



Numerische Untersuchung des Einflusses der  
Oberflächengeometrie auf den Wärmeübergang von  
Polwindungsoberflächen

Diplomarbeit

von

Thorsten Selic

durchgeführt am

Institut für Thermische Turbomaschinen und Maschinendynamik

an der

Technischen Universität Graz

Vorstand: Univ.-Prof. Dr. Ing. Franz Heitmeir

Betreuer:

Dipl.-Ing. Dr.techn. Andreas Marn

Graz, im Juni 2010

## **Vorwort**

Die vorliegende Arbeit wurde am Institut für Thermische Turbomaschinen und Maschinendynamik an der Technischen Universität Graz verfasst. Die Aufgabenstellung sowie wichtige Einsichten in das Themengebiet stammen von der Andritz Hydro AG Weiz.

Hiermit möchte ich mich bei meinen Betreuern DI Dr. Andreas Marn von der TU Graz für die Unterstützung während des Entstehungsprozesses bedanken, sowie bei DI Dr. Ernst Farnleitner und DI Dr. Gebhart Kastner von der Andritz Hydro AG, die mir die Möglichkeit gegeben haben diese Arbeit zu verfassen und die für so manchen Denkanstoß verantwortlich waren.

Besonderer Dank gebührt meinen Eltern, die mir stets freie Hand gelassen haben und mich mit allen Mitteln unterstützt haben. Vielen Dank.

Zudem vielen Dank an meine Freundin Kathrin, die mir während des Verfassens durch ihre Geduld und moralische Unterstützung eine außerordentliche Hilfe war.

Graz, im Juni 2010

Thorsten Selic

Deutsche Fassung:  
Beschluss der Curricula-Kommission für Bachelor-, Master- und Diplomstudien vom 10.11.2008  
Genehmigung des Senates am 1.12.2008

## EIDESSTÄTTLICHE ERKLÄRUNG

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen/Hilfsmittel nicht benutzt, und die den benutzten Quellen wörtlich und inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe.

Graz, am .....

.....  
(Unterschrift)

Englische Fassung:

## STATUTORY DECLARATION

I declare that I have authored this thesis independently, that I have not used other than the declared sources / resources, and that I have explicitly marked all material which has been quoted either literally or by content from the used sources.

.....  
date

.....  
(signature)

## Kurzfassung

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit der numerischen Simulation des Wärmeübergangs von Poloberflächenmodellen mittels RANS (Reynolds Averaged Navier Stokes) Simulationen. Für die dabei untersuchten Oberflächenmodelle stehen ältere Messdaten zu Verfügung, die als Vergleichswert für die Simulationsergebnisse dienen. Die Arbeit wurde mittels des Programmpaketes ANSYS CFX 12 und des Netzgenerators ICEM durchgeführt. Die Untersuchungen beschränken sich dabei auf stationäre Simulationen des Wärmeübergangs.

Zunächst wurden für zwei einfache Testgeometrien, den ebenen Kanal (pseudo 2-d) und einen Kanal mit quadratischen Querschnitt (3-d) Sensitivitätsanalysen durchgeführt. Die dabei untersuchten Parameter umfassen unter anderem den Einfluss des Rechnetzes, der Diskretisierung sowie der Turbulenzmodellierung. Als Turbulenzmodelle kommen hierbei lineare 2-Gleichungs-Wirbelviskositätsmodelle zum Einsatz: das k- $\epsilon$ , das k- $\omega$  sowie das SST Turbulenzmodell.

Anschließend wurden die Poloberflächenmodelle in Übereinstimmung mit dem Versuchsaufbau modelliert, mittels des SST Turbulenzmodelles berechnet und die Ergebnisse verglichen. Für ein ausgewähltes Oberflächenmodell wurden eine weitere Netzstudie sowie ein Vergleich von zwei Turbulenzmodellen durchgeführt.

## Abstract

The following thesis deals with the numerical simulation of heat transfer at different salient pole surface geometries via RANS (Reynolds Averaged Navier Stokes) Simulation. Existing measurements of all the investigated surface profiles and configurations are being compared to the calculated values. All the work is done using the program package ANSYS CFX 12. All simulations are conducted stationary.

In the beginning, a sensitivity analysis has been carried out for two simple test geometries: the flat duct (a pseudo 2-d model) and the square duct (a full 3-d model). The investigated parameters include the influence of the mesh ( $y^+$ ), discretisation of the governing equations and turbulence modeling. The tested turbulence models are linear 2-equation eddy viscosity models: k- $\epsilon$ , k- $\omega$  and SST.

In the subsequent work the simulations of the different surface geometries have been carried out in best possible accordance with the preceding experiments. In addition, a mesh study and a comparison between the k- $\epsilon$  and the SST viscosity model have been conducted for a selected surface geometry.

# Inhaltsverzeichnis

<b>Vorwort</b> .....	<b>II</b>
<b>Kurzfassung</b> .....	<b>III</b>
<b>Abstract</b> .....	<b>III</b>
<b>Inhaltsverzeichnis</b> .....	<b>IV</b>
<b>Nomenklatur</b> .....	<b>VII</b>
<b>1 Einleitung</b> .....	<b>1</b>
Aufgabenstellung .....	3
<b>2 Grundlagen</b> .....	<b>4</b>
2.1 Grundgleichungen der Strömungsmechanik.....	4
2.1.1 Massenerhaltung.....	4
2.1.2 Impulserhaltung.....	4
2.1.3 Energieerhaltung .....	5
2.1.4 Fluidgesetze .....	5
2.2 Dimensionslose Kennziffern .....	7
2.2.1 Impulsgleichung .....	7
2.2.2 Energiegleichung .....	7
2.3 Modellierung turbulenter Strömungen .....	8
2.4 Wirbelviskositätsmodelle .....	9
2.4.1 0-Gleichungs Modelle.....	10
2.4.2 1-Gleichungs-Modelle .....	10
2.4.3 2-Gleichungs-Modelle .....	10
2.4.3.1 k- $\epsilon$ Modell.....	11
2.4.3.2 k- $\omega$ Modell .....	12
2.4.3.3 Shear Stress Transport Modell (SST-Modell) nach Menter.....	12
2.4.4 Wandbehandlung.....	13
2.4.4.1 Wandfunktionen.....	14
2.4.4.2 „Automatic Near Wall Treatment“ .....	15
2.5 Wärmeübertragung.....	15
2.5.1 Wärmeübertragung an einer ebenen Platte.....	16

2.5.2	Rohrströmungen.....	17
2.5.3	Modellierung der Wärmeübertragung in CFX.....	20
2.6	Numerische Methoden .....	21
2.6.1.1	Finite Differenzen .....	21
2.6.1.2	Finite Elemente.....	21
2.6.1.3	Finite Volumen.....	21
2.6.1.4	Diskretisierung in Ansys CFX.....	22
2.7	Fehlerquellen .....	24
2.8	Allgemeines zur Netzgenerierung.....	25
2.8.1	Abschätzung von $y^+$ .....	25
2.8.2	Netzqualität.....	26
<b>3</b>	<b>Wärmeübergangsrechnung an Testgeometrien.....</b>	<b>27</b>
3.1	Der ebene Kanal.....	27
3.1.1	Geometrie.....	27
3.1.2	Netzgenerierung.....	27
3.1.3	Simulationsvarianten .....	30
3.1.3.1	Randbedingungen.....	30
3.1.3.2	Solvereinstellungen.....	31
3.1.4	Auswertungsparameter .....	34
3.1.5	Ergebnisse.....	36
3.1.5.1	Zusammenfassung.....	44
3.2	Rechteckkanal.....	45
3.2.1	Geometrie.....	45
3.2.2	Netzgenerierung.....	45
3.2.3	Solvereinstellungen und Varianten .....	47
3.2.4	Ergebnisse.....	48
3.2.5	Zusammenfassung.....	54
<b>4</b>	<b>Poloberflächenmodelle .....</b>	<b>55</b>
4.1	Einleitung.....	55
4.2	Geometrie und Versuchsaufbau .....	55
4.2.1	Poloberflächenmodelle.....	56
4.2.2	Versuchskanal, Vorlauf und Nachlauf.....	57
4.3	Netzgenerierung.....	58

4.3.1	Netzgenerierung des Poloberflächenmodells mit Wärmeübertragung.....	59
4.3.2	Netzgenerierung des Vor- und Nachlaufs .....	60
4.4	Solvereinstellungen und Randbedingungen.....	61
4.5	Auswerteparameter .....	64
4.6	Ergebnisse .....	65
4.6.1	Polmodelle ohne Vorlauf und Nachlauf .....	65
4.6.1.1	Polgeometrie 1 .....	65
4.6.1.2	Polgeometrie 2 .....	72
4.6.1.3	Polgeometrie 3 .....	78
4.6.1.4	Polgeometrie 4 .....	84
4.6.1.5	Polgeometrie 5 .....	90
4.6.1.6	Vergleich der Poloberflächen.....	93
4.6.2	Polmodelle mit Vorlauf und Nachlauf.....	96
4.6.3	Simulationen mit Conjugate Heat Transfer (CHT).....	100
4.6.4	Netzstudie und Vergleich der Turbulenzmodelle.....	103
4.7	Zusammenfassung .....	118
<b>5</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick .....</b>	<b>120</b>
<b>6</b>	<b>Literaturverzeichnis.....</b>	<b>122</b>
<b>7</b>	<b>Abbildungsverzeichniss .....</b>	<b>124</b>
<b>8</b>	<b>Tabellenverzeichnis .....</b>	<b>129</b>

# Nomenklatur

## Abkürzungen und Indizes

$c_p$	[J/kgK]	Spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck
$c_v$	[J/kgK]	Spezifische Wärmekapazität bei konstantem Volumen
$e_t$	[J]	Totalenergie
$f_i$	[m/s <sup>2</sup> ]	Vektor der Massenkraft
$u_\tau$	[m/s]	Schubspannungsgeschwindigkeit
$C$		Allgemeine Konstante
$Ec$	[-]	Eckert-Zahl
$g$	[m/s <sup>2</sup> ]	Erdbeschleunigung
$Gr$	[-]	Grashof-Zahl
$h$	[J/kg]	Spezifische Enthalpie
$k$	[m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> ]	Turbulente Kinetische Energie
$L, l$	[m]	Länge
$l_m$	[m]	Prandtl'scher Mischungsweg
$m$	[kg]	Masse
$n_i$	[1]	Oberflächennormalvektor
$Nu$	[-]	Nusselt-Zahl
$p$	[N/m <sup>2</sup> ]	Druck
$Pr$	[-]	Prandtl-Zahl
$Q$	[W]	Wärmemenge
$Q$		Allgemeiner Quellterm
$q, q_j$	[W/m <sup>2</sup> ]	Wärmestromvektor
$R$	[J/(kg K)]	Gaskonstante von Luft
$Re$	[-]	Reynolds-Zahl
$S$	[m <sup>2</sup> ]	Oberflächenelement
$St$	[-]	Stanton-Zahl
$t$	[s]	Zeit
$T$	[K]	Temperatur
$u_i$	[m/s]	Geschwindigkeitsvektor
$u, v, w$	[m/s]	Geschwindigkeitsvektoren in x-, y-, z-Richtung
$V$	[m <sup>3</sup> ]	Volumen
$w$	[g/mol]	Molare Masse
$x, y, z$	[m]	Raumrichtungen
$x_i$	[m]	Kartesischer Raumvektor
$e$	[J]	Innere Energie



## Griechisch

$\Phi$		Allgemeine Zustandsgröße
$\delta_T$	[m]	Temperaturgrenzschichtdicke
$\delta_{ij}$		Kronecker-Delta
$\sigma_{ij}$	[N/m <sup>2</sup> ]	Spannungstensor
$\tau_{ij}$	[N/m <sup>2</sup> ]	Deviatorischer Spannungstensor
$\delta$	[m]	Grenzschichtdicke
$\alpha$	[W/m <sup>2</sup> K]	Wärmeübergangskoeffizient
$\kappa$	[-]	Isentropenexponent
$\lambda$	[W/mK]	Wärmeleitfähigkeit
$\mu$	[Ns/m <sup>2</sup> ]	Dynamische Viskosität
$\nu$	[m <sup>2</sup> /s]	Kinematische Viskosität
$\rho$	[kg/m <sup>3</sup> ]	Dichte
$\phi_\mu$	[N/m <sup>2</sup> s]	Viskose Dissipation
$\Theta$	[-]	Dimensionslose Temperatur
$\mu_t$	[Ns/m <sup>2</sup> ]	Turbulente Viskosität
$\tau_w$	[N/m <sup>2</sup> ]	Wandschubspannung
$\tau$	[N/m <sup>2</sup> ]	Schubspannung
$\omega$	[1/s]	Spezifische Dissipationsrate
$\varepsilon$	[m <sup>2</sup> /s <sup>3</sup> ]	Isentrope Dissipationsrate
$\Omega$	[-]	Kollisionsfunktion
$\beta$	[1/K]	Isobarer Ausdehnungskoeffizient
$\Delta T$	[K]	Temperaturdifferenz

## Obere Indizes

$(\cdot)^S$	Oberfläche
$(\cdot)^V$	Volumen
$\dot{(\cdot)}$	Strömungsgröße
$(\cdot)^+$	Dimensionslose Größe
$\overline{(\cdot)}$	Zeitlicher Mittelwert
$(\cdot)'$	Schwankungsgröße

## Indizes

$(\cdot)_{Ref}$	Referenzgröße
$(\cdot)_0$	Ausgangsgröße
$(\cdot)_\infty$	Außenströmung

# 1 Einleitung

Im Jahr 2008 betrug die weltweite Stromerzeugung bereits mehr als  $18 \cdot 10^{12}$ Wh. Für einen Großteil der dabei verwendeten Methoden ist die Umwandlung von kinetischer Energie in elektrische Energie notwendig. Seien es nun fossile Energieträger wie Kohle oder Erdgas, Energie aus nuklearen Reaktionen, Windenergie oder Wasserkraft - in all diesen Prozessen ist die Umwandlung von Rotation in elektrischen Strom erforderlich. Dazu kommen Generatoren zum Einsatz, die zu einem Großteil als Synchrongeneratoren ausgeführt sind. Durch die Energieumwandlung entstehen unvermeidbare Verluste und damit eine Temperaturerhöhung der Bauteile des Generators, um einer Beschädigung und einer Veränderung der Betriebscharakteristik entgegenzuwirken, gekühlt werden muss. Die auftretenden Verluste stammen dabei beispielsweise aus der Stromleitung, der Ummagnetisierung oder sind Reibungsverluste mechanischer Komponenten des Generators. Der Wärmetransport in solchen Maschinen ist meist sehr komplex und wird mittels CFD Methoden berechnet.

Im Falle von Wasserkraftgeneratoren sind diese Maschinen als s.g. Schenkelpolmaschinen ausgeführt. Hier besitzt der Läufer, der auch als „Polrad“ bezeichnet wird, ausgeprägte Pole. Grund für diese Konstruktionsweise ist unter anderem die niedrige Drehzahl dieser Maschinen, sodass große Durchmesser realisiert werden müssen. Solche Generatoren werden oft als „Hydrogenerator“ bezeichnet. Gegenstück dazu ist der als Vollpol ausgeführte s.g. „Turbogenerator“. Dieser hat aufgrund der massiven Bauform geringere Baugrößen und wird meist in Kombination mit bei hoher Drehzahl betriebenen Gas- oder Dampfturbinen verwendet.

Abbildung 1-1 zeigt Prinzipskizzen dieser beiden Bauformen. Innen ist der Rotor mit der Gleichstromerregung zu erkennen, außen der Stator mit der 3-phasigen drehstromerregten Wicklung.

Als weitere Bauform steht die s.g. Außenpolwicklung zur Verfügung bei der die Erregung am Stator angeordnet ist und die 3-phasige Wicklung, der s.g. Ankerwicklung am Rotor. Diese Bauform wird jedoch selten verwendet.

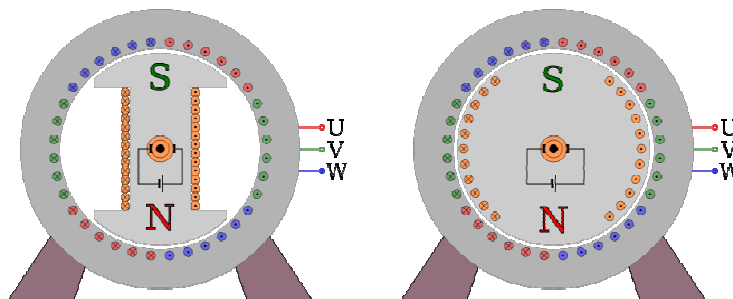
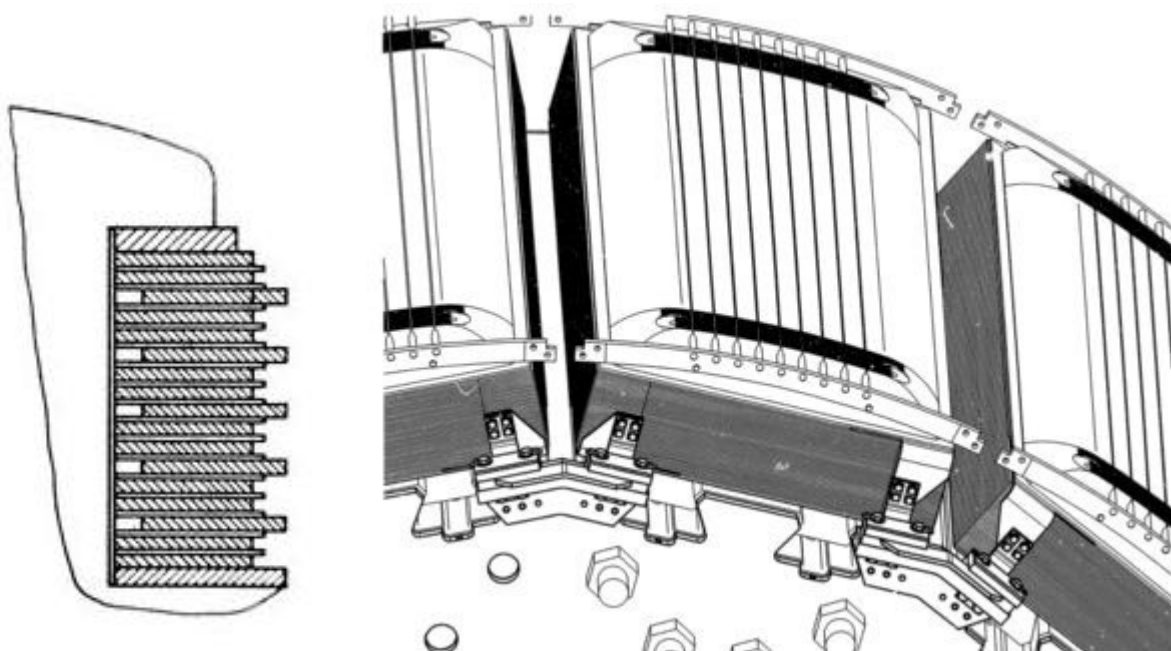


Abbildung 1-1: Prinzipielle Bauformen von Generatoren: Schenkelpol (links) und Vollpol (rechts) (de.wikipedia.com)

Ziel der Kühlung ist es nun die durch Verluste erzeugte Wärme so gut wie möglich abzuführen, um die entstehende Temperaturerhöhung in der Maschine möglichst gering zu halten. Für die Kühlung solcher Maschinen stehen eine Vielzahl an Verfahren und Medien zur Verfügung die in DIN EN 60034-6 definiert werden. Je nach Leistung und Verfügbarkeit werden flüssige oder gasförmige Medien zur Kühlung herangezogen. An Gasen werden hier in erster Linie Luft und Wasserstoff verwendet, als Flüssigkeit kommt meist Wasser, selten auch Öl zum Einsatz. Die Auswahl des Mediums erfolgt hinsichtlich der in der Maschine anfallenden Verlustleistung. Luft wird in erster Linie für geringe Leistungen verwendet, Wasser und Wasserstoff für höhere abzuführende Verlustleistungen.

Eine Möglichkeit zur Verbesserung der Wärmeübertragung bietet bei Schenkelpolmaschinen die Optimierung der Geometrie der Erregerwicklung des Schenkelpoles. Luftgekühlte Maschinen werden dabei oft als einlagige Spule mit vorgezogenen Windungen ausgeführt (Abbildung 1-1)[27]. Dieses Vorziehen der Windungen bewirkt eine Verbesserung des Wärmeüberganges. Grund dafür ist neben einer Veränderung des Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha$  eine wesentliche Erhöhung der Oberfläche der Polwindung.



**Abbildung 1-2: Einlagige Erregerwicklung einer Schenkelpol-Maschine mit vorgezogenen Windungen [27] (links) und die Ansicht eines Rotors mit Schenkelpolen, in Grau die Poloberfläche (Andritz AG, rechts)**

Der konvektive Wärmeübergang für rotierende Schenkelpole ist sehr komplex und wird unter anderem mittels CFD Methoden berechnet. Bei diesen Berechnungen muss ein großer Generatorschnitt mit sehr großer Zellenanzahl modelliert werden, sodass Modell-Parameterstudien sehr aufwendig sind.

## **Aufgabenstellung**

Obwohl der Wärmeübergang stark von den tatsächlichen Strömungsverhältnissen abhängt, ist im Rahmen dieser Diplomarbeit eine numerische Untersuchung an Poloberflächenmodellen geplant. Die einfachen Modelle entsprechen (soweit möglich) Laborbedingungen von bereits durchgeführten Messungen, womit die Möglichkeit für eine experimentelle Validierung mit Hilfe von Messwerten für mittlere Wärmeübergangskoeffizienten genutzt werden kann. Bei der numerischen Parameterstudie werden zwei Hauptziele verfolgt.

Erstens eine Sensitivitäts-Untersuchung, d.h. eine Bestimmung der Abhängigkeit der Lösung (z.B. des mittleren Wärmeübergangskoeffizienten) von methodischen Modellparametern für zwei Testgeometrien: den ebenen Kanal und den Rechteckkanal. Beispiele für methodische Modellparameter sind: Gitterabmessungen, Diskretisierung, Iterations- und Konvergenzparameter, Turbulenzmodell, Wandfunktionen. Dabei soll sich die Auswahl der Turbulenzmodelle auf 2-Gleichungs-Modelle beschränken.

Zweites Hauptziel ist die Bestimmung des Wärmeüberganges für die ausgewählten Oberflächenmodelle und der Vergleich mit Laborwerten. Außerdem soll für eine ausgewählte Oberflächengeometrie eine weitere Studie von Modellparametern erfolgen. Diese können in der Anzahl nach den Erkenntnissen aus der Sensitivitätsanalyse der einfachen Modelle reduziert werden.

Die Berechnungen sollen mittels des Programmpaketes ANSYS CFX V12 erfolgen, die Netzgenerierung erfolgt mit dem Programm ICEM CFD.

## 2 Grundlagen

### 2.1 Grundgleichungen der Strömungsmechanik

Die Grundgesetze der Strömungsmechanik basieren auf der Erhaltung von drei Grundgrößen: Impuls, Masse und Energie. Die Darstellung der Gleichungen ist dabei in zwei verschiedenen Koordinatensystemen möglich: einem körperfesten System (Lagrange) und einem raumfesten System (Euler). Für technische Belange erfolgt dabei die Darstellung meist in den raumfesten Euler Koordinaten.

Dazu wird zunächst mittels des Reynoldsschen Transporttheorems die zeitliche Änderung einer Größe  $\Phi$  in einem Volumen in einen lokalen und einen konvektiven Term zerlegt.

$$\frac{d}{dt} \int_V \Phi dV = \int_V \frac{\partial \Phi}{\partial t} dV + \oint_{S(V)} \Phi u_j n_j dS \quad (2.1)$$

Zusätzlich zu diesen Termen können auch Quellterme an der Oberfläche sowie im Inneren des Volumens einen Einfluss auf  $\Phi$  haben. Diese müssen sich mit der lokalen und konvektiven Änderung im Gleichgewicht befinden.

$$\int_V \frac{d\Phi}{dt} dV + \oint_{S(V)} \Phi u_j n_j dS = \int_V Q^V dV + \oint_{S(V)} Q^S n_j dS \quad (2.2)$$

Führt man die Oberflächenintegrale nun mittels des Gaußschen Integralsatzes in Volumenintegrale über und lässt den Integranden weg - dies ist möglich da das Integral für beliebige Volumina gilt - so ergibt sich folgende Erhaltungsgleichung in differentieller Form.

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{\partial \Phi u_j}{\partial x_j} = \frac{\partial Q_j^S}{\partial x_j} + Q^V \quad (2.3)$$

Wendet man nun die Gleichung auf die Größen Impuls, Masse und Energie an ergeben sich die Grundgleichungen der Strömungsmechanik die im Folgenden angegeben werden.

#### 2.1.1 Massenerhaltung

Die Erhaltungsgleichung der Dichte  $\rho$  für Strömungen ohne Quellen und Senken lautet in Indexschreibweise:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (2.4)$$

#### 2.1.2 Impulserhaltung

Für den Impuls  $\rho u_i$  ergibt sich folgende Gleichung:

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i u_j}{\partial x_j} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + \rho f_i \quad (2.5)$$

Als Quellterme treten hier nach dem 1. Newtonschen Grundgesetz Massenkräfte sowie die auf das Volumen einwirkenden Kräfte auf.  $\sigma_{ij}$  ist hier der Spannungstensor, der in weiterer Folge noch in einen hydrostatischen und einen deviatorischen Anteil aufgespalten wird.

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \tau_{ij} \quad (2.6)$$

Dabei ist  $p$  die erste Invariante des Spannungstensors  $p = \frac{1}{3}\sigma_{ij}$  und  $\tau_{ij}$  ist der Tensor der Scherspannungen. Zusammen mit den Volumenkräften  $f_i$  ergibt sich

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i u_j}{\partial x_j} = \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + \rho f_i \quad (2.7)$$

### 2.1.3 Energieerhaltung

Analog zur Gleichung für den Impuls lässt sich eine Erhaltungsgleichung für die gesamte innere Energie eines Körpers definieren. Die Gesamtenergie  $\rho e_t$  ist dabei definiert als

$$\rho e_t = \rho \left( e + \frac{u_i u_i}{2} \right) \quad (2.8)$$

Aus dem ersten Hauptsatz der Thermodynamik, der besagt, dass die zeitliche Änderung der Gesamtenergie gleich sein muss der Leistung der Spannungen sowie des Wärmeflusses, erhält man:

$$\frac{\partial \rho e_t}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i e_t}{\partial x_j} = -\frac{\partial u_i p}{\partial x_j} + \frac{\partial u_i \tau_{ij}}{\partial x_j} + \rho u_i f_i + \frac{\partial q_j}{\partial x_j} + Q \quad (2.9)$$

### 2.1.4 Fluidgesetze

Die oben angegebenen Gleichungen sind für alle Fluide und Strömungszustände gültig. Um das Gleichungssystem nun aber zu schließen benötigt man noch zusätzliche Gleichungen. Die verwendeten Fluide sind in dieser Arbeit stets isotrope Newtonschen Fluide. Für ein thermisch ideales Gas werden die Zusammenhänge von Druck  $p$ , Dichte  $\rho$ , Energie  $e_t$  und Temperatur  $T$  durch folgende thermische Zustandsgleichungen beschrieben:

$$\frac{p}{\rho} = R \cdot T \quad (2.10)$$

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v} \quad (2.11)$$

$$e = c_v \cdot T = \frac{1}{(\kappa - 1)} \frac{p}{\rho} \quad (2.12)$$

$$e_t = \frac{1}{(\kappa - 1)} \frac{p}{\rho} + \frac{u_i u_i}{2} \quad (2.13)$$

Der Zusammenhang zwischen dem Strömungsfeld  $u_i$  und den Schubspannungen  $\tau_{ij}$  ergibt sich für Newtonsche Fluide mittels des Stokesschen Reibungsgesetzes zu :

$$\tau_{ij} = \mu \left[ \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right] \quad (2.14)$$

Setzt man diesen Zusammenhang in die oben beschriebene Gleichung für die Impulserhaltung ein, ergeben sich die so genannten Navier-Stokesschen Gleichungen:

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i u_j}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( -p \delta_{ij} + \mu \left[ \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right] \right) + f_i \quad (2.15)$$

Für ein inkompressibles Medium lassen sich die Gleichungen weiter vereinfachen, sodass sich folgende Gleichungen ergeben:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \nu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] + \frac{f_i}{\rho} \quad (2.16)$$

$\nu$  ist dabei die kinematische Viskosität, die definiert ist als  $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ , wobei  $\mu$  die dynamische Viskosität darstellt.

Um den Wärmestrom  $q$  im Medium zu bestimmen wird das isotrope Wärmeleitgesetz (Gradientenansatz) nach Fourier verwendet.

$$q_i = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x_i} \quad (2.17)$$

Der Wärmeübergang zwischen einem Medium und einer ruhenden Wand wird mittels eines Ansatzes, der als „Newtonsches Kühlgesetz“ bekannt ist, errechnet. Dieses beschreibt den Wärmeübergang als proportional zur Temperaturdifferenz zwischen Wand und Fluid. Proportionalitätsfaktor ist die sogenannte Wärmeübertragungszahl  $\alpha$

$$q = \alpha (T_w - T_\infty) \quad (2.18)$$

Weitere Größen die im Allgemeinen bestimmt werden müssen sind die dynamische Viskosität  $\mu$  und die Wärmeleitfähigkeit des Mediums. Dies geschieht meist mit dem Gesetz nach Sutherland, das folgendermaßen lautet:

$$\frac{\mu(T)}{\mu_0(T)} = \frac{T_{Ref} + C}{T + C} * \left( \frac{T}{T_{Ref}} \right)^m \quad (2.19)$$

Hierbei ist  $C$  die Sutherland Konstante, und  $m$  wird meist mit 1,5 angenommen. Die Näherungsformel für  $\mu$  und  $\lambda$  ist dieselbe, sodass für  $\lambda$  der Ausdruck  $\frac{\mu(T)}{\mu_0(T)}$  mit  $\frac{\lambda(T)}{\lambda_0(T)}$  substituiert wird.

Das im Rahmen dieser Arbeit verwendete Programmpaket „Ansys CFX 12“ verwendet standardmäßig ein Modell zur Berechnung der Viskosität das sich (wie das Modell von Sutherland ebenfalls) aus der kinetischen Gastheorie herleitet. Das Modell wurde in dieser Form von Chung, Lee und Starling publiziert [10]. Die dynamische Viskosität wird dabei folgendermaßen berechnet:

$$\mu = 26,69 \frac{\sqrt{wT}}{\Omega(T)\sigma^2} \quad (2.20)$$

Hierbei ist  $w$  die molare Masse,  $T$  die Temperatur,  $\Omega$  eine Kollisionsfunktion und  $\sigma$  der „Kollisionsdurchmesser“ welcher sich zu  $\sigma = 0,809 \cdot V_C^{\frac{1}{3}}$  errechnet, wobei  $V_C$  das kritische molare Volumen darstellt.

---

## 2.2 Dimensionslose Kennziffern

Es lassen sich nun aus den Grundgleichungen einige Kennziffern herleiten. Dazu werden die Grundgleichungen mittels geeigneter Größen dimensionslos gemacht (siehe z.B. [15]).

### 2.2.1 Impulsgleichung

Die dimensionslosen Navier Stokes Gleichungen lauten:

$$\frac{\partial u_i^*}{\partial t^*} + \frac{\partial u_i^* u_j^*}{\partial x_j^*} = -\frac{1}{\rho^*} \frac{\partial p^*}{\partial x_i^*} + \frac{\nu}{U_0 L_0} \frac{1}{\rho^*} \frac{\partial}{\partial x_j^*} \left[ \left( \frac{\partial u_i^*}{\partial x_j^*} + \frac{\partial u_j^*}{\partial x_i^*} \right) \right] + g \frac{L_0}{U_0^2} \quad (2.21)$$

Dabei wird der Term  $\frac{\nu}{U_0 L_0}$  als Reynolds-Zahl  $Re$  bezeichnet.

$$Re = \frac{\nu}{U_0 L_0} \quad (2.22)$$

Die Reynolds-Zahl gibt das Verhältnis von Trägheitskraft zu Zähigkeitskraft an. Des Weiteren dient die Größe zur Charakterisierung des Strömungszustandes (laminar bzw. turbulent). Für eine Rohrströmung gilt z.B. für einen Wert von  $Re > 2300$  als turbulent, wobei laut [8] erst ab  $Re > 10^4$  die Strömung als eindeutig turbulent angesehen werden kann. In einer Rohrströmung  $Re < 2300$  klingen Störungen wieder ab, sie ist somit laminar.

Den Term  $\frac{U_0}{\sqrt{gL_0}}$  nennt man Froude-Zahl, welche das Verhältnis von Trägheitskraft zu Schwerkraft bzw. der kinetischen Energie zur potentiellen Energie darstellt.

$$Fr = \frac{U_0}{\sqrt{gL_0}} \quad (2.23)$$

Für thermisch getriebene Strömungen kommt stattdessen die Grashof-Zahl zur Anwendung. Diese ist definiert als [15]:

$$Gr = \frac{g\beta(T_w - T_\infty)L^3}{\nu^2} \quad (2.24)$$

Sie beschreibt das Verhältnis von Auftriebskräften zu Zähigkeitskräften. Von Bedeutung ist nun das Verhältnis  $Gr/Re^2$ . Nur wenn dieses von der Größenordnung  $Gr/Re^2 \ll \mathcal{O}[1]$  ist kann der Auftriebsterm vernachlässigt werden.  $\beta$  ist hier der isobare Ausdehnungskoeffizient [15].

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial T} \Big|_{p=\text{const.}} \quad (2.25)$$

### 2.2.2 Energiegleichung

Die Energiegleichung in Temperaturform lautet in dimensionsloser Form [15]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial T^*}{\partial t^*} + u_i^* \frac{\partial T^*}{\partial x_j^*} &= \frac{U_0^2}{c_p \Delta T} \frac{1}{\rho^*} \left( \frac{\partial p^*}{\partial x_i^*} + u_j^* \frac{\partial p^*}{\partial x_j^*} \right) + \frac{\lambda}{c_p \nu_0} \frac{\nu_0}{U_0 L_0} \frac{1}{\rho^*} \frac{\partial}{\partial x_i^*} \frac{\partial T^*}{\partial x_j^*} \\ &+ \frac{U_0^2}{c_p \Delta T} \frac{\nu}{U_0 L_0} \frac{\phi_\mu^*}{\rho^*} \end{aligned} \quad (2.26)$$



Die Eckert-Zahl beschreibt das Verhältnis zwischen kinetischer Energie und Enthalpiedifferenz der Strömung, sowie den Einfluss der Kompressibilität des Mediums auf den Energietransport. Sie ist definiert als:

$$Ec = \frac{U_0^2}{c_p \Delta T} \quad (2.27)$$

Die Prandtl-Zahl stellt das Verhältnis von Geschwindigkeitsdiffusion zu Temperaturdiffusion dar. Außerdem kann gezeigt werden, dass die Prandtl-Zahl das Verhältnis der Grenzschichtdicken von Temperatur und Geschwindigkeit darstellt [15]. Sie ist definiert als:

$$Pr = \frac{c_p \nu_0}{\lambda} \quad (2.28)$$

Für die Wärmeleitung an der Wand muss sich aus den beiden Zusammenhängen nach Fourier und Newton derselbe Wärmestrom einstellen. Es gilt also

$$\alpha(T_w - T_\infty) = -\lambda \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} \quad (2.29)$$

Macht man diese Gleichung nun dimensionslos ergibt sich folgende Gleichung:

$$\frac{\alpha L}{\lambda} = - \left. \frac{\partial \Theta}{\partial y} \right|_{y=0} \quad (2.30)$$

Hierbei ist  $\Theta$  die dimensionslose Temperatur  $\Theta = \frac{T - T_F}{T_\infty - T_F}$ . Der Ausdruck  $\frac{\alpha L}{\lambda}$  gibt das Verhältnis von „realer“ Wärmestromdichte ( $\alpha L$ ) zur Wärmestromdichte bei ruhendem Fluid wieder und wird als Nusselt-Zahl bezeichnet.

$$Nu = \frac{\alpha L}{\lambda} \quad (2.31)$$

Die Nusselt-Zahl ist immer  $\geq 1$  und kann auch als Verhältnis von konvektiv übertragener Wärme zur durch Leitung übertragenen Wärmemenge gesehen werden.

### 2.3 Modellierung turbulenter Strömungen

Mittels der oben beschriebenen Gleichungen lassen sich prinzipiell sowohl turbulente als auch laminare Strömungen errechnen. Eine analytische Lösung ist jedoch im allgemeinen Fall meist nicht möglich. Für diese Fälle ist lediglich eine numerische Behandlung der Gleichungen möglich. Nun erfordert die Berechnung der turbulenten Schwankungen der Strömung, die meist instationär und stochastisch sind, jedoch eine Diskretisierung des zu errechnenden Strömungsgebietes, bei der:

- Die räumliche Schrittweite kleiner ist als die kleinste in der Strömung vorhandene Struktur
- Die zeitliche Schrittweite kleiner ist als die Dauer der kleinsten Schwankung

Eine Rechnung, die diese Kriterien erfüllt bezeichnet man als „Direkte Numerische Simulation“ (DNS). Diese Methode ist aber für praktische Anwendungen kaum relevant, da die Anzahl der notwendigen Gitterpunkte des Rechennetzes  $N$  proportional zu  $Re^{9/4}$  ist. Des Weiteren steigt der Aufwand an Rechenzeit für die zeitliche Diskretisierung mit dem Faktor  $Re^{1/2}$ .

Für technisch relevante Anwendungen existieren noch weitere Verfahren zur Berechnung von turbulenten Strömungen wie z.B. die „Large Eddy Simulation“ (LES) und die „Reynolds Averaged Navier Stokes Simulation“.

Bei der „Large Eddy Simulation“ werden die Navier-Stokes Gleichungen tiefpassgefiltert. Das bedeutet, dass nur tieffrequente („große“) Strukturen durch die gefilterten Gleichungen beschrieben werden und die zur Berechnung der Strömung notwendige zeitliche und räumliche Schrittweite zunimmt. Damit ist die benötigte Rechenleistung im Vergleich zur DNS geringer. Die bei der Filterung herausfallenden hochfrequenten Anteile der Gleichungen müssen nun jedoch modelliert werden. Eine grundlegende Annahme bei der Beschreibung dieser hochfrequenten Anteile ist, dass diese eine wesentlich höhere Isotropie aufweisen als tieffrequente Strukturen.

Eine der am häufigsten verwendeten Methoden zur Berechnung von turbulenten Strömungen ist die Verwendung der „Reynolds Averaged Navier Stokes“ (RANS) Gleichungen. Diesen Gleichungen liegt eine zeitliche Mittelung der Navier Stokes Gleichungen zugrunde. Dabei werden die Zustände im Strömungsgebiet in einen zeitlich konstanten Mittelwert  $\overline{\Phi}_i$  und einen Schwankungsanteil  $\Phi_i'$  zerlegt.

$$\Phi_i = \overline{\Phi}_i + \Phi_i' \quad (2.32)$$

Der Reynolds-Mittelwert  $\overline{\Phi}_i$  ist definiert als:

$$\overline{\Phi}_i = \frac{1}{T} \int \Phi_i dt \quad (2.33)$$

Mittelt man nun die inkompressible Impulsgleichung und setzt die Reynoldsmittelung für die gemittelten Terme ein, ergibt sich unter Vernachlässigung des Schwerkrafttermes folgende Gleichung:

$$\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \overline{u}_i \overline{u}_j}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_i' u_j'}}{\partial x_j} = -\frac{1}{\overline{\rho}} \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \nu \left( \frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (2.34)$$

Der dabei neu auftretende Term  $\frac{\partial \overline{u_i' u_j'}}{\partial x_j}$ , der sich aus der Mittelung der turbulenten Schwankungen ergibt, stellt einen zusätzlichen Spannungsterm dar und wird als „Reynoldsche Schubspannung“ bezeichnet. Das Gleichungssystem in dieser Form ist nicht geschlossen, da noch kein Zusammenhang zwischen den Reynoldsspannungen und den im Strömungsfeld auftretenden Größen existiert. Verschiedene Modellansätze lösen das Problem und ermöglichen es das Gleichungssystem zu lösen. Diese Modelle werden im Folgenden beschrieben.

## 2.4 Wirbelviskositätsmodelle

Um dieses Gleichungssystem zu schließen existieren mehrere Möglichkeiten. Einer der am häufigsten verwendeten Ansätze ist die Modellierung des Reynoldsspannungstensors mittels des Wirbelviskositätsansatzes nach Boussinesq. Dieser Ansatz basiert auf der Annahme der Analogie zwischen viskosen und turbulenten Spannungen.

In Anlehnung an das Stokessche Reibungsgesetz lautet die Beziehung:

$$\overline{u_i' u_i'} = -\frac{2}{3} k \delta_{ij} + \frac{\mu_t}{\rho} \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.35)$$

Dabei ist  $k$  die turbulente kinetische Energie die definiert ist als

$$k = \frac{\bar{u}_i \bar{u}_i}{2} \quad (2.36)$$

Nun ist lediglich die turbulente kinematische Viskosität  $\mu_t$  als Unbekannte verblieben. Es existiert eine Vielzahl von Wirbelviskositätsmodellen zur Beschreibung von  $\mu_t$  die anhand der Anzahl der zu lösenden Gleichungen eingeteilt werden.

#### 2.4.1 0-Gleichungs Modelle

Diese Modelle benötigen keine weiteren Gleichungen, da die turbulente Viskosität direkt aus bekannten Größen aus den gemittelten Impulsgleichungen errechnet wird.

Das bekannteste Modell ist der Mischungswegansatz nach Prandtl. Die Größe  $\mu_t$  ist dabei nicht eine Funktion des Fluids, sondern eine Eigenschaft des Strömungsfeldes.

$$\mu_t = l_m^2 \left| \frac{d\bar{u}}{dy} \right| \quad (2.37)$$

Hierbei muss lediglich der Mischungsweg  $l_m$  empirisch bestimmt werden. Aufgrund der Einfachheit dieses Ansatzes ist das Modell aber lediglich für einfache Strömungen und Spezialfälle einsetzbar. Dem Mischungswegansatz liegt die offensichtlich nicht zutreffende Annahme zugrunde, dass der Turbulenzballen, dessen typische Abmessung von der Größenordnung des Mischungsweges  $l_m$  ist, diesen Abstand  $l_m$  ohne Beeinflussung durch die Umgebung zurücklegt.

#### 2.4.2 1-Gleichungs-Modelle

Bei diesen Modellen wird eine Gleichung für den Transport einer Größe gelöst. Beispiele für solche Modelle sind das 1-Gleichungs Modell nach Prandtl, sowie das bekannte Spalart-Allmaras Modell.

Bei dem Modell nach Prandtl dient die von ihm definierte turbulente kinetische Energie  $k$  als Erhaltungsgröße, für die eine zusätzliche Gleichung definiert ist.

Das Modell von Spalart-Allmaras verwendet hingegen eine modifizierte Form  $\tilde{\nu}_t$  der kinematischen Viskosität  $\nu_t$ . Für die Größe  $\tilde{\nu}_t$  wird nun eine Transportgleichung gelöst.

Dieses Modell wurde speziell für aerodynamische Strömungen entwickelt und verspricht gute Ergebnisse für Strömungen in einer Turbinenstufe.

#### 2.4.3 2-Gleichungs-Modelle

Bei diesen Modellen wird neben der Erhaltungsgleichung für die turbulente kinetische Energie  $k$  eine zweite Gleichung gelöst. Die im Rahmen der Arbeit verwendeten 2-Gleichungs-Modelle werden nun kurz vorgestellt.

### 2.4.3.1 k-ε Modell

Das k-ε Modell verwendet als zusätzliche Variable die isotrope Dissipationsrate der turbulenten kinetischen Energie ε, die definiert ist als

$$\varepsilon = \nu \left( \frac{\partial u_i'}{\partial x_k} \frac{\partial u_i'}{\partial x_k} \right) \quad (2.38)$$

Die beiden Transportgleichungen lauten ([7] bzw. [10]):

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial \rho \bar{u}_j k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k + P_{kb} - \rho \varepsilon \quad (2.39)$$

$$\frac{\partial \rho \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial \rho \bar{u}_j \varepsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + \frac{\varepsilon}{k} (C_{\varepsilon 1} (P_k + P_{\varepsilon b}) - C_{\varepsilon 2} \rho \varepsilon) \quad (2.40)$$

$P_k$  ist hierbei die Produktionsrate der turbulenten Energie aufgrund der mittleren Geschwindigkeitsgradienten

$$P_k = \frac{2}{3} k \delta_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \mu_t \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \quad (2.41)$$

während  $C_{\varepsilon 1}$ ,  $C_{\varepsilon 2}$ ,  $\sigma_\varepsilon$  und  $\sigma_k$  Konstanten sind, die allesamt experimentell bestimmt werden.

$$C_{\varepsilon 1} = 1, \quad C_{\varepsilon 2} = 1,92 \quad C_\mu = 0,09 \quad \sigma_\varepsilon = 1,3 \quad \sigma_k = 1$$

$P_{kb}$  und  $P_{\varepsilon b}$  repräsentieren den Einfluss von Auftriebstermen und die entsprechenden Gleichungen können u. A. in [10] gefunden werden. Im k-ε Modell wird die turbulente Viskosität aus folgendem Zusammenhang errechnet:

$$\mu_t = C_\mu \rho \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (2.42)$$

Aus Dimensionsgründen wird bei diesen Verfahren die turbulente kinematische Viskosität meist in ein turbulentes Geschwindigkeitsmaß  $U_t = \sqrt{k}$  und ein turbulentes Längenmaß  $l_t = k^{3/2}/\varepsilon$  zerlegt. Damit lautet die turbulente Viskosität:

$$\mu_t = C_\mu \rho \frac{U_t}{l_t}$$

Errechnet man nun die turbulente Spannung mittels k-ε Modell und vergleicht sie mit der erhaltenen Spannung aus einer DNS Rechnung, so erkennt man in einem Bereich von  $y^+ < 60$  deutliche Unterschiede zwischen den erhaltenen Ergebnissen [20].  $y^+$  ist dabei der dimensionslose Wandabstand der definiert ist als

$$y^+ = \frac{u_\tau y}{\nu} \quad (2.43)$$

mit der als Schubspannungsgeschwindigkeit genannten Größe  $u_\tau$ , die definiert ist als:

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (2.44)$$

Auch eine Veränderung der Modellkonstanten bietet kaum Annäherungen der beiden Rechenwerte, sodass anzunehmen ist, dass der Fehler in der Bestimmung des Geschwindigkeitsmaßstabes und des Längenmaßstabes liegt. Eine mögliche Verbesserung bietet

das Einführen einer „Low Reynolds Modifikation“ welche die Konstante  $C_\mu$  in Wandnähe mittels einer Dämpfungsfunktion verringert.

Eine weitere Möglichkeit besteht darin die Differentialgleichungen nicht bis in den semiviskosen Bereich zu lösen, sondern Wandfunktionen zu verwenden.

### 2.4.3.2 $k$ - $\omega$ Modell

Das Standard  $k$ - $\omega$  Modell nach Wilcox erhält man rein formell durch das Substituieren von  $\varepsilon = C_\mu k\omega$ . Man erhält dadurch die Transportgleichung für die spezifische Dissipation  $\omega$  ( $[\omega]=1/s$ ).

Die Transportgleichungen lauten nach [7] bzw. [10]:

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial \rho \bar{u}_j k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \beta' \rho k \omega \quad (2.45)$$

$$\frac{\partial \rho \omega}{\partial t} + \frac{\partial \rho \bar{u}_j \omega}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + \alpha \frac{\omega}{k} P_k - \beta' \rho \omega^2 \quad (2.46)$$

Dabei ist  $P_k$  wieder die Produktionsrate von turbulenter kinetischer Energie (Gleichung 2.41). Die Modellkonstanten haben folgende Standardwerte:

$$\beta = 0,09 \quad \beta' = 3/40 \quad \alpha = 5/9 \quad \sigma_\varepsilon = 2 \quad \sigma_\omega = 2$$

Im  $k$ - $\omega$  Modell wird die turbulente Viskosität aus folgendem Zusammenhang errechnet:

$$\mu_t = C_\mu \frac{k}{\omega} \quad (2.47)$$

Der Vorteil des  $k$ - $\omega$  Modelles liegt in der Tatsache, dass es ohne „Low Reynolds Modifikation“ in der Lage ist, Wärmeübergang und Reibung an einer Wand korrekt zu bestimmen (wie es z.B. beim  $k$ - $\varepsilon$  Modell notwendig ist). Der Grund dafür liegt in der Vernachlässigung eines Terms („Cross Term Diffusion“) bei der Überführung der  $\varepsilon$ - in die  $\omega$ -Gleichung. Die Vernachlässigung dieses Terms bewirkt eine zusätzliche Dissipation in den semi-viskosen Bereichen bis ca.  $y^+ \approx 50$ . Aus dieser Vernachlässigung ergibt sich jedoch auch eine erhöhte Sensitivität des Modells gegenüber Fernfeld- und Eintrittsrandbedingungen für  $\omega$ .

### 2.4.3.3 Shear Stress Transport Modell (SST-Modell) nach Menter

Ein Modell, das versucht die Vorzüge des  $k$ - $\varepsilon$  und des  $k$ - $\omega$  Modells zu vereinen und gleichzeitig die Nachteile beider Verfahren zu eliminieren, ist das sogenannte „Shear Stress Transport“ Modell. Das Modell wurde von Menter vorgeschlagen. Es wird versucht, die Vorzüge des  $k$ - $\omega$  Modells in Wandnähe, mit der Robustheit des  $k$ - $\varepsilon$  Modells gegenüber den Fernfeldrandbedingungen zu verbinden.

Dies geschieht über den oben bereits angesprochenen Ausdruck der „Cross Term Diffusion“. Dieser wird mit einer glatten Schaltfunktion versehen welche den Term in Wandnähe mit 0 multipliziert. Der Term wird erst ab der Mitte der Grenzschicht wieder zur Bestimmung von  $\omega$  herangezogen [20]. Die Transportgleichungen lauten [7]:

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial \rho \bar{u}_j k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + \bar{P}_k - \beta^* \rho k \omega \quad (2.48)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho \omega}{\partial t} + \frac{\partial \rho \bar{u}_j \omega}{\partial x_j} &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + \frac{\gamma}{\nu_t} P_k - \beta \rho \omega^2 \\ &+ (1 - F_1) 2 \rho \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \end{aligned} \quad (2.49)$$

$$\bar{P}_k = \min (P_k, c_1 \varepsilon) \quad (2.50)$$

Dabei ist  $P_k$  wieder die Produktionsrate von turbulenter kinetischer Energie (Gleichung 2.41). Auch die Konstanten der Turbulenzmodelle ändern sich in Abhängigkeit vom Wandabstand. Es muss also für jede Zelle des Netzes der Wandabstand bestimmt werden um die Konstanten des jeweiligen Rechengvolumens zu berechnen.

$$\phi = F_1 \phi_1 + (1 - F_2) \phi_2 \quad (2.51)$$

$$\begin{array}{llllllll} \sigma_{k1} = 2 & \sigma_{\omega 1} = 2 & \kappa = 0,41 & \gamma_1 = 0,5532 & \beta_1 = 0,0750 & \beta^* = 0,09 & c_1 = 10 \\ \sigma_{k2} = 1 & \sigma_{\omega 2} = 1,168 & \kappa = 0,41 & \gamma_1 = 0,4403 & \beta_1 = 0,0828 & \beta^* = 0,09 \end{array}$$

Die entsprechenden Schaltfunktionen  $F_1$  und  $F_2$  für das Turbulenzmodell sind z.B. in [7] zu finden.

#### Druckgradienten in den k- $\varepsilon$ und k- $\omega$ Verfahren

Ein generelles Problem ist bei den k- $\varepsilon$  und k- $\omega$  Modellen beim Auftreten von positiven Druckgradienten zu erkennen. Bei diesen werden die Schubspannungen im logarithmischen Teil der Grenzschicht von beiden Modellen meist überschätzt. Um dem entgegenzuwirken wurde von Menter eine Neudefinition der turbulenten Schubspannungen für diesen Bereich vorgeschlagen. Der „Limiter“ für die kinematische Viskosität lautet

$$\nu_t = \frac{a_1 k}{\max (a_1 \omega, \sqrt{2} S F_2)} \quad (2.52)$$

Hier erkennt man, dass die Viskosität proportional zu  $a_1 k$  ist und damit mit der Transportgleichung von k zusammenhängt. Dies ist der Grund weswegen das Verfahren den Namen „Shear Stress Transport“ trägt.

#### 2.4.4 Wandbehandlung

Eine besondere Bedeutung in der Turbulenzmodellierung hat die Behandlung der Strömung in der Nähe von Wänden. Diese ist gekennzeichnet durch große Geschwindigkeitsgradienten, welche sich aus der Haftbedingung an der Wand ergeben. Außerdem findet an der Wand ein Übergang von hohen Reynoldszahlen in der freien Strömung zu niedrigen Reynoldszahlen in direkter Wandnähe statt.

Die Wandgrenzschicht besteht aus mehreren Schichten. In direkter Wandnähe befindet sich die sogenannte laminare Unterschicht in der die molekulare Viskosität überwiegt. Anschließend folgt ein „Buffer Layer“ der die laminare Unterschicht vom turbulenten Teil der Grenzschicht

trennt. Der innere Teil dieser turbulenten Schicht folgt in seinem Aufbau dem bekannten logarithmischen Wandgesetz.

Um die Grenzschicht bei der Berechnung voll aufzulösen benötigt man eine sehr hohe Anzahl von Rechenzellen. Da dies sehr zeit- und speicherintensiv ist versucht man es mittels geeigneter Verfahren zu umgehen.

Beschrieben werden die im verwendeten Programmpaket als Standard definierten Methoden, die „Skalierbare Wandfunktion“ und die „Automatische Wandbehandlung“. Die Beschreibung der Wandbehandlung folgt [7] bzw. [10].

#### 2.4.4.1 Wandfunktionen

Wandfunktionen verwenden das logarithmische Wandgesetz, um eine vereinfachte Berechnung der wandnahen Grenzschicht zu ermöglichen. Das Wandgesetz ermöglicht es die rechenintensiven Schichten der Grenzschicht zu umgehen und in geeigneter Entfernung von der Wand der Strömung entsprechende Bedingungen aufzuprägen.

Für Wandfunktionen wird gewöhnlich das logarithmische Wandgesetz verwendet.

$$\frac{u}{u_\tau} = \frac{1}{\kappa} \ln(y^+) + B \quad (2.53)$$

Dabei sind  $B$  und  $\kappa$  Konstanten, die aus Experimenten bestimmt werden, und  $u_\tau$  bezeichnet die Schubspannungsgeschwindigkeit, die definiert ist als  $u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}$ . Für die Konstanten sind die Werte  $\kappa = 0,4$  und  $B = 5,5$  üblich. Diese Beziehung ist korrekt, wenn die erste wandnahe Zelle des Rechnernetzes innerhalb des logarithmischen Teiles der Grenzschicht liegt. Dies ist für hohe Reynolds-Zahlen relativ einfach zu erreichen, bei niedrigen Re-Zahlen wird dies jedoch immer schwieriger. Des Weiteren wird diese Formulierung für  $y^+ \rightarrow 0$  singular.

