mm}$$

und somit ergibt sich die jeweilige Dämpferanzahl pro Reihe:

$$D_{A1} = \frac{U_1}{l_d} \approx 180 \quad D_{A2} = \frac{U_2}{l_d} \approx 172 \quad D_{A3} = \frac{U_3}{l_d} \approx 164 \quad D_{A4} = \frac{U_4}{l_d} \approx 156$$

Die Impedanzen der Dämpfer berechnen sich wieder über die Gleichungen (4.8) und (4.9) auf Seite 64 und betragen:

$$d_1 = \frac{U_1}{D_{A1}} \sqrt{h^3} \sqrt[4]{\frac{E \rho^3}{12(1-\mu^2)}} \sqrt{\omega} = 0.019341 \frac{Ns}{mm}$$

$$d_2 = \frac{U_2}{D_{A2}} \sqrt{h^3} \sqrt[4]{\frac{E \rho^3}{12(1-\mu^2)}} \sqrt{\omega} \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.013677 \frac{Ns}{mm}$$

$$d_3 = \frac{U_3}{D_{A3}} \sqrt{h^3} \sqrt[4]{\frac{E \rho^3}{12(1-\mu^2)}} \sqrt{\omega} \frac{1}{2} = 0.009672 \frac{Ns}{mm}$$

$$d_4 = \frac{U_4}{D_{A4}} \sqrt{h^3} \sqrt[4]{\frac{E \rho^3}{12(1-\mu^2)}} \sqrt{\omega} \frac{1}{2\sqrt{2}} = 0.006839 \frac{Ns}{mm}$$

Somit kann die Übertragungsfunktion für diese Anordnung berechnet werden:

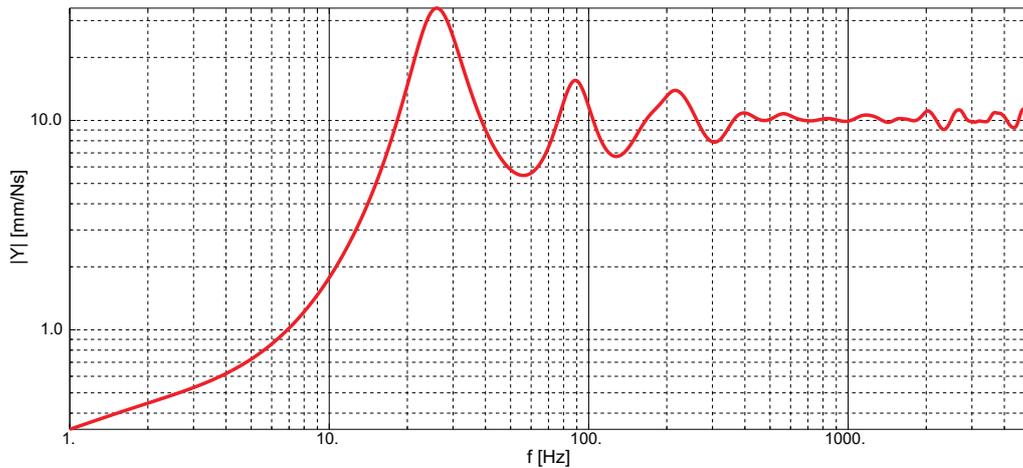


Abbildung 4.20: Übertragungsfunktion einer Platte mit vier Dämpferreihen die über den gesamten Umfang angebracht sind. Die Dämpferimpedanzen betragen $d_1 = 0.019341 \frac{Ns}{mm}$, $d_2 = 0.013677 \frac{Ns}{mm}$, $d_3 = 0.009672 \frac{Ns}{mm}$, $d_4 = 0.006839 \frac{Ns}{mm}$ und der Abstand zwischen den Dämpferreihen beträgt jeweils $l_i = 11.1 mm$

Bis auf die erste Schwingungsüberhöhung bei $25 Hz$ liegen hervorragende Ergebnisse vor. Ab $350 Hz$ treten kaum mehr Reflexionen auf und das Schwingungsverhalten

der unendlich ausgedehnten Platte wird sehr gut angenähert, welche über den gesamten Frequenzbereich eine Admittanz von 10.2 mm/Ns hat. Dieses Ergebnis ist dahingehend ausreichend gut, da die ersten Eigenfrequenzen eines Motors deutlich über 25 Hz liegen [5]. Damit ist es nicht nötig die Dämpfung im niederen Frequenzbereich weiter zu verbessern.

Sollte aus bestimmten Gründen auch dort eine bessere Dämpfung erwünscht sein, ist dies durch die Anbringung einer fünften Dämpferreihe möglich. Für den Umfang U_5 , die Anzahl der Dämpfer D_{A5} und die Impedanz d_5 gilt:

$$U_5 = 2(l + b - 16l_R) = 1644.8 \text{ mm} \quad D_{A5} = \frac{U_4}{l_d} \approx 148$$

$$d_5 = \frac{U_5}{D_{A5}} \sqrt{h^3} \sqrt[4]{\frac{E \rho^3}{12(1 - \mu^2)}} \sqrt{\omega} \frac{1}{2\sqrt{2}} = 0.004836 \frac{\text{Ns}}{\text{mm}}$$

Die Übertragungsfunktion hierfür sieht wie folgt aus:

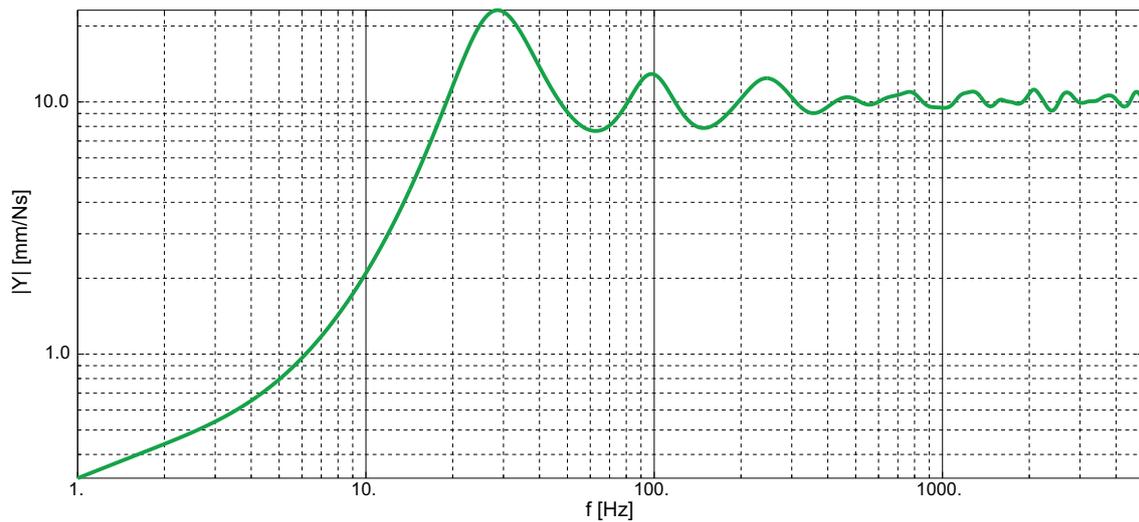


Abbildung 4.21: Übertragungsfunktion einer Platte mit fünf Dämpferreihen die am Umfang angebracht sind. Die Dämpferimpedanzen betragen $d_1 = 0.019341 \frac{\text{Ns}}{\text{mm}}$, $d_2 = 0.013677 \frac{\text{Ns}}{\text{mm}}$, $d_3 = 0.009672 \frac{\text{Ns}}{\text{mm}}$, $d_4 = 0.006839 \frac{\text{Ns}}{\text{mm}}$, $d_5 = 0.004836 \frac{\text{Ns}}{\text{mm}}$ und der Abstand zwischen den Dämpferreihen beträgt jeweils $l_i = 11.1 \text{ mm}$

Wie erwartet wurde im niedrigen Frequenzbereich bis 250 Hz eine Verbesserung erreicht. Darüber sind die Ergebnisse ungefähr gleich gut. Als nächstes soll untersucht werden, ob durch eine Verringerung der Dämpferanzahl ein ähnlich gutes Ergebnis erzielt werden kann.

4.2.3.3 Verringerung der Dämpferanzahl

Die berechnete Dämpferanzahl pro Reihe wird halbiert, somit beträgt der Abstand zwischen den Dämpfern $2l_d$. Der Reihenabstand l_R ändert sich nicht.

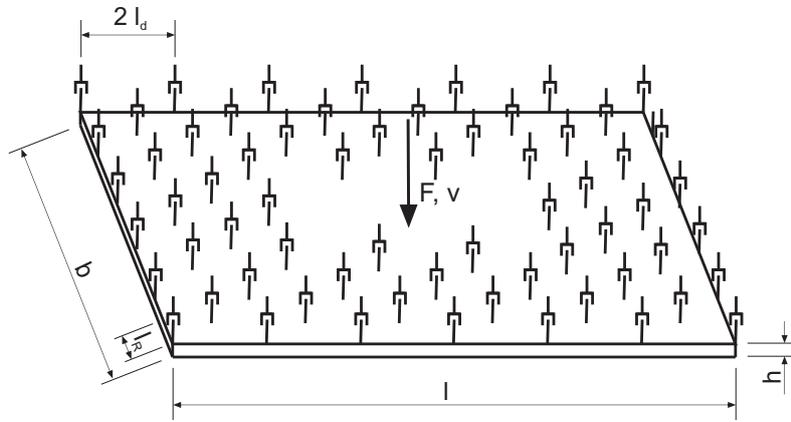


Abbildung 4.22: gedämpfte Platte mit verringerter Dämpferanzahl

Da sich die benötigte Dämpferimpedanz am Umfang nicht ändert, muss die jeweilige Impedanz pro Dämpfer verdoppelt werden. Somit ergibt sich: $d_1 = 0.038682 \frac{Ns}{mm}$, $d_2 = 0.027354 \frac{Ns}{mm}$, $d_3 = 0.019344 \frac{Ns}{mm}$, $d_4 = 0.013678 \frac{Ns}{mm}$.

