



Andreas Klafp

Strukturmechanische Bewertung der Bauteile eines Niederdruck-Turbinen-Prüfstandes

Diplomarbeit zur Erlangung des akademischen Grades
Diplom – Ingenieur

Technische Universität Graz
Fakultät für Maschinenbau und Wirtschaftswissenschaften

Studienrichtung Wirtschaftsingenieurwesen – Maschinenbau

Betreuer: Dipl.-Ing. Dr. techn. Andreas Marn
Institut für Thermische Turbomaschinen und Maschinendynamik
Vorstand: Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Franz Heitmeir

Graz, Oktober 2011

Deutsche Fassung:

Beschluss der Curricula – Kommission für Bachelor-, Master- und Diplomstudien vom 10.11.2008

Genehmigung des Senates am 1.12.2008

Eidesstattliche Erklärung

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen/Hilfsmittel nicht benutzt, und die den benutzten Quellen wörtliche und inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe.

Statutory Declaration

I declare that I have authored this thesis independently, that I have not used other than the declared sources/resources, and that I have explicitly marked all material which has been quoted either literally or by content from the used sources.

Graz, Oktober 2011

.....

Andreas Klaf

Vorwort

Diese Diplomarbeit wurde in Zusammenarbeit mit dem Institut für Thermische Turbomaschinen und Maschinendynamik der Technischen Universität Graz durchgeführt. Auf diesem Wege möchte ich mich beim Institut für die Bereitstellung dieser Diplomarbeit bedanken. Vor allem gebührt mein Dank meinen Betreuern Dipl.-Ing. Dr. techn. Andreas Marn und Dipl.-Ing. Bernd Schlegl für die angenehme Zusammenarbeit und für die kompetente Hilfe in allen praktischen und theoretischen Belangen.

Der größte Dank gebührt jedoch meinen Eltern, die meine Ausbildung erst möglich gemacht haben und mir immer mit Rat und Tat zur Seite gestanden sind.

Nomenklatur

Griechisch

ω	$\frac{rad}{s}$	Eigenkreisfrequenz, Kreisfrequenz, Winkelgeschwindigkeit
Ω	$\frac{rad}{s}$	Erregerfrequenz
$\dot{\varphi}$	$\frac{rad}{s}$	Winkelgeschwindigkeit
$\ddot{\varphi}$	$\frac{rad}{s}$	Winkelbeschleunigung
Θ	kgm^2	Massenträgheitsmoment
ρ	$\frac{kg}{m^3}$	Dichte
α	$\frac{1}{K}$	Wärmeausdehnungskoeffizient

Symbol

l	m	Länge
t	s	Zeit
T	s	Schwingungsdauer
f	Hz	Frequenz, Eigenfrequenz
c	$\frac{N}{m}$	Federsteifigkeit
m	kg	Masse
s	$\frac{N}{m}$	Biegesteifigkeit
g	$\frac{m}{s^2}$	Erdbeschleunigung (9.81 m/s)
M_T	Nm	Torsionsmoment
d	mm	Durchmesser
Θ, J	kgm^2	Massenträgheitsmoment
G	$\frac{N}{mm^2}$	Schubmodul
ϵ, e	m	Exzentrizität

E	$\frac{N}{mm^2}$	Elastizitätsmodul
σ	$\frac{N}{mm^2}$	Normalspannung
τ	$\frac{N}{mm^2}$	Schubspannung
R_e	$\frac{N}{mm^2}$	Streckgrenze
R_m	$\frac{N}{mm^2}$	Zugfestigkeit

Kurzfassung

In meiner Diplomarbeit beschäftigte ich mich mit der Analyse verschiedener Bauteile eines Niederdruckturbinenprüfstandes, welcher zur Untersuchung der Schallentstehung und -ausbreitung bei Niederdruckturbinen dient. Der Prüfstand besteht ganz einfach dargestellt aus einem Strömungskanal und einem Rotor, der von einer Verdichteranlage beschleunigt wird, und eine Wasserbremse nimmt die Leistung auf. Die Belastungen für die Berechnung wurden sehr hoch gewählt, da die Wasserbremse vor kurzem versagt hat und die maximale Betriebsdrehzahl überschritten wurde.

Besonderes Augenmerk wurde auf die äußeren Gehäuseteile des Prüfstandes gelegt, da diese aus verhältnismäßig großen, teilweise asymmetrischen Bauteilen mit geringer Bauteildicke besteht. Im ersten Teil der Arbeit wird die Geometrie für die Berechnung vereinfacht und ein FE-Modell erstellt und analysiert. Es wurden Vergleichsspannungen und Verschiebungen der Gehäuseteile ermittelt. Die Verschiebungen sind vor allem im Bereich des Strömungskanals von Bedeutung, da dieser mit zunehmender Belastung seinen Querschnitt ändert und damit Einfluss auf die Messergebnisse und ein Streifen des Rotors verursachen könnte.

Im zweiten Teil meiner Arbeit wurde eine Modalanalyse des alten Rotors in Vollwellenausführung und des neuen Rotors in Hohlwellenausführung durchgeführt, um die Eigenfrequenzen zu ermitteln.

Abstract

In my thesis I worked on the analysis of different components of a low-pressure turbine test rig, which is used for the investigation of sound generation in low-pressure turbines. The test rig is easily shown in a flow channel and a rotor. The rotor is accelerated by a compressor plant and decelerated by a water brake. The charges for the calculation were chosen very high, because the water brake has failed recently and the maximum operating speed has been exceeded.

Particular emphasis was placed on the casing of the testing rig, because some of the components are relatively large, asymmetric and have a low thickness. In the first part of the work, the geometry is simplified for the calculation and an FE model is created and analyzed. Equivalent stresses and displacements of the parts were determined. The shifts are mainly in the area of the flow channel important. If there are changes in the cross section with increasing loads, they could cause an impact on the measurement results and in the worst case the rotor blades rub against other parts.

In the second part of my work a modal analysis of the old solid-shaft rotor and the new rotor was carried out in hollow shaft design to determine the natural frequencies.

Inhaltsverzeichnis

Vorwort.....	II
Nomenklatur.....	III
Kurzfassung.....	V
Abstract.....	VI
Inhaltsverzeichnis.....	VII
1 Einleitung.....	1
1.1 Beschreibung des Prüfstandes.....	1
1.1.1 Lagerung.....	3
1.2 Vorgehensweise.....	6
1.3 Ziel der Arbeit.....	6
2 Theoretische Grundlagen.....	7
2.1 Anstrengungshypothesen.....	7
2.1.1 Fließhypothese.....	8
2.1.2 Bruchhypothese.....	11
2.1.3 Versagenshypothesen.....	12
2.2 Die Kesselformel.....	12
2.3 Rotordynamik Grundlagen.....	14
2.3.1 Aufbau von Maschinen mit rotierenden Wellen.....	14
2.3.2 Laufruhe bei starren und biegeelastischen Rotoren unter Unwucht.....	16
2.3.3 Drehschwingungen.....	21
2.3.4 Biegeschwingungen.....	22
2.3.5 Die biegekritische Drehzahl.....	23
2.3.6 Selbstzentrierung des überkritischen Rotors.....	25
2.3.7 Einfluss der Kreiselwirkung.....	26
2.4 Modalanalyse.....	30
2.5 Impulssatz.....	32
3 Verwendete Software.....	33
3.1 Ansys Workbench v13.....	33
3.2 Altair Hyper Works v10.....	34
4 FE-Modell.....	35
4.1 Schalenmodell.....	36
4.2 Solidmodell.....	37
4.3 Einspannbedingungen.....	38
5 Darstellung der Ergebnisse und Diskussion.....	41

5.1	Belastungen.....	41
5.2	Ergebnisse der Spannungsanalyse.....	43
5.2.1	Baugruppe Einlaufgehäuse Deswirler	43
5.2.2	Baugruppe Turbinenrig.....	48
5.2.3	Baugruppe Akustikrig.....	51
5.2.4	Abluftgehäuse.....	54
5.3	Ergebnisse der auftretenden Verformungen.....	59
5.3.1	Einlaufgehäuse	59
5.3.2	Turbinenrig.....	62
5.3.3	Akustikrig	63
5.3.4	Abluftgehäuse.....	64
5.3.5	Zusammenfassung der Verformungen	66
6	Modalanalyse des Rotors	66
6.1	Rotor mit Vollwelle (alter Rotor).....	67
6.2	Rotor mit Hohlwelle (neuer Rotor)	70
7	Zusammenfassung und Ausblick.....	73
8	Abbildungsverzeichnis	74
9	Tabellenverzeichnis	77
10	Literaturverzeichnis	78
11	Anhang.....	79
	Anhang A Berechnung ausgewählter Schweißnähte.....	79
	Anhang B Lagersteifigkeit	84
	Anhang C Zeichnungen	88

1 Einleitung

Diese Diplomarbeit beschäftigt sich nicht mit der eigentlichen Aufgabe, für die der Prüfstand gebaut wurde. Es gilt vielmehr, die Stellen und Werte der maximalen Verformungen der Bauteile und Spannungen im Werkstoff zu ermitteln. Weiters sollte eine Bewertung abgegeben werden, ob diese zulässig sind oder sie eine Beeinträchtigung für den einwandfreien Betrieb des Prüfstandes darstellen. Außerdem soll abgeklärt werden ob und wie weit die Betriebstemperatur erhöht werden kann, da zukünftige Triebwerke entweder mit höherem Druckverhältnis und oder höheren Drehzahlen ausgeführt werden. („geared Turbofan“). Eine weitere Aufgabe dieser Arbeit ist es, die Eigenfrequenzen des Rotors mit einer Modalanalyse zu bestimmen. Da das Betreiben des Rotors im Resonanzbereich hohe dynamische Kräfte hervorrufen kann, muss dies unter allen Umständen vermieden werden.

1.1 Beschreibung des Prüfstandes

Der Niederdruckturbinenprüfstand dient zur Untersuchung der Schallentstehung und -ausbreitung bei der letzten Stufe der Niederdruckturbinen moderner Mantelstromtriebwerke. Um dies zu untersuchen wurde am Institut für Thermische Turbomaschinen und Maschinendynamik der TU Graz dieser Turbinenprüfstand für Akustikmessungen aufgebaut. Der Prüfstand ist flexibel aufgebaut und verfügt über eine Reihe von Messzugängen. Er soll einen Beitrag zum besseren Verständnis der Schallentstehungs- und -ausbreitungsmechanismen und deren Minderungspotentiale liefern. Der Durchmesser ist bei doppelter Drehzahl etwa halb so groß wie bei einer ausgeführten state of the art Flugzeugturbinen. Damit ist die Schaufellast $\psi = \Delta h / u^2$ gleich. Der Prüfstand wird mit einer Verdichteranlage mit komprimierter Luft versorgt und kann mit einem maximalen Massenstrom von ca. 15 kg/s, einem maximalen Druckverhältnis von 1,6 und einer Höchstdrehzahl von 6800 U/min betrieben werden. Eine Wasserbremse regelt die Drehzahl der Turbinen und führt die Bremsleistung ab, welche in Wärme umgewandelt wird. Diese Wärme wird über einen Wasserkreislauf mittels Wärmetauscher an eine Rückkühlanlage abgeführt.

Eine schematische Darstellung ist in Abbildung 1-1 zu sehen. Der von der Verdichteranlage kommende Massenstrom tritt aus der Rohrleitung in das Einlaufgehäuse (3) ein. Dies symbolisiert der Rote Pfeil in Abbildung 1-1. Danach wird mit Hilfe des Einlaufgehäuses (3) die Strömung um 90° in die Achsrichtung des Turbinenrigs (5) umgelenkt. Dadurch entsteht ein Drall in der Strömung, welcher im Anschluss an das Einlaufgehäuse, mit Umlenkschaufeln dem sogenannten Deswirler (4) aufgehoben werden. Ein Lochblech dient zur weiteren Vergleichmäßigung der Strömung. Der Massenstrom kann so axial weiter fließen. Das Turbinenrig (6) beherbergt ein Vorleitrad, den Stator, Rotor und die

sogenannten Exit Guide Vanes (EGV), die im Realtriebwerk vor allem eine strukturmechanische Funktion haben. Das Akustikrig (6) ist im Abluftgehäuse (7) drehbar um die Längsachse gelagert. Es dient vor allem der Aufnahme der Sonden (pneumatische Fünflochsonde, schnelle Drucksonde) und der Mikrophone. Das Abluftgehäuse (7) dient zum Weiterleiten der Versuchsluft in den Abluftturm und damit in die Umgebung. Die Turbine wird, wie schon erwähnt, von einer Wasserbremse (2) gebremst. Die Drehzahl der Wasserbremse kann mit der entsprechenden Regelung auf wenige rpm konstant gehalten werden. Zur Ermittlung der Leistung, die von der Turbine abgegeben wird, liefert eine Kraftmessdose, welche über einen Hebelarm belastet wird das momentane Bremsmoment. Das Fundament (1) nimmt alle entstehenden Kräfte auf, mit ihm verbunden sind Wasserbremse, Einlaufgehäuse und Abluftgehäuse. Die Lagerung der Gehäuseteile thermischer Turbomaschinen muss spezielle Anforderungen erfüllen, die im nächsten Kapitel beschrieben werden.

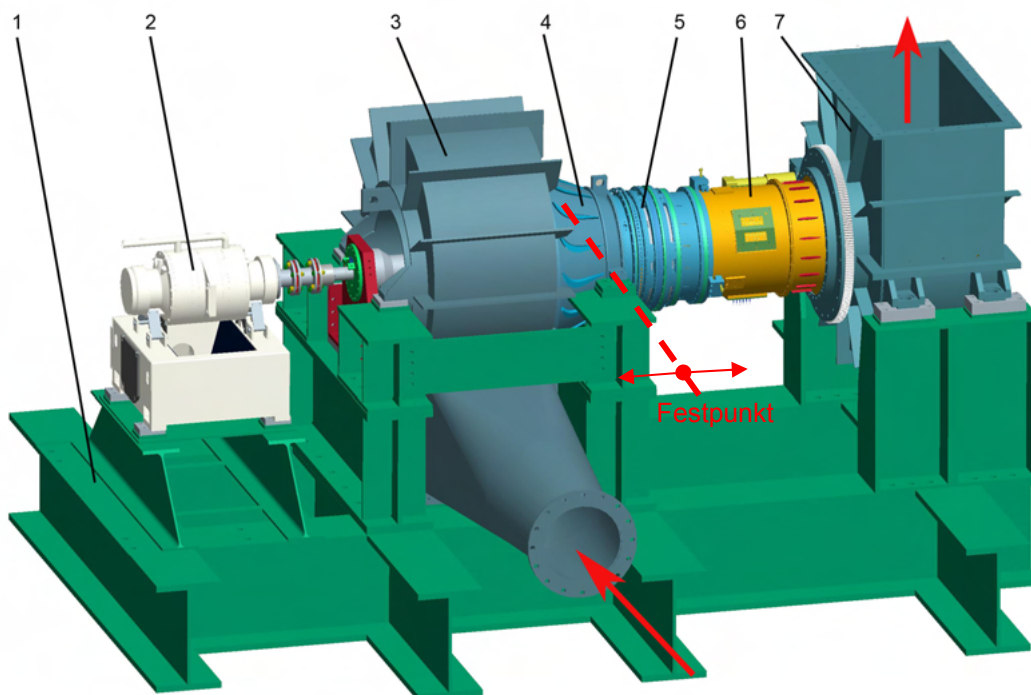


Abbildung 1-1 Niederdruckturbinenprüfstand

Der Festpunkt ist in Abbildung 1-1 mit der strichlierten Linie gekennzeichnet. Das Rig kann sich nach links und rechts dehnen. Durch diese Bewegung ist besondere Vorsicht bei der Lagerung geboten.

1.1.1 Lagerung

a.) Gehäuseteile

Das Einlaufgehäuse ist nach dem Prinzip der thermischen Zentrierung gelagert, um ein gleichmäßiges Wachsen durch das Erwärmen des Einlaufgehäuses zu gewährleisten. Wichtig ist, dass die Gehäuseteile dabei zentrisch bleiben. In Abbildung 1-2 ist die Lagerung am Deswirler zu sehen. Die roten Pfeile in den Detailansichten (Abbildung 1-3) zeigen die offenen Freiheitsgrade. An den Lagerstellen in der horizontalen Ebene ist eine Passfeder eingelegt, um ein Fixieren in axialer Richtung zu gewährleisten aber die Bewegung in radialer Richtung zuzulassen.

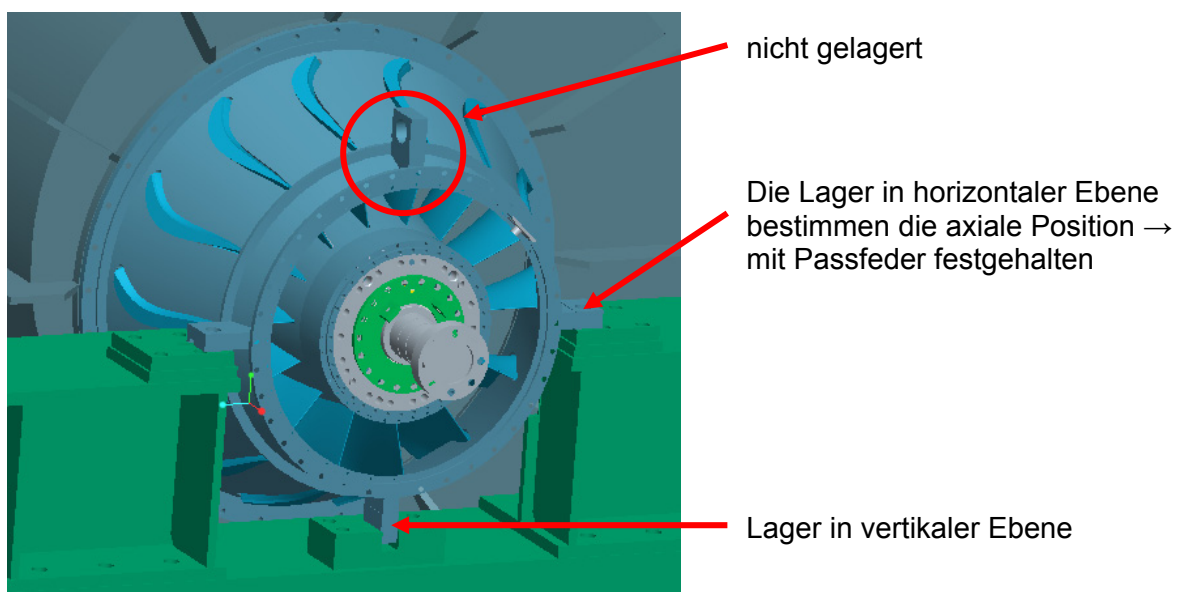


Abbildung 1-2 Lagerung Einlaufgehäuse

In der vertikalen Ebene ist die Lagerung nicht optimal, weil hier der Deswirler nur an der unteren Seite gelagert ist und an der oberen Stelle (roter Kreis in Abbildung 1-2) keine Lagerung vorhanden ist.

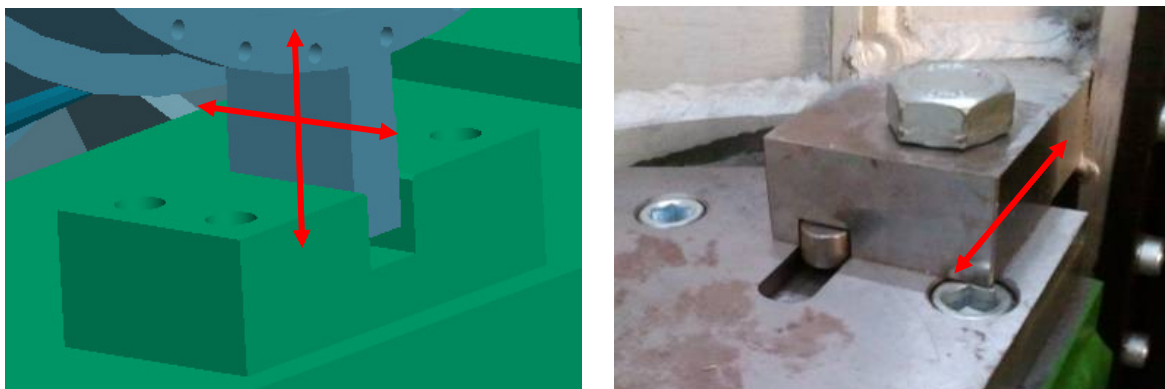


Abbildung 1-3 Detail Lagerung Einlaufgehäuse, links Lager in vertikaler Ebene, rechts Lager in horizontaler Ebene

Das Lager in der vertikalen Ebene (Abbildung 1-3, links) lässt Verschiebungen in radialer und in axialer Richtung zu. Die Bewegungsfreiheit quer zur axialen Richtung ist jedoch gesperrt.

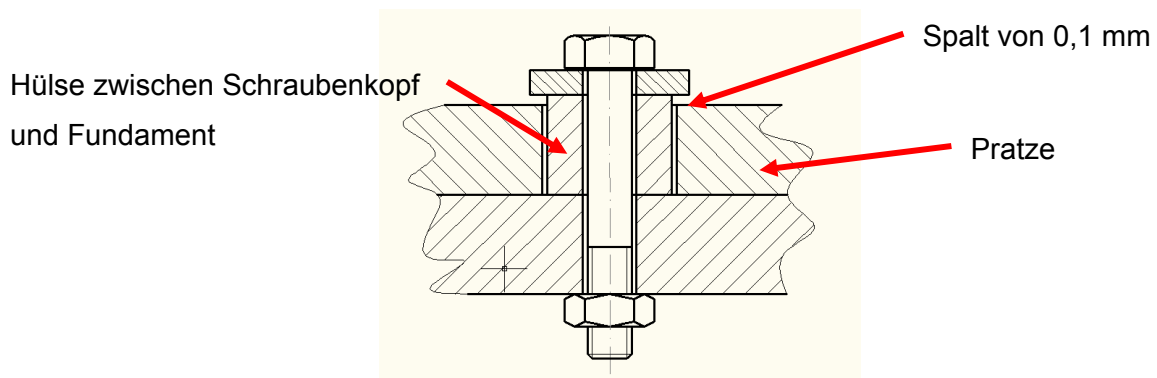


Abbildung 1-4 Schraubverbindung

Die Pratzen des Einlaufgehäuses sind über eine Hülse (Abbildung 1-4) mit dem Fundament verschraubt. Dadurch ergibt sich zwischen Schraubenkopf und Pratze ein Spalt von 0,1 mm. Dieser Spalt stellt die Bewegung zwischen den Gehäuseteilen und dem Fundament sicher und trotzdem ist das Einlaufgehäuse gegen ein Abheben im Notfall gesichert.

b.) Rotor

Das Festlager der Rotorwelle befindet sich in Abbildung 1-5 auf der rechten Seite, um den Achsschub des Rotors direkt an der rechten Lagerung des Einlaufgehäuses (roter Pfeil) aufzunehmen und um eine Belastung durch die Wärmeausdehnung in Achsrichtung auf die angrenzenden Baugruppen zu verhindern. Der Rotor ist sehr weit auskragend und verursacht daher im Betrieb große Amplituden.

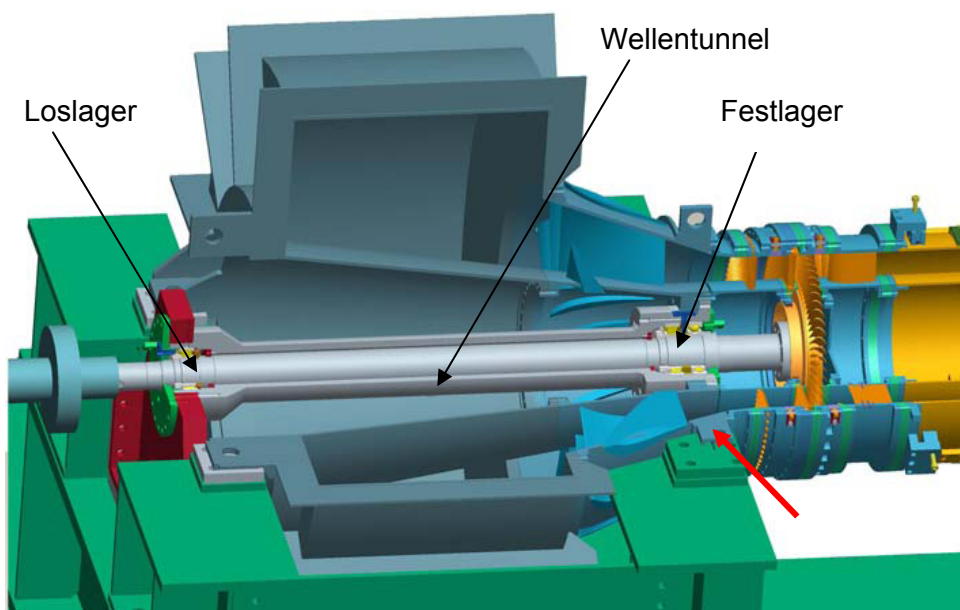


Abbildung 1-5 Lagerung Rotor

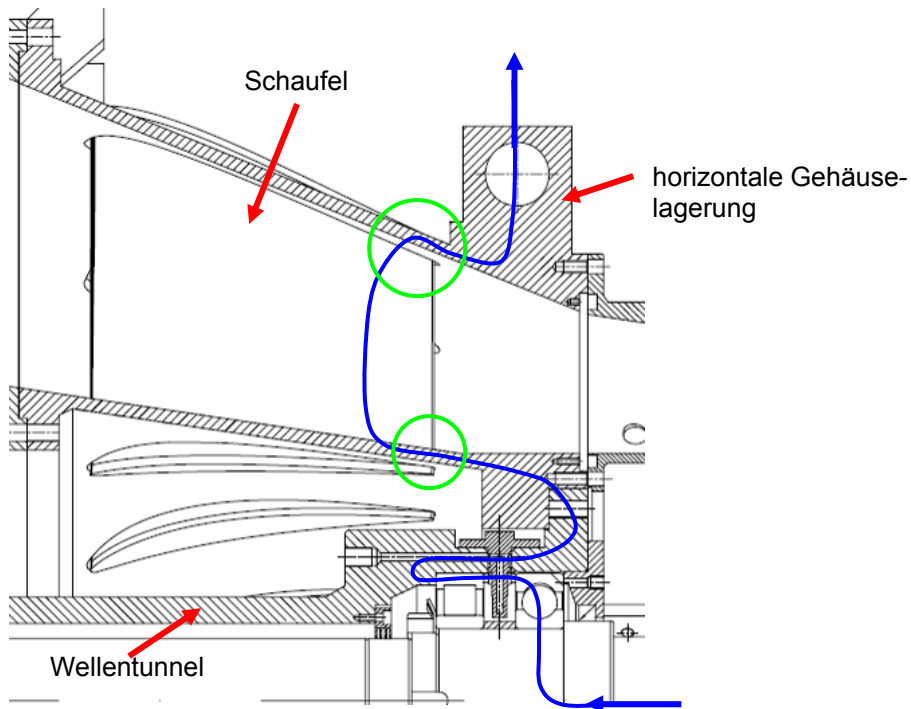


Abbildung 1-6 Kraftfluss Festlager Rotor

Der ungünstige Kraftfluss (blaue Linie) des Festlagers ist in Abbildung 1-6 zu sehen. Der Rotorschub (waagerechter blauer Pfeil) wird wie folgt bis zur Gehäuselagerung geleitet: Schrägkugellager → Außenring des Zylinderrollenlagers → Wellentunnel → Innenring Deswirler → Schaufeln Deswirler → Außenring Deswirler → Lagerung Deswirler. Anhand der Abbildung 1-6 lässt sich erkennen, dass die grün eingekreisten Stellen aufgrund des Rotorschubes stark belastet sind. Des Weiteren beeinflusst der Kraftfluss die Steifigkeit und damit auch die Eigenfrequenzen des Systems.

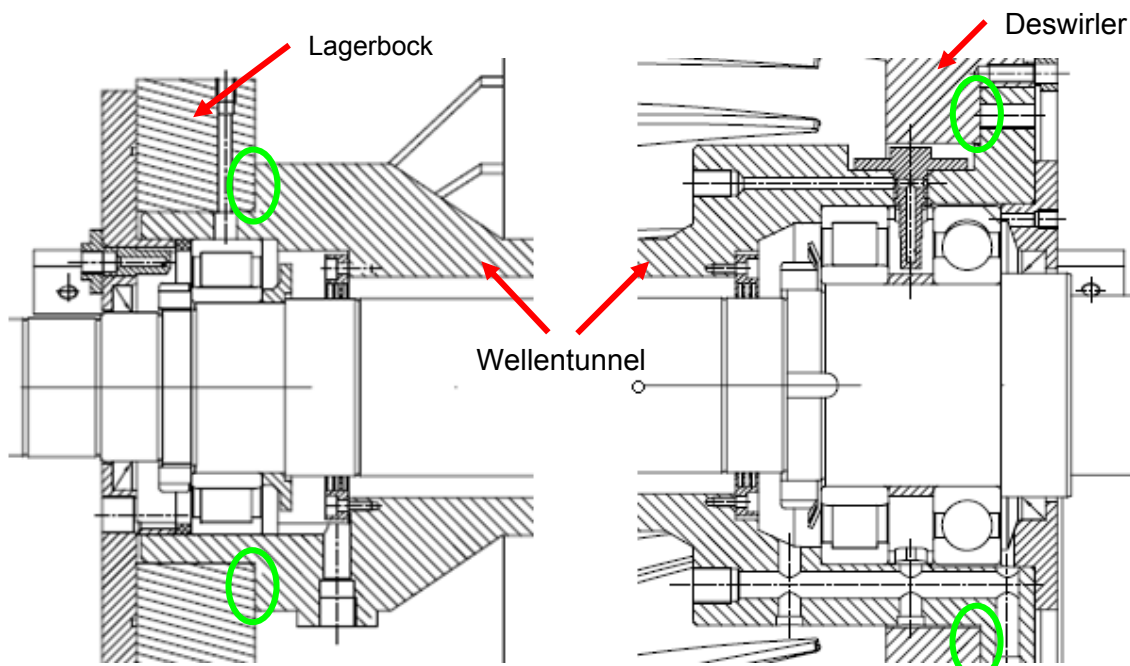


Abbildung 1-7 Lagerung Rotor, links Loslager, rechts Festlager

Die vier grünen Kreise in Abbildung 1-7 zeigen die problematische axiale Fixierung des Wellentunnels. Der Deswirler ist axial, wie schon beschrieben, fest mit dem Fundament verbunden wie auch der Lagerbock des Loslagers. Dadurch kann sich der Wellentunnel in axialer Richtung nicht frei ausdehnen. Der Wellentunnel mit der Länge $l_0 = 1168$ mm dehnt sich aufgrund des Temperaturunterschiedes von $\Delta T = 75^\circ\text{C}$ in axialer Richtung nach der Formel

$$\Delta l = l_0 * \alpha * \Delta T \quad 1-1$$

um $\Delta l = 1\text{mm}$, was zu Verspannungen führt. Dadurch können auch die Lager beschädigt werden. Der Wärmeausdehnungskoeffizient α für Stahl beträgt $\alpha = 11 \cdot 10^{-6}/\text{K}$.

1.2 Vorgehensweise

Vergleichsspannungs- und Verformungsanalyse

Zuerst wurde das 3D-Modell mit dem tatsächlichen Prüfstand verglichen, ob größere für die Berechnung relevante Abweichungen bestehen. Nun wurde unter der Berücksichtigung der Lagerung, der Dehnspalte und wie sich die einzelnen Bauteile untereinander beeinflussen überlegt, in welche Baugruppen der Prüfstand für die Spannungs- und Verformungsanalyse aufgeteilt wird. Nach diesem Schritt wird die Geometrie aufbereitet, d.h. Spalte für Schweißnähte im Modell schließen und überflüssige Geometriedetails entfernen. Nach dem Aufbereiten der Geometrie wurden die Modelle vernetzt und gelöst. Als letzter Schritt folgt die Auswertung, Interpretation und analytische Überprüfung der Ergebnisse.

Modalanalyse

Es wurde zuerst überlegt, welche Komponenten und Faktoren großen oder kleinen Einfluss auf die Eigenfrequenz haben. Weiters mussten die Lagersteifigkeiten ermittelt werden. Danach entstand ein vereinfachtes Modell des Rotors. Dieses Modell wurde vernetzt und gelöst und die ermittelten Eigenfrequenzen der Modalanalyse wurden mit den Betriebsdrehzahlen des Prüfstandes verglichen.

1.3 Ziel der Arbeit

Ziel dieser Diplomarbeit ist es, die Stellen zu ermitteln, an denen hohe Spannungen oder Verformungen am Bauteil auftreten. Des Weiteren müssen die Werte dieser Spannungen und Verformungen bestimmt werden. Es soll eine Aussage darüber gemacht werden, ob der Rotor bei dem in Kapitel 5.1 beschriebenen Betriebszustand des Prüfstandes durch die

auftretenden Verformungen streift. Die Schweißnähte gilt es an kritischen Stellen nachzurechnen. Die Eigenfrequenzen des Rotors sollen bestimmt und interpretiert werden. Weiters muss geklärt werden, ob der Betriebsdruck und damit das Druckverhältnis gesteigert werden kann.

2 Theoretische Grundlagen

In diesem Kapitel gehe ich auf die theoretischen Grundlagen ein, welche für das Verstehen dieser Diplomarbeit erforderlich sind und zum Teil auch angewandt wurden.

2.1 Anstrengungshypothesen

Die in diesem Kapitel beschriebenen Hypothesen wurden unter zur Hilfenahme des Festigkeitslehreskriptums [Celigoj, 2004] erstellt.

Anstrengungshypothesen führen mehraxiale Beanspruchungszustände auf einaxiale Beanspruchungszustände zurück. Die letzteren können dann auf Grenzzustände untersucht werden. Folgende Frage stellt sich: Führt ein bestimmter mehraxialer Spannungszustand bei „zähen“ Körpern zum Fließen, bei „spröden“ Körpern zum Bruch bzw. allgemein zum Versagen?

Zum Beispiel reicht die Kenntnis der aus Zug- und Druckversuchen gewonnenen Fließgrenze σ_F allein nicht aus, um feststellen zu können, wann ein gegebener mehraxialer Spannungszustand zum Fließen führt. Wir brauchen noch eine Hypothese, die es uns ermöglicht, aus den sechs Komponenten σ_{ij} des allgemeinen dreiaxialen Spannungszustandes eine Vergleichsspannung σ_V zu berechnen, die wir mit der Beanspruchung beim einaxialen Versuch vergleichen können. Abbildung 2-1 zeigt die Spannungsvektoren (links) und die Spannungskomponenten (rechts) an einem infinitesimalen Quader (dx, dy, dz).

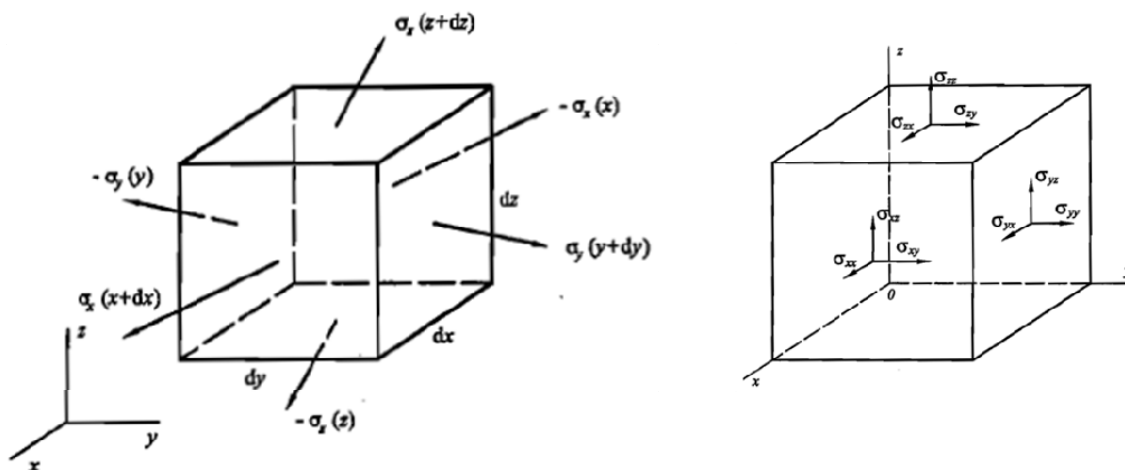


Abbildung 2-1 Spannungsvektoren (links) und Spannungskomponenten (rechts) an einem infinitesimalen Quader (Celigoj, 2004)

2.1.1 Fließhypothese

Die Anstrengungshypothesen nach Tresca und nach von Mises sind in erster Linie für die Bestimmung des Fließeintrittes bei zähplastischen Werkstoffen gedacht.

Hypothese nach Tresca

Sie besagt, dass der Spannungszustand $(\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33})$ und die Vergleichsspannung $(\sigma_V = \sigma_{11}, \sigma_{22} = \sigma_{33} = 0)$ im Zugstab den Werkstoff gleich stark beanspruchen, wenn beide Spannungszustände dieselbe maximale Schubspannung erzeugen \rightarrow Hypothese der maximalen Schubspannung. 1, 2, 3 sind Hauptachsenrichtungen.

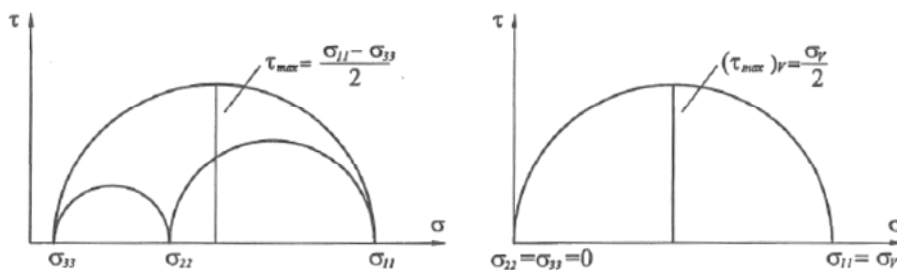


Abbildung 2-2 Mohrscher Spannungskreis (Celigoj, 2004)

Allgemeiner Spannungszustand (siehe Abbildung 2-2)

$$\sigma_{11} \geq \sigma_{22} \geq \sigma_{33} \quad 2-1$$

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_{11} - \sigma_{33}}{2} \geq 0 \quad 2-2$$

Einaxiale Situation (Zugversuch):

$$\sigma_{11} = \sigma_V, \quad \sigma_{22} = \sigma_{33} = 0 \quad 2-3$$

$$(\tau_{\max})_V = \frac{\sigma_V}{2} \quad 2-4$$

Vergleich: Gleichsetzen von τ_{\max} und $(\tau_{\max})_V$:

$$\frac{\sigma_{11} - \sigma_{33}}{2} = \frac{\sigma_V}{2} \quad 2-5$$

$$\sigma_{11} - \sigma_{33} = \sigma_V \quad 2-6$$

Kritische einaxiale Situation (Zugversuch): $\sigma_V = \sigma_F \dots$ Fließbedingung

$$\left[(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 - \sigma_F^2 \right] * \left[(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 - \sigma_F^2 \right] * \left[(\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 - \sigma_F^2 \right] = 0 \quad 2-7$$

Gleichung 2-7 ist die analytische Form der Fließbedingung.