Die Idee einer skalierbaren Wandfunktion ist es nun, den verwendeten  $y^+$  Wert mittels eines Limiters zu begrenzen, sodass der Wert von  $y^+ = 11,06$  nicht unterschritten wird. Dies ist der dimensionslose Wandabstand bei dem das logarithmische und das lineare Wandgesetz sich überschneiden. Das logarithmische Wandgesetz und die Limiterfunktion sehen dann aus wie folgt:

$$\frac{u}{u_\tau} = \frac{1}{\kappa} \ln(\widetilde{y}^+) + B \quad (2.54)$$

$$\widetilde{y}^+ = \max(y^+, y^+_{lim}) \text{ mit } y^+_{lim} = 11,067 \quad (2.55)$$

Dies führt dazu, dass für feine aufgelöste Wände der Wert von  $\widetilde{y}^+$  unabhängig vom Netz wird. Diese Formulierung bewirkt jedoch ein „Verschieben“ der viskosen Unterschicht in die Wand, da die erste Wandzelle bereits als in der logarithmischen Grenzschicht liegend angenommen wird. Dies kann speziell bei kleinen Reynolds-Zahlen problematisch sein, wo die relative Dicke der Unterschicht immer weiter zunimmt.

### 2.4.4.2 „Automatic Near Wall Treatment“

Für Strömungen bei niedrigen Reynolds-Zahlen ( $Re < 10^5$ ) stellen die automatischen Wandfunktionen jedoch ein Problem dar, da der innere Teil der Grenzschicht bei den Impuls- und Massenbilanzen vernachlässigt wird. Bei diesen kann sich bei der Verwendung ein Fehler bei der Berechnung des Massenstromes einer Rohrströmung von bis zu 10% ergeben [7]. Es ist deshalb notwendig eine Formulierung zu verwenden, welche automatisch von der Verwendung der Wandfunktionen auf eine „Low-Reynolds Formulierung“ umschaltet. Das  $k$ - $\omega$  Modell hat den Vorteil, dass in der viskosen Unterschicht eine analytische Formulierung von  $\omega$  bekannt ist. Die Idee ist es nun den Wert von  $\omega$  zwischen der wandnahen Formulierung und der Wandfunktion zu schalten. Dies geschieht mittels Schaltfunktionen, die an der Wand 1 ist und für freie Strömungen 0 wird [7]. Dies soll ermöglichen, dass das Ergebnis der Berechnung unabhängig vom  $y^+$  und der Anzahl der in der Grenzschicht befindlichen Zellen ist. Für Wärmeübergangssimulationen wird dennoch ein  $y_+$  nahe bzw. kleiner 1 empfohlen[6].

Die Lösungen für  $\omega$  in der laminaren Unterschicht und der logarithmischen Wandregion lauten:

$$\omega^{\text{vis}} = \frac{6\nu}{\beta y^2} \quad (2.56)$$

$$\omega^{\text{log}} = \frac{1}{0,3\kappa} \frac{u_\tau}{y} \quad (2.57)$$

Hierbei ist  $\beta$  die entsprechende Konstante aus dem Turbulenzmodell. Diese werden zusammengefügt zu:

$$\omega_1(y^+) = \sqrt{[\omega^{\text{log}}(y^+)]^2 + [\omega^{\text{vis}}(y^+)]^2} \quad (2.58)$$

Analog dazu wird die Formulierung für die Wandgeschwindigkeit umformuliert:

$$u_\tau^{\text{vis}} = \frac{U_1}{y^+} \quad (2.59)$$

$$u_\tau^{\text{log}} = \frac{U_1}{\frac{1}{\kappa} \ln(y^+) + C} \quad (2.60)$$

$$u_\tau = \sqrt[4]{(u_\tau^{\text{vis}})^4 + (u_\tau^{\text{log}})^4} \quad (2.61)$$

## 2.5 Wärmeübertragung

Ausgehend von der Gleichung (2.10) lässt sich nun durch Abspaltung der Terme der mechanischen Energie die Erhaltungsgleichung für die Enthalpie herleiten (siehe [15]).

$$\frac{\partial \rho h}{\partial t} + \rho u_i \frac{\partial h}{\partial x_i} = \frac{\partial p}{\partial x_i} + u_i \frac{\partial p}{\partial x_i} - \frac{\partial q_i}{\partial x_i} + \Phi_\mu + \dot{Q} \quad (2.62)$$

$\Phi_\mu$  ist dabei die viskose Dissipation:

$$\Phi_\mu = \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{2}{3} \mu \left( \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right)^2 + \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (2.63)$$



Diese lässt sich in eine Gleichung für den „Temperatur-Transport“ umformen. Dazu sei angenommen das Medium ist ein inkompressibles ideales Gas konstanter Dichte und es gälte die Fouriersche Wärmeleitung (Gleichung 2.17) [14].

$$\rho c_p \left( \frac{\partial T}{\partial t} + u_i \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x_i^2} + \Phi_\mu + Q \quad (2.64)$$

Zusätzlich wird nun auch in der Impulsgleichung der Dichteunterschied infolge einer Temperaturdifferenz berücksichtigt. Dieser thermische Auftrieb wird als Massenkraft in der Gleichung berücksichtigt.

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_i \frac{\partial \rho u_j}{\partial x_i} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \nu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) + f_i \beta (T - T_\infty) \quad (2.65)$$

### 2.5.1 Wärmeübertragung an einer ebenen Platte

#### *Laminare Plattengrenzschicht*

Die Wärmeübertragung an einer ebenen Platte mit konstanter Wandtemperatur lässt sich aus den Grenzschichtgleichungen für den Impuls und die Temperatur mittels einer Ähnlichkeitslösung herleiten ([1][15]).

Die Grenzschichtgleichungen für eine stationäre, inkompressible 2-dimensionale Strömung lauten [15]:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2.66)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (2.67)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\lambda}{\rho c_p} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (2.68)$$

Die Lösung für die Geschwindigkeitsgrenzschicht ergibt sich mittels eines Ähnlichkeitsansatzes [15]. Dabei lautet der Ansatz für die Stromfunktion  $\Psi = R(x)f(\eta)$  mit  $R(x) = \frac{U(x)}{g(x)}$  und der dimensionslosen Temperatur  $\vartheta(\eta) = \frac{T(x,y) - T_F}{T_\infty - T_F}$  mit der Ähnlichkeitsvariable  $\eta = y \cdot g(x)$

Daraus ergeben sich 2 Gleichungen für die Geschwindigkeit und Temperatur:

$$f''' + \alpha f f'' + \beta (1 - f'^2) = 0 \quad (2.69)$$

$$\vartheta'' + Pr \cdot f \cdot \vartheta' = 0 \quad (2.70)$$

Mit  $\alpha = \frac{U'g - Ug'}{\nu g^3}$  und  $\beta = \frac{U'}{\nu g^2}$ . Die Gleichung (2.69) wird als Falkner-Skan Gleichung bezeichnet.

Für den Wärmestrom und die Nusselt-Zahl ergeben sich laut [1] bzw. [15]:

$$q = -\lambda(T_0 - T_w) \vartheta'(0) \frac{Re_x^{0,5}}{x} \quad (2.71)$$

$$Nu_x = Re_x^{0,5} \frac{\vartheta'(0)}{\sqrt{2}} \quad (2.72)$$

Wertet man den Term  $\vartheta'(0)$  numerisch aus ergibt sich für die lokale Nusselt-Zahl der ebenen Platte:

$$Nu_x = 0,332 \cdot Re_x^{0,5} \cdot Pr^{\frac{1}{3}} \quad (2.73)$$

### Turbulente Plattengrenzschicht

Für Prandtl-Zahlen von  $Pr \sim 1$  und Platten ohne Druckgradient  $\frac{\partial p}{\partial x}$  existiert die Reynolds-Analogie, die die Wandschubspannung  $c_f$  und die Wärmestromdichte  $q_w$  verbindet.

$$Nu = \frac{c_f}{2} Re \quad (2.74)$$

Eine verallgemeinerte Form findet sich in der Colburn Analogie [3] welche lautet:

$$St \cdot Pr^{2/3} \cong \frac{c_f}{2} \quad (2.75)$$

$St$  ist dabei die sogenannte Stanton-Zahl die definiert ist als

$$St = \frac{\alpha}{u \cdot \rho \cdot c_p} = \frac{Nu}{Re \cdot Pr} \quad (2.76)$$

Sie lässt sich als Verhältnis zwischen der gesamten übertragenen Wärme zur thermischen Kapazität des Fluids beschreiben. Für die Nusselt-Zahl ergibt sich somit ein Zusammenhang:

$$Nu = \frac{c_f}{2} Re \cdot Pr^{\frac{1}{3}} \quad (2.77)$$

Mittels eines experimentellen Zusammenhanges für den Reibungskoeffizienten für moderate Reynoldszahlen  $c_f = 0,0592 \cdot Re_x^{\frac{1}{5}}$  ergibt sich für die lokale Nusseltzahl [1]:

$$Nu_x = 0,0296 \cdot Re_x^{\frac{4}{5}} \cdot Pr^{\frac{1}{3}} \quad (2.78)$$

### 2.5.2 Rohrströmungen

Für die Diplomarbeit von besonderem Interesse sind die sogenannten „Internal Flows“ d.h. die Durchströmung von Rohren und Kanälen.

Ein bedeutender Unterschied zwischen einer externen Strömung wie sie bereits beschrieben wurde und einer internen Strömung besteht darin, dass im Falle der Durchströmung einer Geometrie die Grenzschichtdicke nicht beliebig anwachsen kann, da begrenzende Wände das Wachstum beeinflussen. Es kann sich also beim Durchströmen von Körpern ein sogenannter entwickelter Zustand einstellen.

Während bei externen Strömungen in erster Linie der Unterschied zwischen laminarem und turbulentem Fall betrachtet werden muss, steht bei internen Strömungen auch eine Unterscheidung zwischen entwickelten und nicht entwickelten Strömungen zur Diskussion.

Als thermisch entwickelt bezeichnet man nun eine Strömung für die gilt:

$$\frac{d}{dx} \left[ \frac{T_w(x) - T(x, r)}{T_w(x) - T_m(x)} \right] = 0 \quad (2.79)$$

Daraus lässt sich zeigen, dass für thermisch entwickelte Strömungen sowohl bei  $T_w = const$  als auch bei  $q_w = const$  der Wärmeübergangskoeffizient  $\alpha$  konstant ist [14]. Er ist jedoch für die beiden Fälle unterschiedlich.

Für die Länge des turbulenten hydraulischen Einlaufbereiches  $X$  bei einem Rohrdurchmesser  $D$  gilt nun mit guter Näherung laut [1] bzw. [3]:

$$\frac{X}{D} \cong 10 \cong \frac{X_T}{D} \quad (2.80)$$

### Globale Energiebilanz eines Rohres

Betrachtet man ein Kreisrohr mit konstantem Querschnitt, ergibt sich aus der Enthalpiebilanz unter Vernachlässigung der viskosen Terme:

$$Q = \dot{m} \cdot c_p (T_{m,in} - T_{m,out}) \quad (2.81)$$

Für eine Bilanz an einem differentiellen Rohrelement mit der mittleren Temperatur  $T_m$  ergibt sich für den differentiellen Wärmestrom:  $dQ = \dot{m} \cdot c_p \left( \frac{dT_m}{dx} \right) dx$

Es gilt außerdem:  $dQ = q_w dA = q_w U dx$  mit  $U = 2r\pi$  und  $q_w = \alpha(T_w - T_m)$ .

Aus diesen Zusammenhängen erhält man:

$$\frac{dT_m}{dx} = \alpha \frac{2r\pi}{\dot{m} \cdot c_p} (T_w - T_m) \quad (2.82)$$

Für einen konstanten Wärmestrom  $q_w = \alpha (T_w - T_m) = const$  und  $\dot{m} \cdot c_p = const$  folgt aus Gleichung (2.82), dass  $\frac{dT_m}{dx} = q_w \frac{2r\pi}{\dot{m} \cdot c_p} = f(x)$ . Nach einer Integration von  $x=0$  bis  $x$  folgt:

$$T_m(x) = T_{m,ein} + q_w \frac{2r\pi}{\dot{m} \cdot c_p} x \quad (2.83)$$

Für eine konstante Wandtemperatur folgt:

$$\frac{\Delta T_{aus}}{\Delta T_{ein}} = \exp\left(\frac{2r\pi x}{\dot{m} \cdot c_p} \bar{\alpha}\right) \text{ mit } \bar{\alpha} = \frac{1}{x} \int \alpha \cdot dx \quad (2.84)$$

Für die übertragene Wärme  $Q$  ergibt sich dann:

$$Q = Ux\bar{\alpha}_x \Delta T_{LOG} \quad (2.85)$$

Dabei ist die logarithmische Temperaturdifferenz  $\Delta T_{LOG}$  definiert als:

$$\Delta T_{LOG} = \frac{\Delta T_{aus} - \Delta T_{ein}}{\ln\left(\frac{\Delta T_{aus}}{\Delta T_{ein}}\right)} \quad (2.86)$$

Die Gleichung (2.85) lässt sich auch umformen zu:

$$Q = \dot{m} c_p \Delta T_{ein} \left(1 - e^{-\frac{\bar{\alpha} A}{\dot{m} c_p}}\right) \quad (2.87)$$

### Bestimmung der Nusselt-Zahl

Für den laminaren Fall ergeben sich für die beiden Fälle (konstante Wandtemperatur und konstanter Wärmestrom) folgende Nusselt-Zahlen:

$$T_w = \text{const} \quad Nu = \frac{\alpha L}{\lambda} = 4,36$$

$$q_w = \text{const} \quad Nu = \frac{\alpha L}{\lambda} = 3,66$$

Für eine turbulente Strömung durch ein Kreisrohr kommt auch hier die Analogie nach Colburn zur Anwendung.

$$Nu = \frac{c_f}{2} Re \cdot Pr^{\frac{1}{3}} \quad (2.88)$$

Der Widerstandsbeiwert  $c_f$  für ein Rohr ergibt sich mit  $c_f = 0,048 \cdot Re^{-\frac{1}{5}}$  [1], sodass man für die mittlere Nusselt-Zahl die sogenannte Colburn Gleichung erhält.

$$Nu = 0,023 \cdot Re^{\frac{4}{5}} \cdot Pr^{\frac{1}{3}} \quad (2.89)$$

Es existiert eine Vielzahl von unterschiedlichen Zusammenhängen, wobei anstatt der oben genannten eine verallgemeinerte Version nach Dittus-Boelter bevorzugt wird.

$$Nu = 0,023 \cdot Re^{\frac{4}{5}} \cdot Pr^n \quad (2.90)$$

Dabei wird der Koeffizient  $n = 0,4$  für Heizen (Wärmezufuhr) und  $n = 0,3$  für Kühlen (Wärmeabfuhr) herangezogen.

Diese Gleichungen sind gültig für Prandtl-Zahlen zwischen  $0,7 < Pr < 120$  und Re-Zahlen zwischen  $2500 < Re < 1,25 \cdot 10^6$ . Die maximale Abweichung zu den experimentellen Daten von bis zu 40% ist jedoch verhältnismäßig hoch [3].

Eine ähnliche Korrelation ergibt sich nach Gnielinski:

$$Nu = 0,0214 \cdot (Re^{\frac{4}{5}} - 100) \cdot Pr^{0,4} \quad (2.91)$$

Die Gleichung ist gültig für  $0,5 < Pr < 1,5$  und  $10^4 < Re < 1,25 \cdot 10^6$ .

Eine genauere Näherung gibt die Gleichung von Gnielinski (1979) die eine Variante der Korrelationen von Petukho und Kirilov (1958) darstellt (siehe [3] bzw. [8]).

$$Nu = \frac{\frac{f}{8} (Re_D - 10^3) Pr}{1 + 12,7 \left(\frac{f}{8}\right)^{1/2} \left(Pr^{\frac{2}{3}} - 1\right)} \left[1 + \left(\frac{d_i}{l}\right)^{2/3}\right] \quad (2.92)$$

Der Term  $\left[1 + \left(\frac{d_i}{l}\right)^{2/3}\right]$  beschreibt die Abhängigkeit des Wärmeübergangskoeffizienten von Rohrlänge und Durchmesser und wurde erstmals von Hausen [7] eingeführt.

Dieser Zusammenhang hat eine Genauigkeit von 10% (verglichen mit Messergebnissen) in einem Bereich von zumindest  $0,5 < Pr < 2000$  und  $2300 < Re_D < 5 \cdot 10^6$ .

$f$  ist hierbei der dimensionslose Reibungskoeffizient und kann mittels einer Näherung nach Petukhov bestimmt werden [8]:

$$f = (1,8 \cdot \lg_{10}(Re_D) - 1,5)^{-2} \quad (2.93)$$

Die lokale Nusselt-Zahl berechnet man durch Differenzierung von (2.92) nach der Länge  $l$  und lautet [7]:

$$Nu_x = \frac{\frac{f}{8}(Re_D - 10^3)Pr}{1 + 12,7\left(\frac{f}{8}\right)^{1/2}\left(Pr^{\frac{2}{3}} - 1\right)} \left[ 1 + \frac{1}{3}\left(\frac{d_i}{x}\right)^{2/3} \right] \quad (2.94)$$

Die oben beschriebenen Zusammenhänge gelten in erster Linie für einen Kanal mit Kreisquerschnitt. Verwendet man anstatt des Durchmessers  $d$  den sogenannten hydraulischen Durchmesser  $d_h$  können dieselben Zusammenhänge auch für beliebige Querschnitte verwendet werden. Dieser Durchmesser ist definiert als:

$$d_h = 4 \frac{A}{U} \quad (2.95)$$

### 2.5.3 Modellierung der Wärmeübertragung in CFX

Ebenso wie für die Geschwindigkeitsgrenzschicht folgt die Temperaturgrenzschicht einem dimensionslosen Temperaturprofil für die Temperatur  $T^+$  die definiert ist als [10]:

$$T^+ = \frac{\rho c_p y^+ (T_w - T_\infty)}{q_w} \quad (2.96)$$

Formt man diesen Zusammenhang um erhält man eine Gleichung zur Bestimmung des Wärmestromes an der Wand  $q_w$ :

$$q_w = \frac{\rho c_p y^+}{T^+} (T_w - T_\infty) \quad (2.97)$$

Die dimensionslose Temperatur wird für die jeweilige Wandbehandlung nach den folgenden Zusammenhängen berechnet [10].

#### Skalierbare Wandfunktion

Für skalierbare Wandfunktionen folgt der Temperaturverlauf einem „Logarithmischen Wandgesetz“ analog zur Geschwindigkeitswandfunktion

$$T^+ = 2,12 \ln(y^+) + \beta \quad (2.98)$$

$$\text{mit } \beta = (3,85 Pr^{1/3} - 1,3)^2 + 2,12 \ln(Pr) \quad (2.99)$$

#### Automatic Wall Treatment

Die Automatische Wandbehandlung verwendet eine Schaltfunktion um die Komponenten der laminaren Unterschicht mit denen des logarithmischen Wandgesetzes zu überschneiden. Die Formulierung wurde von Kader eingeführt [21].

$$T^+ = Pr y^+ e^{-\Gamma} + [2,12 \ln(y^+) + \beta] e^{-1/\Gamma} \quad (2.100)$$

$$\text{mit } \Gamma = \frac{0,01(Pr y^+)^4}{1 + 5 Pr^3 y^+} \quad (2.101)$$

## 2.6 Numerische Methoden

Die oben beschriebenen Gleichungen bilden nun ein System von gekoppelten, nichtlinearen, partiellen Differentialgleichungen. Dieses analytisch zu lösen ist im allgemeinen Fall nicht möglich, weswegen eine numerische Lösung der Gleichungen erforderlich ist. Dazu werden die Differentialgleichungen mittels geeigneter Verfahren in algebraische Gleichungen umgeformt, welche anschließend gelöst werden können. Es existieren nun unterschiedliche Verfahren um diese Gleichungen zu diskretisieren, die im Folgenden kurz beschrieben werden sollen.

### 2.6.1.1 Finite Differenzen

Die Methode der Finiten Differenzen nähert die Differentiale der Erhaltungsgleichungen mittels Differenzen der örtlichen Nachbarpunkte an. Dies geschieht mittels einer Taylorreihenentwicklung. Dazu wird das Rechengebiet in eine endliche Anzahl von Elementen unterteilt. Die Werte dieser Stützstellen müssen dann die Differentialgleichungen erfüllen.

### 2.6.1.2 Finite Elemente

Für das Finite Elemente (FE) Verfahren wird das Gebiet in endliche („finite“) Teilelemente zerlegt. Für jedes dieser Teilstücke wird nun eine Ansatzfunktion formuliert, welche nur auf einem jeweiligen Teilelement einen Wert annimmt und für alle anderen Elemente Null ist. Die Summe dieser Ansatzfunktionen soll nun eine Lösung des gesuchten Problems darstellen. Dazu werden die Konstanten dieser Ansatzfunktionen so bestimmt, dass beim Einsetzen in die Erhaltungsgleichungen das entstehende Residuum über das Volumen minimiert wird bzw. verschwindet. Dazu werden die Residuen mit einer Gewichtsfunktion (Testfunktion) versehen, weswegen das Verfahren auch „Methode der gewichteten Residuen“ genannt wird. Bekannte Verfahren sind Methoden nach Ritz und Galerkin.

### 2.6.1.3 Finite Volumen

Beim Finite Volumen (FV) Verfahren, wie es auch im verwendeten Programmpaket CFX verwendet zur Anwendung kommt, wird das Kontrollvolumen in diskrete finite Kontrollvolumen unterteilt. Anschließend werden die Differentialgleichungen über die jeweiligen finiten Volumen integriert. Die nun folgende Transportgleichung für einen Skalar  $\Phi$  in differentieller Form [21] muss nun über ein Volumen  $V$  integriert werden um die Grundgleichung des „Finite Volumen“ Verfahrens zu erhalten.

$$\frac{\partial \rho \Phi}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_j \Phi}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma \left( \frac{\partial \Phi}{\partial x_j} \right) \right) + S_\Phi \quad (2.102)$$

Hierbei ist  $S_\Phi$  ein allgemeiner Quellterm der Größe  $\Phi$ , und  $\Gamma$  ist der zu  $\Phi$  gehörige Diffusionskoeffizient. Nach einer Integration über das Kontrollvolumen und unter Anwendung des Integralsatzes von Gauß ergibt sich folgende Formulierung.

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \Phi dV + \int_S \rho u_j \Phi n_j dS = \int_S \Gamma \left( \frac{\partial \Phi}{\partial x_j} \right) n_j dS + \int_V S_\Phi dV \quad (2.103)$$

Dabei treten sowohl Volumenintegrale, als auch Oberflächenintegrale auf. Die Oberflächenintegrale repräsentieren dabei die Summe der Flüsse über die Volumengrenze, die Volumenintegrale stellen Quellterme oder Summationsgrößen dar.

Ausgehend von diesen Integralen werden nun die Gleichungen diskretisiert. Dabei werden die Volumenintegrale mittels einem für das Kontrollvolumen repräsentativen Wertes approximiert, welcher mit dem Volumen des Kontrollelements multipliziert wird.

Für Oberflächenintegrale existieren an den Begrenzungsflächen Integrationspunkte, für die die Größen errechnet werden. Aufgrund der Tatsache, dass die benachbarten Volumenelemente jeweils dieselben Werte für ihre Gleichungen verwenden, sind diese Punkte mit Sicherheit konservativ. Das bedeutet, dass die Gleichungen die gewonnen werden die Erhaltungsbedingungen der Grundgrößen wie z.B. Masse, Impuls und Energie erfüllen.

### **Ansys CFX: Elementbasierender FV Ansatz**

In Ansys CFX ist das Lösungsfeld in den Gitterknoten gespeichert. Jedoch ist es, um einige Berechnungen durchzuführen, erforderlich die Größen bzw. deren Gradienten an Zwischenpunkten zu kennen. CFX verwendet dafür dem Finite Volumen Ansatz überlagerte Finite Elemente Formfunktionen. Innerhalb eines Kontrollvolumens gilt für eine Größe  $\Phi$  [10]:

$$\Phi = \sum_{i=1}^N N_i \Phi_i \quad (2.104)$$

An einem Knoten gilt für die Formfunktionen:

$$\sum_{i=1}^N N_i = 1 \quad N_i = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases} \quad (2.105)$$

Die Formulierung der Formfunktionen ist dabei vom Elementtyp des Kontrollvolumens abhängig und kann in [21] nachgelesen werden.

#### **2.6.1.4 Diskretisierung in Ansys CFX**

##### **Der transiente Term**

Für die Näherung des transienten Terms stehen zwei Verfahren zur Verfügung. Zum Einen wird eine Rückwärtsdiskretisierung 1. Ordnung verwendet. Dabei wird die zeitliche Änderung der Größe  $\Phi$  mit einer Taylorreihenentwicklung angenähert, wobei alle Terme höherer Ordnung vernachlässigt werden. Dadurch ergibt sich für das Verfahren ein Fehler der von der Größenordnung  $\mathcal{O}[\Delta t]$  ist.

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \Phi dV = V \left( \frac{\rho \Phi - \rho^0 \Phi^0}{\Delta t} \right) \quad (2.106)$$

Hierbei stellen die Terme mit dem oberen Index 0 die Werte der Variable  $\Phi$  des vergangenen Zeitschrittes dar.

Zum Anderen wird ein Verfahren 2. Ordnung verwendet. Der Abbruch der Reihenentwicklung erfolgt hier nach dem zweiten Term, sodass sich ein Fehler der Größenordnung  $\mathcal{O}[\Delta t^2]$  ergibt. Dieses Verfahren ist jedoch nicht begrenzt und kann zu Oszillationen der Lösung führen [10]

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \Phi dV = V \frac{1}{\Delta t} \left( \frac{3}{2} \rho \Phi - 2(\rho \Phi)^0 + \frac{1}{2} (\rho \Phi)^{00} \right) \quad (2.107)$$

### Der Konvektionsterm

Die Oberflächenintegrale werden über Integrationspunkte (IP) an den Zentren der Flächen diskretisiert. Der Konvektionsterm stellt sich dann dar als:

$$\int_S \rho u_j \Phi \vec{n}_j dS = \sum_{IP} \dot{m}_{IP} \Phi_{IP} \quad (2.108)$$

$$\text{mit } \dot{m}_{IP} = (\rho u_j \Delta n_j)_{IP} \quad (2.109)$$

Für die Bestimmung der Flüsse in den Integrationspunkten  $\Phi_{IP}$  sind in CFX mehrere Verfahren implementiert. Für den Wert an den Integrationspunkten IP kann allgemein geschrieben werden

$$\Phi_{IP} = \Phi_{UP} + \beta \nabla \Phi \Delta \vec{r} \quad (2.110)$$

Hierbei ist  $\Phi_{UP}$  der Wert des Upwind gelegenen Punktes und  $\vec{r}$  der Vektor zu diesem. Der Gradient der Größe  $\Phi$  errechnet sich mittels des Gaußschen Divergenztheorems aus den Werten an den Integrationspunkten:

$$\nabla \Phi = \frac{1}{V} \sum_{IP} (\Phi \Delta \vec{n})_{IP} \quad (2.111)$$

Abhängig vom Wert des Faktors  $\beta$  und der Berechnung des Gradienten von  $\Phi$  ergeben sich nun verschiedene Verfahren.

- 1st Order Upwind  
Für den Wert  $\beta = 0$  entspricht der Wert an den Integrationspunkten den Upwind Werten. Die Diskretisierung ist dann identisch einem Upwind-Verfahren 1. Ordnung
- Zentrales Differenzenverfahren  
Setzt man den Faktor  $\beta = 1$  und verwendet für  $\nabla \Phi$  den lokalen Gradient des Elementes ergibt sich ein zentrales Verfahren dessen Fehler von der Größenordnung  $\mathcal{O}[\Delta x^2]$  ist.
- „Specific Blend Factor“  
Setzt man  $0 < \beta < 1$  ergibt sich ein Verfahren, das die Diskretisierungsfehler des Upwind-Verfahrens verringert. Dabei kann der Term  $\beta \nabla \Phi - \Delta \vec{r}$  als anti-diffusiver Korrekturfaktor gesehen werden. Für  $\beta = 1$  ist das Verfahren formell von 2. Ordnung.
- High Resolution  
Hier wird eine Formulierung verwendet die  $\beta$  für jede Rechenzelle separat berechnet. Ziel ist es den Wert so nah wie möglich an 1 zu halten ohne neue Extrema einzuführen. Das Verfahren wurde von Barth und Jespersion entwickelt.

Die folgende Abbildung 2-1 zeigt die Auswirkung verschiedener Diskretisierungen auf die Lösung einer Diskontinuität. Der Graph (a) zeigt die exakte Lösung des Problems. Während die Lösung 1. Ordnung aufgrund eines Fehlers 2. Ordnung von hoher Dissipation „verschmiert“ (b)



zeigt sich für eine Lösung 2. Ordnung eine erhöhte Dispersion der Lösung (c). Dies wird durch einen Fehler 3. Ordnung verursacht [11].

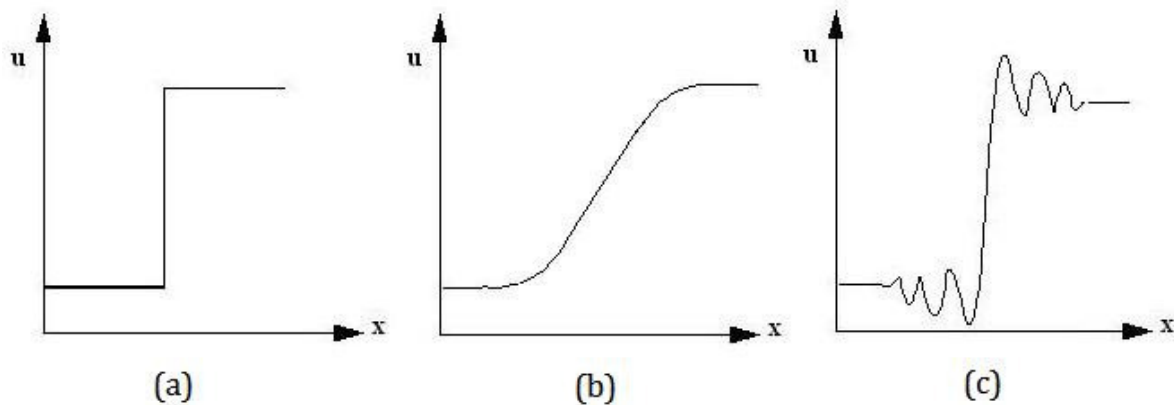


Abbildung 2-1: Effekte Numerischer Fehler. (a) Exakte Lösung (b) Numerische Lösung mittels einer Methode 1.Ordnung (c) Numerische Lösung mittels einer Methode 2.Ordnung, Abbildungen aus [10]

## 2.7 Fehlerquellen

Im Folgenden soll kurz auf mögliche Fehlerquellen, die in einem CFD Berechnungsprozess auftreten eingegangen werden. Diese sind in Abbildung 2-2, nach dem Auftreten im Berechnungsprozess geordnet, dargestellt.

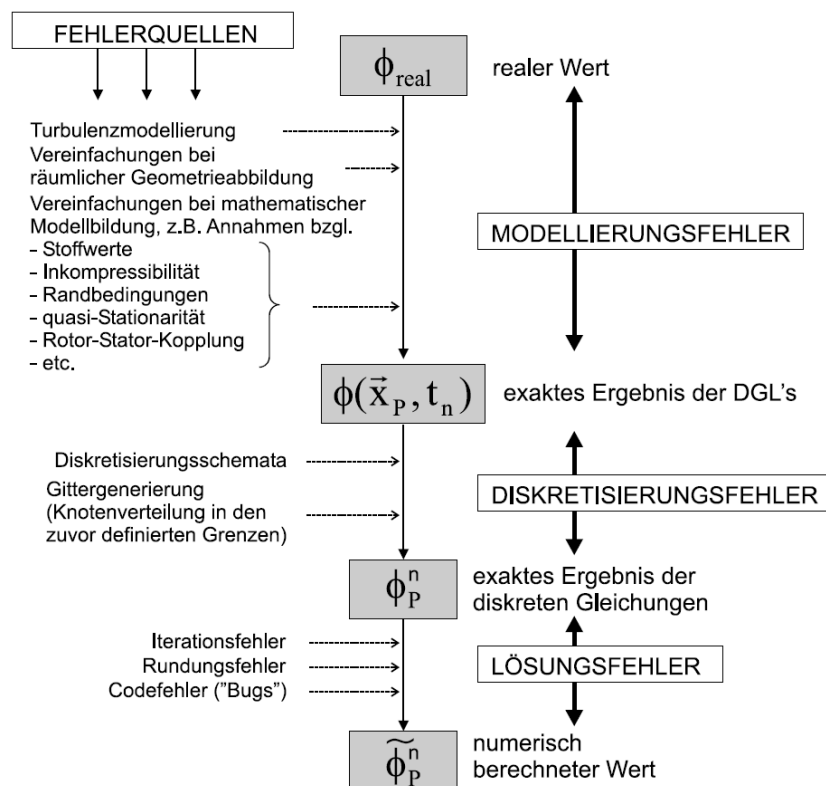


Abbildung 2-2: Fehlerquellen von CFD-Simulationen [23]

### Modellierungsfehler

Dies ist der Fehler zwischen der realen Lösung des auftretenden Problems und der exakten Lösung der Differentialgleichungen der Strömungsmechanik, die das Problem beschreiben. Diese sind vom Anwender beeinflussbar und beinhalten in erster Linie von eben diesem gemachte Vereinfachungen und Annahmen:

- Vereinfachungen der Geometrie
- Wahl der Randbedingungen
- Auswahl des Turbulenzmodelles
- Annahmen über Stoffwerte und Stoffgesetze

### Diskretisierungsfehler

Der Fehler zwischen der exakten Lösung der Differentialgleichung und der Lösung des diskretisierten Gleichungssystems nennt man Diskretisierungsfehler. Dieser Fehler muss, um Konvergenz zu erzielen, bei feiner werdendem Netz verschwinden. Diese mathematische Eigenschaft wird als Konsistenz bezeichnet. Ein Verfahren wird dann als konsistent bezeichnet, wenn sich die Differenzgleichung bei feiner werdendem Netz immer weiter an die Differentialgleichung annähert. Eine Abschätzung dieses Fehlers ist z.B. mittels der Richardson-Extrapolation möglich [26].

Als Abbruchfehler bezeichnet man die Abweichung eines numerischen Verfahrens nach einem Rechenschritt von der exakten Lösung. Der lokale Fehler der sich für die Lösung eines Anfangswertproblems mittels Einschrittverfahren ergibt lautet nach [21]:

$$\delta(t_a, y_a, h) = y(t + h; t_a, y_a) - y_h(t + h; t_a, y_a)$$

Hier sind  $t_a, y_a$  die Anfangswerte des Problems,  $h$  die Schrittweite. Der  $y_h$  ist die Lösung der Näherung nach einem Zeitschritt,  $y$  die exakte Lösung und  $\delta$  der lokale Abbruchfehler.

Weitere Fehler entstehen durch die Gittergenerierung im Rechengebiet. Eigenschaften des Rechengitters um diesen Fehler gering zu halten sind in Kapitel 2.8.2 beschrieben.

### Lösungsfehler

Dieser Fehler tritt im Lösungsprozess des Solvers auf und beinhaltet den Iterationsfehler, der durch das Residuum im Berechnungsprozess beschrieben wird, und den Rundungsfehler, der sich durch das Speichern der errechneten Werte in endliche Stellen fassenden Speicher ergibt.

## 2.8 Allgemeines zur Netzgenerierung

### 2.8.1 Abschätzung von $y^+$

Formt man die Definition von  $y^+ = \frac{y u_\tau}{\nu}$  mithilfe der Reynolds-Zahl  $Re = \frac{uL}{\nu}$  und eines empirischen Zusammenhangs für den Widerstandsbeiwert  $c_f = 0,027 * Re^{-1/7}$  sowie der

Definition  $c_f = \left(\frac{u_\tau}{u_\infty}\right)^2$  um, ergibt sich für den Wandabstand des ersten Knotens des Gitternetzes folgende Formulierung [6]:

$$y = \sqrt{74}y^+L \frac{Re_x^{1/14}}{Re_L} \quad (2.112)$$

Schätzt man nun  $Re_x = K \cdot Re_L$  und nimmt an, dass  $K^{1/14} \approx 1$  erhält man für die Größe der ersten Zelle des Rechengitters:

$$y = \sqrt{74}y^+L Re_L^{-13/14} \quad (2.113)$$

Die Mindestanzahl an Zellen innerhalb der Grenzschicht wird mit 10 für eine Wandfunktion und 15 für eine Low-Reynolds Formulierung angegeben.

### 2.8.2 Netzqualität

Um eine schnelle Konvergenz zu erzielen und die Diskretisierungsfehler der Simulation möglichst gering zu halten existieren einige Qualitätsmerkmale für ein Rechennetz. Dabei lässt sich das Netz nach Hauptkriterien beurteilen, von denen drei hier beschrieben werden sollen. Weitere Kriterien sind in [25] beschrieben.

#### Orthogonality

Die Orthogonalität des Netzes ist ein Maß für die Verzerrung der Kontrollvolumen. Der Winkel sollte für Hexaedernetze möglichst nah an  $90^\circ$  sein. Der Grund dafür liegt in der Berechnung der Flüsse über die Grenzen des Kontrollvolumens. Dazu wird das Skalarprodukt aus dem Flussvektor und dem Normalvektor der Oberfläche gebildet. Für Winkel die stark von  $90^\circ$  abweichen kann mit sehr schlechter Konvergenz oder gar Divergenz der Lösung gerechnet werden.

#### Expansion Rate

Die Expansion Rate eines Netzes gibt das Verhältnis des Volumens zweier benachbarter Kontrollvolumen an. Dies beeinflusst besonders den Fehler den transiente Terme und Körperkräfte auf das Rechenergebnis haben. Es wird von Ansys ein maximaler Wert von 20 empfohlen.

#### Aspect Ratio

Das Aspect Ratio bezeichnet das Verhältnis der Seitenkanten eines Kontrollvolumens. Eine hohe „Aspect Ratio“ führt zu höheren Rundungsfehlern und einer schwierigeren Konvergenz der diskretisierten Gleichungen. Das Verhältnis der Seitenkanten eines Körpers sollte laut Ansys möglichst kleiner als 100 sein. Eine Ausnahme hierzu sind die Zellen innerhalb der Grenzschicht. Diese können durchaus ein „Aspect Ratio“  $> 100$  besitzen. CFX spricht hierbei von Größenordnungen im Bereich von  $10^5 - 10^6$ .

### 3 Wärmeübergangsberechnung an Testgeometrien

Im Folgenden sollen nun einige Ergebnisse der im Rahmen der Diplomarbeit durchgeführten Berechnungen gezeigt werden. Zunächst wurde an zwei einfachen Geometrien (einem ebenen Kanal und einem Rechteckkanal) eine Sensitivitätsanalyse durchgeführt und anschließend die im Rahmen dieser Arbeit zu untersuchenden Poloberflächen mit den gefundenen Parametern simuliert. Dabei wurde der Einfluss der folgenden Parameter auf das Lösungsergebnis betrachtet:

- Netzparameter  $y^+$
- Turbulenzmodelle
- Diskretisierung
- Randbedingungen

In erster Linie ist dabei der Einfluss auf den Wärmeübergang von Interesse. Anschließend wird dann die Wärmeübertragung an verschiedenen Poloberflächenmodellen untersucht. Dabei soll für eine der untersuchten Poloberfläche eine weitere Parameterstudie durchgeführt werden, wobei die Anzahl der betrachteten Parameter nach den Erkenntnissen der Sensitivitätsanalyse reduziert werden kann.

#### 3.1 Der ebene Kanal

##### 3.1.1 Geometrie

Die Grundgeometrie des Modells der ebenen Platte stellen zwei parallele Geraden mit einem Abstand von 20 mm und einer Länge von 1000mm dar. Zusätzlich existieren ein Einlass sowie ein Auslass. Die Ausdehnung normal zur Strömungsrichtung wird nicht modelliert, sodass der ebene Kanal als 2-dimensionale Geometrie modelliert wird. Grund dafür ist, dass für unendlich ausgedehnte Platten wie sie hier angenommen werden die Flüsse in die dritte Richtung (z-Achse) null sind. Aus dieser einfachen Geometrie werden die Netze für die Simulationen erstellt. Das Verhältnis von Plattenabstand/Plattenlänge der Geometrie beträgt 50. Die Länge des hydraulischen Anlaufes sollte laut [3] ca. 200 mm betragen, sodass über 80% des Rechengbietes eine entwickelte Rohrströmung vorliegt. Dies bedeutet für die Auswertung, dass Ergebnisse der Rechnungen als erste Näherung mit den Ergebnissen für eine hydraulisch entwickelte Strömung verglichen werden können.

##### 3.1.2 Netzgenerierung

Die Simulation einer ebenen Platte ist als 2D Modell mit Ansys CFX nicht möglich. Der Solver verlangt nach einem 3-dimensionalen Rechennetz, sodass aus der 2D Geometrie ein 3D Rechennetz erzeugt werden muss. Dies geschieht indem das 2D Netz innerhalb des Netzgenerators extrudiert wird. Das Netz hat dann eine Breite von lediglich einer Zelle.

Dies muss bei den Randbedingungen mittels einer Symmetriebedingung an den beiden Seitenflächen des nun 3-dimensionalen Rechennetzes berücksichtigt werden.

### In Strömungsrichtung (X)

Das Netz wird in Strömungsrichtung mit 500 Zellen versehen, was einer mittleren Zellgröße von 2 mm entspricht. An den beiden Randbedingungen IN/OUT wird das Netz verfeinert. Dazu wird der Teilung eine geometrische Verteilung mit einem Wachstum von 1,1 aufgeprägt. Die Zellgröße an den Randbedingungen beträgt 0,1 mm.

### Normal zur Strömungsrichtung (Y)

Für die Erstellung des Rechenetzes ist es von Interesse die Zellgröße an der Wand des Rechengebietes zu bestimmen. Dieser Wert hat maßgeblichen Einfluss auf die vom Programmpaket durchgeführte Wandbehandlung und damit sowohl auf den Geschwindigkeitsgradienten als auch auf die Wärmeübertragung in Wandnähe.

### Abschätzung der Zellgröße

Die Abschätzung erfolge auf Basis der Gleichung (2.113):

$$y = \sqrt{74} y^+ L Re_L^{-13/14}$$

Für eine Strömungsgeschwindigkeit von 30 m/s (siehe 3.1.3.1) und einen hydraulischen Durchmesser von 40mm ergibt sich für ein  $y^+ = 1$  eine Größe der ersten Zelle von  $y \approx 0,01mm$ .

Dies ist also die notwendige Größe einer Wandzelle normal zur Strömungsrichtung um die Grenzschicht bis in die laminare Unterschicht aufzulösen. Dieser Wert dient als Ausgangsgröße, um nun den Wert von  $y^+$  zu variieren. Die folgende Tabelle 3-1 zeigt die verwendeten Zellgrößen und die daraus folgenden Werte von  $y^+$ .

Der weitere Verlauf der Zellgröße in das Rechengebiet hinein wird auch hier mittels eines „Bigeometric Bunching Laws“ bestimmt. Dabei kommt ein geometrisches Wachstum von 1,1 zur Anwendung. Dieses Wachstumsgesetz wird für alle Netze verwendet um Vergleichbarkeit zu garantieren. [26]

Die Ausdehnung des Netzes in die z-Richtung beträgt eine Zelle. Diese hat, um ein vernünftiges Aspect Ratio für alle Zellen gewährleisten zu können, eine Breite von 0,1 mm.

Hierbei ist anzumerken, dass aufgrund der gewählten Geometrie und Eintrittsgeschwindigkeit die Empfehlungen seitens Ansys für die Anzahl der Zellen in der Grenzschicht für die Netze ab einer Zellgröße von 1 mm bzw.  $y^+ \approx 90$  sowohl für die skalierbare Wandfunktion als auch für die automatische Wandbehandlung unterschritten werden.

Tabelle 3-1: Zellgröße und mittleres  $y^+$  der ebenen Platte

Zellgröße	Mittleres $y^+$	Anzahl der Zellen
[mm]		
0,001	0,08	145
0,01	0,82	97
0,05	4,27	64
0,1	8,96	51
0,25	23,42	45
0,5	46,50	36
1	90,77	18
2	147,3	9
3	253,7	6

Die folgende Abbildung 3-1 zeigt einen Ausschnitt aus dem Rechennetz der ebenen Platte. Das gezeigte Netz hat ein mittleres  $y^+$  von 0,08. Erkennbar ist die sehr feine Vernetzung der plattennahen Gebiete um die Grenzschicht genügend genau auflösen zu können, sowie das Wachstum der Zellen normal zur Wand. Ebenso ist die Verfeinerung und das Wachstum der Zellen in Strömungsrichtung am linken Rand des Netzes erkennbar.

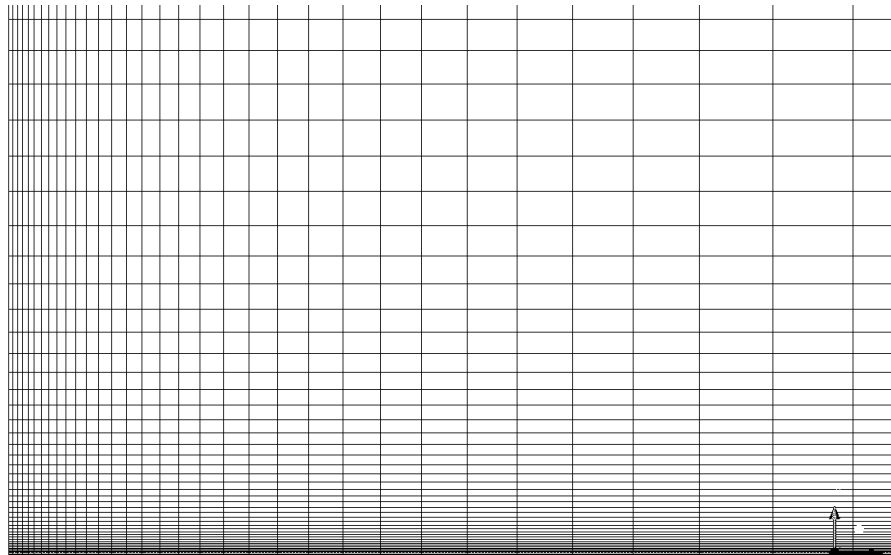


Abbildung 3-1: Ausschnitt aus einem Rechennetz der ebenen Platte

### 3.1.3 Simulationsvarianten

#### 3.1.3.1 Randbedingungen

Für eine gewöhnliche CFD Simulation wird von Ansys folgende Kombination von Randbedingungen als besonders robust angegeben und deshalb empfohlen [6]:

- Einlass: Als Randbedingung wird hier entweder eine Geschwindigkeit  $u$  oder ein Massenstrom  $\dot{m}$  empfohlen.
- Auslass: Hier wird ein statischer Druck als besonders empfehlenswert angesehen.

#### Auslass

Im vorliegenden Fall der ebenen Plattenströmung wird als Auslassbedingung ein statischer Druck von  $p_{aus} = 0 \text{ Pa}$  vorgegeben. Als Referenzdruck dient dabei ein Druck von  $101325 \text{ Pa}$ .

#### Einlass

Da für die Strömung ein voll turbulenter Zustand vorausgesetzt wird ergibt sich eine untere Grenze für die Eintrittsgeschwindigkeit.

$$u_{min} = \frac{Re_{krit} \nu}{d_h} = \frac{10000 \cdot 1,585 \cdot 10^{-5}}{0,04} = 3,96 \frac{m}{s} \quad (3.1)$$

Als kritische Reynolds-Zahl  $Re_{krit}$  wurde hier 10000 gewählt, da zum Einen laut [8] eine voll ausgebildete turbulente Strömung erst ab dieser Reynolds-Zahl vorliegt, zum Anderen eine Vielzahl der Nusselt-Korrelationen erst ab diesem Wert ihre Gültigkeit haben. Der hydraulische Durchmesser  $d_h$  eines ebenen Kanals beträgt laut [1]  $d_h = 2 \cdot s$  wobei  $s$  der Abstand der Platten ist. Ausgehend von diesem Minimalwert wurde eine Eintrittsgeschwindigkeit von  $30 \text{ m/s}$  gewählt. Diese Geschwindigkeit tritt bei den folgenden Polmodellen als mittlere Geschwindigkeit über den Modellen auf, weswegen diese hier verwendet wird. Mit dieser Geschwindigkeit ergibt sich für die Kanalströmung eine Reynolds-Zahl von  $\sim 75000$ . Um die verschiedenen Randbedingungen zu testen, wird in einigen Simulationen anstatt dieser Geschwindigkeit am Eintritt ein Massenstrom oder Totaldruck vorgegeben. Dabei wird stets dieselbe Reynolds-Zahl gefordert. Grundlage dafür bietet die Berechnung einer voll ausgebildeten Rohrströmung ohne Wärmeübergang die mittels CFX durchgeführt wurde. Aus dieser werden die entsprechenden Werte für die Eintrittsrandbedingung übernommen.

#### Wände

Die beiden Flächen „Up“ und „Down“ werden als feste Wand mit „No-Slip“ Randbedingung vorgegeben, was bedeutet, dass die Geschwindigkeit des Mediums an der Wand null betragen muss. Als thermische Randbedingung wird hier eine konstante Temperatur von  $100^\circ\text{C}$  vorgegeben. Diese Temperatur wurde gewählt, weil bei den nachfolgenden Versuchen Oberflächentemperaturen in derselben Größenordnung auftreten.

Die Symmetrierandbedingung wird an den beiden Seitenflächen angebracht. Diese wurden im Zuge der Netzgenerierung nicht explizit benannt.

### 3.1.3.2 Solvereinstellungen

Im Rahmen der Untersuchung soll nicht nur, wie bereits beschrieben, der Einfluss der wandnahen Netzgeometrie untersucht werden, sondern auch andere Einflüsse auf die Ergebnisse, wie z.B. die Diskretisierung der Gleichungen sowie Turbulenzmodellierung. Im Folgenden werden nun die unterschiedlichen verwendeten Einstellungen des CFX Solvers beschrieben.

#### Dimensionslose Kennziffern

Zunächst werden einige Dimensionslose Kennziffern berechnet, um diverse Solvereinstellungen zu begründen. Anhand der Reynolds-Zahl lässt sich die Turbulenz der Strömung charakterisieren.

$$Re = \frac{ud_h}{\nu} = \frac{30 \cdot 0,04}{1,585 \cdot 10^{-5}} = 75709$$

Damit ist die Strömung eindeutig turbulent.

Für den Einfluss der Kompressibilität auf die thermische Energiegleichung ist die Eckert-Zahl als dimensionslose Kennziffer von Interesse.

$$Ec = \frac{U_0^2}{c_p \Delta T} \quad (3.2)$$

Diese ermöglicht eine Abschätzung der Bedeutung der viskosen Dissipation für die Strömung. Es lässt sich zeigen, dass die Eckert-Zahl von der Größenordnung  $Ec \sim \mathcal{O}(1)$  sein muss damit die genannten Terme berücksichtigt werden müssen [15]. Dies ist meist für schallnahe Strömungen der Fall und für Strömungen in denen gilt  $T_\infty \approx T_W - T_\infty$ . Beides ist im vorliegenden Fall nicht erfüllt.

$$Ec = \frac{U_0^2}{c_p \Delta T} = \frac{30^2}{1004,4 \cdot (373 - 273)} = 8 \cdot 10^{-3}$$

Um die Bedeutung des Auftriebes für die Impulsgleichung abschätzen zu können ist die Kenntnis der Grashof-Zahl von Interesse. Diese errechnet sich zu:

$$Gr = \frac{g\beta(T_W - T_\infty)L^3}{\nu^2} = \frac{9,81 \cdot 9,84134 \cdot 10^{-3}(373 - 273) \cdot 0,04^3}{(1,585 \cdot 10^{-5})^2} = 18,054 \cdot 10^6$$

Für den Einfluss des Auftriebes ist nun das Verhältnis  $Gr/Re^2$  von Bedeutung:

$$\frac{Gr}{Re^2} = \frac{18,054 \cdot 10^6}{75709^2} = 3,14 \cdot 10^{-3}$$

Da dieser Wert sehr viel kleiner als 1 ist, kann der Einfluss des Auftriebes vernachlässigt werden und die Energieübertragung lässt sich als erzwungene Konvektion definieren. Dies bedeutet auch, dass die Energiegleichung und die Impulsgleichung durch den Auftriebsterm nicht aneinander gekoppelt sind.



## Fluideinstellungen

### Gasgesetz

Als Fluid wird für alle Simulationen ein ideales Gas angenommen, in CFX „Air Ideal Gas“ genannt. Dies ist für Luft (bzw. kompressible Gase) unter gewissen Voraussetzungen möglich:

- Geringe Drücke ( $\sim 1$  bar) unabhängig der Temperatur
- Sehr hohe Drücke ( $\gg 1$  bar), vorausgesetzt die Temperatur ist entsprechend hoch ( $> 2x$  kritische Temperatur für Gase)

Die grundlegenden Zusammenhänge sind dabei bereits in 2.1.4 erläutert. Die Größen  $c_p$  bzw.  $c_v$  sind dabei ausschließlich von der Temperatur abhängig.

$$\frac{w \cdot p_{abs}}{\rho} = R_0 \cdot T \quad (3.3)$$

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v} \quad (3.4)$$

$$dh = c_p dT \quad (3.5)$$

$$c_p = c_p(T) \quad (3.6)$$

$w$  ist hierbei die molekulare Masse des Gases und  $R_0$  die universelle Gaskonstante  $R_0 = 8314,472 \frac{\text{J}}{\text{kmol K}}$ .

## Wärmeübertragung/Thermische Energie

Hier stehen 2 Modelle zur Verfügung:

### Total Energy

Als Energietransportgleichung wird hier die Gleichung (2.9) für die Totalenergie als Transportgleichung verwendet. Dieses Modell sollte bei Strömungen mit  $M > 0,3$  oder bei der Simulationen der korrekten akustischen Berechnungen (Schallgeschwindigkeit) verwendet werden.

### Thermal Energy

Diese Einstellungsoption verwendet als Transportgleichung für die Energie die bereits in 2.2.2 hergeleitete Gleichung für den Enthalpietransport (Gleichung 2.62) und stellt eine vereinfachte Form von Gleichung (2.9) dar. Diese Gleichung eignet sich in ihrer Verwendung in CFX in erster Linie für Strömungen bei geringen Geschwindigkeiten und geringen Dichteunterschieden. Des Weiteren wird bei dieser Option standardmäßig die viskose Dissipation nicht berücksichtigt.

Für alle Simulationen wird die Einstellungsoption „Thermal Energy“ gewählt. Die viskose Dissipation wird dabei vernachlässigt.

## Turbulenzmodelle und Wandbehandlung

Neben den in 2.4.3 beschriebenen 2-Gleichungs-Modellen existieren im CFX eine Vielzahl von anderen Modellen, sowohl 0- 1- als auch Varianten der 2-Gleichungs-Modelle. Zusätzlich gibt es neben Reynoldsspannungs-Modellen auch Large- und Detached Eddy Verfahren.

Für die folgenden Simulationen wurden jedoch lediglich die kommerziell häufig verwendeten 2-Gleichungs-Turbulenzmodelle herangezogen: das k- $\epsilon$ , k- $\omega$  und das SST Turbulenzmodell.

Dabei wurden für keines der Modelle Veränderungen an den Konstanten vorgenommen. Als Wandfunktion dient für das k- $\omega$  und das SST Modell unabhängig vom  $y^+$  des Netzes die Einstellung „Automatisch“ was heißt, dass intern eine Automatische Wandbehandlung durchgeführt wird. Das k- $\epsilon$  Modell verwendet bei jedem  $y^+$  eine skalierbare Wandfunktion.