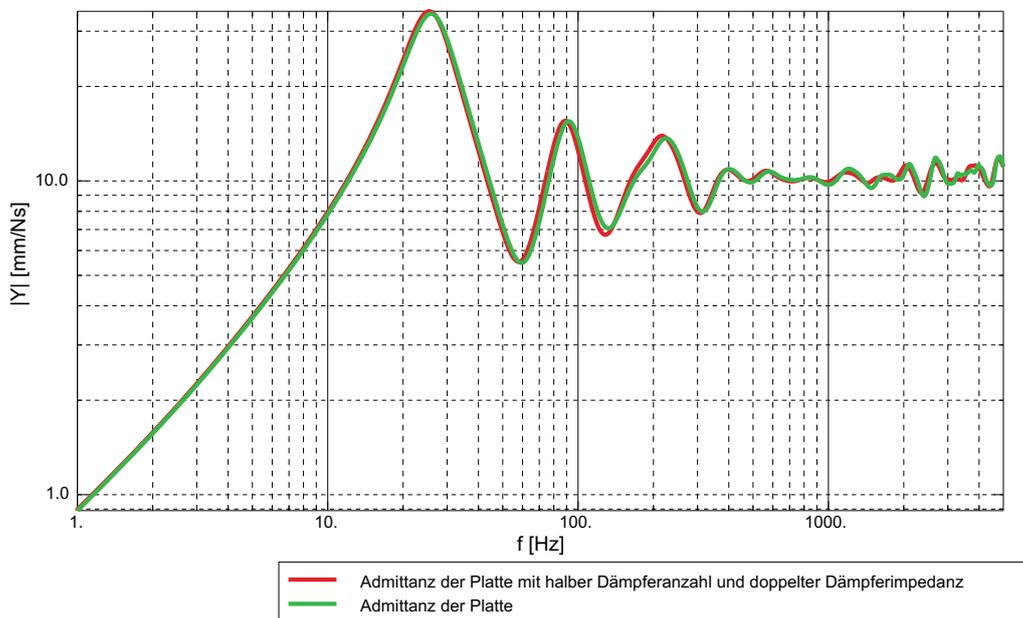


Abbildung 4.23: Gegenüberstellung der Übertragungsfunktionen einer gedämpften Platte mit 672 Dämpfern und einer gedämpften Platte mit 336 Dämpfern, die Gesamtimpedanz der Dämpfer ist konstant

Wie auch schon bei der runden Platte ist das Ergebnis beider Übertragungsfunktionen trotz Reduktion der Dämpferanzahl beinahe identisch. Wird die Dämpferanzahl jedoch ein weiteres mal halbiert verschlechtert sich das Ergebnis bei höheren Frequenzen.

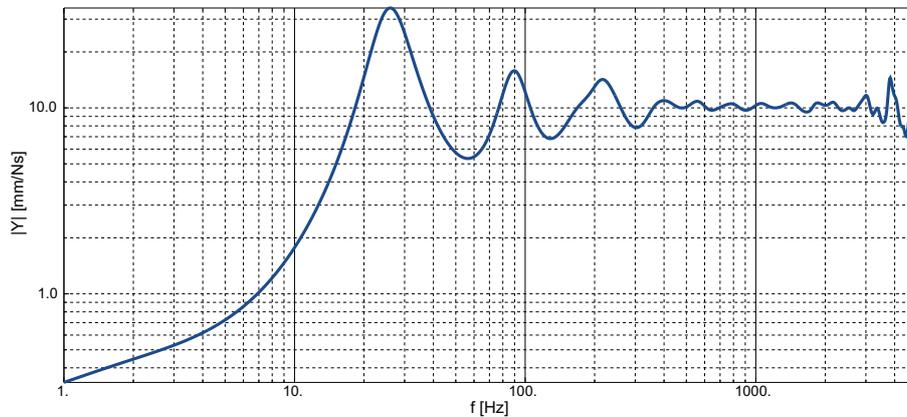


Abbildung 4.24: Übertragungsfunktionen einer gedämpften Platte mit 168 Dämpfern

Wird die Dämpferanzahl jedoch ein weiteres mal halbiert verschlechtert sich das Ergebnis bei höheren Frequenzen.

4.3 Schlussfolgerung

Man sieht, dass man bei runden und rechteckigen Platten durch die selbe Vorgehensweise zu einem sehr guten Ergebnis kommt. Durch geeignete Anordnung der Dämpfer und Wahl deren Impedanzen wird das Schwingungsverhalten einer unendlichen Platte sehr gut angenähert. Die gewählte Dämpferanordnung ist in Abbildung 4.25 zu sehen.

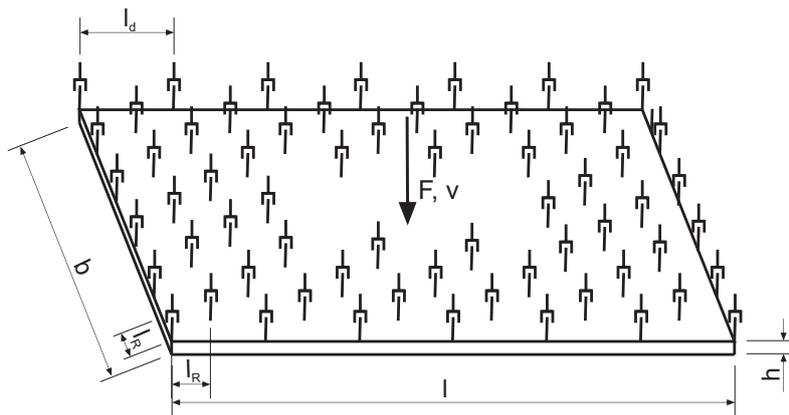


Abbildung 4.25: gewählte Dämpferanordnung einer rechteckigen Platte

Mit dieser Erkenntnis lässt sich eine allgemeingültige Methodik zur Dämpfung von Platten entwickeln.

Methodik zur Plattendämpfung:

- Festlegung der höchsten Frequenz bei der eine optimale Dämpfung erreicht werden soll
- Bestimmung des Dämpferabstandes l_d über die Gleichung (4.4) auf Seite 62 und Multiplikation mit zwei

$$l_d = \frac{\lambda}{2} = \frac{c_B}{2f} = \pi \frac{1}{\sqrt{\omega}} \sqrt[4]{\frac{E h^2}{12(1-\mu^2)\rho}} \quad (4.17)$$

- Vier Dämpferreihen werden benötigt, der Abstand zwischen den Dämpfern l_d ist doppelt so groß wie jener zwischen den Dämpferreihen l_R . Die Dämpfer sind wie in Abbildung 4.25 anzuordnen.

$$l_R = \frac{l_d}{2} \quad (4.18)$$

- Berechnung der Dämpferanzahl der einzelnen Dämpferreihen D_{Ai}

$$D_{Ai} = \frac{U_i}{l_d}$$

- Berechnung der einzelnen Dämpferimpedanzen über die Gleichungen (4.8) und (4.9) auf Seite 64:
 - Äußerste Reihe am Umfang der Platte:

$$d_1 = \frac{U_1}{D_{A1}} \sqrt{h^3} \sqrt[4]{\frac{E \rho^3}{12(1-\mu^2)}} \sqrt{\omega}$$

- Zweite Dämpferreihe

$$d_2 = \frac{U_2}{D_{A2}} \sqrt{h^3} \sqrt[4]{\frac{E \rho^3}{12(1-\mu^2)}} \sqrt{\omega} \frac{1}{\sqrt{2}}$$

- Dritte Dämpferreihe

$$d_3 = \frac{U_3}{D_{A3}} \sqrt{h^3} \sqrt[4]{\frac{E \rho^3}{12(1-\mu^2)}} \sqrt{\omega} \frac{1}{2}$$

- Innerste Dämpferreihe

$$d_4 = \frac{U_4}{D_{A4}} \sqrt{h^3} \sqrt[4]{\frac{E \rho^3}{12(1-\mu^2)}} \sqrt{\omega} \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

5 Übergang auf ein reales Motorbauteil

Um einzelne Motorkomponenten akustisch optimal auszulegen, genügt es nicht diese gesondert von einander zu betrachten, da zwischen den jeweiligen Bauteilen dynamische Wechselwirkungen auftreten. Im Extremfall könnte sich das akustische Gesamtsystemverhalten sogar verschlechtern. Um ein Bauteil akustisch zu optimieren ist es erforderlich, sämtliche Wechselwirkungen durch angrenzende Systeme zu berücksichtigen. Allerdings ist in der frühen Motorentwicklung das genaue Design der Bauteile noch weitgehend unbekannt.

Es wird hier eine Methodik entwickelt, um angrenzende Systeme durch einfache Körper zu ersetzen, welche möglichst ähnliche Wechselwirkungen aufweisen. Idealerweise sollten diese Körper eine unendliche Ausdehnung haben. Damit würden Schwingungen niemals reflektiert und das modale Verhalten des simulierten Körpers unterdrückt werden. Das modale Verhalten soll deshalb nicht simuliert werden, da es vom genauen Design des Anbauteils abhängig ist. Das erzeugte Modell soll jedoch ein breites Spektrum verschiedenster Designs abdecken. Der Mittenverlauf der Transferfunktionen der angrenzenden Bauteile und der Ersatzsysteme sollten möglichst gleich sein und damit ein ähnliches Schwingungsverhalten aufweisen. In der Realität ist die Umsetzung unendlicher Bauteile allerdings unmöglich. Darum müssen die erzeugten Modelle in geeigneter Weise gedämpft werden, um ein annähernd gleiches Schwingungsverhalten wie ein unendlicher Körper aufzuweisen. Da jeder Körper aus Platten und Balken modelliert werden kann, werden hierfür die gewonnenen Erkenntnisse aus den Schwingungsanalysen für Balken und Platten verwendet. Als betrachtetes System wurde das Kurbelgehäuse gewählt.

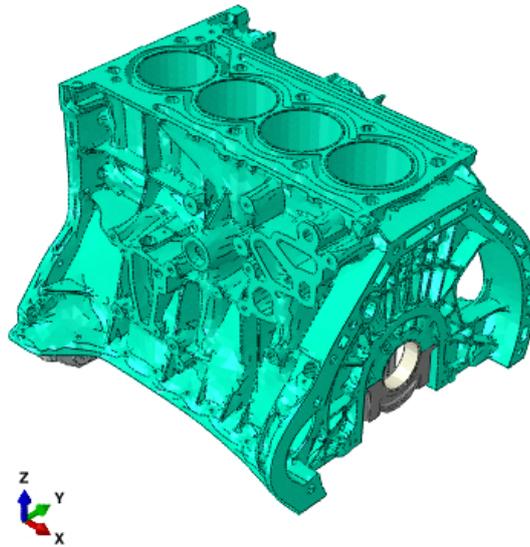


Abbildung 5.1: Kurbelgehäuse

In einem ersten Schritt wurden nicht alle angrenzenden Bauteile durch infinite Modelle ersetzt, sondern nur die Ölwanne. Um die allgemeine Gültigkeit der entwickelten Methodik zu überprüfen, wird das Schwingungsverhalten eines realen Systems bestehend aus Kurbelgehäuse und Ölwanne, zu sehen in Abbildung 5.2, mit einem entwickelten Modell bestehend aus realem Kurbelgehäuse und infiniter modellierter Ölwanne verglichen.