Hypothese nach von Mises (Hypothese der Oktaederschubspannung)

Zu Beginn muss die Oktaederschubspannung hergeleitet werden. Dazu betrachtet man einen spannungserfüllten Raum (z.B. Ausschnitt aus einem belasteten, festen Körper) und positioniert in diesem Körper ein Oktaeder (setzt sich aus acht gleichseitigen Dreiecken zusammen) so, dass die Koordinatenachsen 1, 2, 3 des Oktaeders die Hauptnormalspannungsrichtungen des Spannungsraumes sind. Nun schneidet man den Oktaeder frei und bestimmt die Normalspannungen und die Schubspannungen, die auf die Oktaederflächen angreifen (siehe Abbildung 2-3).

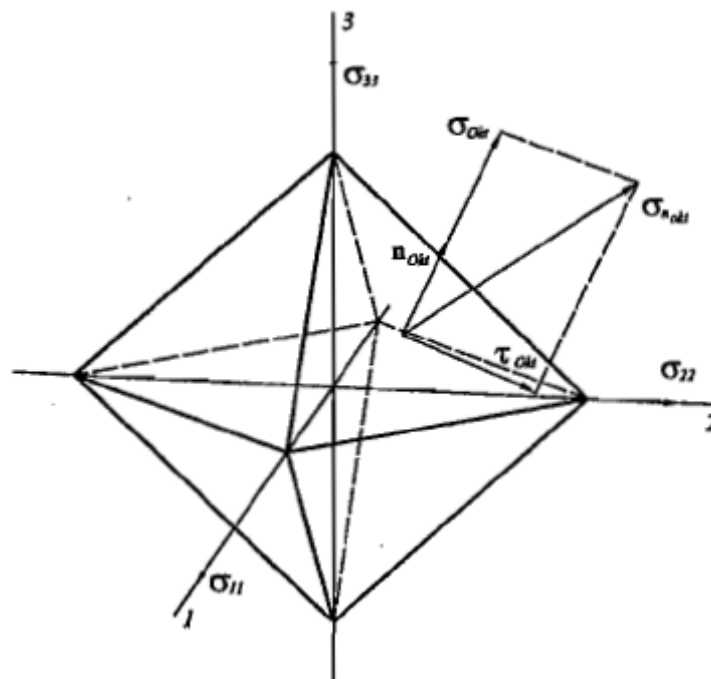


Abbildung 2-3 Oktaederschubspannungen (Celigoj, 2004)

Die Spannungsmatrix \mathbf{S} und der Normalenvektor \mathbf{n}_{okt} lauten:

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{33} \end{bmatrix} \quad \mathbf{n}_{okt} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \quad \text{2-8}$$

Der Spannungsvektor, der auf diese Fläche angreift, wird gemäß der Cauchyschen Formel wie folgt berechnet:

$$\boldsymbol{\sigma}_n = \mathbf{S}^T \mathbf{n}_{okt} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \end{bmatrix} \quad \text{2-9}$$

Durch die Projektion auf die Flächennormale bestimmt man die Oktaedernormalspannung:

$$\sigma_{okt} = \boldsymbol{\sigma}_n^T \mathbf{n}_{okt} = \frac{1}{3} (\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}) = \frac{1}{3} (\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}) \quad \text{2-10}$$

Die Projektion auf die Fläche liefert die Oktaederschubspannung. Aus dem pythagoräischen Lehrsatz ergibt sich folgender Ausdruck:

$$\tau_{okt}^2 = \boldsymbol{\sigma}_n^T \boldsymbol{\sigma}_n - \sigma_{okt}^2 = \frac{1}{3} (\sigma_{11}^2 + \sigma_{22}^2 + \sigma_{33}^2) - \frac{1}{9} (\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33})^2 \quad \text{2-11}$$

$$\tau_{okt} = \sqrt{(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2} \quad \text{2-12}$$

τ_{okt} stellt somit den allgemeinen Spannungszustand dar. Um auf die von Mises-Vergleichsspannung zu kommen, wird nun der allgemeine Spannungszustand dem einaxialen Spannungszustand gegenübergestellt:

Einaxiale Situation (Zugversuch):

$$\sigma_{11} = \sigma_V, \sigma_{22} = \sigma_{33} = 0 \quad \text{2-13}$$

$$(\tau_{okt})_V = \frac{1}{3} \sigma_V \sqrt{2} \quad \text{2-14}$$

Vergleich: Gleichsetzen von τ_{okt} und $(\tau_{okt})_V$

$$\frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2} = \frac{1}{3} \sigma_V \sqrt{2} \quad \text{2-15}$$

$$\sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2]} = \sigma_V \dots \text{Vergleichsspannung} \quad \text{2-16}$$

Kritische einaxiale Situation (Zugversuch): $\sigma_V = \sigma_F \dots$ Fließbedingung

$$\frac{1}{2} [(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2] = \sigma_F^2 \quad \text{2-17}$$

Gleichung 2-17 stellt die analytische Form der Fließbedingung dar.

Die Hypothese der Oktaederschubspannung wird nach Huber und Hencky auch Hypothese der Gestaltänderungsenergie genannt.

2.1.2 Bruchhypothese

Die Anstrengungshypothesen nach Tresca und nach von Mises sind in erster Linie für die Bestimmung des Fließeintritts bei zähplastischen Werkstoffen gedacht. Zur Vorausberechnung des Bruches spröder Stoffe sind sie im Allgemeinen nicht geeignet. Hier wird häufig die größte Hauptnormalspannung σ_{11} als Maß für die Anstrengung des Werkstoffs gewählt.

Es muss aber betont werden, dass die Benützung von Bruchhypothesen überhaupt nur dann sinnvoll ist, wenn die Spannungen knapp vor dem Bruch hinreichend genau bekannt sind. Die Verwendung der mit Hilfe der Elastizitätstheorie berechneten Spannungsverteilung ist nur dann zulässig, wenn der Werkstoff bis zum Bruch dem Hookschen Gesetz gehorcht.

Hypothese nach Rankine (Hypothese der größten Normalspannung)

$$\sigma_{11} \geq \sigma_{22} \geq \sigma_{33} \quad \text{2-18}$$

$$\sigma_V = \sigma_{11} = \sigma_B \dots \text{Bruchspannung} \quad \text{2-19}$$

Hypothese nach de Saint-Venant (Hypothese der größten Dehnung)

$$\varepsilon_{11} \geq \varepsilon_{22} \geq \varepsilon_{33} \quad 2-20$$

$$\varepsilon_V = \varepsilon_{11} = \varepsilon_B \dots \text{Bruchdehnung} \quad 2-21$$

2.1.3 Versagenshypothesen

Des Weiteren gibt es auch Werkstoffe, die sich bei Druck zäh und bei Zug spröde verhalten: z.B. Geomaterialien. Dies wird durch die Versagenshypothese berücksichtigt.

Nun stellt sich die Frage, welche dieser Hypothesen für diese Diplomarbeit von Bedeutung sind? Alle in dieser Arbeit zu analysierenden Bauteile sind aus Stahl (die meisten Bauteile sind aus St52). Da dies einen zähplastischen Werkstoff mit ausgeprägter Fließgrenze darstellt, sind sowohl die Hypothese nach von Mises als auch die Hypothese nach Tresca für die Bewertung der Spannungszustände in dieser Diplomarbeit geeignet. Die Versagens- und Bruchhypothesen sind für diese Arbeit ungeeignet, da sie, wie schon erwähnt, für andere Materialien bzw. als Versagenskriterium nicht der Fließeintritt des Werkstoffes benutzt wird. Für die Bewertung der ermittelten Spannungen wurde die Hypothese nach von Mises gewählt, weil diese im Maschinenbau am häufigsten eingesetzt wird.

2.2 Die Kesselformel

Der Prüfstand besteht aus vielen zylindrischen (kesselförmigen) Bauteilen. Zur analytischen Berechnung dieser Bauteile wurde die Kesselformel verwendet.

Hat ein Bauteil die Gestalt eines geraden Kreiszylinders mit zwei Deckeln und ist die Belastung rotationssymmetrisch, so ist der Spannungs- und Deformationszustand von φ unabhängig. Das in Abbildung 2-4 gezeigte Rohr besitzt die Wandstärke b , welche im Vergleich zum Radius r_m klein ist. Man behandelt einen Behälter praktisch als dünnwandig, wenn gilt ($b/r \leq 1/5$). Das Rohr steht unter Außendruck p_a und unter Innendruck $p_i = p_a + \Delta p$. In weiterer Folge werden die Normalspannungen in Radiusrichtung, in Achsrichtung und in Umfangsrichtung ermittelt.

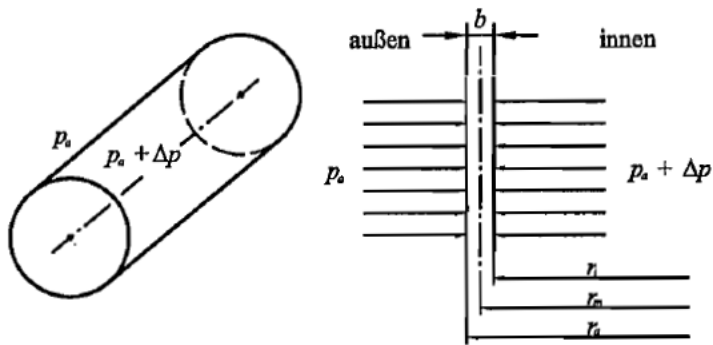


Abbildung 2-4 Dünnwandiges Rohr unter Innendruck (Celigoj, 2004)

Die Spannung in Achsrichtung σ_{xx} ergibt sich aus dem Gleichgewicht von Deckel und Schnittstelle. Aus dem Gleichgewicht im axialen Schnitt erhält man die Spannung in Umfangsrichtung $\sigma_{\varphi\varphi}$ siehe Abbildung 2-5.

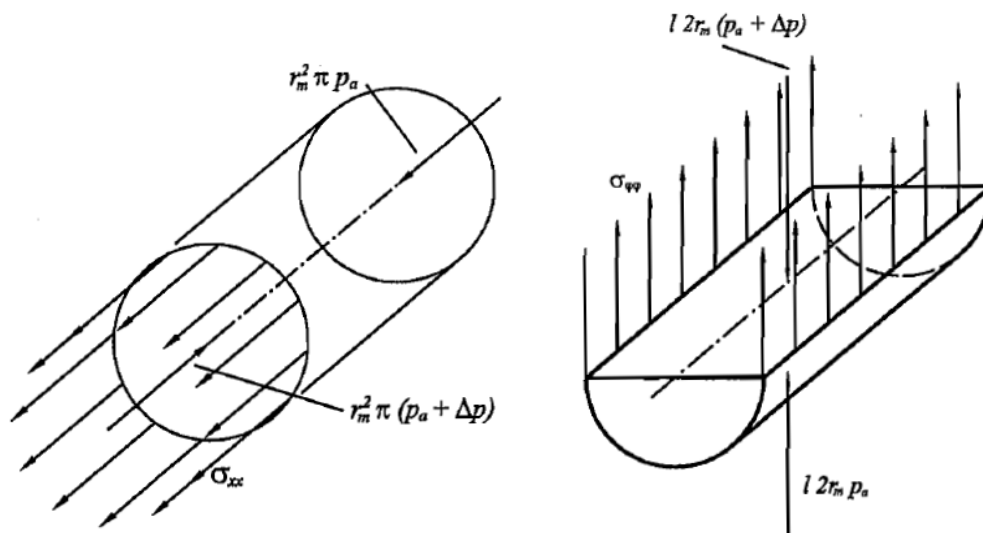


Abbildung 2-5 Schnitt normal zur Achse (links) und axialer Schnitt (rechts), (Celigoj, 2004)

$$\sigma_{xx} = \frac{r_m \Delta p}{2b} \quad 2-22$$

$$\sigma_{\varphi\varphi} = \frac{r_m \Delta p}{b} \quad 2-23$$

Die Spannung in Radiusrichtung σ_{rr} wird näherungsweise gemittelt. Sie wird wegen $r \gg b$ gegen die Spannungen σ_{xx} und $\sigma_{\varphi\varphi}$ vernachlässigt ($\sigma_{rr} \sim 0$).

$$\sigma_{rr} = -\frac{p_a + \Delta p + p_a}{2} \quad 2-24$$

2.3 Rotordynamik Grundlagen

2.3.1 Aufbau von Maschinen mit rotierenden Wellen

In diesem Kapitel wird mit Hilfe der Literatur von [Gasch, Nordmann, & Pfützner, 2006] der prinzipielle Aufbau von Maschinen mit rotierenden Wellen an zwei Beispielen erläutert. Die Abbildung 2-6 zeigt in Explosionsdarstellung einen größeren Asynchronmotor. Der von den magnetischen Kräften in Rotation versetzte Kurzschlussläufer ist entweder wälzgelagert oder gleitgelagert. Für das rechte Lager ist alternativ zur Wälzlagerversion eine Ausführung in Gleitlagern dargestellt. Die Lagereinsätze sind in den Lagerschilden rechts und links befestigt, die die Gewichtskräfte auf den Rahmen des Gehäuses übertragen. Bei großen Maschinen wird das Gehäuse über ein Fundament abgestützt. Kleine Maschinen benötigen kein Fundament.

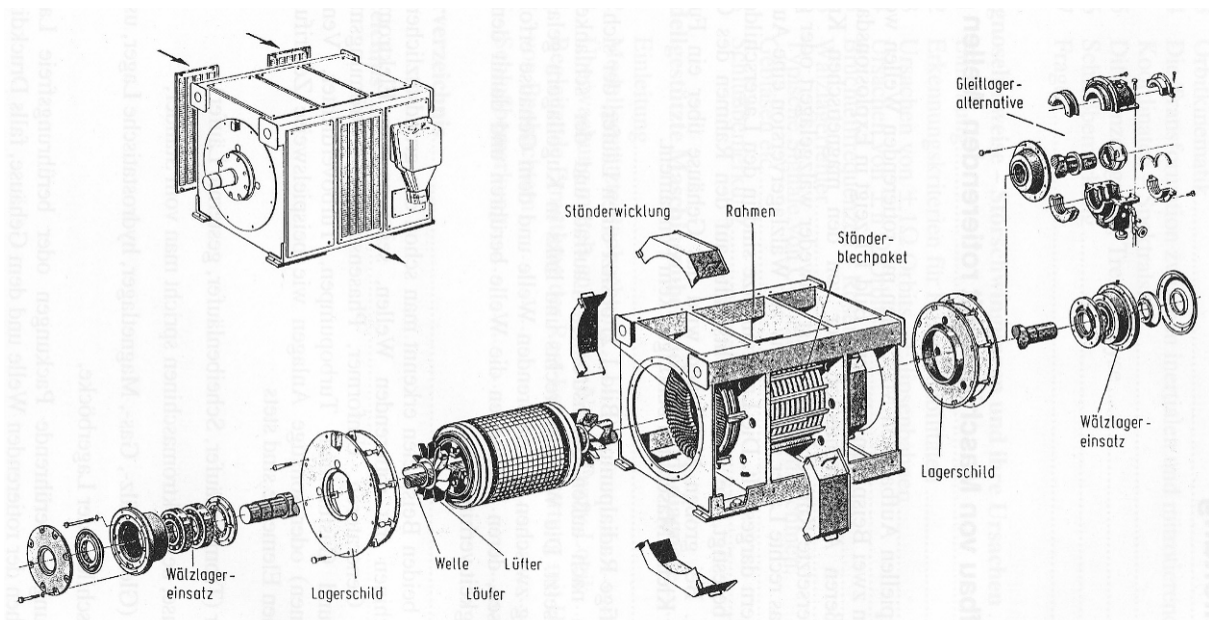


Abbildung 2-6 Aufbau eines Asynchronmotors (nach Werkbild Siemens)

Die einstufige Radialpumpe Abbildung 2-7 besitzt einen Läufer, der sich aus dem von innen nach außen durchströmten Laufrad und der schlanken Welle zusammensetzt. Die Welle ist rechts und links in Kugellagern gelagert. Die Abdichtung zwischen der rotierenden Welle und dem Gehäuse erfolgt durch Stopfbuchsen, deren Packungen die Welle berühren und damit den Austritt von Flüssigkeit verhindern.

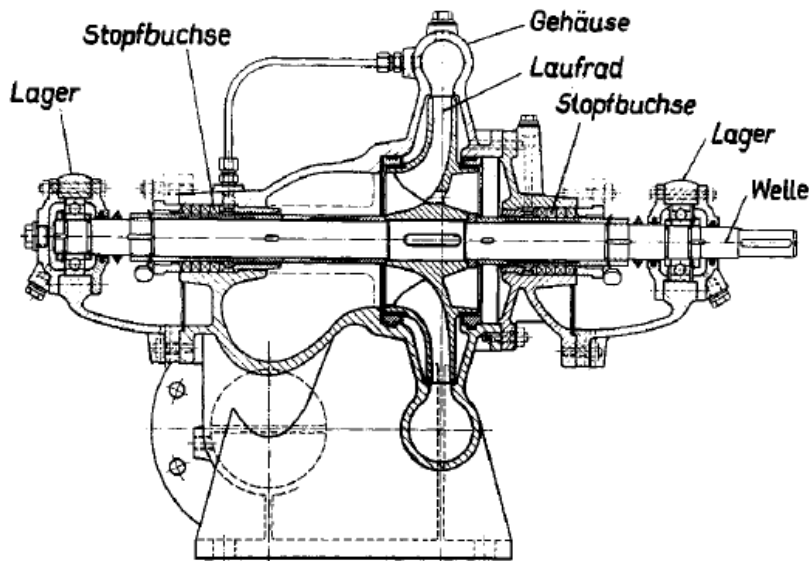


Abbildung 2-7 Querschnitt durch eine einstufige Radialpumpe

An diesen beiden Beispielen erkennt man schon den grundsätzlichen Aufbau von Maschinen mit rotierenden Wellen, seien es nun Elektromaschinen (Motoren, Generatoren, Umformer, Phasenschieber), Strömungsmaschinen (Dampf- und Gasturbinen, Turbopumpen, Turboverdichter, Ventilatoren, Windturbinen) oder sonstige Anlagen wie beispielsweise Zentrifugen.

Die wesentlichen Elemente sind stets

- Läufer (Trommelläufer, Scheibenläufer, gesternte Läufer)
- Gehäuse, bei Elektromaschinen spricht man von Ständer,
- Lager (Gleit-, Wälz-, Gas-, Magnetlager, hydrostatische Lager, usw.),
- Lagerschilde oder Lagerböcke,
- Dichtungen (berührende Packungen oder berührungsfreie Labyrinth) zwischen der rotierenden Welle und dem Gehäuse, falls Druckdifferenzen zwischen innen und außen auftreten.

Sind zwei oder mehrere Maschinen gekuppelt, wie z.B. in Abbildung 2-8 die antreibende Kaplan-turbine mit dem angetriebenen Generator, dann entsteht ein Wellenstrang, in dem als weitere Elemente Kupplungen auftreten. Sie können starr sein wie bei großen Wasser- und Dampfturbinen oder elastisch wie bei kleineren Maschinen. Elastische Kupplungen erleichtern die Aufstellung, weil kleinere Fluchtungsfehler toleriert werden. Unter Umständen schachtelt man Rotoren auch ineinander, um eine kompakte Bauform zu erreichen, z.B. bei Flugtriebwerken. Die Lager bestimmen sehr stark das dynamische Verhalten des Rotors, weil sie je nach Typus sehr verschiedene Feder-, Dämpfungs- und gegebenenfalls

Anfachungseigenschaften haben. Wegen der hohen Tragkraft sind wälz- und gleitgelagerte Rotoren an den Lagerstellen gewöhnlich sehr schlank. Der gleiche Rotor in Magnetlagern hingegen wirkt gedungen, weil die Lagerstellen dick und breit werden, um die nötigen Tragflächen bereitzustellen.

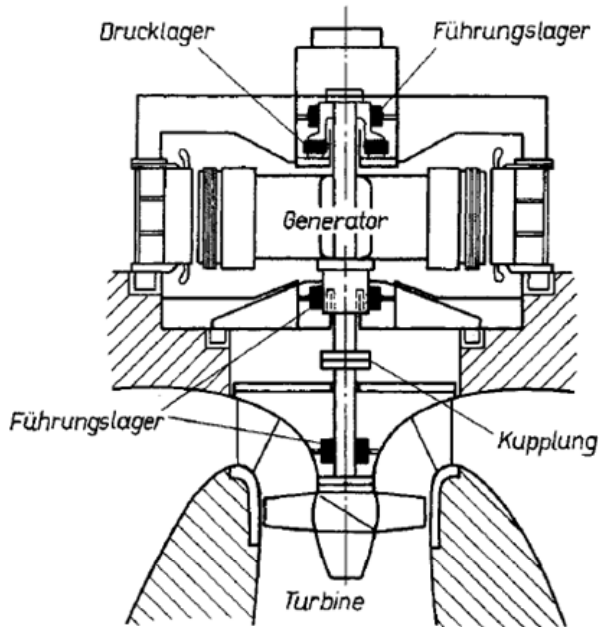


Abbildung 2-8 Senkrecht stehender Wellenstrang, Kaplan turbine mit Generator

2.3.2 Laufruhe bei starren und biegeelastischen Rotoren unter Unwucht

Biegestarrer Läufer

Ein rotationssymmetrischer Läufer scheint auf den ersten Blick vom dynamischen Verhalten her unproblematisch zu sein. Verglichen mit Kolbenmaschinen, bei denen einzelne Triebwerksteile (Kolben, Pleuel) sehr komplizierte Bewegungen ausführen, sind die Verhältnisse bei starren Turbo- oder Elektromaschinenläufern in der Tat wesentlich einfacher. Der Drehmomenthaushalt ist weitgehend ausgeglichen, d. h. es treten keine oder nur geringe Drehmomentschwankungen auf. Die durch die Rotation geweckten Fliehkräfte gleichen sich wechselseitig aus. Allenfalls ist durch die Fertigungsungenauigkeiten und Restunwuchten die Massenverteilung nicht völlig rotationssymmetrisch. Die am versetzten Schwerpunkt S angreifende Fliehkraft der Größe $F = \varepsilon \cdot m \cdot \Omega^2$ ruft dann umlaufende Lagerkräfte F_1 und F_2 hervor, siehe Abbildung 2-9.

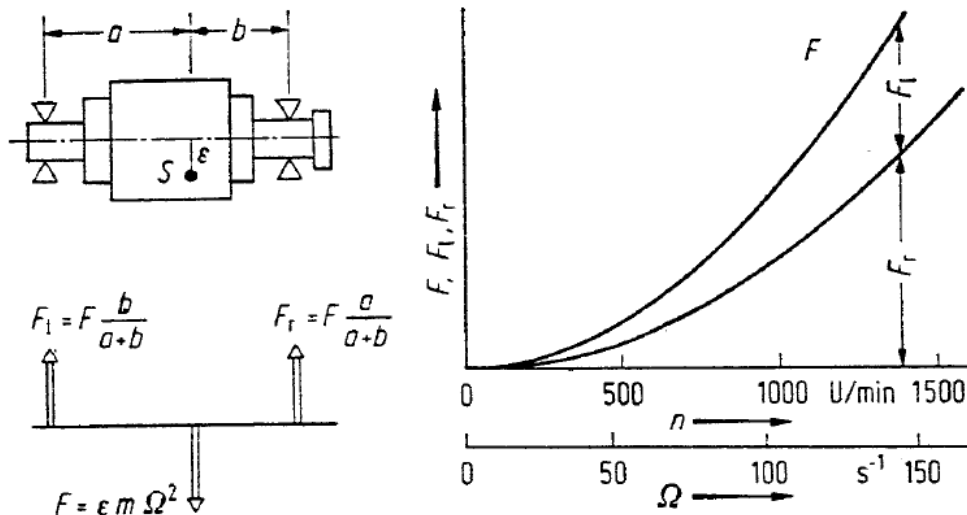


Abbildung 2-9 Umlaufende Fliehkraft F und Lagerreaktion F_1, F_r beim unwuchtigen starren Rotor (m Rotormasse, ε Exzentrizität)

Die Größe dieser Kräfte wächst quadratisch mit der Drehzahl, d.h. mit der Winkelgeschwindigkeit Ω_1 . Die Lagerkräfte sind von einem feststehenden Beobachter aus gesehen periodisch. Sie sind die Ursache für das Vibrieren, an dem man neben der Geräuschbildung erkennen kann, ob eine Maschine läuft oder nicht.

Biegeelastischer Einscheibenläufer (Lavalläufer)

Bei starren Rotoren wird davon ausgegangen, dass es zu keiner bzw. zu einer vernachlässigbaren elastischen Verformung unter der Fliehkraftbelastung kommt. Als Richtwert bis wann man einen Rotor als starr betrachten kann gilt:

$$\Omega < \omega \sqrt{\frac{1}{2}}$$

2-25

Der elastische Läufer lässt sich anhand des Lavalläufers am besten erklären. Der Lavaläufer ist das einfachste Modell eines Läufers und besteht aus einer massebehafteten Scheibe, welche zentrisch auf einer elastischen aber masselos gedachten Welle sitzt. Zur weiteren Vereinfachung des Systems werden die Lager als unendlich steif angenommen. Steigert man die Drehzahl des Lavalläufers, so wächst auch die Fliehkraft. Irgendwann wird der Punkt erreicht, von dem an man die elastischen Verformungen ρ_w des Läufers unter der Fliehkraft berücksichtigen muss, weil durch sie zusätzliche Fliehkräfte entstehen.

Die Gesamtflihkraft beträgt dann

$$F = (\varepsilon + \rho_w) m \Omega^2 \quad 2-26$$

Dabei wird angenommen, dass sich die Welle in Richtung der Schwerpunktexzentrizität ausbiegt. Einen kleinen Einblick in das Verhalten des biegeelastischen Lavalläufers erhält man, wenn man an einem mit einer Scheibe besetzten Rotor, siehe Abbildung 2-10, das Kräftegleichgewicht aufstellt.

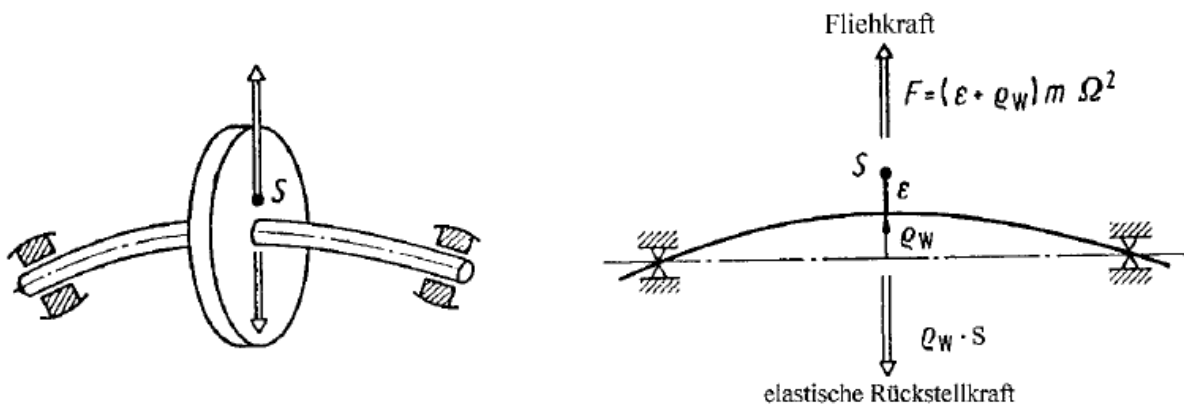


Abbildung 2-10 Kräftegleichgewicht bei unwuchterregter Wellenschwingung

Die elastische Rückstellkraft $s \rho_w$ der Welle mit der Biegesteifigkeit s hält die Flihkraft nach der Formel 2-26 das Gleichgewicht, sodass sich aus

$$s \rho_w = F = (\varepsilon + \rho_w) m \Omega^2 \quad 2-27$$

die Wellenverformung

$$\rho_w = \varepsilon \frac{(\Omega / \omega)^2}{1 - (\Omega / \omega)^2} \quad 2-28$$

ergibt.

Für $\sqrt{s/m}$ wurde abkürzend ω geschrieben. Dieser Wert stellt die Eigenkreisfrequenz eines Schwingers dar, bestehend aus Scheibenmasse m und der Wellenfedersteifigkeit s . Sie kennzeichnet wesentlich das Verhalten des Rotors. Bei niedriger Drehzahl ($\Omega < 0,5\omega$) wächst die Wellenausbiegung zunächst proportional mit dem Flihkraftanteil $\varepsilon m \Omega^2$, weil der

Anteil $\rho_w m \Omega^2$ in der Formel 2-26 noch sehr klein ist (siehe Abbildung 2-11, links). Bei $\Omega = \omega\sqrt{1/2}$ erreicht die Wellendeformation gerade die Größe der Exzentrizität ϵ . Bei $\Omega = \omega$ liegt die kritische Drehzahl, in der die Wellenauslenkungen unendlich groß werden, vor. Durchfährt man die kritische Drehzahl, was bei genügend hoher Drehbeschleunigung möglich ist, weil der Läufer dann keine Zeit hat die sehr großen Wellenauslenkungen aufzubauen, die beim stationären Betrieb eintreten würden, dann erreicht man jenseits der kritischen Drehzahl den Bereich geringer Wellenauslenkungen. Für sehr hohe Drehzahlen erreicht die Wellenauslenkung ρ_w asymptotisch den Wert der Exzentrizität ϵ . Der Schwerpunkt S liegt auf der Drehachse. Man spricht daher von der „Selbstzentrierung“ der Rotormasse.

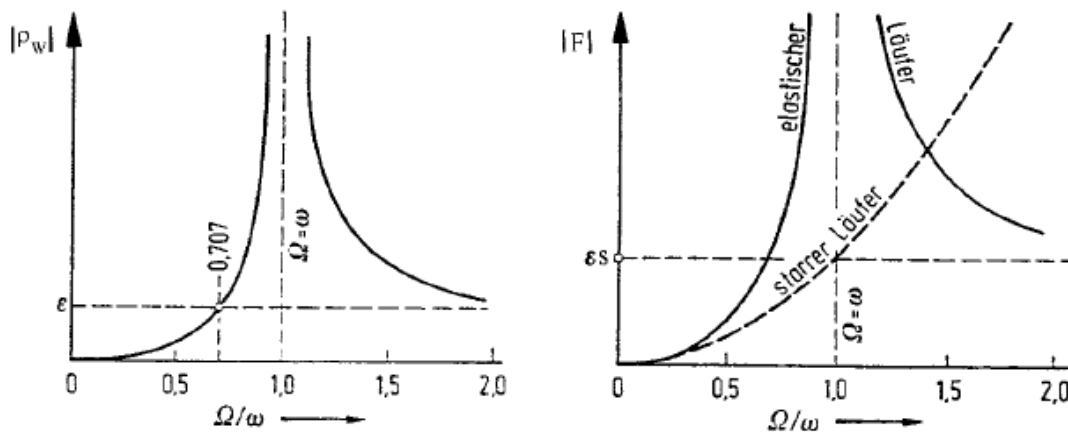


Abbildung 2-11 Wellenauslenkung und umlaufende Fliehkräfte beim elastischen Rotor

Die Kräftebilanz, lt. Formel 2-27, wird in mitrotierenden Koordinaten ausgeführt. Die Wellenausbiegung ρ_w , lt. Formel 2-28, ergibt sich deshalb als zeitunabhängiger Festwert. Vom raumfesten Standpunkt aus betrachtet führt die Welle eine Kreisbahn aus, die im Wellendreh Sinn (gleichläufig) einmal pro Umdrehung der Welle durchfahren wird. In der Projektion sieht der raumfeste Beobachter daher eine harmonische Bewegung $w(t) = \rho_w \cos \Omega t$ mit der Umlauffrequenz Ω des Rotors, siehe Abbildung 2-12.

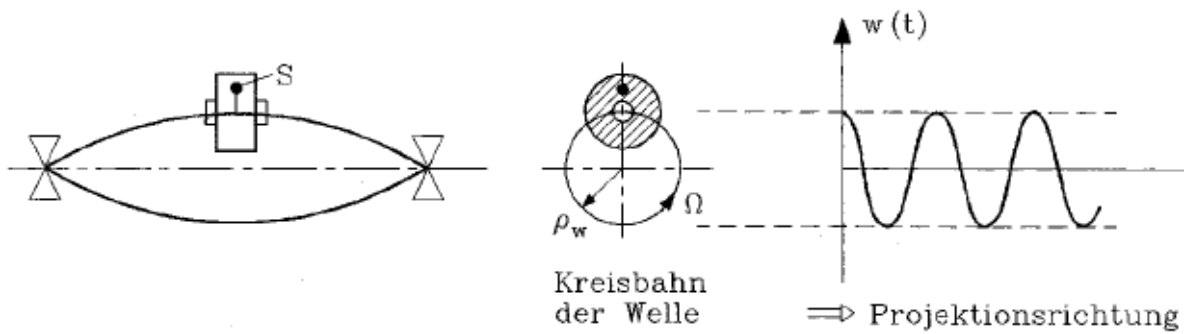


Abbildung 2-12 Schwingungsbewegung der elastischen Welle aus der Sicht eines raumfesten Beobachters

Im Ingenieursjargon bezeichnet man Rotoren, die unterhalb der kritischen Drehzahl laufen als unterkritische Läufer; solche, die im Bereich oberhalb der kritischen Drehzahl laufen als überkritische Läufer. Für uns heute ist es selbstverständlich, dass es unterkritisch und überkritisch laufende Rotoren gibt. Aber die Frage, ob der überkritische Lauf überhaupt stabil ist und wenn ja, warum, hat Ingenieure und Theoretiker ein halbes Jahrhundert lang bewegt [Gasch, Nordmann, & Pfützner, 2006].

Überlegt man sich nämlich genauer, was Formel 2-28 im überkritischen Drehzahlbereich aussagt, kommt man schnell ins Grübeln: für überkritische Drehzahlen $\Omega > \omega$ wird die Wellenauslenkung ρ_w negativ, d.h. die Welle biegt sich elastisch entgegen der Richtung ε der Exzentrizität aus. Abbildung 2-13 zeigt diesen Zustand, bei dem der Schwerpunkt S „innen“ liegt.

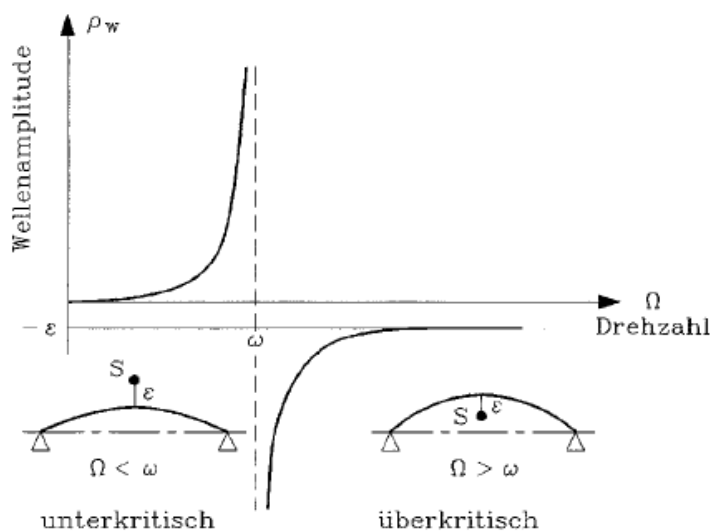


Abbildung 2-13 Lage des Schwerpunktes S im unterkritischen und überkritischen Drehzahlbereich

2.3.3 Drehschwingungen

In diesem Kapitel wird mit Hilfe des Rotordynamikskriptums [Marn, 2010] die Entstehung von Drehschwingungen erläutert. Abbildung 2-14 (links) zeigt einen einseitig eingespannten Drehschwinger, auch gefesselter Schwinger genannt. In Abbildung 2-14 (rechts) ist ersichtlich, dass es nur zu einem Moment kommen kann, wenn $\varphi_1 \neq \varphi_2$ ist.

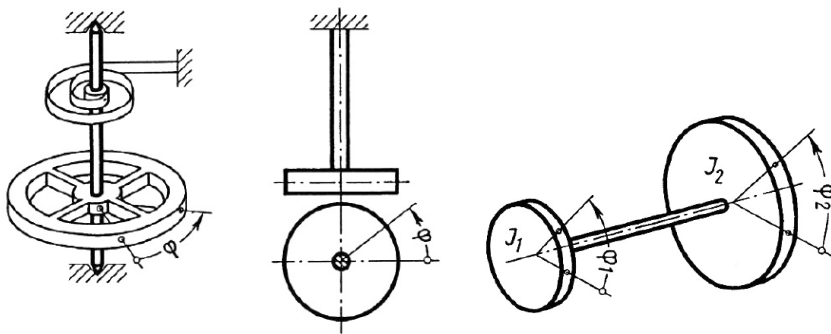


Abbildung 2-14 Einseitig eingespannter Drehschwinger (links), nicht eingespannter Drehschwinger (rechts)

Ungedämpfte freie Schwingung

Betrachten wir zuerst das Beispiel in Abbildung 2-14 (links) und schneiden das System frei. Auch hier gibt die Bewegungsrichtung die positive Momentenrichtung vor. Wir wissen, dass das Torsionsmoment $M_T = c\varphi$ ist. Schreiben wir nun den Drallsatz (für konstantes Massenträgheitsmoment) unter Berücksichtigung der Vorzeichen

$$\theta \ddot{\varphi} + c\varphi = 0$$

2-29

Führen wir auch hier die Abkürzung $\omega_0^2 = c/\theta$ ein, dann erhalten wir die Differentialgleichung

$$\ddot{\varphi} + \omega_0^2 \varphi = 0$$

2-30

Wenn wir das Beispiel in Abbildung 2-14 (rechts) betrachten, müssen zuerst die beiden Scheiben getrennt betrachtet werden. Hier muss die Differenz der beiden Winkel gebildet werden. Natürlich kann dieser Schwingung auch eine reine gemeinsame Drehbewegung überlagert sein.