### Diskretisierungsoptionen

Das Standard Benutzerinterface von CFX ermöglicht es, die Diskretisierung der Konvektionsterme, der transienten Terme, sowie der Transportgleichungen für die Turbulenzgrößen k und  $\epsilon$  bzw.  $\omega$  gruppiert zu definieren. Dabei existiert die Gruppe „Advection Scheme“, die die Diskretisierung für die Erhaltungsgleichungen definiert und die Gruppe „Turbulence Numerics“, die die Diskretisierung für die Größen des Turbulenzmodelles festlegt.

Die im Programm implementierten Schemata wurden bereits in Kapitel 2.6.1.4 vorgestellt.

Es werden nun, um den Einfluss der Diskretisierungsoptionen zu untersuchen das Upwind Verfahren (Verfahren 1.Ordnung), sowie das implementierte Verfahren höherer Ordnung verwendet. Die Option des „Specific Blend Factors“ wird im Rahmen der Untersuchung nicht berücksichtigt, da die Anzahl der für den Parameter  $\beta$  zu untersuchenden Werte zu groß wäre um Aussagen treffen zu können. Die folgende Tabelle 3-2 gibt die untersuchten Kombinationen an.

**Tabelle 3-2: Verwendete Diskretisierungsschemata**

		Advection Scheme		
		1. Order Upwind	High Resolution	Specific Blend Factor
Turbulence Numerics	1. Order	+	+	-
	High Resolution	+	+	-

### Konvergenzkriterien

Das Residuum R ist der Rest im linearisierten Gleichungssystem, der aus den diskretisierten Gleichungen entsteht. Die Residuen werden, um sie besser beobachten zu können und um ein verwendbares Konvergenzkriterium zu erhalten normalisiert. Das Standard Konvergenzkriterium von CFX ist ein RMS (Root Mean Square) Residuum von  $10^{-4}$ . Dies ist das mittels der „Residual Normalisation Procedure“ normalisierte Residuum der jeweiligen Variable über das Kontrollvolumen. Dieses ist für einen Skalar  $\Phi$  gegeben durch [10]:

$$[\tilde{r}_\Phi] = \frac{[r_\Phi]}{a_p \Delta \Phi} \quad (3.7)$$

Hierbei ist  $r_\phi$  das dimensionsbehaftete Residuum im Kontrollvolumen,  $a_p$  ist ein Koeffizient des Kontrollvolumens und  $\Delta\phi$  ist eine repräsentative Größe der zu normalisierenden Variable im Volumen. Die normalisierten Residuen sind unabhängig von der Initialisierung des Volumens.

Für die durchgeführten Simulationen wurde als Konvergenzkriterium ein maximales Residuum von  $10^{-4}$  gewählt. Das maximale Residuum eines Kontrollvolumens ist gewöhnlich um eine Zehnerpotenz größer als das RMS Residuum. Die minimale Anzahl an Iterationen wurde mit 50 festgelegt, die maximale Anzahl wurde, um die Rechendauer im Falle einer nicht konvergierenden Lösung zu begrenzen, mit 500 festgelegt.

Des Weiteren existieren für alle Simulationen Monitorpunkte, die charakteristische Größen wie z.B. die global übertragene Wärmemenge, die mittlere Austrittstemperatur sowie die Drücke, die sich an den Randbedingungen einstellen. Diese Monitorpunkte müssen, damit die stationäre Rechnung als vollständig konvergiert gilt, stationär sein.

Die Berechnung des internen Zeitschrittes des Verfahrens wurde mit „Automatisch“ festgelegt.

### 3.1.4 Auswertungsparameter

Bei der Auswertung der Simulationen steht besonders die Wärmeübertragung im Vordergrund. Als dimensionsloser Parameter für die Wärmeübertragung ist besonders die Nusselt-Zahl, die einen direkten Zusammenhang zwischen der Wärmeübertragung an der Wand darstellt von Interesse. Die Definition der Nusselt-Zahl lautet wie in Gleichung 2.31 beschrieben:

$$Nu = \frac{\alpha L}{\lambda}$$

Dabei ist  $L$  eine charakteristische Länge der Strömung und  $\lambda$  die Wärmeleitfähigkeit des Fluids. Bei Rohrströmungen wird für die charakteristische Länge dabei meist der hydraulische Durchmesser des Rohres  $d_h$  verwendet. Dies sind beides Werte die entweder eindeutig durch die Geometrie festgelegt oder aus Stoffwerttabellen bzw. dem CFX Postprocessor ermittelt werden können.

Der Wärmeübergangskoeffizient  $\alpha$  muss jedoch noch aus dem CFD Programm bestimmt werden. Der lokale Wert  $\alpha(x)$  ist dabei definiert als

$$\alpha(x) = \frac{q(x)}{T_w(x) - T_m(x)} \quad (3.8)$$

$T_m(x)$  ist dabei die mittlere Temperatur der Strömung im Rohr an der Position  $x$ . Diese Temperatur errechnet sich so, dass das Produkt aus dem Massenstrom  $\dot{m}$  und der Enthalpie  $h$  bei der Temperatur  $T_m$  dem Enthalpiestrom  $\dot{H}$  entspricht [22]:

$$T_m(x) = \frac{1}{\rho_m u_m A} \int_A \rho u T dA \quad (3.9)$$

Definiert man lediglich einen „globalen“ Wärmeübergangskoeffizienten, so kann anstatt der Mittelung der Temperatur über einen Querschnitt über das gesamte Kontrollvolumen gemittelt werden:

$$T_m = \frac{1}{\rho_m u_m V} \int_V \rho u T dV \quad (3.10)$$

Alternativ ist es auch möglich die mittlere Temperatur aus Eingangstemperatur und Ausgangstemperatur ( $T_{bulk}$ ) zu verwenden.

$$T_{bulk} = \frac{T_m(x = x_{IN}) + T_m(x = x_{OUT})}{2} \quad (3.11)$$

Der Wärmestrom  $\dot{q}$  lässt sich, so wie die Wandtemperatur ebenfalls, für jede Wandzelle direkt vom Postprocessor ausgeben.

Alternativ stellt CFX einen lokalen „Wall Heat Transfer Coefficient“ (WHTC) zur Verfügung, der den Wärmeübergang zwischen der Wand und dem Medium beschreibt. Die Definition des WHTC entspricht in ihrer Form der des  $\alpha$  in Literatur. Dabei wird der Koeffizient definiert als

$$\alpha_{WHTC} = \frac{q(x)}{T_w(x) - T_{NW}(x)} \quad (3.12)$$

Problematisch an dieser Definition erweist sich die wandnahe Temperatur  $T_{NW}$  („Near Wall Temperature“). Der Verlauf der Temperatur innerhalb der Temperaturgrenzschicht ergibt sich analog zur Geschwindigkeit aus einer Wandfunktion für die Temperatur. Die Temperatur  $T_{NW}$  ist nun die mittlere Temperatur der wandnächsten Zelle. Aufgrund des starken Temperaturgradienten an der Wand, ist diese gemittelte Temperatur aber äußerst stark von der Größe der ersten Zelle, und damit vom Parameter  $y^+$  abhängig. Je geringer nun der Wert  $y^+$  der ersten Gitterzelle ist, desto geringer wird der Temperaturunterschied  $\Delta T = T_w - T_{NW}$  und der Wärmeübergangskoeffizient steigt immer weiter an. Die folgende Abbildung 3-2 zeigt ein Rechennetz mit einem Geschwindigkeitsprofil sowie Kontrollvolumen. Man sieht, dass sich für das wandnahe Kontrollvolumen die mittlere Geschwindigkeit immer weiter der Geschwindigkeit der Randbedingung (hier  $u = 0 \text{ m/s}$ ) annähert. Je kleiner dieses Volumen nun ist desto näher ist die mittlere Geschwindigkeit in diesem an der Wandgeschwindigkeit. Dies kann analog auf das Temperaturprofil umgelegt werden.

In den folgen Simulationen wird der Wärmeübergangskoeffizient mittels der Temperatur aus Gleichung (3.10) errechnet. Als charakteristische Länge zur Berechnung der Nusselt Zahl wird der hydraulische Durchmesser des ebenen Kanals herangezogen.

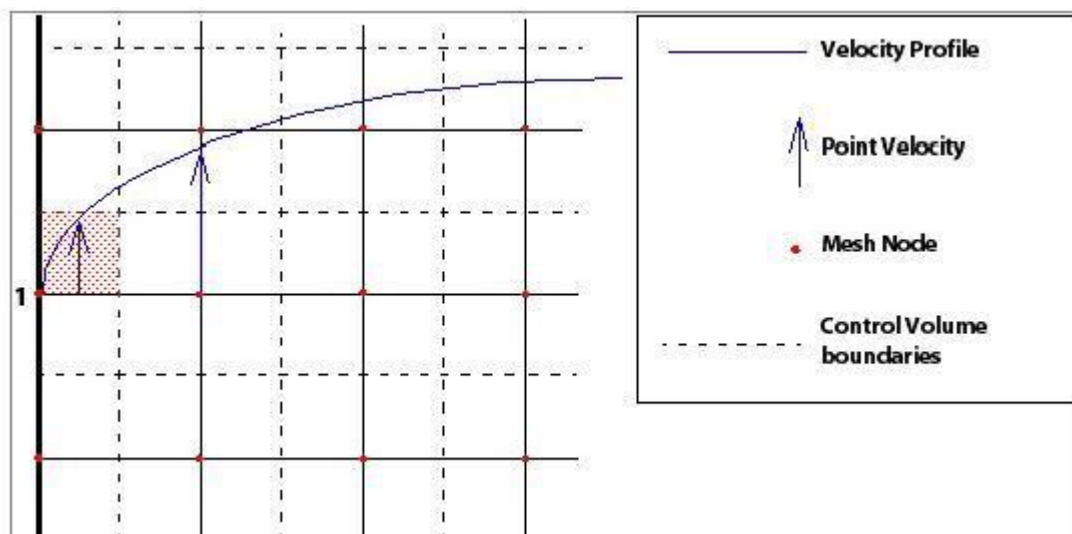
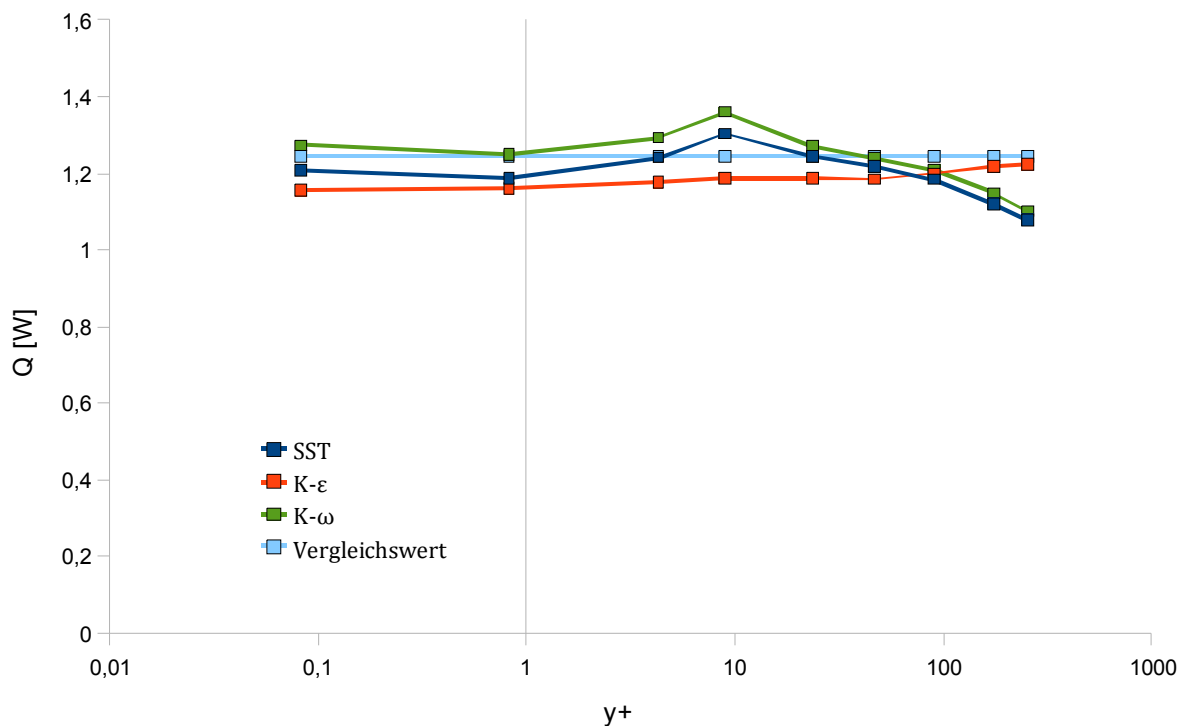


Abbildung 3-2: Geschwindigkeitsprofil und Kontrollvolumen in Wandnähe [6]

### 3.1.5 Ergebnisse

Im Folgenden werden nun die Ergebnisse einiger Simulationen kommentiert.

Abbildung 3-3 zeigt die für den ebenen Kanal mit einem voll entwickelten turbulenten Eintrittsprofil gesamte übertragene Wärme. Auf der Abszisse ist der Wert  $y^+$  als Parameter aufgetragen. Dies erlaubt den Wärmeübergang des Kanals in Abhängigkeit von der Größe der ersten Rechenzelle darzustellen. Der Verlauf wird für drei verschiedene Turbulenzmodelle (k- $\omega$ , k- $\epsilon$  und SST) dargestellt, wobei sich der  $y^+$  Wert der ersten Zelle in einem Bereich von 0,08 bis ca. 250 befindet. Die Wandbehandlung erfolgt dabei mittels einer skalierbaren Wandfunktion (k- $\epsilon$ ) oder einer automatischen Wandbehandlung (k- $\omega$ , SST). Die Diskretisierung erfolgt für alle Ergebnisse mit dem Verfahren höherer Ordnung. Als Vergleichswert zur Beurteilung der Ergebnisse dient die aus der globalen Energiebilanz des Modells mittels (2.87) errechnete übertragene Wärme. Der mittlere Wärmeübergangskoeffizient  $\bar{\alpha}$  wird mittels der Formel (2.91) errechnet und unterliegt dadurch einer Näherung.



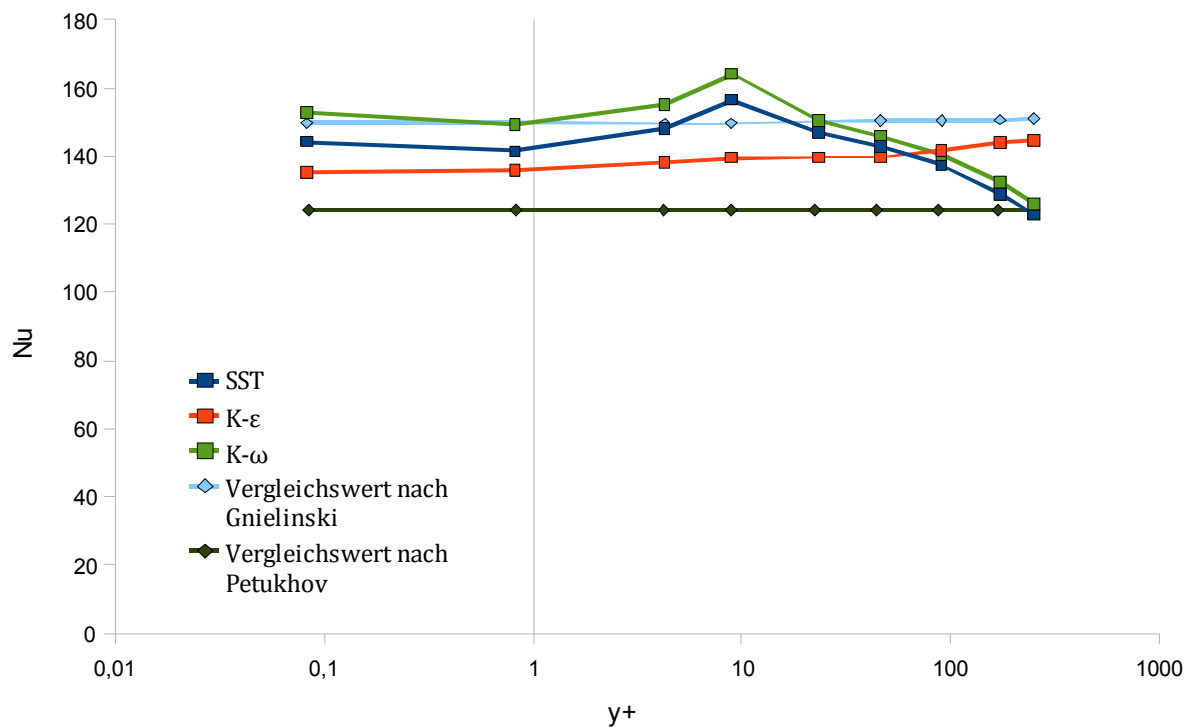
**Abbildung 3-3: Übertragene Wärmemenge der ebenen Platte für verschiedene Turbulenzmodelle als Funktion von  $y^+$**

Man erkennt, dass sich für Werte bis  $y^+ \approx 100$  für alle Turbulenzmodelle eine sehr gute Übereinstimmung mit dem errechneten Wert aus der Korrelation (hellblaue Kurve) ergibt. Für  $y^+ = 90$  ergibt sich dabei für alle Modelle ein fast identisches Ergebnis. Erst bei höheren Werten weichen die Modelle voneinander ab. Für das k- $\epsilon$  Modell stellt sich für den Großteil der Kurve ein beinahe konstanter Verlauf ein.

Für das k- $\omega$  und SST Turbulenzmodell stellt sich bei  $y^+ \approx 1$  ebenfalls ein mit dem errechneten Wert übereinstimmendes Ergebnis ein. Bei einem Wert von ca. 11 erreicht die übertragene Wärme ein Maximum und nimmt dann bei beiden Modellen stetig ab. Dabei ist festzustellen,

dass die Wärmemenge bei dem SST-Turbulenzmodell stets niedriger ist als beim  $k-\omega$  Modell. Des Weiteren ist festzustellen, dass alle Modelle bei Werten von  $y^+$  zwischen 1 und ca. 90 eine sehr gute Übereinstimmung sowohl untereinander als auch mit dem Wert aus der globalen Energiebilanz aufweisen.

Das folgende Diagramm zeigt die dimensionslose Nusselt-Zahl für die Kanalströmung mit entwickeltem Eintrittsprofil. Als Vergleichswert dient eine einfache Nusselt-Korrelation nach Gnielinski (Gleichung 2.91) sowie ein Vergleichswert nach Pethukhov (Gleichung 2.92).



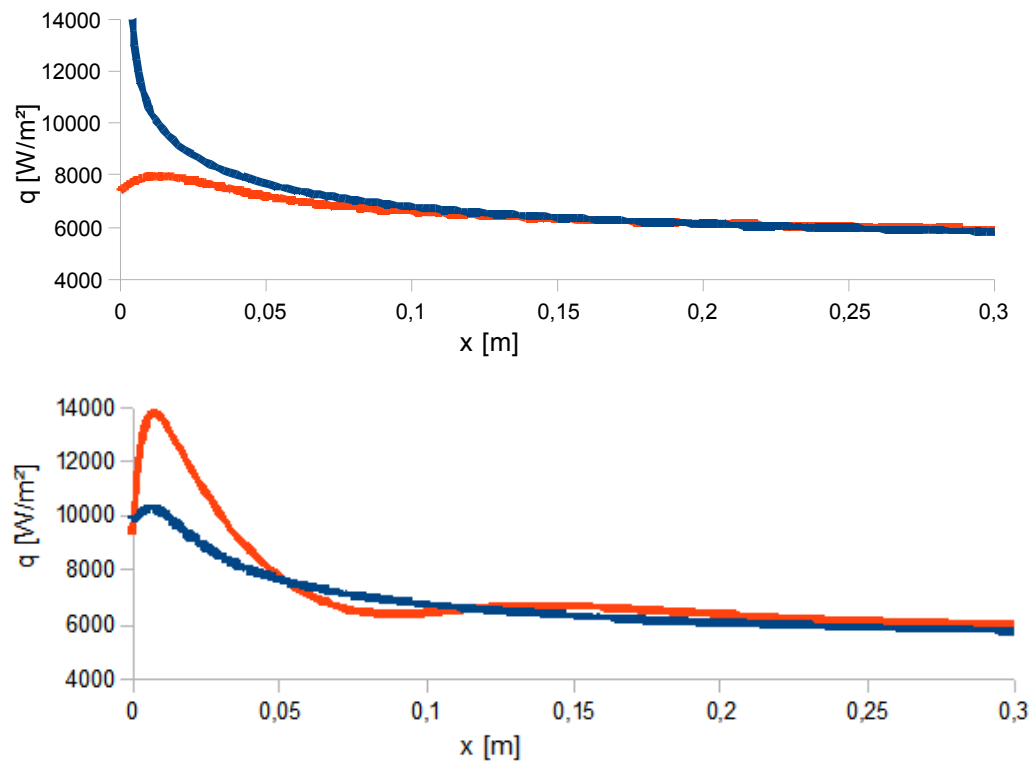
**Abbildung 3-4: Nusselt-Zahl der ebenen Platte für verschiedene Turbulenzmodelle also Funktion von  $y^+$  und Vergleichswerte nach Gnielinski und Petukhov**

Es zeigt sich ein ähnlicher Kurvenverlauf wie bei der gesamten übertragenen Wärme. Für einen Bereich von  $0,1 < y^+ < 6$  ergeben sich für die Kurven beinahe identische Verläufe. Während die  $\omega$ -basierenden Modelle mit automatischer Wandbehandlung auf ein Maximum bei  $y^+ \approx 11$  ansteigen und anschließend merklich abfallen, bleibt das  $k-\epsilon$  Modell in seinem Verlauf annähernd konstant. Für Werte von  $y^+ \sim 50$  ergeben sich für die drei verschiedenen Modelle annähernd identische Werte.

In den folgenden Diagrammen sind einige Vergleiche zwischen verschiedenen Netzen dargestellt. In Abbildung 3-5 ist der lokale Wärmestrom für die ersten 300 mm der beheizten Wand für zwei verschiedene Netze und zwei Turbulenzmodelle dargestellt. Das Bild links zeigt den Verlauf für das  $k-\epsilon$  Modell, das Bild rechts für das SST Turbulenzmodell. Die blauen Kurven entsprechen einem mittleren  $y^+$  von 0,8, die roten Kurven einem  $y^+$  von 86,6.

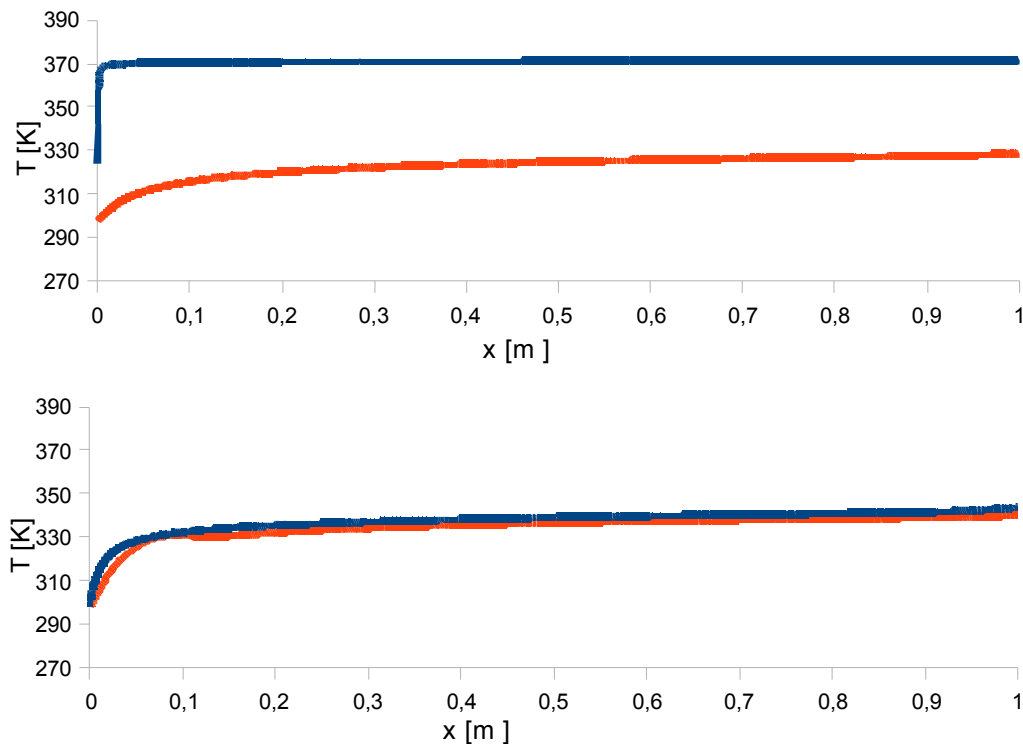
Man erkennt, dass der Wärmestrom über einen Großteil der Länge des Kanals sowohl für beide Netze als auch für die beiden verschiedenen Turbulenzmodelle identisch ist. Unterschiedliche Wärmeströme ergeben sich lediglich an den Begrenzungen rund um die Eintrittsrandbedingung.

Für das  $k-\varepsilon$  Modell stellt sich für ein feines Netz ein geringerer Wärmestrom am Einlass ein, während das SST Modell mit einer Erhöhung des Wärmestromes reagiert.



**Abbildung 3-5: Lokaler Wärmestrom entlang der x-Achse an der Wand des ebenen Kanal: SST (oben) und  $k-\varepsilon$  (unten) für unterschiedliche Netze mit  $y^+=0,8$  (blau) und  $y^+=85$  (rot)**

Der Verlauf der wandnahen Temperatur ist in Abbildung 3-6 dargestellt. Hierbei handelt es sich um s.g. „konservative“ Werte, was bedeutet, dass hier die gemittelte Temperatur des Kontrollvolumens dargestellt ist. Hier erkennt man beim  $k-\varepsilon$  den Einfluss der skalierbaren Wandfunktion. Die wandnahe Temperatur, die man in ihrer dimensionslosen Form aus Gleichung (2.90) berechnet, wird durch die Fixierung von  $y^+$  auf einen minimalen Wert von 11,06 begrenzt. Durch die automatische Wandbehandlung des SST Turbulenzmodelles errechnet sich die Temperatur in Wandnähe direkt aus der Gleichung (2.100). Da  $y^+$  hier nicht beschränkt ist ergibt sich für die Temperatur der wandnahen Zelle ein entsprechend höherer Wert.

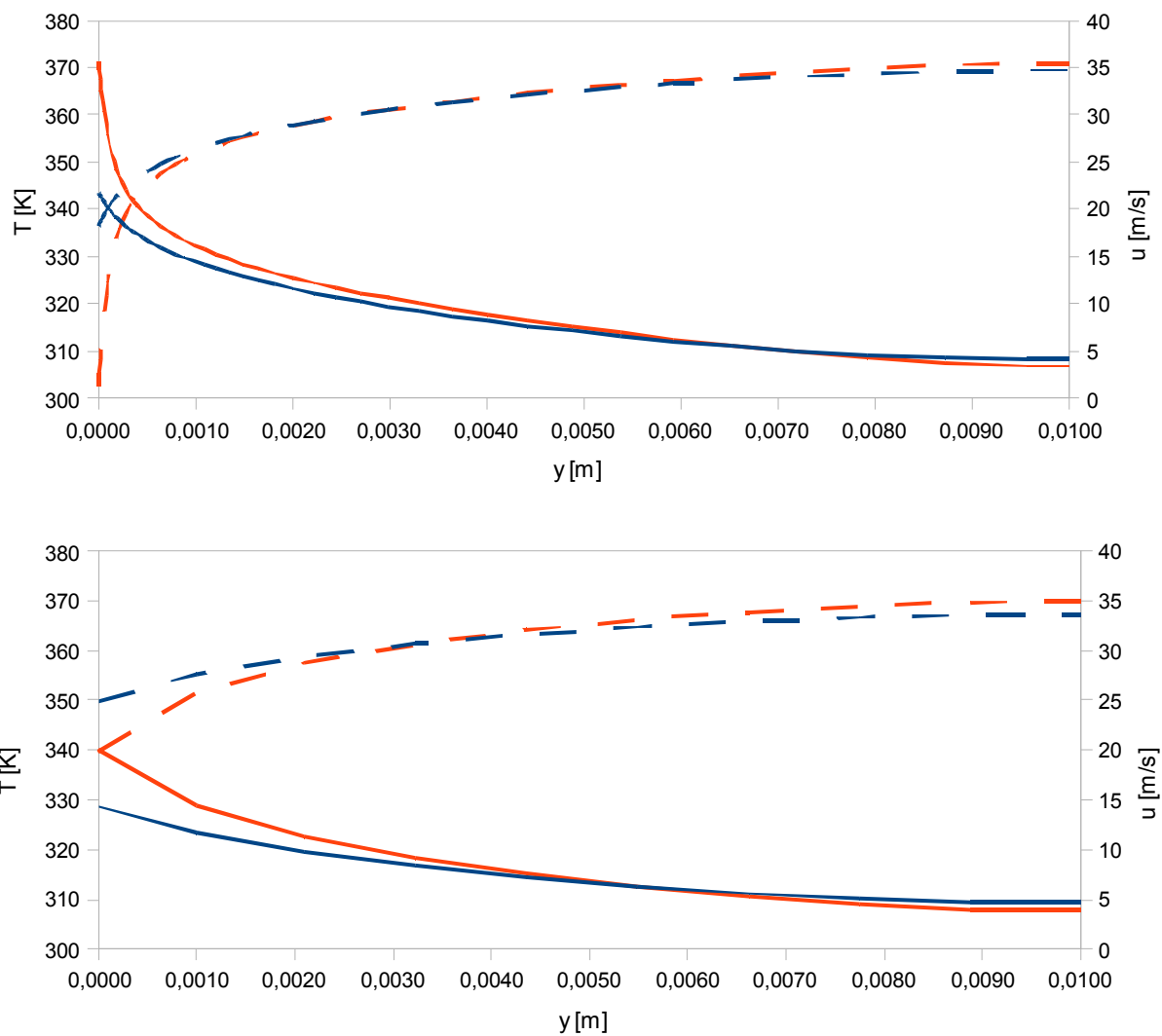


**Abbildung 3-6: Mittlere Temperatur in der wandnahen Zelle im ebenen Kanals: SST (oben) und  $k-\epsilon$  (unten) für zwei verschiedene Netze mit  $y^+ = 0,8$  (blau) und  $y^+ = 85$  (rot)**

Dies macht sich auch in den Temperaturprofilen am Austritt aus dem Kontrollvolumen bemerkbar. In Abbildung 3-7 sind oben die Verläufe für ein Netz mit mittlerem  $y^+ \sim 0,8$  und unten für ein Netz mit  $y^+ \sim 86$  dargestellt, wobei die Temperaturen als Volllinien gezeichnet sind. Der Verlauf für das SST Modell ist in rot dargestellt, der Verlauf für das  $k-\epsilon$  Modell in blau. Man erkennt, dass das SST Modell in Wandnähe für beide Netze höhere Temperaturen aufweist, während das  $k-\epsilon$  Modell eine höhere maximale Temperatur in der Kanalmitte aufweist.

Des Weiteren ist in den Diagrammen das Geschwindigkeitsprofil für die halbe Auslasshöhe dargestellt. Dieses ist als gestrichelte Linien dargestellt. Das SST Modell ist dabei rot gezeichnet, das  $k-\epsilon$  Modell blau. Das SST Modell ist hier durch die durchgeführte Wandbehandlung in der Lage die Geschwindigkeit in der wandnahen Zelle der Haftbedingung anzunähern, während beim  $k-\epsilon$  Modell die Geschwindigkeit durch  $y^+_{lim} = 11,067$  nach unten begrenzt ist. Dafür stellt sich in Kanalmitte für das SST Modell eine höhere Geschwindigkeit ein, wie es durch die Kontinuität gefordert wird.





**Abbildung 3-7: Temperaturverlauf (durchgehend) und Geschwindigkeitsverlauf (strichliert) bis zur Symmetrieachse am Austritt des ebenen Kanals für zwei verschiedene Turbulenzmodelle: k- $\epsilon$  (blau) und (rot) sowie zwei verschiedene Netze:  $y^+ \sim 0,8$  (oben) und  $y^+ \sim 86$  (unten); Temperaturachse links, Geschwindigkeitsachse rechts**

Das folgende Diagramm zeigt das Profil der turbulenten kinetischen Energie über den halben Querschnitt des Kanals für zwei Netze ( $y^+ = 0,8$  bzw.  $86$ ) sowie für die zwei Turbulenzmodelle k- $\epsilon$  und SST. Die Verläufe für das SST Modell sind in blau bzw. grün dargestellt, die des k- $\epsilon$  Modells in rot.

Man erkennt für feine Netze (blau bzw. rot) sehr deutlich die Differenzen zwischen den Turbulenzmodellen. Das SST Modell modelliert in Wandnähe die laminare Unterschicht für die  $k = 0$  wird, während das k- $\epsilon$  Modell den Wert von  $k$  identisch einem Wandabstand von  $y^+ = 11$  modelliert. Die Netze mit hohem  $y^+$  ergeben sich im Randbereich höhere Werte für  $k$ , während sich in der Kanalmitte ähnliche Werte ergeben.

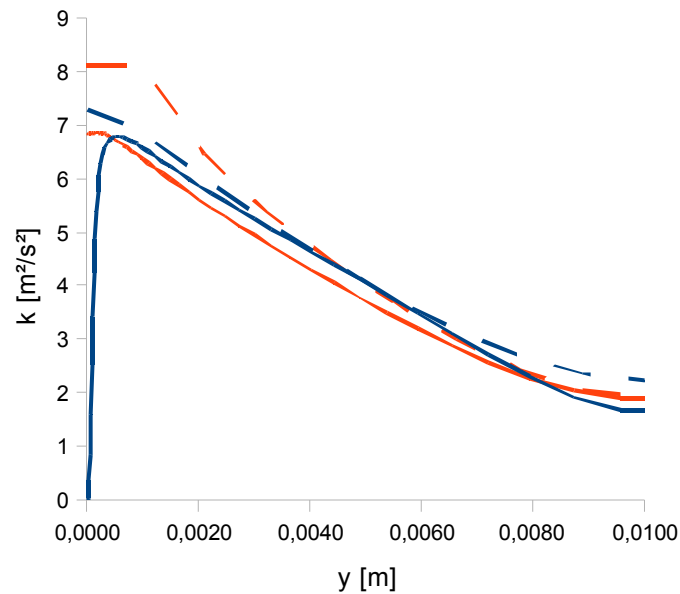


Abbildung 3-8: Turbulente kinetische Energie am halben Austrittsquerschnitt des ebenen Kanals für zwei verschiedene Turbulenzmodelle: k- $\epsilon$  (rot) und SST (blau) und zwei verschiedene Netze:  $y^+ \sim 0,8$  (Volllinie) und  $y^+ \sim 86$  (strichliert).

### Einfluss der Randbedingungen

Im folgenden wird der Einfluss der Randbedingungen auf die Ergebnisse der Rechnung dargestellt.

Dabei wird neben den beiden von CFX als besonders stabil empfohlenen Randbedingungen „Mass Flow“ und „Velocity“ auch die Option des Totaldrucks „Total Pressure“ berücksichtigt. Es wurde versucht die Eintrittsbedingungen für alle Simulationen ident zu halten. Aufgrund von nicht exakten Berechnungen der Eintrittsgrößen ergeben sich nun aber geringfügig unterschiedliche Reynolds-Zahlen. Dabei stellt sich wie zu erwarten für die Randbedingung mit der geringfügig höheren Reynolds-Zahl eine größere übertragene Wärme ein.

Errechnet man nun den dimensionslosen Wärmeübergangskoeffizienten, die Nusselt-Zahl, so ergeben sich ebenfalls, wie zu erwarten, unterschiedliche Ergebnisse. Diese sind in Abbildung 3-9 dargestellt. Um nun die Ergebnisse vergleichbar zu machen müssen alle Rechnungen die selbe Reynolds-Zahl aufweisen. Korrigiert man nun mittels einer einfachen Korrelation diese Nusselt-Zahlen auf eine gemeinsame Reynolds-Zahl hin, so erhält man ein genaueres Bild über den Einfluss der Randbedingungen.

Der dabei verwendete, sehr einfache, Zusammenhang ergibt sich aus den einfachen Zusammenhängen nach Gnielinski bzw. Dittus Boelter.

$$\frac{Nu_{Re_1}}{Nu_{Re_2}} = \left( \frac{Re_1}{Re_2} \right)^{0,8} \quad (3.13)$$

Die korrigierten Nusselt-Zahlen sind in Abbildung 3-10 dargestellt. Es zeigt sich dabei, dass der Einfluss der Randbedingungen bei identischer Reynolds-Zahl wie zu erwarten vernachlässigbar ist.

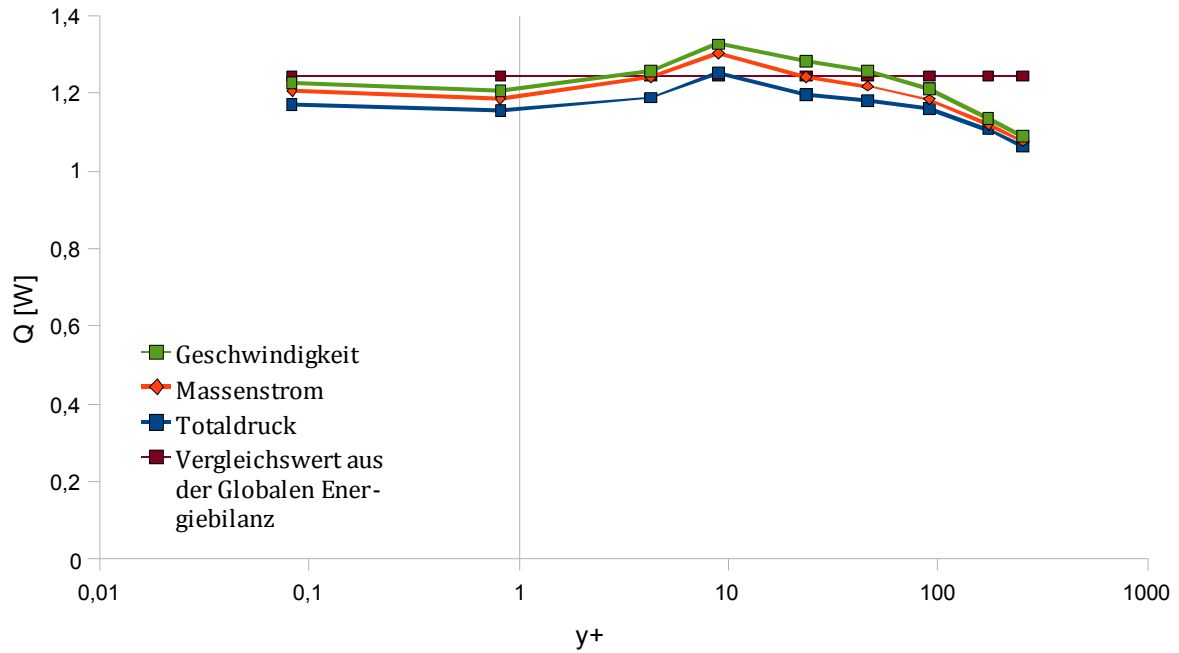


Abbildung 3-9: Übertragene Wärme bei unterschiedlichen Randbedingungen mit unterschiedlichen Re-Zahlen

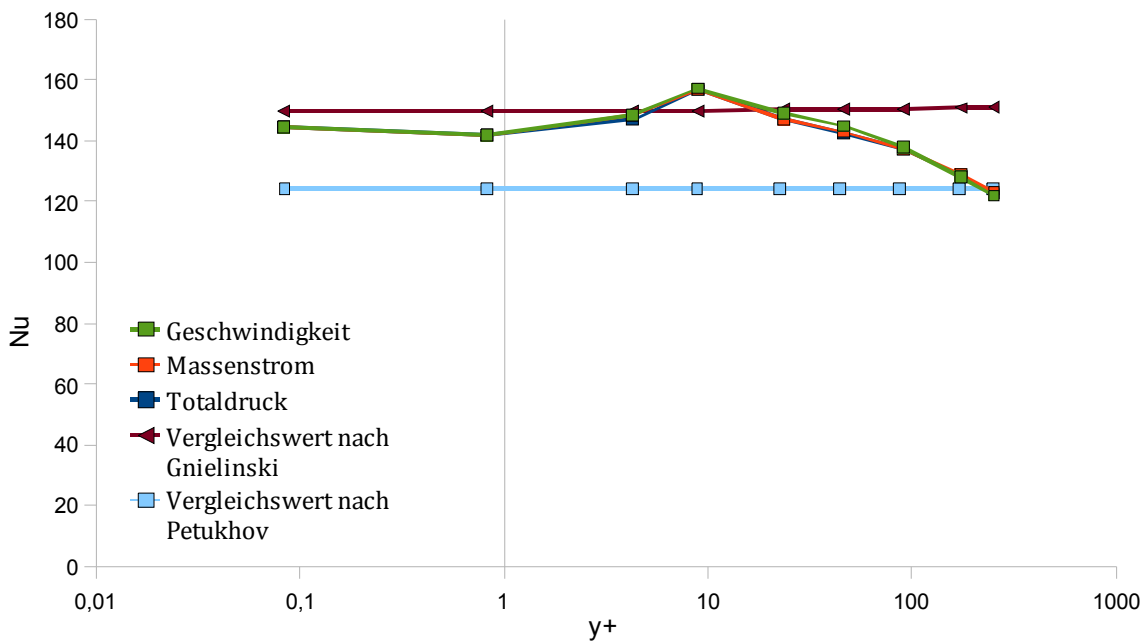


Abbildung 3-10: Nusselt-Zahl bei unterschiedlichen Randbedingungen mit korrigierten Re-Werten

### Einfluss der Diskretisierung

Von Interesse ist auch der Einfluss der Diskretisierung auf die Ergebnisse. Dabei wurden für alle Turbulenzmodelle Simulationen mit verschiedenen Diskretisierungsoptionen durchgeführt. Abbildung 3-11 zeigt die errechnete Nusselt-Zahl für die verschiedenen Diskretisierungsvarianten. Als Vergleichswert dient dabei wie bereits bei den vorhergehenden

Diagrammen zum Einen die aus der globalen Energiebilanz errechnete Wärmemenge und zum Anderen die Nusselt-Zahlen aus den Formeln nach Gnielinski bzw. Petukhov.

Es ergeben sich für die verschiedenen Optionen, unabhängig vom Netzparameter  $y_+$  nur sehr geringe Unterschiede zwischen den Diskretisierungsoptionen. Erst bei sehr hohen Werten von  $y_+$  ist für das k- $\epsilon$  Turbulenzmodell ein geringer Unterschied zu erkennen. Die unterschiedlichen Diskretisierungen sind beim SST Turbulenzmodell kaum wahrzunehmen. Die Differenz zwischen den Diskretisierungsvarianten beträgt maximal 0,1% (bezogen auf die Diskretisierungsvariante mit einer Diskretisierung höherer Ordnung), wobei kein eindeutiger Trend erkennbar ist.

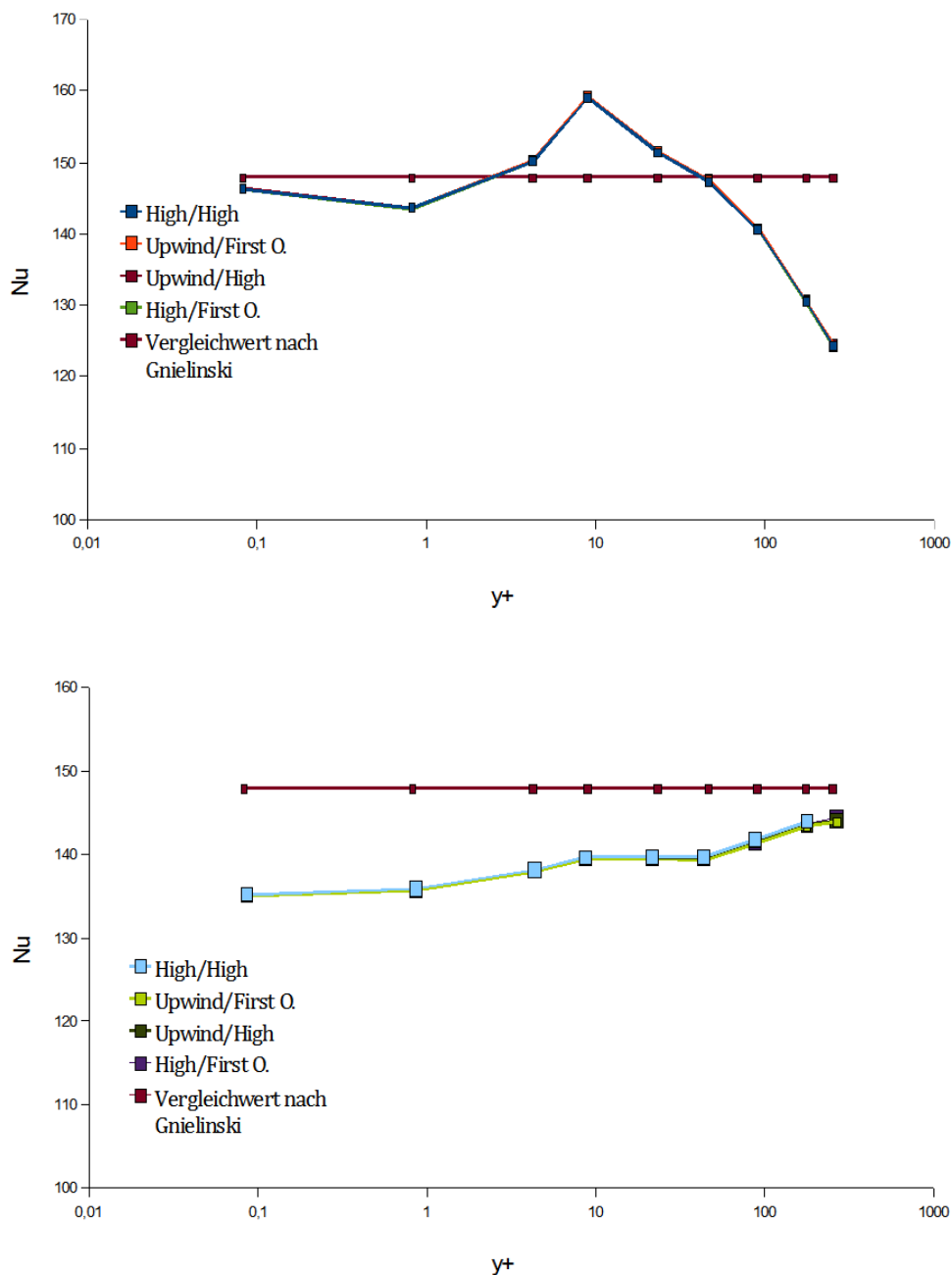


Abbildung 3-11: Nusselt-Zahl für verschiedene Diskretisierungsoptionen, k- $\epsilon$  (unten) und SST (oben)

### 3.1.5.1 Zusammenfassung

In den Simulationen dieses Kapitels hat sich speziell für das SST und  $k-\omega$  Modell eine starke Abhängigkeit des Ergebnisses von der Auflösung des Netzes gezeigt, während die Ergebnisse für das  $k-\varepsilon$  Modell dahingehend großteils unabhängig sind. Hierbei muss angemerkt werden, dass für die Netze mit  $y^+ \geq 90$  die Anzahl der Zellen sehr stark abnimmt, sodass hier mit zusätzlichen Fehlern gerechnet werden muss. Die unterschiedlichen Ergebnisse werden hierbei großteils auf die unterschiedliche Wandbehandlung der beiden Turbulenzmodelle zurückgeführt. Auffällig ist hierbei sowohl für die beiden  $\omega$ -basierenden Modelle mit automatischer Wandbehandlung ein Maximum der übertragenen Wärmemenge im Bereich um  $y^+ = 11$ , während die Werte beidseitig dieses Punktes niedriger liegen. Dies liegt vermutlich an der, in diesem Bereich aufgrund der Wandbehandlung besonders hohen Abweichung der implementierten dimensionslosen Profile, von dem tatsächlichen Grenzschichtprofil. Die Differenzen zwischen diesen werden u.a. in [7] gezeigt.

Generell überschätzen alle Modelle die Wärmeübertragung, verglichen mit den Ergebnissen nach Petukhov. Dies tritt in Übereinstimmung mit den in [4] durchgeführten Simulationen auf. Dort wurden für verschiedene Turbulenzmodelle und Wandfunktionen die Berechnungen des Wärmeüberganges in Kreisrohren mittels des Programmpakets FLUENT durchgeführt. Hier wurde ebenfalls eine Überschätzung des Wärmeüberganges der untersuchten Turbulenzmodelle festgestellt.

Es zeigt sich, dass die von Ansys angegebene Empfehlung für die Anzahl der Zellen in der Grenzschicht speziell für das SST Modell von Bedeutung ist. Sinkt die Anzahl der Knoten unter die empfohlene Zahl ab (15 Knoten in der Grenzschicht für die automatische Wandbehandlung, 10 für Wandfunktionen) verschlechtert sich das Ergebnis für das SST Turbulenzmodell rapide. Somit muss darauf geachtet werden dass diese Mindestzellanzahl unbedingt eingehalten wird. Da für Rohre bis zur Rohrachse das logarithmische Wandgesetz gut gilt [14] ist die mindeste Knotenanzahl somit mit 30 festgelegt. Für das  $k-\varepsilon$  Modell mit der skalierbaren Wandfunktion ist dieser Einfluss nicht so deutlich ausgeprägt. Es ergeben sich auch für geringe Knotenanzahlen gute Ergebnisse. Eine Unabhängigkeit der Lösung von der Netzauflösung stellt erst für eine sehr hohe Zellanzahl normal zur Strömungsrichtung ein. So zeigt sich erst für hohe Zellanzahlen mit einem resultierenden  $y_+ < 1$  eine genügende Netzkonvergenz der Ergebnisse. Es ergibt sich in allen ausreichend aufgelösten Netzen für die beiden  $\omega$ -Modelle eine höhere übertragene Wärmemenge als für das  $k-\varepsilon$  Modell.

Der Einfluss der unterschiedlichen Eintritts-Randbedingungen hat sich als vernachlässigbar herausgestellt. Über den Einfluss der Diskretisierung auf die übertragene Wärmemenge lässt sich in dieser pseudo 2D-Simulation keine klare Aussage treffen.

## 3.2 Rechteckkanal

Eine weitere untersuchte Geometrie ist der Rechteckkanal. Dieser ist im Gegensatz zur ebenen Platte ein dreidimensionales Problem.

### 3.2.1 Geometrie

Im Folgenden wird ein Kanal mit einem quadratischen Querschnitt betrachtet. Analog zur ebenen Platte beträgt die Kantenlänge  $s$  des quadratischen Kanals  $20\text{ mm}$  und die Länge  $l$  des Kanals beträgt  $300\text{ mm}$ . Das Verhältniss  $s/l$  liegt damit nur bei 15, sodass sich bei einem nicht entwickelten Profil als Eintrittsbedingung innerhalb des berechneten Gebietes keine entwickelte Strömung einstellen wird. Sollte eine nicht entwickelte Strömung als Eintrittsrandbedingung vorliegen muss dies bei der Auswertung beachtet werden. Der hydraulische Durchmesser eines Kanales mit einem quadratischen Querschnitt beträgt  $d_h = s = 20\text{ mm}$

Zudem existiert eine 2. Versuchsgeometrie mit einer Länge  $l = 100\text{ mm}$  und einer Kantenlänge  $s = 2\text{ mm}$ . Das Verhältnis  $d_h/l$  beträgt hierbei 50, sodass die Ergebnisse gut mit den Werten aus den Nusselt-Korrelationen verglichen werden können.

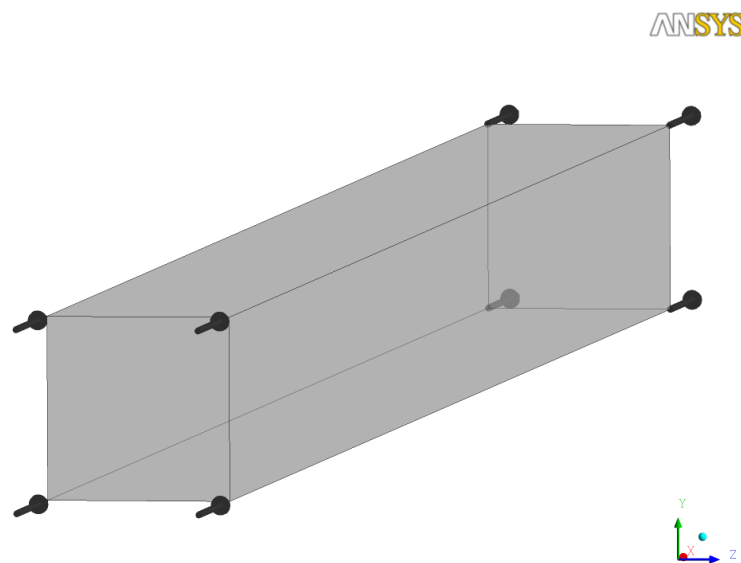


Abbildung 3-12: Isometrische Ansicht des Rechteckkanals

### 3.2.2 Netzgenerierung

#### Abschätzung von $y^+$

Mit dem bereits in Abschnitt 3.1.2 gezeigten Zusammenhang

$$y = \sqrt{74} y^+ L Re_L^{-13/14}$$

ergibt sich, wenn man für die Reynolds-Zahl eine Formulierung mit dem hydraulischen Durchmesser  $d_h$  wählt:

$$Re = \frac{ud_h}{\nu}$$

Für eine mittlere Geschwindigkeit  $u = 30 \text{ m/s}$  und eine kinematische Viskosität  $\nu = 1,54 \cdot 10^{-5}$  ergibt sich für die Reynolds-Zahlen der beiden Geometrien  $Re = 38961$ . Daraus ergeben sich für die notwendigen Zellgrößen für ein  $y^+ = 1$

$$y = 0,0094 \text{ mm}$$

Die nachfolgende Tabelle zeigt die im Rahmen der Simulationen verwendeten Zellgrößen der ersten Zelle normal zur Strömungsrichtung und die daraus resultierenden  $y^+$  Werten.

**Tabelle 3-3: Zellgrößen der wandnahen Zelle des Rechteckkanals und der sich ergebende mittlere Wert von  $y^+$**

Zellgröße [mm]	Mittleres $y^+$	Anahl der Zellen /Richtung
0,01	0,91	100
0,05	4,32	66
0,1	9,27	51
0,28	26,08	32
0,56	52,52	22
0,9	85,06	16

Die Verteilung der Zellen erfolgt mittels einer geometrischen Reihe („Bigeometric Bunching Law“) mit einem Wachstumsfaktor von 1,1.

#### **In Strömungsrichtung (X)**

Das Netz wird in Strömungsrichtung mit 150 Zellen versehen, was einer mittleren Zellgröße von 2 mm entspricht. An den beiden Randbedingungen IN/OUT wird das Netz verfeinert. Dazu wird der Teilung eine geometrische Verteilung mit einem Wachstum von 1,1 aufgeprägt. Die Zellgröße an den Randbedingungen beträgt 0,1 mm.