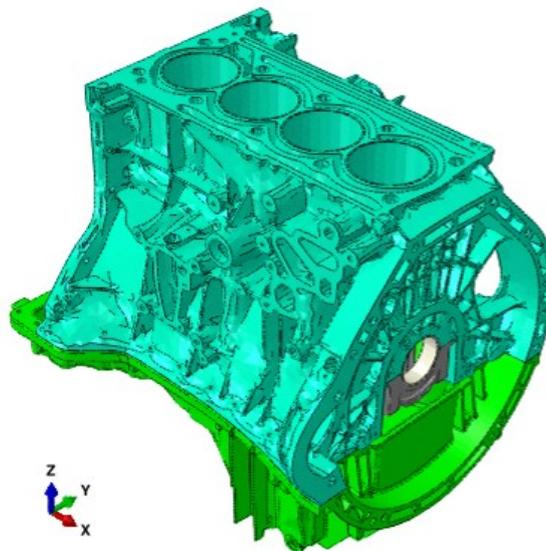


Abbildung 5.2: Kurbelgehäuse mit Ölwanne

Dieses reale System ist von einem 4 Zylinder Ottomotor und wurde vom Kompetenzzentrum Das virtuelle Fahrzeug mbH zur Verfügung gestellt. Das Kurbelgehäuse ist

aus Aluminium-Druckguss und die Ölwanne aus Aluminium. Die Kurbelwellenhauptlager sind mit einzelnen Lagerbügeln ausgeführt und direkt mit dem Kurbelgehäuse verschraubt. Ein Lanchester-Rahmen ist von unten an das Kurbelgehäuse angeschraubt. Für die Materialdämpfung wurde ein Verlustfaktor von einem Prozent gewählt. Die Verbindung zwischen Kurbelgehäuse und Ölwanne wurde durch Tie-Constraints definiert, die keine zusätzliche Dämpfung in das System einbringen. Die Vernetzung des realen Systems wurde automatisch durchgeführt. Die Netzweite ist so gewählt, dass Schwingungsanalysen bis 3000 Hz durchgeführt werden können.

5.1 Aufgabenstellung

Eine Ölwanne soll durch ein einfaches infinites Modell ersetzt werden. Das Schwingungsverhalten der realen Ölwanne und des erzeugten Modells soll möglichst ähnlich sein. Dabei sind nicht die einzelnen Schwingungsmoden von Bedeutung, da diese von Ölwanne zu Ölwanne bei verschiedenen Frequenzen auftreten, sondern der Mittenverlauf der Transferfunktionen sollte der gleiche sein, damit ein großes Spektrum verschiedenster Designs abgedeckt ist. Anschließend soll das Schwingungsverhalten des realen Systems mit und ohne Ölwanne, mit dem System bestehend aus realem Kurbelgehäuse und infiniten Ölwanne verglichen werden, um eine Aussage der Gültigkeit der entwickelten Methodik zu erhalten.

5.2 Modellbildung

Zuerst ist die Ölwanne, gezeigt in Abbildung 5.3, durch ein einfaches Modell, gezeigt in Abbildung 5.4, zu ersetzen. Als Elementtyp wurde hier S4R verwendet. Wobei “S” für Schalenelement und “4R” für reduzierte Integration von vier Punkten steht. Die Ölwanne ist aus Aluminium. Der Elastizitätsmodul beträgt $E = 75000\text{ N/mm}^2$, die Dichte $\rho = 2750\text{ kg/m}^3$ und die Querkontraktionszahl $\mu = 0.33$.

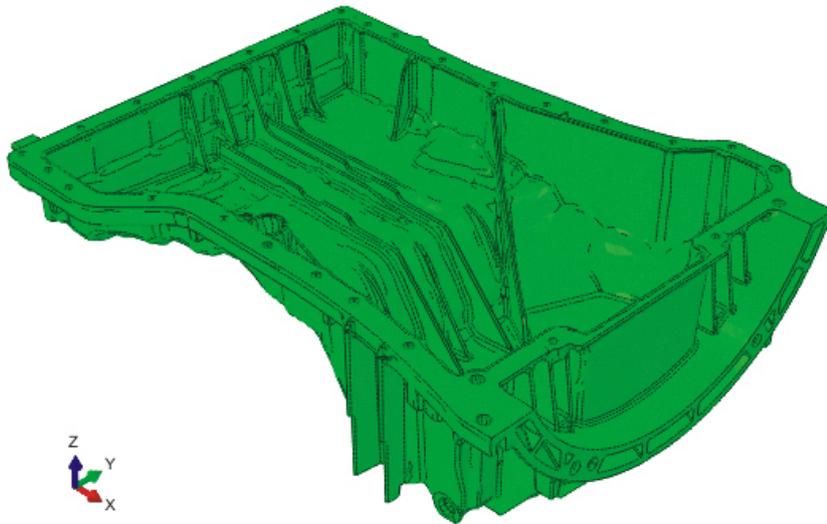


Abbildung 5.3: Ölwanne

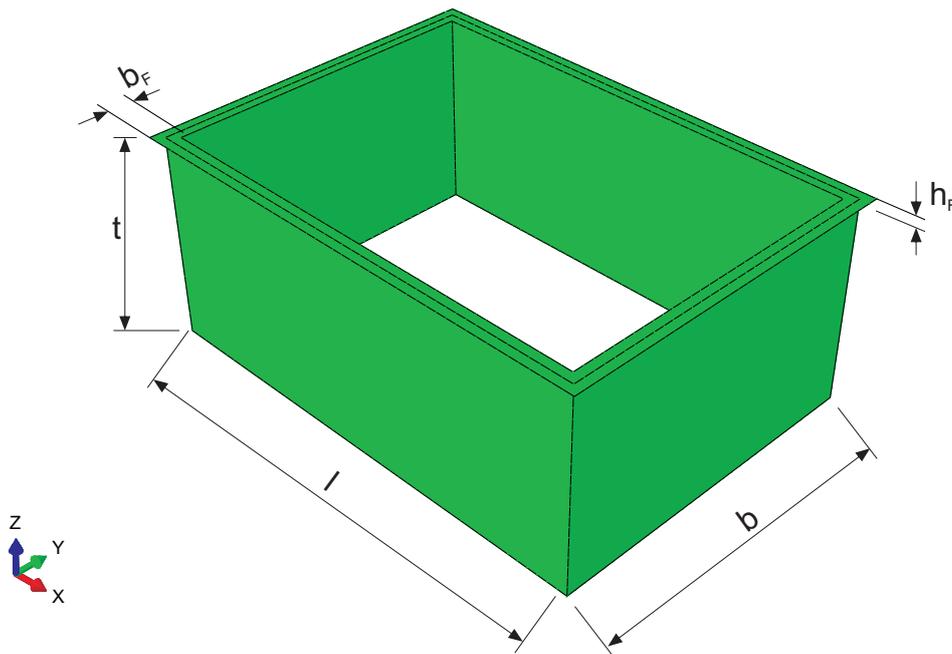


Abbildung 5.4: modellierte Ölwanne

Damit das Modell die selben Wechselwirkungen auf das Kurbelgehäuse hat, wie die Ölwanne, muss die Eingangsimpedanz am Flansch, die Biegesteifigkeit und die Masse bezogen auf den Querschnitt möglichst gleich sein. Die Abmessungen des Flansches des

Ersatzmodells wurden so gewählt, dass sie im Mittel ungefähr gleich sind wie die des Flansches der Ölwanne, um eine möglichst gleiche Eingangssteifigkeit zu erhalten. Die Flanschbreite beträgt $b_F = 20 \text{ mm}$ und die Flanshhöhe $h_F = 10 \text{ mm}$.

Würde die Wandstärke des Ersatzmodells gleich gewählt werden, wie die der Ölwanne, wäre deren Biegesteifigkeit aufgrund der vorhandenen versteifenden Rippen der Ölwanne viel geringer. Um auf die selbe Biegesteifigkeit zu kommen ist daher die Wandstärke zu erhöhen. Damit aber die Masse je Querschnitt bei beiden Systemen gleich bleibt, muss die Dichte des Ersatzmaterials des Modells verringert werden. Der Elastizitätsmodul bleibt unverändert. Die durchschnittliche Wandstärke der Ölwanne liegt zwischen drei und vier Millimeter. Für die Wandstärke der Ersatzölwanne wird $h_E = 6 \text{ mm}$ gewählt. Die Dichte ρ_E wird mit 1450 kg/m^3 festgelegt. Die Wandstärke hat sich beinahe verdoppelt, daher wurde die Dichte um das selbe Maß abgesenkt, um die Masse bezogen auf den Querschnitt nicht zu verändern. Vergleiche der Transferfunktionen von der Ölwanne und dem Modell haben gezeigt, dass durch die Wahl dieser Werte die besten Ergebnisse erzielt werden. Diese werden nachfolgend noch vorgestellt.

Die Hauptabmessungen des Modells betragen $l = 452 \text{ mm}$, $b = 320 \text{ mm}$ und $t = 200 \text{ mm}$, wobei l für die Länge, b für die Breite und t für die Tiefe der Ersatzölwanne stehen. Zur Wahl der Tiefe muss gesagt werden, dass diese nicht gleich groß gewählt werden muss, wie die der Ölwanne. Sie sollte größer sein, als die größte auftretende Wellenlänge λ , damit sich die Schwingungen vom Kurbelgehäuse zuerst ungehindert auf die infinite Ölwanne ausbreiten können, bevor sie von den Dämpfern gedämpft werden. Dadurch sollen ungewünschte dynamische Wechselwirkungen minimiert werden.

Im nächsten Schritt wird das Ersatzmodell mit Dämpfern versehen. Da die Seitenwände aus vier Platten bestehen, kann die entwickelte Methodik zur optimalen Plattendämpfung aus dem Kapitel "Schwingungsanalyse bei Platte" verwendet werden, um den benötigten Abstand zwischen den Dämpfern, die Dämpferanzahl und deren Impedanzen zu berechnen. Es werden vier Dämpferreihen angebracht. Als höchste betrachtete Frequenz wird $f = 3000 \text{ Hz}$ gewählt. Für den Dämpferabstand l_d ergibt sich:

$$l_d = \pi \frac{1}{\sqrt{\omega}} \sqrt[4]{\frac{E h_E^2}{12 (1 - \mu^2) \rho_E}} = 41.56 \text{ mm}$$

Laut der entworfenen Methodik für die Plattendämpfung wäre es zulässig den Abstand zwischen den Dämpfern l_d zu verdoppeln, wenn auch die Impedanz der einzelnen Dämpfer verdoppelt wird und die verschiedenen Dämpferreihen versetzt angeordnet werden, um Modellierungsaufwand einzusparen. Da hier am Umfang pro Reihe ohnehin nur 42 Dämpfer, dies wird nachfolgend noch berechnet, angebracht werden, wird davon abgesehen. Als nächstes kann der Abstand zwischen den einzelnen Dämpferreihen l_R ermittelt werden:

$$l_R = l_d = 41.56 \text{ mm}$$

Daraus ergibt sich die Dämpferanzahl der einzelnen Dämpferreihen D_{Ai}

$$D_{A1} = D_{A2} = D_{A3} = D_{A4} = \frac{U}{l_d} = 37.2$$

U steht für den Umfang der Ölwanne und errechnet sich durch $U = 2l + 2b = 1544 \text{ mm}$. Für die verwendete Dämpferanzahl D_{Ai} pro Reihe wurde 42 festgelegt. Als nächstes können die einzelnen Dämpferimpedanzen berechnet werden.