Die Bewegungsgleichungen lauten dann

$$\theta_1 \ddot{\varphi}_1 + c(\varphi_1 - \varphi_2) = 0 \quad \text{2-31}$$

$$\theta_2 \ddot{\varphi}_2 + c(\varphi_1 - \varphi_2) = 0 \quad \text{2-32}$$

Dividieren durch θ_1 bzw. θ_2 und subtrahieren von 2-31 und 2-32, sowie ersetzen von $(\varphi_1 - \varphi_2)$ durch ψ ergibt eine einzelne Bewegungsgleichung

$$\ddot{\psi} + \omega_0^2 \psi = 0 \quad \text{wobei} \quad \omega_0 = \sqrt{c \left(\frac{1}{\theta_1} + \frac{1}{\theta_2} \right)} \quad \text{ist.} \quad \text{2-33}$$

2.3.4 Biegeschwingungen

Dieses Kapitel wurde mit Hilfe des Rotordynamikskriptums [Marn, 2010] erstellt. Ein Biegeschwinger ist ein zu harmonischen Schwingungen fähiges Feder-Masse-System, das im einfachsten Fall aus einem Stab besteht. Charakteristisch ist, dass die längs des Stabes verteilten Größen (Biegemoment und Masse) seine Eigenfrequenz bestimmen. Biegeschwinger sind meist ein- oder zweiseitig eingespannte Balken oder auch mehrfach gelagerte Balken. Zur Bestimmung der Eigenfrequenz nach $\omega = \sqrt{c/m}$ benötigen wir die Federsteifigkeit des Balkens. Betrachten wir hier als ein einfaches Beispiel den einseitig eingespannten masselosen Balken mit einer Einzelmasse an seinem Ende. Die Federsteifigkeit c des Systems bestimmen wir aus der Durchbiegung des Balkens an der Stelle der Masse, also am Balkenende. Wir wissen, dass die Durchbiegung am Balkenende in Abbildung 2-15 $f = F * (l^3 / 3EI)$ ist. Zur Bestimmung der Durchbiegung an den Stellen der Masse bzw. Massen bedient man sich idealerweise der Methode der Einflusszahlen. Mit Hilfe des Arbeitssatzes der Elastomechanik können wir eine Verschiebung f_{ik} an einer beliebigen Stelle i eines Balkens berechnen. Nach dem ersten Satz von Castigliano gilt: Die partielle Ableitung der inneren Energie nach der Kraft ergibt die Auslenkung. Wenn nur eine einzige Kraft F_k an einer Stelle k wirkt, sind alle Durchbiegungen proportional zu dieser Kraft. Man kann daher die Kraft als Proportionalitätsfaktor abspalten.

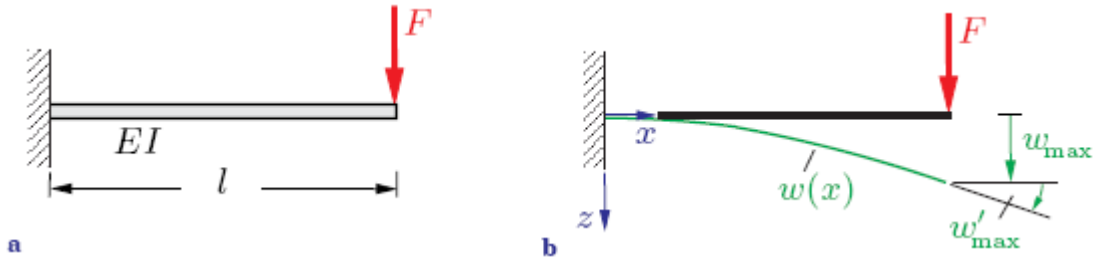


Abbildung 2-15 Einseitig eingespannter Balken

Man kann diese Gleichung aber auch in der Form $w_{\max} = \alpha_{ik} F_k$ anschreiben, dabei ist α_{ik} die Verschiebungseinflusszahl oder einfach kurz Einflusszahl. Die Einflusszahl ist also wie man sieht der Kehrwert der Federsteifigkeit, somit die Nachgiebigkeit. Sie liefert die Verschiebung an der Stelle i infolge einer Kraft „1“ (= virtuelle Kraft) an der Stelle k. Wirken auf einen Balken n Lasten F_k , so folgt die Durchbiegung f an der Stelle i aus der Superposition zu $f = \sum_k f_{ik} = \alpha_{i1} F_1 + \alpha_{i2} F_2 + \alpha_{i3} F_3 + \dots$. Der Satz von Maxwell besagt, dass $\alpha_{ik} = \alpha_{ki}$ ist. Die Einflusszahlen lassen sich über den Satz der Verschiebungsarbeiten berechnen. Für ebene Systeme aus geraden Stäben und linearen Federn gilt beispielsweise:

$$\alpha_{ik} = \int_L \left(\frac{N_i N_k}{EA} + \kappa \frac{Q_i Q_k}{GA} + \frac{M_j M_k}{EI} \right) ds + \sum_{j=1}^m \frac{c_{ji} c_{jk}}{c_j} \quad 2-34$$

Dabei ist L die Systemgesamtlänge, N_i ist der Normalkraftverlauf infolge „1“-Last am Ort i. Analoges gilt für die Querkraft und das Moment. c_{ji} Federreaktion an Feder j infolge „1“-Last am Ort i. EA ist die Dehnsteifigkeit des Systems, GA die Schubsteifigkeit, κ ist der Schubbeiwert, EI die Biegesteifigkeit. c_j bezeichnet die Federsteifigkeit der Feder j. Die Multiplikation von M_i mit M_k wird zweckmäßigerweise mit Koppeltabellen durchgeführt. Gleiches gilt für die Quer- und die Normalkraft.

2.3.5 Die biegekritische Drehzahl

Auf einer Welle ist eine Scheibe der Masse m so angebracht, dass deren Schwerpunkt S nicht auf der Wellenachse liegt. Selbst bei sorgfältig ausgewuchteten Rädern ist kein „perfekter“ Ausgleich möglich und es bleibt eine Restunwucht. Um keinen Einfluss des Eigengewichts (daher keine Durchbiegung der Welle infolge der Massen) zu erhalten, betrachten wir eine vertikale Welle. Die Exzentrizität sei e (Abbildung 2-16). Welle und Scheibe rotieren mit der Winkelgeschwindigkeit Ω_w . Die Trägheitswirkung der Drehung wird durch die Fliehkraft dargestellt. Die Welle erfährt eine quasistationäre Ausbiegung x.

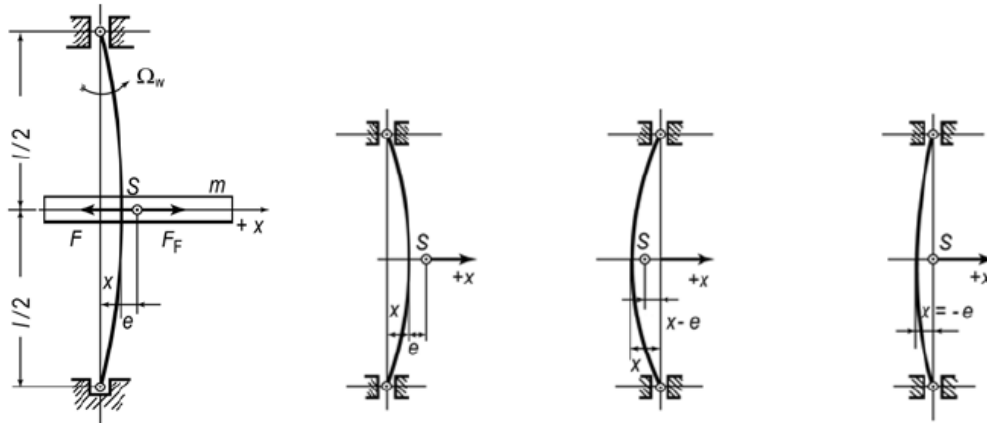


Abbildung 2-16 Rotor mit Exzentrizität

Weiters erkennt man in den drei Darstellungen auf der rechten Seite (von links nach rechts) den unterkritischen Zustand $\Omega_w < \omega_0$, den überkritischen Zustand $\Omega_w > \omega_0$, und ganz rechts außen ist die Selbstzentrierung des überkritischen Rotors $\Omega_w = \omega_0$ dargestellt. Berechnen wir die Fliehkraft für den ganz links dargestellten Fall, der sich aus der Auslenkung der Welle und der Exzentrizität zusammensetzt.

$$F_F = m(e + x)\Omega_w^2 \quad \text{2-35}$$

Die Rückstellkraft aus der Verformung der Welle beträgt $F = -cx$. Beide Kräfte müssen im Gleichgewicht sein. Daraus folgt

$$m(e + x)\Omega_w^2 = cx \quad \text{2-36}$$

Nach der Verformung x aufgelöst

$$x = \frac{me\Omega_w^2}{c - m\Omega_w^2} = \frac{\Omega_w^2}{\omega_0^2 - \Omega_w^2} e \quad \text{2-37}$$

In Formel 2-37 ist $\omega_0 = \sqrt{c/m}$ die Eigenfrequenz des Systems für Schwingungen in x -Richtung. Die Ähnlichkeit lässt die Aussage zu, dass die (quasistationäre) umlaufende Auslenkung (konstante Biegung) derselben Formel genügt, wie die Amplitude der in x -Richtung erzwungenen Schwingung. Auch hier geht die Auslenkung für $\Omega_w > \omega_0$ gegen unendlich. Man nennt deshalb $\Omega_w = \omega_0 = \sqrt{c/m} = \Omega_{krit}$ die kritische Winkelgeschwindigkeit.

2.3.6 Selbstzentrierung des überkritischen Rotors

Bei unterkritischem Betrieb addieren sich x und e , da beide in die gleiche Richtung (gleichphasig) zeigen. Der Lauf ist relativ unruhig. Bei überkritischem Betrieb ist der Ausschlag x entgegen der Exzentrizität e . Der Ausschlag x wird nach Formel 2-37 negativ. Der Abstand des Schwerpunktes von der Drehachse wird kleiner. Erhöht man die Drehzahl weiter, so wandert der Schwerpunkt in die Drehachse. Dabei gilt

$$\lim_{\Omega_w \rightarrow \infty} \frac{me\Omega_w^2}{c - m\Omega_w^2} = \lim_{\Omega_w \rightarrow \infty} \frac{me}{\frac{c}{\Omega_w^2} - m} = -e \quad \text{2-38}$$

Abbildung 2-13 zeigt nochmals die Lage des Schwerpunktes bei unter- und überkritischem Betrieb. Bei unterkritischem Betrieb liegt der Schwerpunkt „außen“ und bei überkritischem Betrieb liegt er „innen“ bis er bei genügen hoher Drehzahl in die Drehachse wandert und die Auslenkung gerade so groß ist wie die Exzentrizität e .

Der Lauf im überkritischen Betrieb ist relativ ruhig. Man nennt dies die Selbstzentrierung des überkritischen Rotors. Es stellt sich ein neuer stabiler Betriebszustand ein. Dies war der Weg, den de Laval mit seiner „biegsamen Welle“ (Abbildung 2-17) beschriften hat. Bei kleinstem Durchmesser und großen Lagerabständen waren Winkelgeschwindigkeiten des Betriebes von etwa dem 7-fachen der kritischen Winkelgeschwindigkeiten möglich. Die damaligen relativ ungenauen Fertigungsverfahren und die begrenzten Auswucht-möglichkeiten hatten recht große Restunwuchten zur Folge. Dennoch konnte mit Hilfe der Selbstzentrierung ein ruhiger stabiler Betrieb gewährleistet werden.

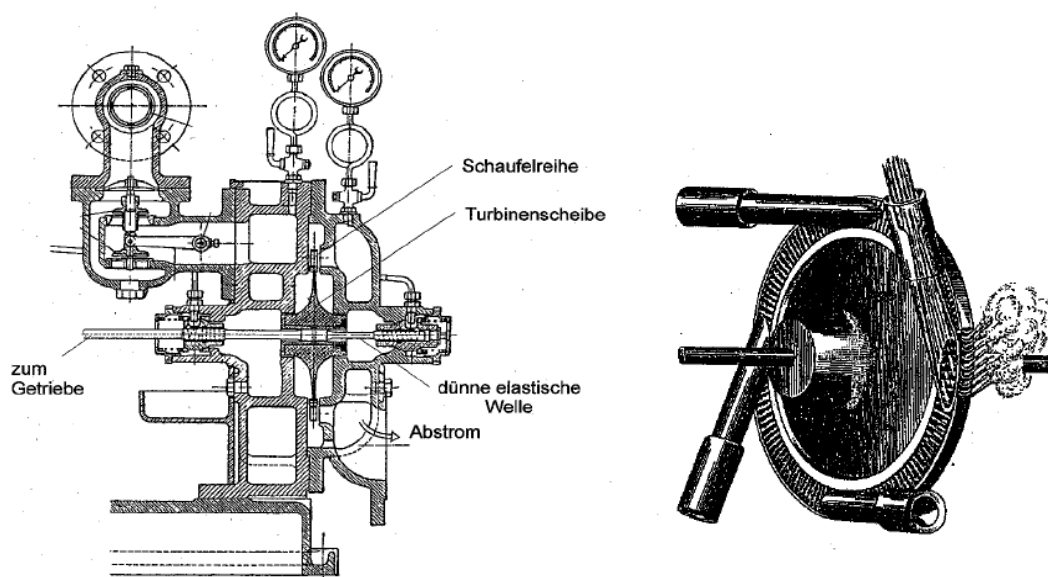


Abbildung 2-17 Laval's Turbine mit dünner, biegsamer Welle (links), Anordnung der Lavaldüsen am Laufrad (rechts)

Jedoch ist eine genügend große Drehbeschleunigung notwendig, um die Resonanzstelle zu durchlaufen, denn dann hat der Läufer keine Zeit die großen Wellenauslenkungen aufzubauen, die sich im stationären Zustand ausbilden würden.

2.3.7 Einfluss der Kreiselwirkung

Dieses Kapitel wurde mit Hilfe von [Gasch, Nordmann, & Pfützner, 2006] erstellt. Neigt sich die Scheibe im ausgelenkten Zustand, siehe Abbildung 2-21, dann ist die bisherige Vernachlässigung der am Scheibensitz auf die Welle wirkenden Biegemomente nur dann brauchbar, wenn die Massenträgheitsmomente der Scheibe nicht allzu groß sind, sodass die Annahme einer Punktmasse noch ihre Berechtigung behält. Bei den meisten Läuferkonstruktionen ist diese vereinfachende Betrachtung, wie sich zeigen wird, durchaus zulässig und liefert gute Ergebnisse. Dennoch gibt es Fälle, in denen die Momentenwirkung und somit die Drehfreiheitsgrade der Scheibe berücksichtigt werden müssen, weil sie das Verhalten des Läufers deutlich beeinflussen. Das ist z.B. beim Läufer mit einer großen Scheibe auf überkragendem Wellenende der Fall, siehe Abbildung 2-21.

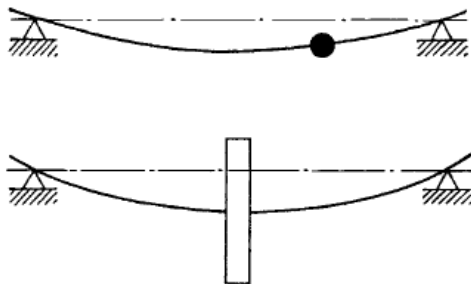


Abbildung 2-18 Läufer mit punktförmiger Masse (oben) und Läufer mit Scheibe, die sich nicht schräg stellt (unten)

Zur Bestimmung der Quer- und Winkelbewegungen des Rotors führen wir wie in Abbildung 2-19 (links), ein raumfestes kartesisches Koordinatensystem (x, y, z) ein. Die positiven Zählrichtungen für die Momente und Winkel sind als Rechtsschrauben um die betreffenden Koordinatenachsen festgelegt (siehe Abbildung 2-19, rechts).

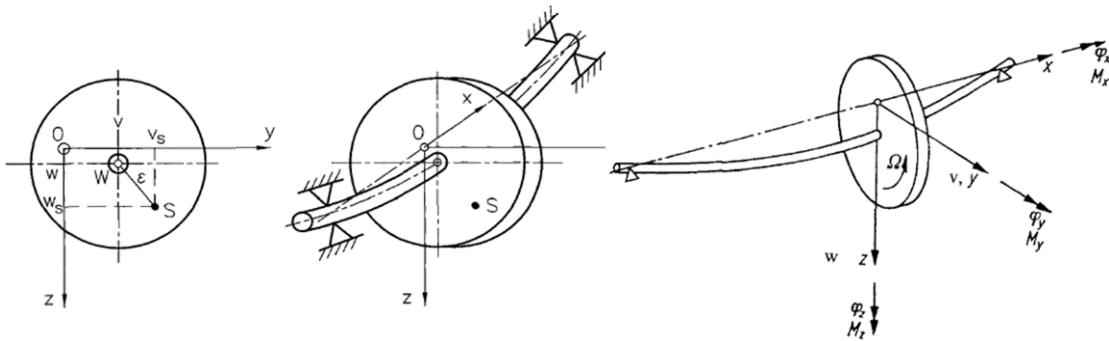


Abbildung 2-19 Ausgelenkte Welle in einem raumfesten Koordinatensystem (links) und Definition der positiven Zählrichtung der Winkel und Momente (rechts)

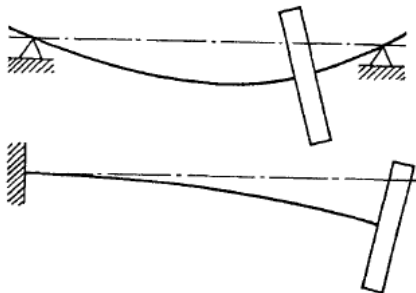


Abbildung 2-20 Schrägstellung der Scheibe bei ausgebogenem Läufer

Schon bei einer nicht rotierenden Welle bewirkt eine außermittig sitzende Scheibe eine Kopplung der Querauslenkung mit dem Winkel der Scheibenschragstellung, indem sie sich aufgrund ihres axialen Massenträgheitsmomentes Θ_a gegen eine Schragstellung wehrt. Rotiert die Welle noch, so treten zusätzliche Effekte auf, an die der aus dem Physikunterricht bekannte Versuch in Abbildung 2-21 erinnert.

Dreht man die Welle, auf der das Rad um seine Achse mit der großen Winkelgeschwindigkeit $\dot{\varphi}_x = -\Omega$ rotiert, an dem Handgriff mit der Winkelgeschwindigkeit $\dot{\varphi}_z$ um die vertikale z-Achse, dann reagiert der Rotor mit einem positiven Moment um die y-Achse. Im folgenden werden wir zeigen, dass dieses Moment die Größe $\Theta_p \Omega \dot{\varphi}_z$ hat, wobei Θ_p , das polare Massenträgheitsmoment des Rades um die x-Achse darstellt. Je höher also die Drehzahl Ω , je größer das polare Trägheitsmoment Θ_p und je größer die Geschwindigkeit $\dot{\varphi}_z$ der Drehung um die Hochachse ist, um so spürbarer wird der Einfluss dieses Kreismomentes.

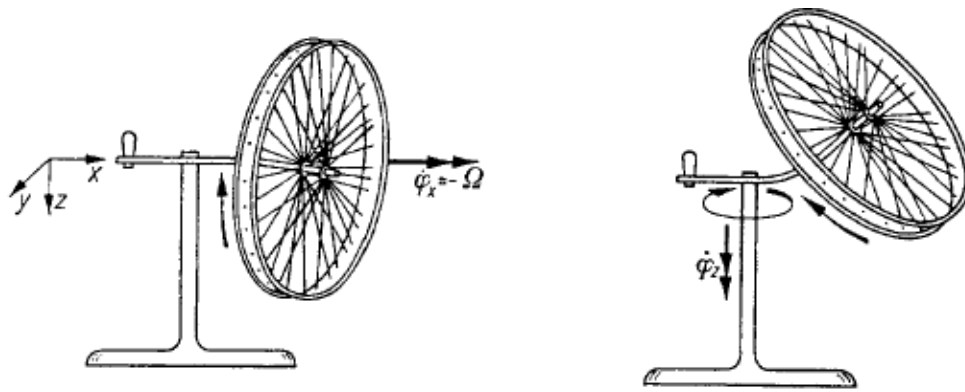


Abbildung 2-21 Versuch zur Demonstration des Kreiselmomentes

Außer diesem gyroskopischen Moment, das sich in der z-x-Ebene auswirkt, tritt natürlich in dieser Ebene auch ein Moment auf, wenn der Rotor um die y-Achse mit $\ddot{\varphi}_y$ beschleunigt wird. Das Gesamtmoment M_y , das an der Welle in der z-x-Ebene angreift, setzt sich demnach aus den beiden Anteilen

$$M_y = \Theta_p \Omega \dot{\varphi}_z - \Theta_a \ddot{\varphi}_y$$

2-39

zusammen.

Durch den Einfluss des gyroskopischen Momentes werden die Eigenkreisfrequenzen des Läufers drehzahlabhängig $\omega_v = \omega_v(\Omega)$. Die kritische Drehzahl eines Läufers mit dünner Scheibe erhöht sich leicht, verglichen mit der vereinfachten Betrachtung ohne Kreiselwirkung. Ist die Läufermasse dagegen walzenförmig ($\Theta_a > \Theta_p$), dann erniedrigt sich die kritische Drehzahl gegenüber der vereinfachten Betrachtung. Darüber hinaus gibt es durch den Kippfreiheitsgrad noch eine zweite kritische Drehzahl, die wesentlich höher liegt. Gewöhnlich bleibt der Einfluss der Kreiselwirkung auf die Lage der ersten kritischen Drehzahl eines Läufers jedoch unter 5 %. Der Drall einer rotierenden Scheibe lässt sich leicht angeben, wenn er auf ein Hauptachsensystem bezogen wird. Die Drallkomponente in Richtung einer Hauptachse ist bekanntlich das Produkt aus Drehmasse und Winkelgeschwindigkeit um diese Hauptachse. Für unsere Scheibe, die wir als rotationssymmetrisch annehmen, führen wir ein spezielles kartesisches Koordinatensystem (x', y', z') ein, dessen Ursprung im Scheibenschwerpunkt S liegt. Die x' -Achse stimmt mit der Symmetrieachse der Scheibe überein, und die beiden anderen Achsen liegen in der Mittelebene der Scheibe. Dieses Koordinatensystem führt die Translationsbewegungen w_s und v_s des Scheibenschwerpunktes und die Taumelbewegungen der Scheibe φ_{zs} und φ_{ys} mit aus, ohne allerdings die Rotation um die x' -Achse mitzumachen (Abbildung 2-22). Es ist, obwohl es nicht fest mit der Scheibe verbunden ist, für eine rotationssymmetrische Scheibe ein Hauptachsensystem.

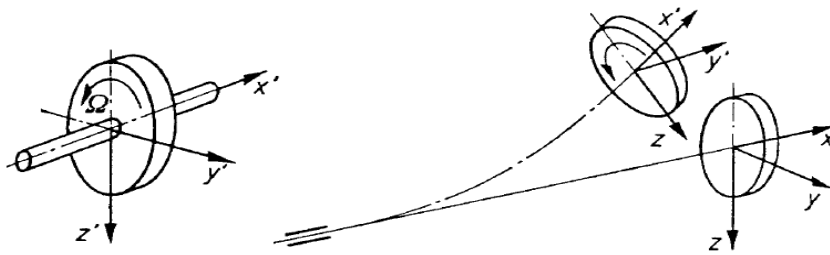


Abbildung 2-22 x', y', z' -Hauptachsensystem an einer rotationssymmetrischen Scheibe

Somit lauten die Drallkomponenten

$$L_{x'} = \Theta_p \dot{\varphi}_{xs} \quad 2-40$$

$$L_{y'} = \Theta_p \dot{\varphi}_{ys}$$

$$L_{z'} = \Theta_p \dot{\varphi}_{zs}$$

wobei φ_{xs} und φ_{ys} und φ_{zs} die Winkel an der Scheibe sind. Ihre Projektionen auf die Achsen des raumfesten Koordinatensystems (x, y, z) , in dem die Bewegungsgleichungen formuliert werden, sind gemäß Abbildung 2-23 unter Annahme kleiner Winkel

$$L_y = L_{y'} + L_{x'} \cdot \varphi_{zs} \quad 2-41$$

$$L_z = L_{z'} + L_{x'} \cdot \varphi_{ys}$$

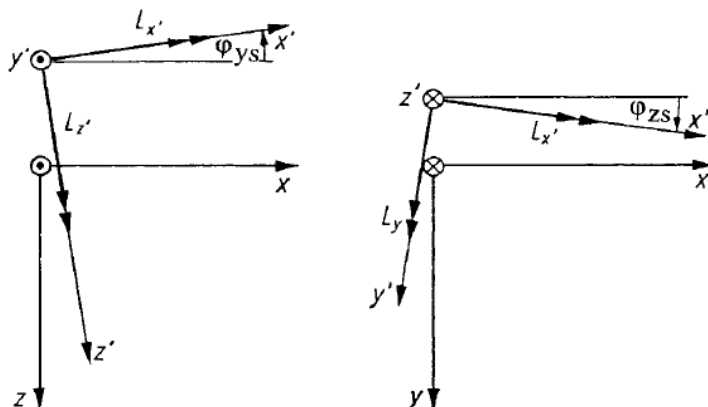


Abbildung 2-23 Drallkomponente im raumfesten Koordinatensystem

Die Komponente $L_{x'}$, die für kleine Winkel praktisch gleich $-\Theta_p \Omega$ ist, interessiert uns im Folgenden nicht weiter, da wir $\Omega = \text{konst.}$ voraussetzen.

Setzt man in den Gleichungen 2-41 die Ausdrücke 2-40 ein, so folgt daraus mit $\dot{\varphi}_{xs} = -\Omega$

$$L_y = \Theta_a \dot{\varphi}_{ys} - \Omega \Theta_p \varphi_{zs} \quad \text{2-42}$$

$$L_z = \Theta_a \dot{\varphi}_{zs} - \Omega \Theta_p \varphi_{ys}$$

Da nach dem Drallsatz die zeitliche Änderung des Drehimpulses gleich dem Moment ist, folgt aus Gleichung 2-42 durch Ableiten nach der Zeit

$$M_y = \dot{L}_y = \Theta_a \ddot{\varphi}_{ys} - \Omega \Theta_p \dot{\varphi}_{zs} \quad \text{2-43}$$

$$M_z = \Theta_a \ddot{\varphi}_{zs} - \Omega \Theta_p \dot{\varphi}_{ys}$$

Die Glieder $\Theta_a \ddot{\varphi}_{ys}$ bzw. $\Theta_a \ddot{\varphi}_{zs}$ stellen die Momente infolge der Drehträgheit der Scheibe dar, die sich gegen eine Schrägstellung wehrt. Sie sind auch bei der nicht rotierenden Welle vorhanden. Die Glieder bzw. $-\Omega \Theta_p \dot{\varphi}_{zs}$ bzw. $-\Omega \Theta_p \dot{\varphi}_{ys}$ geben den sogenannten Kreiseinfluss wieder. Sie verschwinden bei $\Omega = 0$. Der Ausdruck für das Moment um die y-Achse wurde bereits in der Einleitung im Zusammenhang mit dem in Abbildung 2-21 dargestellten Versuch erwähnt. Da dort jedoch das auf die Welle wirkende Reaktionsmoment angegeben wurde - und nicht das an der Scheibe angreifende Moment - unterscheiden sich die Ausdrücke im Vorzeichen.

2.4 Modalanalyse

Schwingungen treten überall auf- in Autos, Flugzeugen, Gebäuden, Werkzeugmaschinen, Haushaltsgeräten und Brücken. Schwingungen sind zum Teil beabsichtigt, um etwa den Schall von Musikinstrumenten zu erzeugen. In den meisten Fällen sind Schwingungen jedoch nicht erwünscht, da sie zum Versagen führen können. Es ist daher notwendig das Schwingungsverhalten einer Struktur und eines Bauteils bereits bei der Entwicklung zu kennen.

Die Modalanalyse wird zur Bestimmung der Eigenfrequenzen des modalen Dämpfungsgrades¹ und der Eigenschwingungsformen (Moden) einer Struktur verwendet. Eigenfrequenzen und Eigenschwingungsformen sind wichtige Parameter für die Auslegung einer Struktur bezüglich dynamischer Belastung. Man vergleicht die berechneten Eigenfrequenzen mit den Frequenzen der Anregung. Liegen diese nahe beieinander, ist die

¹ Der Dämpfungsgrad kann nur experimentell bestimmt werden und nur für die jeweilige Eigenfrequenz, daher auch der Name modale Dämpfung.

Resonanz besonders stark. Falls ein solcher Resonanzfall auftritt, kann die zu den kritischen Eigenfrequenzen gehörige Schwingungsform dargestellt werden, sodass man leicht erkennen kann, wie die Schwingung aussieht und welche Gegenmaßnahmen man ergreifen muss.

Bei einem zweidimensionalen, translatorisch fixierten Balken treten z.B. die folgenden Schwingungsformen (auch Eigenformen genannt) bei den ersten 5 Eigenfrequenzen auf:

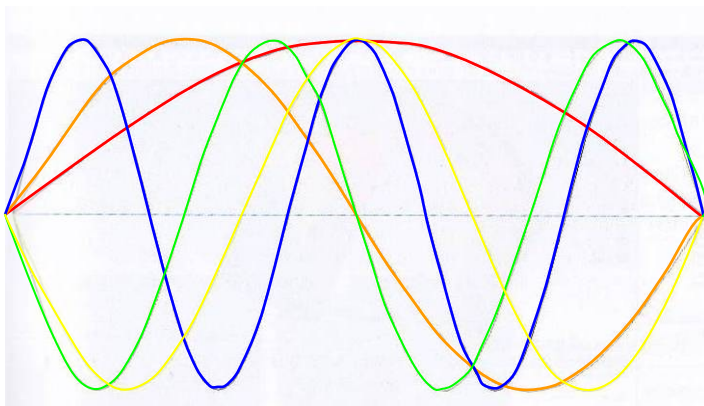


Abbildung 2-24 Eigenformen translatorisch fixierter Balken 1. EF rot, 2. EF orange, 3. EF gelb, 4. EF grün, 5. EF blau

Die Modalanalyse mit Ansys ist eine lineare Analyse. Jegliche Nichtlinearitäten wie Plastizität und Kontaktelemente bleiben unberücksichtigt, auch wenn sie definiert wurden. Die wichtigsten Kenngrößen für lineare dynamische Untersuchungen stellen die Eigenwerte und Eigenvektoren dar. Die Eigenfrequenzen und Eigenvektoren gehen aus der Betrachtung des frei schwingenden Systems hervor. Mathematisch gesehen muss ein Eigenwertproblem gelöst werden, mit den Eigenschwingungsformen als Eigenvektoren und den Quadraten der Eigenkreisfrequenz als Eigenwerte. Diese Berechnung führt Ansys als Modalanalyse durch.

Die Dämpfung wurde in dieser Arbeit vernachlässigt, da bei üblichen, kleinen Dämpfungswerten die Eigenwerte bzw. die Eigenfrequenzen von der Dämpfung nahezu unabhängig sind.

$$\omega_u = \sqrt{\frac{c}{m}} \quad \text{2-44}$$

$$\omega_D = \omega_u \sqrt{1 - D^2} \quad \text{2-45}$$

Die Schwingung eines gedämpften Systems ist eine abklingende Schwingung mit einer Frequenz, die von der Dämpfung abhängt. Der Zusammenhang zwischen der

Eigenkreisfrequenz des ungedämpften Systems ω_u und der Eigenkreisfrequenz des gedämpften Systems ω_D ergibt sich aus der Formel 2-45. Für viele Aufgaben ist der Dämpfungsgrad D sehr klein ($D=0,002$ bis $0,2$), dadurch unterscheiden sich die Frequenzen der gedämpften und ungedämpften Schwingung nur sehr wenig.

2.5 Impulssatz

Durch den Massenstrom, welcher von der Verdichteranlage bereitgestellt wird und in das Einlaufgehäuse einströmt und nach dem Akustikrig wieder ausströmt, wird ein Impuls und eine Kraft an die Gehäuseteile weitergegeben. Diese Kraft wirkt auf die Bauteile und schlussendlich auf die Gehäuselagerung. Daher müssen diese Kräfte berücksichtigt werden. In diesem Kapitel wird beschrieben, wie man die Kräfte aufgrund des Ein- und Austrittsimpulses berechnet.

Die zeitliche Änderung des Impulses eines Körpers = Summe der am Körper angreifenden Oberflächen- und Volumenkräfte.

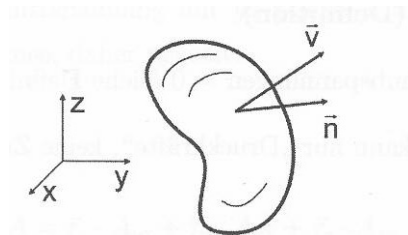


Abbildung 2-25 Kontrollvolumen

Impulssatz für ein Kontrollvolumen mit stationärer Strömung:

$$\left(\begin{array}{l} \int_0 \int_0 u(\rho \vec{v} \cdot \vec{n}) dO \\ \int_0 \int_0 v(\rho \vec{v} \cdot \vec{n}) dO \\ \int_0 \int_0 w(\rho \vec{v} \cdot \vec{n}) dO \end{array} \right) = - \int_0 p \vec{n} dO + \int_V \rho \vec{f}^B dV \quad \text{2-46}$$

Der Term $-\int_0 p \vec{n} dO$ stellt die Summe aller Druckkräfte dar, die auf die Oberfläche des Kontrollvolumens wirken. Man spaltet diesen Term nun auf in die bekannten Druckkräfte (z.B. Druckkräfte durch Umgebungsdruck; Druck an einer Stelle, ermittelt durch Messung) und unbekannte Kräfte. Die letzteren werden als äußere Kräfte bezeichnet und es sind die Kräfte, die man mittels Impulssatz ermitteln will. Das negative Vorzeichen in diesem Term tritt wegen der Tatsache auf, dass Druckkräfte immer senkrecht auf die Oberfläche des Kontrollvolumens entgegengesetzt zum Normalenvektor wirken. Die bekannten Kräfte

müssen nun immer gemäß dieser Richtungskonvention in der Kräftebilanz berücksichtigt werden.

Damit erhält man

$$\begin{pmatrix} \int_0 u(\rho \vec{v} \cdot \vec{n}) dO \\ \int_0 v(\rho \vec{v} \cdot \vec{n}) dO \\ \int_0 w(\rho \vec{v} \cdot \vec{n}) dO \end{pmatrix} = - \underbrace{\int_0 p \vec{n} dO}_{\substack{\text{bekannte} \\ \text{Druckkräfte}}} + \underbrace{\vec{F}}_{\substack{\text{äußere} \\ \text{Kraft}}} + \underbrace{\vec{F}^B}_{\substack{\text{Massen-} \\ \text{kraft}}} \quad \text{2-47}$$

3 Verwendete Software

Im Zuge dieser Diplomarbeit wurden zwei FE-Programme als Berechnungswerkzeug verwendet. Ich möchte in diesem Kapitel einen kurzen Überblick über die Fähigkeiten dieser Programme geben.

Es wurden hier zwei verschiedene Programme verwendet, weil die Geometriedaten des Prüfstandes teilweise von sehr schlechter Qualität waren (z.B. keine geschlossenen Volumenkörper, überschneidende Flächen...) und diese Geometriefehler in Ansys Workbench nicht behoben werden konnten. Die Blechteile sollten aufgrund ihrer geringen Bauteildicke als Schalenmodell ausgeführt werden. Für komplexe Bauteile war es aber in Ansys Workbench nicht möglich ein Mittelflächenmodell für die Erstellung eines Schalenmodells zu erstellen.

3.1 Ansys Workbench v13

Ansys ist ein Finite-Elemente-Programmpaket zur Modellierung gekoppelter physikalischer Probleme. Es ermöglicht strukturmechanische, thermische, akustische und elektromagnetische Simulationen.

Ansys bietet umfangreiche physikalische Modelle für

Strukturmechanik

- lineare Analysen
- geometrische Nichtlinearitäten
- nichtlineare Materialgesetze
- Kontaktanalysen
- Topologieoptimierung

Thermische Analyse

- Wärmeleitung
- Konvektion
- Strahlung

Elektrostatik

Magnetostatik

Akustik

Strömung

Multi-field Solver

- sequentiell gekoppelte Simulationen
- auch viele direkt gekoppelte Simulationen

Ansys ist ein integriertes Paket und enthält neben dem Solver einen Prä- und Postprozessor sowie Schnittstellen zu externen Prä- und Postprozessoren und CAD-Programmen.

3.2 Altair Hyper Works v10

Altair Hyper Works ist ein Finite-Elemente-Programmpaket zur Modellierung gekoppelter physikalischer Probleme. Im Gegensatz zu Ansys ist es ein sehr offenes Programmpaket, es bietet die Möglichkeit eine große Anzahl an Direktschnittstellen zu nutzen z.B. zu Ansys, LsDyna, Marc, Nastran, Abaqus u.a.. Es bietet eine Engineering Umgebung, die unabhängig von CAD/CAE Solvern einsetzbar ist. Neben diesen nachfolgend genannten Tools gibt es noch viele weitere.

Modellerstellung und Visualisierung

HyperMesh:

- Bearbeitung von Volumengeometrien
- Schalenvernetzung
- Morphing
- Definition und Aufbau umfangreicher Modelle
- Bearbeitung von Flächengeometrien
- Volumenvernetzung
- Automatische Erzeugung von Mittelflächen
- BatchMeshing

Hyperview:

Altair HyperView bietet eine komplette Visualisierungs- und Auswertungsumgebung für FE- und MKS-Simulationen, digitale Videos und Engineering-Daten. HyperView kombiniert und synchronisiert komplexe Animationen mit XY-Plotting-Funktionalitäten, und verbessert dadurch die Ergebnisvisualisierung.

Analyse und Optimierung

RADIOSS:

Altair RADIOSS ist ein impliziter und expliziter Finite-Elemente-Solver für lineare Statik und Dynamik sowie für komplexe nichtlineare transiente Dynamik und Mehrkörperdynamik. Diese Lösung bietet Simulationen in den Bereichen Lebensdauer, Steifigkeit, Crash & Safety, Blechumformsimulation und Fluid-Struktur-Interaktion.

4 FE-Modell

Das FE-Modell ist die Umsetzung einer realen Struktur in ein approximiertes, diskretes Modell. (Geometrie, Werkstoffeigenschaften, Rand- und Übergangsbedingungen, usw.). Ein FE-Modell ist ein Näherungsmodell, daher ist bei zu geringer Netzdichte der Spannungswert zu niedrig und steigt mit feinerer Netzdichte an. Dies ist von Bedeutung, da mit einer ungeeigneten Vernetzung zu niedrige (optimistische) Spannungen berechnet werden. Der Spannungsverlauf weist bei Kerben oft große Spannungsgradienten auf, daher muss an diesen Stellen lokal eine Netzverdichtung vorgenommen werden.

Verwendet man für die Verschiebung zu wenige Elemente mit linearer Funktion, sind die Spannungen innerhalb des Elements konstant, wodurch sich ein ungenauer Maximalwert und Verlauf der Spannungen ergibt. Darum wurden Elemente mit parabolischer Funktion für die Verschiebungen verwendet, um lineare Spannungsverteilungen innerhalb eines Elementes abzubilden, sodass der Verlauf, aber auch der Maximalwert der Spannungen, deutlich besser berechnet werden können.