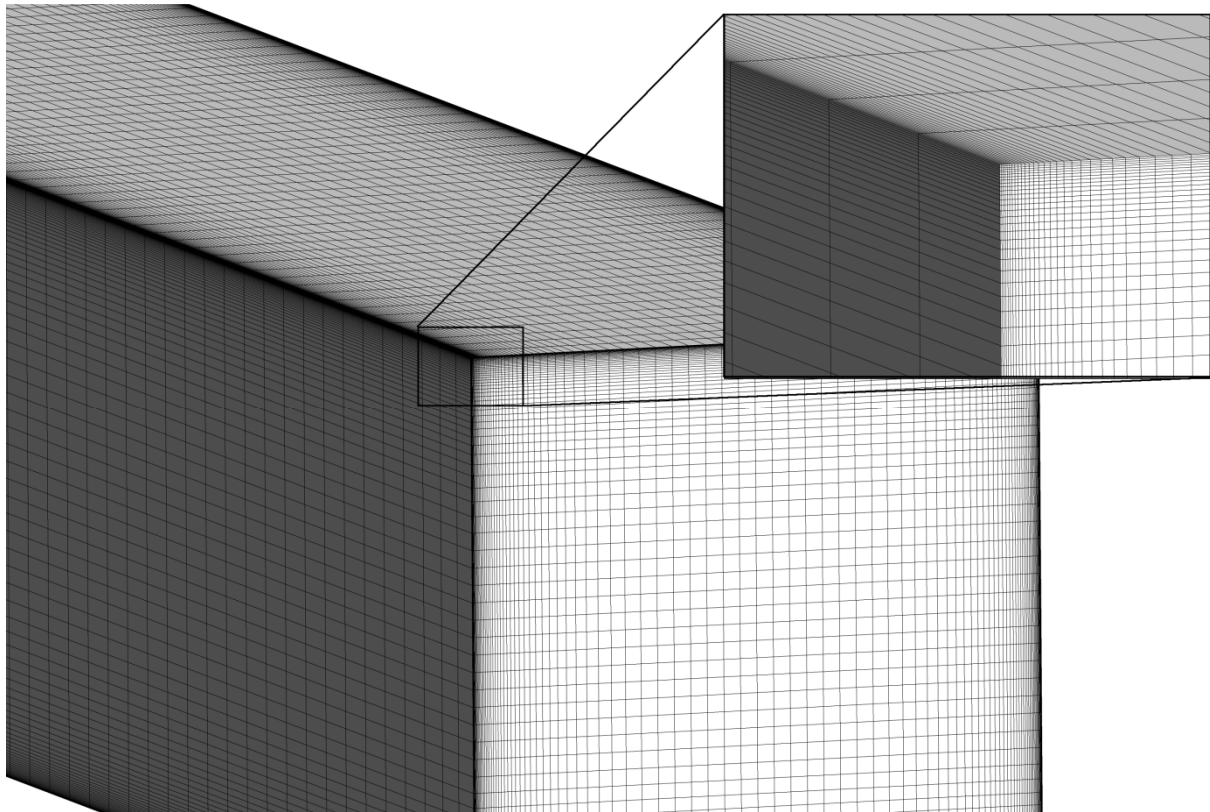


Abbildung 3-13: Rechteckkanal, Ansicht des Rechennetzes

### 3.2.3 Solvareinstellungen und Varianten

Für den Rechteckkanal ergeben sich folgende dimensionslosen Kennwerte:

Tabelle 3-4: Dimensionslose Kennwerte des Rechteckkanals

Re	$3,785 \cdot 10^4$
Ec	$8,961 \cdot 10^{-3}$
Gr	$3,074 \cdot 10^5$
$Gr/Re^2$	$2,14 \cdot 10^{-4}$

Die Strömung ist somit eindeutig turbulent, viskose Dissipation und Auftriebseffekte werden nicht berücksichtigt.

Sowohl die Einstellungen des Solvers als auch die simulierten Varianten sind analog zu denen der ebenen Platte. Als Fluid wird ein „Air Ideal Gas“ gewählt, die Wärmeübertragung erfolgt mittels der Option „Thermal Energy“ unter Vernachlässigung der Viskosen Dissipation.

Als Turbulenzmodelle dienen die drei bereits verwendeten 2-Gleichungs Modelle, das k-ε, k-ω und das SST Turbulenzmodell. Für das k-ω und das SST Modell wird eine Automatische Wandbehandlung durchgeführt, das k-ε Modell verwendet eine skalierbare Wandfunktion.

Die Diskretisierungsoptionen werden ebenfalls identisch zu denen bei der ebenen Platte gewählten Einstellungen verwendet. Eine Übersicht ist in Tabelle 3-2 zu finden.



Das Konvergenzkriterium für den Solver wird mit einem maximalen Residuum von  $10^{-4}$  festgelegt. Die minimale Anzahl an Iterationen wurde mit 50 festgelegt, die maximale Anzahl wurde, um die Rechendauer im Falle einer nicht konvergierenden Lösung zu begrenzen, mit 500 festgelegt. Auch hier existieren Monitorpunkte die zur Beurteilung der Konvergenz verwendet werden.

### 3.2.4 Ergebnisse

Zu Beginn werden wieder die gesamte übertragene Wärme sowie die Nusselt-Zahl in Abhängigkeit des Turbulenzmodelles dargestellt. Es ergibt sich dabei ein ähnliches Bild wie für den ebenen Kanal. Die Verläufe der übertragenen Wärmemengen sind in Abbildung 3-14 dargestellt. Die Kurven für das SST und das  $k-\omega$  Turbulenzmodell ähneln sich aufgrund der identischen Wandbehandlung sehr, während sich das  $k-\varepsilon$  Modell von diesen unterscheidet.

Für große Werte von  $y^+$  sinkt für die  $\omega$ -basierenden Modelle die übertragene Energiemenge ab, während der Wert für das  $k-\varepsilon$  Modell mit der skalierenden Wandfunktion für hohe Werte von  $y^+$  annähernd konstant bleibt. Für geringe  $y^+$  Werte steigen für die  $\omega$ -Modelle die übertragenen Energiemengen an, bis sie in einem Bereich rund um  $y^+ \sim 11$  ein Maximum erreichen, während die übertragene Wärmemenge des  $k-\varepsilon$  Modelles annähernd konstant bleibt. Eine weitere Annäherung der  $\omega$ -Modelle an den theoretischen Wert erfolgt bei kleiner werdendem  $y^+$ . Als Vergleichswert wird die übertragene Wärme die mittels der globalen Energiebilanz aus der Formel (2.81) errechnet wurde verwendet. Der globale Wärmeübergangskoeffizient  $\alpha$  wurde mittels des Nusselt-Zusammenhangs nach Gnielinski errechnet. Es darf hierbei nicht vergessen werden, dass dieser einer Ungenauigkeit unterliegt.

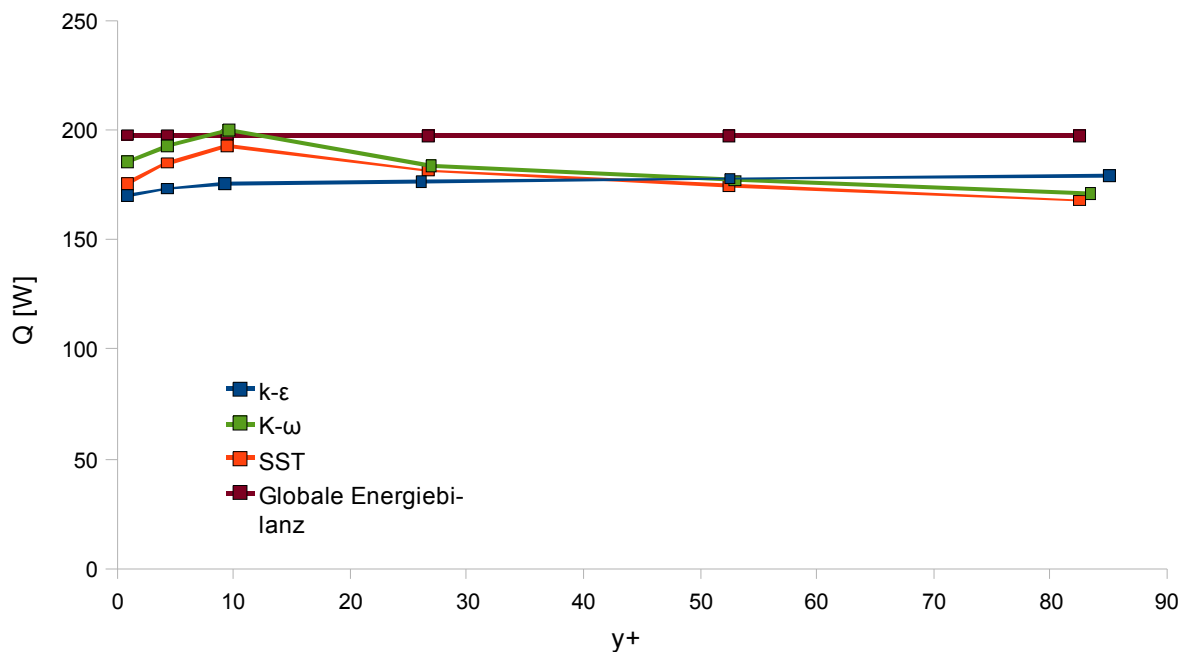


Abbildung 3-14: Übertragene Wärmemenge  $Q$  [W] für den Rechteckkanal bei verschiedenen Turbulenzmodellen als Funktion von  $y^+$

Für die Nusselt-Zahl ergibt sich ein dazu analoges Bild. Es tritt ebenfalls ein Maximum im Bereich um  $y^+ \sim 11$  für die  $\omega$ -basierende Modelle auf, welche für größere Werte eine fallende Tendenz aufweisen. Für kleine Werte von  $y^+$  sinken die Werte wieder und nähern sich dem Vergleichswert nach Gnielinski an. Dabei sind die Werte des  $k-\omega$  Modells stets höher als die des SST Modells. Das  $k-\epsilon$  Modell ergibt für niedrige Werte von  $y^+$  eine niedrigere Nusselt-Zahl als die anderen Modelle. Speziell für Werte  $y^+ < 11$  ist hier aufgrund der Wandbehandlung ein Fehler des Modells zu erwarten. Für Werte größer als 11 bleibt die Nusselt-Zahl annähernd konstant. Wie das Bild oben ist diese auch für drei verschiedene Turbulenzmodelle dargestellt. Durch die Herleitung der Nusselt-Zahl aus der übertragenen Wärme ergibt sich eine ähnliche Kurvenform wie beim Bild oben.

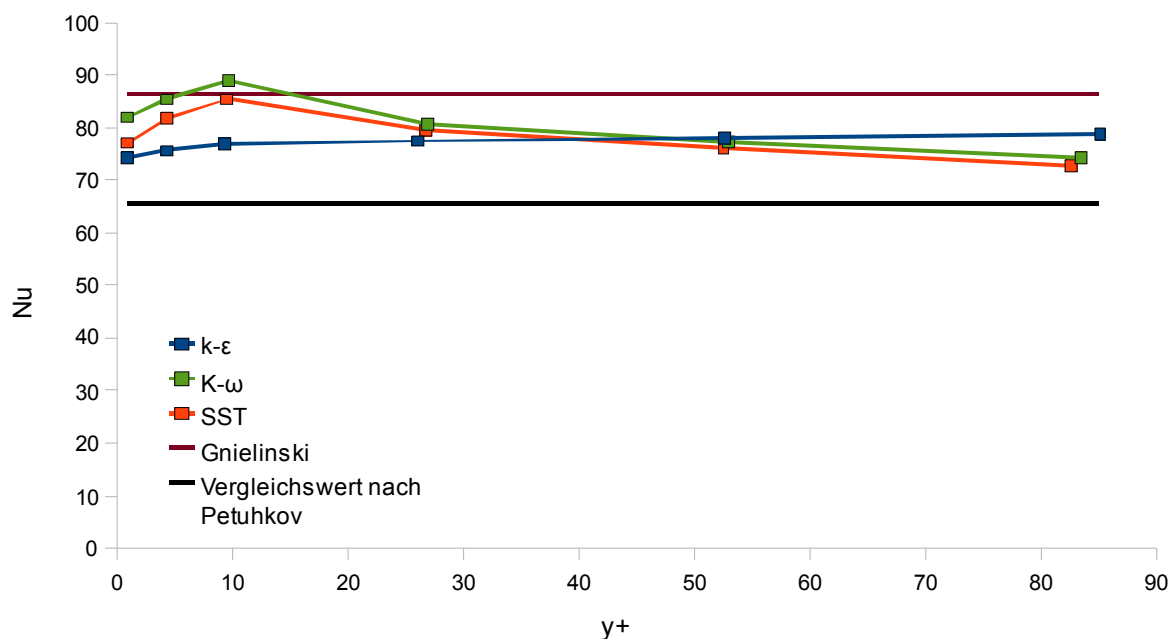


Abbildung 3-15: Nusselt-Zahl für den Rechteckkanal bei verschiedenen Turbulenzmodellen

Um einen besseren Vergleich mit den empirischen Zusammenhängen zu betrachten wird im Folgenden die übertragene Wärmemenge der in 3.2.1 angesprochenen zweiten Versuchsgeometrie mit einem  $d_h/l = 50$  betrachtet. Für die drei betrachteten Turbulenzmodelle ist dies in Abbildung 3-16 als Funktion des mittleren  $y^+$  Wertes des Rechennetzes dargestellt. Als Vergleichswerte sind die einfache Korrelation nach Gnielinski (grün), sowie die exaktere Variante nach Petukhov (schwarz) dargestellt. Bezieht man sich auf die Korrelation nach Petukhov, überschätzen alle Turbulenzmodelle unabhängig vom verwendeten Rechennetz die übertragene Energiemenge. Hierbei ist anzumerken, dass sich einerseits für alle Turbulenzmodelle im Bereich um  $y^+ \approx 25$  ein ähnlicher Wert ergibt, und dass sich andererseits für das  $k-\epsilon$  Modell bei  $y^+ \approx 11$  und das SST Modell bei  $y^+ \approx 1$  identische Werte ergeben.

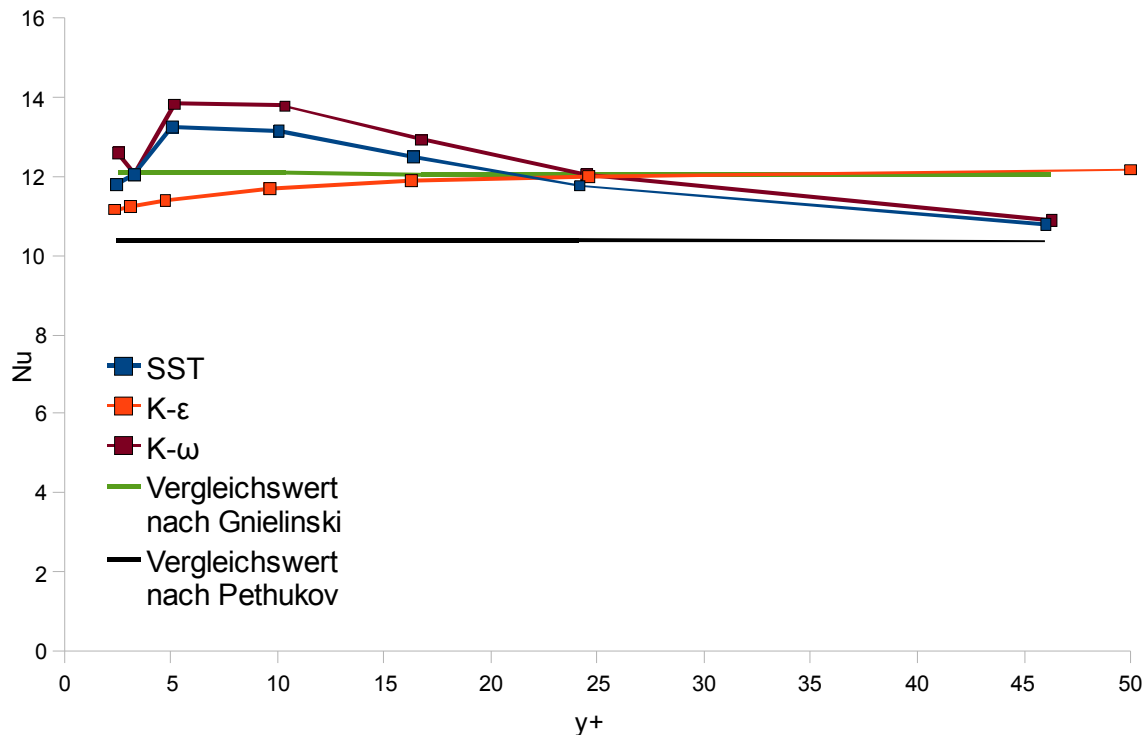


Abbildung 3-16: Nusselt-Zahl für einen Rechteckkanal mit  $d_h/l = 50$  und Vergleich mit empirischen Korrelationen nach Gnielinski und Petukhov

### Einfluss der Diskretisierung

Die folgenden Bilder zeigen die Auswirkung der Diskretisierung auf die übertragene Wärmemenge. Das erste Diagramm zeigt sie abhängig von  $y^+$  für vier verschiedene Diskretisierungen. Als Referenzwert (100%) dient dabei die Simulation mit der Diskretisierungsoption High/High, was bedeutet, dass sowohl die Advektionsgleichungen als auch die Transportgleichungen für  $k$  und  $\varepsilon$  bzw.  $\omega$  mit den Verfahren höherer Ordnung nach Barth und Jespersen diskretisiert wurden. In der verwendeten Abkürzung bezeichnet der erste Ausdruck die Diskretisierung der Grundgleichungen, der zweite Term die Diskretisierung der Turbulenzgleichungen.

Abbildung 3-17 zeigt den Einfluss für das SST Turbulenzmodell. Man erkennt, dass die größten Abweichungen zwischen den Diskretisierungen im Bereich von  $y^+ \approx 11$  auftreten. Hier beträgt die Abweichung ca. 1%. Für abseits dieses Gebietes nähern sich die übertragenen Wärmemengen aneinander an. Es zeigt sich, dass die Diskretisierung der Turbulenzgleichungen für den vorliegenden Fall kaum Unterschiede bewirken, so unterscheiden sich die Ergebnisse bezüglich der Diskretisierung der Turbulenzgleichungen kaum. Die Verfahren mit einer Diskretisierung höherer Ordnung für die Grundgleichungen weisen jedoch deutlich erkennbar eine höhere übertragene Energiemenge auf.

Für das  $k$ - $\varepsilon$  Modell sind die Ergebnisse in Abbildung 3-18 dargestellt. Die maximale Differenz liegt auch hier im Bereich von 1%. Diese tritt wiederum für die beiden Varianten mit einer Diskretisierung der Grundgleichungen mit einem Verfahren 1. Ordnung auf. Im Gegensatz zu der automatischen Wandbehandlung des SST Modells tritt bei der skalierbaren Wandfunktion dieses

Maximum bei  $y^+$  Werten um 11 auf und bleibt für feinere Netze von derselben Größe gleich. Für höhere  $y^+$  Werte nähern sich die Wärmemengen aneinander an.

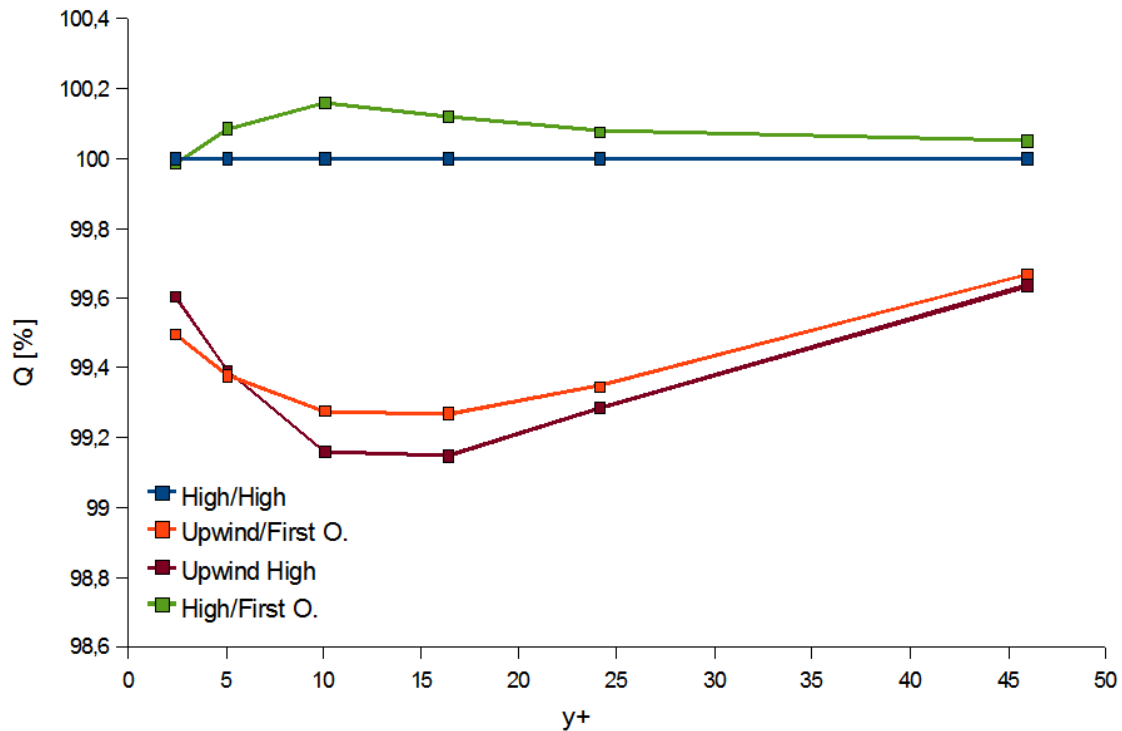


Abbildung 3-17: Auswirkung der Diskretisierung auf die übertragene Wärmemenge [%] bezogen auf die Wärmemenge der Diskretisierung High/High, SST Modell

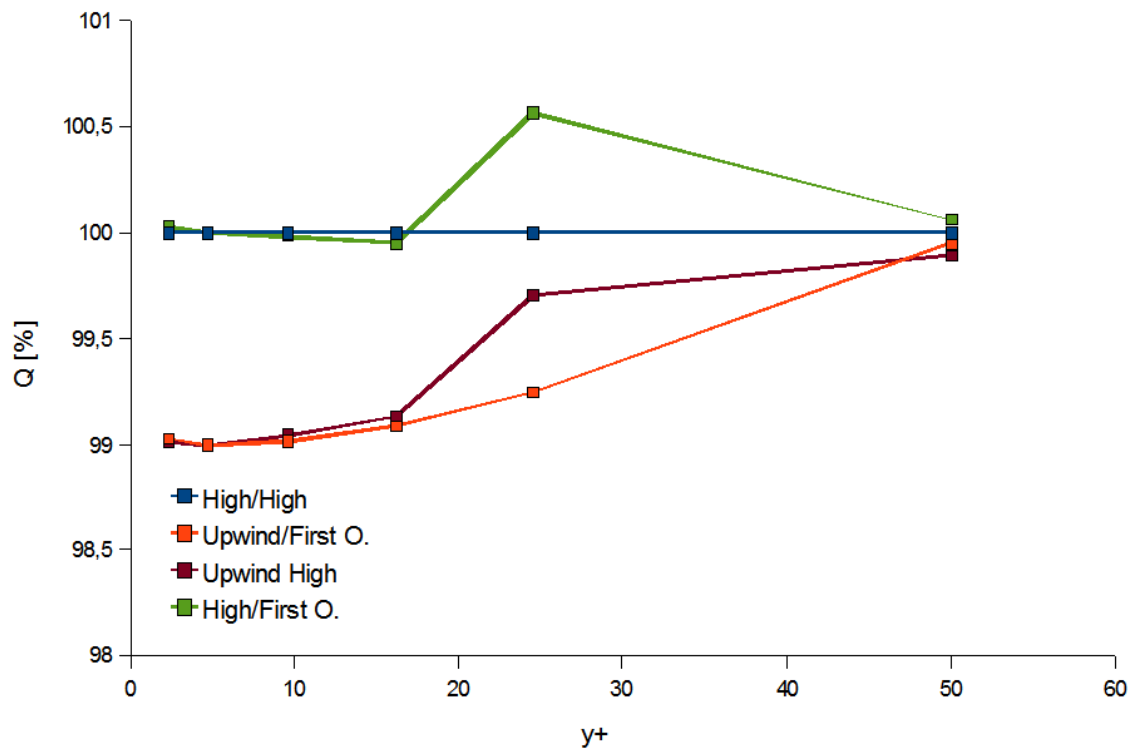


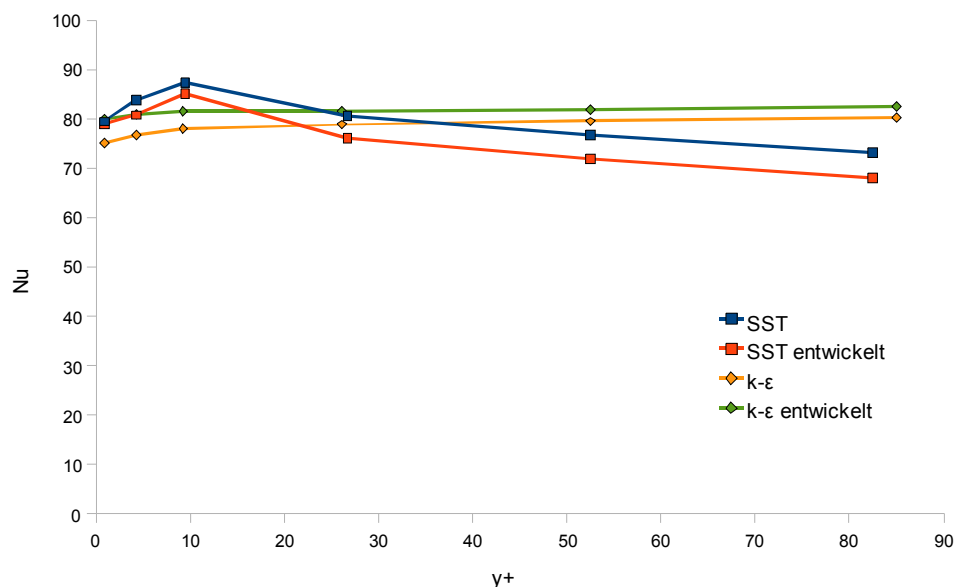
Abbildung 3-18: Auswirkung der Diskretisierung auf die übertragene Wärmemenge [%] bezogen auf die Wärmemenge der Diskretisierung High/High, k-ε Modell

### Einfluss des Eintrittsprofils

Da im vorliegenden Fall nicht über den Großteil des Simulationsgebietes eine hydraulisch entwickelte Strömung vorliegt wird im Folgenden noch der Unterschied zwischen einem Blockprofil und einem hydraulisch voll entwickelten Profil am Eintritt betrachtet.

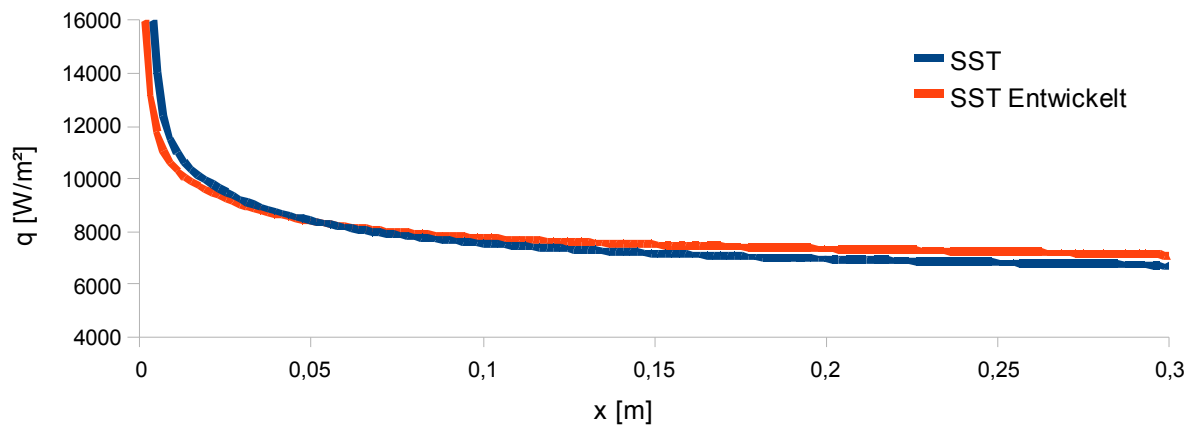
In Abbildung 3-19 sind die Verläufe für eine entwickelte sowie eine nicht entwickelte Eintrittsströmung dargestellt. Dabei sind die Kurven für das SST Modell in rot (entwickelt) bzw. blau (nicht entwickelt) dargestellt, die Kurven für das k- $\epsilon$  Modell in grün (entwickelt) und orange (nicht entwickelt).

Es findet in beiden Fällen für eine Simulation ohne entwickelten hydraulischen Eintritt aufgrund der höheren Geschwindigkeitsgradienten am Eintritt eine höhere Wärmeübertragung statt. Es stellt sich jedoch für das SST Modell bei kleiner werdendem  $y^+$  eine geringere Differenz ein, während sich für das k- $\epsilon$  Modell die Differenz vergrößert.

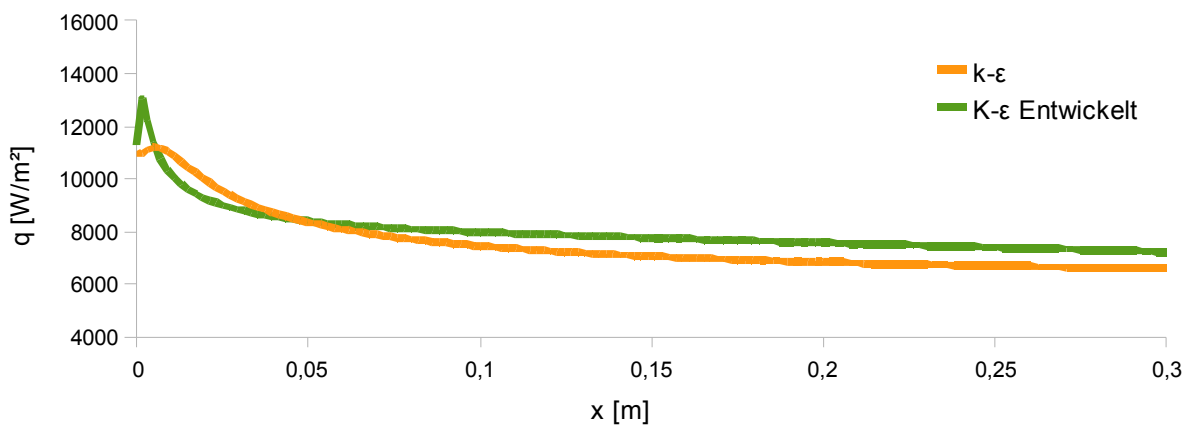


**Abbildung 3-19: Übertragene Wärmemenge des Rechteckkanals des k- $\epsilon$  und SST Modells für ein hydraulisch entwickeltes Eintrittsprofil und ein Blockprofil**

Abbildung 3-21 und Abbildung 3-20 zeigen den Verlauf des Wärmestromes für die verschiedenen Geschwindigkeitsprofile und die zwei Turbulenzmodelle k- $\epsilon$  und SST. Das Rechenetz weist ein mittleres  $y^+$  von 0,8 auf. Für das SST Modell ergibt sich im Einlassbereich für das Blockprofil ein wesentlich höherer lokaler Wärmestrom als für das entwickelte Profil (Faktor 2). Dies wird bewirkt durch einen höheren Geschwindigkeitsgradienten (Reynolds-Analogie). Für das k- $\epsilon$  ergibt sich durch die Wandbehandlung für beide Einlassprofile ein annähernd gleich großer Wärmestrom. Im restlichen Kanal stellt sich für beide Turbulenzmodelle für den entwickelten Fall ein größerer lokaler Wärmestrom ein.

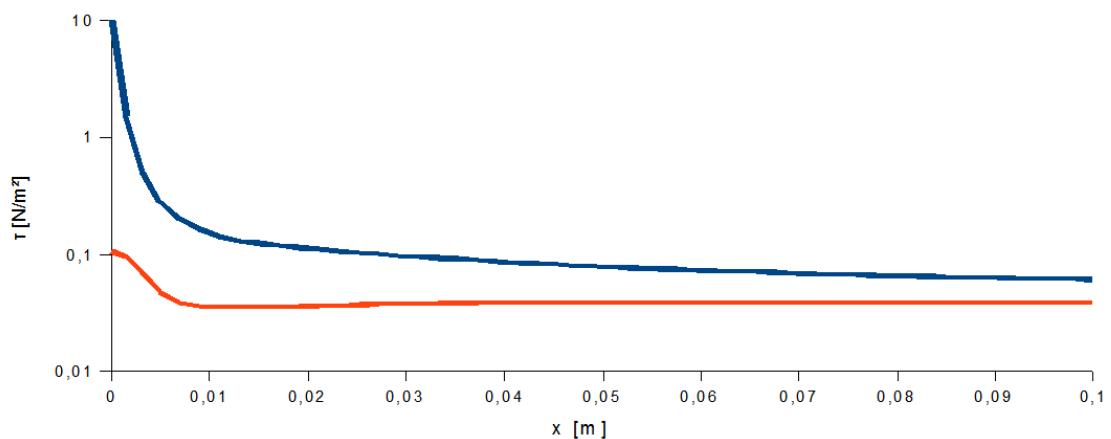


**Abbildung 3-20: Verlauf des Wärmestromes am Umfang für hydraulisch entwickelte und nicht entwickelte Eintrittsrandbedingungen, SST Modell**



**Abbildung 3-21: Verlauf des Wärmestromes am Umfang für hydraulisch entwickelte und nicht entwickelte Eintrittsrandbedingungen, k-ε Modell**

Die folgende Abbildung 3-22 zeigt den Verlauf der Schubspannung für das SST Turbulenzmodell bei unterschiedlichen Eintrittsprofilen, welcher nach Gleichung (2.14) proportional dem Geschwindigkeitsgradienten  $du/dy$  ist. In rot dargestellt ist das entwickelte Eintrittsprofil, in blau das nicht entwickelte Profil. Man sieht, dass sich für das nicht entwickelte Profil zu Beginn wesentlich höhere Schubspannungen an der Kanalwand einstellen, was unter Anwendung der



**Abbildung 3-22: Wandschubspannung für die ersten 100mm des rechteckigen Kanals für die entwickelte Eintrittsströmung (rot) und die nicht entwickelte (blau), SST Modell**

Analogie nach Colburn bedeutet, dass dort sehr viel höhere lokale Nusselt-Zahlen auftreten und sich damit für das nicht entwickelte Profil höhere Wärmeströme einstellen.

### 3.2.5 Zusammenfassung

Die Simulationen des Rechteckkanals konnten für den Vergleich der Turbulenzmodelle die bereits aus dem ebenen Kanal gewonnenen Erkenntnisse bestätigen. Auch in diesem Fall ergeben sich für das SST und  $k-\omega$  Modell ein relatives Maximum der übertragenen Wärme bzw. Nusselt-Zahl für einen Wert von  $y^+ \approx 11$ , während das  $k-\varepsilon$  Modell mit der skalierbaren Wandfunktion für steigende  $y^+$  Werte einen leicht steigenden Wärmestrom verzeichnet. Generell ist jedoch zu beobachten, dass die Turbulenzmodelle sowohl für geringe Werte als auch im Bereich von  $y^+ \approx 30 - 50$  wie auch bereits für den ebenen Kanal eine gute Übereinstimmung mit den aus den Nusselt-Korrelationen errechneten Werten erzielen.

Im Gegensatz zum ebenen Kanal lässt sich für den Rechteckkanal ein eindeutiger Trend für die Diskretisierungsvarianten erkennen. Es zeigt sich, dass die Ergebnisse des quadratischen Kanals in erster Linie von der Diskretisierung der Grundgleichungen abhängig sind. Für eine Diskretisierung höherer Ordnung ergibt sich für alle genügend aufgelöste Netze eine um rund 1% höhere übertragene Wärmemenge. Die Bezeichnung „genügend aufgelöst“ bezieht sich hier auf die in 3.1 festgestellte Tatsache, dass eine Mindestanzahl von rund 30 Zellen pro Richtung für eine genügende Auflösung der Strömung notwendig ist. Schließt man aus den Ergebnissen des ebenen Kanals auf den Rechteckkanal, so zeigt sich jedoch das erst ab einer Zellanzahl von rund 100 pro Richtung, bzw. einem  $y^+ < 1$  sich eine Netzunabhängigkeit der Lösung einstellt. Die Differenz zwischen den unterschiedlichen Diskretisierungen der Turbulenzgleichungen zeigt sich dagegen verhältnismäßig gering. Sowohl beim SST Modell als auch bei dem verwendeten  $k-\varepsilon$  Modell stellt sich dabei eine maximale Abweichung zu der Referenzdiskretisierung bei einem Wert von  $y^+ \approx 11$  ein. Für feinere Netze verringert sich für das SST Modell die Differenz zwischen den Diskretisierungen wieder, während sich die Differenz beim  $k-\varepsilon$  Modell nicht weiter verändert.

Für unterschiedliche Eintrittsprofile ergibt sich über einen Großteil der Netze das erwartete Ergebnis. Die Nusselt-Zahl ist für das hydraulisch entwickelte Eintrittsprofil geringer als für eine Eintrittsrandbedingung mit hydraulisch und thermisch nicht entwickelter Strömung. Ein solches Ergebnis ergibt sich auch in der Literatur ([3] bzw. [22]). Grund dafür ist in erster Linie der Einlassbereich, in dem aufgrund der hohen Geschwindigkeitsgradienten eine höhere Wärmeübertragung stattfindet. Beim SST Turbulenzmodell tritt hier der Fall auf, dass sich für sehr feine Netze die Differenz der Wärmemenge verringert, während für das  $k-\varepsilon$  Modell sich eine Verringerung für gröbere Netze einstellt.

## 4 Poloberflächenmodelle

### 4.1 Einleitung

Im Folgenden soll nun der Wärmeübergang an der Oberfläche von Polwindungsmodellen berechnet werden. Es existieren mehrere verschiedene Geometrien, die hinsichtlich ihres Wärmeüberganges untersucht werden sollen, dabei sind für jede Geometrie Messwerte aus bereits durchgeführten Versuchen, die als Vergleichswerte dienen, vorhanden ([17][18]). Diese Messungen wurden im Jahre 1994 von Dr. Sattler, damals noch Elin GmbH, durchgeführt. Aus diesen sind für die simulierten Geometrien globale Wärmeübergangskoeffizienten bekannt. Außerdem wird für eine ausgewählte Geometrie zusätzlich sowohl eine Netzstudie als auch ein Vergleich zwischen zwei verschiedenen Turbulenzmodellen durchgeführt, um die zuvor gefundenen Erkenntnisse auch bei komplizierteren Geometrien zu bestätigen. Dabei werden das SST und das  $k-\varepsilon$  Turbulenzmodell verglichen. Zudem wird der Einfluss der Wärmeleitung im Polmodell auf die Oberflächentemperatur des Polmodelles betrachtet.

### 4.2 Geometrie und Versuchsaufbau

Im Folgenden werden die verschiedenen berechneten Modellvarianten beschrieben. Jedes Berechnungsmodell besteht aus (siehe auch Abbildung 4-3):

- dem Vorlauf
- dem beheizten Poloberflächenmodell
- dem Nachlauf
- dem „Seitenkanal“

Es existieren zwei verschiedene Strömungsrichtungen (Quer- und Längsanströmung) für die die Modelle simuliert werden und zwei verschiedene Oberflächenkonfigurationen des Vor- und Nachlaufs: einmal als ebene Platte und einmal mit einer Oberfläche analog zu der des jeweiligen Poloberflächenmodells. Für alle berechneten Varianten existieren Messwerte die als Vergleich herangezogen werden können. Tabelle 4-1 zeigt eine Übersicht der zu berechnenden Modelle.

**Tabelle 4-1: Modellvarianten**

Strömungs- Richtung Polvariante	Ohne Vorlaufgeometrie		Mit Vor- und Nachlaufgeometrie	
	Quer- anströmung	Längs- anströmung	Quer- anströmung	Längs- anströmung
1	+	+	-	-
2	+	+	+	-
3	+	+	+	-
4	+	+	-	-
5	+	+	+	-



#### 4.2.1 Poloberflächenmodelle

Es existieren fünf verschiedene Geometrien für die Oberflächen der Generatorpolwicklungen, die im Rahmen dieser Diplomarbeit sowie bei den vorangegangenen Versuchen verwendet wurden. Diese Modelle wurden in einen Versuchskanal eingebracht (welcher in 4.2.2 beschrieben wird) und in diesem vermessen. Eine Übersicht der Profile ist in Abbildung 4-1 ersichtlich. Als „Referenzgeometrie“ dient eine Geometrie mit einer ebenen Oberfläche des Poles (Geometrie 5).

Bei sämtlichen Modellen mit Ausnahme der ebenen Oberfläche wurden sowohl für eine Längsanströmung als auch eine Queranströmung Rechnungen durchgeführt.

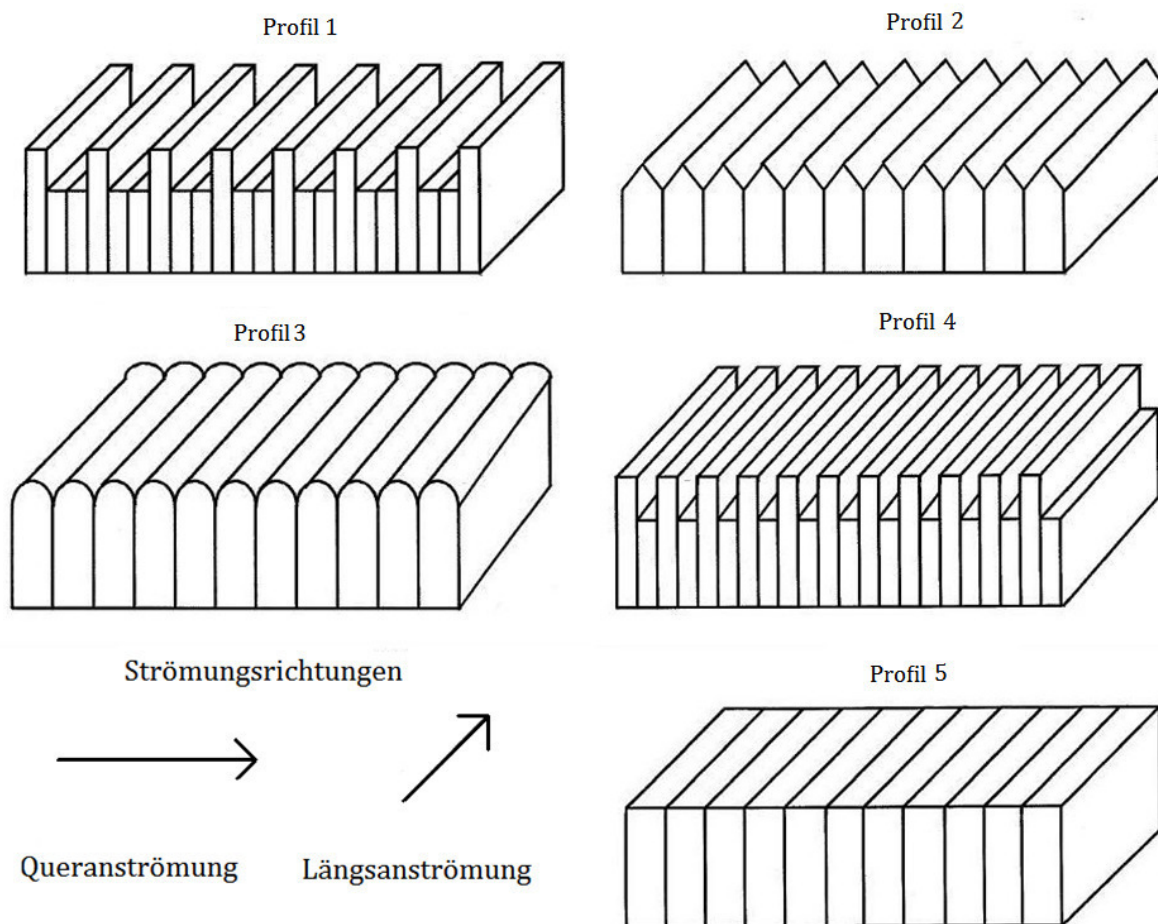


Abbildung 4-1: Übersicht der Poloberflächenmodelle [17] sowie Definition der Strömungsrichtungen

Eine im Weiteren verwendete Unterscheidung zwischen den Polvarianten ist der so genannte „Oberflächenfaktor“  $A/A_0$ . Dieser ist definiert als beheizte Oberfläche des jeweiligen Polmodells bezogen auf die Oberfläche des ebenen Modells (Profil 5). Dabei werden die angeströmten Stirnflächen, wie sie bei den Berechnungen ohne Vor- und Nachlaufgeometrie auftauchen, nicht berücksichtigt. Diese Faktoren sind in Tabelle 4-2 dargestellt.

Tabelle 4-2: Oberflächenfaktor  $A/A_0$  der Polvarianten

Polvariante	1	2	3	4	5
$A/A_0$	2,27	2	1,57	2,91	1

#### 4.2.2 Versuchskanal, Vorlauf und Nachlauf

Für die durchgeführten Versuche wurden in einen Versuchskanal verschiedene Poloberflächenmodelle eingebracht. Als Grundlage dient ein quadratischer Kanal in den diverse Einbauten eingebracht wurden. Abbildung 4-2 zeigt den Versuchskanal. Erkennbar ist der außen liegende Gehäuse des Versuchskanals, sowie die Einbauten aus Holz die zur Aufnahme des beheizten Polmodelles dienen sowie die Oberfläche des Kanals bilden. In der Mitte des Aufbaus befinden sich das Polmodell aus Kupfer, darunter eine weitere Kupferplatte sowie eine Heizplatte. Als strichlierte Linie ist hier die Oberfläche des Vorlaufes dargestellt. Man erkennt das sich am Polmodell eine Stirnfläche ergibt die das heranströmende Fluid ebenfalls beheizt. Diese Stirnfläche die sich durch den Übergang aus dem Vorlauf in das Polmodell ergibt wirkt auf die Geometrie wie eine nach vorne gerichtete Stufe.

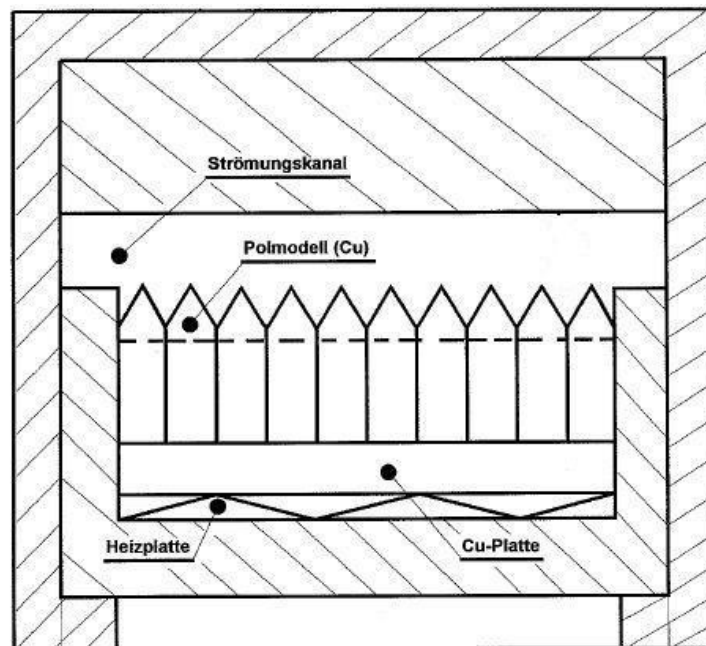


Abbildung 4-2: Versuchskanal mit Poloberflächenmodell [17]

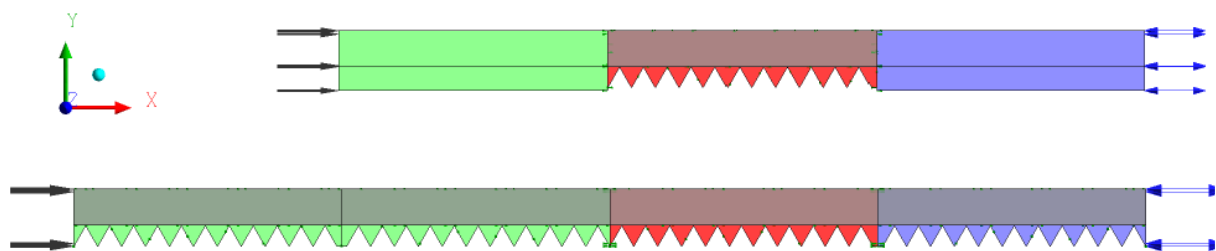
Es existieren nun zwei grundlegende Konfigurationen die untersucht werden sollen.

- Zum Einen werden die Poloberflächenmodelle in einen Versuchskanal eingebracht dessen Vorlauf und Nachlauf eine ebene Geometrie aufweisen. In dieser Konfiguration werden sowohl eine Längs- als auch eine Queranströmung des Oberflächenmodelles untersucht.
- In der zweiten Konfiguration weisen sowohl der Vorlauf als auch der Nachlauf dieselbe Oberflächengeometrie wie das Poloberflächenmodell auf. Dies dient zur Untersuchung des

Wärmeübergangs an einer hydraulisch entwickelten Strömung über dem Polmodell. Zum anderen wird dadurch der Einfluss der Stirnfläche, die sich bei einem Vorlauf ohne strukturierte Oberfläche ergibt, ausgeschaltet.

Dabei hat sich bei den durchgeführten Versuchen gezeigt, dass bereits ab einer Vorlaufänge von circa 1-2-mal der Länge des Versuchsmodelles ein entwickelter Strömungszustand einstellt [18]. Dies zeigt sich durch die Tatsache, dass sich keine Veränderung des Wärmeübergangskoeffizienten für eine Verlängerung des Vorlaufs ergibt. Für die Berechnungen wurde deshalb ein Vorlauf der 2-fachen Modelllänge gewählt. Für einen ebenen Kanal würde man eine Vorlaufänge von  $X/D_h \approx 10$  also eine Länge von ca. 150 mm erwarten, was in den Modellen mit 224mm gut erfüllt wird.

Die folgende Abbildung 4-3 zeigt eine Seitenansicht zweier verschiedener Rechengeometrien für das Oberflächenmodell 2: oben ein Modell mit kurzem, ebenem Vor- und Nachlauf, darunter ein Modell mit Vor- und Nachlauf identisch zur Poloberfläche. Die Vorlaufgeometrie ist dabei in grün, die Nachlaufgeometrie in blau dargestellt. Die beheizte Poloberfläche wurde rot gezeichnet.



**Abbildung 4-3: Die zwei verschiedenen Rechengeometrien in Seitenansicht; oben mit ebener Oberfläche, unten mit strukturierter Oberfläche des Vor- und Nachlaufs, Oberfläche 2 bei Queranströmung**

### 4.3 Netzgenerierung

Im Gegensatz zu den Versuchen mit dem ebenen und Rechteckkanal wird die Anzahl der Netze hier gering gehalten. So kommt nur ein Netz mit einem niedrigen  $y^+$  zum Einsatz. Da dies für praktische Modelle kaum anwendbar ist, wird für ein ausgewähltes Oberflächenmodell eine Studie mit mehreren Netzen durchgeführt um die Auswirkungen von groben Netzen auf die übertragene Wärmemenge zu prüfen. All diese Netze sind als strukturierte 3-dimensionale Hexaedernetze ausgeführt und werden mittels des Netzgenerators ICEM erzeugt.

Mit dem bereits in Abschnitt 3.1.2 gezeigten Zusammenhang  $y = \sqrt{74} \cdot y^+ \cdot L \cdot Re_{d_h}^{-13/14}$  ergeben sich, wenn man für die charakteristische Länge L den hydraulischen Durchmesser  $d_h$  wählt, für die erste Zellhöhe die Werte wie sie in Tabelle 4-3 dargestellt sind. Dabei ist jedoch auch zu beachten, dass sich prinzipiell aufgrund der Quer- und Längsanströmung der Poloberflächen jeweils unterschiedliche hydraulische Durchmesser für die beiden Fälle ergeben. Es wurde dabei für die Berechnung der Zellgröße jedoch stets der hydraulische Durchmesser für Queranströmung der Geometrie herangezogen. Als Geschwindigkeit wird dabei die maximale Geschwindigkeit  $u = 30 \text{ m/s}$  verwendet.

**Tabelle 4-3: Hydraulische Durchmesser und Zellhöhe der ersten Zelle für die Polmodelle**

Geometrie	Hydraulischer Durchmesser $d_h$	Zellhöhe der ersten Zelle für $y^+ = 1$
	[mm]	[mm]
1	24,75	0,0096
2	18,03	0,0096
3	25,47	0,0094
4	19,48	0,0094
5	26,83	0,0097

#### 4.3.1 Netzgenerierung des Poloberflächenmodells mit Wärmeübertragung

Es wurde versucht die errechneten Werte für  $y^+ \approx 1$  speziell für die Oberflächen an denen ein Wärmeübergang stattfindet zu erreichen. Somit wurde die Größe der ersten Zelle mit  $0,01\text{mm}$  festgelegt. Entlang der beheizten Wände wurde das Netz mit einem O-Grid versehen. Die Verteilung der Zellgrößen normal zu Wand wurde dabei innerhalb des O-Grids mit einer geometrischen Reihe mit einem Wachstum von 1,1 fortgesetzt. Außerhalb des O-Grids liegt eine äquidistante Verteilung der Knoten vor.

**Tabelle 4-4: Zellenanzahl der Poloberflächenmodelle**

Geometrie	Zellenanzahl
1	969138
2	1029555
3	1085902
4	1524303
5	601664

Abbildung 4-4 zeigt Ausschnitte aus den verwendeten Rechennetzen. Erkennbar ist die Verfeinerung des Rechennetzes in Wandnähe, um ein genügend feines Netz für die Automatische Wandbehandlung des SST Turbulenzmodelles, sowie eine genügende Anzahl an Zellen in Wandnähe für die Auflösung der Grenzschicht zu erzeugen. Die später vorgestellten Ergebnisse wurden auf mehreren Netzen unterschiedlicher Zellenanzahl berechnet, um deren Unabhängigkeit vom Rechennetz zu versichern. Dabei wurde festgestellt, dass das von Ansys empfohlene Kriterium für  $y^+ \approx 1$  wichtig für die korrekte Berechnung der Wärmeübertragung ist.