Für die erste Dämpferreihe am Fuß des Ersatzmodells ergibt sich:

$$d_1 = \frac{U_1}{D_{A1}} \sqrt{h^3} \sqrt[4]{\frac{E \rho^3}{12(1-\mu^2)}} \sqrt{\omega} = 0.159511 \frac{Ns}{mm}$$

daraus folgt für die zweite, dritte und vierte Dämpferreihe, welche dem Kurbelgehäuse am nächsten ist:

$$d_2 = d_1 \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.112791 \frac{Ns}{mm} \quad d_3 = d_2 \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.079755 \frac{Ns}{mm} \quad d_4 = d_3 \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.056396 \frac{Ns}{mm}$$

Nun sind sämtliche Parameter bestimmt und die infinite Ölwanne kann modelliert werden.

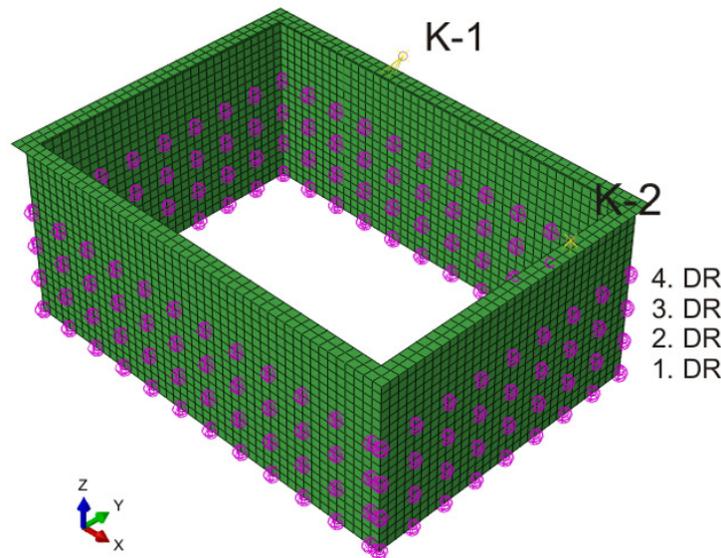


Abbildung 5.5: vernetzte infinite Ölwanne

Hier sind die einzelnen Dämpferreihen zu sehen die um den gesamten Umfang angebracht sind und jeweils normal zur Plattenoberfläche wirken. Als nächstes muss untersucht werden, ob das erzeugte infinite Ersatzmodell eine ähnliche Eingangsimpedanz aufweist, wie die originale Ölwanne. Dafür wurde am Flansch beider Bauteile im Punkt $K - 1$ eine Kraft F mit der Amplitude 1 in z -Richtung angebracht und anschließend die Mobilität Y im Punkt $K - 1$ und $K - 2$ im Frequenzbereich von 0 - 3000 Hz ausgewertet.

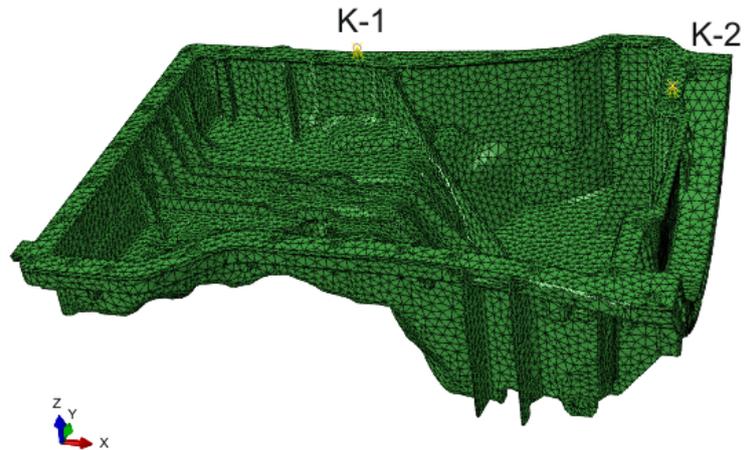


Abbildung 5.6: vernetzte Ölwanne

In Abbildung 5.7 ist der Vergleich der Übertragungsfunktionen der infiniten Ersatzölwanne und der realen Ölwanne zu sehen. Die Ölwanne ist im Gegensatz zum infiniten Modell ungedämpft, deshalb sind hier ausgeprägte Schwingungsüberhöhungen zu sehen. Aus diesem Grund müssen die Mittenfunktionen beider Transferfunktionen verglichen werden um eine Aussage darüber treffen zu können, ob dieses Ersatzmodell ein ähnliches Schwingungsverhalten aufweist.

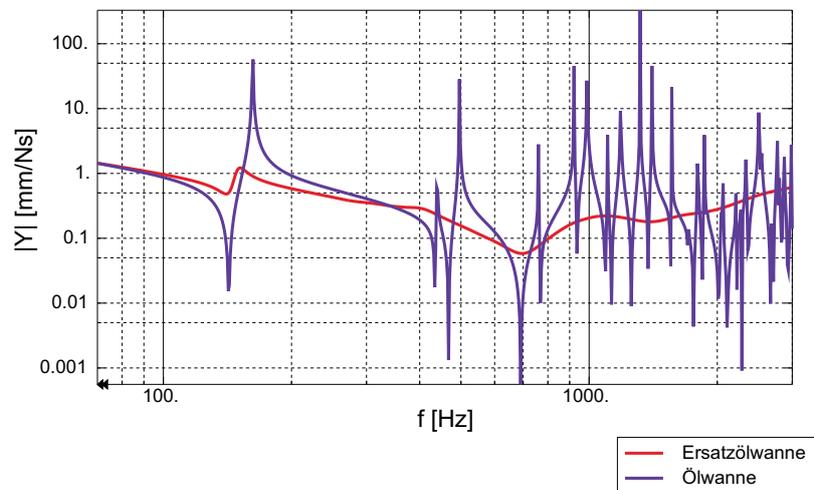


Abbildung 5.7: Vergleich der Übertragungsfunktionen der infiniten Ersatzölwanne und der realen Ölwanne. Kraftanregung und Auswertung im Punkt K-1 in z-Richtung

Wie man sieht stimmt die Mittenfunktion beider Übertragungsfunktionen bis 800 Hz sehr gut überein. Aber auch bei höheren Frequenzen sind beide Funktionen im Mittel

relativ ähnlich. In Abbildung 5.8 wurde ebenfalls im Punkt K-1 mit derselben Kraft F angeregt und im Punkt K-2 ausgewertet.

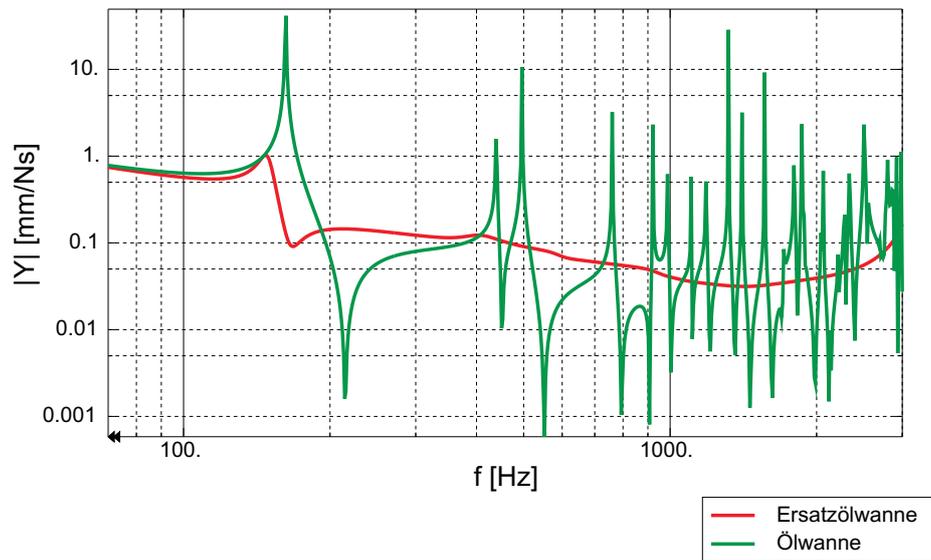


Abbildung 5.8: Vergleich der Übertragungsfunktionen der infiniten Ersatzölwanne und der realen Ölwanne. Kraftanregung im Punkt K-1 und Auswertung im Punkt K-2, beide in z-Richtung

Hier stimmen beide Mittenfunktionen im gesamten Frequenzbereich sehr gut überein. Die Eingangsimpedanz der Ölwanne und des Modells sind also ähnlich.

Im nächsten Schritt soll nun die entwickelte infinite Ölwanne an das Kurbelgehäuse angebracht werden, um zu untersuchen, ob das entwickelte Modell den Einfluss der Ölwanne auf das Kurbelgehäuse widerspiegelt.

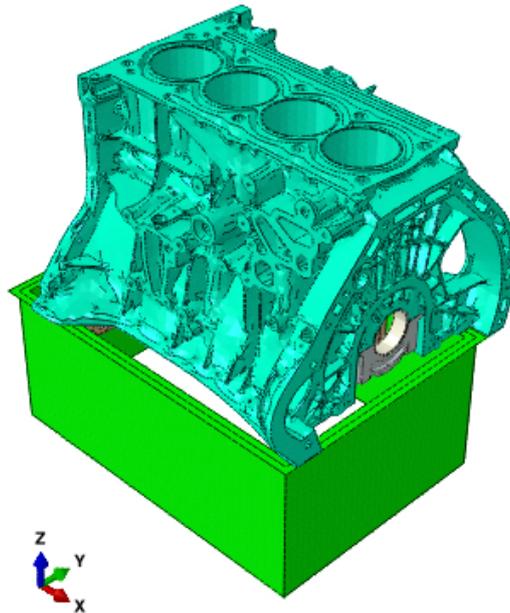


Abbildung 5.9: Kurbelgehäuse mit infiniter Ersatzölwanne

Da die Ölwanne möglichst einfach modelliert werden sollte, ist der Flansch der Ölwanne natürlich nicht identisch mit dem Flansch des Kurbelgehäuses. Dies ist für eine berechnete Schwingungsanalyse allerdings auch nicht erforderlich, da der Flansch der infiniten Ölwanne mit dem des Kurbelgehäuses im FE-Modell mittels "Constraints" miteinander verknüpft wurde. Das bedeutet, dass die Bewegungen vom Kurbelgehäuse identisch auf die Ölwanne übertragen werden.