Neben scharfen Kerben mit Kerbradius 0 treten Singularitäten auch an Lagerstellen auf. Bei einer Lagerung werden oft eine oder mehrere Bewegungsrichtungen gesperrt. Dadurch entsteht eine Lagerung mit unendlich hoher Steifigkeit, die an der Grenzfläche zu unendlich hohen Spannungen führen kann. Diese Bereiche sind nicht aussagekräftig für eine reale Spannungsbewertung.

Die Baugruppen Einlauf- und Abluftgehäuse wurden als Solidmodell in Ansys Workbench und als Schalenmodell in HyperMesh modelliert. Aufgrund der Geometrie war es nicht

möglich die Baugruppen in Ansys Workbench als Schalenmodell zu erzeugen. Alle Elemente sowohl in Ansys als auch in HyperMesh wurden als quadratische Elemente ausgeführt.

Der Prüfstand wurde unter der Berücksichtigung der Steifigkeiten der angrenzenden Bauteile in mehrere Baugruppen (Einzelmodelle) zerlegt, um den Rechenaufwand und damit die Rechenzeit der einzelnen FE-Modelle zu verringern. Des Weiteren wurde dabei berücksichtigt, welche Baugruppen am Fundament befestigt sind und wo in der Konstruktion Dehnspalte vorkommen.

4.1 Schalenmodell

Das Schalenmodell von Einlauf- und Abluftgehäuse wurde erstellt um, die Ergebnisse des Solidmodells in Kapitel 4.2 zu überprüfen. Da Einlauf- und Abluftgehäuse die größten Bauteile mit der kleinsten Blechdicke sind, wurden diese als Schalenmodell erstellt. Wie schon erwähnt, ist die Blechdicke im Vergleich zu den sonstigen Abmessungen sehr klein. Daher können hier gut Schalenelemente benützt werden, da ein annähernd ebener Spannungs- oder Dehnungszustand herrscht. Aufgrund der Komplexität der Bauteile wurde das Erzeugen des Schalenmodells in HyperMesh durchgeführt.

Zuerst wurde ein Mittelflächenmodell (Abbildung 4-1) als Basis für das Schalennetz erstellt.

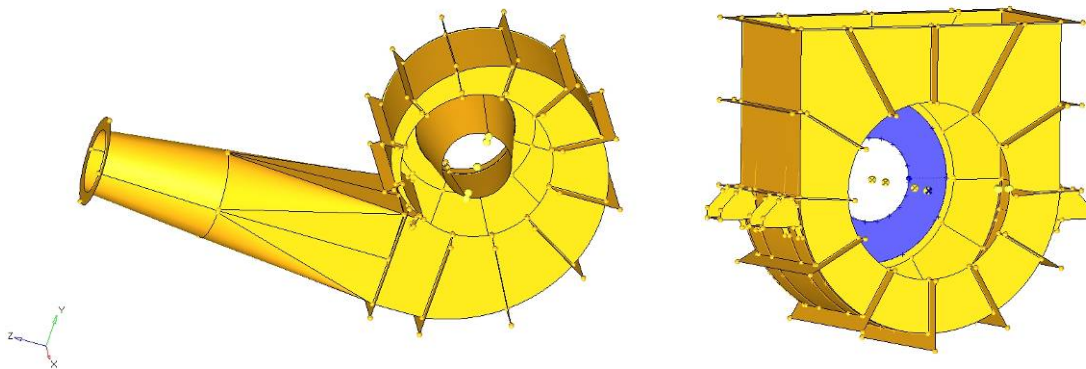


Abbildung 4-1 Mittelflächenmodell Einlaufgehäuse (links) Abluftgehäuse (rechts)

Bauteile wie z.B. der Flansch des Abluftgehäuses, die für Schalenelemente aufgrund ihrer Abmessungen ungeeignet sind, wurden mit Solidelementen modelliert und wie in Abbildung 4-2 gezeigt, miteinander verbunden. Am realen Bauteil ist die Versteifungsrippe mit dem Flansch verschweißt. Im Modell stehen die Schalenelemente an dieser Stelle ein bis zwei Elementdicken in das Solidbauteil hinein, um die gewünschte Kraft und vor allem Momentenübertragung zu gewährleisten.

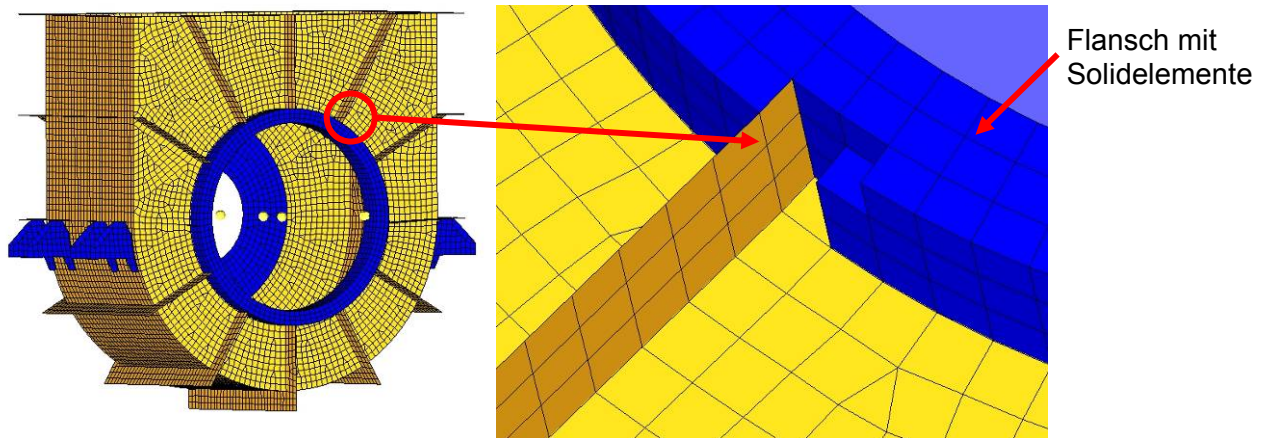


Abbildung 4-2 Shellmodell Abluftgehäuse mit Detail

4.2 Solidmodell

Einlaufgehäuse, Abluftgehäuse und alle anderen Baugruppen wurden als Solidmodelle ausgeführt, um die Temperaturdifferenz über die Blechdicke von 25°C an der Außenseite und 100°C an der Innenseite zu berücksichtigen. Da die Vernetzbarkeit aufgrund der komplexen Geometrie nur teilweise ein Hexaedernetz zugelassen hat, wurden manche Teile mit einem Tetraedernetz vernetzt. Da lineare Tetraederelemente aufgrund ihres steifen Verhaltens eher schlechte Ergebnisse liefern, wurde hier ein quadratischer Ansatz gewählt.

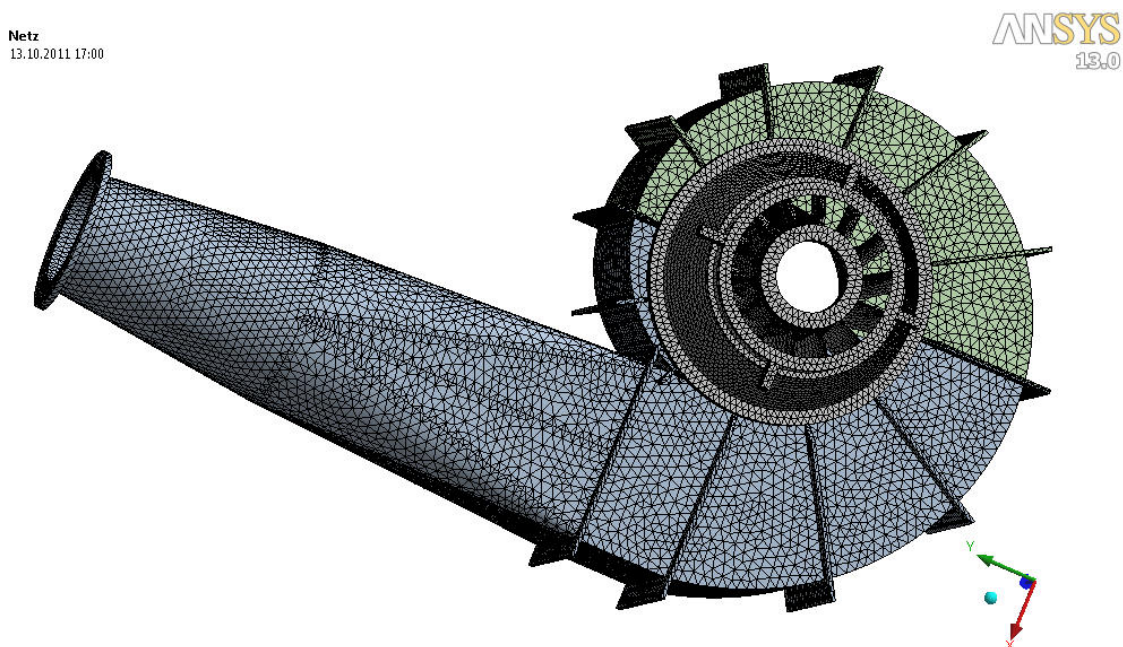


Abbildung 4-3 Tetraedernetz Einlaufgehäuse

In Abbildung 4-3 ist das Tetraedernetz des Einlaufgehäuses zu sehen. Das kleinste Element ist 4,2 mm groß und das Größte 24 mm. Die Anzahl der Knoten beträgt 246955 Stück und

die Anzahl der Elemente 124001 Stück. Daraus ergibt sich mit 3 Freiheitsgraden pro Knoten die Anzahl von 740865 zu lösenden Gleichungen.

Die Qualität der Netze wurde nach der Analyse beurteilt, indem in einem zweiten Analyseschritt das Netz global verfeinert wurde und darauf geachtet wurde, ob sich die Spannungen stark ändern. Änderten sich die Spannungen nur leicht, wurde wegen des Rechenaufwandes mit dem gröberen Modell weitergerechnet und lokal Netzverfeinerungen durchgeführt. Es wurde weiters geprüft, ob der Verlauf der Spannungen einen sehr zackigen Verlauf in der Spannungsdarstellung aufweist. In sehr zackigen Verläufen spiegelt sich der Verlauf der einzelnen finiten Elemente wider. Es wurde daher darauf geachtet, dass der Verlauf, wie in der Spannungsoptik, glatt und rund ist.

4.3 Einspannbedingungen

Einlaufgehäuse

Es wird versucht, die reale Lagerung des Einlaufgehäuses mit den in Tabelle 4-1 angeführten Randbedingungen bestmöglich nachzubilden. Die reale Lagerung an der Stelle C in Abbildung 4-4 weist eine Passfeder auf, um die axiale Fixierung in Richtung der z-Achse zu gewährleisten. Deshalb wurde im Modell an der Stelle C der Freiheitsgrad in z-Richtung gesperrt.

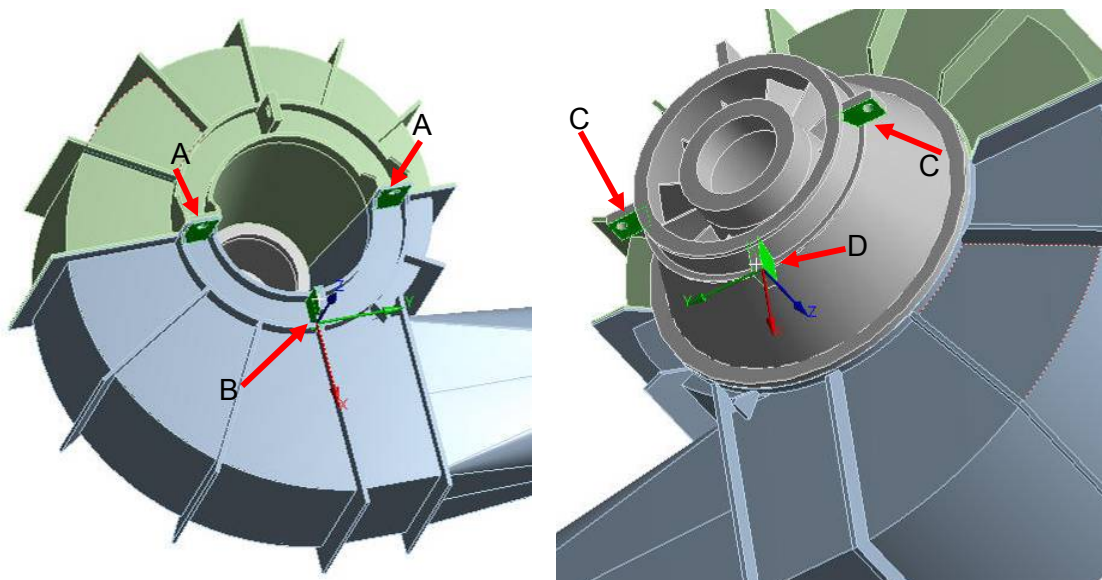


Abbildung 4-4 Lagerung Einlaufgehäuse

An den grünen Flächen in Abbildung 4-4 wurden Randbedingungen aufgebracht. Die Freiheitsgrade in x-Richtung an den Stellen A und D wurden gesperrt, da sich das Einlaufgehäuse unter realen Bedingungen niemals von den Auflageflächen am Fundament abheben darf. Dies ist in der realen Lagersituation mit einer Schraube, welche 0,1 mm Spiel

zwischen Schraubenkopf und Lagerpratze des Gehäuses aufweist (siehe Kapitel 1.1.1) bewerkstelligt. Die Fixierung in y-Richtung übernimmt die Stelle B und D. In der realen Konstruktion werden die vertikalen grünen Flächen an den Stellen B und D in einer Nut in y-Richtung fixiert, daher ist im FE-Modell an diesen Stellen die y-Richtung gesperrt.

Tabelle 4-1 Freiheitsgrade der Lagerstellen

Lagerstelle	gesperrt	frei
A	x	y, z
B	y	x, z
C	x, z	y
D	y	x, z

Tabelle 4-1 zeigt eine Zusammenfassung der eben beschriebenen Freiheitsgrade bezogen auf die jeweilige Lagerstelle. Detaillierte Ansichten der Lagerstellen sind in Kapitel 1.1.1 zu finden.

Turbinenrig

Das Turbinenrig ist ein sehr massives Bauteil im Vergleich zu den anderen Baugruppen. Die grünen Flächen in Abbildung 4-5 befinden sich auf der einströmenden Seite des Turbinenrigs. Sie zeigen den Flansch zum Deswirler.

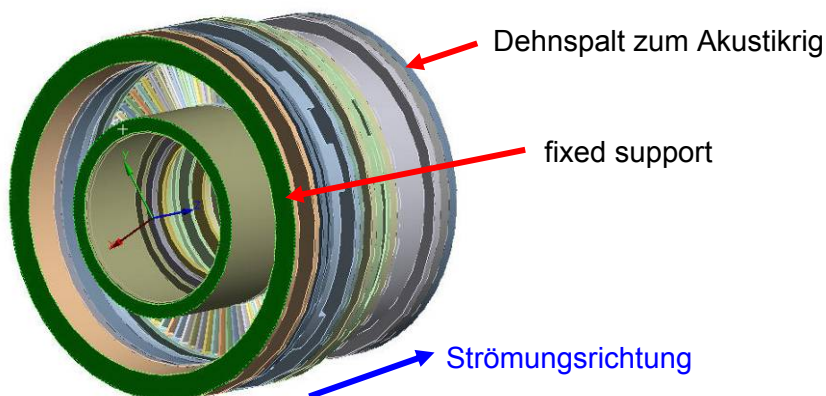


Abbildung 4-5 Lagerung Turbinenrig

Das Turbinenrig ist am Flansch des Deswirlers durch eine sehr hohe Anzahl von Schrauben befestigt. Daher wurde die Annahme getroffen, dass keine radiale Bewegung möglich ist. Auch ein Klaffen zwischen den Schrauben ist durch die große Anzahl der verbauten Schrauben eher unwahrscheinlich. Aus den hier beschriebenen Einschränkungen der Bewegungsfreiheit an den grünen Flächen in Abbildung 4-5, beschreibt ein fixed support an dieser Stelle die realen Einspannbedingungen am besten.

Die Wärmedehnung wird bei dieser Art der Lagerung (fixed support) im FE-Modell auch sehr gut berücksichtigt. Der Flansch des Deswirlers ist durch eine Passfeder gegen axiale Verschiebung in Richtung der z-Achse gesichert. Durch einen Dehnspalt zwischen Turbinenrig und Akustikrig kann sich das Turbinenrig ungehindert in die positive z-Achse (Abbildung 4-5) dehnen.

Akustikrig

Das Akustikrig ist in der Realität am Flansch zum Abluftgehäuse (grünen Fläche in Abbildung 4-6 Lagerung Akustikrig) mit einer Vielzahl an Schrauben mit dem Abluftgehäuse verbunden. Wegen der hohen Anzahl an Schrauben ist keine radiale Bewegung möglich. Auch ein Klaffen zwischen den Schrauben wurde wegen ihrer Anzahl ausgeschlossen. Ein fixed support beschreibt diese eben erklärten Randbedingungen aus der Realität sehr gut.

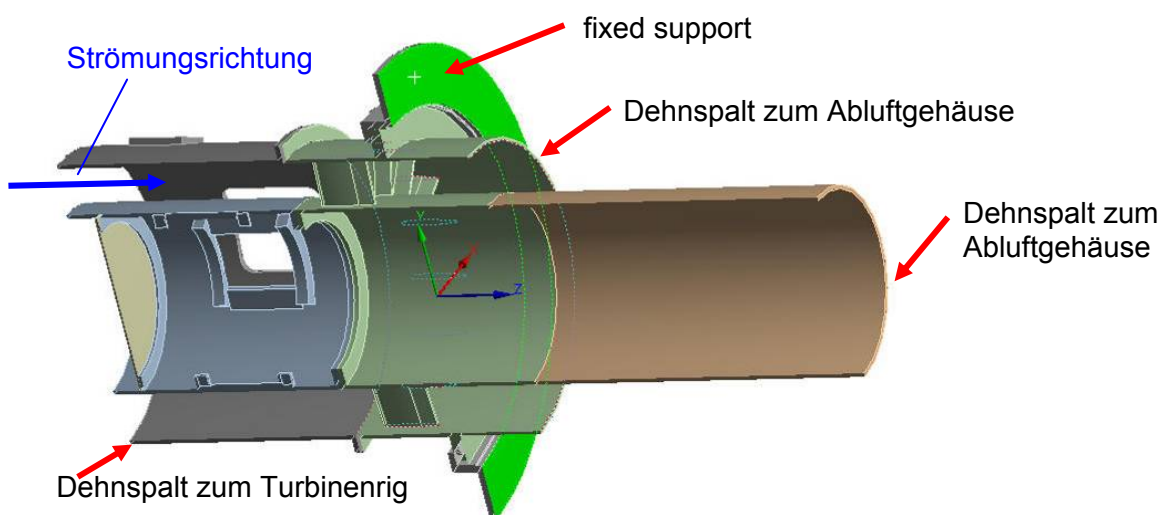


Abbildung 4-6 Lagerung Akustikrig

Die Wärmedehnung in z-Richtung wird bei dieser Art der Lagerung auch gut berücksichtigt. Wenn das Akustikrig an der grünen Fläche in Abbildung 4-6 fix eingespannt ist, kann es sich aufgrund der Konstruktion nach beiden Seiten dehnen. Auf der linken Seite befindet sich der Dehnspalt zum Turbinenrig und auf der rechten Seite gibt es Dehnspalte zum Abluftgehäuse.

Abluftgehäuse

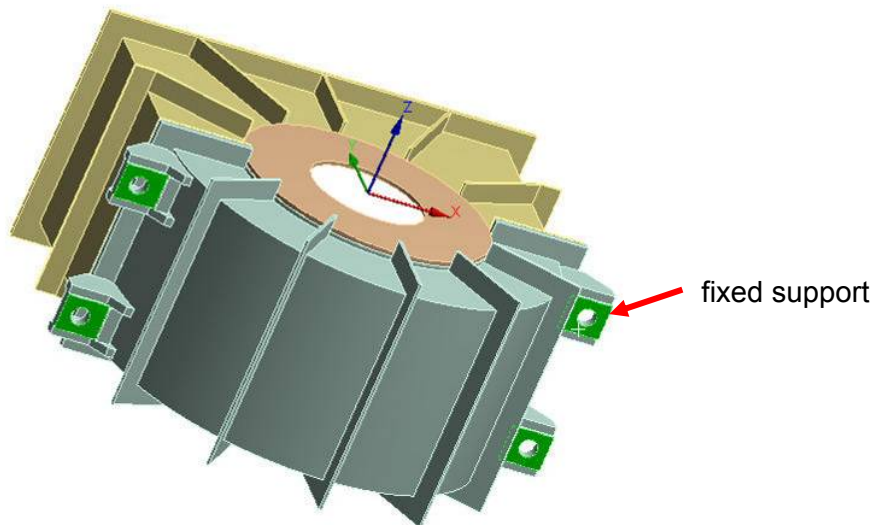


Abbildung 4-7 Lagerung Abluftgehäuse

In der Realität liegt das Abluftgehäuse an den vier grünen Flächen am Fundament auf und wird präzise eingerichtet, um das Akustikrig zu führen. Die Pratzen des Abluftgehäuses sind mit dem Fundament verschraubt, es gibt kein Spiel zwischen Schraubenkopf und Pratze wie beim Einlaufgehäuse. Daher ist eine Verschiebung weder in der horizontalen noch in der vertikalen Ebene möglich. Diese Einschränkungen der Bewegungsfreiheit aus der realen Konstruktion werden mit einem fixed support im FE-Modell gut abgebildet.

5 Darstellung der Ergebnisse und Diskussion

5.1 Belastungen

Erläuterung der Abbildungsbeschriftung in diesem Kapitel:

- $p \rightarrow$ Innendruck von **2 bar (Überdruck)** im Strömungskanal und **1,3 bar (Überdruck)** im Abluftgehäuse; Die hier angegebenen Drücke wurden für den Festigkeitsnachweis und die Ermittlung der Kräfte infolge von Ein- und Austrittsimpuls verwendet.
- $T \rightarrow$ Temperatur von **100°C** im Strömungskanal und **25°C** an der Umgebung
- Rotorschub von **5000 N** auf den inneren Flansch zwischen Deswirler und Turbinenring
- Eintrittsimpuls am Einlaufgehäuse aufgrund des Massenstromes von $\dot{m} = 15 \text{ kg/s}$ (siehe Abbildung 5-1)
- Austrittsimpuls am Akustikrig des Massenstromes von $\dot{m} = 15 \text{ kg/s}$ (siehe Abbildung 5-1)

Der Eintritts- und der Austrittsimpuls müssen berücksichtigt werden, da die aus den Impulsen resultierenden Kräfte von den Gehäuselagerungen aufgenommen werden müssen. Die Ermittlung dieser Kräfte wird hier nachfolgend durchgeführt.

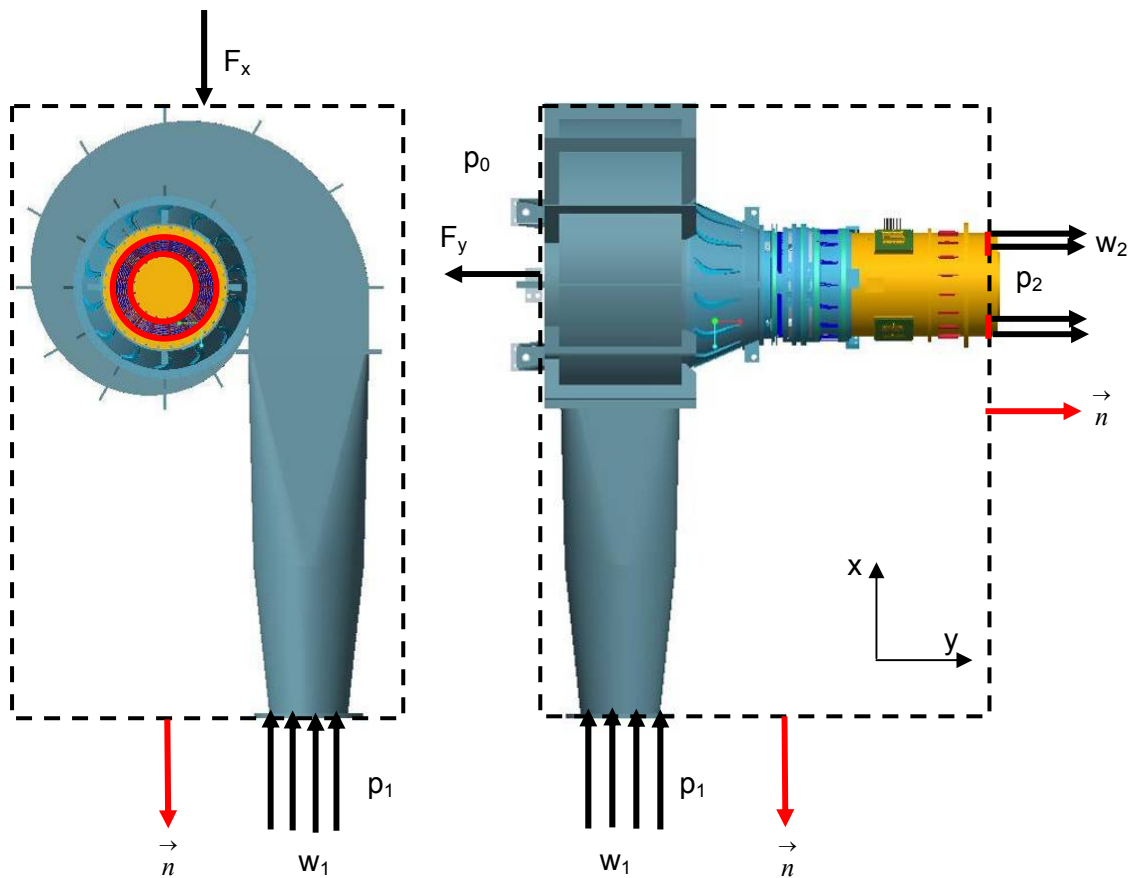


Abbildung 5-1 Systemgrenze Ein- und Austrittsimpuls

Die Abbildung 5-1 zeigt die gewählte Systemgrenze (strichlierte Linie), Eintrittsgeschwindigkeit w_1 , Austrittsgeschwindigkeit w_2 und die herrschenden Drücke p_1 , p_2 , p_0 an den verschiedenen Stellen des Systems. Alle eingezeichneten Größen werden für die Aufstellung des Impulssatzes benötigt.

Tabelle 5-1 Impuls

Eintrittsfläche	0,096 m ²
Austrittsfläche (Kreisringfläche)	0,098 m ²
Massenstrom	15 kg/s
Druck am Eintritt p_1	2 bar
Druck am Austritt p_2	1,3 bar
Umgebungsdruck p_0	0 bar
Kraft F_x	20310 N
Kraft F_y	13834 N

Die aus dem Eintrittsimpuls resultierende Kraft F_x und aus dem Austrittsimpuls resultierende Kraft F_y sind in Tabelle 5-1 angeführt. Diese Kräfte, welche zum einen auf den

Eintrittsflansch des Einlaufgehäuses weitergegeben werden und zum anderen auf den Austritt des Akustikkrigs wirken, wurden mit Hilfe des Impulssatzes wie in Kapitel 2.5 beschrieben ermittelt.

5.2 Ergebnisse der Spannungsanalyse

Nach der Durchführung einer Vergleichsspannungsanalyse nach von Mises (genauere Erläuterungen zu Anstrengungshypothesen siehe Kapitel 2.1) mit Ansys und HyperMesh ergeben sich die nachfolgenden Ergebnisse.

5.2.1 Baugruppe Einlaufgehäuse Deswirler

Die Abbildung 5-2 und Abbildung 5-5 zeigen die Spannungen aufgrund des Innendruckes von 2 bar. In Abbildung 5-2 ist zu sehen, dass die Spannung in den Bereichen der steiferen Kanten $\sigma_1=78$ MPa und des Einlaufbereiches σ_2 zunimmt. Das Einlaufrohr ist im vorderen Teil weitgehend niedrig belastet. Die steifen Rippen tragen ebenfalls zur Erhöhung der Spannungen bei. Da das Einlaufgehäuse eine geringe Blechdicke im Verhältnis zu seiner Größe aufweist wurde zusätzlich ein Schalenmodell erstellt um zu gewährleisten, dass die Netzqualität des Einlaufgehäuses ausreichend ist. Die Abbildung 5-3 und Abbildung 5-5 zeigen Ergebnisse des Solidmodells, die mit Ansys ermittelt wurden und sich mit den Ergebnissen aus HyperMesh, siehe Abbildung 5-2, gut decken. Aus diesem Ergebnis ist ersichtlich, dass die Netzqualität des Solidmodells ausreicht.

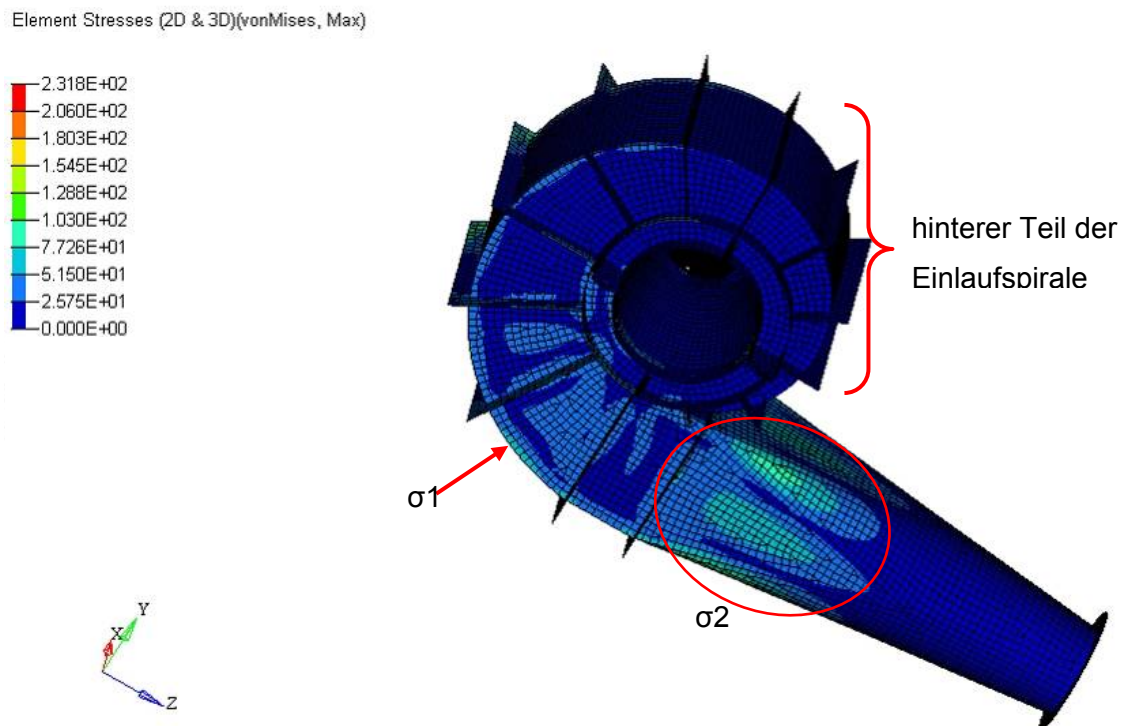


Abbildung 5-2 Vergleichsspannung Einlaufgehäuse (p), Schalenmodell

Im hinteren Teil der Einlaufspirale (siehe Abbildung 5-2) nimmt die Spannung ab, da die Fläche zwischen den Rippen kleiner wird und damit auch die Kraft kleiner wird. Somit nimmt in weiterer Folge auch die Spannung ab.

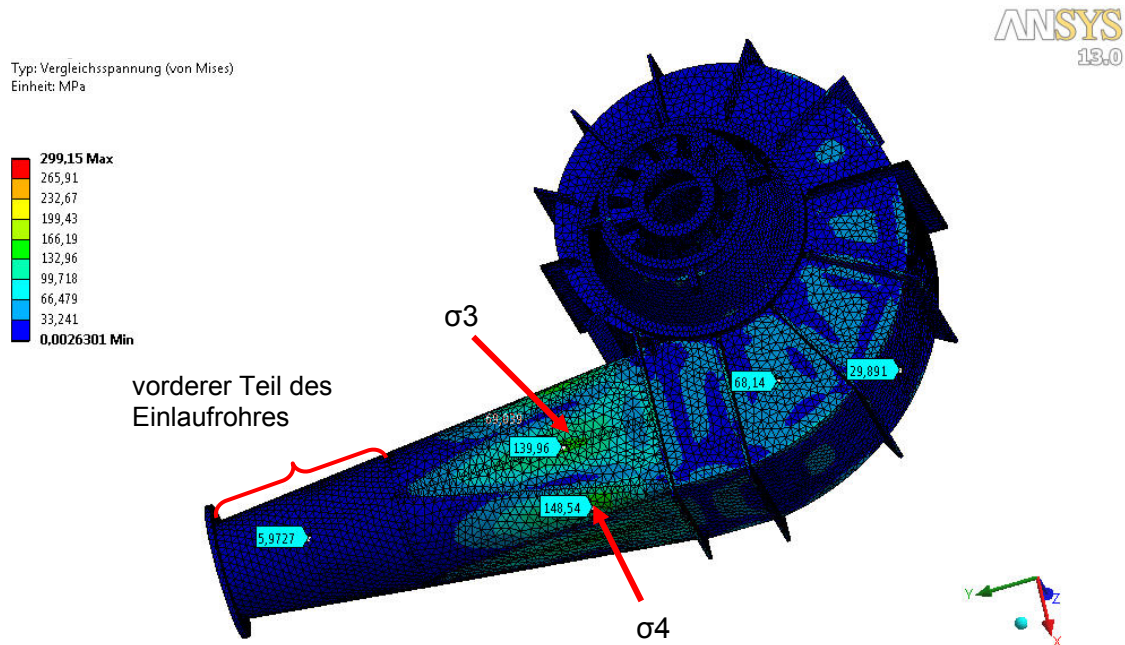


Abbildung 5-3 Vergleichsspannung Einlaufgehäuse (p), Solidmodell

Wie schon erwähnt, ist der vordere Teil des Einlaufgehäuses mit ca. 6 MPa sehr niedrig belastet. Dies könnte darauf zurückzuführen sein, dass der vordere Teil des Einlaufrohres einen exakten Kreisquerschnitt aufweist. Der hintere Teil des Einlaufrohres ist aus mehreren Blechteilen gefertigt und hat daher unterschiedliche Radien, was zu unterschiedlich großen Flächen und Steifigkeiten führt. Daher treten höhere Spannungen $\sigma_3=140$ MPa und $\sigma_4=149$ MPa in diesem Bereich auf.

Analytische Überprüfung:

Der vordere Teil des Einlaufrohres wurde mit Hilfe der Kesselformel (Formel 2-23), wie in Kapitel 2.2 beschrieben, nachgerechnet. Wie schon erwähnt, beträgt die mit Ansys ermittelte von Mises-Vergleichsspannung in diesem Bereich **5,97 MPa**. Dieser Wert stimmt gut mit dem Wert der analytischen Rechnung von **6 MPa** überein. Aufgrund der Belastung wurde ein zweidimensionaler Spannungszustand für die analytische Berechnung angenommen, einmal die Spannung in Umfangsrichtung aufgrund des Druckes und eine Spannung in axialer Richtung aufgrund der Impulskraft am Flansch des Einlaufrohres. Die FE-Ergebnisse liefern somit vertrauenswürdige Werte.

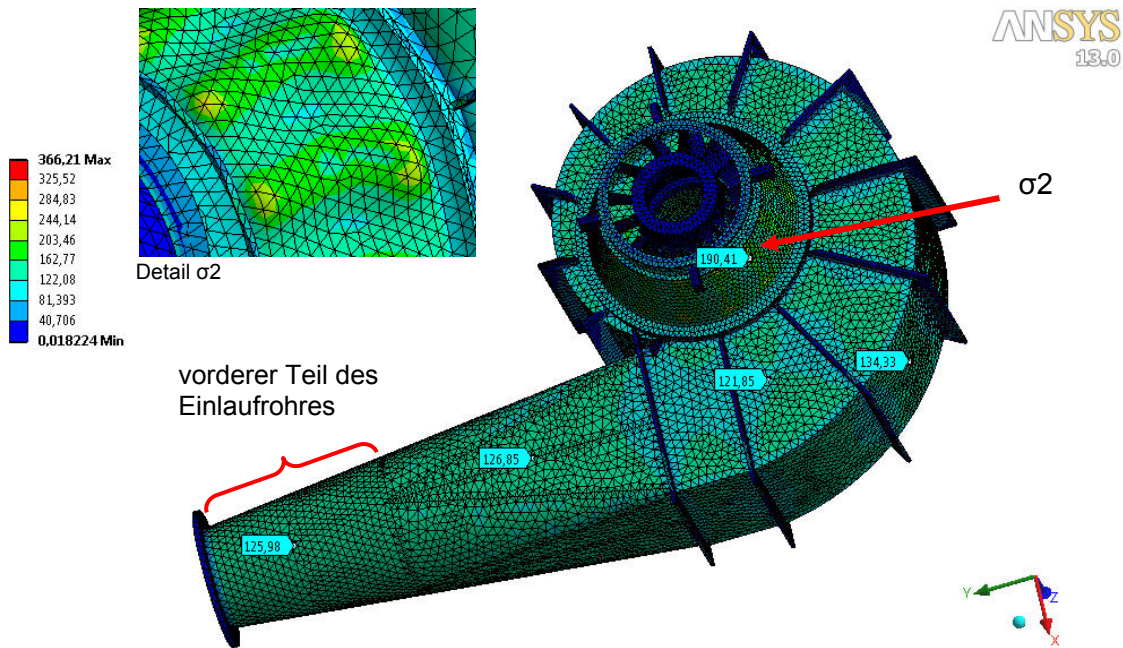


Abbildung 5-4 Vergleichsspannung Einlaufgehäuse (T), Solidmodell

Der direkte Vergleich der Spannungen aufgrund des Druckes und des Temperaturunterschiedes zeigt, dass die Spannungen im vorderen Teil des Einlaufgehäuses von 5,97 MPa durch reine Druckbelastung auf 125 MPa durch reine Temperaturbelastung ansteigt. Auch die Spannung σ_2 am Außenring des Deswirlers steigt von ca. 10 MPa durch reine Druckbelastung, auf ca. 190 MPa durch den Temperaturunterschied an. Für das gesamte Einlaufgehäuse ist zu erkennen, dass die höheren Vergleichsspannungen durch den Temperaturunterschied hervorgerufen werden und nicht durch den Druck. In der Detailansicht, welche 500-fach überzeichnet dargestellt ist, kann man erkennen, dass sich die Schaufeln bei Erwärmung schneller dehnen als der Außenring des Deswirlers. Die extrem hohen Spannungen von 366 MPa sind auf Singularitäten zurückzuführen. Die Schaufeln wurden aufgrund der sehr schlechten Geometrie stark vereinfacht und weisen in Wirklichkeit nicht so scharfe Kanten auf.