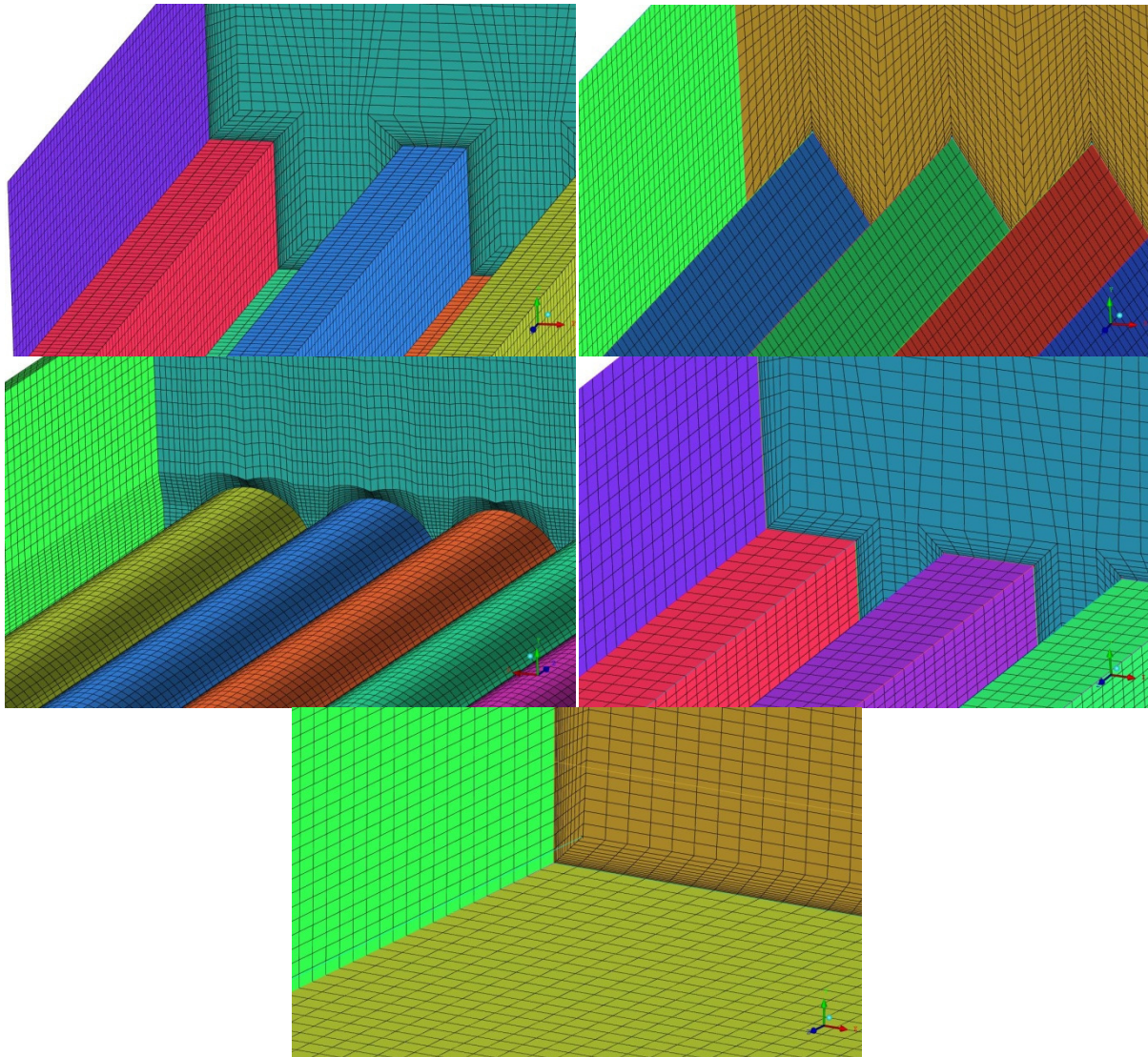


Abbildung 4-4 Ausschnitt aus den Rechennetzen der Oberflächen 1 (oben links), 2 (oben rechts) 3(mitte links) 4(mitte rechts) und 5 (unten)

#### 4.3.2 Netzgenerierung des Vor- und Nachlaufs

Da weder im Vor- noch im Nachlauf ein Wärmeübergang zwischen der Oberfläche und dem Fluid stattfindet wird die Anzahl der Rechenzellen hier reduziert. Dabei wird darauf geachtet, dass sich für das mittlere  $y^+$  des Rechennetzes ein Wert ergibt der entweder  $< 5$  oder  $\geq 25$  ist. Hier wird versucht die erste Zelle des Netzes in der logarithmischen Wandschicht zu platzieren und so die Anzahl der Zellen im Vorlauf zu reduzieren. Die ersten Netzzellen haben sowohl in Strömungsrichtung als auch normal dazu eine Größe zwischen  $0,5$  und  $2 \text{ mm}$ . Die Anzahl der Zellen beträgt  $126.540$  für ein  $112 \text{ mm}$  langes Element.

Für die Varianten des Vor- bzw. Nachlaufes mit Oberflächengeometrie (2,3 und 5) wurde stets eine Variante des Originalnetzes des Poloberflächenmodelles verwendet. Abhängig von der Zellanzahl des Originalnetzes und der verfügbaren Rechenkapazität wurde dieses entweder direkt oder mit reduzierter Zellanzahl für den Vor- bzw. Nachlauf verwendet. Diese Reduzierung der Zellanzahl ist bei strukturierten Hexaeder-Gittern sehr einfach durchzuführen, da die Zellanzahl stets für eine gesamte Blockstruktur definiert ist. Speziell der Vor-/Nachlauf der

Variante 2 (rundes Oberflächenprofil) wurde dabei sehr stark reduziert. Der Abstand der ersten Zelle beträgt in diese Gebieten zwischen 0,1 und 1mm, der dazugehörige  $y^+$  Wert liegt zwischen 2 und 60.

Die folgende Tabelle 4-5 zeigt die Zellanzahl bezogen auf ein 112mm langes Teilstück des Vor- bzw. Nachlaufes, sowie ein mittleres  $y^+$  das auf diesen Netzen bei einer Geschwindigkeit im Kontrollquerschnitt von  $u = 10 \text{ m/s}$  erreicht wurde.

**Tabelle 4-5: Zellenanzahl des Vor-/Nachlaufes der Poloberflächenmodelle für ein 112mm langes Teilelement**

Vor- /Nachlaufgeometrie	Zellanzahl	$\bar{y}^+$
eben	126.540	25,7
2	97.597	23,2
3	146.832	2,58
5	53.694	5,66

Es werden jeweils zwei dieser Teilstücke als Vorlauf und ein Element als Nachlauf verwendet, sodass sich für die Modelle jeweils eine Gesamtlänge von 448 mm ergibt. Davon entfallen 224 mm auf den Vorlauf und 112 mm auf den Nachlauf sowie 112 mm für das beheizte Polmodell.

Für die Modelle mit nicht planer Oberfläche wird zusätzlich noch die Verbreiterung des Kanales im oberen Teil als separate Geometrie modelliert. Dies vereinfacht die Netzgenerierung ungemein, da weniger Rücksicht auf die Positionierung der Zellen beim Übergang in den verbreiterten Bereich genommen werden muss.

Die Teilelemente werden mittels Fluid:Fluid Interfaces miteinander verbunden. Da es sich um nicht rotierende Systeme ohne „Pitch Change“ handelt wird hierbei die Option „General Connection“ ohne eines der „Mixing Models“ angewandt.

Die folgende Abbildung 4-5 zeigt beispielhaft ein solches zusammengesetztes Rechenetz. Man erkennt die vier zentralen Teilelemente mit dem Vorlauf, der beheizten Poloberfläche, dem Nachlaufgebiet, sowie die links und rechts davon gelegenen Elemente. Außerdem sind die Eintritts- und Austrittsrandbedingungen dargestellt.

## 4.4 Solvereinstellungen und Randbedingungen

### Dimensionslose Kennziffern

Zunächst werden einige dimensionslose Kennziffern berechnet um diverse Solvereinstellungen zu begründen. Hierbei werden stets die maximal in den Simulationen auftretenden Kennwerte ( $Ec$ ,  $Gr/Re^2$ ) bzw. minimal auftretenden Werte ( $Re$ ) errechnet.

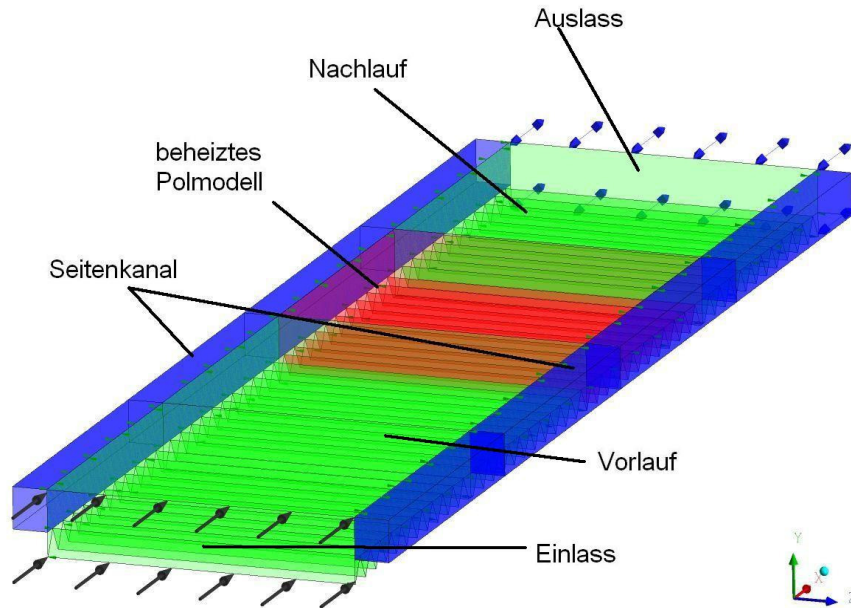


Abbildung 4-5: Rechengeometrie mit Vor- und Nachlauf

Die Reynolds-Zahl errechnet sich auf Basis der geringsten Strömungsgeschwindigkeit von  $u = 10\text{m/s}$  und dem Polmodell mit dem geringsten hydraulischen Durchmesser (Polvariante 2,  $d_h = 18,03\text{mm}$ ):

$$Re = \frac{ud_h}{\nu} = \frac{10 \cdot 0,01803}{1,585 \cdot 10^{-5}} = 11375,39$$

Da alle berechneten Varianten eine größere Geschwindigkeit bzw. hydraulischen Durchmesser als der oben verwendeten aufweisen, sind die Strömungen mit Sicherheit turbulent.

Für den Einfluss der Kompressibilität auf die thermische Energiegleichung ist die Eckert-Zahl als dimensionslose Kennziffer von Interesse. Für die maximal auftretende Geschwindigkeit von  $u = 30\text{m/s}$  ergibt diese sich mit einem Wert von

$$Ec = \frac{U_0^2}{c_p \Delta T} = \frac{30^2}{1004,4 \cdot (393 - 278)} = 7,79 \cdot 10^{-3}$$

Damit kann die viskose Dissipation vernachlässigt werden.

Um die Bedeutung des Auftriebes für die Impulsgleichung abschätzen zu können ist die Kenntnis der Grashof-Zahl bzw. des Verhältnisses  $Gr/Re^2$  von Interesse. Für die maximale Grashof-Zahl ergibt sich hierbei folgender Wert:

$$Gr = \frac{g\beta(T_w - T_\infty)L^3}{\nu^2} = \frac{9,81 \cdot 9,84134 \cdot 10^{-3}(393 - 278) \cdot 0,02683^3}{(1,585 \cdot 10^{-5})^2} = 8,535 \cdot 10^5$$

Hierbei wird der maximal auftretende Wert mittels des hydraulischen Durchmessers der Geometrie 5 und der minimalen Geschwindigkeit von  $u = 10\text{m/s}$  errechnet

$$\frac{Gr}{Re^2} = \frac{g\beta(T_w - T_\infty)d_h}{u^2} = \frac{9,81 \cdot 9,84134 \cdot 10^{-3}(393 - 278) \cdot 0,02683}{10^2} = 2,978 \cdot 10^{-3}$$

Da dieser Wert sehr viel kleiner als 1 ist, kann der Einfluss des Auftriebes vernachlässigt werden.

Für die Simulationen wurden die in Tabelle 4-6 gezeigten Solvereinstellungen verwendet:

**Tabelle 4-6: Solvereinstellungen für das Poloberflächenmodell**

Fluid	Air Ideal Gas
Heat Transfer	Thermal Energy ohne Viskose Dissipation
Turbulenzmodell	SST mit Automatischer Wandbehandlung
Advection Scheme	High Resolution
Turbulence Numerics	High Resolution
Konvergenzkriterium	Maximales Residuum: $10^{-4}$

Die Berechnung des internen Zeitschrittes erfolgt automatisch. Zudem existieren Monitorpunkte die zur Überwachung eines stationären Zustandes im Kontrollvolumen dienen. Hier werden u.a. die übertragene Wärmemenge der Wand, die Differenz der Totalenergie sowie Drücke und Geschwindigkeiten überwacht.

Die Entscheidung in diesen Modellen das SST Turbulenzmodell zu verwenden ergibt sich aus der errechneten Zellgröße für ein  $y^+ \approx 1$ . Versucht man für das k- $\epsilon$  Modell den ersten Knoten in die turbulente Innenschicht der Strömung zu positionieren ergibt sich für einige der Modelle nur eine geringe Knotenanzahl in Teilen der Geometrie. Zum anderen wird von Ansys für Simulationen mit Wärmeübertragung ein  $y^+ \approx 1$  empfohlen, was in Zusammenhang mit der skalierbaren Wandfunktion des k- $\epsilon$  Modell ein Problem darstellen kann. Aus der Kombination dieser beiden Tatsachen ergibt sich die Entscheidung für das SST Modell.

Für die Netzstudie wurde als zweites Turbulenzmodell das k- $\epsilon$  Modell mit einer skalierbaren Wandfunktion gewählt.

### Einlass

In den vorhergehenden Messungen wurde als Referenzgeschwindigkeit die mittlere Strömungsgeschwindigkeit im Eintrittsquerschnitt des Polmodelles verwendet. Um die Simulationen möglichst identisch mit den durchgeführten Messungen zu gestalten, wurde dieselbe Definition für die Berechnung der Eintrittsrandbedingungen verwendet. Diese Geschwindigkeit wurde in den Messprotokollen errechnet aus:

$$u_{mess} = \frac{\dot{V}}{A_{pol,ein}} \quad (4.1)$$

Um eine mit den Messungen identische Strömungsgeschwindigkeit zu erzielen, wurde die Eintrittsgeschwindigkeit errechnet aus



$$u_{EIN} = u_{mess} \frac{A_{pol,ein}}{A_{EIN}} \quad (4.2)$$

Es existieren in den Messungen drei verschiedene Geschwindigkeiten an denen die Modelle vermessen wurden:  $u_{mess} = 10\text{m/s}$ ,  $u_{mess} = 20\text{m/s}$ ,  $u_{mess} = 30\text{m/s}$

Die Turbulenz am Eintritt wurde als „Medium“ angegeben. Dies bedeutet, dass die turbulente kinetische Energie 5% der mittleren kinetischen Energie der Eintrittsströmung beträgt. Die turbulente Viskosität  $\mu_t$  beträgt  $\mu_t = 10\mu$ . Die Temperatur des Mediums am Einlass beträgt 25°C.

### Auslass

Am Auslass wurde ein statischer Druck von 0 Pascal (mit einem Bezugswert von 1013,25 mbar) als Randbedingung vorgegeben. Der Auslass wurde als „Opening“ modelliert, wobei jedoch darauf geachtet wurde, dass keine Strömungen in das Kontrollvolumen hineinströmen.

### Wände

Sämtliche Wände wurden mit einer „No-Slip“ Randbedingung versehen. Als thermische Randbedingung wird für alle Wände (die Poloberflächen ausgenommen) ein adiabater Zustand festgelegt. Als thermische Randbedingung für die Poloberflächen wird eine konstante Temperatur von  $T_w = 120^\circ\text{C}$  vorgegeben. Dies sollte für einen Pol aus Kupfer aufgrund der guten Wärmeleitfähigkeit gut erfüllt sein. Diese Annahme ist jedoch im Anschluss mittels einer CHT Simulation zu überprüfen.

## 4.5 Auswerteparameter

Die Auswertung der aus den Simulationen erhaltenen Ergebnisse folgt in Anlehnung an die Messungen [17].

Von Interesse für die Beurteilung der Eignung der Oberfläche hinsichtlich Wärmeabgabe ist die gesamte von der Oberfläche abgegebene Wärmemenge. Diese berechnet sich nun aus

$$\dot{Q} = \alpha \cdot A \cdot \Delta T$$

Für eine gegebene Temperaturdifferenz ist die übertragene Wärme proportional zum Faktor  $\alpha \cdot A$ . Dieses Produkt ist also ausschlaggebend für die übertragene Wärmemenge. So kann kein geringer Wert von  $\alpha$  durch eine größere Oberfläche kompensiert werden. Dabei ist der Faktor  $A$  ausschließlich von der Oberflächengeometrie abhängig, der Faktor  $\alpha$  ist darüber hinaus jedoch abhängig von den Zuständen des Strömungsfeldes wie z.B. der Geschwindigkeit.

Von Interesse ist somit zum Einen der mittlere Wärmeübergangskoeffizient  $\alpha_m$  und zum Anderen dessen Produkt mit der Oberfläche  $\alpha_m \cdot A$ , das direkt proportional zur übertragenen Wärme ist. Um den Vergleich mit der ebenen Oberfläche zu erleichtern wird dieser Faktor auf den Faktor  $\alpha_m \cdot A$  der ebenen Poloberfläche bezogen. Des Weiteren kommt der bereits in 4.2.1 beschriebene Oberflächenfaktor zur Anwendung.

Bei der Berechnung der verwendeten mittleren Temperatur und des Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha_m$  aus der Simulation wird analog zu den vorhergehenden Messungen vorgegangen. Die beiden Werte errechnen sich folgendermaßen:

$$\alpha_m = \frac{Q_w}{A_w(T_{wall} - T_{bulk})}$$

Die Berechnung der mittleren Temperaturen am Ein- und Austritt erfolgt nach Gleichung (3.11):

$$T_{bulk} = \frac{T_{m,in} + T_{m,out}}{2}$$

## 4.6 Ergebnisse

### 4.6.1 Polmodelle ohne Vorlauf und Nachlauf

Im Folgenden werden die Ergebnisse der Simulationen für die Polmodelle vorgestellt. Dabei werden zunächst die errechneten Wärmeübergangskoeffizienten dargestellt und mit den Messwerten verglichen, anschließend wird jeweils auf einige Details des Strömungs- und Temperaturfeldes in den Modellen eingegangen.

#### 4.6.1.1 Polgeometrie 1

In Abbildung 4-6 sind die Wärmeübergangskoeffizienten für die Oberflächengeometrie 1 dargestellt, wobei das Bild links den errechneten Wärmeübergangskoeffizienten bei Längsanströmung zeigt, das rechte Bild bei Queranströmung. Dabei sind die berechneten Ergebnisse blau, die zum Vergleich aufgetragenen Messergebnisse rot dargestellt.

Die Polvariante 1 liefert für die Längsanströmung gute Ergebnisse. Der errechnete Wärmeübergangskoeffizient ist für niedrige Geschwindigkeiten beinahe ident und wird für  $u = 30 \text{ m/s}$  um ca. 5% überschätzt. Auch der Anstieg von  $\alpha$  mit der Geschwindigkeit, und damit der Reynolds-Zahl, wird richtig wiedergegeben.

Für die Queranströmung ergibt sich jedoch eine größere Abweichung zwischen den Mess- und Simulationsergebnissen. Es stellt sich für Queranströmung der Geometrie eine Differenz zwischen den beiden Werten rund 20% ein.

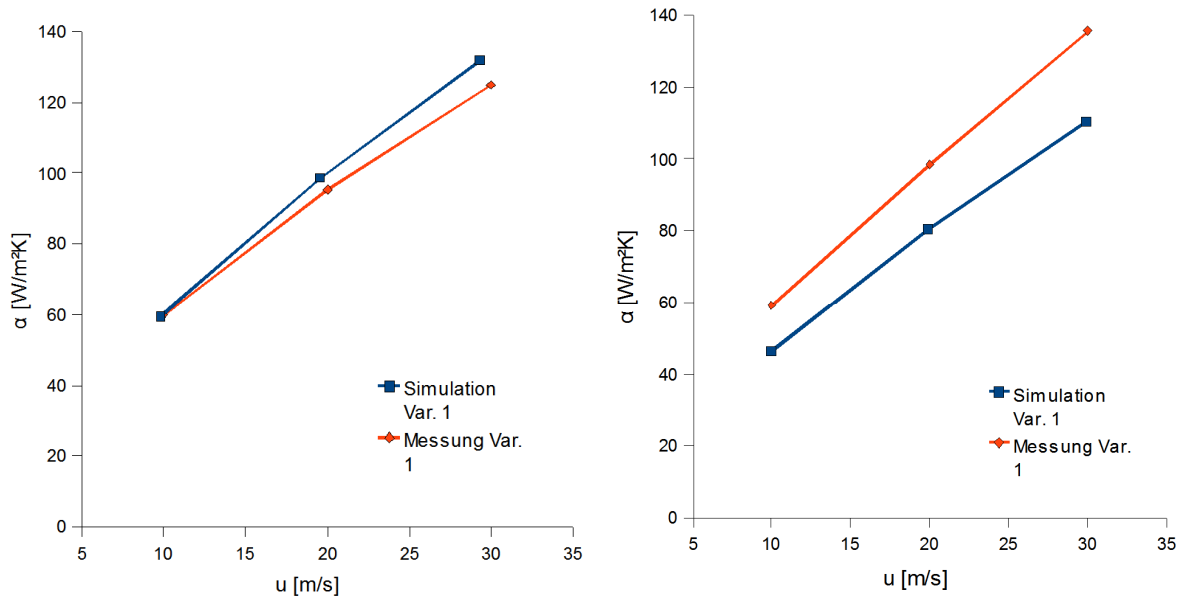


Abbildung 4-6 Wärmeübergangskoeffizient der Rechteckprofile (1), links längsangeströmt, rechts querangeströmt

### Längsströmung

Die nachfolgende Abbildung 4-7 stellt den lokalen Wärmestrom an der Poloberfläche dar. Erkennbar sind, in rot gezeichnet einige Positionen mit besonders hohem lokalem Wärmestrom. Diese treten in erster Linie im Eintrittsbereich des Polmodelles auf. Außerdem stellt sich an den Deckflächen der Rippen sowie am Übergangsbereich zu der Verbreiterung des Kanales ein hoher lokaler Wärmestrom ein.

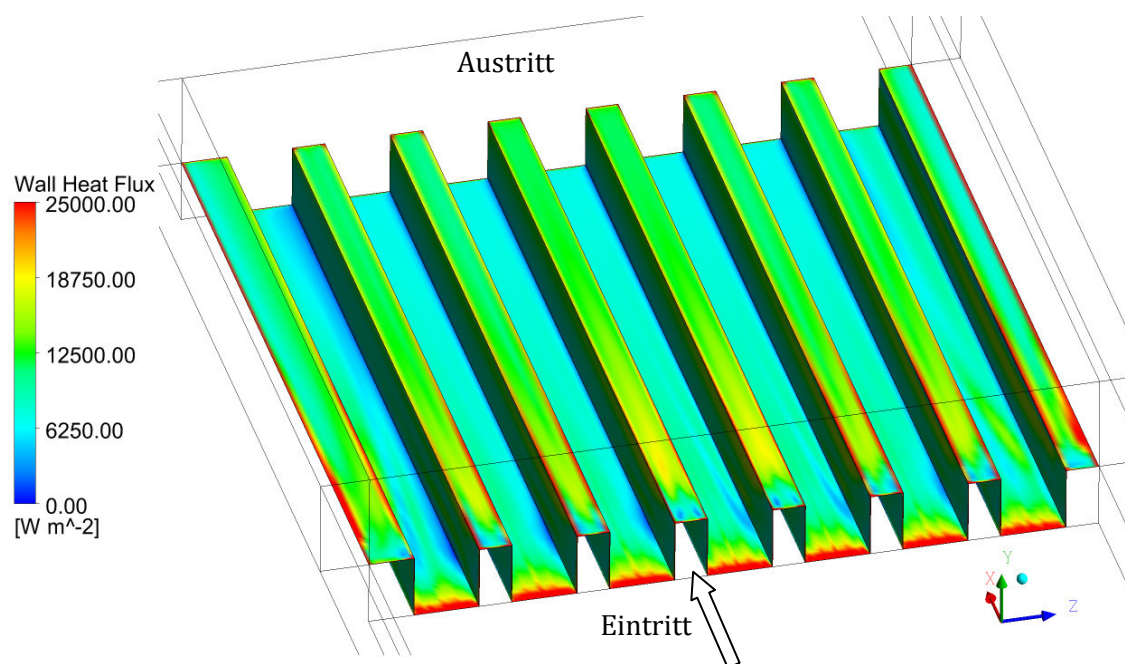


Abbildung 4-7: Lokaler Wärmestrom am Polmodell 1 bei Längsanströmung; Pfeil zeigt die Strömungsrichtung

Der hohe Wärmestrom am Beginn des Polmodelles ergibt sich zum Einen durch das Auftreffen des kühlen Mediums auf die beheizte Oberfläche, zum Anderen durch die Beschleunigung die das Medium beim Eintritt in das Polmodell erfährt. In der folgenden Abbildung 4-8 ist oben das Geschwindigkeitsfeld in einer horizontalen Ebene der Höhe  $y = 5\text{mm}$  (die Position  $y = 0\text{mm}$  ist dabei die Vertiefung zwischen zwei Rippen) dargestellt, die Strömung bewegt sich dabei von rechts nach links. Man erkennt sehr deutlich, in rot gezeichnet, die erhöhte Geschwindigkeit (Beschleunigung um die Vorderkante) beim Eintritt in das Polmodell, sowie die sich vor den Rippen ausbildenden Staupunkte (mit A gekennzeichnet). Beim Eintritt der Strömung in das Polmodell, bzw. in den Kanal zwischen den Rippen bilden sich aufgrund der starken Verzögerung nach der Umströmung der Eintrittskanten Ablösezonen aus. Die Strömung legt nach ca.  $1/6$  der Rippenlänge wieder an. Weiters gut zu erkennen sind die Nachläufe der Rippen (B). Die Ablösezonen an den Seitenwänden der Rippen am Eintritt ist in Abbildung 4-8 unten links ersichtlich wobei die Ablösezone aufgrund der geringen Geschwindigkeit dabei blau gezeichnet sind. Zudem bilden sich über den Rippen des Polmodelles beim Eintritt ebenfalls

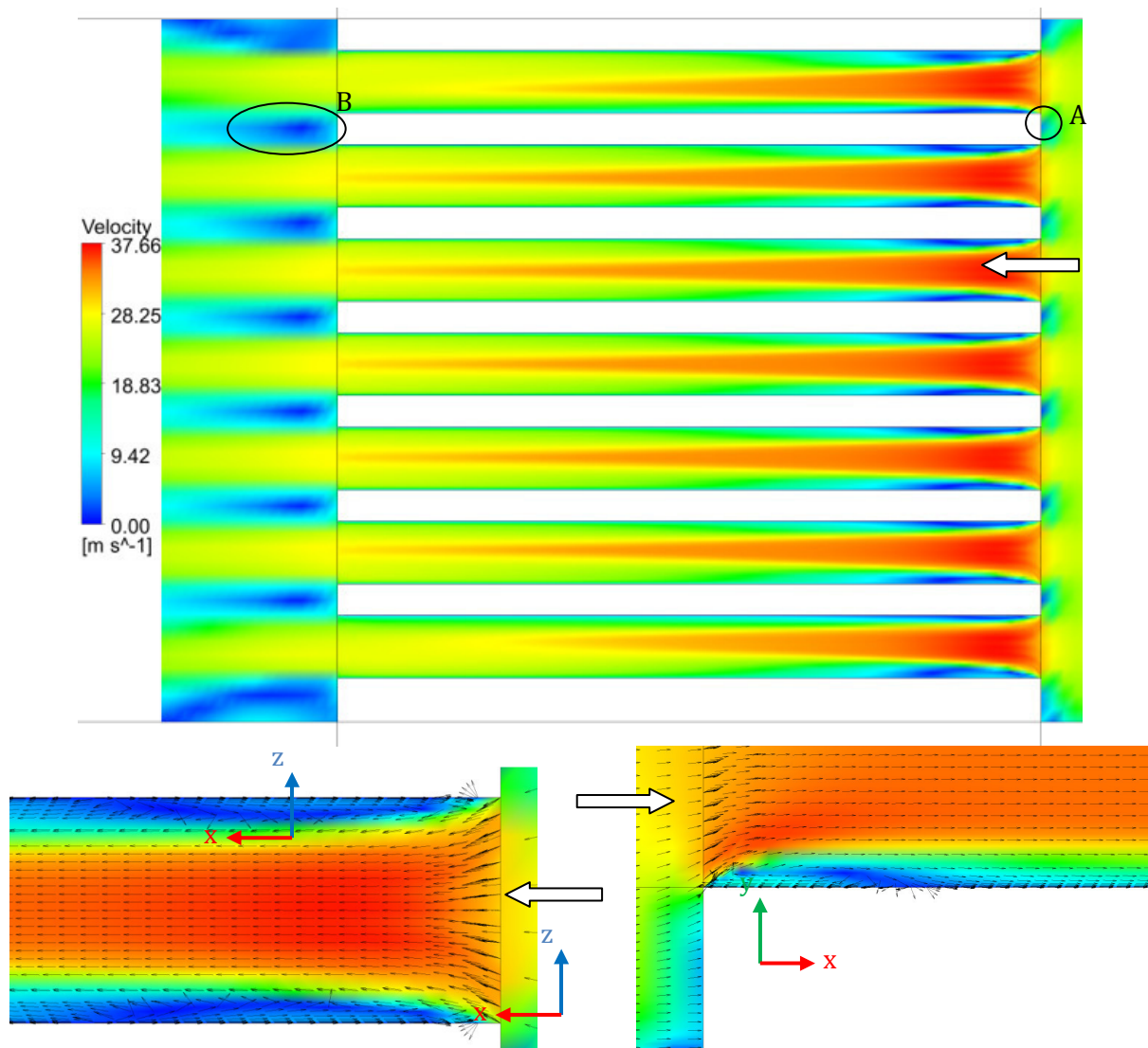


Abbildung 4-8: Geschwindigkeitsfeld in einer horizontalen Ebene  $y = 5\text{mm}$  im Polmodell 1 (oben), Ausschnitt Geschwindigkeitsfeld beim Eintritt in das Polmodell (unten links), Ablöseblase an der Oberkante des Polmodelles in einer vertikalen Ebene  $z = 20\text{mm}$  (unten rechts). Die Pfeile zeigen die Strömungsrichtung

Ablöseblasen. Eine solche Ablöseblase ist in Abbildung 4-8 unten rechts dargestellt. Die Länge der Ablösung beträgt wie bei den Wirbeln an der Seitenfläche der Rippen rund  $1/6$  der Länge des gesamten Polmodelles, und die Strömung legt sich dann wieder an die Oberfläche des Polmodelles an.

Nun werden noch die sich einstellenden Sekundärströmungen betrachtet. In Abbildung 4-9 sind für zwei Positionen in zwei verschiedenen Ebenen solche Sekundärströmungen dargestellt. Dabei sind die beiden Darstellungen links in einer Ebene  $x = 10 \text{ mm}$ , die Abbildungen rechts bei  $x = 80 \text{ mm}$ . Die Position  $x$  beschreibt dabei die Position der Ebene in Strömungsrichtung, der Eintritt in das Polmodell hat dabei die Koordinate  $x = 0 \text{ mm}$ . Dabei wurden die Vektoren auf identische Längen gebracht um die Sichtbarkeit zu verbessern, was bedeutet dass die Länge der Vektoren kein Maß für die Geschwindigkeit ist. Die beiden Bilder oben zeigen die Strömungen in der Mitte des Polmodelles. Die in blau gezeichneten Zonen stellen hier die Ablösezonen am Beginn des Modells dar. Man erkennt, dass die Strömung aufgrund der Verringerung des Querschnittes nach oben ausweicht. Es stellt sich eine Umströmung der Oberkante ein, die dort

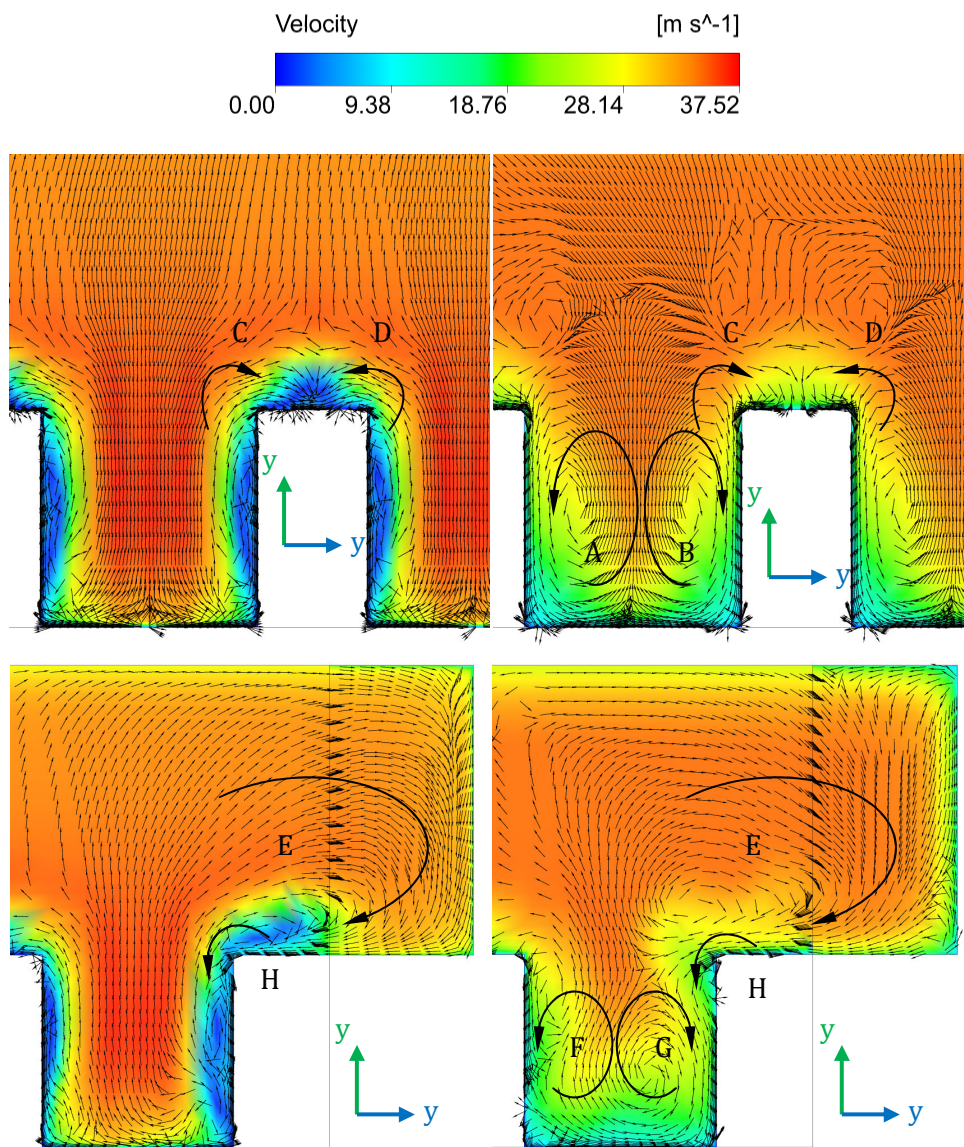


Abbildung 4-9: Sekundärströmungen im Polmodell 4 in einer Ebene  $x=10\text{mm}$  (links) und  $x=80\text{mm}$  (rechts) für zwei Positionen im Polmodell

zur Bildung eines Wirbels führt (C und D). Im Bild rechts erkennt man die entwickelte Strömung im Modell. Es haben sich zwischen den Rippen zwei gegenläufige Wirbel (A und B) ausgebildet, wobei sich die Strömung an der Wand nach unten bewegt und in der Mitte des Kanals nach oben. Vergleicht man diese Strömung mit der in einem Rechteckkanal stellt man fest dass sich hier lediglich zwei Wirbel ausbilden. Für einen Rechteckkanal stellen sich jeweils in den Winkelhalbierenden der Ecken aufgrund der turbulenten Normalspannungen zwei entgegengesetzt drehende Wirbel ein, während sich hier lediglich zwei Wirbel ausbilden. Es findet weiterhin eine Umströmung der Oberkanten der Rippen statt (C und D), wobei sich diese Wirbel in den Kanal nach oben hin vergrößert haben. In Abbildung 4-9 sind unten die Sekundärströmungen am Rand des Modelles dargestellt. Auch hier findet eine Umströmung der Kante statt, die jedoch durch die seitliche Verbreiterung des Modells beeinflusst wird. Wie im Bild unten links erkennbar ist, stellt sich eine Strömung aus dem Seitenkanal in das Polmodell ein (E). Dies führt unter anderem zu einem höheren Wärmestrom in diesen Gebieten, da immer kühles Medium aus dem Seitenkanal über das Polmodell strömen kann. Innerhalb der Kavitäten bilden sich ebenfalls zwei Wirbel aus die jedoch durch die Umströmung der Oberkante durch das Medium aus dem Seitenkanal beeinflusst werden (H) und nicht so deutlich ausgeprägt sind wie die Wirbel im Zentrum des Polmodells

### Querströmung

Die nachfolgende Abbildung 4-10 stellt den lokalen Wärmefluss an der Oberfläche des Polmodelles 1 bei Queranströmung dar. Die Hauptströmung bewegt sich dabei in x-Richtung, also von links nach rechts. Hier sind einige Beobachtungen zu machen. Zum einen fällt auf, dass sich jeweils an den Vorderkanten der Rippen sehr hohe Wärmeströme einstellen. Die lokalen Wärmeströme an den Zellen der Vorderkante erreichen bis zu  $5 \cdot 10^5 \text{ W/m}^2$ , sodass die Skala im Bild unten begrenzt werden musste um eine bessere Darstellung zu erreichen. Des Weiteren sieht man, dass sich am Boden der Kavitäten jeweils an den linken und rechten Rändern höhere Wärmeströme einstellen als in der Mitte des Polmodelles, und dass sich in der ersten Kavität generell sehr geringe Wärmeströme einstellen (erkennbar an der blauen Zeichnung der Kavität).

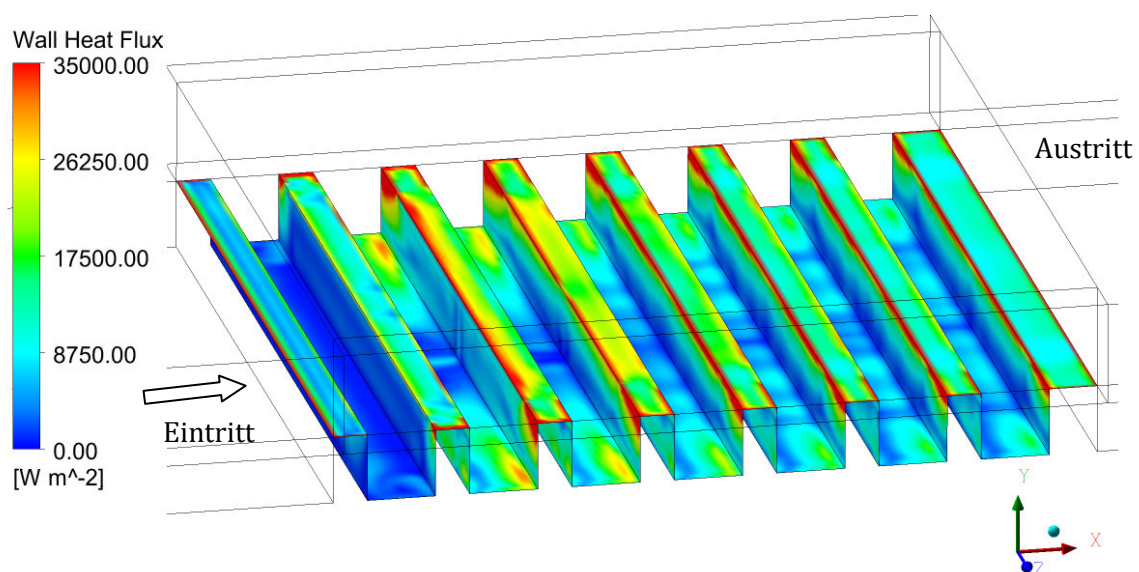
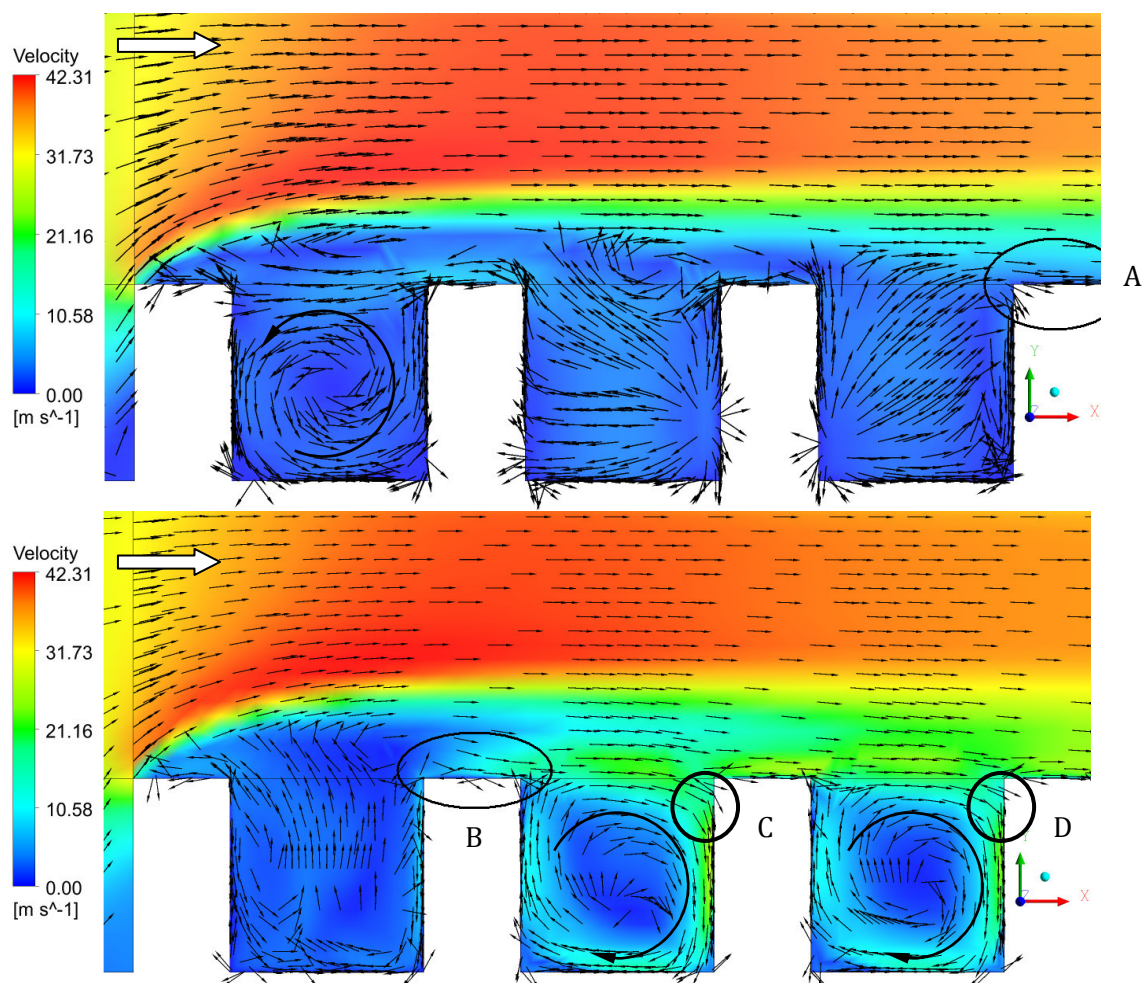


Abbildung 4-10: Lokaler Wärmestrom am Polmodell 1 bei Queranströmung; Pfeil zeigt die Strömungsrichtung

Die folgende Abbildung 4-11 zeigt das Geschwindigkeitsfeld über den ersten vier Rippen des Polmodelles. Das Bild oben stellt die Strömung im Symmetriequerschnitt dar, das Bild unten in einer Ebene mit  $z=5\text{mm}$ , also nahe am Rand des Polmodelles. Die gezeichneten Vektoren wurden zwecks Sichtbarkeit auf dieselbe Länge gebracht und in die Betrachtungsebene projiziert.

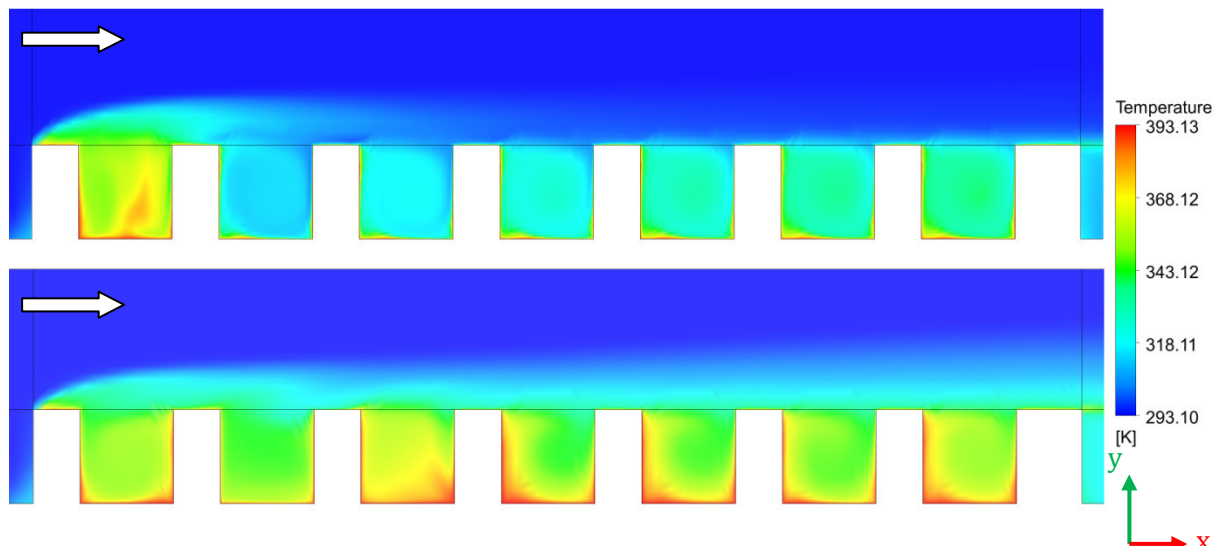
Betrachtet man nun die Strömung über dem Polmodell erkennt man über dem Polmodell eine Ablösezone nach der in Strömungsrichtung vorderen Kante der ersten Rippe. Die Strömung kann der Umlenkung nach der Vorderkante nicht folgen und löst ab. Die Ausdehnung dieses Ablösegebietes in Strömungsrichtung ist von der Position entlang der Vorderkante ( $z$ -Richtung) abhängig. Während im Symmetriequerschnitt die Strömung erst bei der vierten Rippe wieder an (A) die Geometrie anlegt, findet dies am Rand des Polmodelles teilweise bereits an der zweiten Rippe statt (B). In der Abbildung unten ist die Position der wiederangelegten Strömung mit einem Kreis markiert. Zudem bilden sich an den Rändern des Polmodelles in den Kavitäten deutlich erkennbare Wirbel aus, die in der Symmetrieachse nicht in dieser Form erkennbar sind. Durch die höhere Geschwindigkeit in diesen Wirbeln findet ein besserer Energieaustausch mit der Außenströmung statt, was eine bessere Wärmeübertragung an der Wand ermöglicht. Es bilden sich dabei in den Ecken am Boden der Kavität deutlich erkennbare Wirbel aus, wie sie detailliert in Abbildung 4-73 gezeigt werden.



**Abbildung 4-11: Geschwindigkeitsvektoren in den ersten drei Kavitäten der Symmetrieebene (oben) und einer Ebene mit  $z=5\text{mm}$  (unten); Pfeil zeigt die Strömungsrichtung**

Der erhöhte Wärmestrom an den oberen Kanten des Polmodelles lässt sich durch das Aufprallen der Außenströmung auf die Rippe erklären. Diese trifft mit verhältnismäßig hoher Geschwindigkeit auf die Kante auf, wodurch sich ein höherer Wärmestrom an dieser Position ergibt (C und D).

In der Abbildung 4-12 sind für die Symmetrieebene (unten) und die Ebene mit  $z = 5 \text{ mm}$  (oben) die Temperaturen über der Polgeometrie dargestellt. Dabei ist die Ebene  $z = 0 \text{ mm}$  die Ebene am, in Strömungsrichtung betrachtet, linken Rand des Polmodells (in Abbildung 4-10 oben). Betrachtet man zunächst die Temperatur in den Kavitäten der Oberfläche erkennt man, dass in der Symmetrieebene über beinahe die gesamte Oberfläche sehr hohe Temperaturen auftreten, während in der Ebene  $z = 5 \text{ mm}$  lediglich in der ersten Kavität ähnliche Temperaturen erreicht werden. Die weiter stromabwärts liegenden Kavitäten weisen eine geringere Temperatur auf, was auf einen besseren Energietransport schließen lässt. Vergleicht man nun auch die Temperaturen direkt über den Kavitäten so stellt sich im Mittelschnitt über die gesamte Länge des Poles eine sehr viel höhere Temperatur ein. Grund dafür ist die Strömung aus dem Seitenraum des Kanales die das Medium mit geringerer Temperatur heranführt.



**Abbildung 4-12: Temperatur in den Kavitäten der Symmetrieebene (unten) und einer Ebene mit  $z=5\text{mm}$  (oben) ; Pfeil zeigt die Strömungsrichtung**

Die Abbildung 4-13 zeigt die Sekundärströmung in der Mitte der dritten Kavität, wobei die Ebene lediglich bis zur Symmetrieebene dargestellt wird. Erkennbar ist, dass sich einige Wirbel ausbilden, zum Einen in der Kavität, zum Anderen außerhalb. Man sieht, dass aus dem Seitenraum des Polmodelles kühles Medium über das beheizte Modell strömt und so an den Seiten die Wärmeübertragung begünstigt (A). Zudem erkennt man, dass innerhalb der Kavität die Strömung die Energie in Wandnähe in Richtung Symmetrieebene befördert und sich dort eine Sekundärströmung nach oben einstellt (B). Das ist auch der Grund dafür dass sich dort höhere Temperaturen und ein geringerer Wärmeübergang einstellen als dies am Rande des Polmodelles der Fall ist. Zudem ist in der Mitte des dargestellten Bereiches mit ausgebildeten Wirbeln erkennbar (Positionen C und D). Am Rand des Polmodelles stellt sich eine Sekundärströmung ein wie sie auch in Abbildung 4-9 unten rechts dargestellt ist (E, G und H). Im Bild untenoben ist dies der mit C bezeichnete Wirbel.



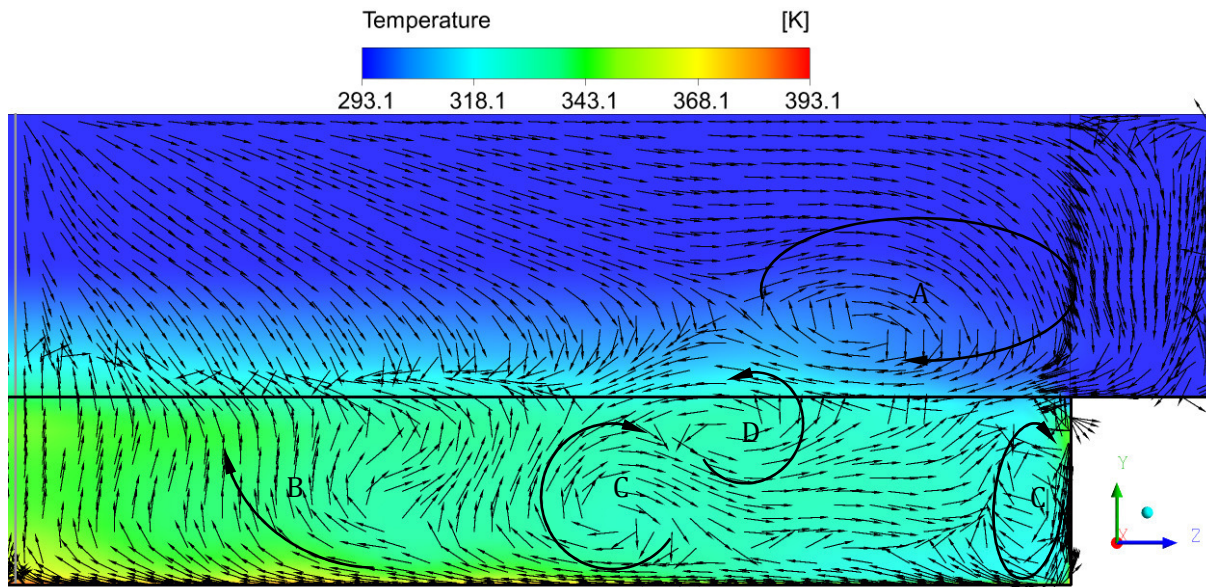


Abbildung 4-13: Sekundärströmung in der Mitte der dritten Kavität

#### 4.6.1.2 Polgeometrie 2

In Abbildung 4-14 sind die Ergebnisse der Oberflächenprofile 2 dargestellt. Die Bilder zeigen den Wärmeübergangskoeffizienten als Funktion der mittleren Geschwindigkeit im Kontrollquerschnitt. Das linke Bild stellt die Ergebnisse für Längsströmung, das rechte für Querströmung dar. Für die Längsanströmung ergeben sich dabei relativ große Abweichungen zwischen den Mess- und Berechnungsergebnissen. Diese Abweichungen betragen rund 15-20%, wobei sich die Differenzen zwischen den beiden Werten für hohe Geschwindigkeiten vergrößern. Für die Queranströmung ergeben sich bessere Ergebnisse als für die Längsströmung. Die Abweichung der Werte liegt für alle Geschwindigkeiten bei rund 10 %. Der Anstieg der berechneten Kurve ist jedoch flacher als der der gemessenen Kurve, sodass sich mit steigender Geschwindigkeit eine höhere absolute Differenz ergibt.