Nun muss die entwickelte Methodik auf ihre Gültigkeit überprüft werden. Dafür wird das Kurbelgehäuse, das Kurbelgehäuse mit realer Ölwanne und das Kurbelgehäuse mit der infiniten Ölwanne an ausgewählten Punkten mit einer Kraft F mit der Amplitude 1 angeregt und an verschiedenen Stellen wird die Übertragungsfunktion ermittelt. Durch den Vergleich der Ergebnisse dieser drei Systeme, kann man schließlich darauf schließen, ob durch das entwickelte Modell die dynamischen Wechselwirkungen einer realen Ölwanne wiedergespiegelt werden.

Nachfolgend werden nur ausgewählte Ergebnisse durch eine Kraftanregung über das erste und dritte Motorhauptlager besprochen.

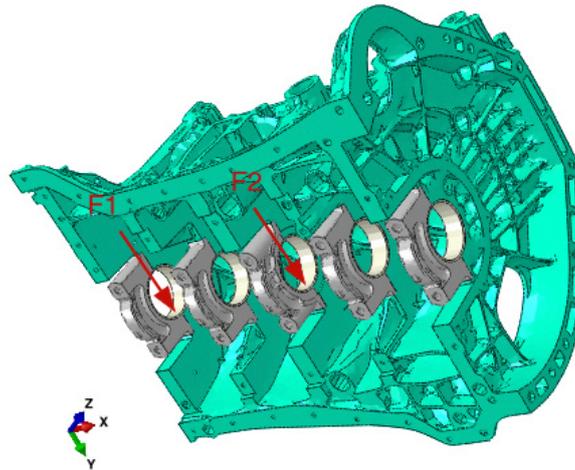


Abbildung 5.10: Kraftanregung am Kurbelgehäuse

Die angebrachten Kräfte wirken in y – Richtung. An den Anregestellen wurden in Abaqus sogenannte "Spinnen" konstruiert, damit die Kräfte nicht auf einen einzelnen Punkt, sondern auf eine Fläche angreifen. Ansonsten würden einzelne Elemente zu stark verformt werden und es könnte zu Problemen in der numerischen Berechnung kommen. In Abbildung 5.11 und Abbildung 5.12 sind die ausgewählten Auswertungspunkte auf der linken und rechten Kurbelgehäusesseite zu sehen.

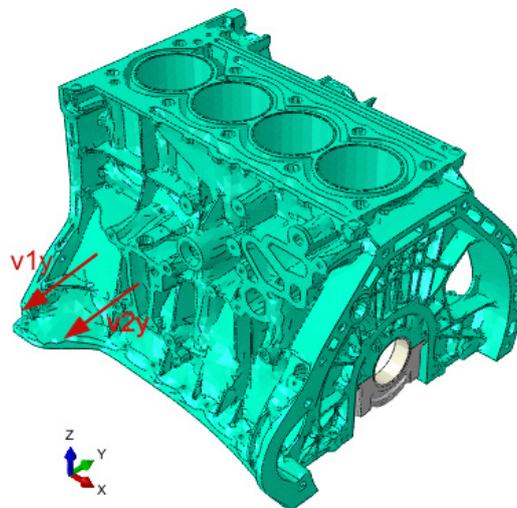


Abbildung 5.11: Auswertungspunkte am Kurbelgehäuse, linke Seite

Hier sind zwei Stellen an der linken Kurbelgehäusesseite zu sehen bei denen die Schnellen v_{1y} und v_{2y} ausgewertet werden. Die Schnelle v_{1y} tritt an einer großen unversteiften Fläche des Kurbelgehäuses auf und wurde deshalb ausgewählt. An der Stelle 2 wird eine

Mittelung über die vier zu sehenden Anschraubpunkte vorgenommen und v_{2y} ausgewertet. Bei beiden Stellen wurde wieder eine Spinne konstruiert, um nicht nur die Bewegung eines Knotenpunktes, sondern einer Fläche zu erfassen.

In Abbildung 5.12 ist das Kurbelgehäuse von rechts mit den dort gewählten Auswertungspunkten zu sehen.

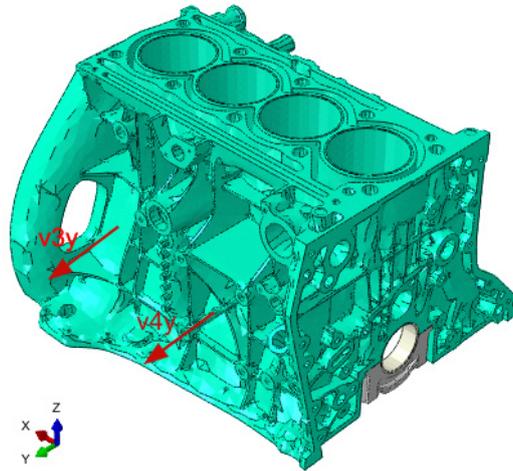


Abbildung 5.12: Auswertungspunkte am Kurbelgehäuse, rechte Seite

Auf der rechten Seite des Kurbelgehäuses wird wieder die Auswertung an zwei verschiedenen Stellen 3 und 4 betrachtet. Zum einen wurde wieder eine große plane Fläche ohne viele Versteifungen gewählt. Dort wurde v_{3y} ausgewertet. Und es wurde wieder eine Mittelung der vier Anschraubpunkte des Kurbelgehäuses vorgenommen und dort die Schnelle v_{4y} berechnet. Bei jeder Auswertungsstelle wurde wieder eine Spinne konstruiert um nicht nur die Bewegung eines Punktes zu erfassen.

Über diese Anregungs- und Auswertungspunkte werden nun ausgewählte Transferfunktionen vorgestellt.

5.3 Verifikation der Ergebnisse

Als reine Materialdämpfung für Stahl wird im Normalfall eine Dämpfung von ungefähr 0.3 Prozent verwendet, da beim Kurbelgehäuse jedoch auch Fügstellen vorkommen wurde als Dämpfung ein Prozent gewählt. Die infinite Ölwanne wurde jedoch mit realen Dämpfern versehen, um das Schwingungsverhalten eines unendlichen Körpers anzunähern, welche um eine Potenz stärker wirken. Aus diesem Grund würden bei den Systemen mit und ohne Ölwanne im Vergleich zum System mit der infiniten Ölwanne bei den Eigenfrequenzen hohe Schwingungsüberhöhungen auftreten. Darum wurden die folgenden Übertragungsfunktionen über einen Frequenzbereich von 150 Hz gemittelt, um das Schwingungsverhalten aller drei Systeme im Bereich von 0 – 3000 Hz vergleichen zu können.

Nun werden vier Ergebnisse vorgestellt und anschließend besprochen. Zuerst wurde das Kurbelgehäuse im dritten Hauptlager in y – Richtung angeregt. Die Auswertung erfolgt an der Stelle 4.

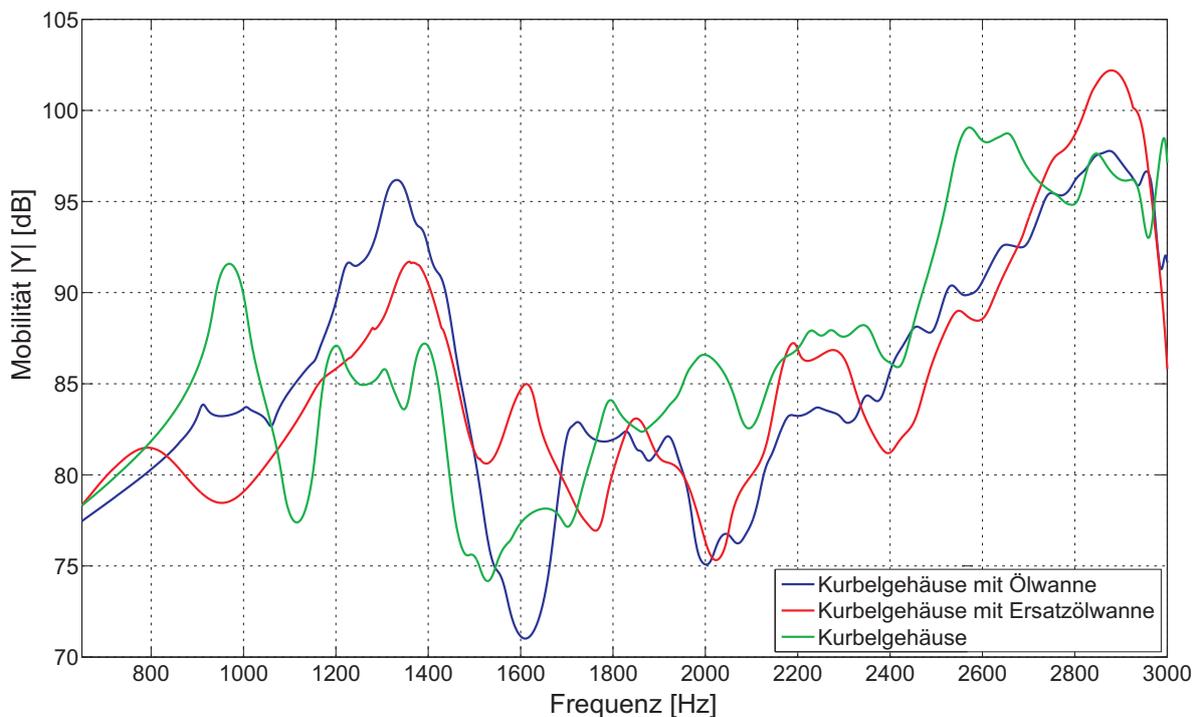


Abbildung 5.13: Vergleich der geglätteten Übertragungsfunktionen am Kurbelgehäuse mit Ölwanne, ohne Ölwanne und mit infiniten Ölwanne. Die Kraftanregung erfolgt im dritten Hauptlager in y -Richtung, die Auswertung an der Stelle 4

Die Übertragungsfunktionen der Systeme Kurbelgehäuse mit realer Ölwanne und Kurbelgehäuse mit infiniten Ölwanne stimmen beinahe im gesamten Frequenzbereich sehr

gut überein. Das bedeutet, dass bei dieser gewählten Anregung das infinite Bauteil eine sehr ähnliche Wechselwirkung mit dem Kurbelgehäuse aufweist, wie die reale Ölwanne. Bei 1600 Hz und 2900 Hz beeinflusst das Ersatzmodell das Kurbelgehäuse jedoch negativ. Dies ist daran zu erkennen, dass dort die Übertragungsfunktionen des Kurbelgehäuses mit und ohne Ölwanne ähnlicher sind. Der Grund hierfür wird anschließend an Abbildung 5.16 erklärt.