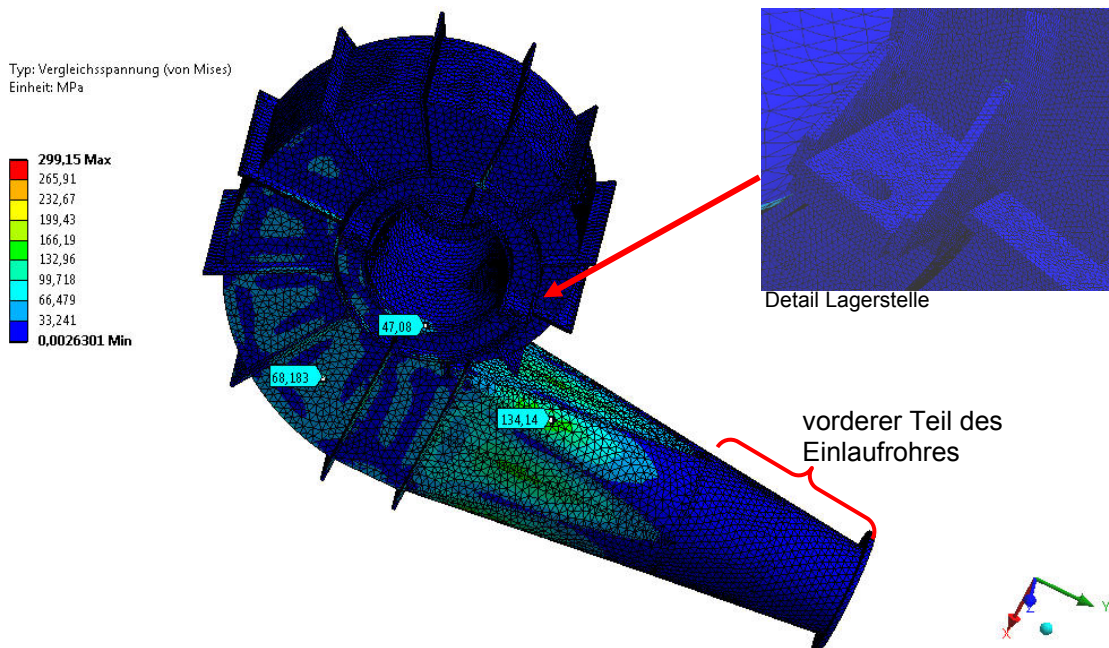


Abbildung 5-5 Vergleichsspannung Einlaufgehäuse (p), Solidmodell

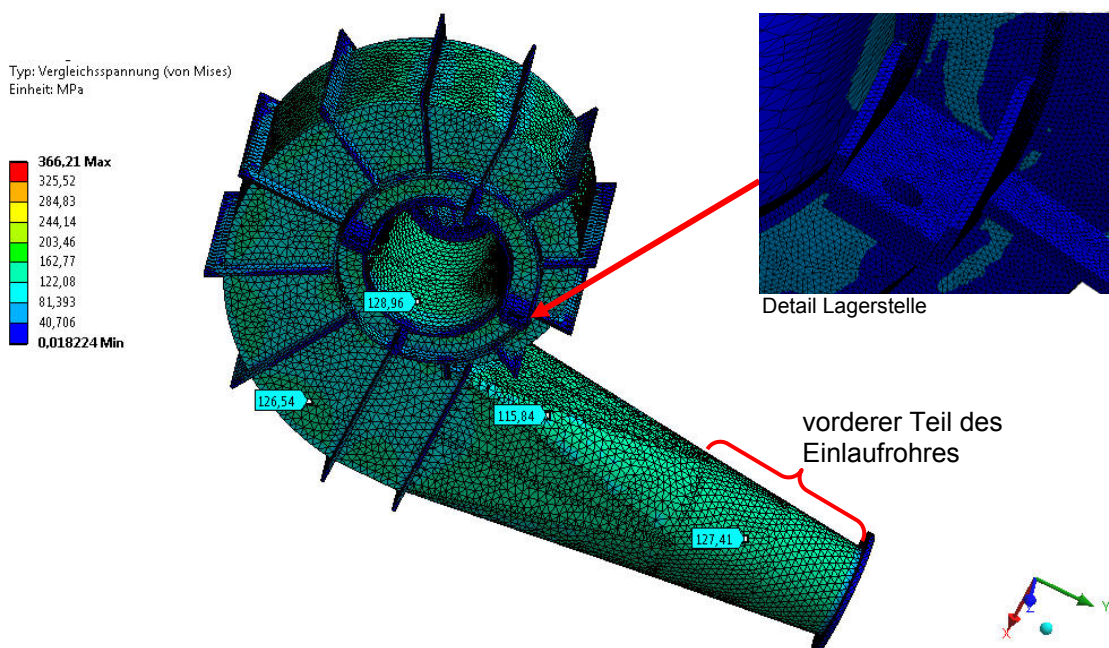


Abbildung 5-6 Vergleichsspannung Einlaufgehäuse (T), Solidmodell

Die Spannungen in den Abbildung 5-5 und Abbildung 5-6 haben im Bereich der Lagerstellen des Einlaufgehäuses (siehe auch Detail Lagerstelle) aufgrund der konstruktiven Ausführung (siehe Kapitel 1.1.1) bei Belastung mit Druck und bei Belastung mit der Temperaturdifferenz kleine Spannungswerte. Die Spannung in diesen Bereich erreicht bei Druckbelastung ca. einen Wert von 25 MPa und bei reiner Temperaturbelastung einen Wert von ca. 85 MPa. Vergleicht man direkt die Abbildung 5-5 und Abbildung 5-6 so ist, wie schon erwähnt, der

große Unterschied der auftretenden Spannungen (reine Druckbelastung ungefähr 6 MPa und reine Temperaturbelastung 127 MPa) im vorderen Teil des Einlaufrohres zu sehen.

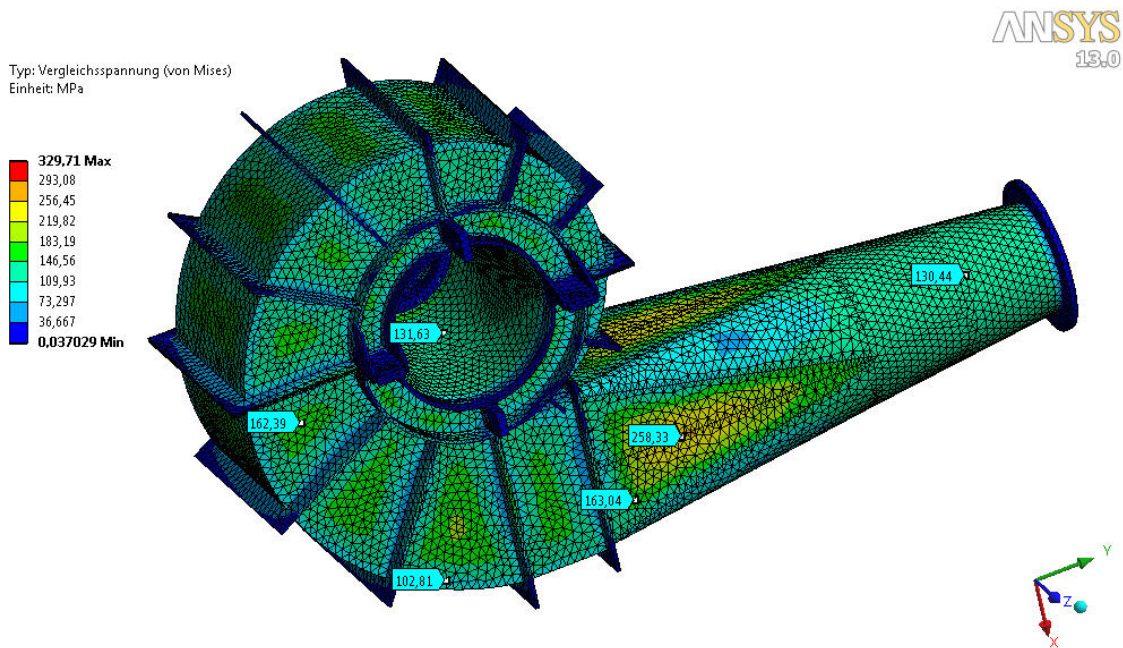


Abbildung 5-7 Vergleichsspannung Einlaufgehäuse (p, T)

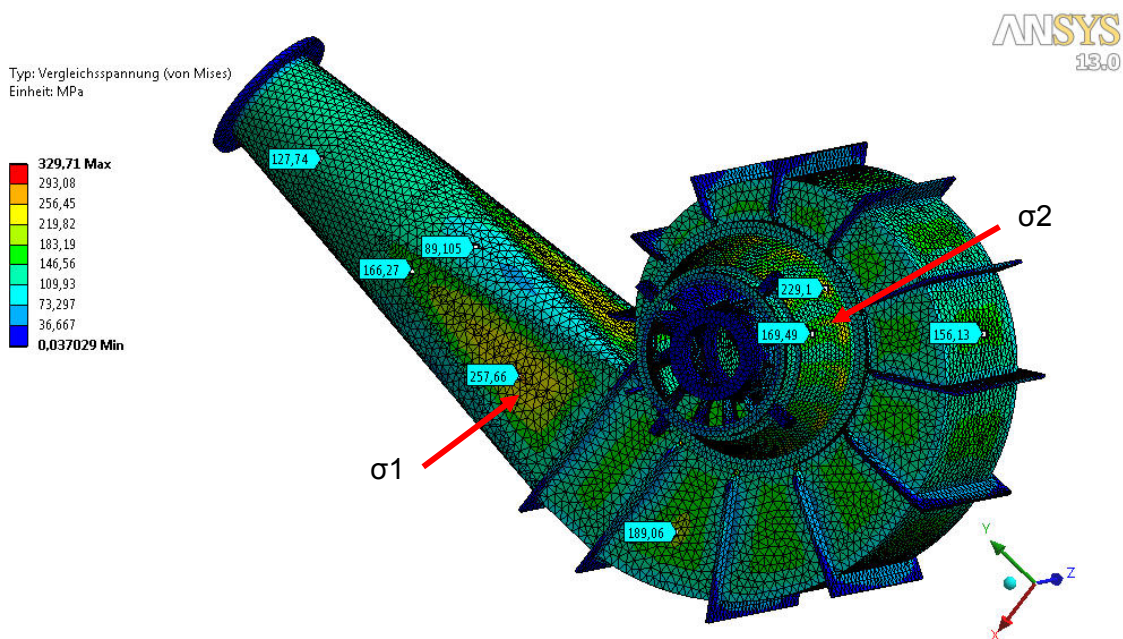


Abbildung 5-8 Vergleichsspannung Einlaufgehäuse (p,T)

Die Abbildung 5-7 und Abbildung 5-8 zeigen die auftretenden Spannungen aufgrund von Druck und Temperatur wie in Kapitel 5.1 beschrieben. Durch die Überlagerung der beiden Belastungen steigen die Spannungen (z.B. $\sigma_1=258$ MPa) in manchen Bereichen stark an. σ_1 ist der höchste Wert, da die Spannungen der einzelnen Belastungen (durch Druck $\sigma_1=140$

MPa und durch die Temperatur ($\sigma_1 = 127 \text{ MPa}$) schon sehr hoch sind. Im Bereich der Außenhülle des Deswirlers ($\sigma_2 = 190 \text{ MPa}$) kommt es durch die Überlagerung zu keiner großen Erhöhung der Spannung, da die Spannung hauptsächlich durch die unterschiedliche Wärmedehnung von Schaufel und Außenring des Deswirlers zustande kommt. Der Deswirler ist sehr massiv ausgeführt, dadurch ruft die reine Druckbelastung keine hohen Spannungen hervor. Weiters treten am realen Bauteil an dieser Stelle keine so scharfen Radien zwischen Schaufel und Deswirler-Außenring wie im FE-Modell auf.

Bewertung

Für den Vergleich mit dem Werkstoffkennwert (Streckgrenze für St52, $R_e = 355 \text{ MPa}$) wird die Spannung $\sigma_1 = 258 \text{ MPa}$ aus der Abbildung 5-8 herangezogen. Diese Spannung ergibt sich aufgrund der Überlagerung von Druck- und Temperaturbelastung. Sie stellt den höchsten plausiblen Wert in dieser Baugruppe dar. Die auftretenden Spannungen liegen unter der Streckgrenze des Werkstoffes. Die *Sicherheit* $= R_e / \sigma_1$ gegen Fließen beträgt **1,38** und ist somit ausreichend.

5.2.2 Baugruppe Turbinenrig

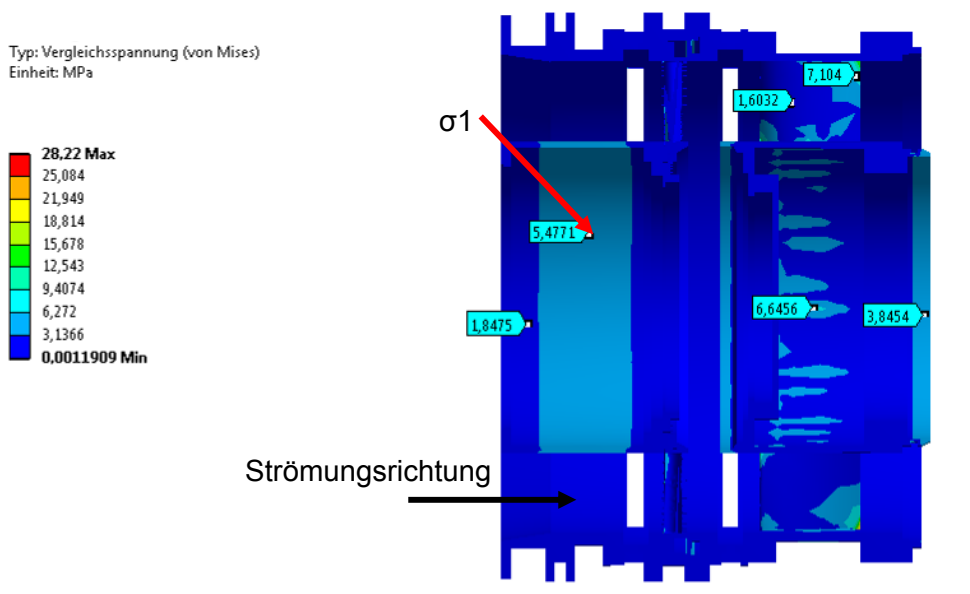


Abbildung 5-9 Spannung Turbinenrig (p)

Das Turbinenrig ist sehr massiv ausgeführt, da es den Rotor beherbergt. Aufgrund der dadurch hohen Bauteildicken sind die Spannungen von ca. 7 MPa in Abbildung 5-9 aufgrund des Druckes fast vernachlässigbar gering.

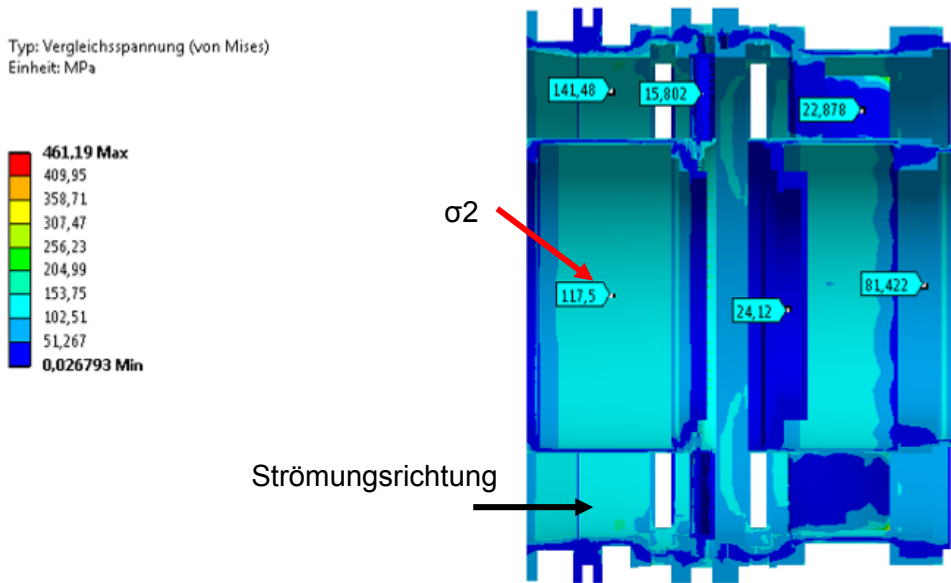


Abbildung 5-10 Spannung Turbinenrig (T)

Der direkte Vergleich von Abbildung 5-9 mit Abbildung 5-10 macht ersichtlich, wie groß der Unterschied der Spannungen ist, die durch Druck oder Temperaturunterschied hervorgerufen werden. So herrscht aufgrund des Druckes eine Spannung von $\sigma_1=5,5$ MPa und an derselben Stelle eine Spannung von $\sigma_2=118$ MPa durch die Belastung aufgrund der Temperatur.

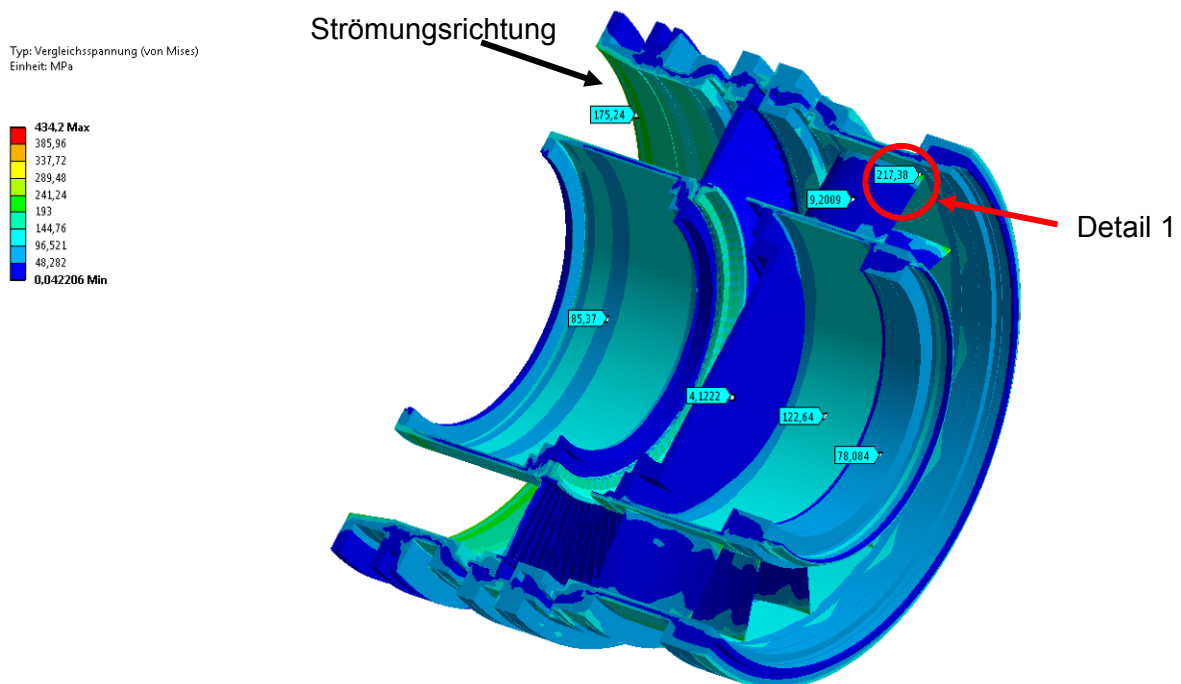


Abbildung 5-11 Spannung Turbinenrig (p,T)

Die Spannungen in Abbildung 5-11 sind im Bereich der Schaufeln (Detail 1) am größten. Diese Stelle am Außenring des Turbinenrings wird in der folgenden Abbildung genauer untersucht. Zu diesem Zweck wurde das Netz an dieser Stelle stark verfeinert (Elementgröße 1 mm).

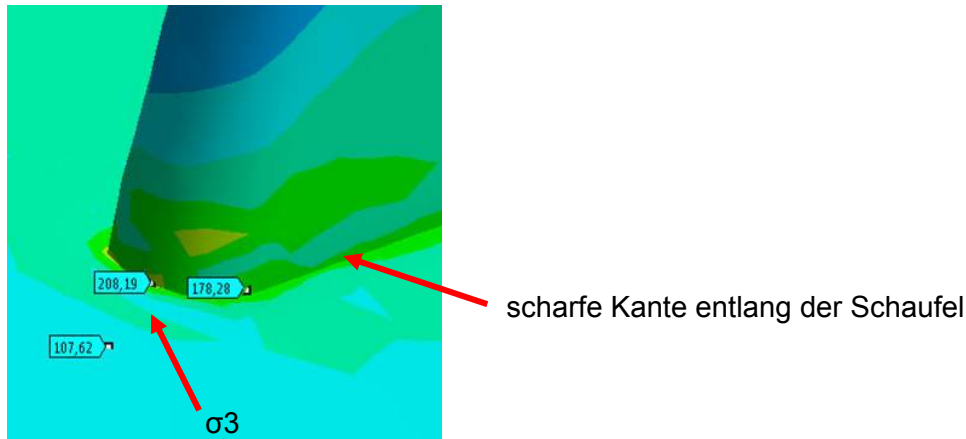


Abbildung 5-12 Detailansicht von Turbinenrig (Detail 1), Vergleichsspannung in MPa

Die Rippe drückt aufgrund ihrer Wärmedehnung in radialer Richtung auf den Außenring des Turbinenrings. Dadurch entstehen hohe Vergleichsspannungswerte von ca. 208 MPa, wie in der Abbildung 5-12 zu sehen ist. Die Schaufeln sind nicht mit dem Innen- und Außenring verschweißt, sondern von außen in radialer Richtung verschraubt. Dies hat den Zweck, verschiedene Schaufeln mit unterschiedlichen Strömungsprofilen einsetzen zu können. Es handelt sich bei dieser Spannung nicht um eine Singularität, da die Kanten der Schaufeln sehr scharf und nicht abgerundet sind.

Bewertung

Für den Vergleich mit dem Werkstoffkennwert (Streckgrenze für St52, $R_e=355$ MPa) wird die Spannung $\sigma_3=208$ MPa aus der Abbildung 5-12 herangezogen. Diese Spannung ergibt sich aufgrund der Überlagerung von Druck- und Temperaturbelastung. Sie stellt den höchsten plausiblen Wert in dieser Baugruppe dar. Die auftretenden Spannungen liegen unter der Streckgrenze des Werkstoffes. Die *Sicherheit* $= R_e / \sigma_3$ gegen Fließen beträgt **1,71** und ist somit ausreichend.

5.2.3 Baugruppe Akustikrig

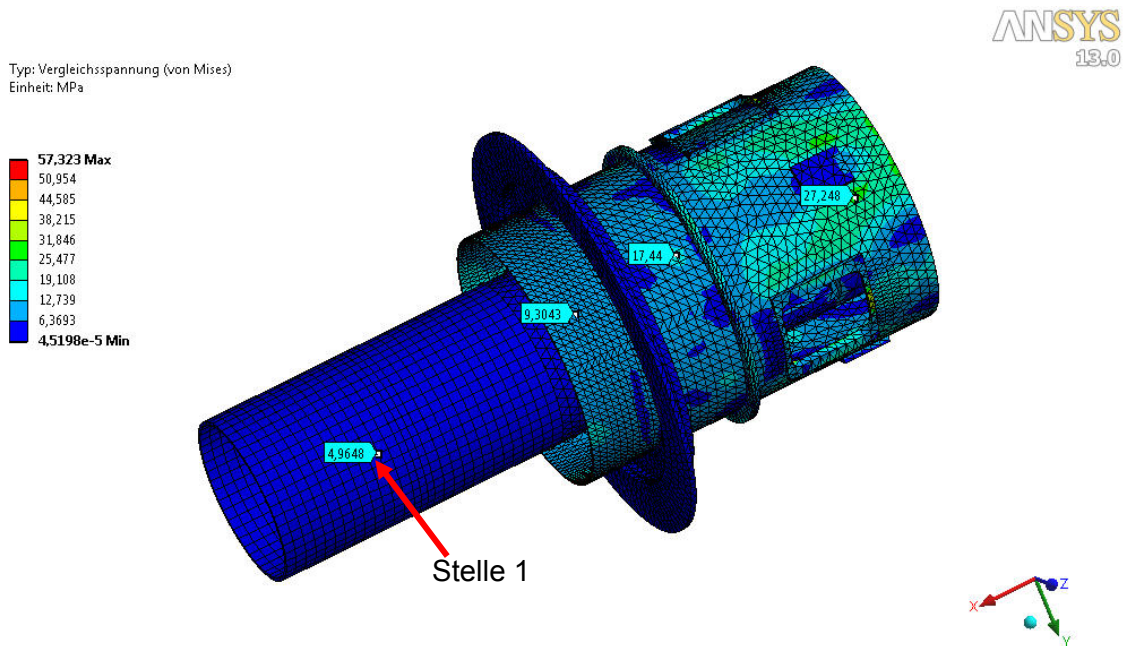


Abbildung 5-13 Vergleichsspannung Akustikrig (p)

Die ausgewerteten Spannungen in Abbildung 5-13 ergeben sich aufgrund der Belastung mit dem Innendruck von 2 bar. Es ist zu erkennen, dass die Vergleichsspannungen relativ niedrig sind, weshalb sie auch nicht näher diskutiert werden.

Analytische Überprüfung:

Die Stelle 1 in Abbildung 5-13 wurde mit Hilfe der Kesselformel (Formel 2-23), wie in Kapitel 2.2 beschrieben, nachgerechnet. Die mit Ansys ermittelte von Mises-Vergleichsspannung an dieser Stelle beträgt **4,96 MPa**. Dieser Wert stimmt gut mit dem Wert der analytischen Rechnung von **5 MPa** überein. Aufgrund der Belastung des Druckes wurde ein eindimensionaler Spannungszustand für die analytische Berechnung angenommen. Es ist in diesem Fall keine Belastung vorhanden, welche eine axiale Spannung hervorruft. Die FE-Ergebnisse liefern somit vertrauenswürdige Werte.

Der direkte Vergleich von Abbildung 5-13 mit reiner Druckbelastung und Abbildung 5-14 mit reiner Temperaturbelastung zeigt, dass der Temperaturunterschied über die Blechdicke die höheren Spannungen im Bauteil verursacht. Vergleicht man z.B. die Stelle 1 so tritt durch die Temperaturbelastung eine Spannung von 126 MPa auf und durch die Druckbelastung nur eine Spannung von 4,96 MPa.

Typ: Vergleichsspannung (von Mises)
Einheit: MPa

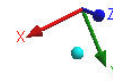
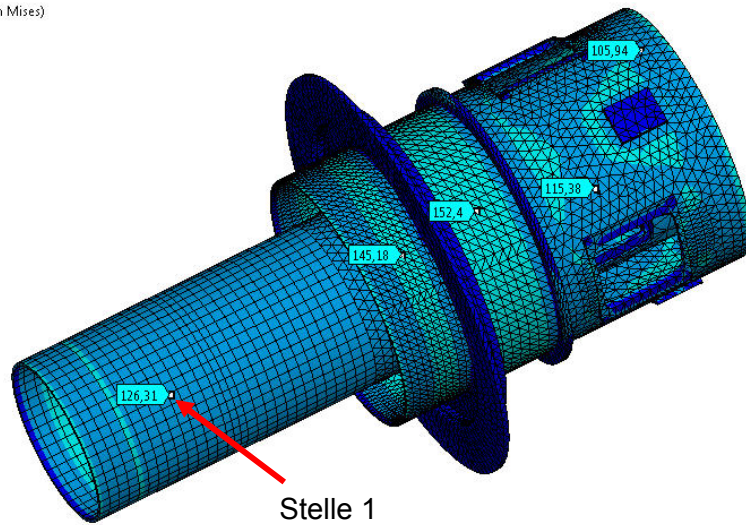
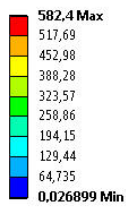


Abbildung 5-14 Vergleichsspannung Akustikrig (T)

Typ: Vergleichsspannung (von Mises)
Einheit: MPa

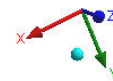
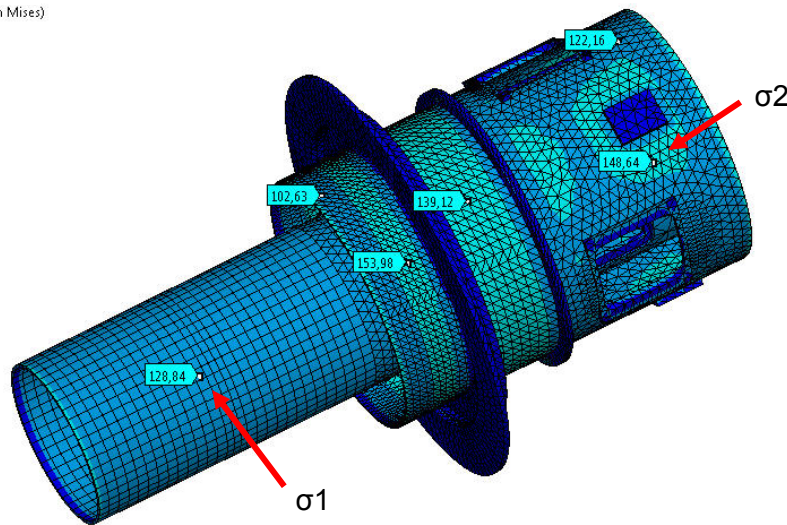
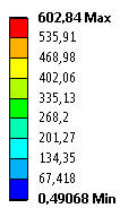


Abbildung 5-15 Vergleichsspannung Akustikrig (p, T)

Abbildung 5-15 zeigt die Überlagerung der Spannungen aufgrund des Temperaturgradienten und des herrschenden Druckes. Die Spannungen bewegen sich zwischen $\sigma_1=128$ MPa und $\sigma_2=149$ MPa, was weit unter der Streckgrenze liegt.

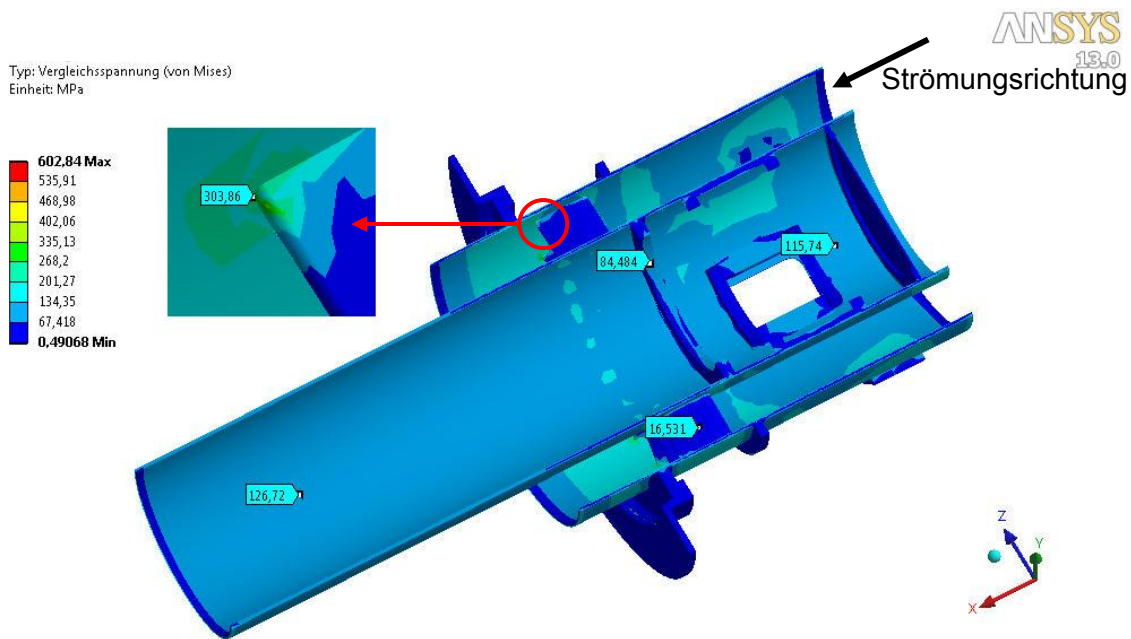


Abbildung 5-16 Vergleichsspannung Schnitt durch Akustikrig (p,T)

Abbildung 5-16 zeigt die Stelle am Akustikrig, wo die maximale Spannung auftritt. Diese kommt zustande, da sich die Schaufeln in radialer Richtung mehr dehnen als die Außenhülle des Akustikrigs. Des Weiteren handelt es sich hierbei nicht um eine Singularität, da die Kanten der Schaufeln auch in der realen Konstruktion sehr scharf sind. Die Schaufeln sind nicht mit dem Außenring des Akustikrigs verschweißt, sondern werden in radialer Richtung von außen verschraubt. Um diese Stelle genauer zu untersuchen, wurde eine lokale Netzverfeinerung durchgeführt.

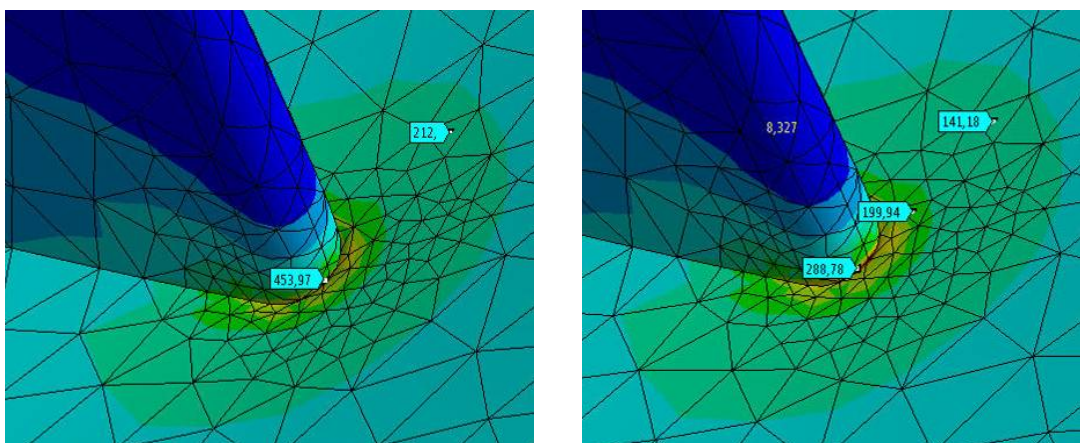


Abbildung 5-17 Detail Vergleichsspannung Akustikrig, 25°C Außentemperatur (links) und 50°C Außentemperatur (rechts), MPa

Wird die Temperatur der Außenhülle in Abbildung 5-17 nicht mit 25°C sondern mit 50°C angenommen, sinken die Spannungen rasch ab, da sich die Außenhülle in radialer Richtung mehr dehnt. Daraus folgt, dass die Außentemperatur großen Einfluss auf die Spannungen

beim Anfahren hat. Wichtig ist, dass sich die Teile gleichmäßig schnell erwärmen, was durch einen längeren Anfahrvorgang erreicht werden könnte.

Es treten große radiale Verschiebungen in den Schaufeln auf, welche große Spannungen zur Folge haben. Um dies zu verhindern, könnte man an dieser Stelle einen kleinen Dehnspalt zwischen Schaufeln und der Außenhülle des Akustikrigs vorsehen. Diese konstruktive Änderung wäre einfach durchzuführen, da die Schaufeln mit der Außenhülle verschraubt sind. Allerdings sprechen die aerodynamischen und akustischen Randbedingungen dagegen. Jeder Spalt erzeugt durch Umströmung zusätzliche aerodynamische Verluste und Wirbel, die auch wieder zusätzliche Töne für die akustische Messung bedeuten.

Bewertung

Für den Vergleich mit dem Werkstoffkennwert (Streckgrenze für St52, $R_e=355$ MPa) wird die Spannung $\sigma_2=149$ MPa aus der Abbildung 5-15 herangezogen. Diese Spannung ergibt sich aufgrund der Überlagerung von Druck- und Temperaturbelastung. Sie stellt den höchsten plausiblen Wert in dieser Baugruppe dar. Die auftretenden Spannungen liegen unter der Streckgrenze des Werkstoffes. Die *Sicherheit* $= R_e / \sigma_2$ gegen Fließen beträgt **2,38** und ist somit ausreichend. Jedoch hat die Spannung in Abbildung 5-17 einen sehr viel höheren Wert von 453 MPa, was bedeuten würde, dass diese Spannung über der Streckgrenze liegt und damit eine Sicherheit gegen Fließen von **0,78** hat. Es ist daher am realen Bauteil zu untersuchen, ob es bis jetzt Schaden genommen hat und ein Umkonstruieren notwendig ist.

5.2.4 Abluftgehäuse

Das Abluftgehäuse wurde mit dem Überdruck von 1,3 bar berechnet, sodass, falls es notwendig ist die Instrumentierung zu prüfen, das gesamte Rig unter Druck gesetzt werden kann.

In Abbildung 5-18 sind die Spannungen aufgrund des Innendruckes von 1,3 bar zu sehen. Die höchsten Spannungen σ_1 von ca. 138 MPa treten an den Ecken des Gehäuses auf, welche durch die Rippen stark versteift werden. Die Lagerstellen weisen aufgrund der Bauteildicke eher geringe Spannungen von ca. 85 MPa auf. Es ist in der fein vernetzten Detailansicht der Lagerstellen zu sehen, dass an den scharfen Ecken und Kanten noch höhere Spannungen auftreten. Diese sind jedoch auf Singularitäten zurückzuführen, da die Kanten am realen Bauteil durch die Schweißnähte verrundet sind.