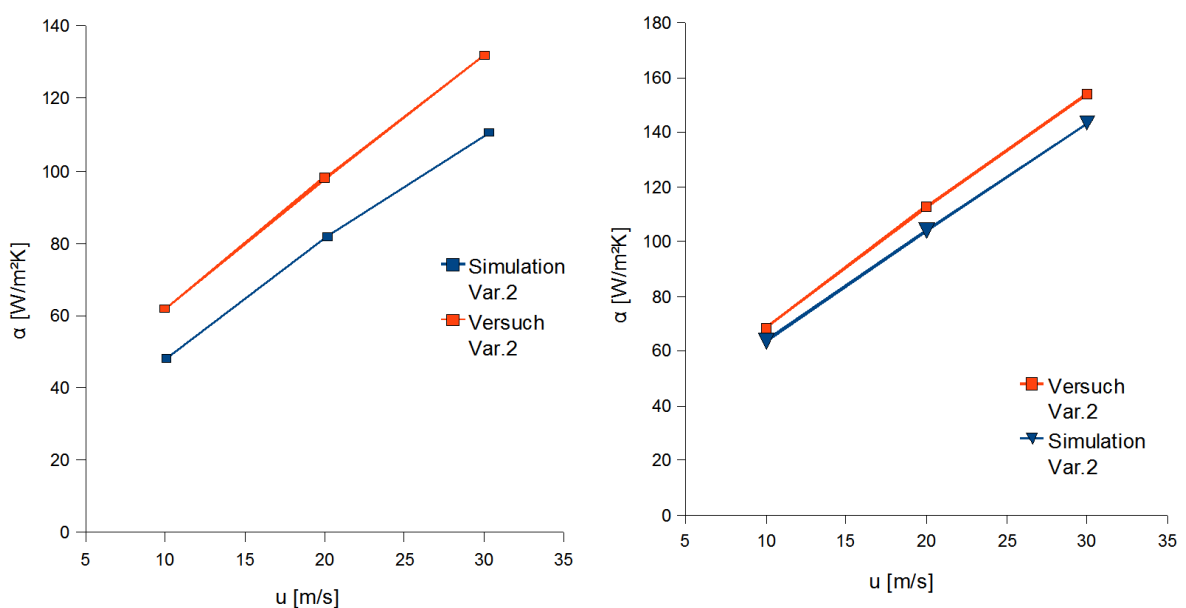
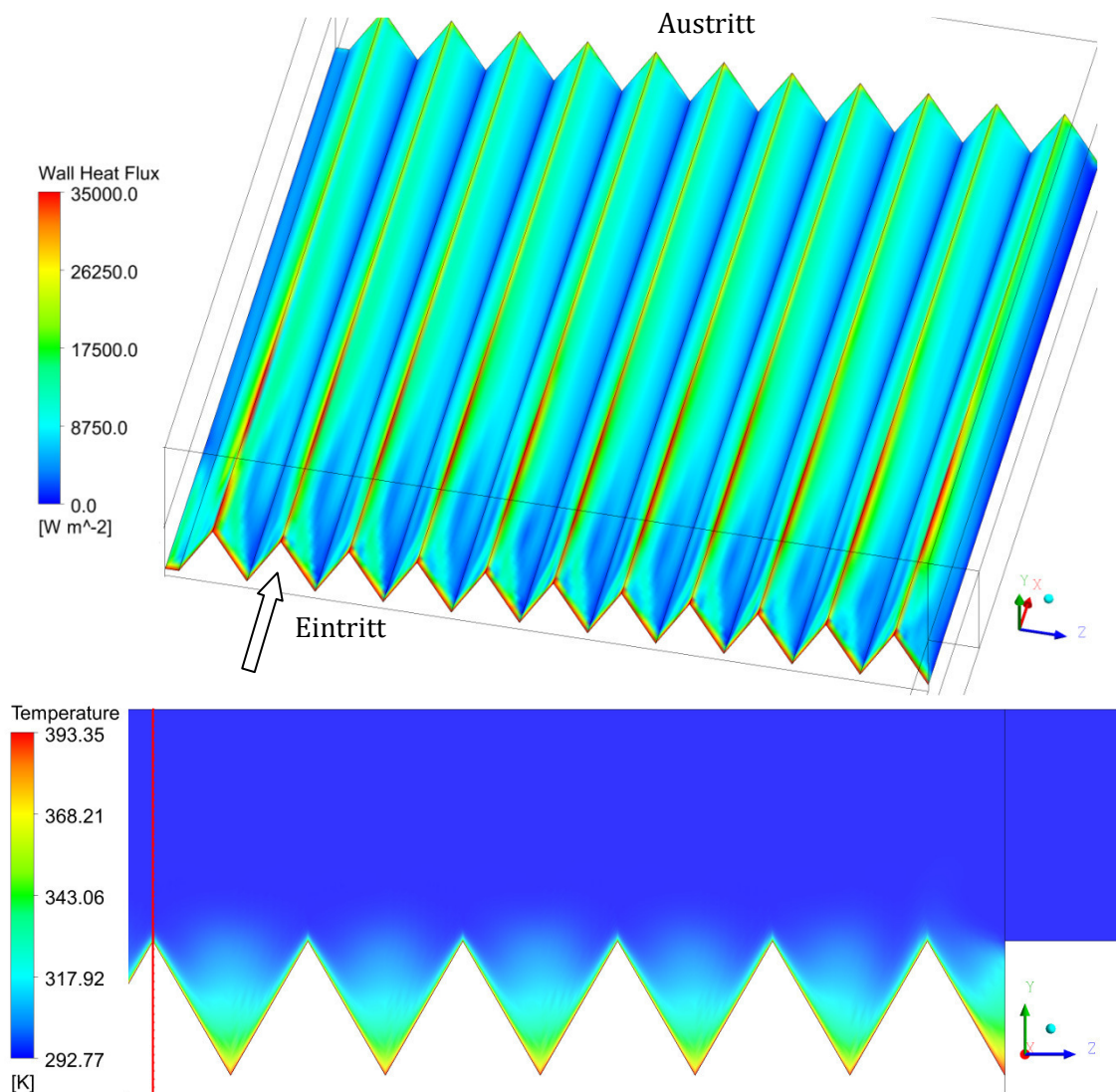


Abbildung 4-14: Wärmeübergangskoeffizient des Dreiecksprofils (Profil 2) bei Längsanströmung (links) und Queranströmung (rechts)

## Längsströmung

Für die Längsanströmung ergibt sich auf der Oberfläche des Polmodelles ein lokaler Wärmestrom wie er in Abbildung 4-15 oben dargestellt ist. Man erkennt, dass sich am Eintritt in das Polmodell zunächst relativ hohe Wärmeströme ausbilden. Während sich in den Vertiefungen des Profils anschließend nur sehr geringe Wärmeströme ergeben, stellen sich für die oben gelegenen Kanten der Dreiecksrippen stets höhere Wärmeströme ein.

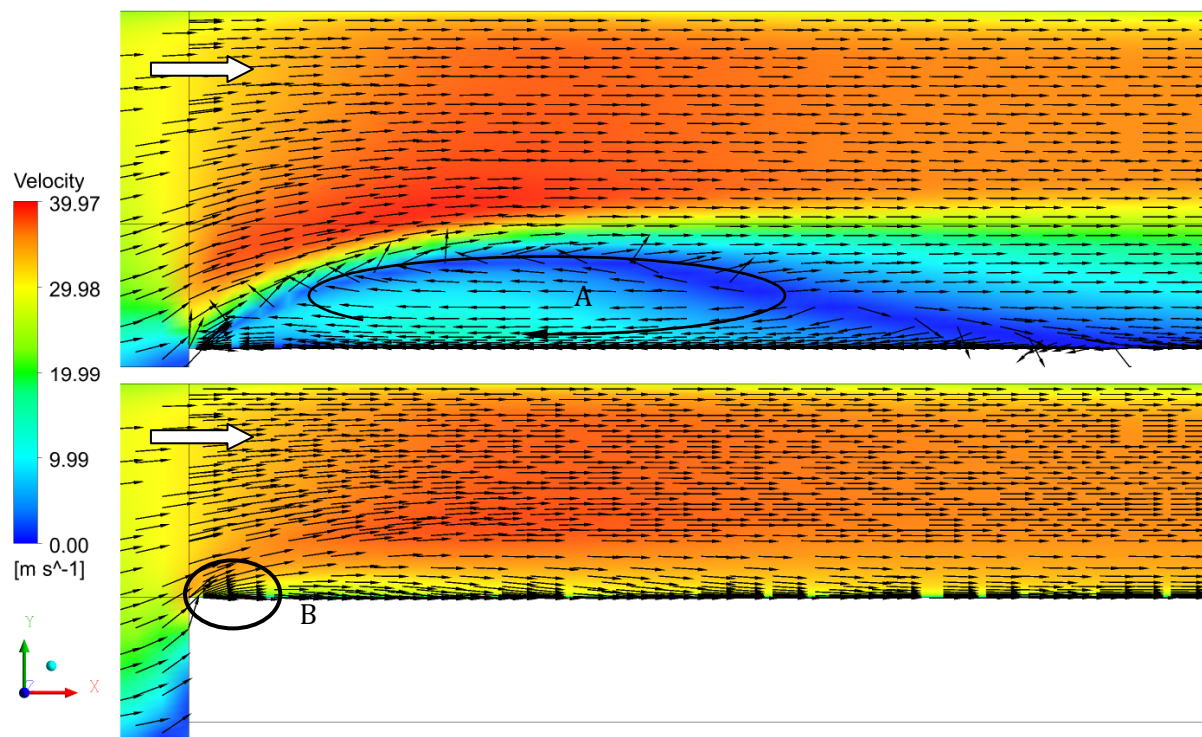
Der Grund für diese unterschiedlichen Wärmeströme ergibt sich aus der Temperaturverteilung im Polmodell, welches in Abbildung 4-15 unten dargestellt ist. Dort ist für eine Ebene mit  $x = 60 \text{ mm}$  die Temperatur des Polmodelles bis zur Symmetrieebene dargestellt, welche in rot im Bild eingezeichnet ist. Man erkennt, dass sich in den Vertiefungen zwischen den Dreiecksrippen höhere Temperaturen ergeben, während sich an den hochgelegenen Kanten des Polmodelles geringe Temperaturen einstellen. In Kombination mit höheren Strömungsgeschwindigkeiten ergibt sich somit ein höherer Wärmeübergang an den oben gelegenen Kanten der Poloberfläche.



**Abbildung 4-15: lokaler Wärmestrom des Polmodelles 2 bei Längsanströmung (oben), Temperaturverteilung in einer Ebene  $x = 60 \text{ mm}$  für das halbe Modell mit Symmetrieebene in Rot (unten) ; Pfeil zeigt die Strömungsrichtung**

Die folgenden Bilder in Abbildung 4-16 zeigen einen Ausschnitt aus der sich im Polmodell einstellenden Strömungen. Dargestellt ist die Geschwindigkeit in zwei Ebenen mit  $z = 77 \text{ mm}$  (unten) und  $z = 82 \text{ mm}$  (oben) sowie die in die Ebene projizierten Geschwindigkeitsvektoren (in reduzierter Anzahl).

Das Bild oben stellt das Geschwindigkeitsfeld zwischen zwei Dreiecksrippen dar. Man erkennt, dass sich nach der Stirnfläche, die wie eine vorwärtsgerichteten Stufe wirkt, ein sehr großes Gebiet mit einer Ablösung und sehr geringen Geschwindigkeiten ergibt (A). In dieser Ablöseblase stellen sich dabei verhältnismäßig hohe Temperaturen ein, woraus sich die in Abbildung 4-15 gezeigten Gebiete mit geringen lokalen Wärmeströmen direkt nach dem Beginn des beheizten Polmodelles ergeben. Das Bild unten zeigt das Geschwindigkeitsfeld in einer Ebene an einer Spitze einer Dreiecksrippe. Es zeigt sich, dass sich in dieser Ebene kein erkennbarer Wirbel ausbildet (B), da das Fluid die Möglichkeit hat das Gebiet zu umströmen und so eine Ablösung zu vermeiden.



**Abbildung 4-16: Geschwindigkeitsfeld mit Vektoren in zwei Ebenen des Strömungsfeldes bei  $z=77 \text{ mm}$  (unten) und  $z=82 \text{ mm}$  (oben) ; Pfeil zeigt die Strömungsrichtung**

In der nachfolgenden Abbildung 4-17 sind die Sekundärströmungen in zwei Ebenen des Polmodelles dargestellt. Das Bild links zeigt eine Ebene mit  $x = 5 \text{ mm}$ , das Bild rechts zeigt die Sekundärströmungen in einer Ebene  $x = 60 \text{ mm}$ . Dargestellt sind die Geschwindigkeit in den Querschnitten, sowie die in die Ebene projizierten Geschwindigkeitsvektoren, die auf identische Länge gebracht wurden. Für die Ebene mit  $x = 5 \text{ mm}$  (links) zeigt sich, dass das Medium aufgrund der Kontraktion nach oben strömt. Im Bereich der Oberkanten umströmt das Fluid die Kante und bewegt sich in Wandnähe nach unten in Richtung des tiefsten Punktes der Oberfläche. Ein Teil des Fluids strömt jedoch in Wandnähe nach oben, sodass auf halber Höhe der Rippe das Medium in Hauptströmungsrichtung umgelenkt wird.

Für die Ebene  $x = 60 \text{ mm}$  stellen sich zwischen den Rippen zwei entgegengesetzt drehende Wirbel ein (A und B). Das Medium strömt entlang der Wand nach unten in die Kavität der Oberfläche, und strömt in der Mitte nach oben. Vergleicht man dies mit der Strömung in einem Kanal mit Dreiecksquerschnitt stellt man fest, das in beiden Fällen sich die Winkelhalbierende des Dreiecks für den sich einstellenden Wirbel relevant ist. Während sich jedoch bei einem Dreieckskanal in allen drei Winkelhalbierenden durch die Differenz der Turbulenten Normalspannungen je ein Wirbelpaar ergeben tritt hier aufgrund des oben offenen Dreiecks lediglich ein Wirbelpaar auf. Zudem stellen sich über den Spitzen der Rippen ebenfalls zwei entgegengesetzt drehende Wirbel ein die sich ebenfalls entgegengesetzt drehen (C und D).

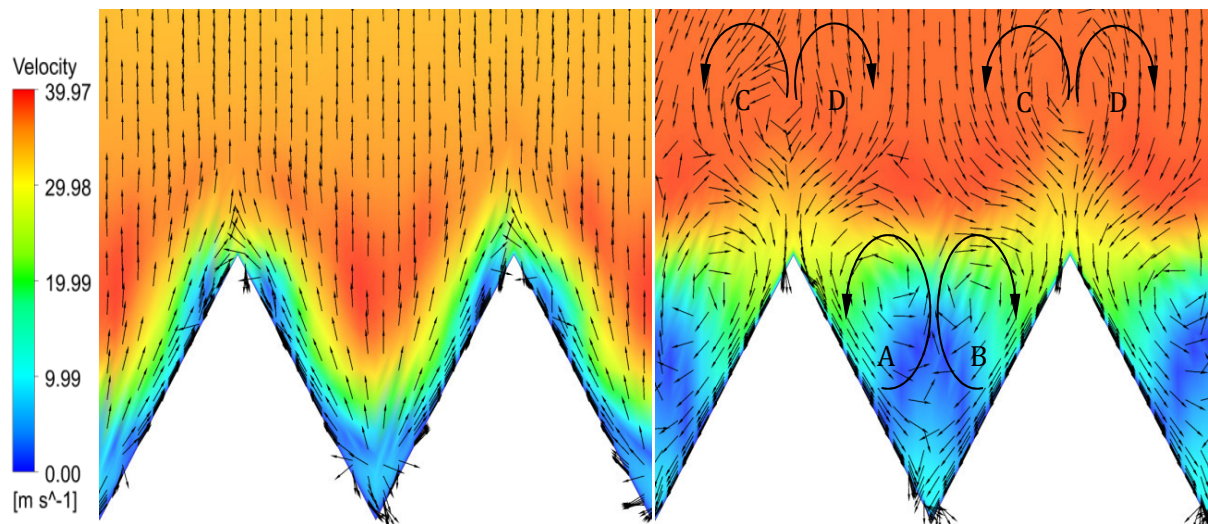


Abbildung 4-17: Sekundärströmungen in Polmodell 2 für zwei verschiedene Ebenen mit  $x=5\text{mm}$  (links) und  $x=60\text{mm}$  (rechts)

### Querströmung

Für die Querströmung stellt sich über den Großteil der Geometrie eine Strömung ein wie sie in Abbildung 4-18 dargestellt ist. Aufgrund der Kontraktion des Querschnittes beschleunigt die Strömung beim Eintritt in das Polmodell. Im Gegensatz zu der vorhin gezeigten Polgeometrie 1 (aber auch die Geometrien 4 und 5), wo die Umlenkung der Strömung durch die Stirnfläche sehr abrupt erfolgt (siehe z.B. Abbildung 4-39 oben), kann die Strömung durch die Dreiecksform der Rippen der Geometrie besser folgen und die Umlenkung erfolgt bei der Geometrie 3 „sanfter“ als

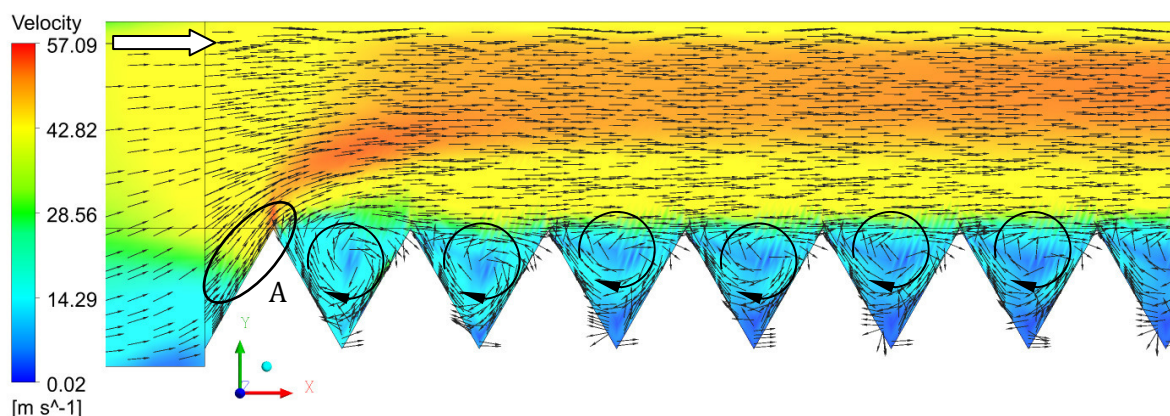


Abbildung 4-18: Geschwindigkeitsfeld in der Symmetrieebene des Polmodelles 2 bei Queranströmung; Pfeil zeigt die Strömungsrichtung

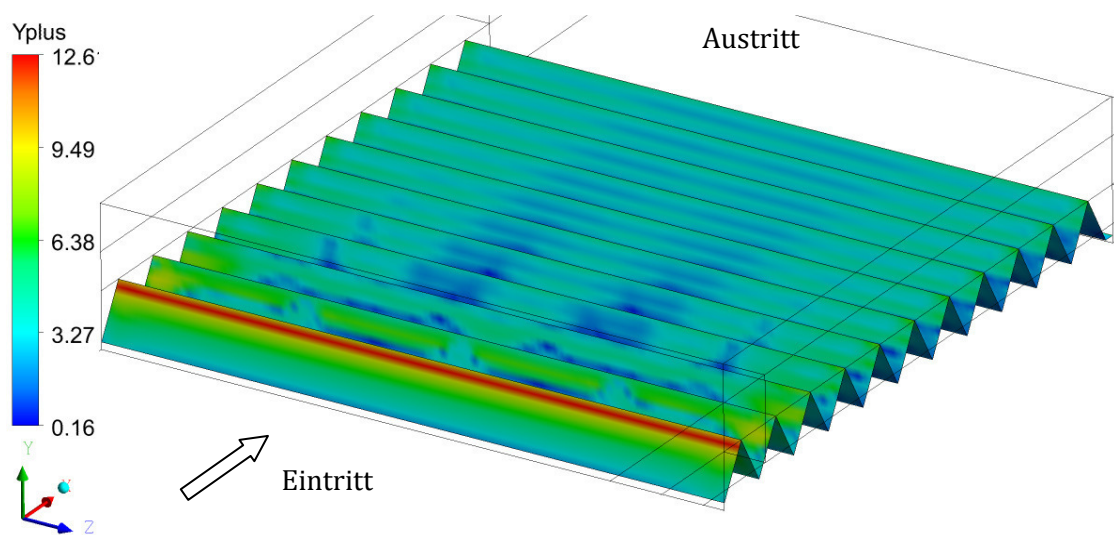


Abbildung 4-19:  $y^+$  Werte der beheizten Oberfläche für ein Modell ohne Vorlaufgeometrie ; Pfeil zeigt die Strömungsrichtung

bei den vorhin genannten Oberflächen. Dadurch stellt sich in den wandnahen Gebieten der ersten Rippe hohe Geschwindigkeiten ausbilden (A) was in weiterer Folge zu höheren Wärmeströmen an der Oberfläche führt. Die Strömung kann dem Umlenken der Geometrie nicht folgen, sodass sich nach der ersten Rippe kleine Gebiete mit lokalen Wirbeln ausbilden. In den Vertiefungen der Oberfläche bilden sich, wie im Bild teilweise hervorgehoben, lokal Wirbel aus. Dies spiegelt sich auch in den für die jeweilige Oberfläche erhaltenen Werten von  $y^+$  wieder. Die Abbildung 4-19 zeigt für eines der verwendeten Netze die Werte von  $y^+$  an der beheizten Poloberfläche. Gut erkennbar ist der rot dargestellte Bereich an der Vorderseite des ersten Poles. Hier stellt sich aufgrund der Strömungssituation ein Bereich mit sehr hohen wandnahen Geschwindigkeitsgradienten ein, was zu einem höheren Wärmeübergang in diesen Gebieten führt. Zudem ist eine relativ weite Spreizung des für  $y^+$  an der Wand erkennbar. Es stellt sich ein maximaler Wert von rund 12,6 ein, sowie ein minimaler Wert von 0,16.

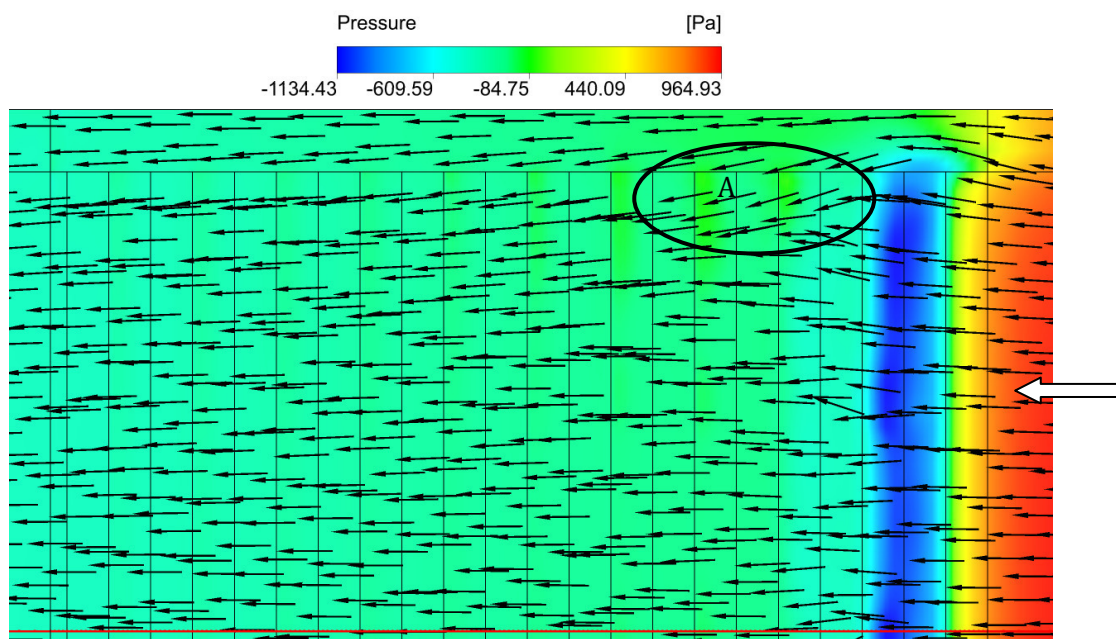
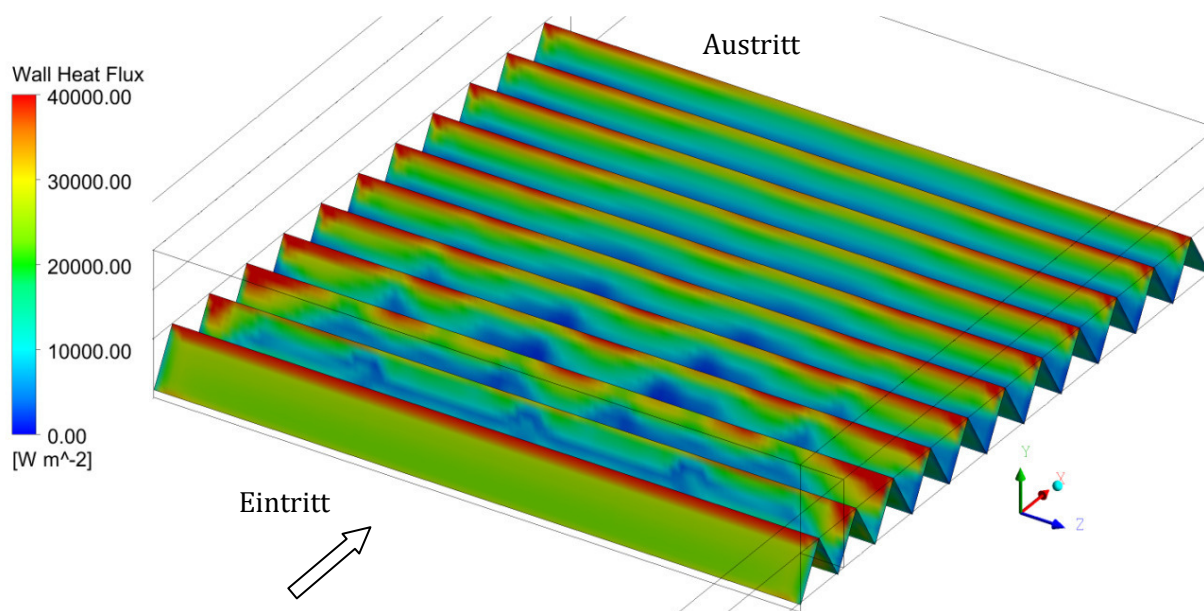


Abbildung 4-20: lokaler statischer Druck in einer Ebene  $y=31\text{mm}$  über dem Polmodell 2 bei Queranströmung; Pfeil zeigt die Strömungsrichtung

Die Abbildung 4-20 oben zeigt den statischen Druck in einer Ebene mit  $y = 31 \text{ mm}$ , d.h.  $1 \text{ mm}$  über dem höchsten Punkt der Poloberfläche. Man erkennt rechts ein Gebiet höheren Druckes vor dem Polmodell. Dieser sinkt durch die Beschleunigung des Mediums ab, was im Bild in blau dargestellt ist. Durch die plötzliche Querschnittserweiterung nach der Spitze der ersten Rippe erweitert sich der Strömungsquerschnitt und die Strömung verzögert, was zu einer Ablösung der Strömung führt, wie in Abbildung 4-19 oben ersichtlich ist. Hier ist zu erkennen dass sich diese Ablösung lediglich über der ersten Vertiefung der Oberfläche ausbildet. Die im Bild ebenfalls dargestellten Geschwindigkeitsvektoren zeigen, dass das Fluid durch den geringeren Druck nach der ersten Rippe aus dem verbreiterten Seitenkanal über die beheizte Poloberfläche strömt (A).

Die Auswirkungen der Strömung aus dem Seitenkanal sind auch in der folgenden Abbildung 4-21 erkennbar. Die Abbildung zeigt den lokalen Wärmestrom an der Oberfläche des Polmodelles. Man erkennt zum Einen, dass sich an der Flanke der ersten Rippe über die gesamte Fläche ein verhältnismäßig hoher Wärmestrom einstellt, was seinen Grund in den hohen wandnahen Geschwindigkeiten hat. Zudem ist erkennbar, dass sich an den Oberkanten der Dreiecksrippen aufgrund des mit hoher Geschwindigkeit auftreffenden Mediums hohe lokale Wärmeströme einstellen, während sich in den Kavitäten zwischen den Rippen sehr niedrige Wärmeströme einstellen. Grund für diese relativ niedrigen Wärmeströme sind die dort auftretenden höheren Temperaturen sowie geringere Geschwindigkeiten. Besonders ausgeprägt sind die Zonen höheren Wärmestromes an den Seiten des Polmodelles. Dies hat seine Ursache in der bereits oben gezeigten Strömung die sich aus dem Seitenkanal in das beheizte Modell hinein ausbreitet.



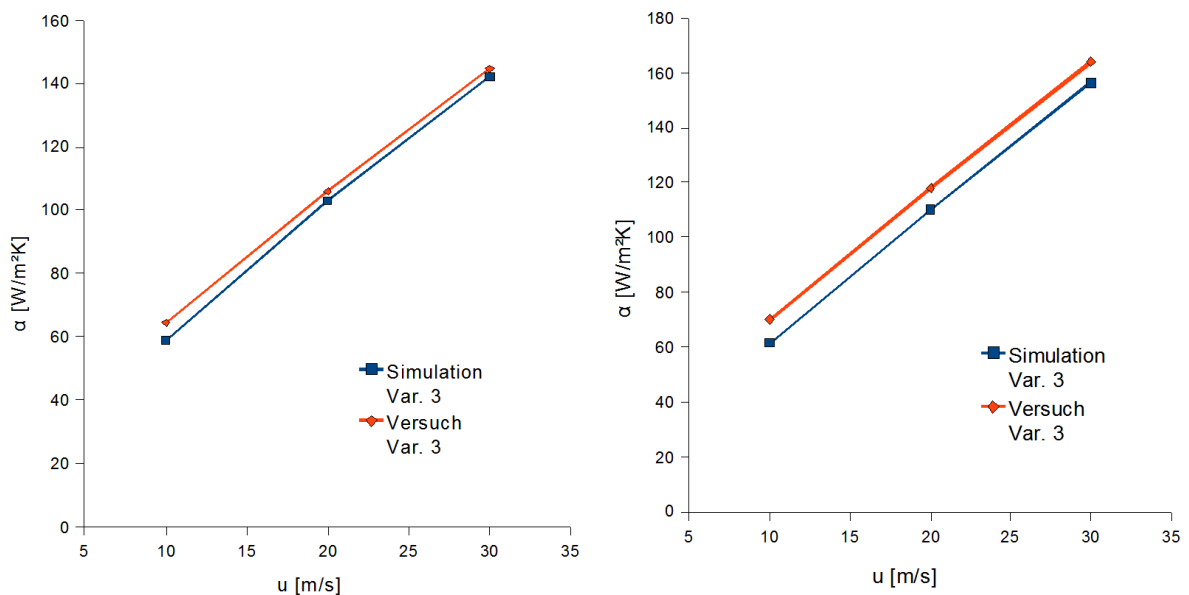
**Abbildung 4-21: lokaler Wärmestrom an der Poloberfläche 2 bei Queranströmung; Pfeil zeigt die Strömungsrichtung**

### 4.6.1.3 Polgeometrie 3

In Abbildung 4-22 sind die Ergebnisse für die Polgeometrie 3 als Funktion der mittleren Geschwindigkeit dargestellt (blau). Als Vergleichswert sind die jeweiligen Messergebnisse in rot dargestellt.

Die Ergebnisse für die links dargestellte Längsanströmung sind sehr gut. Die Differenzen zwischen den Mess- und Simulationsergebnissen betragen maximal 7%, wobei sich für einen Wert  $u=30$  m/s ein fast identischer Wärmeübergangskoeffizient ergibt. Die Steigung der Kurve ist im Vergleich zu den Messungen größer.

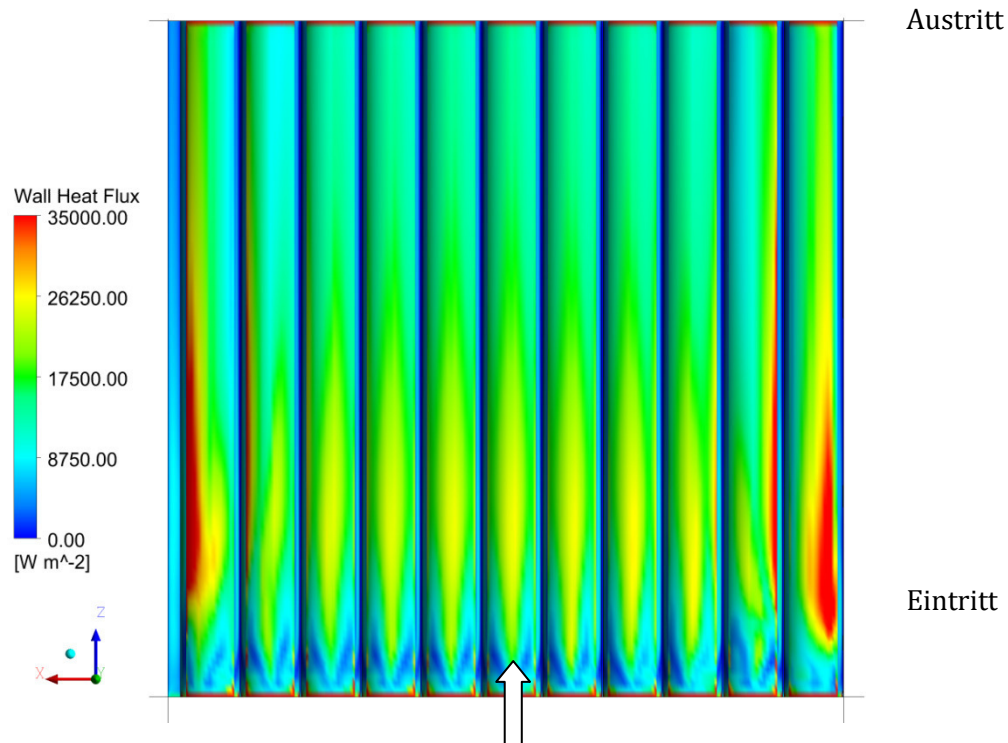
Auch für die Queranströmung wird ein gutes Ergebnis erzielt. Der Unterschied zwischen den gemessenen und berechneten Werten beträgt zwischen 5% und 10%, wobei auch die Änderung des Wärmeübergangskoeffizienten über die Geschwindigkeit sehr gut erfasst wird.



**Abbildung 4-22 Wärmeübergangskoeffizient des Kreisprofils (Geometrie 3) bei Längsanströmung (links) und Queranströmung (rechts)**

### Längsanströmung

Die folgende Abbildung 4-23 zeigt den lokalen Wärmestrom an der Oberfläche des Polmodelles 2 bei Längsanströmung. Das Polmodell wird dabei von oben betrachtet, die Strömungsrichtung ist durch einen schwarzen Pfeil angedeutet. Am Beginn des Polmodelles stellt sich an der Kante ein Bereich mit höherem lokalem Wärmestrom ein, der direkt gefolgt wird von einem Gebiet mit relativ niedrigem Wärmestrom, was auf lokale Ablösungen schließen lässt. Man sieht, dass sich an den Seiten des Polmodelles ein Gebiet mit sehr hohen lokalen Wärmeströmen einstellt. Der Grund für diese hohen Wärmeströme ist in Abbildung 4-25 ersichtlich.



**Abbildung 4-23: Wärmestrom an der Poloberfläche 3 bei Längsanströmung**

In Abbildung 4-25 ist die Geschwindigkeit in einer Ebene mit  $y = 31 \text{ mm}$  dargestellt. Das bedeutet die Ebene befindet sich  $1 \text{ mm}$  über der Oberfläche des Polmodelles. Zur besseren Orientierung sind in der Darstellung die Umrisse des Polmodells ebenfalls dargestellt. Man erkennt, dass sich direkt am Beginn des Polmodelles sehr hohe Geschwindigkeiten einstellen, was sich aus der Kontraktion des Strömungsquerschnittes erklären lässt (A). Gefolgt werden diese Gebiete von lokal sehr niedrigen Geschwindigkeiten (B). An diesen Positionen kann die Strömung der Geometrie nicht folgen und es kommt zu Ablösungen. Man sieht, dass sich diese Wirbel in erster Linie in den Vertiefungen zwischen den runden Poloberflächenmodellen einstellen, nicht jedoch an den höchsten Punkten des Polmodelles, da diese Punkte vom Fluid umströmt werden und sich so nur sehr kleine Wirbel ausbilden.

Erkennbar ist auch, dass an den Seiten der Geometrie das Fluid mit relativ hoher Geschwindigkeit aus den Verbreiterungen des Kanals in den beheizten Bereich einströmt (C). Grund dafür ist ein geringerer Druck im Zentrum des Polmodelles in dem sich auch die Ablösewirbel ausbilden. In diesen Bereichen treten auch die oben gezeigten hohen lokalen Wärmeströme auf.

Die folgende Abbildung 4-24 zeigt die Strömung in den oben angesprochenen Ebenen. Dargestellt ist im Bild oben die Strömung an der höchsten Position einer Rippe (hier in der Ebene  $z = 82 \text{ mm}$ , oben) und unten an einer Position zwischen zwei Rippen ( $z = 55 \text{ mm}$ , unten). Man erkennt wie sich für die beiden Positionen sehr unterschiedliche Wirbel einstellen. Während sich an der höchsten Position nur ein Wirbel mit geringer Ausdehnung einstellt (A), sieht man im Bild unten einen sehr großen Wirbel, der sich sehr weit in das Polmodell hinein ausbreitet (B). Bei einer Strömung mit einer Geschwindigkeit in der Referenzebene von  $u = 30 \text{ m/s}$  zeigen sich bis zu einer Position von 30% der Länge des Polmodelles noch Rückströmungen. Anzumerken ist hierbei dass sich das sich an der Vorderkante der Vertiefungen



zwischen zwei Rippen ein zweiter Wirbel einstellt der sich gegensinnig zu dem größeren Oben bereits beschriebenen Wirbel dreht (C).

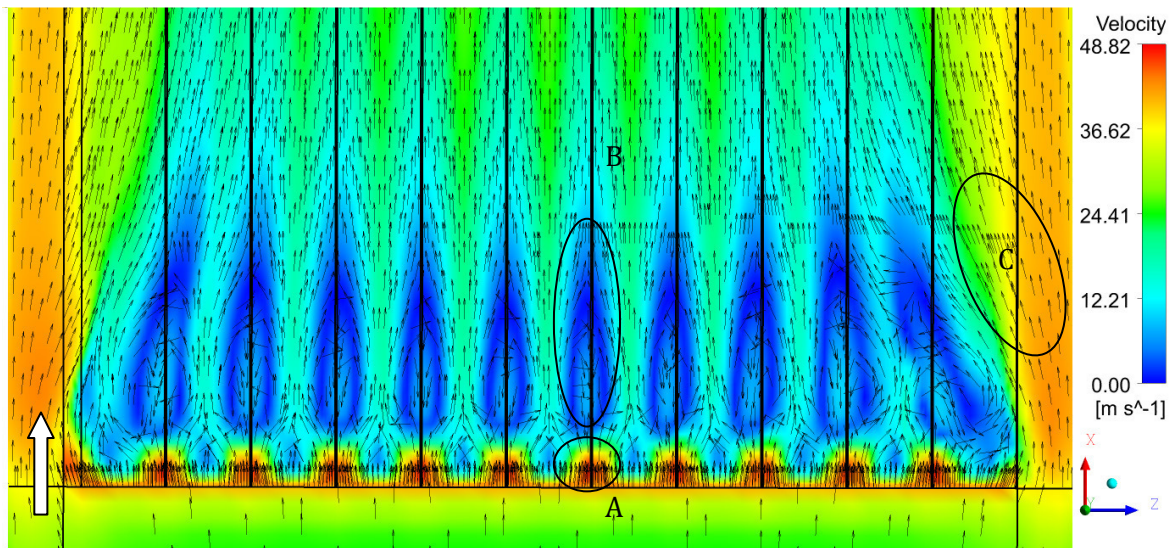


Abbildung 4-25: Strömungsgeschwindigkeiten über dem Polmodell 3 bei Längsanströmung.

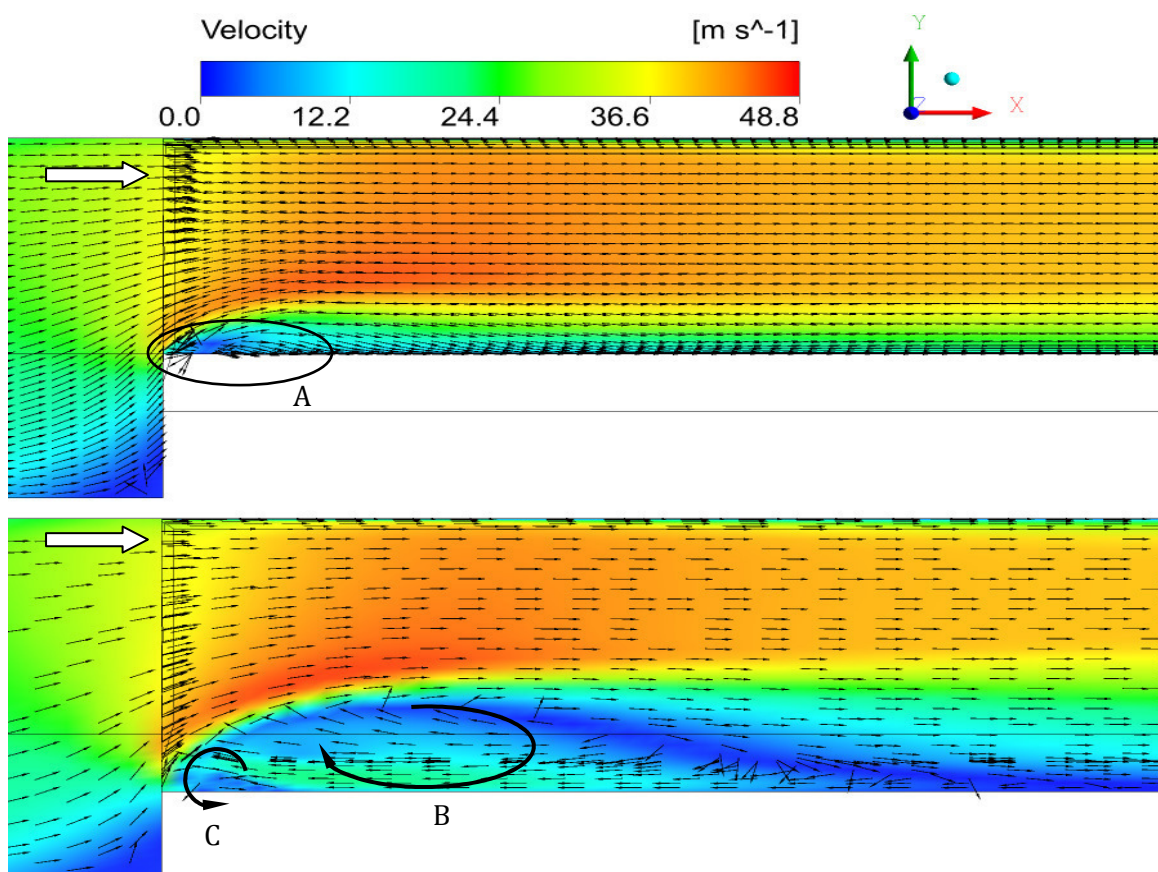
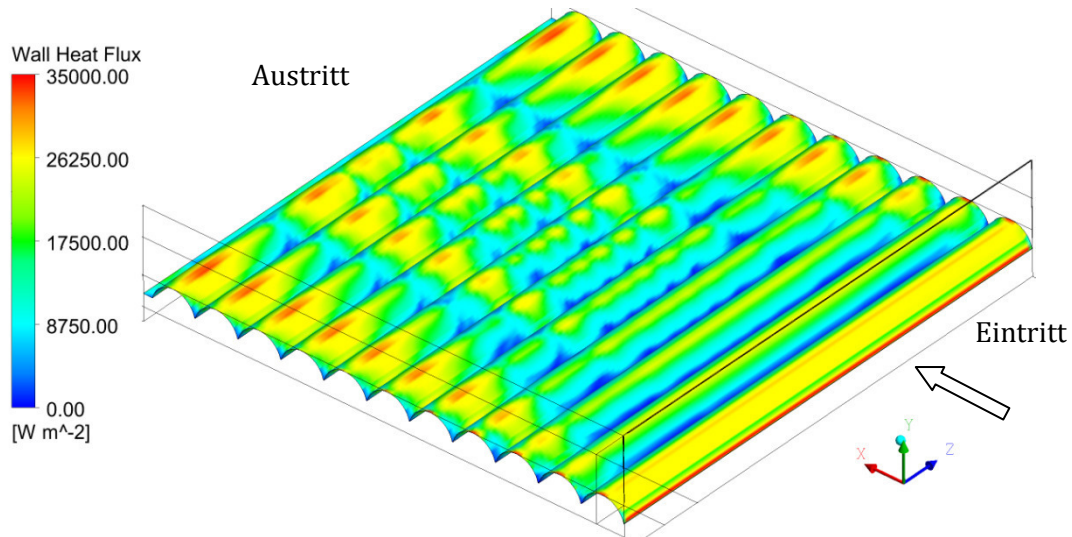


Abbildung 4-24: Geschwindigkeitsfeld mit Vektoren in zwei Ebenen des Polmodelles 3 bei Queranströmung;  $z = 55\text{mm}$  (unten) und  $z = 82\text{mm}$  (oben)

### Queranströmung

Für den Fall der Queranströmung der Geometrie stellt sich ein Wärmeström an der Oberfläche ein wie er in Abbildung 4-26 dargestellt ist. Die Strömungsrichtung ist dabei mit einem Pfeil

symbolisiert. An der ersten Rippe des Polmodelles stellt sich aufgrund der Beschleunigung des Mediums und der hohen wandnahen Geschwindigkeiten ein höherer Wärmestrom ein. Es zeigt sich, dass sich an den Oberseiten der runden Poloberflächen generell ein höherer Wärmestrom einstellt, während die Vertiefungen zwischen den hervorragenden Elementen geringere lokale Wärmeströme aufweisen. Austritt



**Abbildung 4-26: lokaler Wärmestrom am Polmodell 3 bei Queranströmung**

Betrachtet man die Geschwindigkeiten die sich im Polmodell ergeben, so erkennt man, dass sich sehr große lokale Unterschiede ergeben, was in Abbildung 4-27 dargestellt ist. Die Abbildung zeigt die lokalen Geschwindigkeiten in einer Ebene mit  $y = 31 \text{ mm}$ , d.h.  $1 \text{ mm}$  über der beheizten Poloberfläche, wobei die darunterliegenden Kanten des Polmodelles zwecks Übersichtlichkeit hervorgehoben wurden. Dargestellt ist die Geometrie ab dem Beginn des Polmodelles, die Strömung bewegt sich dabei von rechts nach links. Man sieht, dass speziell nach dem Polmodell (A), aber auch bereits über dem Modell (B), Zonen mit sehr niedrigen Geschwindigkeiten auftreten. Zudem zeigen sich beim überströmen der Rippen des Polmodells Gebiete mit höheren Geschwindigkeiten ein (C).

In der nachfolgenden Abbildung 4-28 ist die Geschwindigkeit in einer Ebene nach der achten Rippe ( $x = 80 \text{ mm}$ ) mit in die Ebene projizierten Geschwindigkeitsvektoren dargestellt. Die Darstellung umfasst lediglich die Hälfte des Querschnittes bis zu der Symmetrieebene. Den Vektoren wurden eine einheitliche Länge zugewiesen. Es zeigt sich, dass sich in Wandnähe drei deutlich erkennbare Wirbel ausgebildet haben, welche mit den Zonen niedriger Geschwindigkeit assoziiert werden können. Einer dieser Wirbel befindet sich nahe der Wand im Übergangsbereich zum verbreiterten Kanal und ergibt sich aus der Interaktion zwischen eben diesem und der Vertiefung zwischen den Rippen (E). Die in der Mitte entstehenden Wirbel (A-D) bilden sich aus anderen Interaktionen des Mediums mit der Oberfläche und vergrößern sich über dem Polmodell, um durch die anschließende Expansion nach dem Polmodell auf die in Abbildung 4-27 dargestellten Gebiete mit niedrigen Geschwindigkeiten zu führen. Des weiteren ist erkennbar das sich ein Wirbel am Rande des Polmodelles einstellt (F), der Fluid aus dem verbreiterten Kanal zum Polmodell hin transportiert.

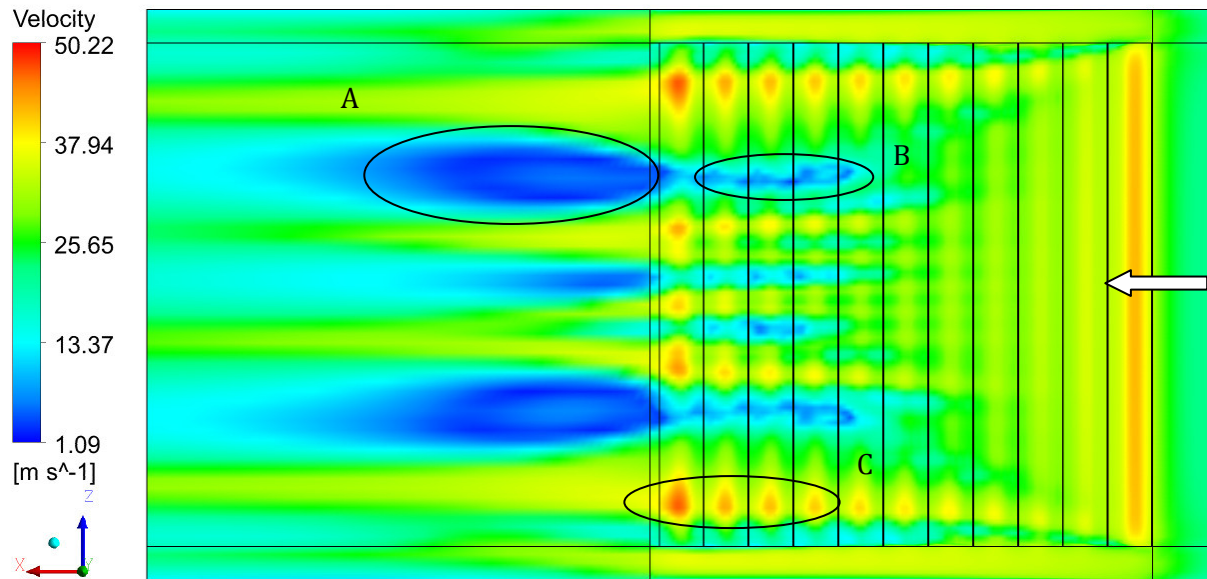


Abbildung 4-27: Geschwindigkeiten im Polmodell 3 in einer Ebene  $y=31\text{mm}$

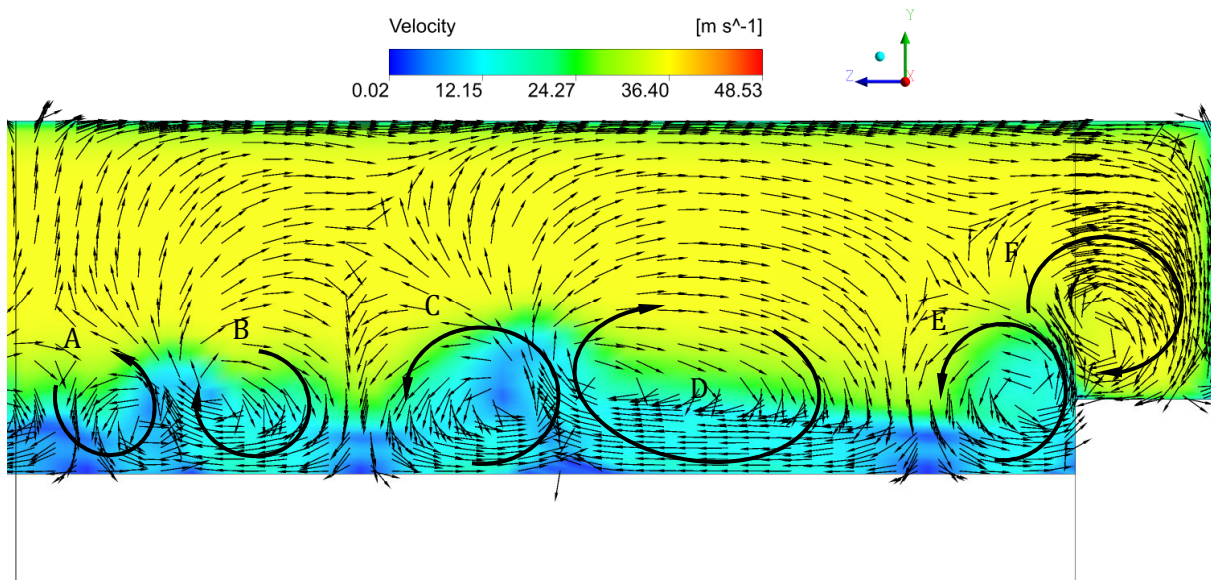


Abbildung 4-28: Geschwindigkeitsvektoren in einer Ebene mit  $x = 80\text{mm}$ , projizierte Vektoren mit einheitlicher Länge

Ein analoges Bild ergibt sich für das Temperaturfeld. Die folgende Abbildung 4-29 zeigt oben die zu Abbildung 4-27 gehörende Temperaturverteilung. Man erkennt, dass sich besonders an den Positionen mit niedrigen Geschwindigkeiten über dem Polmodell hohe Temperaturen einstellen (A), während sich in Gebieten höherer Geschwindigkeiten geringere Temperaturen einstellen (B). In Abbildung 4-29 ist unten die Temperaturverteilung des Mediums beim Verlassen des Polmodelles dargestellt ( $x = 112\text{mm}$ ). Man erkennt die Verteilung der Temperatur des Mediums, die sich mit den Wirbeln in den jeweiligen Punkten assoziieren lässt. Gebiete mit hohen Temperaturen befinden sich in den oben gezeigten Wirbeln und bewegen sich nur mit geringen Geschwindigkeiten ( $\rho$ ), während in Zonen niedriger Temperatur hohe Geschwindigkeiten herrschen.