In Abbildung 5.14 wurde das Kurbelgehäuse im dritten Hauptlager in y – Richtung angeregt. Die Auswertung erfolgt an der Stelle 3:

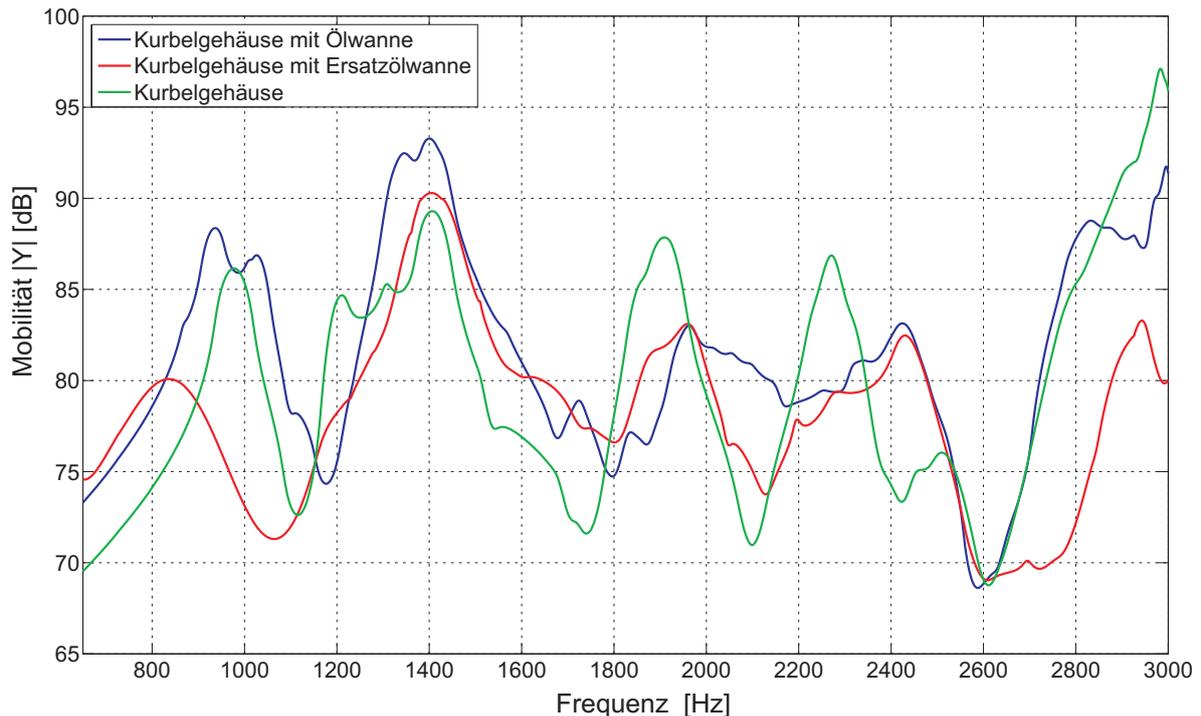


Abbildung 5.14: Vergleich der geglätteten Übertragungsfunktionen am Kurbelgehäuse mit Ölwanne, ohne Ölwanne und mit infiniten Ölwanne. Die Kraftanregung erfolgt im dritten Hauptlager in y -Richtung, die Auswertung an der Stelle 3

Das Ergebnis von 1200 Hz bis 2600 Hz ist sehr gut. In diesem Bereich hat die infinite Ölwanne einen sehr ähnlichen Einfluss auf das Kurbelgehäuse wie die reale Ölwanne. Doch auch hier treten Frequenzbereiche auf, bei denen dies nicht der Fall ist. Unter 1200 Hz und über 2600 Hz sieht man eine große Abweichung der Transferfunktionen mit realer und infiniten Ölwanne.

In Abbildung 5.15 wurde das Kurbelgehäuse im ersten Hauptlager in y – Richtung angeregt. Die Auswertung erfolgt an der Stelle 2:

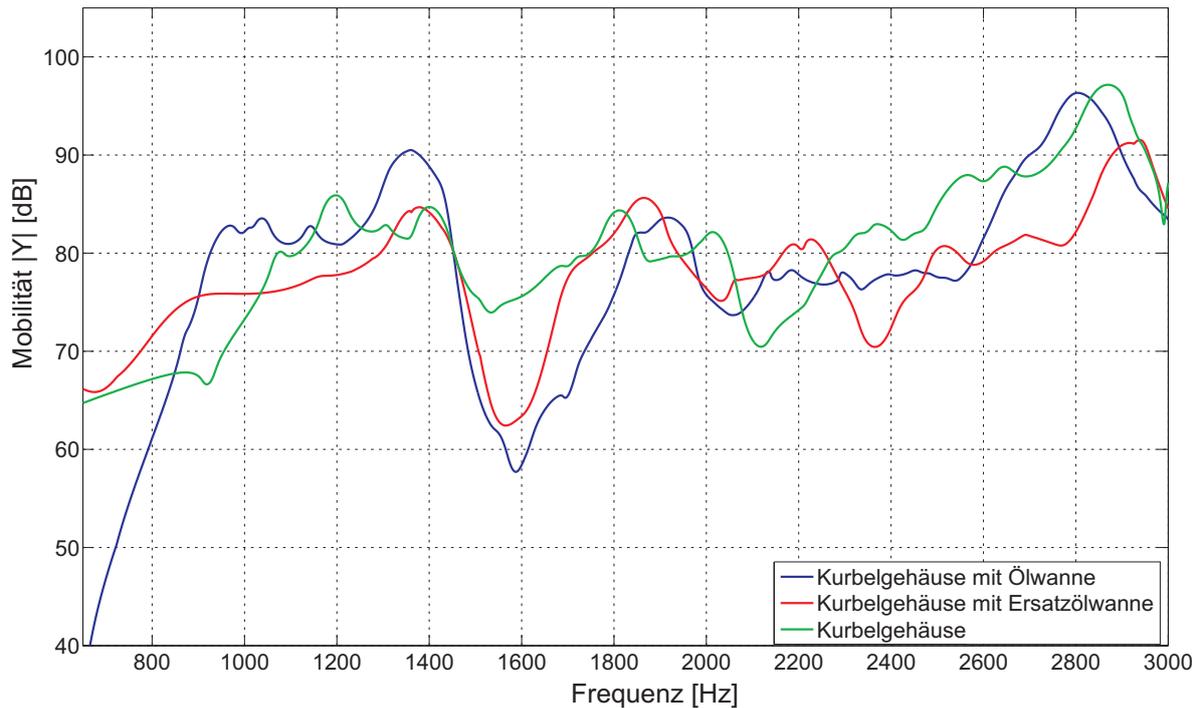


Abbildung 5.15: Vergleich der geglätteten Übertragungsfunktionen am Kurbelgehäuse mit Ölwanne, ohne Ölwanne und mit infiniter Ölwanne. Die Kraftanregung erfolgt im ersten Hauptlager in y -Richtung, die Auswertung an der Stelle 2

Hier ist von 1400 Hz bis 2600 Hz eine gute Annäherung an das Schwingungsverhalten des realen Gesamtsystems gegeben. Darüber wird das Kurbelgehäuse von der infiniten Ölwanne negativ beeinflusst. Vergleicht man nun die Abbildungen 5.13, 5.14 und 5.15 mit einander, fällt auf, dass die infinite Ölwanne genau dort einen negativen Einfluss auf das Kurbelgehäuse hat, wo die Übertragungsfunktionen mit und ohne Ölwanne sehr ähnlich sind. Der Grund hierfür wird anschließend noch erklärt.

In Abbildung 5.16 wurde das Kurbelgehäuse im ersten Hauptlager in y – Richtung angeregt. Die Auswertung erfolgt an der Stelle 1:

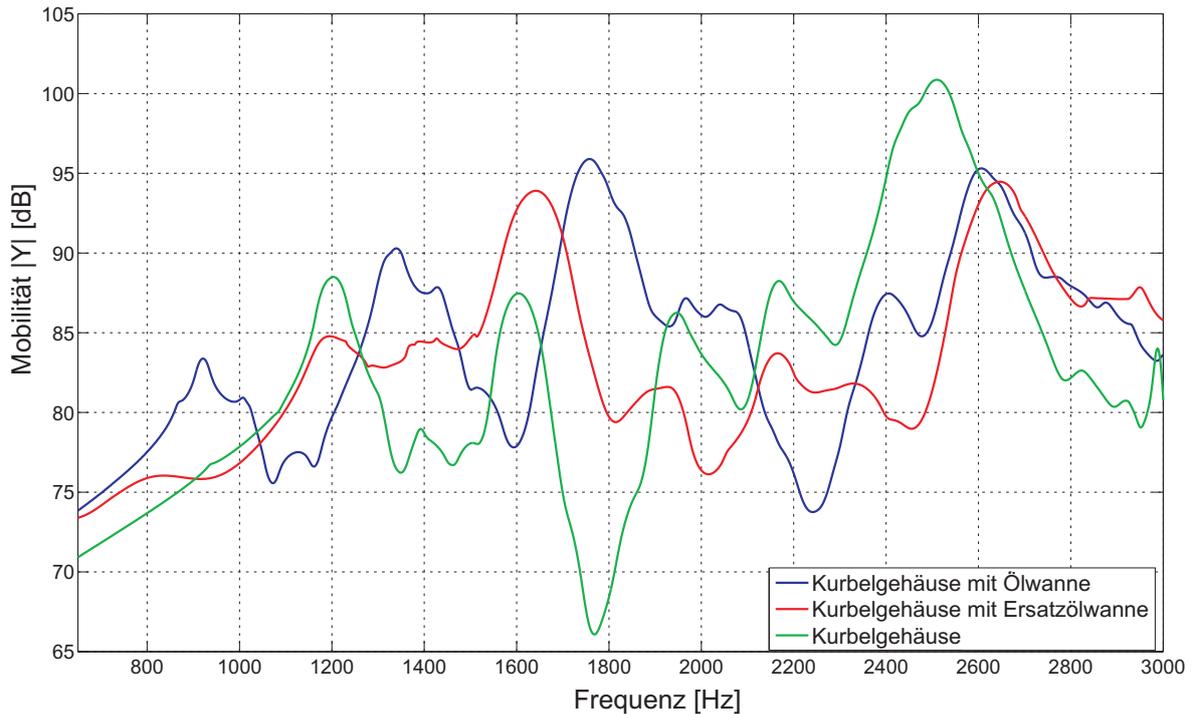


Abbildung 5.16: Vergleich der geglätteten Übertragungsfunktionen über 150 Hz am Kurbelgehäuse mit Ölwanne, ohne Ölwanne und mit infiniter Ölwanne. Die Kraftanregung erfolgt im ersten Hauptlager in y -Richtung, die Auswertung an der Stelle 1

In Abbildung 5.16 ist erst ab 2600 Hz eine gute Übereinstimmung der Transferfunktionen des Kurbelgehäuses mit infiniter und realer Ölwanne gegeben. Darunter ist das Ergebnis im Vergleich zum Kurbelgehäuse ohne Ölwanne größtenteils besser, aber nicht optimal.