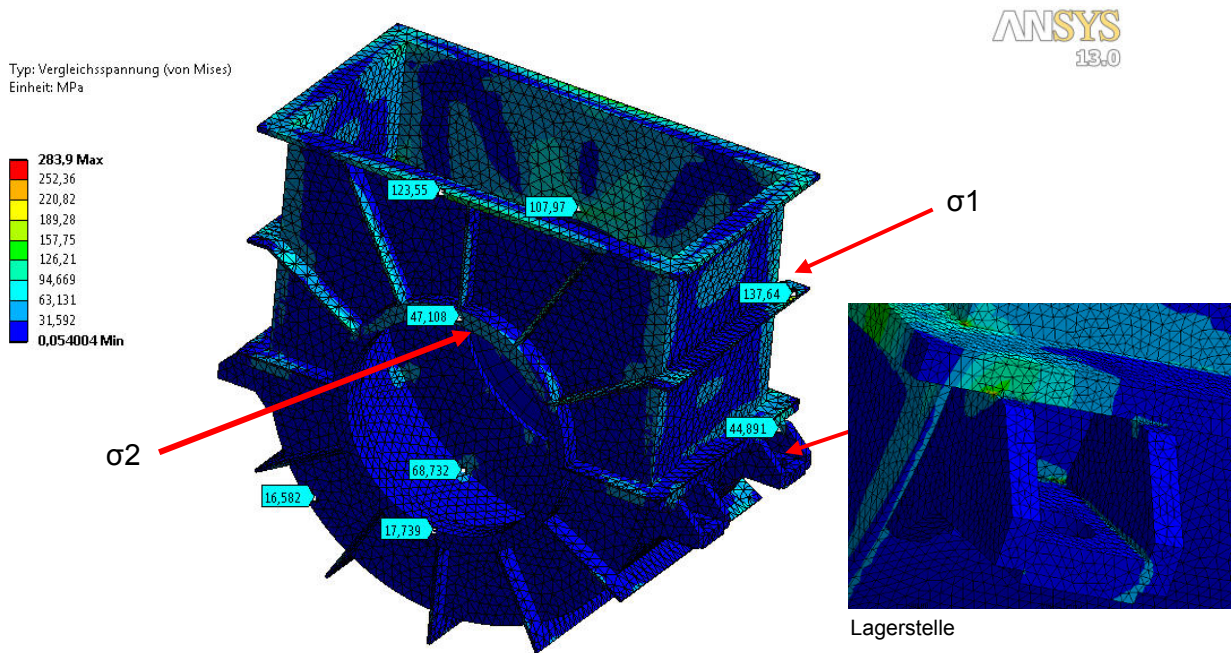


Abbildung 5-18 Vergleichsspannung Abluftgehäuse (p)

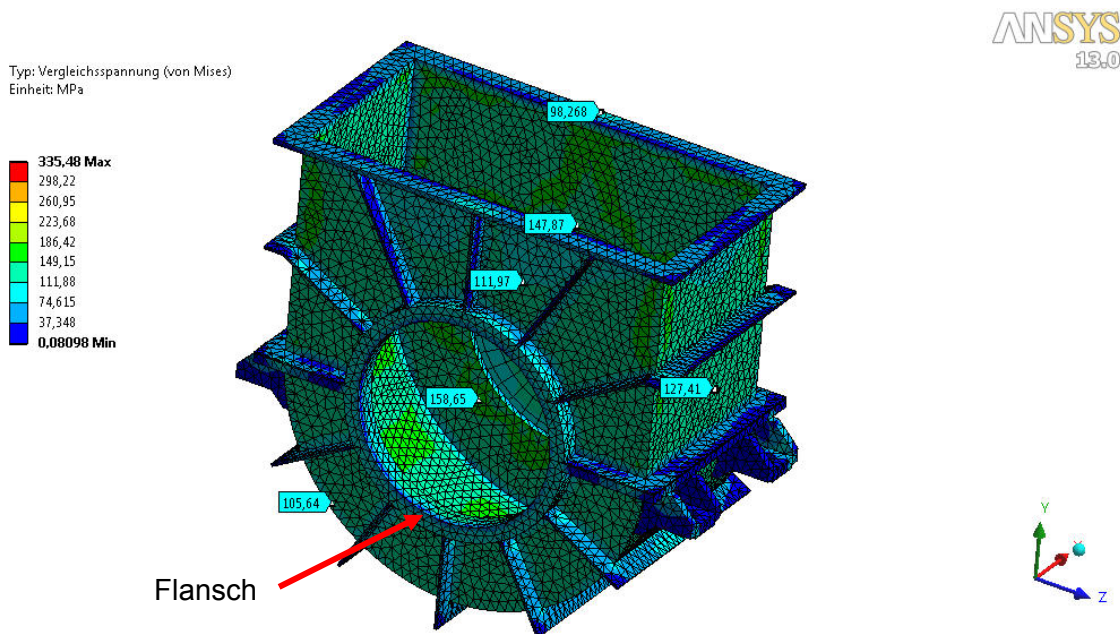


Abbildung 5-19 Vergleichsspannung Abluftgehäuse (T)

In Abbildung 5-18 ist zu sehen, dass der Flansch zum Akustikrig durch den Druck nur im oberen Teil höhere Spannungen σ_2 von ca. 50 MPa auftreten. Wird das Gehäuse allerdings nur mit dem Temperaturunterschied beaufschlagt, ist in Abbildung 5-19 eine höhere Spannung von ca. 76 MPa über den gesamten Flansch zu erkennen. Weiters sind die Flächen im direkten Vergleich zwischen den Rippen mit reiner Drucklast mit ca. 17 MPa belastet und mit reiner Temperaturbelastung mit 105 MPa.

Typ: Vergleichsspannung (von Mises)
Einheit: MPa

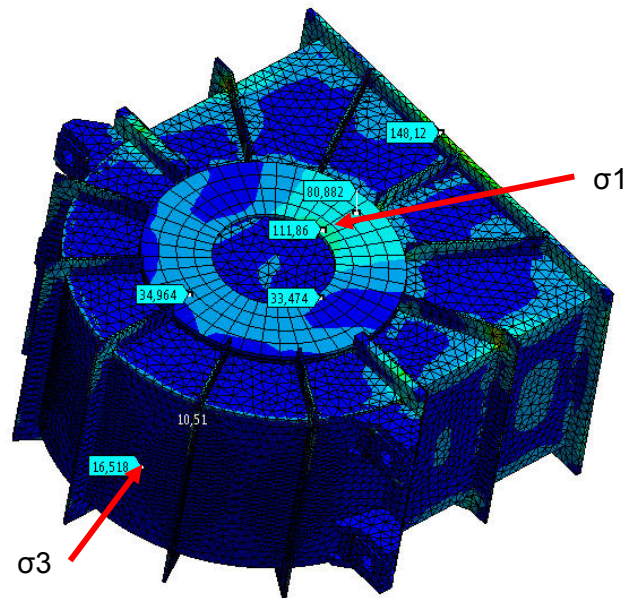
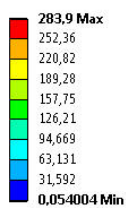


Abbildung 5-20 Vergleichsspannung Abluftgehäuse (p), Solidmodell

Das Abluftgehäuse wird von zwei verschiedenen Seiten abgebildet. In den Abbildung 5-18 und Abbildung 5-19 ist das Abluftgehäuse von der Seite zu sehen, an der das Akustikrig angeflanscht ist. In den Abbildung 5-20 und Abbildung 5-21 ist die gegenüberliegende Seite des Akustikrigs zu sehen, an welcher sich ein abnehmbarer Deckel für den Zusammenbau und für die Wartungsarbeiten befindet.

Analytische Überprüfung:

Es wurde die Spannung σ_3 in Abbildung 5-20 mit Hilfe der Kesselformel (Formel 2-23), wie in Kapitel 2.2 beschrieben, nachgerechnet. Wie schon erwähnt beträgt die mit Ansys ermittelte von Mises-Vergleichsspannung in diesem Bereich **16,5 MPa**. Dieser Wert stimmt gut mit dem Wert der analytischen Rechnung von **14,95 MPa** überein. Aufgrund der Belastung wurde ein zweidimensionaler Spannungszustand für die analytische Berechnung angenommen. Einmal die Spannung in Umfangsrichtung aufgrund des Druckes auf die halbkreisförmige Fläche des unteren Teiles des Abluftgehäuses und eine Spannung in axialer Richtung aufgrund des Druckes auf die geraden Seitenwände. Die FE-Ergebnisse liefern somit vertrauenswürdige Werte.

Die Spannung im Deckel σ_1 ist in Abbildung 5-20 am oberen Innenrand am größten. Dies ist darauf zurückzuführen, dass die Seitenteile des oberen Teils des Gehäuses viel weicher sind als die Seitenteile des unteren Teils des Gehäuses, wodurch der Deckel an der Stelle σ_1 stärker verformt wird.

Typ: Vergleichsspannung (von Mises)
Einheit: MPa

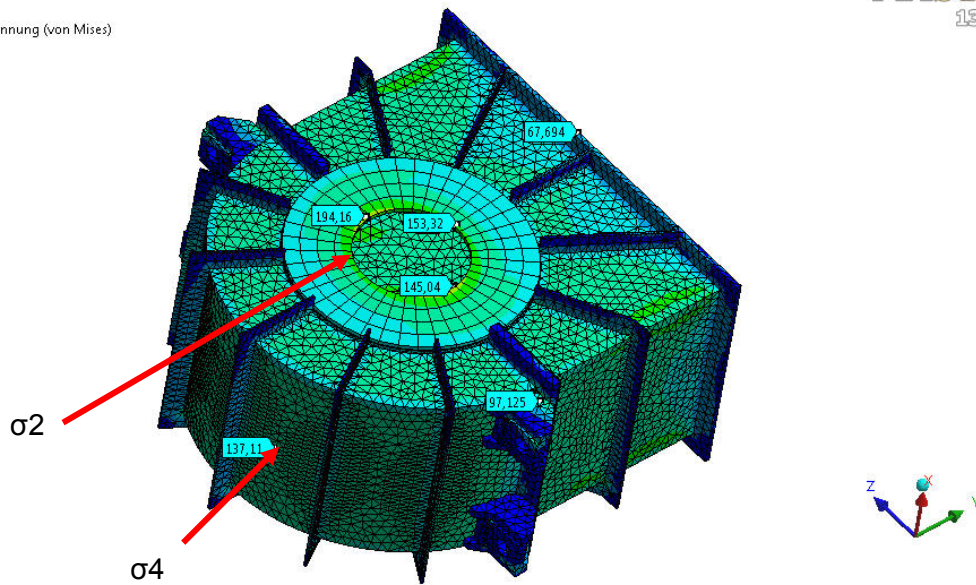
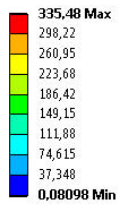


Abbildung 5-21 Vergleichsspannung Abluftgehäuse (T)

Hingegen sind die Spannungen σ_2 im Deckel aufgrund des Temperaturunterschiedes in Abbildung 5-21 annähernd gleichmäßig am Innenrand verteilt. Weiters ist zu erkennen, dass die Spannung σ_3 von 16,5 MPa (siehe Abbildung 5-20) aufgrund des Innendrucks sehr viel kleiner ist als die Spannung σ_4 von 137 MPa aufgrund des Temperaturunterschiedes in Abbildung 5-21.

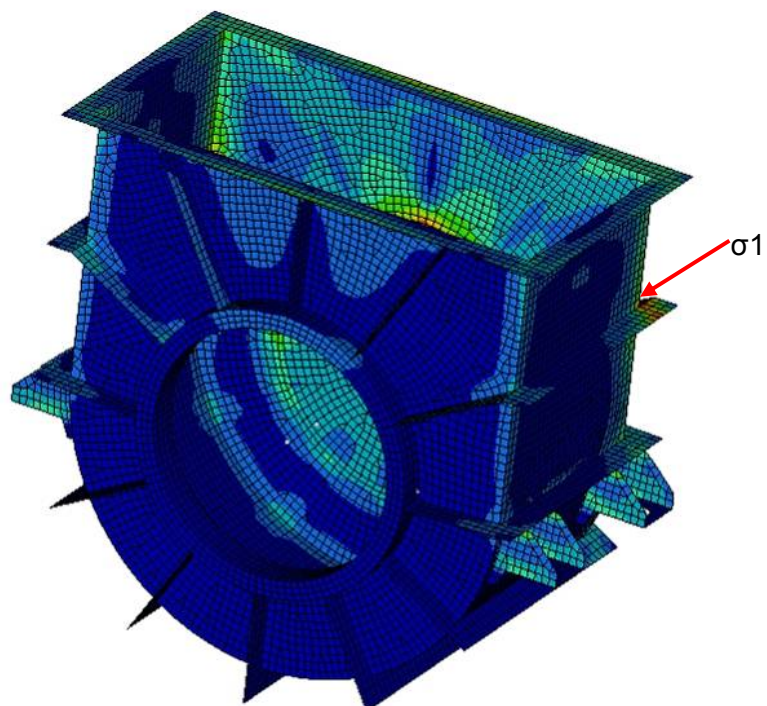
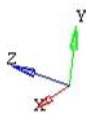
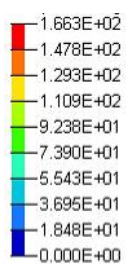


Abbildung 5-22 Vergleichsspannung Abluftgehäuse (p), Schalenmodell

Um die Netzqualität zu überprüfen zeigt Abbildung 5-22 die Spannungen bei der selben Belastung wie in Abbildung 5-18, jedoch mit einem Schalenmodell. Die Bereiche höhere Spannung und auch ihr Betrag decken sich gut mit dem Solidmodell in Abbildung 5-18.

In den Abbildung 5-23 und Abbildung 5-24 sind die Spannungen aufgrund der Belastung durch den Druck von 2 bar und des Temperaturunterschiedes zwischen Außenseite 25°C und der Innenseite 100°C zu sehen. Im oberen Flansch des Abluftgehäuses treten höhere Spannungen σ_1 auf und liegen ca. bei 240 MPa.

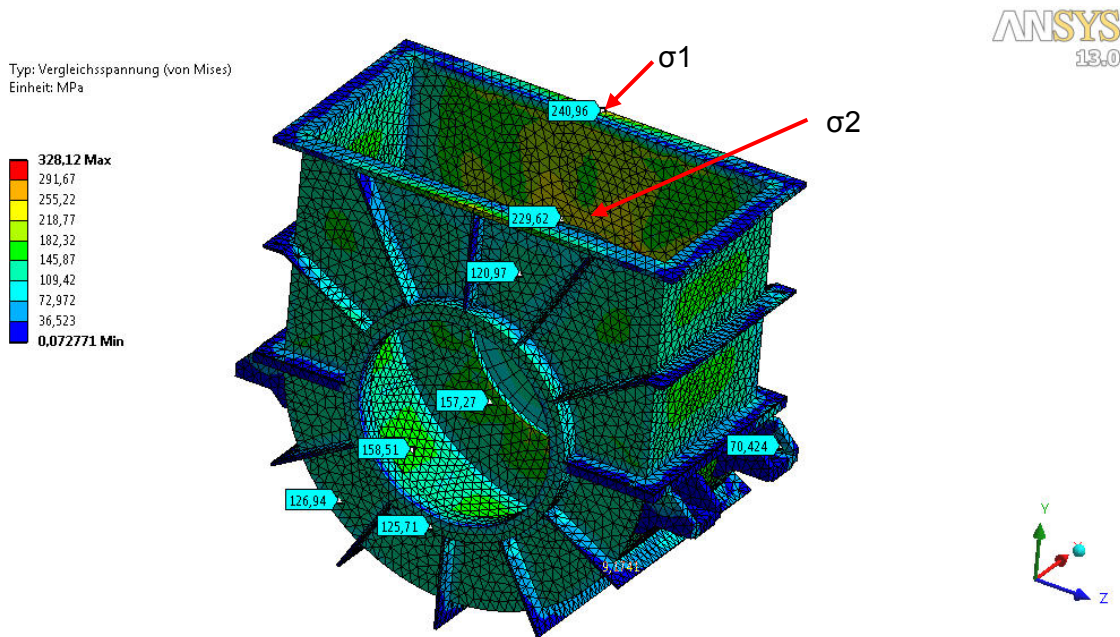


Abbildung 5-23 Vergleichsspannung Abluftgehäuse (p, T)

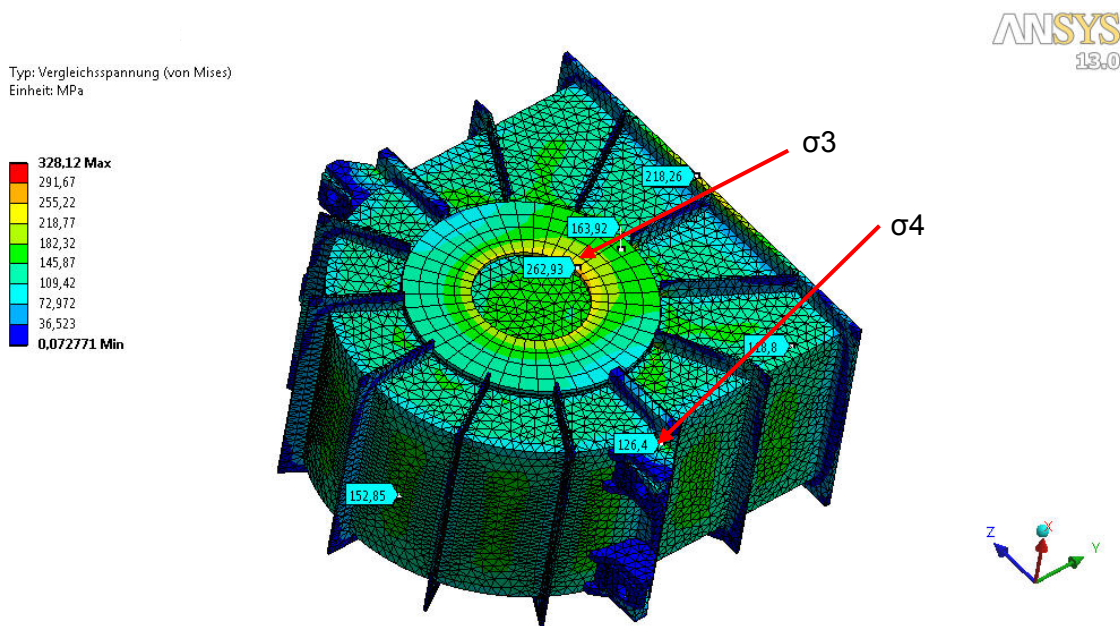


Abbildung 5-24 Vergleichsspannung Abluftgehäuse (p, T)

Höhere Spannungen σ_2 von ca. 230 MPa treten ebenfalls oberhalb des Deckels des Abluftgehäuses auf. Weiters treten jetzt höhere Spannungen σ_3 von 263 MPa und σ_4 von 126 MPa im Bereich der Lagerstellen und des Deckels auf.

Bewertung

Für den Vergleich mit dem Werkstoffkennwert (Streckgrenze für St52, $R_e=355$ MPa) wird die Spannung $\sigma_3=262$ MPa aus der Abbildung 5-24 herangezogen. Diese Spannung ergibt sich aufgrund der Überlagerung von Druck- und Temperaturbelastung. Sie stellt den höchsten plausiblen Wert in dieser Baugruppe dar. Die auftretenden Spannungen liegen unter der Streckgrenze des Werkstoffes. Die *Sicherheit* = R_e / σ_3 gegen Fließen beträgt **1,35** und ist somit ausreichend.

5.3 Ergebnisse der auftretenden Verformungen

Die nachfolgenden Bilder (Abbildung 5-25 bis Abbildung 5-35) in diesem Kapitel zeigen die Verformungen aufgrund der unterschiedlichen Temperatur zwischen Innen- (100°C) und Außenhülle (25°C) und des Druckes von 2 bar an der Innenhülle. Die Verformungen in den Abbildungen sind überzeichnet dargestellt.

5.3.1 Einlaufgehäuse

Abbildung 5-25 zeigt die Verformung des Einlaufstutzens in Richtung der y-Achse. Die Verformung V1 von 0,94 mm drückt direkt auf die am Einlaufstutzen angeflanschte Rohrleitung. Dies stellt jedoch kein Problem dar, da zwischen der Rohrleitung von Verdichterseite und Einlaufstutzen ein Dehnungsausgleich eingebaut ist.

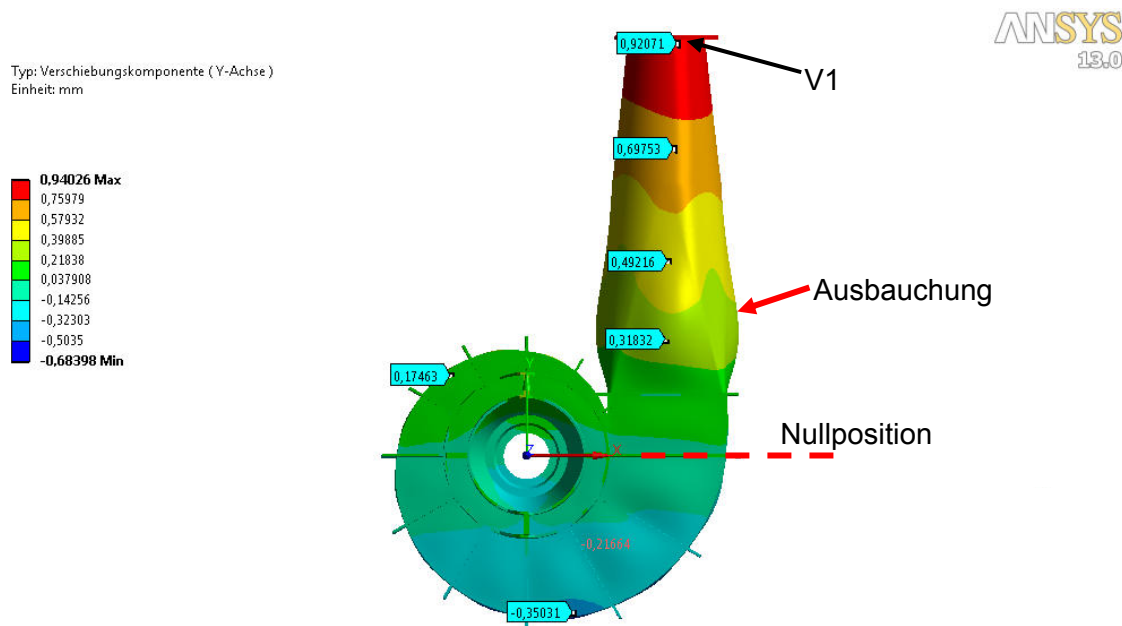


Abbildung 5-25 Verformung Einlaufgehäuse in Richtung y- Achse (p, T)

An der überzeichneten Darstellung in Abbildung 5-25 lassen sich die Ausbauchungen der größeren Blechflächen gut erkennen. Die größte Ausbauchung ist im hinteren Bereich des Einlaufrohres zu finden.

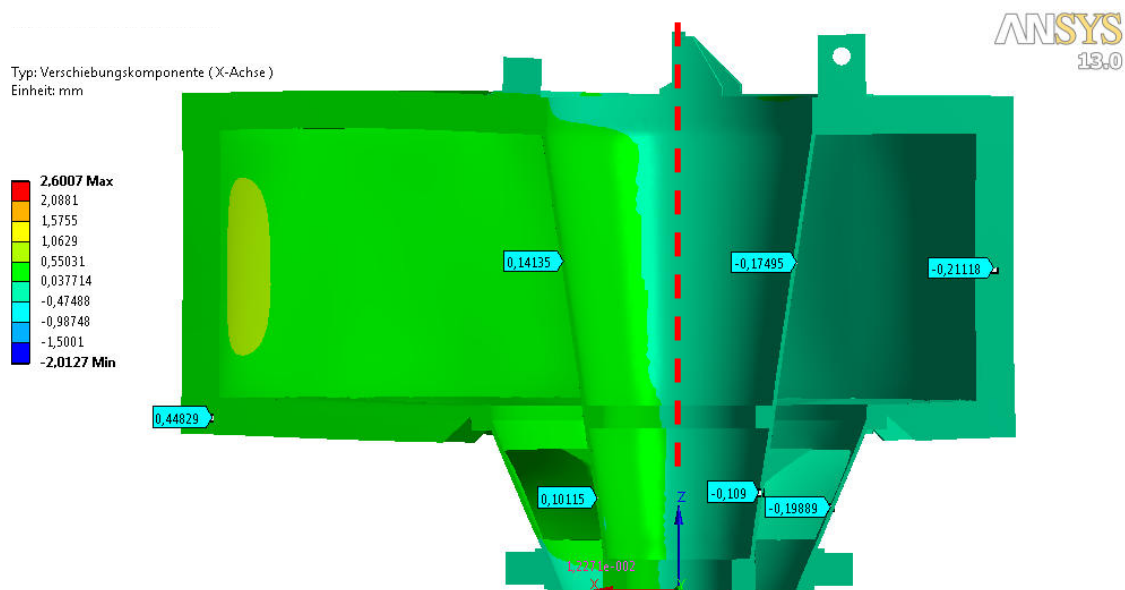


Abbildung 5-26 Verformung Einlaufgehäuse in Richtung x-Achse in der z-x-Ebene (p, T)

Die Verformungen in den Abbildung 5-26 und Abbildung 5-27 werden aufgrund der Asymmetrie der Bauteile in zwei senkrechten Ebenen (z-x, z-y) zum Wellenstrang des Prüfstandes ausgewertet, um die Verformung des Strömungskanals zu zeigen.

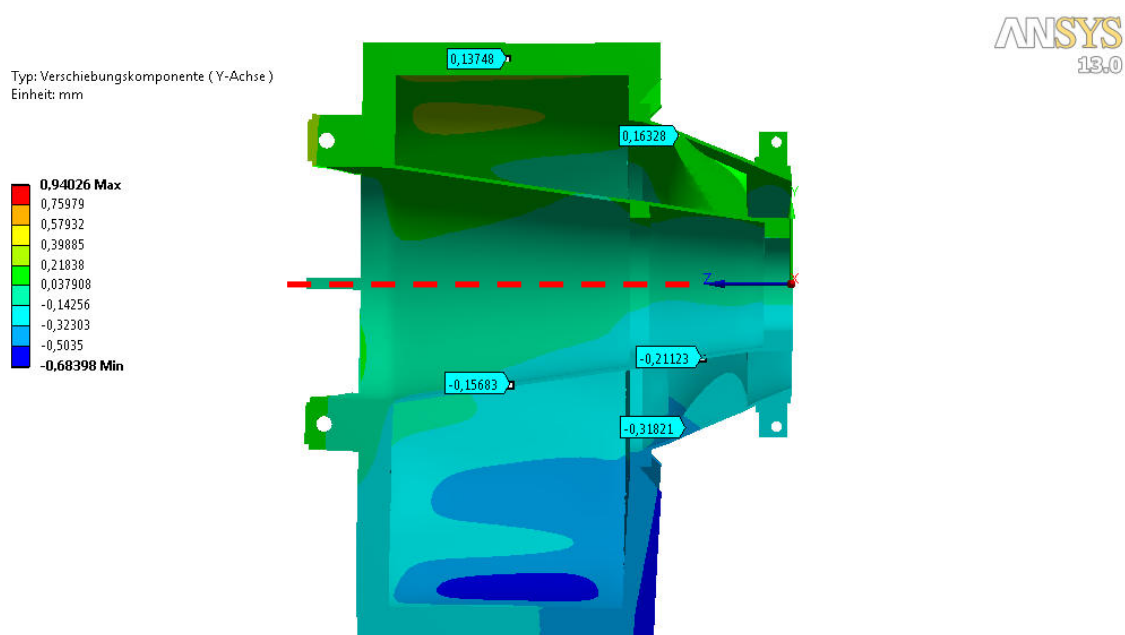


Abbildung 5-27 Verformung Einlaufgehäuse in Richtung y-Achse in der z-y-Ebene (p, T)

Die Verformungen des Strömungskanals in den Abbildung 5-27 und Abbildung 5-26 bewegen sich im Bereich von 0,1 mm bis 0,32 mm und haben daher keinen großen Einfluss auf die Strömung.

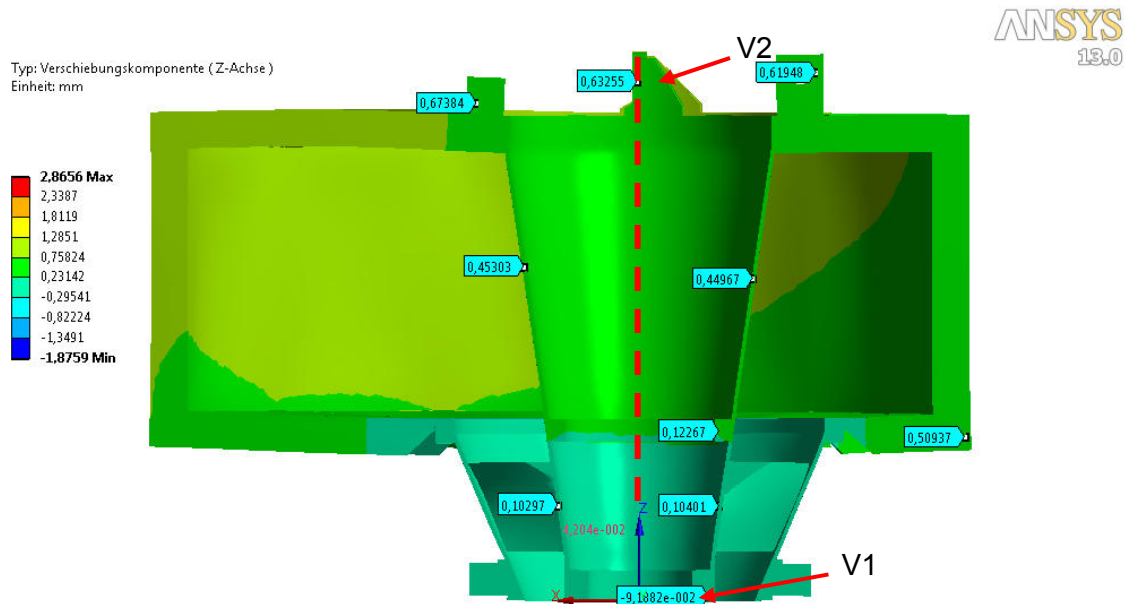


Abbildung 5-28 Verformung Einlaufgehäuse in Richtung z- Achse in der z-x- Ebene (p, T)

Abbildung 5-28 zeigt die Verformungen in Längsrichtung (z-Achse) des Wellenstranges. Das Gehäuse dehnt sich wie gewünscht in die positive z-Richtung, um den Einfluss der Verformung auf das Turbinenrig klein zu halten. Die Verformung V1 am Flansch zum Turbinenrig ist wegen der konstruktiven Gestaltung der Lagerung, wie in Kapitel 1.1.1 beschrieben, annähernd 0. Die maximale Verformung V2 an der Lagerstelle des Einlaufgehäuses beträgt ungefähr 0,6 mm. Diese Verformung ist nicht von Bedeutung, da eine Verformung in diese Richtung keine Schäden oder Einschränkungen in der Funktion der Bauteile mit sich bringt.

5.3.2 Turbinenrig

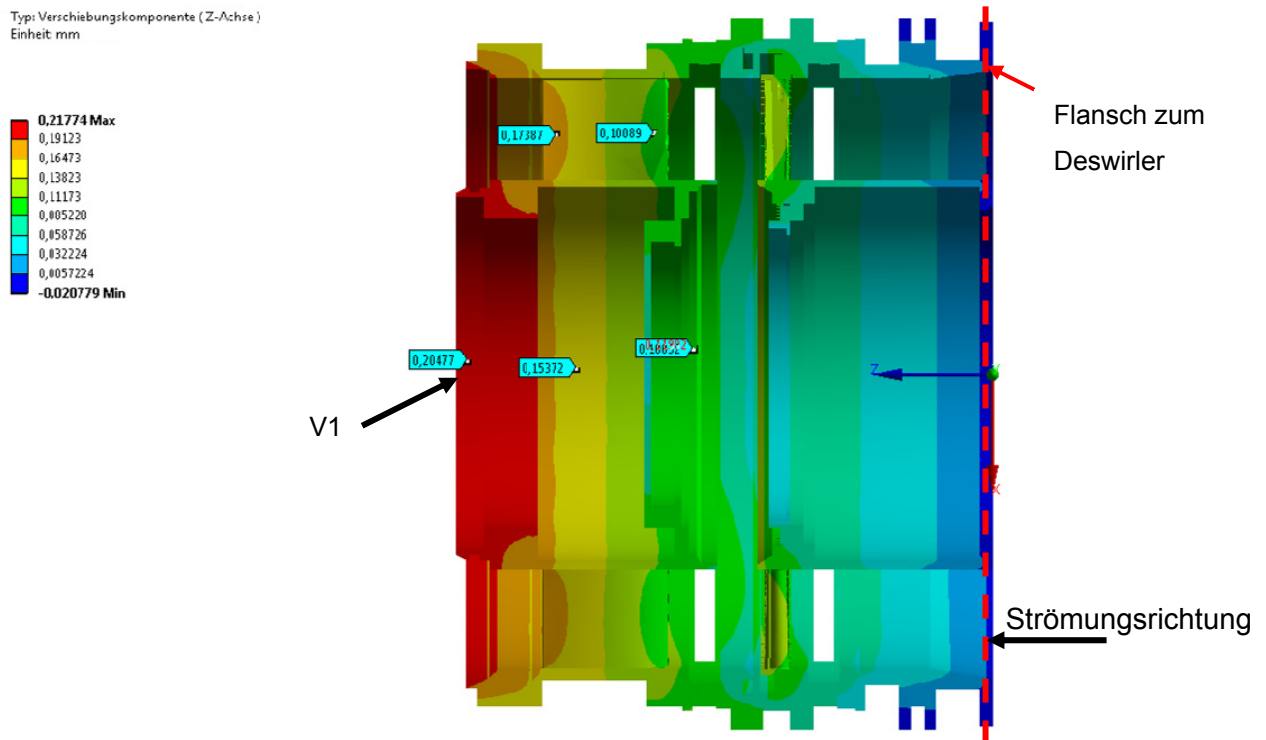


Abbildung 5-29 Verformung in Richtung z-Achse in der z-x-Ebene

Das Turbinenrig in Abbildung 5-29 dehnt sich in die positive z-Richtung, da es an den Flansch des Deswirlers am Festlager des Einlaufgehäuses verschraubt ist. Der Flansch des Deswirlers ist mit konstruktiven Maßnahmen gegen eine Verschiebung in z-Richtung gesichert (siehe Kapitel 1.1.1). Die maximale Verformung V1 von 0,2 mm wird nicht gehindert, da an dieser Stelle eine Dehnfuge zum Akustikrig besteht. Diese Verformung ist deshalb nicht von Bedeutung, da eine Verformung in dieser Richtung keine Schäden oder Einschränkungen in der Funktion der Bauteile mit sich bringt.

In Abbildung 5-30 ist die Verformung in Richtung der x-Achse in der z-x-Ebene zu sehen. Auf die Darstellung der Verformung in Richtung der y-Achse wurde aufgrund der annähernden Symmetrie verzichtet. Hier von besonderer Bedeutung - die Verformung V2 von 0,12 mm, die den Spalt zwischen den Rotorscheufeln und dem Turbinenrig zeigt.

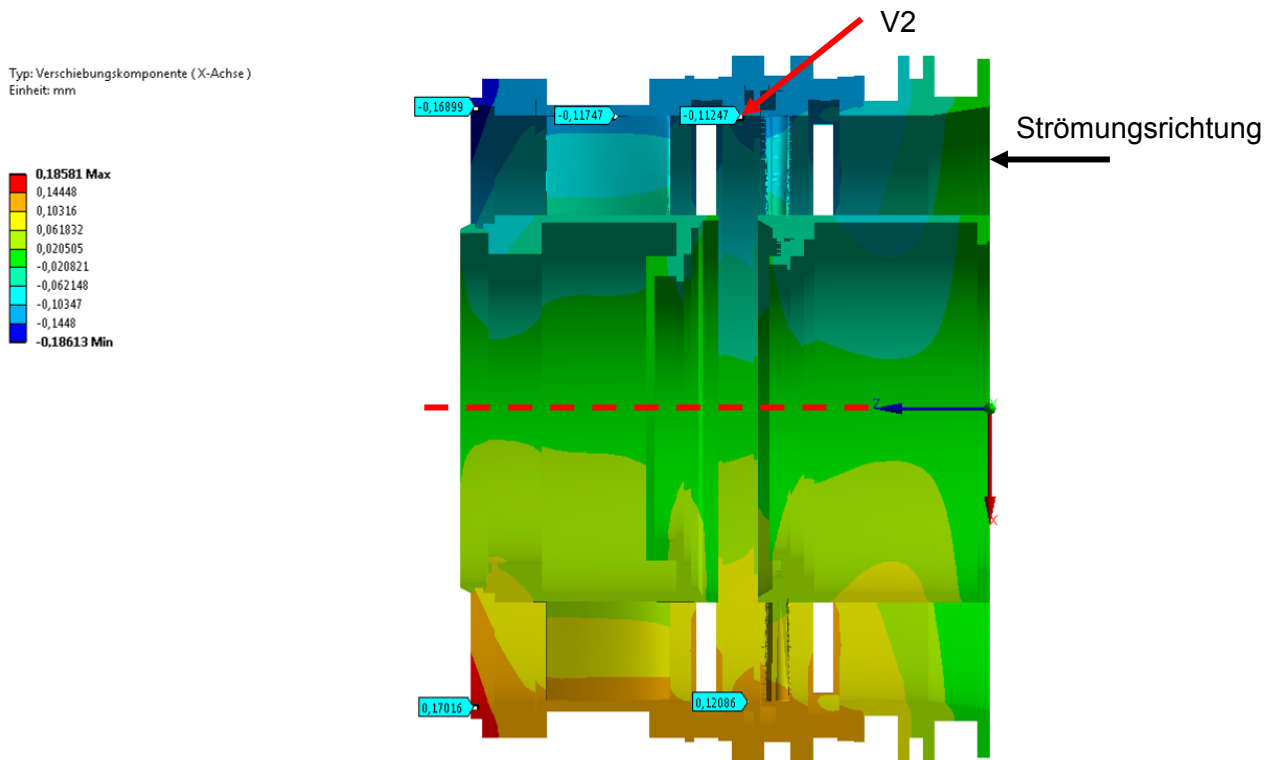


Abbildung 5-30 Verformung in Richtung x-Achse in der z-x-Ebene

5.3.3 Akustikrig

Auf eine Darstellung der Verformung in y-Richtung wurde wegen der annähernden Symmetrie verzichtet.

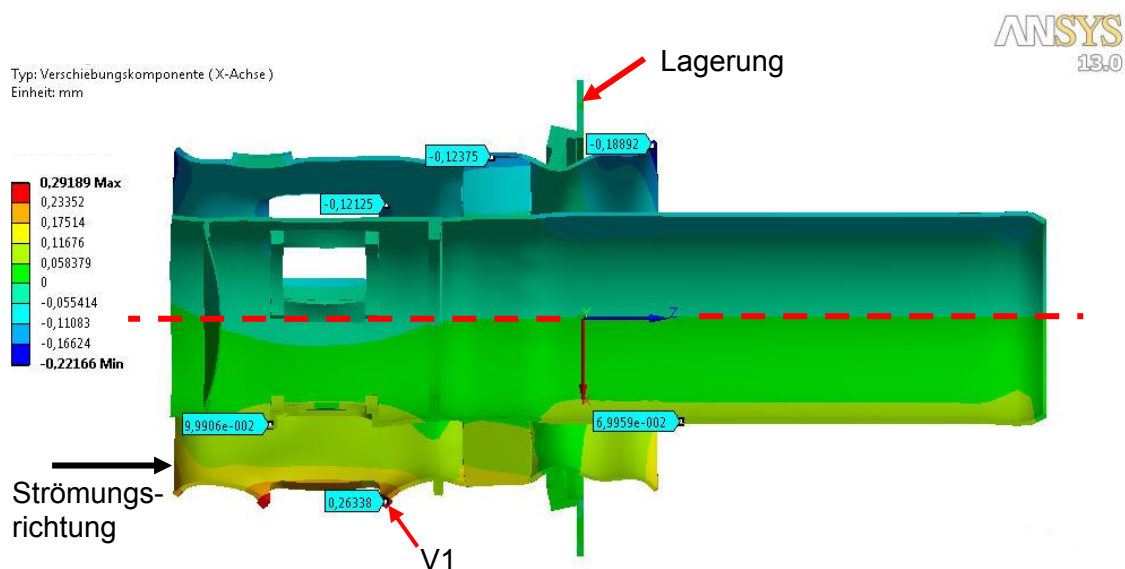


Abbildung 5-31 Verformung Akustikrig in Richtung x-Achse in der z-x-Ebene (p, T)

Abbildung 5-31 zeigt die maximale Verformung V1 von 0,26 mm in x-Richtung. Diese ist jedoch am realen Bauteil nicht so groß, da sich an dieser Stelle ein versteifender Deckel befindet. Die Werte der Verformung des Strömungskanals am Turbinenrig sind minimal, da der Maximalwert 0,26 mm beträgt. Im Bereich der Lagerung ist die Verformung des Strömungskanals gut zu erkennen. Die weiche Hülle weitet sich links und rechts von der steifen Lagerung auf.