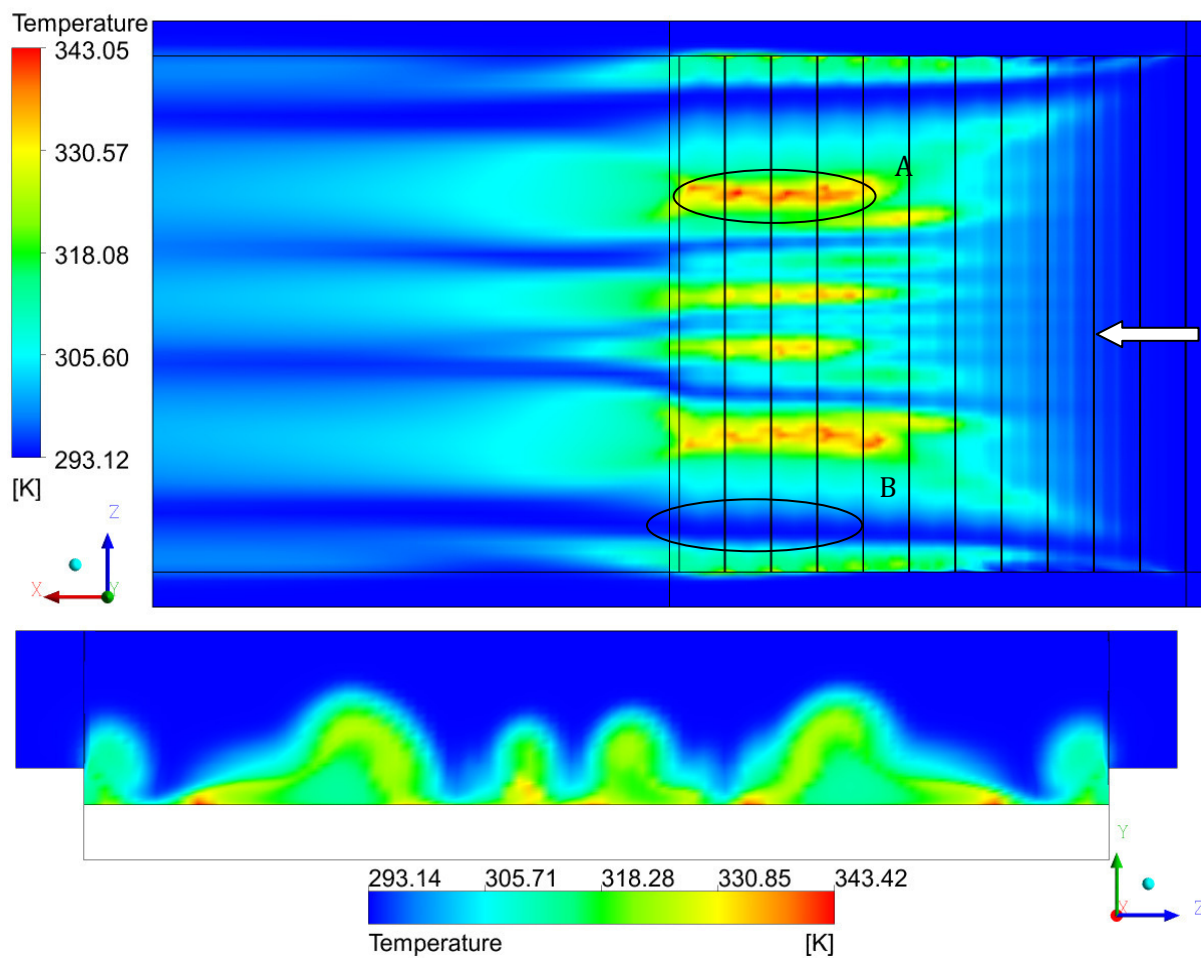


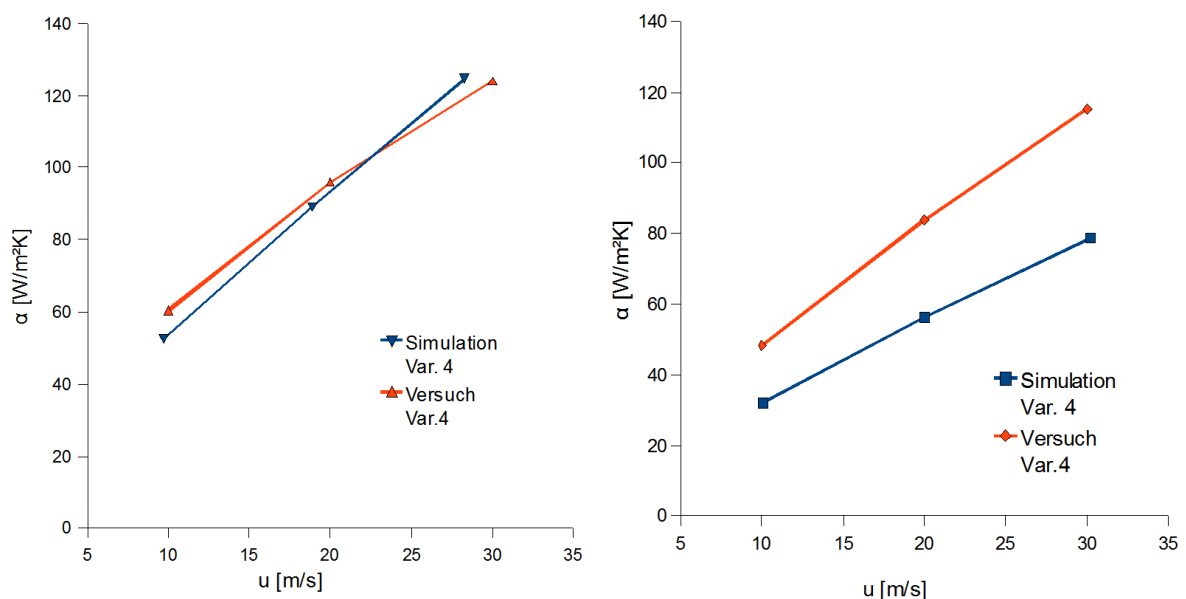
Abbildung 4-29: Temperaturverteilung im Polmodell: Oben in einer horizontalen Ebene mit  $y=31\text{mm}$ , unten in einer Ebene mit  $x=112\text{mm}$  beim Verlassen der beheizten Oberfläche

#### 4.6.1.4 Polgeometrie 4

Die folgende Abbildung 4-30 zeigt die Ergebnisse der errechneten Wärmeübergangszahl  $\alpha$  als Funktion der Strömungsgeschwindigkeit für die Polvariante 4. Im linken Bild sind die Ergebnisse für die Längsanströmung dargestellt im rechten Bild für die Queranströmung. Dargestellt sind die berechneten Ergebnisse in rot, die aus Messung erhaltenen Werte in blau.

Eine besonders gute Übereinstimmung der Simulationen mit den Versuchen ergibt sich für die Längsanströmung. Hierbei ist die Differenz zwischen den gemessenen und berechneten Werten des Wärmeübergangskoeffizienten für den simulierten Bereich im Schnitt kleiner als 5%. Die Steigung der aus den simulierten Werten entstehenden Kurve ist jedoch ein wenig größer als die der gemessenen Kurve.

Im Gegensatz zu den guten Ergebnissen die für Längsströmungen erhalten wurden, ergibt sich bereits bei der Queranströmung eine sehr große Abweichung der Simulationsergebnisse von den Messwerten. Die Abweichung beträgt hier rund 35%. Auch der Gradient der Kurve ist nicht mit dem der Messkurve ident. Für größere Geschwindigkeiten weichen die beiden Ergebnisse immer weiter voneinander ab.

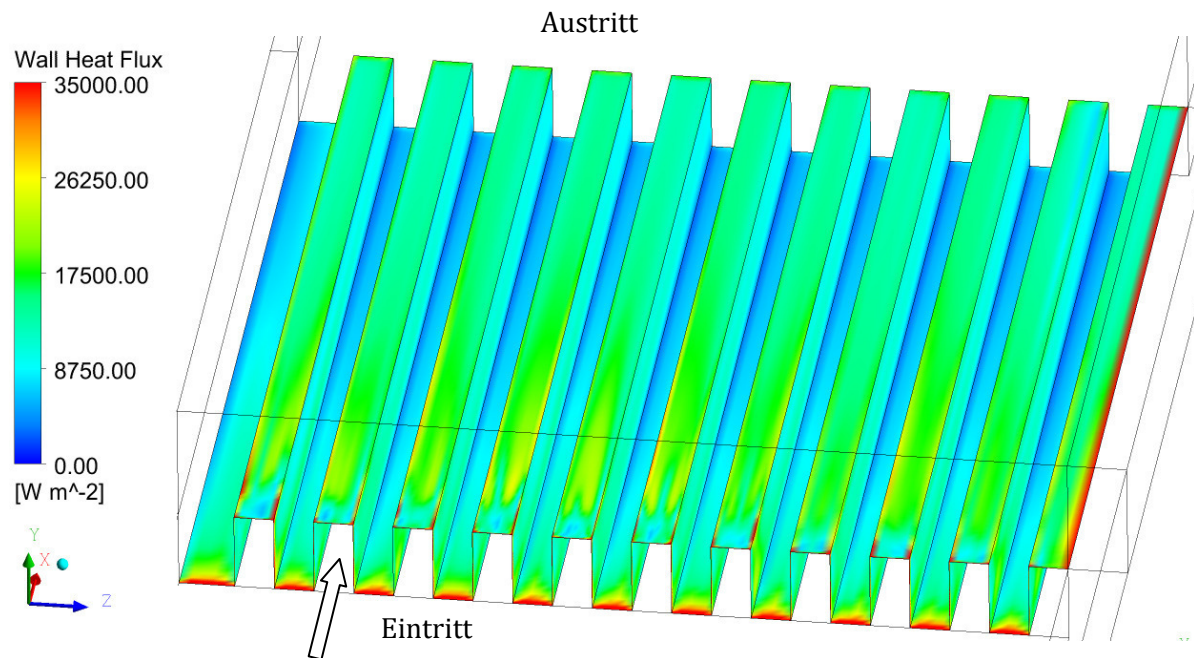


**Abbildung 4-30 Wärmeübergangskoeffizient der Rechteckprofile (4) links längsangeströmt, rechts querangeströmt**

#### Längsanströmung

Die folgende Abbildung 4-31 zeigt den lokalen Wärmestrom an der beheizten Poloberfläche für das Polmodell bei Queranströmung. Analog zum Polmodell 1 stellen sich zum Einen besonders hohe Wärmeströme an der Vorderkante des Polmodelles ein. Durch die Kontraktion des Querschnittes treten dort lokal sehr hohe Geschwindigkeiten auf, was zu einem höheren lokalen Wärmestrom führt. Zum Anderen treten auch hier die bereits beim Polmodell 1 gezeigten Strömungen aus dem verbreiteten Kanal in das beheizte Polmodell auf, sodass sich in diesen Bereichen (im Bild unten rechts dargestellt) höhere Wärmeströme ergeben. An den Oberseiten

der Rippen stellt sich zu Beginn ein Gebiet mit geringerem Wärmestrom ein, was auf einen Wirbel schließen lässt.



**Abbildung 4-31: Lokaler Wärmestrom der Poloberfläche 4 bei Längsanströmung; Pfeil zeigt die Strömungsrichtung**

Die sich einstellende Strömung unterscheidet sich lediglich dadurch, dass sich durch die Anzahl an Rippen keine Symmetrie mehr ergibt. Die nachfolgende Abbildung 4-32 zeigt oben die Strömungsgeschwindigkeiten in einer Ebene parallel zur Hauptströmungsrichtung mit  $y = 5 \text{ mm}$ , d.h. auf halber Höhe der Rippen. Man erkennt, dass zum Einen das sich aufgrund der Kontraktion des Strömungsquerschnittes in den Gebieten zwischen den Rippen lokal sehr hohe Geschwindigkeiten einstellen, zum Anderen sieht man die Staupunkte die sich vor den Rippen ausbilden (A). Zudem erkennt man an der im Bild ganz unten dargestellten Rippe einen sehr ausgeprägten Wirbel, der durch ein großes Gebiet mit niedrigen Geschwindigkeiten gekennzeichnet ist (C). Des Weiteren sind am Ende der Polmodelle sehr deutlich Gebiete geringer Geschwindigkeit erkennbar. In diesen Gebieten bilden sich nach die Nachläufe der Rippen aus, da die Strömung der Geometrie nicht folgen kann (B). Am Rand des Polmodells bildet sich ein solches Nachlaufgebiet lediglich an

Abbildung 4-32 zeigt unten die Sekundärströmungen in einem Ausschnitt des Polmodelles. Dargestellt ist für eine Ebene  $x = 40 \text{ mm}$  die Geschwindigkeit, sowie die Projektion der Strömungsvektoren in die Ebene, die zwecks besserer Darstellbarkeit auf dieselbe Länge gebracht wurden. Zu erkennen ist einerseits eine Strömung die aus dem verbreiterten Seitenkanal in Richtung des beheizten Polmodelles gerichtet ist (A). Diese bewirkt die bereits angesprochenen hohen Wärmeströme am Rand des Polmodells. Es bilden sich in den Kavitäten zwischen zwei Rippen zwei gegensinnig drehende Wirbel aus (B und C). Dabei strömt das Medium an der Rippenoberfläche nach unten und in der Mitte der Rippen wieder nach oben, wo es die Oberkante der Rippe umströmt und dort einen Wirbel ausbildet (D und E). Dabei wird die Strömung in der ersten Kavität neben dem Seitenkanal durch die Strömung aus diesem (Wirbel A) beeinflusst, sodass sich die speziell der Wirbel G (verglichen mit dem Wirbel C) auf die

Vertiefung zwischen den Rippen beschränkt wird und lediglich der Wirbel F aus der Vertiefung ausströmen kann.

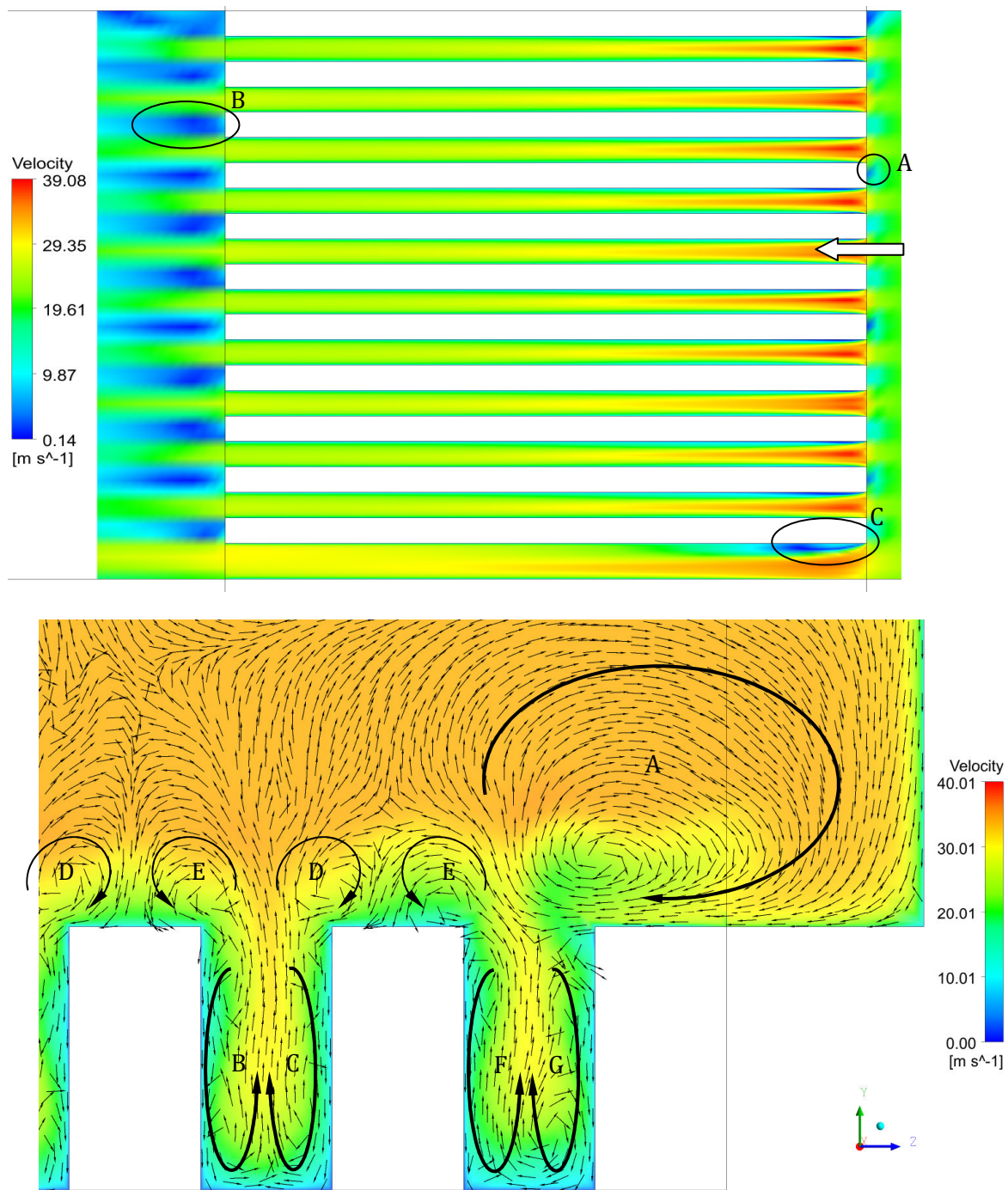
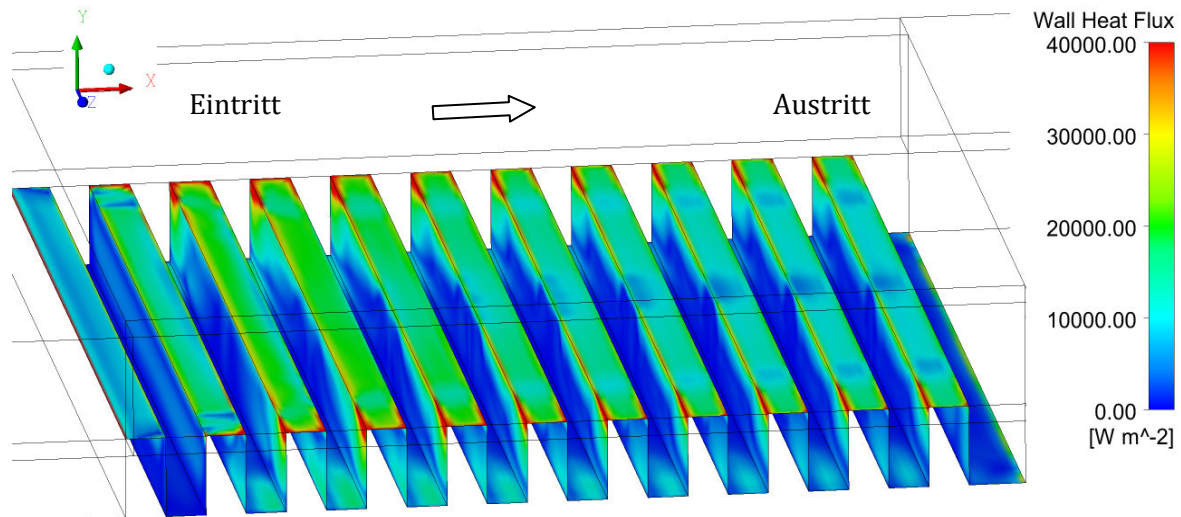


Abbildung 4-32: Geschwindigkeitsfeld in einer horizontalen Ebene  $y = 5\text{ mm}$  im Polmodell 4 (oben) sowie Sekundärströmungen in einer Ebene  $x = 40\text{ mm}$  (unten)

## Queranströmung

Im Falle der Queranströmung ergibt sich an der Oberfläche ein Wärmestrom wie er in Abbildung 4-33 dargestellt ist. Die Hauptströmung bewegt sich dabei von links nach rechts. Es stellt sich an den Deckflächen der Rippen ein hoher Wärmestrom ein der besonders an den Seiten des Modelles sehr ausgeprägt ist. Zudem erkennt man, dass sich an den Kanten der Rippen über die gesamte Breite des Modelles ein merklich höherer Wärmestrom einstellt. Der Wärmestrom in den Kavitäten des Polmodelles ist hingegen sehr gering. Man erkennt, dass lediglich in den seitlichen Bereichen der Kavitäten des Polmodelles merklich höhere Wärmeströme auftreten.



**Abbildung 4-33: Wärmestrom an der Oberfläche der Polgeometrie 4 bei Queranströmung; Pfeil zeigt die Strömungsrichtung**

Betrachtet man nun die Geschwindigkeiten im Polmodell erkennt man, dass sich über den ersten 3-4 Polrippen ein Gebiet mit einer weit ausgedehnten Ablösezone einstellt. In Abbildung 4-34 ist die Geschwindigkeit über dem Polmodell dargestellt. Das Bild zeigt eine Ebene, die parallel zur Strömungsrichtung in einer Ebene  $y = 11 \text{ mm}$ , d.h.  $1 \text{ mm}$  über der Poloberfläche liegt. Zur besseren Übersicht ist die Geometrie der darunterliegenden Poloberfläche ebenfalls eingezeichnet. Man erkennt sehr deutlich, dass sich über den ersten 3-4 Rippen ein Gebiet mit sehr niedrigen Geschwindigkeiten einstellt. Deutlich erkennbar an den eingezeichneten Vektoren ist das sich über den Polen gegen die Hauptströmung bewegende Fluid. Zudem ist erkennbar, dass sich in den Verbreiterungen des Versuchskanals sehr hohe Geschwindigkeiten einstellen (A). Aufgrund des sich in den Wirbeln einstellenden sehr geringen Druckes strömt das Medium mit hoher Geschwindigkeit aus diesen Seitenräumen über das Polmodell (B) und trifft dort auf die Poloberfläche auf. Dies führt zu den Zonen mit hohen Wärmeströmen an den Seiten des Polmodelles wie sie im Bild oben gezeigt wurden.



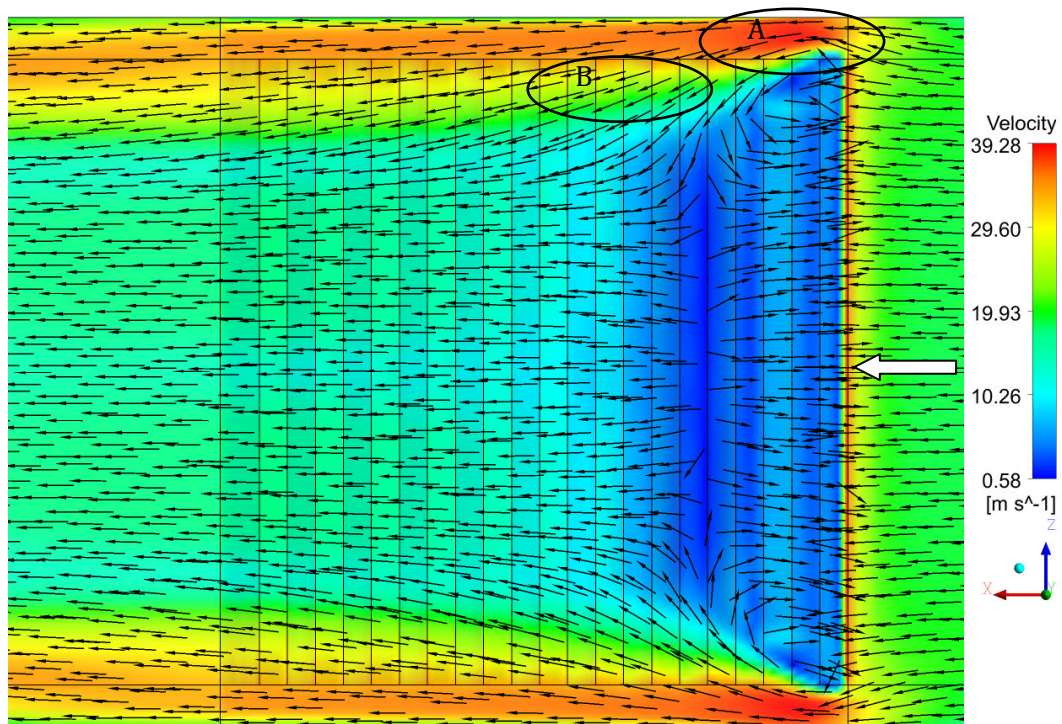


Abbildung 4-34: Geschwindigkeiten im Polmodell 4 in einer Ebene  $y=31\text{mm}$  bei Queranströmung

Die unten folgende Abbildung 4-35 zeigt die Geschwindigkeit im Polmodell in einer Ebene  $z = 10\text{ mm}$ . Dargestellt sind dazu die in die Ebene projizierten Geschwindigkeitsvektoren. Man erkennt, dass sich durch die Kontraktion des Querschnittes die Geschwindigkeit beim Eintritt in das Polmodell sehr stark erhöht. Des Weiteren sieht man sehr deutlich wie sich in den Kavitäten des Polmodelles Wirbel ausbilden, wie sie im Bild hervorgehoben sind. Es zeigt sich, dass derartig ausgeprägte Wirbel nur am Rande des Polmodelles auftreten, in der Mitte jedoch nicht, sodass der Energietransport am Rand der Kavitäten besser ist als in der Mitte des Polmodelles. Zudem zeigt sich im Bild unten, dass die Strömung im Gegensatz zur Polmitte sich in dieser Ebene des Polmodelles aufgrund des Einflusses der Strömung aus dem verbreiterten Teil des Kanals bereits teilweise über der zweiten Rippe wieder an die Oberfläche anlegt (A). Detaillierte Bilder der Geschwindigkeitsvektoren in den Kavitäten sind in Kapitel 4.6.4 zu finden.

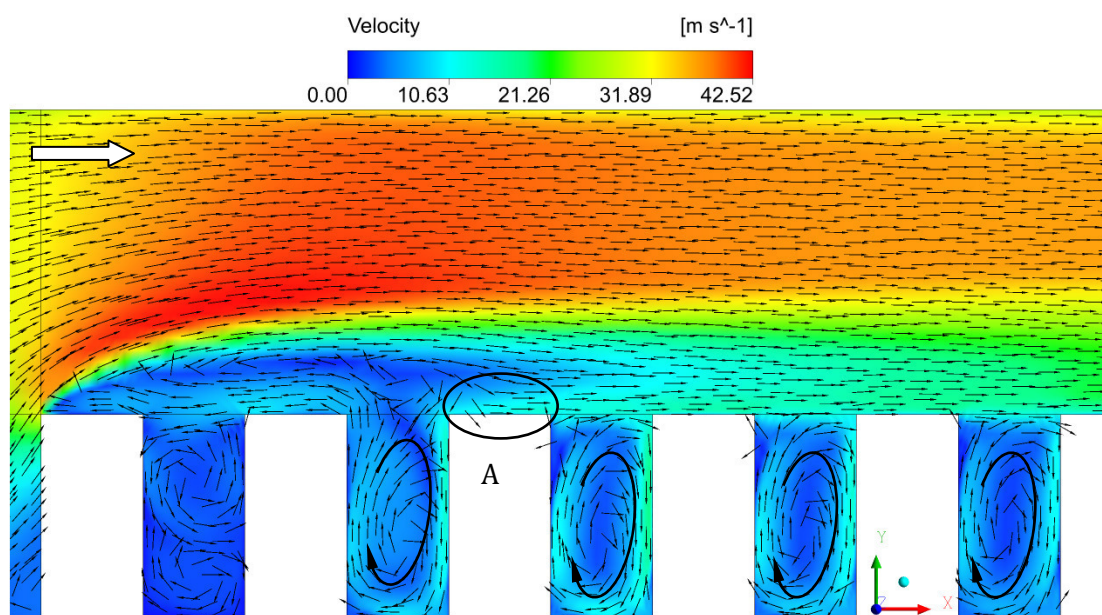
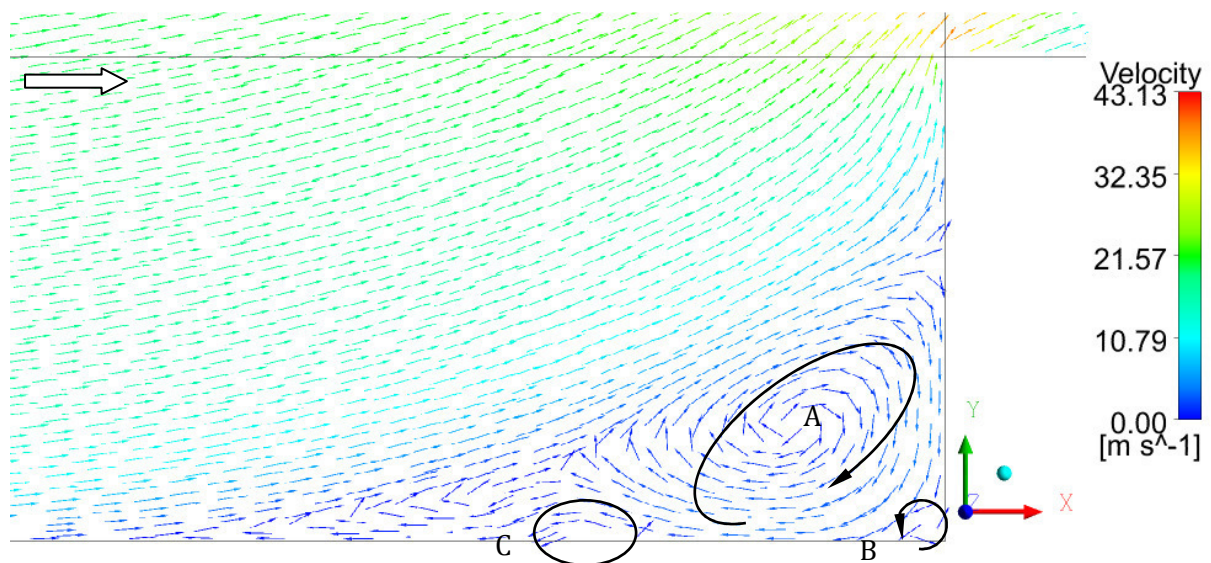


Abbildung 4-35: Geschwindigkeitsfeld mit projizierten Vektoren in einer Ebene mit  $z=10\text{mm}$

Betrachtet man die Zuströmung zum Polmodell erkennt man das sich an der Stirnfläche des Polmodelles ebenfalls mehrere Wirbel ausbilden. Die Zuströmung aus dem Kanal ist dabei eine vollentwickelte Rohrströmung. Aufgrund des Umlenkens der Strömung bilden sich dabei am Fuß der ersten Rippe mehrere Wirbel aus wie sie in der Folgenden Abbildung 4-36 gezeigt werden. Deutlich erkennbar sind zwei Eckenwirbel die sich am Fuß der Rippe ausbilden (A und B). Zudem zeigt sich das sich im Bereich C ein weiterer gegen den Uhrzeigersinn drehender Wirbel ausbildet, der jedoch im Bild aufgrund der Netzauflösung nicht deutlich dargestellt wird. Eine Strömung dieser Art stellt sich vor den Rippen bei Queranströmung auch für die Modelle 1 und 5 ein.



**Abbildung 4-36: Wirbel vor der ersten Rippe der Poloberfläche 4 bei Queranströmung**

In der folgenden Abbildung 4-37 ist die Sekundärströmung in einer Ebene mit  $x = 87,5\text{mm}$  dargestellt. Es wird hier lediglich die Ebene bis zur Symmetrieebene des Modells dargestellt. Das Bild zeigt neben der lokalen Geschwindigkeit die in die Ebene projizierten Vektoren. Man erkennt zum Einen, dass sich im oberen Bereich des Kontrollvolumens ausgehend von der Symmetrieebene eine Sekundärströmung nach außen einstellt und dass diese Fluid aus dem verbreiterten Kanal nach innen strömen lässt (A). Im Inneren der Kavitäten stellt sich in Bodennähe eine deutliche Strömung in Richtung der Symmetrieebene des Modelles ein, während sich in der oberen Hälfte eine Strömung in Richtung des Randes des Polmodells einstellt. Erkennbar ist das sich in der Nähe der Symmetrieebene die Strömungsrichtung umkehrt (C). Hier ist anzumerken, dass sich am Rand des Polmodelles (zwischen B und D/E) Wirbel ausbilden wie sie in Abbildung 4-35 zu sehen sind, während sich in der Mitte des Polmodells (zwischen B und C) eine Strömung normal zu der unten gezeigten Ebene einstellt, die sich wie in der später gezeigten Abbildung 4-75 (links) verhält. Am im Bild rechten Rand des Polmodelles stellen sich zwei Wirbel ein (D und E) die die das Medium nach oben bzw. unten Umlenken.

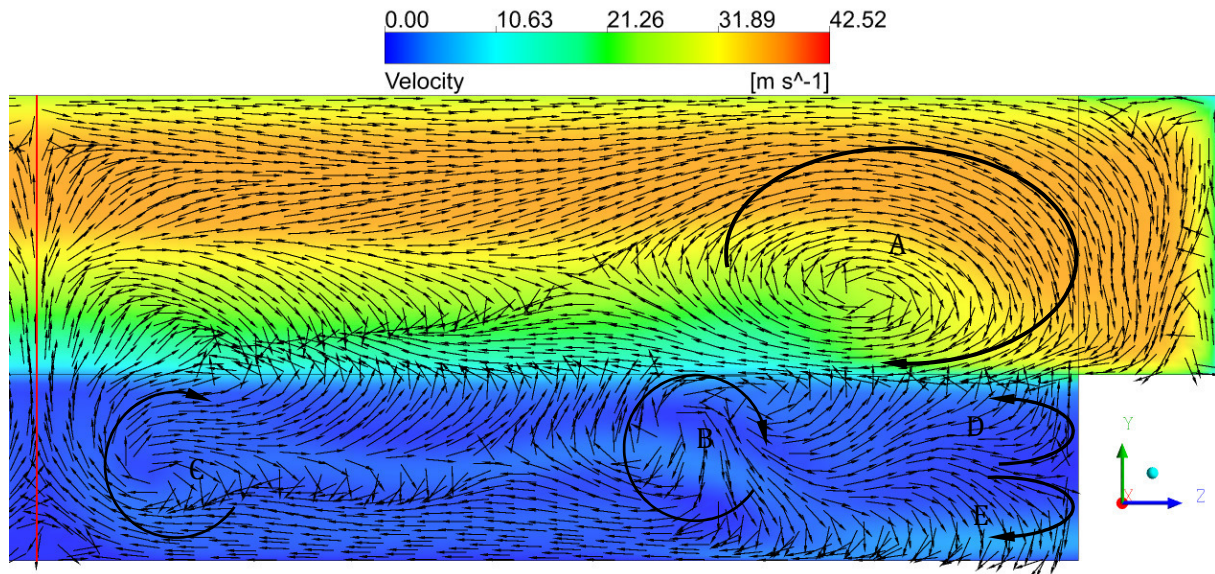


Abbildung 4-37: Geschwindigkeit und projizierte Vektoren in einer Ebene  $x = 87,5\text{mm}$  für das halbe Polmodell, Symmetrieebene in rot

#### 4.6.1.5 Polgeometrie 5

In Abbildung 4-38 ist der errechnete Wärmeübergangskoeffizient für die ebene Oberfläche (Geometrie 5) bei den drei berechneten Geschwindigkeiten dargestellt (blau gezeichnet). Hier wurde lediglich eine Strömungsrichtung berechnet. Diese zeigt eine generell sehr gute Übereinstimmung mit dem Versuch, dessen Ergebnisse in rot dargestellt sind. Die Werte unterscheiden sich im Schnitt um 5-7% von den aus den Versuchen erhaltenen Werten. Der Verlauf der erhaltenen Kurve ist großteils parallel mit der Kurve aus den Messungen. Auf die Simulation einer 2. Strömungsrichtung wurde hier verzichtet.

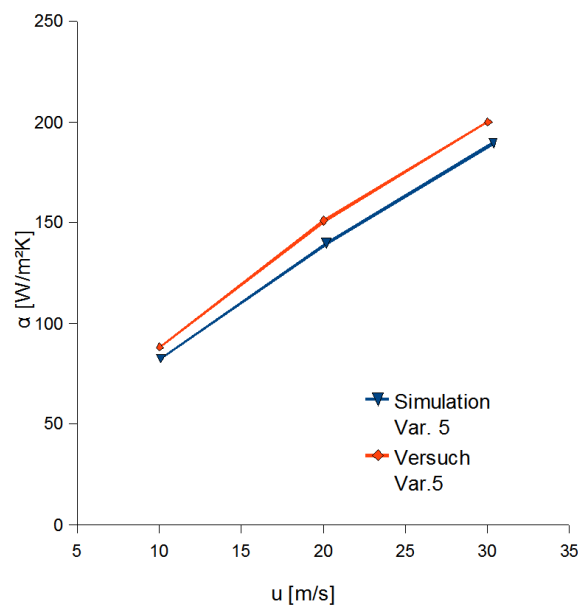
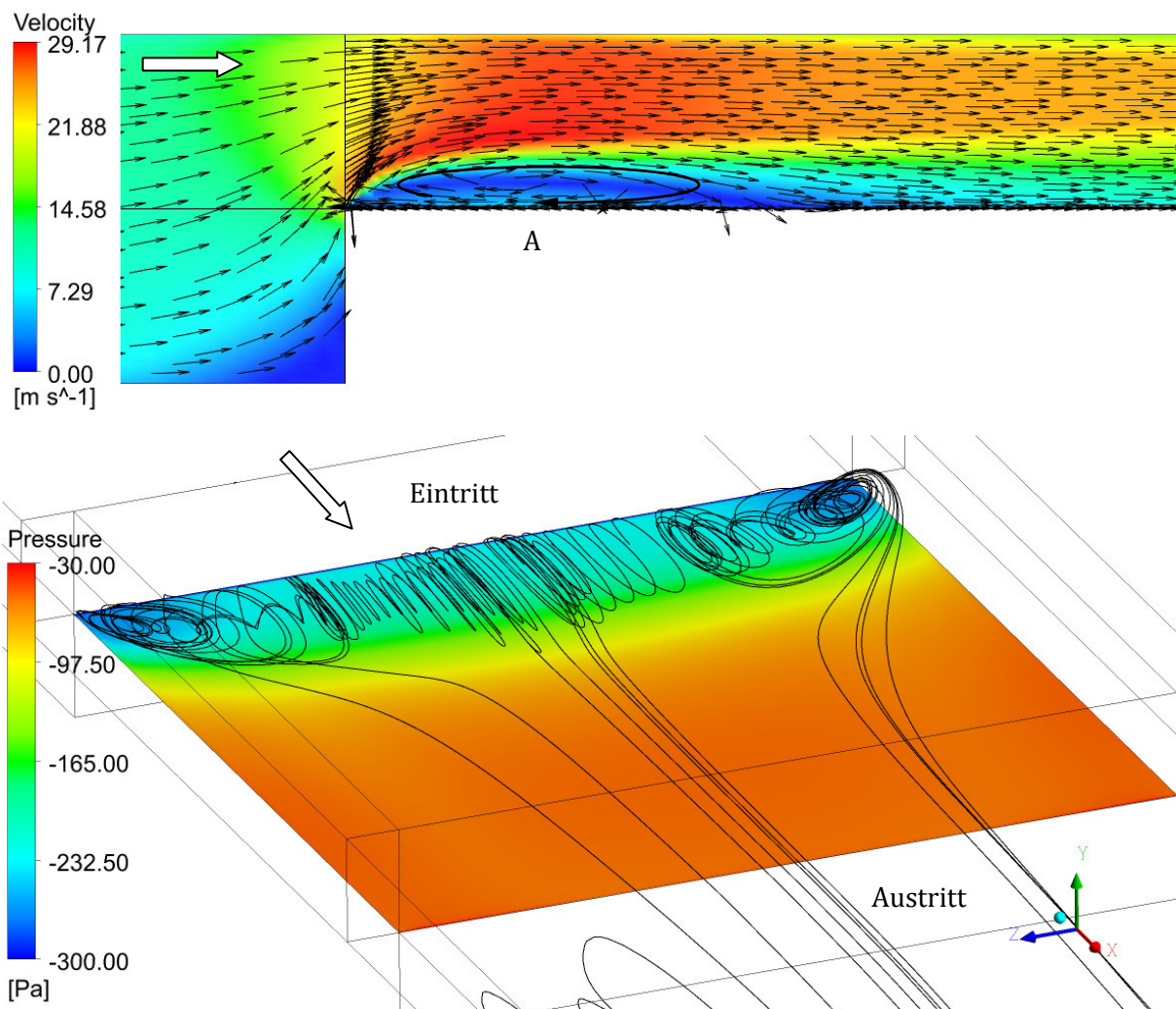


Abbildung 4-38: Wärmeübergangskoeffizient des ebenen Profils (5)

Im Folgenden wird kurz auf die sich im Modell einstellende Strömung eingegangen. Die nachfolgende Abbildung 4-39 zeigt oben die sich im Symmetriequerschnitt der Ebene einstellende Strömung. Dargestellt sind die Strömungsvektoren in schwarz, sowie farblich im Hintergrund die Strömungsgeschwindigkeit. Wie bei einer „Forward Facing Step“ zu erwarten, stellt sich am Beginn der Poloberfläche durch die Kontraktion des Querschnittes ein Wirbel ein (A). Die Länge dieses Wirbels ist von der Geschwindigkeit und der Position am Polmodell abhängig. Zu erkennen sind zudem die Beschleunigung der Strömung sowie die lokale maximale Geschwindigkeit von  $29,17 \text{ m/s}$  die sich einstellt. In Abbildung 4-39 sind unten einige der Stromlinien im Ablösewirbel an der Vorderkante sowie in den seitlichen Verbreiterungen des Kanals dargestellt. Man erkennt, dass sich an der Vorderkante ein geringerer statischer Druck ergibt, was eben zu dieser Wirbelbildung an der Vorderkante führt. Außerdem ist zu erkennen, dass sich aus dem verbreiterten Kanal Stromlinien in die Mitte des Kanals bewegen. Dies wird durch die Erweiterung der Querschnittsfläche des Kanals am Ende des Polmodelles bewirkt, und hat direkte Auswirkungen auf die Wärmeübertragung.



**Abbildung 4-39: Geschwindigkeit in der Symmetrieebene des Polmodelles 4 (oben) sowie Stromlinien im Ablösewirbel mit statischem Druck an der Poloberfläche (unten)**

In der nachfolgenden Abbildung 4-40 ist der lokale Wärmestrom in  $\text{W}/\text{m}^2$  an der Oberfläche des Polmodelles dargestellt. Die Strömungsrichtung ist dabei die selbe wie in Abbildung 4-39. Es zeigt sich, dass sich lokale Spitzen des Wärmestromes an den seitlichen Bereichen der Poloberfläche einstellen, wobei dies bei ca. 20% des Polmodelles besonders ausgeprägt auffällt. Vergleicht man dies mit den Stromlinien in der Abbildung oben sieht man, dass an dieser Position zum Einen die Strömung die sich an der Vorderkante wieder ablöst wieder anlegt, zum Anderen strömt an dieser Position Fluid aus dem verbreiterten Kanal über die beheizte Poloberfläche. Dies tritt generell an den Seitenflächen des beheizten Modelles auf, was auch Grund für den erhöhten Wärmestrom in diesen Gebieten ist. Des Weiteren ist bei ca. 1/3 der Länge des Polmodelles ein Bereich mit erhöhtem Wärmestrom erkennbar, dieser ist im Bild gelb gezeichnet. An dieser Position legt sich die Strömung an die Oberfläche des Polmodelles an was dort zu einem erhöhten Wärmestrom führt.

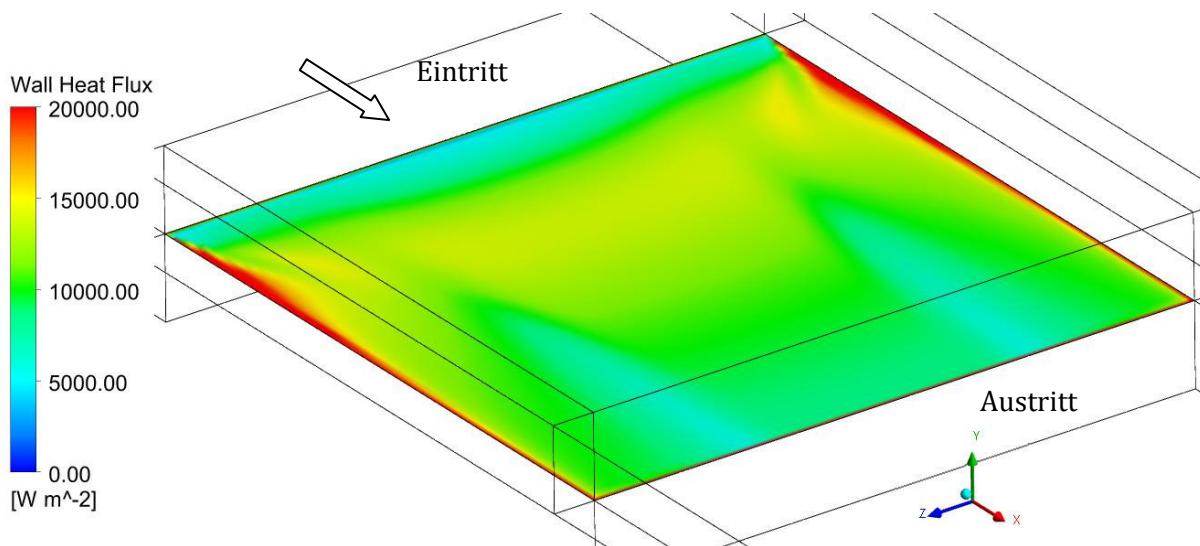
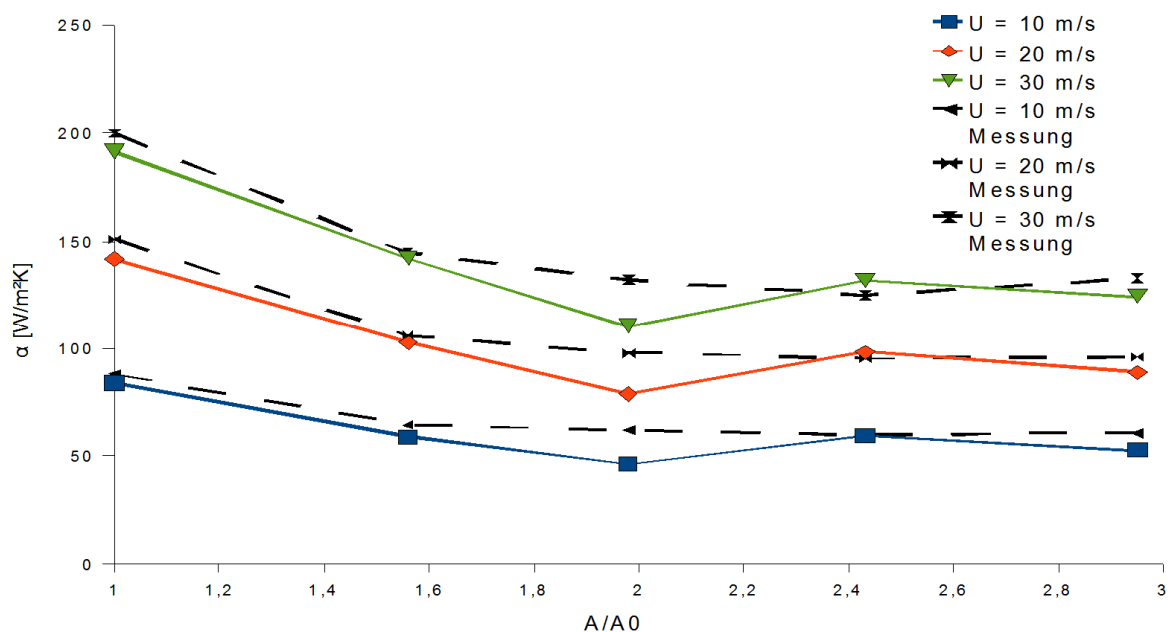


Abbildung 4-40: Lokaler Wärmestrom an der Oberfläche des Polmodelles 5

#### 4.6.1.6 Vergleich der Poloberflächen

Im Folgenden werden die zuvor berechneten Oberflächen verglichen.

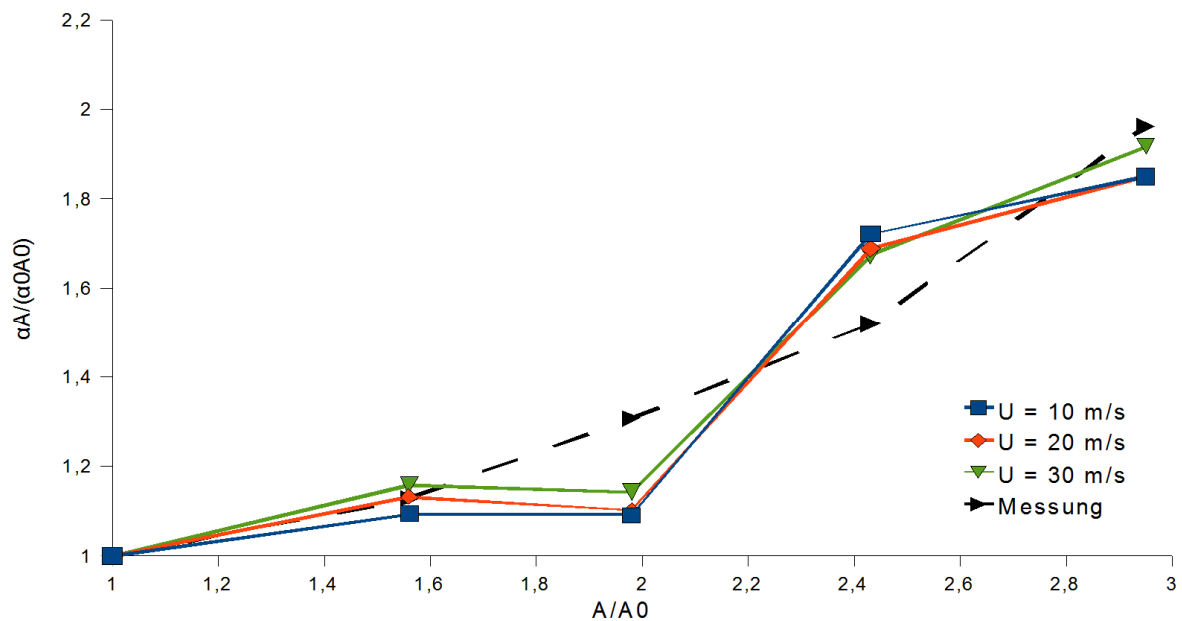
In Abbildung 4-41 ist für die Längsanströmung die Wärmeübergangszahl für die verschiedenen Geschwindigkeiten in Abhängigkeit des Rippenfaktors  $A/A_0$  aufgetragen. Man erkennt auf der einen Seite, dass die Wärmeübergangszahl klarerweise mit der Geschwindigkeit steigt. Auf der anderen Seite sieht man, dass ausgehend von vom ebenen Polmodell  $\alpha$  für einen größer werdenden Rippenfaktor abnimmt, wobei sich für die berechneten Geometrien ein Minimalwert für die Geometrie 3 ( $A/A_0 = 2$ ) ergibt und der Wärmeübergangskoeffizient anschließend wieder ansteigt. So ergeben sich für Geometrie 2 ( $A/A_0 = 1,59$ ) und Geometrie 4 ( $A/A_0 = 2,91$ ) annähernd dieselben Werte für den Wärmeübergangskoeffizienten, wobei jedoch die Oberfläche von Geometrie 4 wesentlich größer ist. Zudem erkennt man die verhältnismäßig hohen Abweichungen die sich für Geometrie 2 (Dreieck,  $A/A_0 \approx 2,91$ ) ergeben.



**Abbildung 4-41: Wärmeübergangszahl für verschiedene Profile bei drei Geschwindigkeiten bei Längsanströmung**

Maßgebend für die übertragene Wärmemenge ist neben der Temperaturdifferenz das Produkt  $\alpha \cdot A$ . Abbildung 4-42 stellt diesen Faktor bezogen auf  $\alpha \cdot A$  des ebenen Polprofils (Profil 5) dar, das heißt, dargestellt ist das Vielfache der übertragenen Wärmemenge von Profil 5 für eine gegebene Temperaturdifferenz. Man erkennt, dass wie zu erwarten mit steigendem Rippenfaktor auch die übertragene Wärmemenge ansteigt. So erreicht Profil 4 bei Längsanströmung eine fast doppelt so hohe übertragene Wärmemenge als Profil 5. Als Vergleichswert ist ein Messergebnis dargestellt. Aufgrund der identischen Kurvenverläufe der Messergebnisse für unterschiedliche Geschwindigkeiten wird lediglich ein Ergebnis gezeichnet. Es zeigt sich eine gute Übereinstimmung der Messergebnisse mit den berechneten Werten. Lediglich für die Oberflächengeometrie 1 und 2 ergeben sich stärkere Abweichungen. Grund dafür sind unter anderem die starken Abweichungen bei der Berechnung der Geometrie 2.

Insgesamt wird jedoch die Verbesserung der Wärmeübertragung mit steigendem Oberflächenfaktor gut wiedergegeben, sodass trotz der Abweichung der Simulationsergebnisse von den Messwerten die Verbesserungen der Oberflächengeometrien richtig wiedergegeben werden.



**Abbildung 4-42: Der Faktor  $\alpha \cdot A / (\alpha \cdot A_0)$  für verschiedene Oberflächengeometrien bei Längsanströmung, als Vergleichswert ist ein Messergebnis dargestellt**

Die Abbildung 4-43 unten zeigt wieder die Veränderung der Wärmeübergangskoeffizienten als Funktion des Oberflächenfaktors  $A/A_0$  für drei verschiedene Geschwindigkeiten bei Queranströmung. Zum Vergleich sind auch die Ergebnisse aus den Messwerten aufgetragen.

Man erkennt, dass die Wärmeübergangskoeffizienten bei steigendem Oberflächenfaktor  $A/A_0$  abnehmen. Des Weiteren ist erkennbar, dass der Unterschied zwischen den gemessenen und errechneten Werten für höhere Oberflächenfaktoren immer weiter zunimmt. Während für die ebene Oberfläche der Fehler mit rund 5-10% noch recht gering ist, steigt er für höhere Faktoren auf bis zu 35% an. Besonders starke Abweichungen ergeben sich dabei wie bereits festgestellt für die Oberflächengeometrie 4 ( $A/A_0 = 2,96$ ).

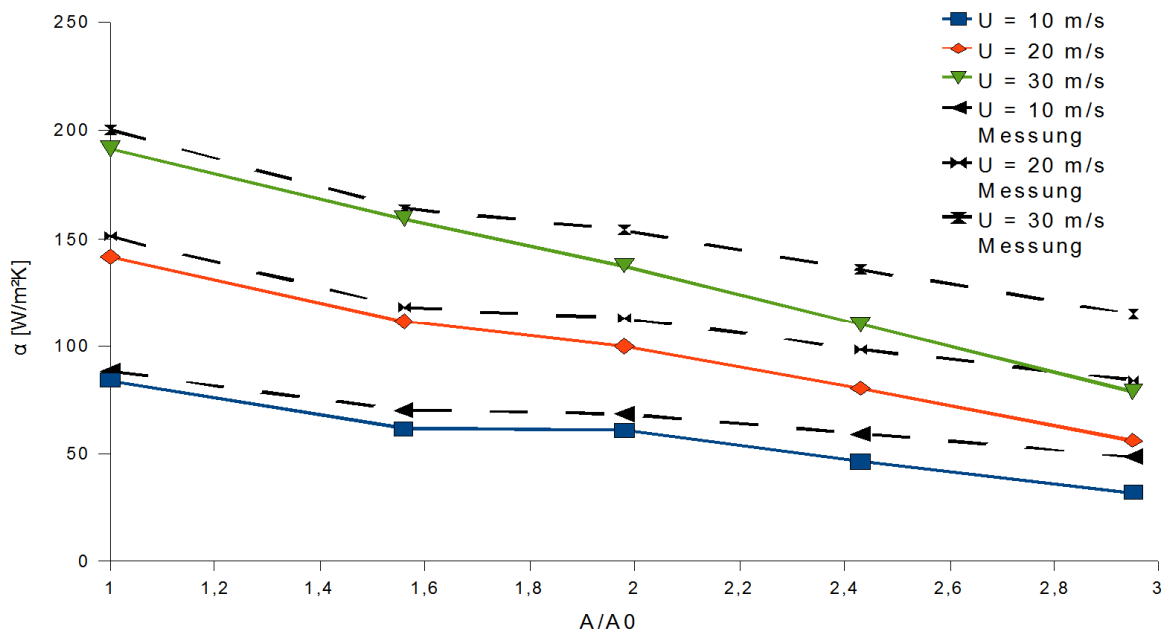


Abbildung 4-43: Wärmeübergangskoeffizient  $\alpha$  als Funktion des Oberflächenfaktors für verschiedene Geschwindigkeiten bei Queranströmung.

Die Abbildung 4-44 unten zeigt den für die Wärmeübertragung relevanten Faktor  $\alpha A$  bezogen auf den Faktor der ebenen Platte  $\alpha_0 A_0$ . Hier stellt sich nun das Problem, dass für die Oberflächengeometrien 1 und 4 die Verbesserung des Wärmeübergangs mit steigendem Oberflächenfaktor nicht richtig wiedergegeben wird. Aufgrund der sehr großen Abweichung der Rechenergebnisse von den Messergebnissen ergeben sich hier sichtlich Unterschiede. Für die Versuchsergebnisse steigt der Faktor  $\alpha A / (\alpha A)_0$  trotz einem sinkenden Faktor  $\alpha$  stetig an. Dies ist jedoch für die berechneten Ergebnisse nicht der Fall. Durch die mit höherem Faktor  $A/A_0$  immer größer werdenden Abweichungen der Mess- von den Versuchsergebnissen, erreichen die Kurven der Rechenergebnisse bei einem Faktor von  $A/A_0 \approx 2$  ein Maximum und sinken entgegen dem Trend der Messungen anschließend wieder ab.