Vergleicht man nun die eben gezeigten Abbildungen 5.13, 5.14, 5.15 und 5.16 sieht man, dass die infinite Ölwanne in großen Frequenzbereichen ähnliche dynamische Wechselwirkungen mit dem Kurbelgehäuse aufweist, wie die reale Ölwanne und diese somit relativ gut wiedergibt. Weiters fällt auf, dass immer Bereiche vorhanden sind, bei denen die Übertragungsfunktionen des Ersatzsystems und des Gesamtsystems voneinander abweichen. Dort sind die Transferfunktionen mit und ohne Ölwanne sehr ähnlich. Das bedeutet, in Frequenzbereichen in denen die Ölwanne das Schwingungsverhalten des Kurbelgehäuses nicht beeinflusst, wirkt sich das Modell negativ auf das Kurbelgehäuse aus. Der Grund hierfür ist, dass die infinite Ölwanne eine große Dämpfung in das System mit einbringt, welche um einige Zehnerpotenzen über der Materialdämpfung liegt und somit das Kurbelgehäuse im Gegensatz zur realen Ölwanne bei jeder Frequenz beeinflusst.

Um das Kurbelgehäuse akustisch optimieren zu können, müssten mit dieser entwickelten

Methodik alle angrenzenden Bauteile modelliert werden um die auftretenden dynamischen Wechselwirkungen zu berücksichtigen. Dadurch wäre auch gewährleistet, dass das Schwingungsverhalten des Kurbelgehäuses bei jeder Frequenz von einem angrenzenden Bauteil beeinflusst wird. Da die Übertragungsfunktionen des Kurbelgehäuses mit realer und infiniter Ölwanne genau dort am besten übereinstimmen, wo das Kurbelgehäuse von der Ölwanne beeinflusst wird, ist zu erwarten, dass sich durch Modellierung aller Bauteile das Ergebnis im gesamten Frequenzbereich verbessert.

Abbildungsverzeichnis

1.1	NVH-Zielwerte vom Gesamtfahrzeug bis zur Einzelkomponente (Quelle [25])	10
2.1	Vorzeichenwahl der Feldgrößen (Quelle [4])	17
2.2	Ausschläge und Deformationen einer Biegewelle (Quelle [4])	17
2.3	Verteilung der Dehnung (a) und der Spannung (b) über den Querschnitt (Quelle [4])	19
2.4	Feld- und Energiegrößen in einer Biegewelle (Quelle [4])	21
2.5	Mögliche Randbedingungen eines Stabes (Quelle [4])	23
2.6	Momente, Kräfte und Bewegungsgrößen bei der Plattenverbiegung (Quelle [4])	26
3.1	Kräfte, Momente und Geschwindigkeiten an einem Balken	28
3.2	Auftretende Kraft und Geschwindigkeiten am ersten Balkenelement	28
3.3	Gewähltes Ersatzsystem	29
3.4	Balken mit anregenden Kräften und Momenten, Geschwindigkeiten und Winkelgeschwindigkeiten und jeweils ein Dämpfer am Anfang und am Ende	33
3.5	Zwei Balkenelemente	34
3.6	Fünf Balkenelemente mit Anregung am Balkenanfang und angebrachten Dämpfern	35
3.7	Gegenüberstellung der Admittanzen eines unendlichen Balkens und eines ungedämpften Balkens	38
3.8	Balken mit einem Dämpfer	39
3.9	Übertragungsfunktion eines Balkens mit einem Dämpfer	39
3.10	Balken mit zwei Dämpfern	40
3.11	Übertragungsfunktion eines Balkens mit zwei Dämpfern	41
3.12	Balken mit fünf Dämpfern	42
3.13	Übertragungsfunktion eines Balkens mit fünf Dämpfern und gleichbleibendem Abstand	42
3.14	gedämpfte Biegewelle bei $f = 225 \text{ Hz}$ Dämpferabstand $l = 0,3 \text{ m}$, $\lambda = 0,6 \text{ m}$	43
3.15	gedämpfte Biegewelle bei $f = 900 \text{ Hz}$, Dämpferabstand $l = 0,3 \text{ m}$, $\lambda = 0,3 \text{ m}$	43
3.16	gedämpfte Biegewelle bei $f=2000\text{Hz}$ Dämpferabstand $l=0,3\text{m}$ $\lambda=0,2\text{m}$	44
3.17	Übertragungsfunktion eines Balkens, die Abstände zwischen den Dämpfern sind in der Größenordnung um $l = 0.3 \text{ m}$	44
3.18	reine rotatorische Dämpfung	45

3.19	Gegenüberstellung reine rotatorische und translatorische Dämpfung . . .	46
3.20	Kombination reine rotatorische und translatorische Dämpfung	47
3.21	Der Abstand zwischen den einzelnen Dämpfern wird jeweils halbiert . . .	48
3.22	Übertragungsfunktion eines Balkens, die Abstände zwischen den Dämpfern werden jeweils halbiert	48
3.23	Übertragungsfunktion eines Balkens bei rein rotatorischer Dämpfung, der Abstand zwischen den einzelnen Dämpfern wird jeweils halbiert	49
3.24	Übertragungsfunktion eines Balkens bei rein rotatorischer Dämpfung, der Abstand zwischen den einzelnen Dämpfern wird jeweils halbiert. Erste Dämpfung bei $f = 300 \text{ Hz}$	50
3.25	Übertragungsfunktion eines Balkens mit rotatorischer und translatorischer Dämpfung	51
3.26	Balken mit konstanten Dämpferabständen $l_i = 0.023 \text{ m}$	52
3.27	Übertragungsfunktion eines Balkens mit konstanten Dämpferabständen $l_i = 0.023 \text{ m}$	52
3.28	Übertragungsfunktion eines Balkens mit konstanten Dämpferabständen $l_i = 0.041 \text{ m}$	53
3.29	Wellenlänge bei $f = 400 \text{ Hz}$ und fünf Dämpfer mit dem jeweiligen Abstand $l_i = 0.041$	54
3.30	Wellenlänge bei $f = 120 \text{ Hz}$ und fünf Dämpfer mit dem jeweiligen Abstand $l_i = 0.041$	54
3.31	Übertragungsfunktion eines Balkens mit konstanten Dämpferabständen $l_i = 0.041 \text{ m}$	55
3.32	Übertragungsfunktion eines Balkens mit drei Dämpfern und konstanten Dämpferabständen $l_i = 0.041 \text{ m}$	56
3.33	Übertragungsfunktion eines Balkens mit vier Dämpfern und konstanten Dämpferabständen $l_i = 0.041 \text{ m}$	56
3.34	Gegenüberstellung der Übertragungsfunktion eines Balkens mit vier und mit fünf Dämpfern	57
3.35	Balken mit konstanten Dämpferabständen $l_i = 0.041 \text{ m}$	58
4.1	Abmessungen der Platte mit einer anregenden Kraft F	61
4.2	Erste Dämpferreihe mit dem jeweiligen Abstand l_{d1} zwischen den einzelnen Dämpfern auf der runden Platte mit einer anregenden Kraft F . . .	62
4.3	Übertragungsfunktion einer ungedämpften Platte mit dem Radius $r = 300 \text{ mm}$ und einer Dicke von $h = 1 \text{ mm}$	65
4.4	Übertragungsfunktion einer nur am Umfang gedämpften Platte	65
4.5	Runde Platte mit vier Dämpferreihen, deren Abstand sich jeweils verdoppelt	66
4.6	Übertragungsfunktion einer Platte mit vier Dämpferreihen. Die Dämpferimpedanzen betragen $d_1 = 0.0192 \frac{Ns}{mm}$, $d_2 = 0.01356 \frac{Ns}{mm}$, $d_3 = 0.00961 \frac{Ns}{mm}$, $d_4 = 0.00679 \frac{Ns}{mm}$ und der Abstand zwischen den Dämpferreihen beträgt $l_1 = 11.1 \text{ mm}$, $l_2 = 22.2 \text{ mm}$ und $l_3 = 44.4 \text{ mm}$	68
4.7	Runde Platte mit einer anregenden Kraft F und vier Dämpferreihen . . .	69

4.8	Übertragungsfunktion einer Platte mit vier Dämpferreihen. Die Dämpferimpedanzen betragen $d_1 = 0.0192 \frac{Ns}{mm}$, $d_2 = 0.0096 \frac{Ns}{mm}$, $d_3 = 0.0048 \frac{Ns}{mm}$, $d_4 = 0.0024 \frac{Ns}{mm}$ und der Abstand zwischen den Dämpferreihen beträgt jeweils $l_i = 11.1 mm$	70
4.9	Übertragungsfunktion einer Platte mit vier Dämpferreihen. Die Dämpferimpedanzen betragen $d_1 = 0.0192 \frac{Ns}{mm}$, $d_2 = 0.01308 \frac{Ns}{mm}$, $d_3 = 0.008894 \frac{Ns}{mm}$, $d_4 = 0.006037 \frac{Ns}{mm}$ und der Abstand zwischen den Dämpferreihen beträgt jeweils $l_i = 11.1 mm$	71
4.10	Übertragungsfunktion einer Platte mit fünf Dämpferreihen. Die Dämpferimpedanzen betragen $d_1 = 0.0192 \frac{Ns}{mm}$, $d_2 = 0.01308 \frac{Ns}{mm}$, $d_3 = 0.008894 \frac{Ns}{mm}$, $d_4 = 0.006037 \frac{Ns}{mm}$, $d_5 = 0.004091 \frac{Ns}{mm}$ und der Abstand zwischen den Dämpferreihen beträgt jeweils $l_i = 11.1 mm$	72
4.11	Runde Platte mit einer anregenden Kraft F und vier Dämpferreihen, pro Reihe wurde die Anzahl der Dämpfer halbiert	73
4.12	Gegenüberstellung der Übertragungsfunktionen einer gedämpften Platte mit 680 Dämpfern und einer gedämpften Platte mit 340 Dämpfern, welche versetzt um den Abstand l_{d1} angebracht sind. Die Gesamtimpedanz der Dämpfer ist konstant	74
4.13	Runde Platte mit einer anregenden Kraft F und vier Dämpferreihen, die Anzahl der Dämpfer pro Reihe wurde geviertelt	75
4.14	Gegenüberstellung der Übertragungsfunktionen einer gedämpften Platte mit 680 Dämpfern und einer gedämpften Platte mit 170 Dämpfern, die Gesamtimpedanz der Dämpfer ist konstant	75
4.15	Ungedämpfte rechteckige Platte mit der Breite b , Länge l , Höhe h und einer anregenden Kraft F	77
4.16	Übertragungsfunktion der ungedämpften rechteckigen Platte	77
4.17	Gedämpfte rechteckige Platte mit jeweils vier Dämpferreihen an den Stirnseiten und einer anregenden Kraft F	78
4.18	Übertragungsfunktion einer Platte mit vier Dämpferreihen die an zwei Seiten angebracht sind. Die Dämpferimpedanzen betragen $d_1 = 0.032235 \frac{Ns}{mm}$, $d_2 = 0.022794 \frac{Ns}{mm}$, $d_3 = 0.016118 \frac{Ns}{mm}$, $d_4 = 0.011397 \frac{Ns}{mm}$ und der Abstand zwischen den Dämpferreihen beträgt jeweils $l_i = 11.1 mm$	79
4.19	gedämpfte rechteckige Platte mit jeweils vier Dämpferreihen am Umfang und einer anregenden Kraft F	80
4.20	Übertragungsfunktion einer Platte mit vier Dämpferreihen die über den gesamten Umfang angebracht sind. Die Dämpferimpedanzen betragen $d_1 = 0.019341 \frac{Ns}{mm}$, $d_2 = 0.013677 \frac{Ns}{mm}$, $d_3 = 0.009672 \frac{Ns}{mm}$, $d_4 = 0.006839 \frac{Ns}{mm}$ und der Abstand zwischen den Dämpferreihen beträgt jeweils $l_i = 11.1 mm$	81
4.21	Übertragungsfunktion einer Platte mit fünf Dämpferreihen die am Umfang angebracht sind. Die Dämpferimpedanzen betragen $d_1 = 0.019341 \frac{Ns}{mm}$, $d_2 = 0.013677 \frac{Ns}{mm}$, $d_3 = 0.009672 \frac{Ns}{mm}$, $d_4 = 0.006839 \frac{Ns}{mm}$, $d_5 = 0.004836 \frac{Ns}{mm}$ und der Abstand zwischen den Dämpferreihen beträgt jeweils $l_i = 11.1 mm$	82
4.22	gedämpfte Platte mit verringerter Dämpferanzahl	83