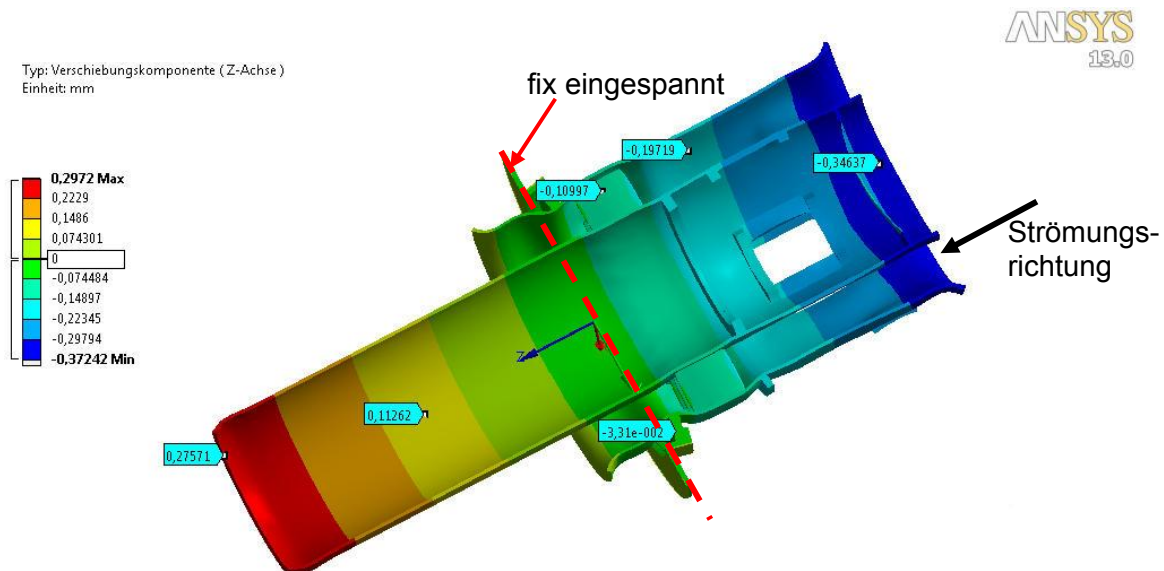


Abbildung 5-32 Verformung Akustikrig in Richtung z-Achse in der z-y-Ebene (p, T)

Das Akustikrig ist in der Mitte mit dem Abluftgehäuse verschraubt (siehe Abbildung 5-32). Dadurch kann es sich in der positiven und negativen z-Richtung gleichmäßig dehnen. Diese Verformungen betragen in positiver z-Richtung 0,28 mm und in negativer z-Richtung 0,35 mm. Diese Verformungen stellen jedoch kein Problem dar, weil an diesen Stellen jeweils Dehnfugen zur nächsten Baugruppe vorhanden sind.

5.3.4 Abluftgehäuse

Das Abluftgehäuse in Abbildung 5-33 dehnt sich in der positiven und negativen x-Richtung praktisch gleichmäßig. Die Verformung am oberen Flansch von 0,27 mm würde am realen Bauteil keine Probleme verursachen, da zwischen Flansch und den weiterführenden Luftkanälen eine 20 mm dicke Gummidichtung eingebaut ist.

Typ: Verschiebungskomponente (X-Achse)
Einheit: mm

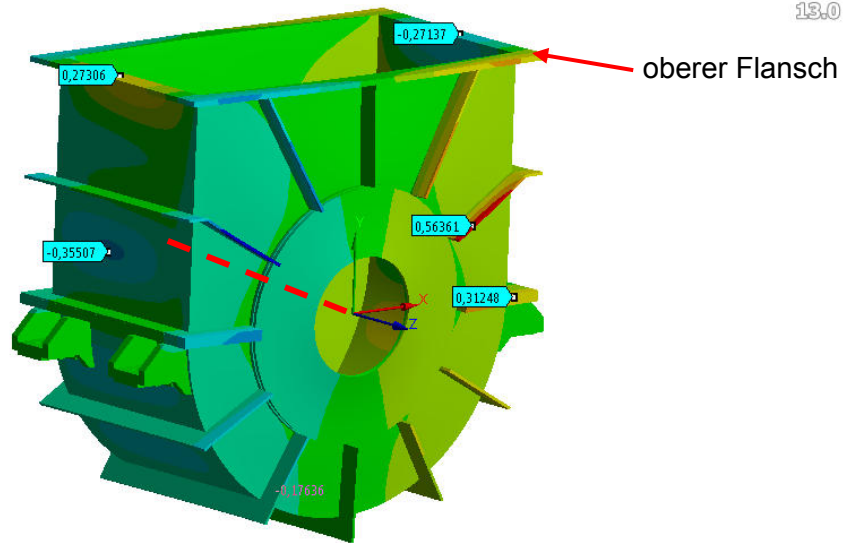
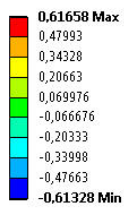


Abbildung 5-33 Verformung Abluftgehäuse in Richtung x-Achse (p,T)

Typ: Verschiebungskomponente (Y-Achse)
Einheit: mm

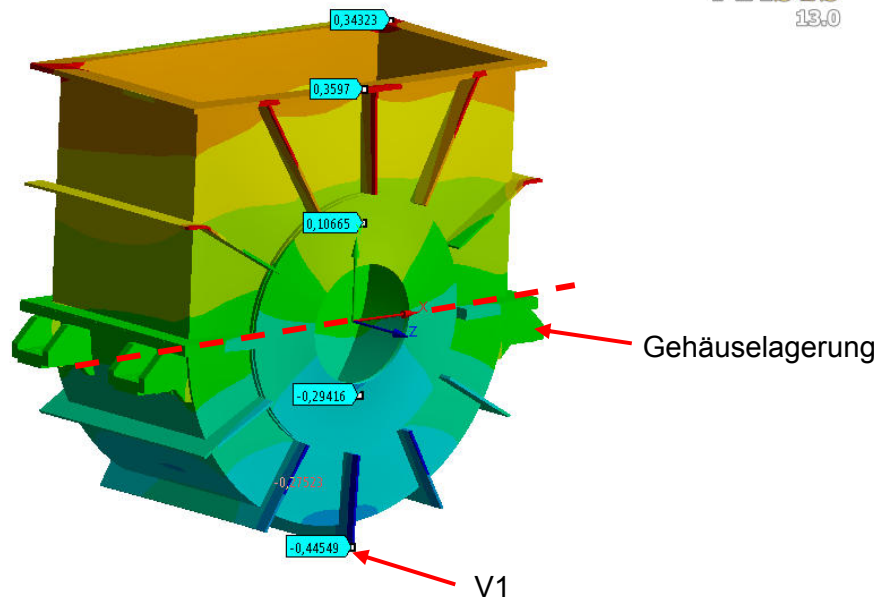
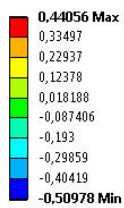


Abbildung 5-34 Verformung Abluftgehäuse in Richtung y-Achse (p,T)

Es ist eine gleichmäßige Verformung V1 in Abbildung 5-34 von ungefähr 0,4 mm in positiver und negativer y-Richtung - ausgehend von der Gehäuselagerung - zu erkennen. Diese Verformung ist unproblematisch, da die Verformung in positiver y-Richtung am oberen Flansch von einer Gummidichtung aufgenommen wird.

Typ: Verschiebungskomponente (Z-Achse)
Einheit: mm

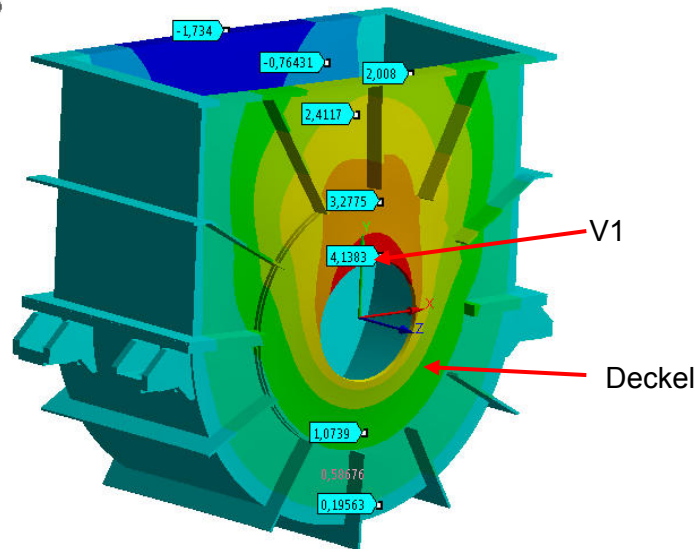
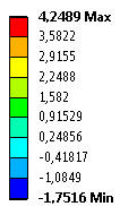


Abbildung 5-35 Verformung Abluftgehäuse in Richtung z-Achse (p, T)

Der Deckel in Abbildung 5-35 weist die größte Verformung V1 von ca. 4 mm in z-Richtung auf. Die Verformung von 2 mm am oberen Flansch würde am realen Bauteil wahrscheinlich keine Probleme verursachen, da zwischen Flansch und den weiterführenden Luftkanälen eine 20 mm dicke Gummidichtung eingebaut ist.

5.3.5 Zusammenfassung der Verformungen

Die kritischste Stelle der in dieser Arbeit gewählten Belastungen ist wahrscheinlich der Deckel des Abluftgehäuses. Die dort auftretenden Verformungen von 4 mm sind so groß, dass dies ein Verklemmen der Dreheinrichtung des Akustikrings zufolge haben könnte. Die Verschiebung in axialer Richtung der Rotorwelle (z-Richtung) vom Turbinenrig, welches am Flansch des Deswirlers axial gesichert ist beträgt 0,2 mm. Die Verschiebung des Akustikrings welches am Abluftgehäuse axial in z-Richtung gesichert ist beträgt 0,35 mm. Diese zwei Verschiebungen bewegen sich aufeinander zu. Der Dehnspace, um diese Verschiebung aufnehmen zu können, ist 0,5 mm breit, die gesamte Verschiebung beträgt jedoch 0,55 mm. Dies könnte zu Verspannungen und einer Funktionsbeeinträchtigung der Baugruppen führen.

6 Modalanalyse des Rotors

Um höhere Drehzahlen zu erlauben und die Zentrierung der Rotorscheibe zu verbessern, wurde für den Prüfstand ein neuer Rotor in Hohlwellenausführung konstruiert und gebaut. Auch der Läufer und die Lagerung wurden überarbeitet. In der neuen Konstruktion befindet

sich eine zusätzliche Zwischenscheibe. Durch die Hohlwelle wurde versucht, die Gesamtmasse des Rotors unverändert zu lassen.

Diese Analyse soll die Eigenfrequenzen des neuen und alten Rotors aufzeigen. Dazu wurden die ersten 4 Moden mit Ansys ermittelt. Eine genaue Auflistung dieser Moden findet man in der Tabelle 6-3 für den Rotor in Vollwellenausführung und in der Tabelle 6-4 für den neuen Rotor in Hohlwellenausführung.

Die Rotorscheufeln in den Abbildung 6-1 und Abbildung 6-6 wurden bei der Modalanalyse vernachlässigt, da diese einen großen Rechenaufwand bedeuten. Sie bestehen aus einer leichten Aluminiumlegierung und haben daher eine vernachlässigbare Masse. In Ansys werden die Lagerungen des Rotors isotrop berücksichtigt, was sie aber im realen Modell nicht sind. Ebenso bleibt die Kreiselwirkung bei der Modalanalyse mit Ansys unberücksichtigt. Der Rotor ist aber weit auskragend, was zu Abweichungen führen könnte. Die Dämpfung wurde in dieser Arbeit auch vernachlässigt, da bei üblichen kleinen Dämpfungswerten die Eigenwerte bzw. die Eigenfrequenzen von der Dämpfung nahezu unabhängig sind.

6.1 Rotor mit Vollwelle (alter Rotor)

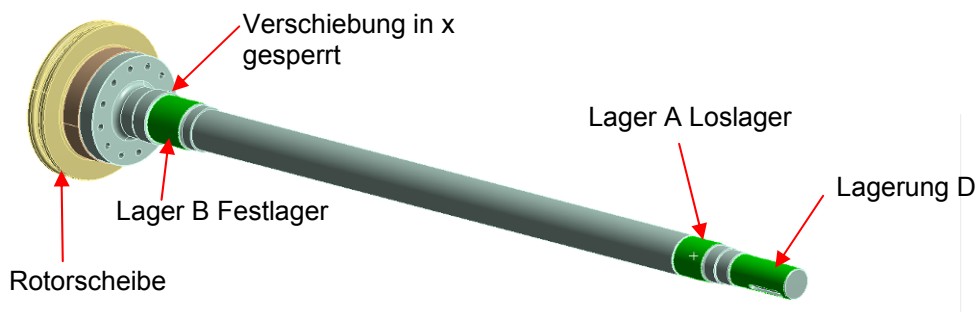


Abbildung 6-1 Rotor in Vollwellenausführung

In Abbildung 6-1 ist Lager A das Loslager und Lager B das Festlager des Rotors. Die Lager wurden in Ansys mit einer sogenannten elastischen Lagerung (Elastic Support) ausgeführt. Bei dieser Lagerart lässt sich die Lagersteifigkeit variieren. Die Steifigkeit ist in der Einheit N/mm^3 einzugeben, da die tatsächliche Steifigkeit in N/mm durch die Lagerfläche dividiert werden muss. Um die axiale Fixierung zu gewährleisten, ist beim Festlager B zusätzlich der Freiheitsgrad C der Axialverschiebung gesperrt. Die Lagerung D simuliert mit ihrer Steifigkeit die an dieser Stelle angebaute Kupplung, welche die Verbindung zur Wasserbremse darstellt. Diese ist jedoch sehr weich und hat daher für diese erste Abschätzung geringen Einfluss auf die Modalanalyse.

Bestimmung der Lagersteifigkeiten

Zuerst wurde versucht, mit einem FE-Modell der Lagerungen des Rotors die Steifigkeiten zu ermitteln und diese mit den Steifigkeiten der Wälzlager in einer Serienschaltung zu addieren. Da auf diesen Weg die ermittelten Steifigkeiten keine zufriedenstellenden Werte ergaben, wurde die nachfolgend erklärte Methode zur Ermittlung der Lagersteifigkeiten angewandt.

Die Lagersteifigkeiten wurden mit dem Modell des alten Rotors (Abbildung 6-1) berechnet. Die Lagersteifigkeiten wurden so lange verändert bis die erste Biegeeigenfrequenz des alten Rotors (ca. 93 bis 94 Hz), die aus Versuchen bekannt ist, erreicht wurde. Mit diesen Lagersteifigkeiten wurde auch die Modalanalyse durchgeführt. Bei diesen Lagersteifigkeiten ist die Lagerorthotropie nicht berücksichtigt.

Tabelle 6-1 Lagersteifigkeiten

Lagerstelle	einzugebender Wert in N/mm ³	Fläche Lagersitz in mm ²	Lagersteifigkeit in N/mm
Festlager (B)	2,5	19170	47925
Loslager (A)	2,5	14254	35635
Kupplung (D)	0,1	19904	1990

Tabelle 6-1 zeigt eine genaue Auflistung der für die Modalanalyse verwendeten Lagersteifigkeiten sowie die in Ansys einzugebenden Werte in N/mm³.

Tabelle 6-2 orthotrope Lagersteifigkeiten

Lagerstelle	Lagersteifigkeit vertikal in N/mm	Lagersteifigkeit horizontal in N/mm
Festlager (B)	69500	117700
Loslager (A)	179400	154500

Mit den Lagersteifigkeiten in Tabelle 6-2 wurde, wie schon erwähnt, nicht weiter gerechnet. Genauere Angaben zur Ermittlung dieser Werte finden sich im Anhang B. Es ist zu erkennen, dass die Steifigkeiten sehr viel höher sind als die in Tabelle 6-1 und damit auch die mit diesen Werten ermittelten Eigenfrequenzen.

Tabelle 6-3 Auflistung der ersten 4 Moden

	Frequenz in Hz	Drehzahl in U/min	
1	0,15	0	1. Starrkörpermode Torsion
2	95,08	5704,8	1. Biegeschwingung
3	155,57	9334,2	2. Biegeschwingung
4	240,42	14425,2	3. Biegeschwingung

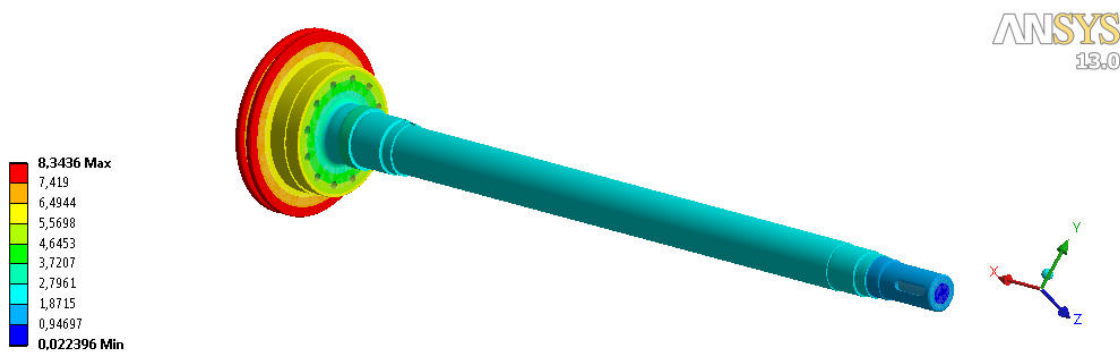


Abbildung 6-2 erste Torsionsschwingung bei 0 Hz (Drehung)

Die Torsionseigenfrequenzen sind ungefährlich, da die erste Torsionsschwingung bei 0 Hz (Abbildung 6-2) und die nächsten Torsionsschwingungen weit über der maximalen Betriebsdrehzahl von ca. 105 Hz (6300 U/min) liegen.

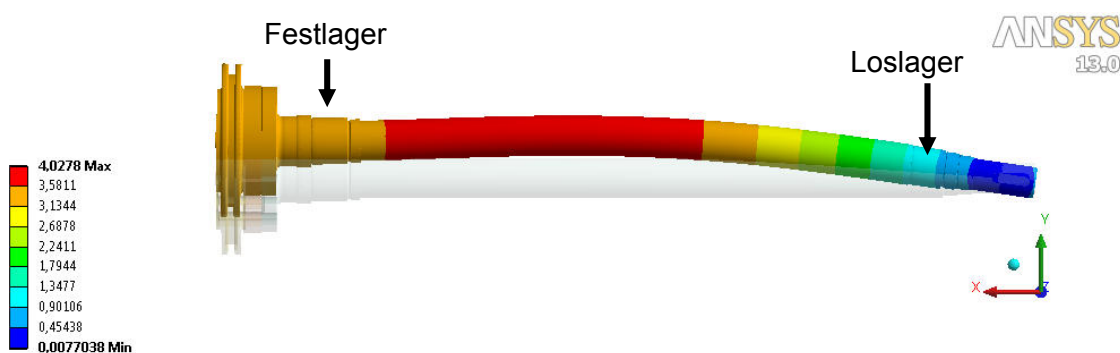


Abbildung 6-3 erste Biegeschwingung bei 95,08 Hz

Die erste Biegeschwingung in Abbildung 6-3 tritt bei ca. 95 Hz auf und liegt unter der maximalen Betriebsdrehzahl von 6300 U/min (105 Hz). Daraus ist ersichtlich, dass der Rotor auch überkritisch betrieben werden muss. Dies bringt die Gefahr des Hängenbleiben in der Resonanz mit sich. Außerdem besitzen Wälzlager kaum Dämpfung ($D=0,0004$ bis $0,004$), weshalb die Amplituden beim Durchfahren sehr groß werden können. Weiters ist zu erkennen, dass das Festlager im Modell sehr weich ist.

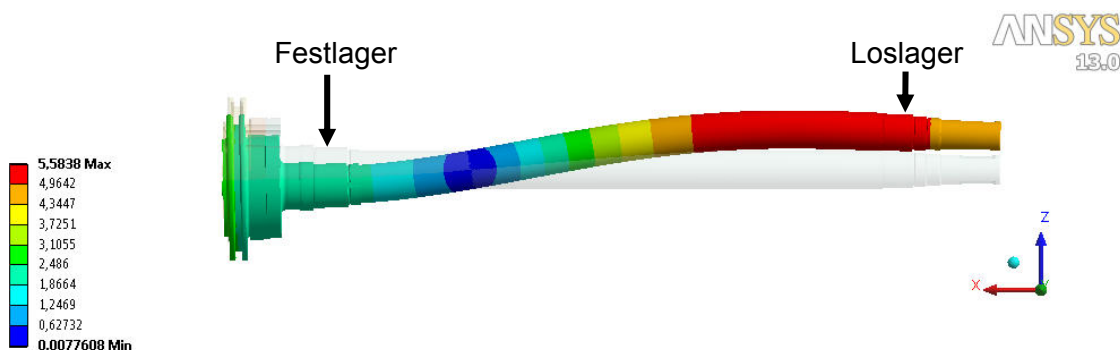


Abbildung 6-4 zweite Biegeschwingung bei 155,57 Hz

Die zweite Biegeschwingung in Abbildung 6-4 tritt bei ca. 155 Hz (9300 U/min) auf und ist nicht von Bedeutung, da diese weit über der Betriebsdrehzahl liegt. Zu erkennen ist der Knoten in der Biegeeigenform rechts vom Festlager.

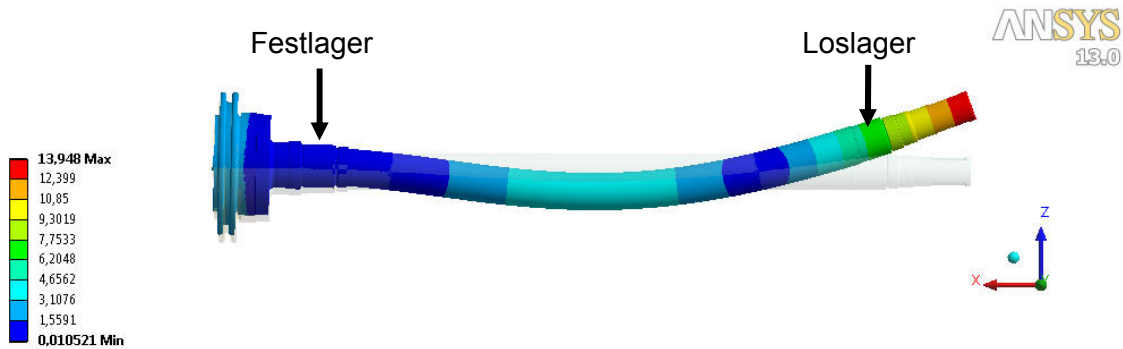


Abbildung 6-5 dritte Biegeschwingung bei 240,42 Hz

Die dritte Biegeschwingung liegt auch über der Betriebsdrehzahl. Man erkennt in der Abbildung 6-5 deutlich die zwei Knoten der Biegeeigenform, welche sich beide im Bereich zwischen den zwei Lagerstellen befinden. Die reale dritte Biegeschwingung liegt bei einer höheren Drehzahl, da sich das Modell an der Stelle, an der sich die Kupplung befindet fast frei bewegen kann.

6.2 Rotor mit Hohlwelle (neuer Rotor)

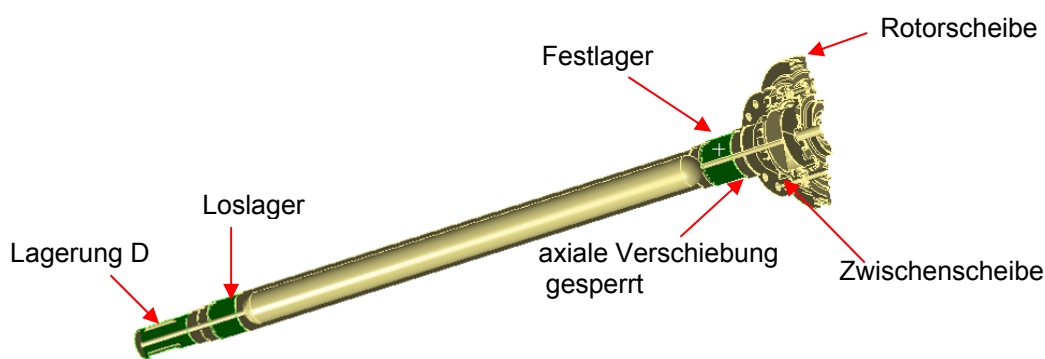


Abbildung 6-6 Rotor in Hohlwellenausführung

Die Abbildung 6-6 zeigt eine Schnittdarstellung des neuen Rotors in Hohlwellenausführung. Für die Lagerung des Rotors gelten die selben Bedingungen wie in Kapitel 6.1 erklärt.

Tabelle 6-4 Auflistung der ersten 4 Moden

	Frequenz in Hz	Drehzahl in U/min	
1	0,005	0	1. Starrkörpermode Torsion
2	107,87	6472,2	1. Biegeschwingung
3	194,28	11656,8	2. Biegeschwingung
4	246,70	14802,0	3. Biegeschwingung

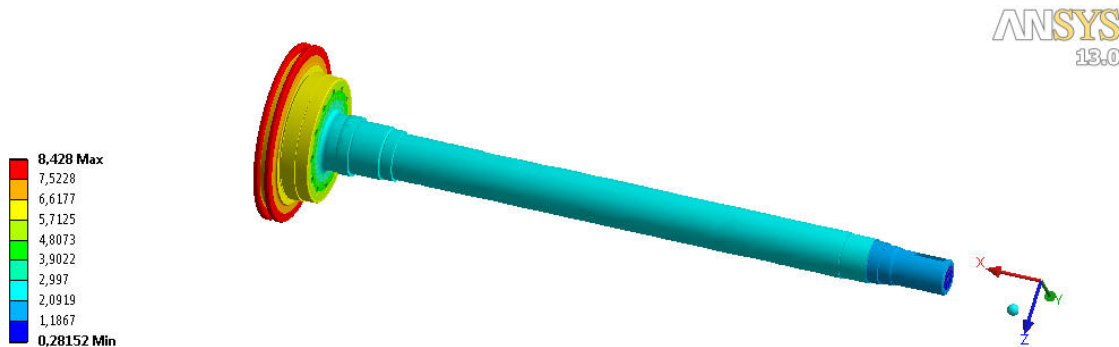


Abbildung 6-7 erste Torsionsschwingung bei 0 Hz (Drehung)

Die Torsionseigenfrequenzen sind ungefährlich, da die erste Torsionsschwingung bei 0 Hz (Abbildung 6-7) und die nächsten weit über der maximalen Betriebsdrehzahl von ca. 105 Hz (6300 U/min) liegen.

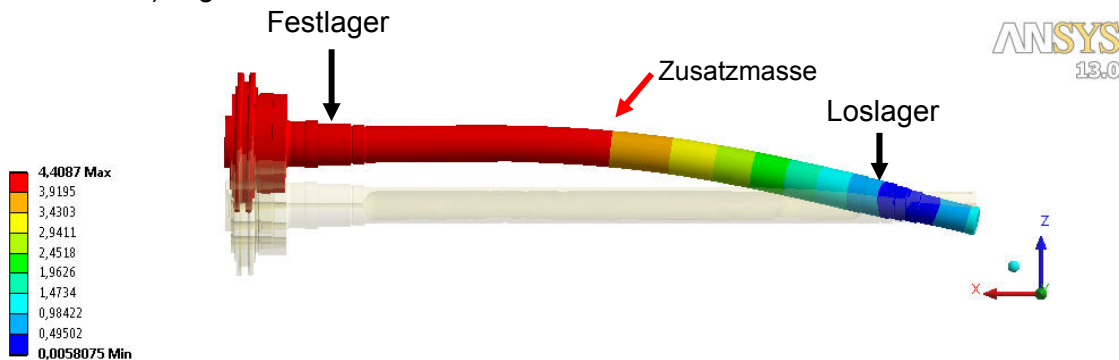


Abbildung 6-8 erste Biegeschwingung bei 107,87 Hz

Die erste Biegeschwingung in Abbildung 6-8 tritt bei ca. 108 Hz auf und liegt knapp über der maximalen Betriebsdrehzahl von 6300 U/min (105 Hz). Dies bedeutet, dass der Prüfstand unterkritisch betrieben wird.

Ein Abstand von ca. 10 bis 20 % von der Eigenfrequenz ist allerdings erforderlich. Es wäre daher ratsam, in einer weiteren Arbeit die Steifigkeiten der Lagerung genauer zu bestimmen und diese zu erhöhen bzw. weiter abzusenken. Hier wird das Absenken durch das Aufkleben einer Zusatzmasse in Wellenmitte empfohlen. Die Zusatzmasse dient auch als

zusätzliche Wuchtebene für die erste Eigenform. Das Wuchten hat keinen Einfluss auf die zweite Eigenform, da diese weit von der Ersten entfernt ist.

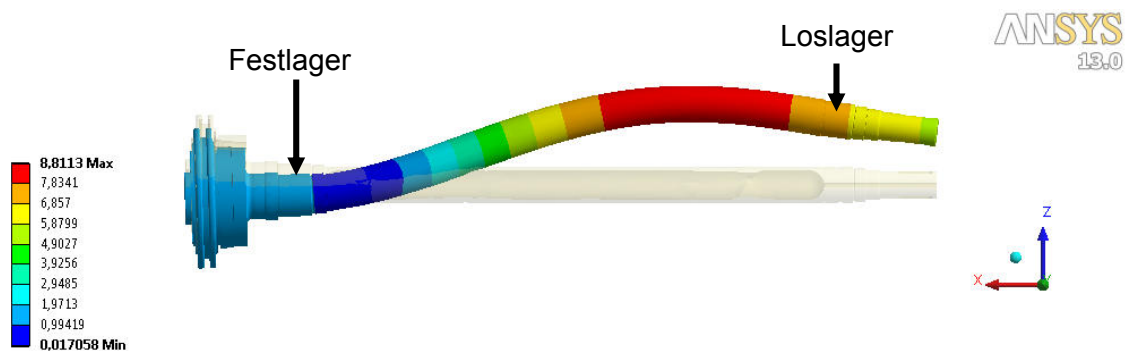


Abbildung 6-9 zweite Biegeschwingung bei 194,29 Hz

Die zweite Biegeschwingung in Abbildung 6-9 tritt bei ca. 195 Hz (11700 U/min) auf und ist nicht von Bedeutung, da diese weit über der Betriebsdrehzahl liegt. Zu erkennen ist der Knoten in der Biegeeigenform rechts vom Festlager, der im Vergleich zum alten Rotor (Vollwelle) - Abbildung 6-4 deutlich näher am Festlager liegt.

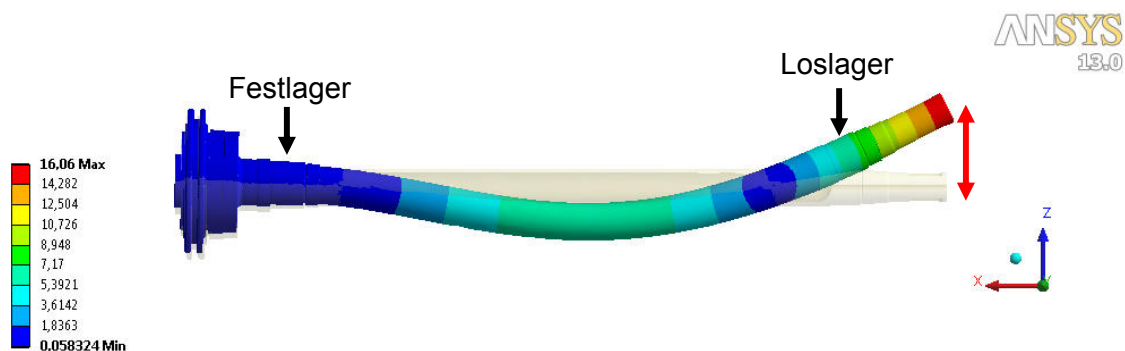


Abbildung 6-10 dritte Biegeschwingung bei 246,7 Hz

Die dritte Biegeschwingung liegt auch über der Betriebsdrehzahl. Man erkennt in der Abbildung 6-10 deutlich die zwei Knoten der Biegeeigenform, welche sich beide im Bereich zwischen den zwei Lagerstellen befinden.

Höhere Eigenformen werden, wenn die Kupplung mitmodelliert wird, zu höheren Eigenfrequenzen verschoben, denn die Bewegung (roter Doppelpfeil) in Abbildung 6-10 dritte Biegeschwingung bei 246,7 Hz würde durch die Kupplung gehemmt werden.

7 Zusammenfassung und Ausblick

Aus der Vergleichsspannungsanalyse lässt sich erkennen, dass die berechneten Bauteile bis auf ein paar Ausnahmen ausreichend dimensioniert sind. Jedoch befinden sich an manchen Stellen, wie z.B. zwischen Außenhülle und Schaufel des Akustikrings, sehr hohe lokale Spannungen, welche vielleicht in einer weiteren Arbeit genauer untersucht werden sollten und mit einer konstruktiven Änderung behoben werden könnten. Um beispielsweise die lokalen Spannungsspitzen an den sehr scharfen und steifen Gehäuseecken zu verringern, sollte man sich Gedanken über die Ausführung der Gehäusegeometrie machen.

Die Schweißnähte wurden einer statischen Bewertung unterzogen, da aber beim Anlaufvorgang doch auch dynamische Belastungen auf die Gehäuseteile wirken könnten, sollte man die Schweißnähte einer weiteren dynamischen Bewertung unterziehen. Auch die Ausführung der Schweißnähte gilt es beim Bau von ähnlichen Gehäuseteilen genau zu überlegen, beispielsweise sollten Ecknähte - wie an den Kanten des Abluftgehäuses - immer vermieden werden, da an der Innenseite eine starke Kerbwirkung auftritt.

Die Modalanalyse dient nur der ersten Abschätzung der Eigenfrequenzen. Das Modell des Rotors ist in dieser Arbeit stark vereinfacht und auch die Lagersteifigkeiten sind nur eine erste Abschätzung. Des Weiteren wurde erkannt, dass die Kupplung, welche in dieser Arbeit vernachlässigt wurde, bei höheren Eigenformen doch erheblichen Einfluss auf die Eigenfrequenzen hat. Die Ergebnisse der Modalanalyse sollen als Basis für eine weitere, genauere, rotordynamische Untersuchung dienen.

Die Erkenntnisse dieser Diplomarbeit sollten bei konstruktiven Änderungen am Prüfstand bedacht werden.