4.23	Gegenüberstellung der Übertragungsfunktionen einer gedämpften Platte mit 672 Dämpfern und einer gedämpften Platte mit 336 Dämpfern, die Gesamtimpedanz der Dämpfer ist konstant	83
4.24	Übertragungsfunktionen einer gedämpften Platte mit 168 Dämpfern . . .	84
4.25	gewählte Dämpferanordnung einer rechteckigen Platte	84
5.1	Kurbelgehäuse	87
5.2	Kurbelgehäuse mit Ölwanne	87
5.3	Ölwanne	89
5.4	modellierte Ölwanne	89
5.5	vernetzte infinite Ölwanne	91
5.6	vernetzte Ölwanne	92
5.7	Vergleich der Übertragungsfunktionen der infiniten Ersatzölwanne und der realen Ölwanne. Kraftanregung und Auswertung im Punkt K-1 in z-Richtung	92
5.8	Vergleich der Übertragungsfunktionen der infiniten Ersatzölwanne und der realen Ölwanne. Kraftanregung im Punkt K-1 und Auswertung im Punkt K-2, beide in z-Richtung	93
5.9	Kurbelgehäuse mit infiniter Ersatzölwanne	94
5.10	Kraftanregung am Kurbelgehäuse	95
5.11	Auswertungspunkte am Kurbelgehäuse, linke Seite	95
5.12	Auswertungspunkte am Kurbelgehäuse, rechte Seite	96
5.13	Vergleich der geglätteten Übertragungsfunktionen am Kurbelgehäuse mit Ölwanne, ohne Ölwanne und mit infiniter Ölwanne. Die Kraftanregung erfolgt im dritten Hauptlager in y -Richtung, die Auswertung an der Stelle 4	97
5.14	Vergleich der geglätteten Übertragungsfunktionen am Kurbelgehäuse mit Ölwanne, ohne Ölwanne und mit infiniter Ölwanne. Die Kraftanregung erfolgt im dritten Hauptlager in y -Richtung, die Auswertung an der Stelle 3	98
5.15	Vergleich der geglätteten Übertragungsfunktionen am Kurbelgehäuse mit Ölwanne, ohne Ölwanne und mit infiniter Ölwanne. Die Kraftanregung erfolgt im ersten Hauptlager in y -Richtung, die Auswertung an der Stelle 2	99
5.16	Vergleich der geglätteten Übertragungsfunktionen über 150 Hz am Kurbelgehäuse mit Ölwanne, ohne Ölwanne und mit infiniter Ölwanne. Die Kraftanregung erfolgt im ersten Hauptlager in y -Richtung, die Auswertung an der Stelle 1	100

Literaturverzeichnis

- [1] *Abaqus Version 6.11 Dokumentation*, Dassault Systems Simulia Corp., Providence, RI, USA
- [2] *MATLAB Version R2007b Dokumentation*, The MathWorks Inc.
- [3] ALBERTZ, Frank ; DOLL, Stefan ; GRIEBEL, Claus-Otto ; WILLOT, Jerome: CAE-Prozess zur Akustikanalyse von BMW-Ottomotoren. In: *MTZ Motortechnische Zeitschrift* 02 (2005), S. 78–86
- [4] CREMER, L ; HECKL, M ; PETERSSON, B. A. T.: *Körperschall, Physikalische Grundlagen und technische Anwendungen*. Springer, 2005
- [5] EICHLSEDER, H.: *Verbrennungskraftmaschinen, Vertiefte Ausbildung*. 2005
- [6] FELDHAUSE, Ulrich: Finite-Elemente-Methode in der Motorenentwicklung. In: *MTZ Motortechnische Zeitschrift* 05 69 (2008), S. 428–431
- [7] FISCHER, P ; ENGELBRECHTSMUELLER, M: Local damping effects in acoustic analysis of large FE engine structures. In: *Proceedings of ISMA 25 - International Conference on Noise and Vibration Engineering, Leuven, Belgium 13-15 September Vol. III p. 1293-1299*, 2000
- [8] FISCHER, Peter ; HOLZER, Siegfried ; TANZER, David ; TAPP, Christoph: Acoustic simulation - run up analysis of new Audi V8 otto engine. In: *FISITA 2002 World Automotive Congress*, 2002
- [9] GOLD, Peter ; SCHELENZ, Ralf ; FECHLER, Jens ; HOLLENSTEIN, Michael ; PISCHINGER, Stefan ; LAHEY, Hans-Peter ; STEFFENS, Cristoph ; ANDREAS, Otmar: Akustische Untersuchung im Gesamtsystem Verbrennungsmotor-Getriebe. In: *ATZ Automobiltechnische Zeitschrift* 101 7/8 (1999), S. 2–8
- [10] GOLD, Peter ; SCHELENZ, Ralf ; FECHLER, Jens ; PISCHINGER, Stefan ; PILATH, Christian ; STEFFENS, Stefan Christoph a. Christoph andPlaten: Akustische Untersuchungen im Gesamtsystem Verbrennungsmotor-Getriebe. In: *MTZ Motortechnische Zeitschrift* 12 (2003), S. 1072–1077
- [11] HECHENBLAIKNER, Joerg ; OBERLE, Rainer: Akustische Systembetrachtungen am Antriebsstrang. In: *ATZ Automobiltechnische Zeitschrift* 10 (2004), S. 896–906
- [12] JUNHONG, Zhang ; JUN, Han: CAE process to simulate and optimise engine noise and vibration. In: *Mechanical Systems and Signal Processing* 20 (2006), S. 1400–1409

- [13] KLEMENZ, Martin: Psychoakustische Optimierung einer Maschinenkomponente. In: *DAGA 1* (2001), S. 1–2
- [14] KOLLER, Rudolf ; KLUMPP, Rolf ; PUETTER, Rainer-Georg: Berechnung und Simulation in der Pkw-Motorenentwicklung. In: *MTZ Motortechnische Zeitschrift* 12 59 (1998), S. 808–816
- [15] LOIBNEGGER, B ; RAINER, G.Ph ; BERNARD, L ; MICELLI, D ; TURINO, G: An Integrated Numerical Tool for Engine Noise and Vibration Simulation. In: *SAE International* May 1997 (1997), S. 1–9
- [16] NIJMAN, E: Numerical Subsystem Optimisation, Kompetenzzentrum Das virtuelle Fahrzeug mbH Area C, Fachbericht 1, Nijman Vibration and Acoustics. Graz, 2010
- [17] NIJMAN, E ; STORER, D ; LOREA, A: Dynamic characterisation of a flexible automotive component exhibiting nonlinear behaviour. In: *ISMA 21 conference, p.1119, Leuven 18-20 September 1996*, 1996
- [18] PETERSSON, B.A.T.: Geometrical and spatial effects on effective mobilities of annular interfaces. In: *Journal of Sound and Vibration* 202 (1996), S. 511–537
- [19] PETERSSON, B.A.T. ; HECKL, M.: CONCENTRATED EXCITATION OF STRUCTURES. In: *Journal of Sound and Vibration* 196 (1996), Nr. 3, S. 295 – 321. <http://dx.doi.org/10.1006/jsvi.1996.0485>. – DOI 10.1006/jsvi.1996.0485. – ISSN 0022–460X
- [20] PFLÜGER, M ; BRANDL, F ; BERNHARD, U ; FEITZELMAYER, K: *Fahrzeugakustik*. Springer, 2010
- [21] POPP, K ; SCHIEHLEN, W: *Fahrzeugdynamik*. Teubner Verlag, Stuttgart, 1993
- [22] PRIEBSCHE, H.-H.: *Skriptum zur Vorlesung Akustik für Motor und Fahrzeug*. TU-Graz, 2009.
- [23] PRIEBSCHE, H.-H. ; AFFENZELLER, J. ; GRAN, S.: Prediction Technique for Stress and Vibration of Nonlinear Supported, Rotating Crankshafts. In: *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power* 115 (1993), Nr. 4, 711–720. <http://dx.doi.org/10.1115/1.2906764>. – DOI 10.1115/1.2906764
- [24] SOTTEK, Roland ; KREBBER, Winfried: Tools and Methodes for Product sound design of vehicles. In: *SAE International* 01 (2005), S. 2513
- [25] STEFFENS, Christoph ; WOLFF, Klaus ; HEUER, Stefan ; EISELE, Georg: NVH-Zielwertdefinitionen Vom Zylinderdruck bis zum Fahrerrohr. In: *MTZ* 11 (2008), S. 928–933
- [26] ZIENKIEWICZ, O C. ; TAYLOR, R L. ; ZHU, J Z.: *The Finite Element Method. Its Basis and Fundamentals*. Butterworth Heinemann, 2005