8 Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1-1 Niederdruckturbinenprüfstand.....	2
Abbildung 1-2 Lagerung Einlaufgehäuse	3
Abbildung 1-3 Detail Lagerung Einlaufgehäuse, links Lager in vertikaler Ebene, rechts Lager in horizontaler Ebene	3
Abbildung 1-4 Schraubverbindung	4
Abbildung 1-5 Lagerung Rotor	4
Abbildung 1-6 Krafftfluss Festlager Rotor	5
Abbildung 1-7 Lagerung Rotor, links Loslager, rechts Festlager	5
Abbildung 2-1 Spannungsvektoren (links) und Spannungskomponenten (rechts) an einem infinitesimalen Quader (Celigoj, 2004)	7
Abbildung 2-2 Mohrscher Spannungskreis (Celigoj, 2004)	8
Abbildung 2-3 Oktaederspannungen (Celigoj, 2004)	9
Abbildung 2-4 Dünnwandiges Rohr unter Innendruck (Celigoj, 2004)	13
Abbildung 2-5 Schnitt normal zur Achse (links) und axialer Schnitt (rechts), (Celigoj, 2004).....	13
Abbildung 2-6 Aufbau eines Asynchronmotors (nach Werkbild Siemens)	14
Abbildung 2-7 Querschnitt durch eine einstufige Radialpumpe	15
Abbildung 2-8 Senkrecht stehender Wellenstrang, Kaplan turbine mit Generator	16
Abbildung 2-9 Umlaufende Fliehkraft F und Lagerreaktion F_1, F_r beim unwuchtigen starren Rotor (m Rotormasse, ε Exzentrizität).....	17
Abbildung 2-10 Kräftegleichgewicht bei unwuchterregter Wellenschwingung	18
Abbildung 2-11 Wellenauslenkung und umlaufende Fliehkräfte beim elastischen Rotor.....	19
Abbildung 2-12 Schwingungsbewegung der elastischen Welle aus der Sicht eines raumfesten Beobachters	20
Abbildung 2-13 Lage des Schwerpunktes S im unterkritischen und überkritischen Drehzahlbereich	20
Abbildung 2-14 Einseitig eingespannter Drehschwinger (links), nicht eingespannter Drehschwinger (rechts)	21
Abbildung 2-15 Einseitig eingespannter Balken	23
Abbildung 2-16 Rotor mit Exzentrizität	24
Abbildung 2-17 Laval's Turbine mit dünner, biegsamer Welle (links), Anordnung der Lavaldüsen am Laufrad (rechts).....	25
Abbildung 2-18 Läufer mit punktförmiger Masse (oben) und Läufer mit Scheibe, die sich nicht schräg stellt (unten).....	26

Abbildung 2-19 Ausgelenkte Welle in einem raumfesten Koordinatensystem (links) und Definition der positiven Zählrichtung der Winkel und Momente (rechts)	27
Abbildung 2-20 Schrägstellung der Scheibe bei ausgebogenem Läufer	27
Abbildung 2-21 Versuch zur Demonstration des Kreiselmomentes	28
Abbildung 2-22 x' , y' , z' -Hauptachsensystem an einer rotationssymmetrischen Scheibe.....	29
Abbildung 2-23 Drallkomponente im raumfesten Koordinatensystem	29
Abbildung 2-24 Eigenformen translatorisch fixierter Balken 1. EF rot, 2. EF orange, 3. EF gelb, 4. EF grün, 5. EF blau	31
Abbildung 2-25 Kontrollvolumen	32
Abbildung 4-1 Mittelflächenmodell Einlaufgehäuse (links) Abluftgehäuse (rechts).....	36
Abbildung 4-2 Shellmodell Abluftgehäuse mit Detail.....	37
Abbildung 4-3 Tetraedernetz Einlaufgehäuse	37
Abbildung 4-4 Lagerung Einlaufgehäuse	38
Abbildung 4-5 Lagerung Turbinenrig.....	39
Abbildung 4-6 Lagerung Akustikrig	40
Abbildung 4-7 Lagerung Abluftgehäuse	41
Abbildung 5-1 Systemgrenze Ein- und Austrittsimpuls	42
Abbildung 5-2 Vergleichsspannung Einlaufgehäuse (p), Schalenmodell.....	43
Abbildung 5-3 Vergleichsspannung Einlaufgehäuse (p), Solidmodell.....	44
Abbildung 5-4 Vergleichsspannung Einlaufgehäuse (T), Solidmodell.....	45
Abbildung 5-5 Vergleichsspannung Einlaufgehäuse (p), Solidmodell.....	46
Abbildung 5-6 Vergleichsspannung Einlaufgehäuse (T), Solidmodell.....	46
Abbildung 5-7 Vergleichsspannung Einlaufgehäuse (p, T)	47
Abbildung 5-8 Vergleichsspannung Einlaufgehäuse (p,T)	47
Abbildung 5-9 Spannung Turbinenrig (p)	48
Abbildung 5-10 Spannung Turbinenrig (T)	49
Abbildung 5-11 Spannung Turbinenrig (p,T)	49
Abbildung 5-12 Detailansicht von Turbinenrig (Detail 1), Vergleichsspannung in MPa	50
Abbildung 5-13 Vergleichsspannung Akustikrig (p).....	51
Abbildung 5-14 Vergleichsspannung Akustikrig (T)	52
Abbildung 5-15 Vergleichsspannung Akustikrig (p, T)	52
Abbildung 5-16 Vergleichsspannung Schnitt durch Akustikrig (p,T)	53
Abbildung 5-17 Detail Vergleichsspannung Akustikrig, 25°C Außentemperatur (links) und 50°C Außentemperatur (rechts), MPa.....	53
Abbildung 5-18 Vergleichsspannung Abluftgehäuse (p)	55
Abbildung 5-19 Vergleichsspannung Abluftgehäuse (T).....	55
Abbildung 5-20 Vergleichsspannung Abluftgehäuse (p), Solidmodell.....	56

Abbildung 5-21 Vergleichsspannung Abluftgehäuse (T)	57
Abbildung 5-22 Vergleichsspannung Abluftgehäuse (p), Schalenmodell	57
Abbildung 5-23 Vergleichsspannung Abluftgehäuse (p, T)	58
Abbildung 5-24 Vergleichsspannung Abluftgehäuse (p, T)	58
Abbildung 5-25 Verformung Einlaufgehäuse in Richtung y- Achse (p, T)	59
Abbildung 5-26 Verformung Einlaufgehäuse in Richtung x-Achse in der z-x-Ebene (p, T)....	60
Abbildung 5-27 Verformung Einlaufgehäuse in Richtung y-Achse in der z-y-Ebene (p, T)....	60
Abbildung 5-28 Verformung Einlaufgehäuse in Richtung z- Achse in der z-x- Ebene (p, T)..	61
Abbildung 5-29 Verformung in Richtung z-Achse in der z-x-Ebene	62
Abbildung 5-30 Verformung in Richtung x-Achse in der z-x-Ebene	63
Abbildung 5-31 Verformung Akustikrig in Richtung x-Achse in der z-x-Ebene (p, T).....	63
Abbildung 5-32 Verformung Akustikrig in Richtung z-Achse in der z-y-Ebene (p, T).....	64
Abbildung 5-33 Verformung Abluftgehäuse in Richtung x-Achse (p,T)	65
Abbildung 5-34 Verformung Abluftgehäuse in Richtung y-Achse (p,T)	65
Abbildung 5-35 Verformung Abluftgehäuse in Richtung z-Achse (p, T).....	66
Abbildung 6-1 Rotor in Vollwellenausführung	67
Abbildung 6-2 erste Torsionsschwingung bei 0 Hz (Drehung)	69
Abbildung 6-3 erste Biegeschwingung bei 95,08 Hz	69
Abbildung 6-4 zweite Biegeschwingung bei 155,57 Hz	69
Abbildung 6-5 dritte Biegeschwingung bei 240,42 Hz	70
Abbildung 6-6 Rotor in Hohlwellenausführung	70
Abbildung 6-7 erste Torsionsschwingung bei 0 Hz (Drehung)	71
Abbildung 6-8 erste Biegeschwingung bei 107,87 Hz	71
Abbildung 6-9 zweite Biegeschwingung bei 194,29 Hz	72
Abbildung 6-10 dritte Biegeschwingung bei 246,7 Hz	72
Abbildung 11-1 Kennzeichnung der Schweißnahtspannungen.....	79
Abbildung 11-2 Abluftgehäuse	81
Abbildung 11-3 Vektorplot Elementspannungen, Abluftgehäuse	81
Abbildung 11-4 Einlaufgehäuse	82
Abbildung 11-5 Vektorplot Elementspannung, Schweißnaht 1, Einlaufgehäuse	82
Abbildung 11-6 Vektorplot Elementspannung, Schweißnaht 2, Einlaufgehäuse	83
Abbildung 11-7 Vektorplot Elementspannung, Schweißnaht 3, Einlaufgehäuse	84
Abbildung 11-8 Fundament mit Loslager unter vertikaler Belastung.....	85
Abbildung 11-9 Fundament mit Loslager unter horizontaler Belastung	86
Abbildung 11-10 Fundament mit Festlager unter vertikaler Belastung	86
Abbildung 11-11 Fundament mit Festlager unter horizontaler Belastung	87

9 Tabellenverzeichnis

Tabelle 4-1 Freiheitsgrade der Lagerstellen.....	39
Tabelle 5-1 Impuls.....	42
Tabelle 6-1 Lagersteifigkeiten	68
Tabelle 6-2 orthotrope Lagersteifigkeiten.....	68
Tabelle 6-3 Auflistung der ersten 4 Moden	68
Tabelle 6-4 Auflistung der ersten 4 Moden	71
Tabelle 11-1 zulässige Spannungen für Schweißnähte im Stahlbau	80
Tabelle 11-2 Schweißnahtbewertung.....	81
Tabelle 11-3 Schweißnahtbewertung.....	83
Tabelle 11-4 Schweißnahtbewertung.....	83
Tabelle 11-5 Schweißnahtbewertung.....	84

10 Literaturverzeichnis

Gasch,R.,Nordmann, R., & Pfützner, H. (2006). Rotordynamik. Berlin, Heidelberg, New York:
Springer- Verlag.

Celigoj, C.C. (2004). Festigkeitslehre

Marn, A. (2010). Rotordynamik.

Matek, Wittel, Becker, & Muhs. (1995). Roloff/ Matek Maschinenelemente. Vieweg

Gebhardt, C. (2011). Praxisbuch FEM mit ANSYS Workbench. Hanser

Brenn G., Meile W. (2007). Strömungslehre und Wärmeübertragung I

11 Anhang

Anhang A Berechnung ausgewählter Schweißnähte

Die statische Schweißnahtberechnung wurde nach Roloff / Matek, Maschinenelemente, 14. Auflage, Kapitel 4 - Berechnung der Schweißnähte im Stahlbau (siehe auch Literaturverzeichnis) durchgeführt.

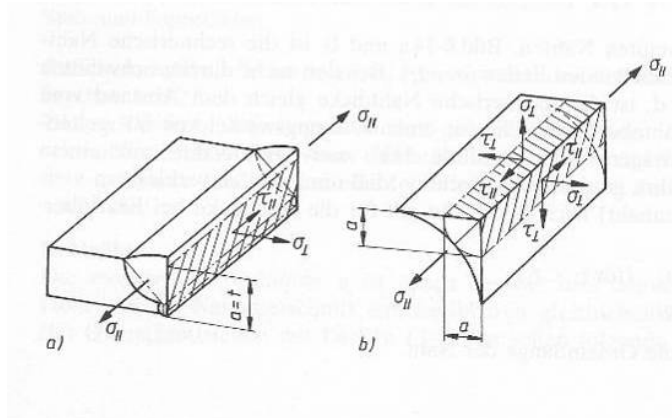


Abbildung 11-1 Kennzeichnung der Schweißnahtspannungen

Für Kehln- und Stumpfnähte werden die einzelnen Spannungskomponenten σ_{\perp} , τ_{\parallel} , τ_{\perp} nach Abbildung 11-1 je für sich berechnet. Aus ihnen ist ein Vergleichswert zu bilden

$$\sigma_{wv} = \sqrt{\sigma_{quer}^2 + \tau_{längs}^2 + \tau_{quer}^2} \leq \sigma_{wzul} \quad 11-1$$

$\sigma_{\perp} = \sigma_{quer}$, $\tau_{\parallel} = \tau_{längs}$, $\tau_{\perp} = \tau_{quer}$ Schweißnahtspannungen nach

$$\left. \begin{matrix} \sigma_{quer} \\ \tau_{quer} \\ \tau_{längs} \end{matrix} \right\} \frac{F}{A_w} = \frac{F}{\sum (a * l)} \leq \sigma_{wzul} = \tau_{wzul} \quad 11-2$$

σ_{wzul} ist die zulässige Schweißnahtspannung nach Tabelle 11-1

Tabelle 11-1 zulässige Spannungen für Schweißnähte im Stahlbau

Zulässige Spannungen für Schweißnähte im Stahlbau $\sigma_{w,zul}$ ($\tau_{w,zul}$) in N/mm² nach DIN 18800-1 (Grenzschnitzspannungen)

Nahtarten	Nahtgüte (Ausführung nach DIN 18800-7, Abschnitt 3.4.3)	Beanspruchungsart	Stahlsorten	
			S235JR S235JRG1 S235JRG2 S235J2G2	S355J2G3 S355N
Durch- oder gegengeschweißte Nähte (Stumpf- und HV-Nähte)	alle Nahtgüten	Druck	218 ¹⁾	327 ¹⁾
	nachgewiesen	Zug		
	nicht nachgewiesen			
nicht durchgeschweißte Nähte (z. B. HY-, DHY-, Kehl- und Dreiblechnähte) Bild 6-12 und 6-13	alle Nahtgüten	Zug Druck	207 ²⁾	262
alle Nahtarten		Schub		

¹⁾ Diese Nähte müssen nicht nachgewiesen werden. Maßgebend ist die Bauteilfestigkeit.

²⁾ Bei Stumpfstoßen von Formstahl aus S235JR und S235JRG1 mit $t \geq 16$ mm ist bei Zugbeanspruchung $\alpha_w = 0,55$ und somit $\sigma_{w,zul} = 120$ N/mm².

Hinweis: $\sigma_{w,zul} = \alpha_w \cdot R_e / S_M$; mit $\alpha_w = 0,95$ bzw. $0,8$ für S235 bzw. S355, R_e nach TB 6-5 und $S_M = 1,1$.

Diese für Erzeugnisdicken $t \leq 40$ mm gültigen Werte sind auch anzusetzen bei Schweißnähten in Bauteilen mit

Festigkeitsnachweis

Um die Spannungen in den Schweißnähten ermitteln zu können, wurde ein Schalenmodell mit großen Elementen erstellt, um Kerbwirkungen und dergleichen nicht mitzuberechnen. Danach wurden in einem Vektorplot die Elementspannungen im Bereich der Schweißnaht angezeigt und ausgewertet. Der Temperaturunterschied über die Blechdicke wurde nicht berücksichtigt. Die Vektoren beziehen sich auf das Element-Koordinatensystem und können so direkt für die Schweißnahtberechnung verwendet werden.

Abluftgehäuse

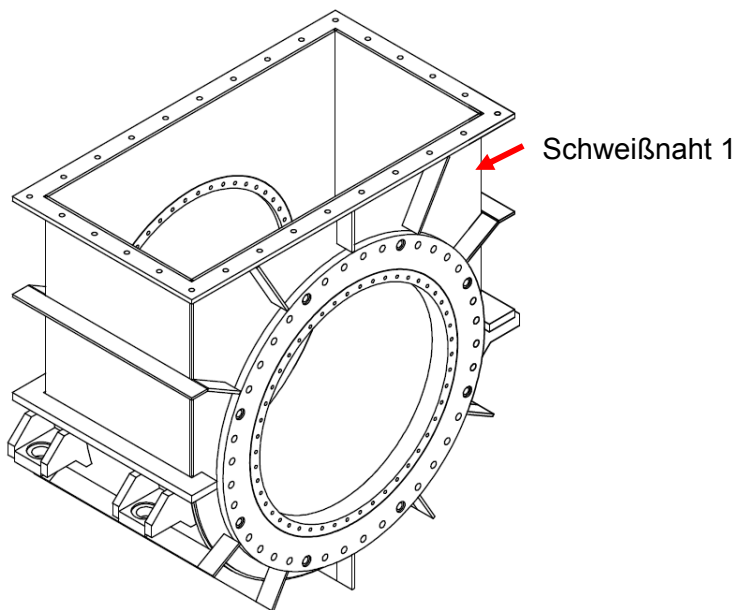


Abbildung 11-2 Abluftgehäuse

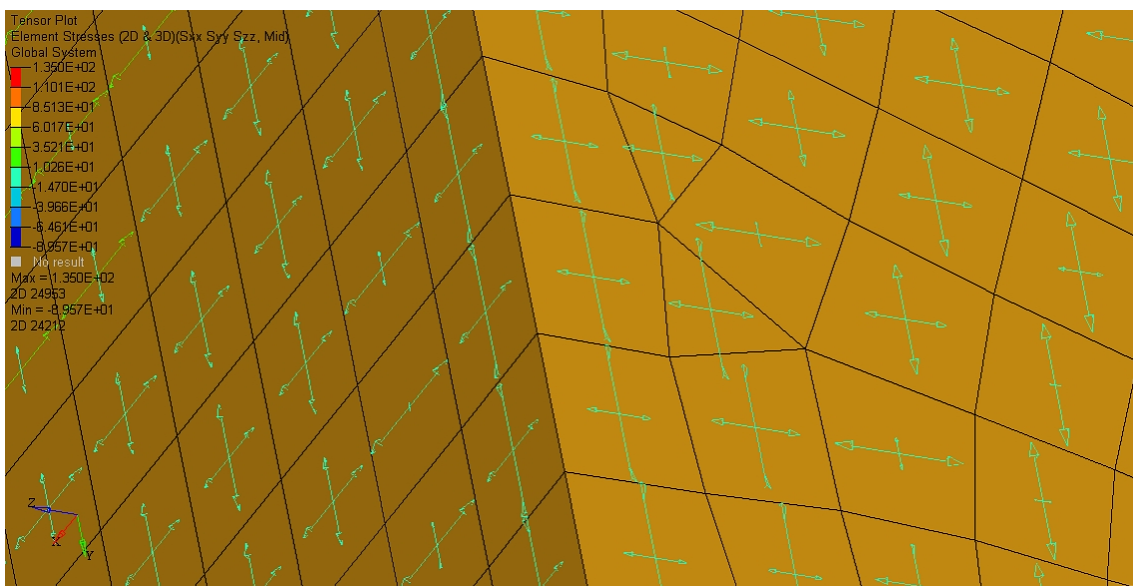


Abbildung 11-3 Vektorplot Elementspannungen, Abluftgehäuse

Tabelle 11-2 Schweißnahtbewertung

Schweißnaht 1, Ecknaht (äußere Kehlnaht) a = 5mm, Blechdicke b = 8mm					
	Spannungen aus FE	Fläche Bauteilquerschnitt	Kraft F	Fläche Schweißnaht	Spannungen in Schweißnaht
σ_{quer}	35 MPa	14000 mm ²	490000 N	8750 mm ²	56 MPa
τ_{quer}	35 MPa	14000 mm ²	490000 N	8750 mm ²	56 MPa
σ_{wv}	79 MPa < $\sigma_{wzul} = 262$ MPa nach Tabelle 11-1				

Eine Ecknaht - wie in diesem Fall - sollte immer vermieden werden, da an der Innenseite immer eine starke Kerbwirkung auftritt. Die Spannung aus dem FE-Modell muss auf den Nahtquerschnitt umgerechnet werden.

Einlaufgehäuse

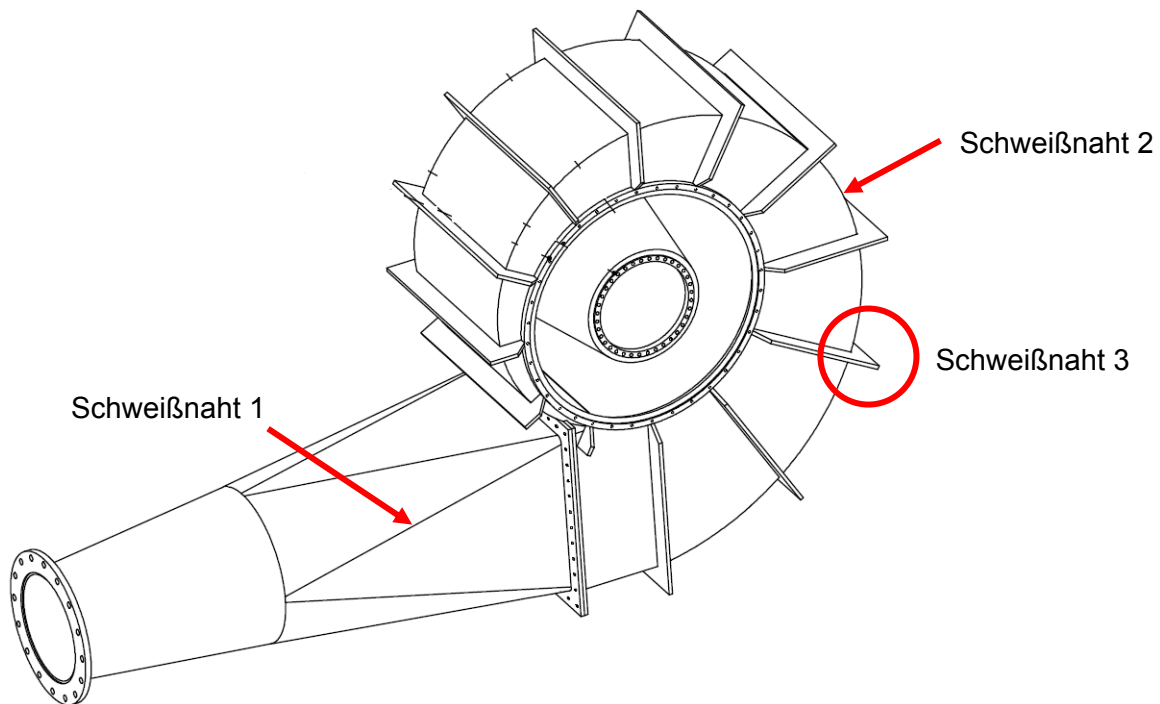


Abbildung 11-4 Einlaufgehäuse

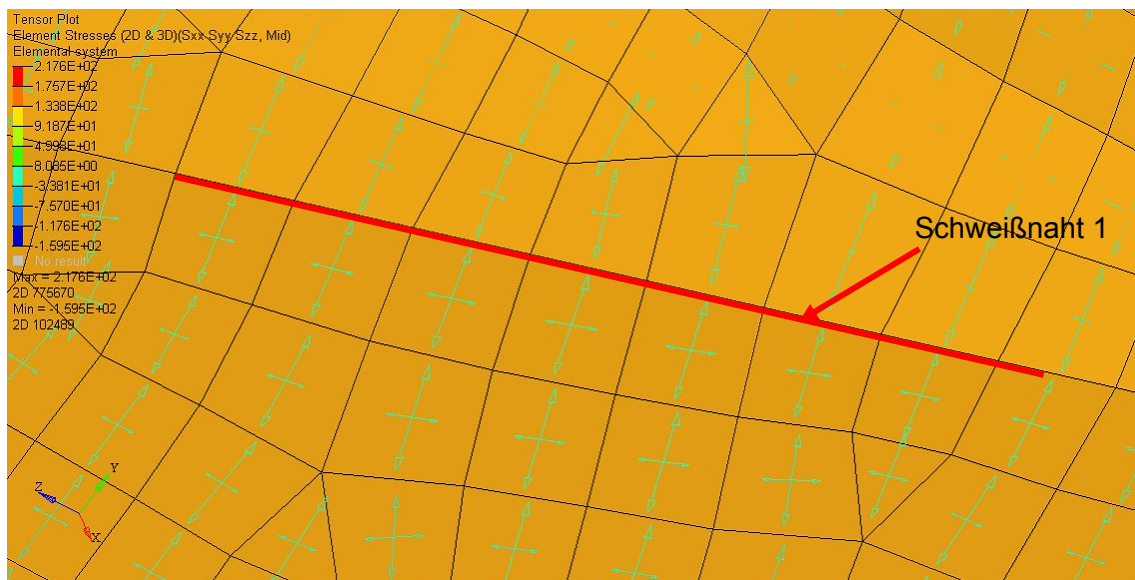


Abbildung 11-5 Vektorplot Elementspannung, Schweißnaht 1, Einlaufgehäuse

Tabelle 11-3 Schweißnahtbewertung

Schweißnaht 1, Stumpfnah a = b = 8 mm	
Spannungen FE = Spannung in der Schweißnaht	
σ_{quer}	8 MPa
σ_{wv}	8 MPa < $\sigma_{wzul} = 262$ MPa nach Tabelle 11-1

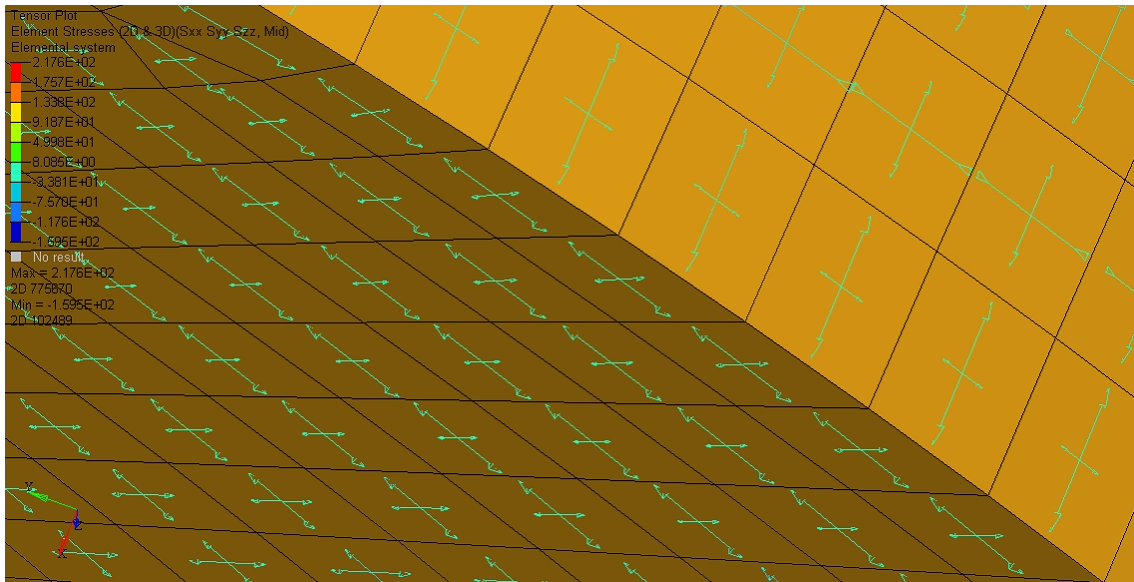


Abbildung 11-6 Vektorplot Elementspannung, Schweißnaht 2, Einlaufgehäuse

Tabelle 11-4 Schweißnahtbewertung

Schweißnaht 2, Stumpfnah a = b = 12 mm	
Spannungen FE = Spannung in der Schweißnaht	
σ_{quer}	23 MPa
τ_{quer}	23 MPa
$\tau_{längs}$	23 MPa
σ_{wv}	40 MPa < $\sigma_{wzul} = 262$ MPa nach Tabelle 11-1

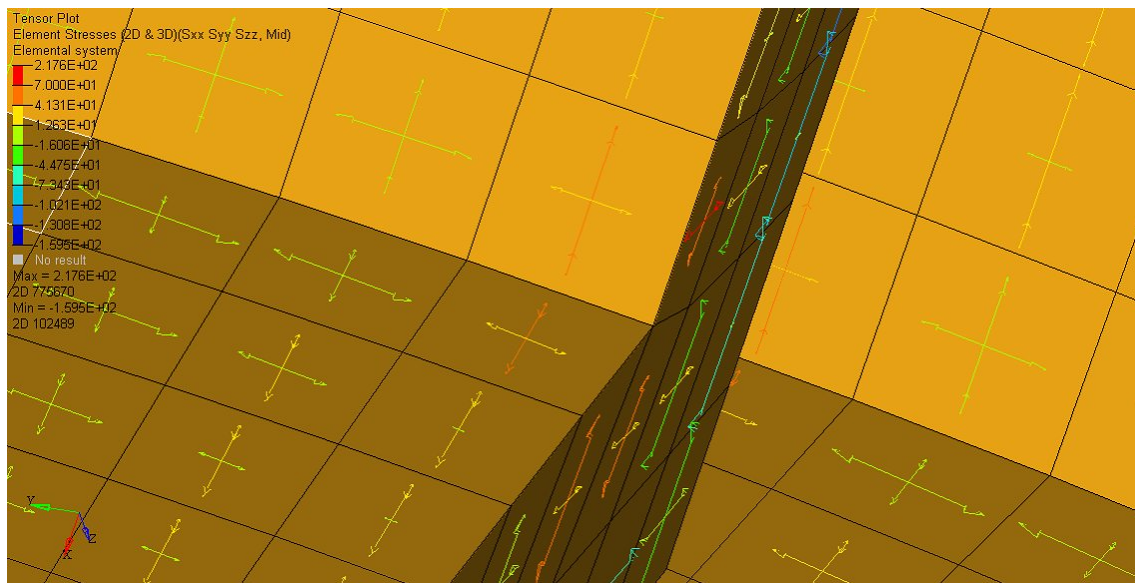


Abbildung 11-7 Vektorplot Elementspannung, Schweißnaht 3, Einlaufgehäuse

Tabelle 11-5 Schweißnahtbewertung

Schweißnaht 3, Stumpfnah a = b = 12 mm	
Spannungen FE = Spannung in der Schweißnaht	
σ_{quer}	70 MPa
τ_{quer}	70 MPa
σ_{wv}	93 MPa < $\sigma_{wzul} = 262$ MPa nach Tabelle 11-1

Zusammenfassung

Die Schweißnähte, die berechnet wurden, liegen mit den auftretenden Spannungen alle unter dem zulässigen Materialkennwert. Es ist jedoch darauf hinzuweisen, dass dies eine rein statische Berechnung ist und damit eine sehr vereinfachte. Beim Anfahren treten sehr wohl dynamische Belastungen auf, und auch die Spannungen aufgrund der Temperatur wurden nicht berücksichtigt.

Anhang B Lagersteifigkeit

Da die Lager einen entscheidenden Einfluss auf die Rotordynamik der Anlage haben, wurde hier sehr umfangreich auf die Ermittlung der Parameter eingegangen. Die Lagersteifigkeiten setzen sich grundsätzlich aus den Steifigkeiten der Wälzlager und des Fundaments zusammen.

Steifigkeiten Wälzlager

Die Lagersteifigkeiten der Wälzlager betragen für das Loslager $c_{LL,Lager} = 1,9 \cdot 10^8$ N/m und für das Festlager $c_{FL,Lager} = 2,9 \cdot 10^8$ N/m. Sie wurden mit Hilfe des Lagerkataloges ermittelt.

Steifigkeiten Fundament

Die Ermittlung der Steifigkeiten des Fundaments erfolgte mit einer FE-Rechnung. Dabei wurde das 3D-Modell des Prüfstandes von den für die Steifigkeitsberechnung nicht relevanten Teilen befreit und in das Programm Ansys Workbench eingelesen. In weiterer Folge wurde das Modell vernetzt und im Bereich der Lager eine Lagerkraft aufgebracht. Durch die daraus resultierende Verformung konnte auf die Steifigkeiten geschlossen werden.

Loslager:

Die vertikale Belastung beträgt $F = 100000$ N.

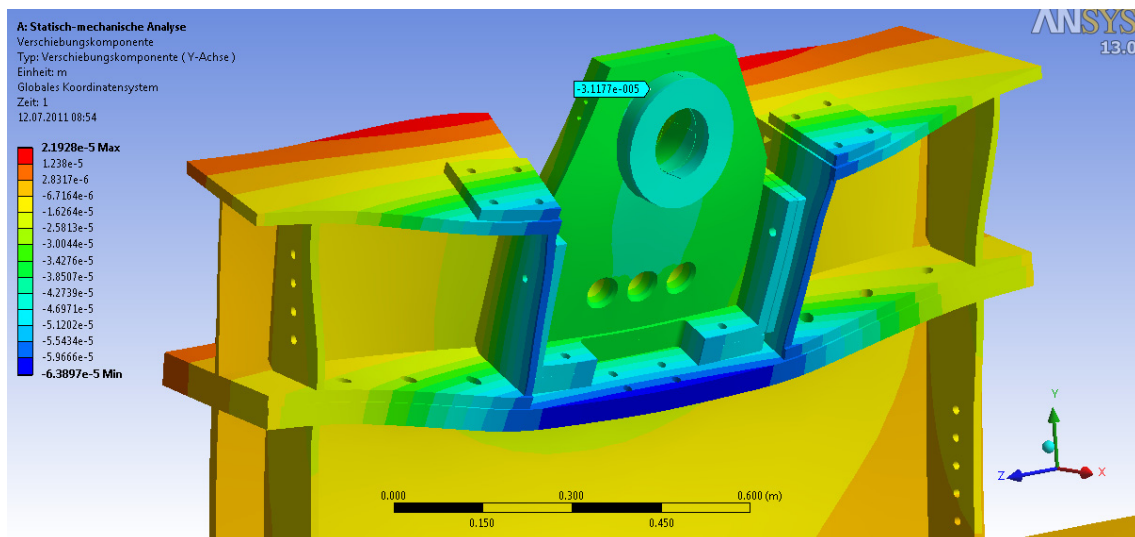


Abbildung 11-8 Fundament mit Loslager unter vertikaler Belastung

Aus der Belastung und der maximalen Verformung im Bereich der Lager kann nun die Steifigkeit des Fundaments berechnet werden. Es ergibt sich ein Wert für die Steifigkeit des Fundaments in vertikaler Richtung von $3,207 \cdot 10^9$ N/m.

$$c_{LL,Fund,vert} = \frac{100000[N]}{0.000031177[m]} = 3.207 \cdot 10^9 [N/m]$$

Die horizontale Belastung beträgt $F = 100000 \text{ N}$.

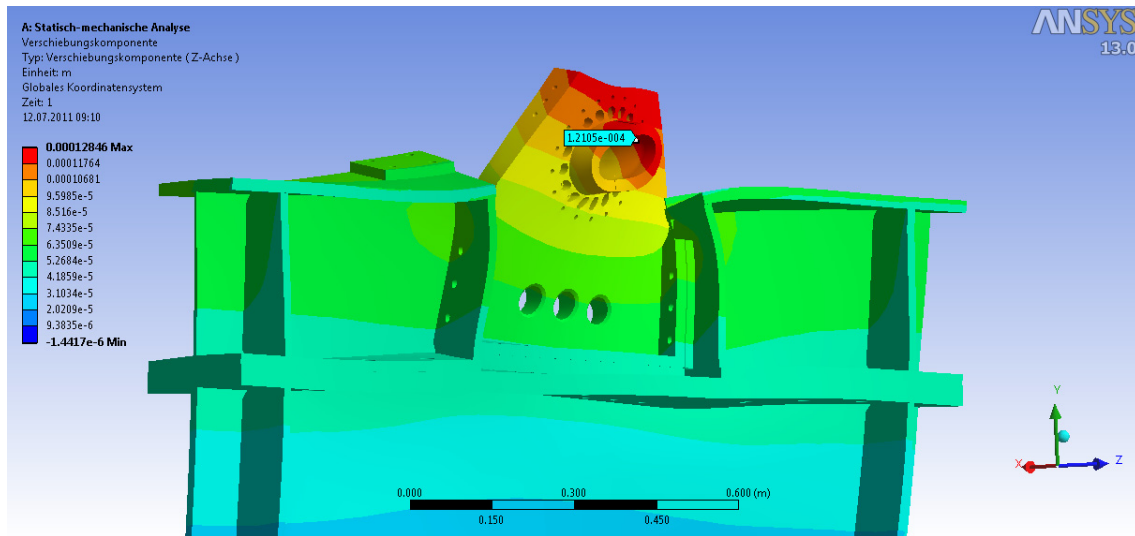


Abbildung 11-9 Fundament mit Loslager unter horizontaler Belastung

Es ergibt sich ein Wert für die Steifigkeit des Fundaments in horizontaler Richtung von $8,621 \cdot 10^8 \text{ N/m}$.

$$c_{LL, \text{Fund, hori}} = \frac{100000 [N]}{0.00012105 [m]} = 8.261 \cdot 10^8 [N/m]$$

Festlager:

Die vertikale Belastung beträgt $F = 100000 \text{ N}$.

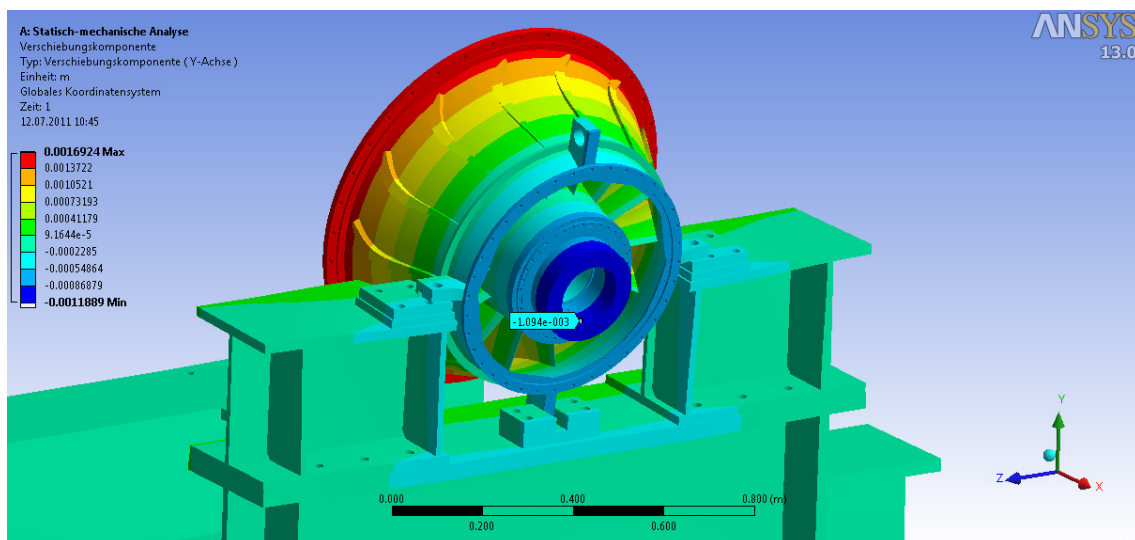


Abbildung 11-10 Fundament mit Festlager unter vertikaler Belastung

Es ergibt sich ein Wert für die Steifigkeit des Fundaments in vertikaler Richtung von $9,141 \cdot 10^7$ N/m.

$$c_{FL,Fund,vert} = \frac{100000[N]}{0.001094[m]} = 9.141 \cdot 10^7 [N / m]$$

Die horizontale Belastung beträgt $F=100000$ N.

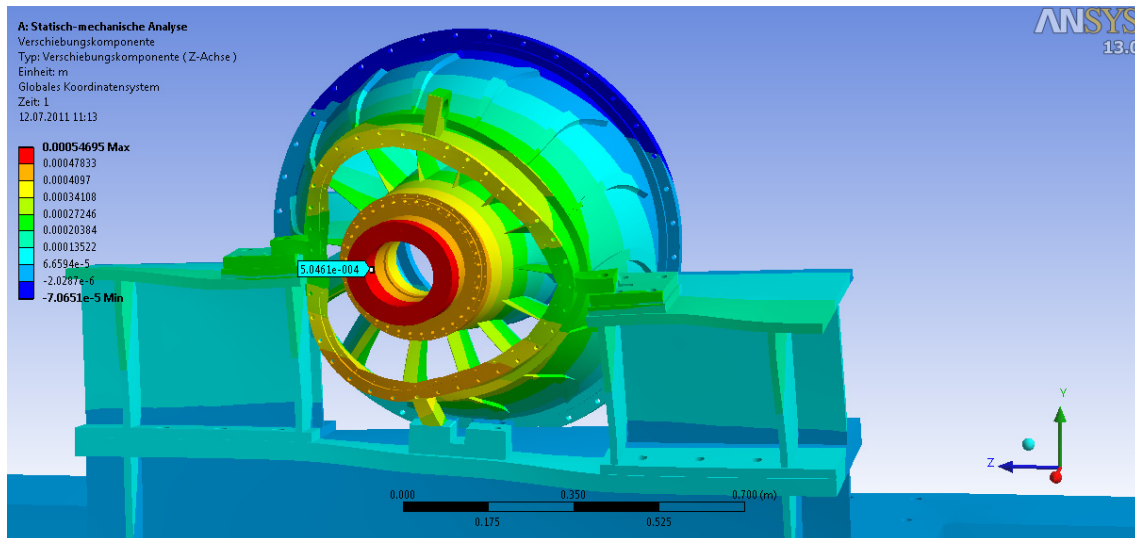


Abbildung 11-11 Fundament mit Festlager unter horizontaler Belastung

Es ergibt sich ein Wert für die Steifigkeit des Fundaments in horizontaler Richtung von $1,982 \cdot 10^8$ N/m.

$$c_{FL,Fund,hor} = \frac{100000[N]}{0.0005046[m]} = 1.982 \cdot 10^8 [N / m]$$

Gesamtlagersteifigkeiten:

Durch die Serienschaltung der Steifigkeiten von Fundament und Wälzlager ergeben sich die Werte der Gesamtlagersteifigkeiten.

$$c_{LL,vert} = \frac{c_{LL,Fund,vert} * c_{LL,Lager}}{c_{LL,Fund,vert} + c_{LL,Lager}} = 1.794 \cdot 10^8 [N / m]$$

$$c_{LL,hor} = \frac{c_{LL,Fund,hor} * c_{LL,Lager}}{c_{LL,Fund,hor} + c_{LL,Lager}} = 1.545 \cdot 10^8 [N / m]$$

$$c_{FL,vert} = \frac{c_{FL,Fund,vert} * c_{FL,Lager}}{c_{FL,Fund,vert} + c_{FL,Lager}} = 6.95 * 10^7 [N / m]$$

$$c_{FL,horiz} = \frac{c_{FL,Fund,horiz} * c_{FL,Lager}}{c_{FL,Fund,horiz} + c_{FL,Lager}} = 1.177 * 10^8 [N / m]$$

Anhang C Zeichnungen