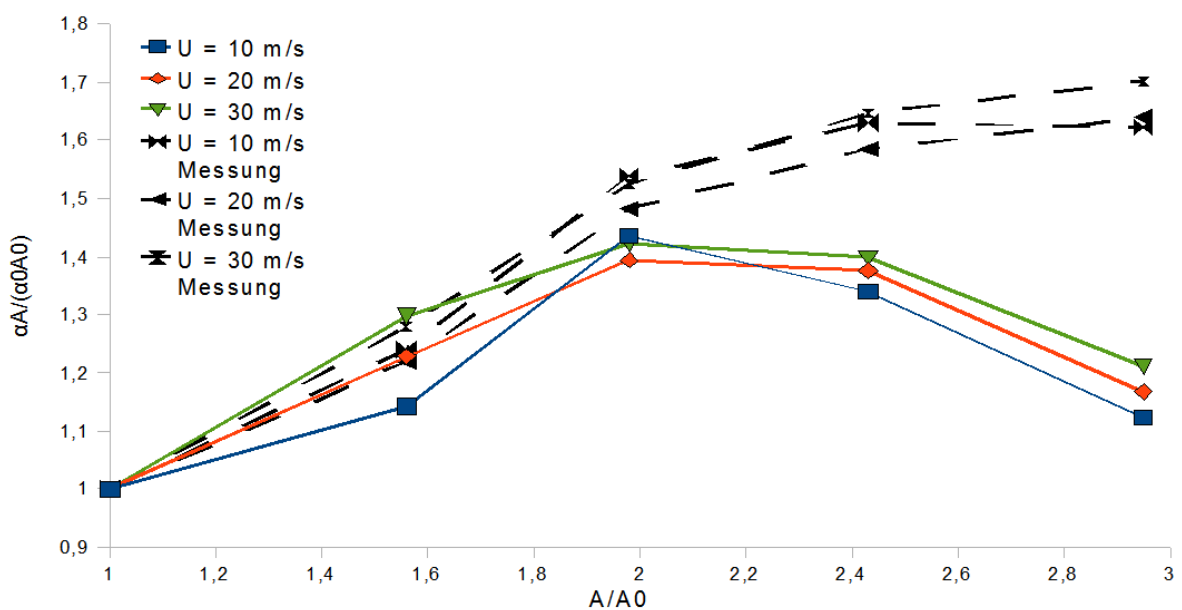


Abbildung 4-44: Faktor  $\alpha \cdot A / (\alpha \cdot A)_0$  für verschiedene Oberflächengeometrien bei Queranströmung



Ausgehend von den Ergebnissen stellt sich nun die Frage welche Oberfläche für die Wärmeübertragung am geeignetsten ist. Während aus den Messungen klar die Oberfläche 4 als geeignetste Geometrie hervorsticht ist das Ergebnis aus den Simulationsergebnissen nicht eindeutig. Durch die großen Abweichungen für die Ergebnisse bei Queranströmung ist das Ergebnis von der tatsächlichen Anströmung der Rippen abhängig. Nimmt man an, dass jeweils die Hälfte der Rippen längs und quer angeströmt werden und interpoliert linear zwischen der Längs- und Queranströmung, was einer sehr vereinfachten Betrachtung der tatsächlich auftretenden Strömung entspricht, ergibt sich ein Ergebnis wie es in Abbildung 4-45 dargestellt ist. Es ergeben sich für die Oberflächen 1 und 4 beinahe identische Faktoren  $A/A_0$ , sodass keine klare Aussage möglich ist. Nimmt man an, dass die längsangeströmten Flächen einen größeren Anteil an der Wärmeübertragung haben scheint, die Oberfläche 4 die beste Wärmeübertragung zu ermöglichen, nimmt man einen größeren Anteil an Querströmung würde die Entscheidung auf die Geometrie 1 fallen.

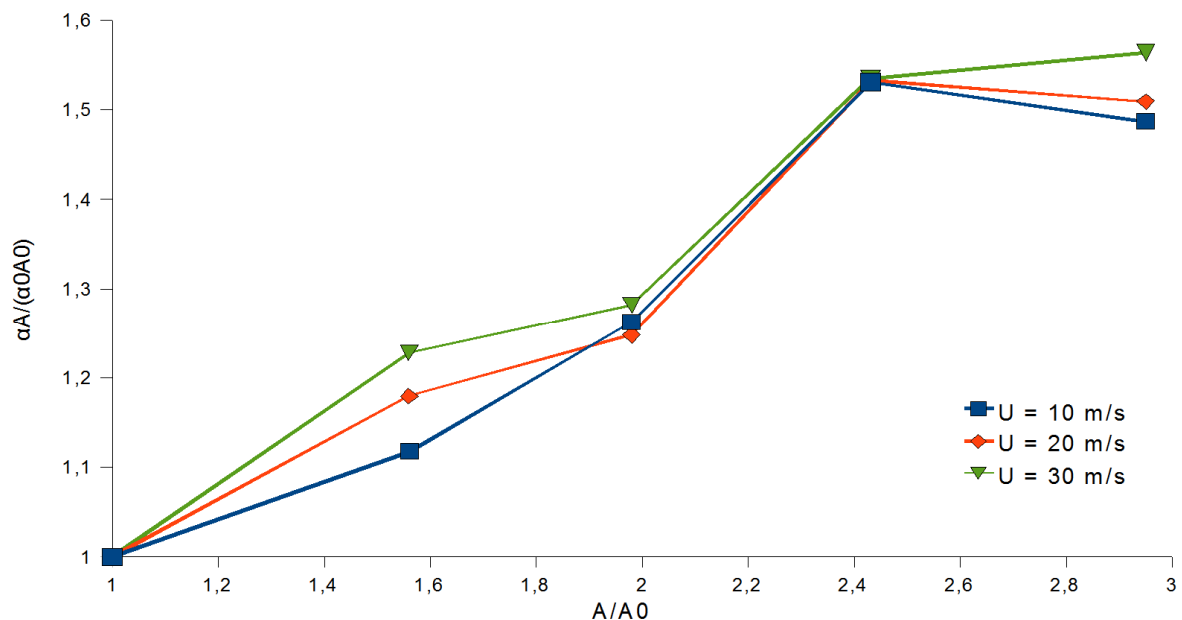
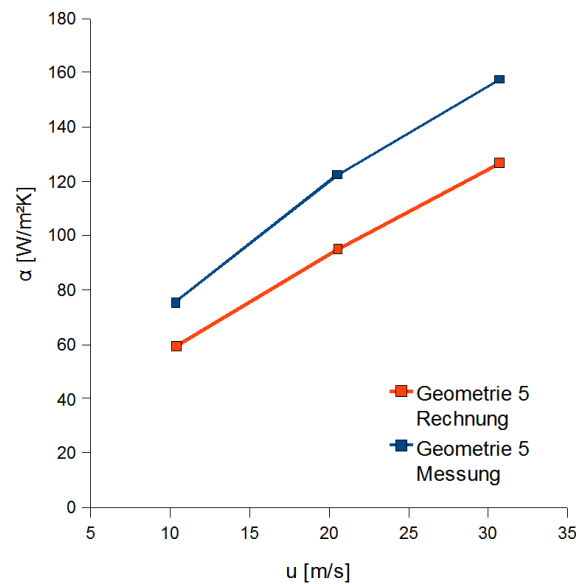


Abbildung 4-45: Faktor  $\alpha \cdot A / (\alpha \cdot A)_0$  für verschiedene Oberflächengeometrien bei gemischter Anströmung

#### 4.6.2 Polmodelle mit Vorlauf und Nachlauf

Um sowohl den Einfluss der Anströmung als auch den der beheizten Stirnfläche zu berücksichtigen, wurden anschließend auch Polmodelle mit einer Vor- und Nachlaufoberflächengeometrie analog zu der des Polmodelles berechnet. Dies geschah lediglich für die Polmodelle 2, 3 und 5, deren Berechnungsergebnisse im Folgenden gezeigt werden.

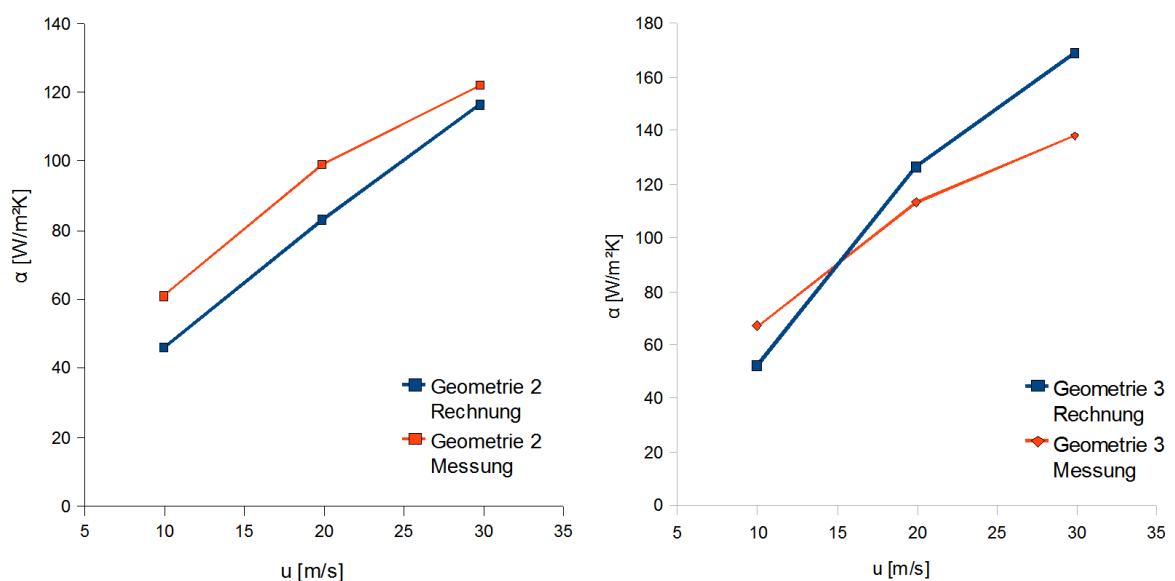
Die Abbildung 4-46 zeigt das Ergebnis für die Simulation der ebenen Geometrie (Polmodell 5). Es beschreibt den globalen Wärmeübergangskoeffizient  $\alpha$  als Funktion der Geschwindigkeit  $u$  im Kontrollquerschnitt. Dabei sind die Ergebnisse der Simulation mit Vorlauf in blau dargestellt. Als Vergleichswert sind die Messergebnisse für den Vorlauf in rot dargestellt. Die Differenz zwischen den errechneten und gemessenen Werten beträgt über den gesamten Verlauf konstant 20%. Die absolute Differenz zwischen den beiden Werten nimmt dabei stetig zu.



**Abbildung 4-46: Wärmeübergangskoeffizient der Geometrie 5 mit Vorlauf und Vergleichswerte**

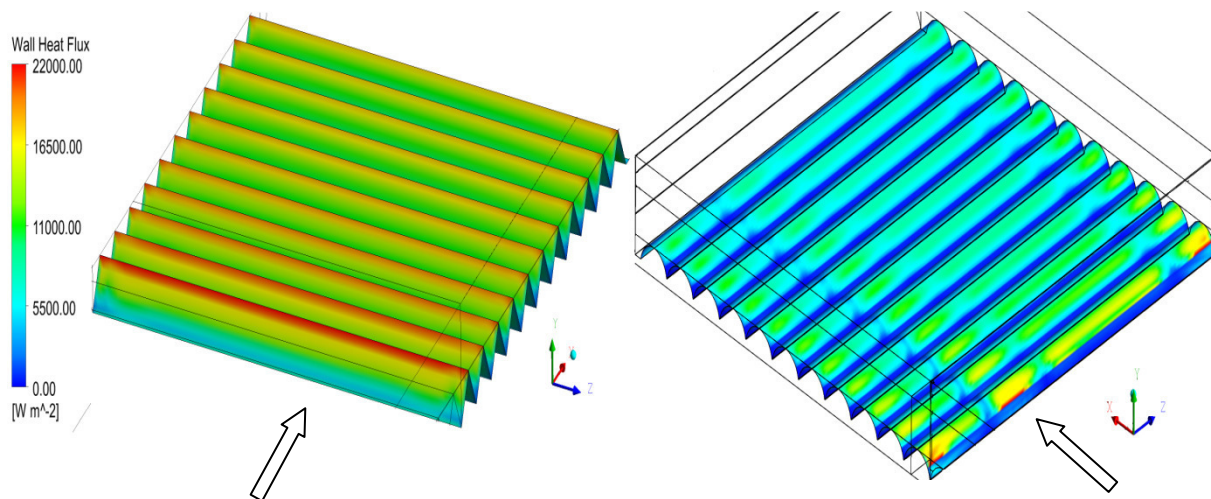
Abbildung 4-47 zeigt die Ergebnisse der Simulationen für die Profile 2 (Dreieck, links) und 3 (Kreis, rechts). Die Ergebnisse der Berechnungen mit Vorlauf sind in blau dargestellt. Als Vergleichswert sind die Messergebnisse in rot dargestellt.

Die Abweichung Profil 2 (Dreieck) zwischen den gemessenen und den errechneten Koeffizienten beträgt für niedrige Geschwindigkeiten rund 24% und verringert sich für hohe Geschwindigkeiten auf rund 5%. Für die runde Oberflächegeometrie (Profil 3) existiert für das Modell ohne Vorlauf eine sehr gute Übereinstimmung zwischen der Messung und den Berechnungen. Dies trifft auf die Modelle mit Vorlauf nicht zu. Während der Wärmeübergangskoeffizient für niedrige Geschwindigkeiten zu gering errechnet wird, ist für hohe Geschwindigkeiten ein zu hoher Wert für den Wärmeübergangskoeffizienten errechnet worden. Der absolute Fehler beträgt dabei zwischen 10 und 30%. Besonders anzumerken ist der sehr steile Verlauf der sich ergebenden Kurve.



**Abbildung 4-47: Wärmeübergangskoeffizient der Geometrien 2 (links) und 3 (rechts) mit Vorlauf und Vergleichswerten**

Die Abbildung 4-48 zeigt die lokalen Wärmeströme an der Oberfläche der Polmodelle 2 (links) und 3 (rechts). Vergleicht man diese mit den zuvor gezeigten Werten ohne Vorlaufgeometrie (Abbildung 4-21 bzw. Abbildung 4-26) erkennt man, dass sich durch die bereits entwickelte Strömung ein sehr viel gleichmäßigeres Profil an der Oberfläche einstellt. Zudem ist zu erkennen dass sich der Wärmestrom sehr stark verringert. Während sich für die Strömungen ohne Vorlauf maximale Werte von mehr als 40000 W/m<sup>2</sup> einstellten, werden die Werte in vorliegenden Fall beinahe halbiert.



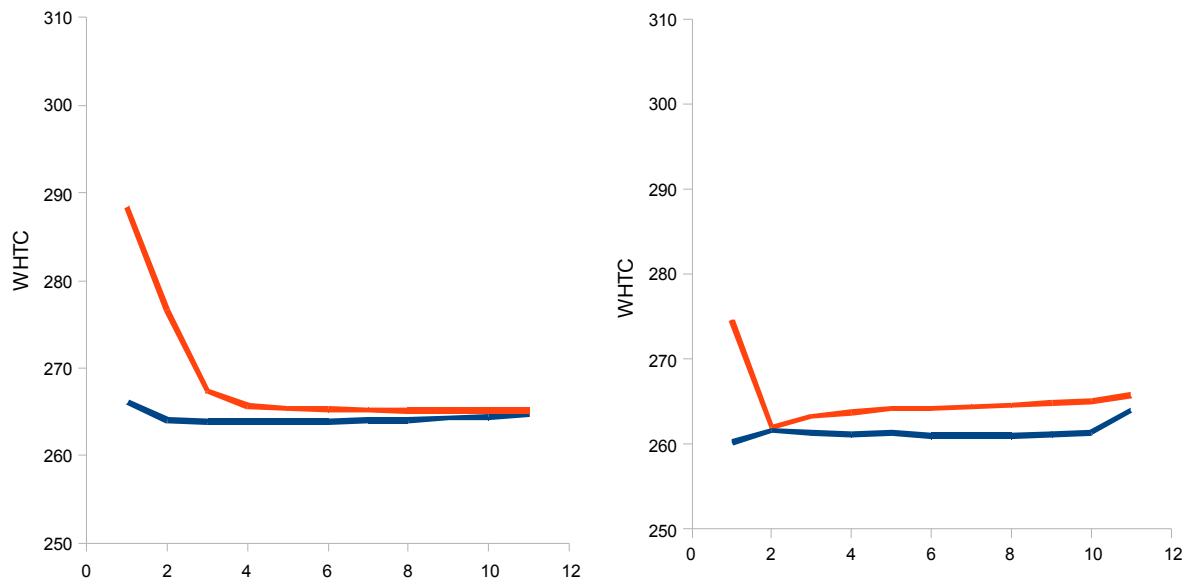
**Abbildung 4-48: lokale Wärmeströme der Poloberflächen 2 (links) und 3 (rechts) bei Queranströmung mit Vorlaufgeometrie; Die Pfeile zeigen die Strömungsrichtung**

In Abbildung 4-49 folgt nun ein Vergleich des mittleren Wärmeübergangskoeffizienten für die Modelle mit und ohne Vorlaufgeometrie. Jede beheizte Geometrie besteht aus 11 aneinandergereihten Rippelementen, für die jeweils der Verlauf der flächengemittelten internen Variable WHTC (Wall Heat Transfer Coefficient) dargestellt ist. WHTC ist dabei laut Gleichung 3.12 definiert als

$$\alpha_{WHTC} = \frac{q(x)}{T_w(x) - T_{NW}(x)}$$

Wobei  $T_{NW}$  die Temperatur der wandnächsten Zelle ist. Der Wert kann somit nicht mit einem „regulär“ berechneten  $\alpha$  verglichen werden, bietet aber für identische Netze dennoch eine gute Vergleichsmöglichkeit.

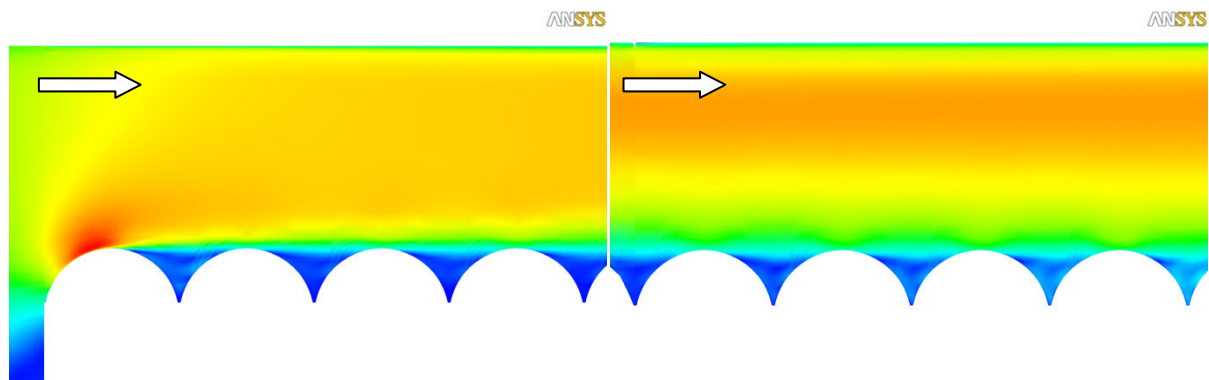
Man erkennt sehr deutlich die durch die unterschiedliche Anströmung der Geometrie verursachten Unterschiede. Durch die erhöhte Geschwindigkeit an der ersten Rippe ergibt sich für die Geometrie ohne Vorlauf eine wesentlich höhere Wärmeübertragung an eben dieser, was aus den Diagrammen sehr gut ersichtlich ist. Je weiter man sich bei einer Geometrie ohne Vorlauf stromabwärts bewegt, desto ähnlicher werden die erhaltenen Werte denen der Geometrie mit Vorlauf.



**Abbildung 4-49: Wall Heat Transfer Coefficient (WHTC) entlang der Oberflächensegmente für die Geometrien 2 (links) und 3 (rechts). Kurven mit Vorlaufgeometrie blau, ohne Vorlaufgeometrie rot**

Die Abbildung 4-50 und Abbildung 4-51 zeigen die oben angesprochenen Geschwindigkeiten. Dargestellt sind die Absolutgeschwindigkeiten in der Symmetrieebene der Polmodelle einmal ohne Vorlaufgeometrie (links) und einmal mit Vorlauf (rechts). Man erkennt auf den Bildern links die überhöhte Geschwindigkeit in Wandnähe der ersten Rippe bei den Geometrien ohne Vorlauf, welche die Ursache für die erhöhte Wärmeübertragung ist. Das Bild rechts stellt zum Vergleich die Geschwindigkeiten für den entwickelten Fall mit Vorlauf dar. Dort erkennt man eine bereits „entwickelte“ Strömung über der ersten beheizten Rippe, sodass sich dort der Wärmeübergang nicht merklich von dem der übrigen Rippen unterscheidet.

Der Geschwindigkeitsverlauf über den ersten Rippen ist auch in Abbildung 4-52 dargestellt. Das Bild links zeigt die Geschwindigkeitsverläufe für das Profil 3 (rund) und das Bild rechts für das Profil 2 (Dreieck) im Symmetriequerschnitt des Polmodelles. Dargestellt ist jeweils in rot das Geschwindigkeitsprofil im Kanal für die entwickelte Strömung und in blau die nicht entwickelte Strömung. Man erkennt sehr deutlich, dass sich durch die Beschleunigung der Strömung im nicht entwickelten Fall wesentlich höhere Geschwindigkeiten in direkter Wandnähe ergeben als für den entwickelten Fall.



**Abbildung 4-50: Lokale Geschwindigkeiten für das Poloberflächenmodell 3 bei nicht entwickelter (links) und entwickelter Strömung (rechts)**

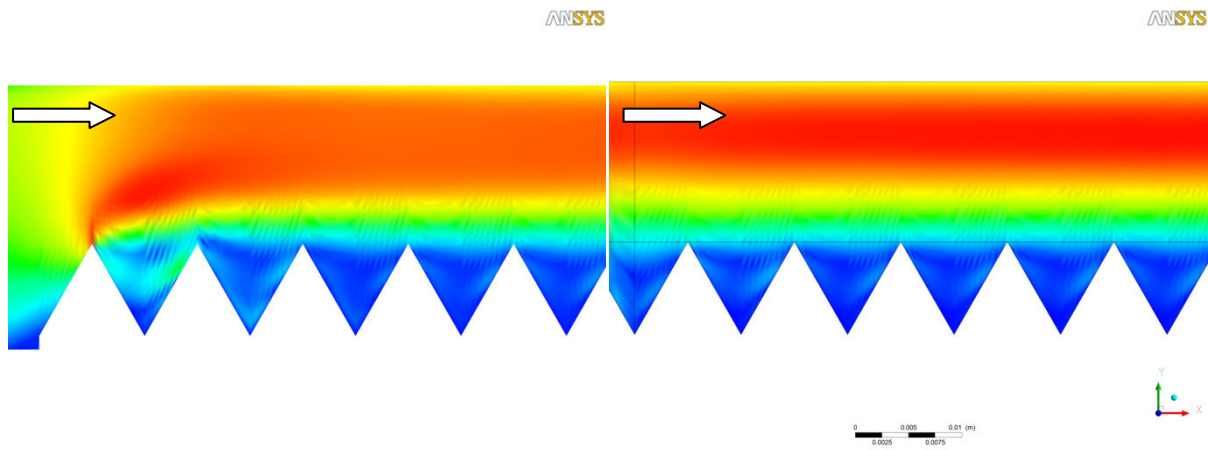


Abbildung 4-51: Lokale Geschwindigkeiten für das Poloberflächenmodell 2 bei nicht entwickelter (links) und entwickelter Strömung (rechts)

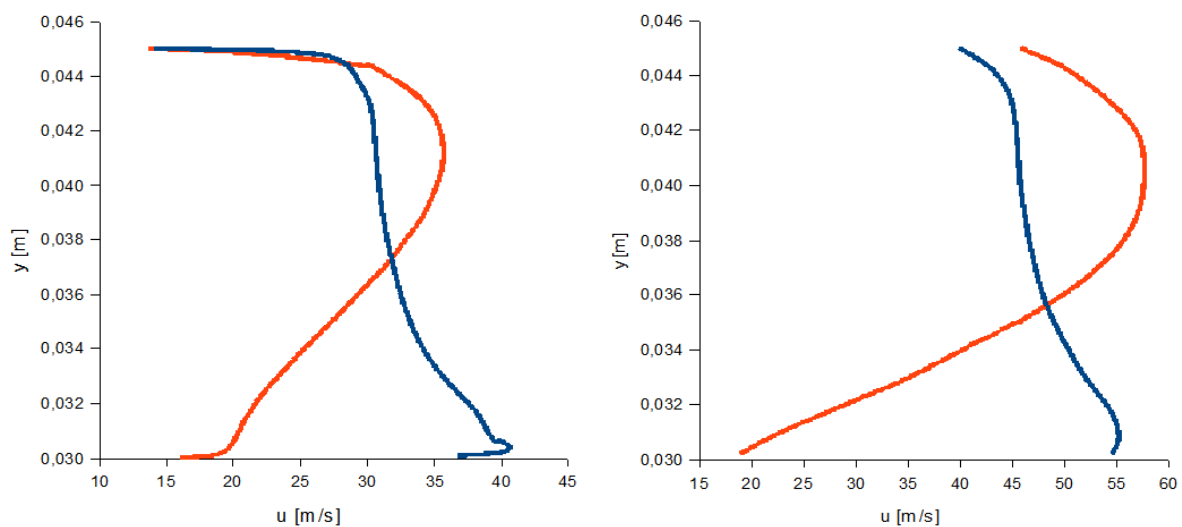


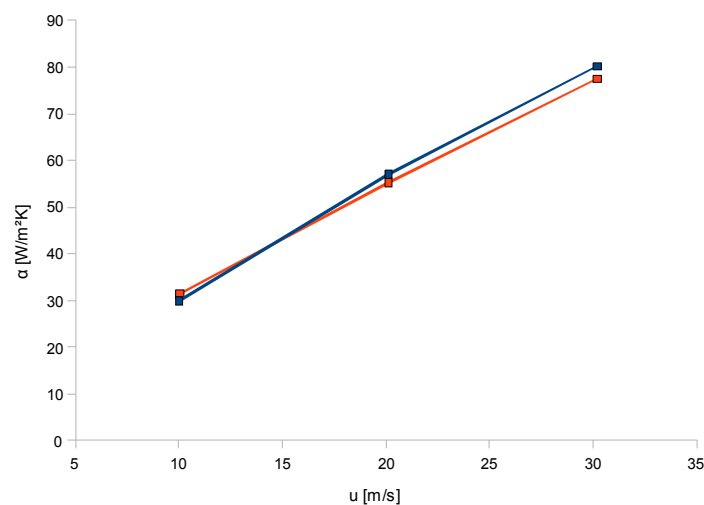
Abbildung 4-52: Geschwindigkeitsverlauf im Symmetriequerschnitt über der Mitte der ersten Rippe, links Profil 3 (rund), rechts Profil 2 (Dreieck). Entwickelte Strömung in rot, nicht entwickelte in Blau

#### 4.6.3 Simulationen mit Conjugate Heat Transfer (CHT)

Um den Einfluss der Wärmeleitung durch das gesamte Poloberflächenmodell zu betrachten und die Abweichung der angenommenen Randbedingung an der Oberfläche ( $T_w = const.$ ) von der tatsächlichen Temperatur zu betrachten, wurde eine Berechnung mittels „Conjugate Heat Transfer“ durchgeführt. Das bedeutet, dass neben den notwendigen Gleichungen für die Strömung im Kanal auch die Energiegleichung für das Modell des Generatorpoles gelöst wird. Die Oberflächentemperatur ist dabei nicht mehr konstant, sondern ergibt sich aus dem Wärmeübergang zwischen Polmodell und Fluid. Dabei wird das Poloberflächenmodell als fester Körper modelliert wie er auch in den Messungen verwendet wurde (siehe auch Abbildung 4-2). Das Netz ist ein Hexaeder-Netz mit 104.250 Zellen. Der Wärmeübergang des Polmodelles an die umgebenden Einbauten wird dabei nicht modelliert.

Als Randbedingung an der Unterseite des Poloberflächenmodelles wird ein konstanter Wärmestrom vorgegeben; die nicht am Wärmeübergang Solid-Fluid beteiligten Wände sind adiabatisch. Sämtliche andere Randbedingungen bleiben unverändert.

Die Abbildung 4-53 zeigt den Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha$  des Poloberflächenmodelles 4 bei Queranströmung ohne CHT (blau) und mit CHT (rot). Man erkennt, dass die Verläufe beinahe kongruent sind. Der erhaltene Wert für den globalen Wärmeübergangskoeffizienten steigt für geringe Temperaturen leicht an und sinkt für hohe Temperaturen. Daraus ergibt sich für die erhaltene Kurve ein insgesamt flacherer Verlauf. Die Ergebnisse der Simulation zeigen, dass die Annahme einer konstanten Wandtemperatur für ein Modell aus Kupfer dennoch gut erfüllt ist.



**Abbildung 4-53** Wärmeübergangszahl  $\alpha$  für die Polgeometrie 4 mit CHT bei Queranströmung und Vergleich mit der Randbedingung  $T_w = \text{const.}$

Die sich ergebende Oberflächentemperatur des Polmodells für eine Simulation mit  $u = 10 \text{ m/s}$  ist in Abbildung 4-54 dargestellt. Bei einer Strömungsgeschwindigkeit im Kontrollquerschnitt von  $u = 10 \text{ m/s}$  tritt über die beheizte Oberfläche eine Temperaturdifferenz zwischen minimaler und maximaler Oberflächentemperatur von ca. 2,15 K auf. Bei einer höheren Strömungsgeschwindigkeit von  $u = 30 \text{ m/s}$  steigt die Temperaturdifferenz auf rund 2,76 K. Die Abbildung 4-52 zeigt den Temperaturverlauf an der Oberfläche in der Symmetrieebene des Polmodells. Auf der x-Achse ist die Position entlang der Oberfläche aufgetragen, auf der y-Achse die lokale Oberflächentemperatur. Oben ist der Fall  $u = 10 \text{ m/s}$  dargestellt, unten der Fall  $u = 30 \text{ m/s}$ . Dargestellt ist neben der lokalen Temperatur auch eine Regressionsgerade. Man erkennt, dass die Oberflächentemperatur mit fortschreitender Position auf dem Pol aufgrund des geringer werdenden Wärmeüberganges immer weiter ansteigt. Des Weiteren ist erkennbar, dass sich aufgrund des höheren Wärmeübergangs an den an der Oberseite der Rippen gelegenen Flächen geringere Temperaturen einstellen als am Boden der Kavitäten. Vergleicht man die Oberflächentemperaturen der beiden Geschwindigkeiten, erkennt man, dass sich bei höheren Geschwindigkeiten geringere Oberflächentemperaturen einstellen.

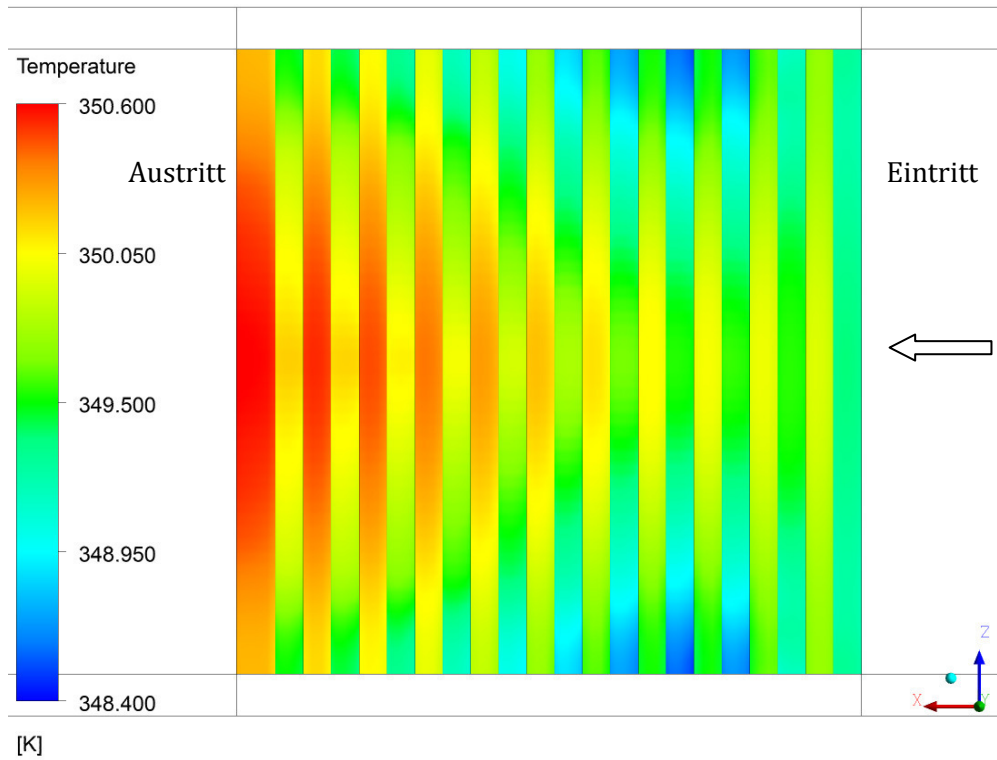


Abbildung 4-54: Oberflächentemperatur der beheizten Wand bei einer Simulation mit CHT, Ansicht von oben

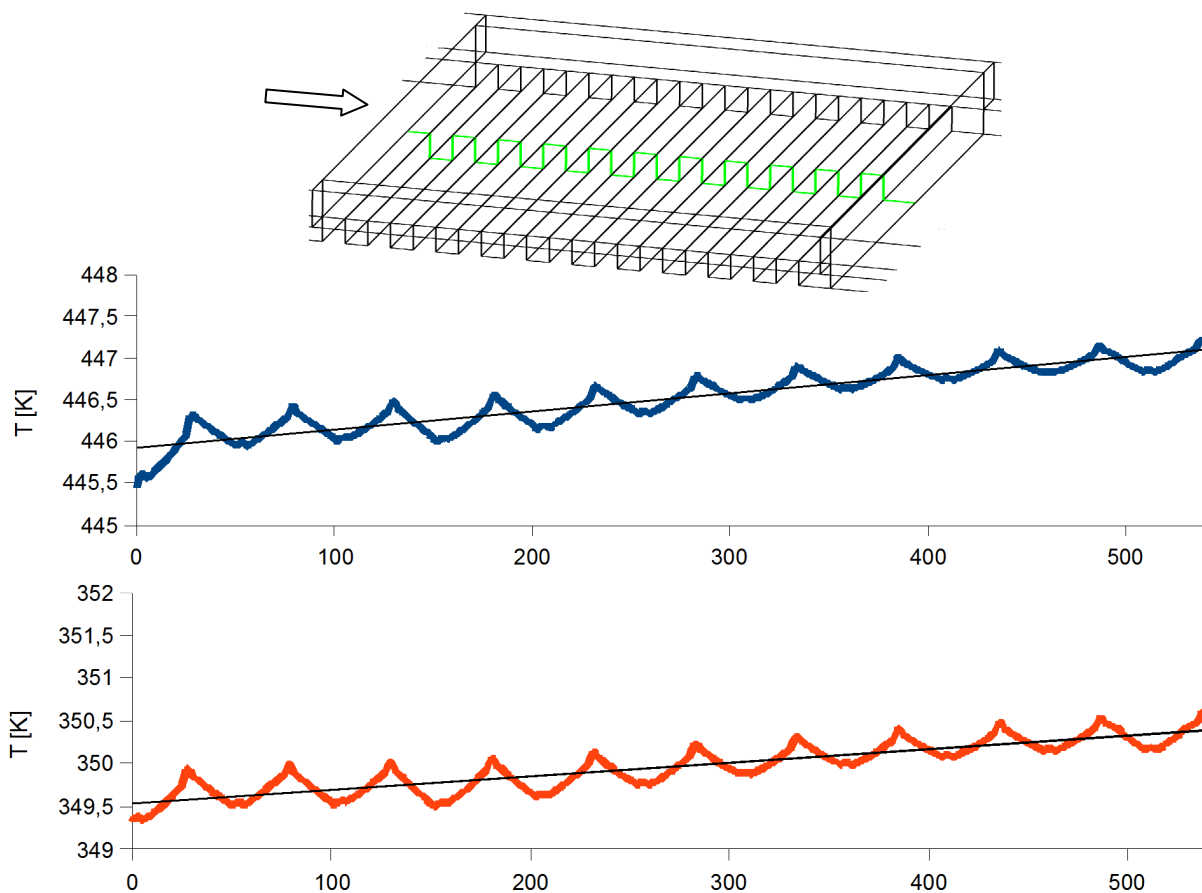


Abbildung 4-55: Temperaturverlauf an Oberfläche in der Symmetrieebene des Polwindungsmodelles für zwei Geschwindigkeiten: 10 m/s (oben) und 30 m/s (unten)

#### 4.6.4 Netzstudie und Vergleich der Turbulenzmodelle

Im Folgenden werden die Ergebnisse der Netzstudie für das Oberflächenmodell 4 unter Queranströmung erläutert. Die Entscheidung eine Studie an diesem Netz durchzuführen wurde aufgrund der verhältnismäßig hohen Abweichungen zwischen den Mess- und Rechnergebnissen getroffen. Es wurden 6 verschiedene Netze untersucht um den Einfluss des Netzes auf die übertragene Wärmemenge zu betrachten. Davon weisen 4 der verwendeten Netze jeweils eine uniforme Verteilung der Knoten entlang der Kanten auf. Dabei wurde die Anzahl der Zellen beim Schritt von einem feinen auf ein grobes Netz jeweils halbiert. Das 5. Netz ist das bereits in den vorhergehenden Berechnungen verwendete Rechengitter und Netz 6 eine Variante dieses Netzes mit reduzierter Zellanzahl. Grund für die Verwendung verschiedener Rechengetze ist eine Beschränkung der Rechenkapazität, sodass eine Verfeinerung des verwendeten Netzes mit äquidistant verteilten Knoten nicht mehr möglich war. Hierbei ist anzumerken, dass sich für die Netze mit hohem  $y^+$  eine sehr geringe Zellanzahl für die Geometrie ergibt. Die Berechnung wurde mit zwei verschiedenen Turbulenzmodellen ( $k$ - $\epsilon$  mit skalierbarer Wandfunktion und SST mit automatischer Wandbehandlung) bei drei unterschiedlichen Geschwindigkeiten (10, 20 und 30 m/s) durchgeführt. Aufgrund der unterschiedlichen Geschwindigkeiten ergeben sich für die Netze unterschiedliche mittlere Werte für  $y^+$ . So ergeben sich für das größte verwendete Netz Werte zwischen  $y^+ \approx 23$  (für 10 m/s) und  $y^+ \approx 60$  (für 30 m/s).

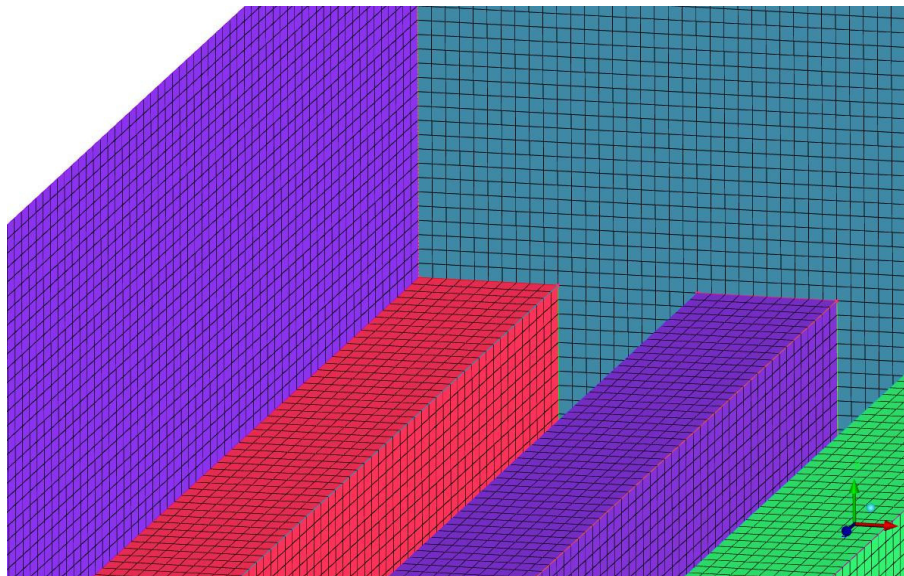


Abbildung 4-56: Rechengitter eines für die Netzstudie verwendeten Rechengetzes der Poloberfläche 4

Die Ergebnisse der Simulationen für das SST Turbulenzmodell sind in Abbildung 4-57 dargestellt. Auf der x-Achse ist dabei der mittlere dimensionslose Wandabstand der ersten Zelle  $y^+$  aufgetragen, auf der y-Achse der globale Wärmeübergangskoeffizient  $\alpha$ . Die zur jeweiligen Kurve gehörenden Strömungsgeschwindigkeiten sind 10m/s (blau), 20m/s (rot) und 30 m/s (gelb). Der Verlauf des Wärmeübergangskoeffizienten ist dabei für alle drei Kurven ähnlich. Es zeigt sich bei allen Kurven ein Minimum für einen Wert von  $y^+ \approx 11$ . Für niedrigere und höhere Werte von  $y^+$  steigt der Wärmeübergangskoeffizient wieder an. Die Unterschiede zwischen dem



maximalen Wert, der sich durchwegs bei der Simulation mit dem geringsten mittleren  $y^+$  einstellt und dem Minimum beträgt rund 15%.

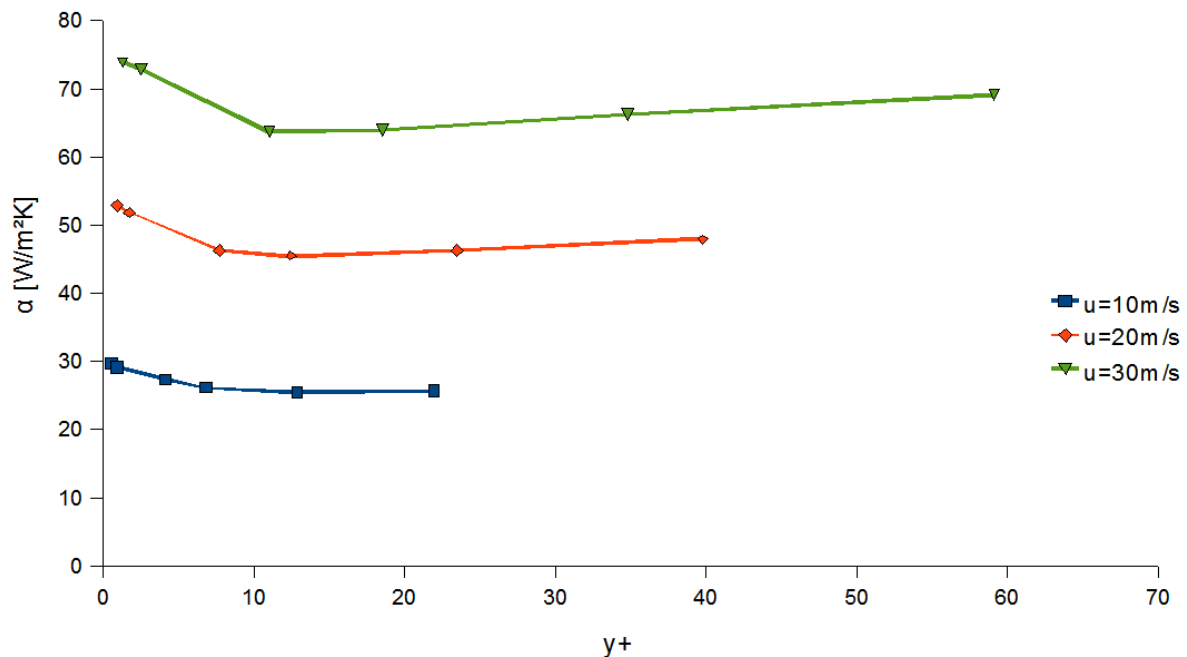


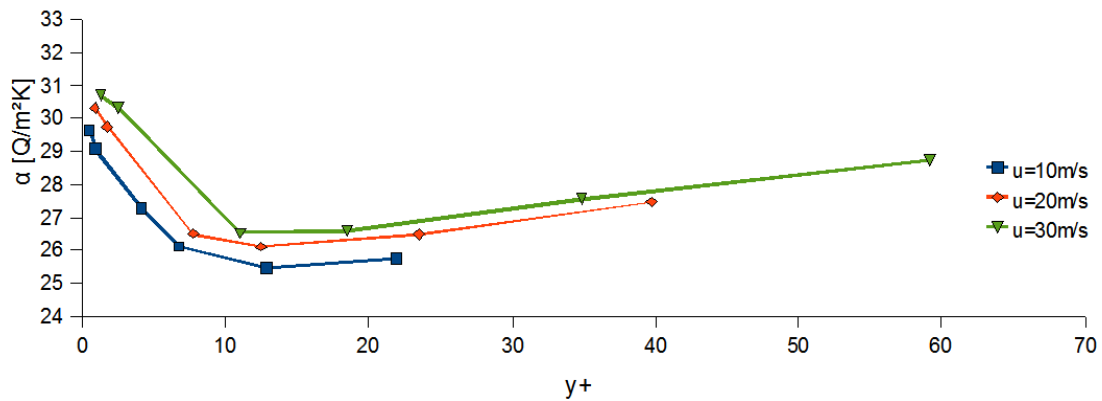
Abbildung 4-57: Wärmeübergangskoeffizient  $\alpha$  als Funktion des mittleren  $y^+$ -Wertes des Poloberflächenmeshes für drei verschiedene Geschwindigkeiten  $u$ , SST Turbulenzmodell

Da sich trotz identischer Randbedingungen aufgrund der sich unterscheidenden Netze geringfügig unterschiedliche Geschwindigkeiten einstellen, werden diese nun mittels eines Ähnlichkeitsparameters auf eine gemeinsame Geschwindigkeit bezogen. Dies geschieht mittels des bereits in 3.1.5 verwendeten Ähnlichkeitsansatzes aus der Korrelation für die Nusselt-Zahl nach Dittus-Boelter, die sich für identische Stoffwerte weiter vereinfacht:

$$\frac{Nu_{Re_1}}{Nu_{Re_2}} \cong \left(\frac{Re_1}{Re_2}\right)^{0,8} \cong \left(\frac{u_1}{u_2}\right)^{0,8} \quad (4.3)$$

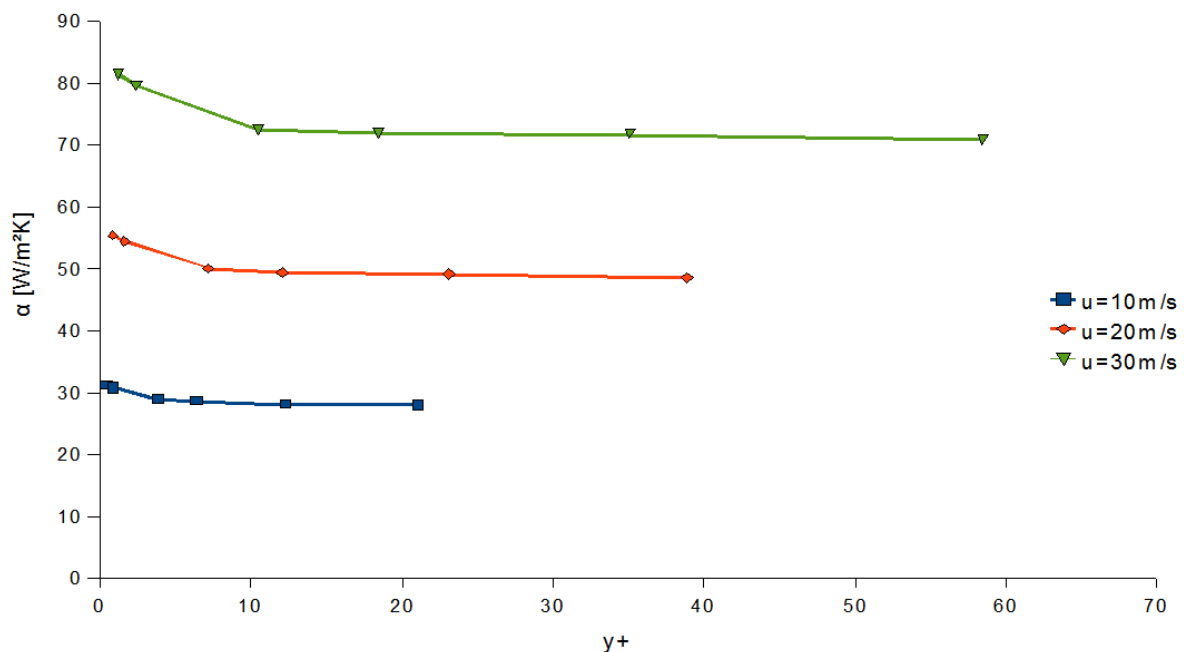
Da sich aus der Nusselt-Zahl für eine identische Bezugslänge und Wärmeleitfähigkeit direkt auf den Wärmeübergangskoeffizienten schließen lässt, wird diese Beziehung oben auch auf diesen angewandt.

Abbildung 4-58 zeigt die Ergebnisse dieser Normalisierung bezogen auf  $u_1 = 10\text{m/s}$ . Man erkennt sehr deutlich den identischen Verlauf des Wärmeübergangskoeffizienten der drei Kurven über  $y^+$ . Es zeigt sich, dass sich für einen mittleren Wert  $\overline{y^+} \approx 11$  bei allen Geschwindigkeiten ein Minimum für den Wärmeübergangskoeffizienten einstellt. Während dieser Wert bei hohen Geschwindigkeiten nur mit einer entsprechend hohen Zellanzahl erreicht wird, bei niedrigen Geschwindigkeiten hingegen mit einem groben Netz, ist der Grund dieses Extremwertes vermutlich in der verwendeten Wandbehandlung des Modells zu suchen und nicht in der Auflösung des Rechenggebietes.

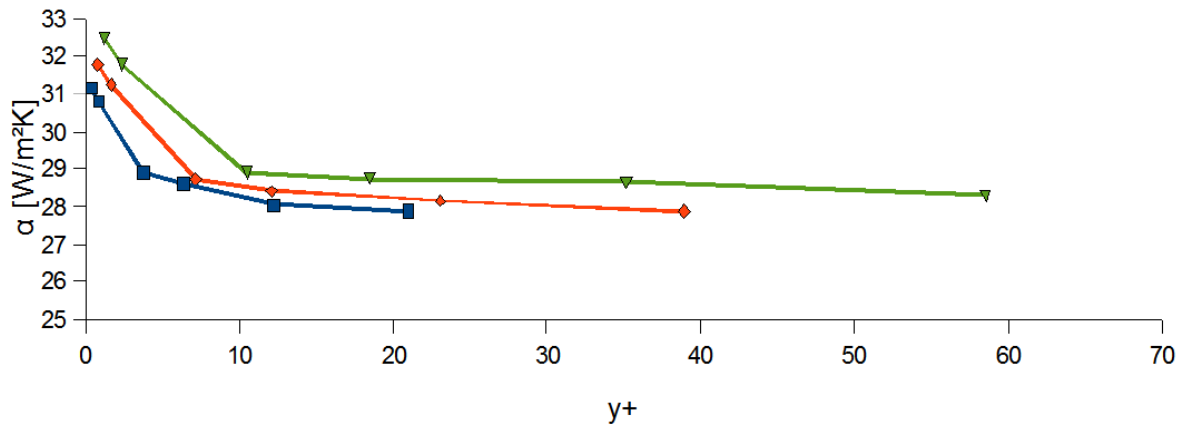


**Abbildung 4-58** Wärmeübergangskoeffizient  $\alpha$  als Funktion des mittleren  $y^+$ -Wertes des Poloberflächenmeshes für 3 verschiedene Geschwindigkeiten  $u$  korreliert auf eine gemeinsame Bezugsgeschwindigkeit  $u=10\text{m/s}$ , SST Turbulenzmodell

Ein ähnliches Ergebnis zeigt sich für das  $k-\varepsilon$  Turbulenzmodell. Abbildung 4-59 zeigt die errechneten Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha$  wiederum abhängig von  $y^+$  für die drei verschiedenen Geschwindigkeiten. Im Gegensatz zum SST Turbulenzmodell bleibt  $\alpha$  hier für höhere Werte von  $y^+$  annähernd konstant. Die Unterschiede zwischen dem maximalen Wert, der sich durchwegs bei der Simulation mit dem geringsten mittleren  $y^+$  einstellt und dem Minimum beträgt hierbei zwischen 12% ( $u=30\text{ m/s}$ ) und 18% ( $u=10\text{ m/s}$ ). Für kleiner werdende Werte steigt der Wärmeübergangskoeffizient jedoch ebenfalls an. Abbildung 4-60 zeigt die mittels Gleichung 4.3 auf die Geschwindigkeit  $u_1 = 10\text{ m/s}$  bezogenen Koeffizienten. Man erkennt wiederum den ähnlichen Verlauf für alle drei Geschwindigkeiten, sowie die Konstanz für hohe  $y^+$  und den Anstieg für  $y^+ < 11$ .

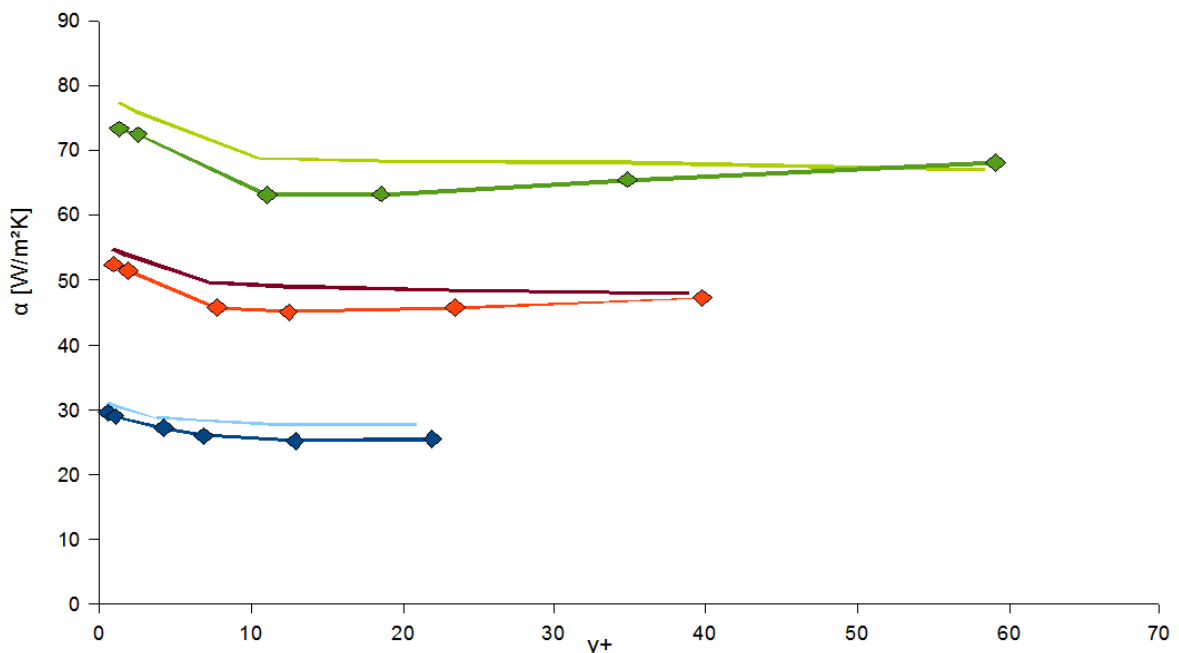


**Abbildung 4-59:** Wärmeübergangskoeffizient  $\alpha$  als Funktion des mittleren  $y^+$ -Wertes des Poloberflächenrechenetzes für drei verschiedene Geschwindigkeiten  $u$ ,  $k-\varepsilon$  Turbulenzmodell

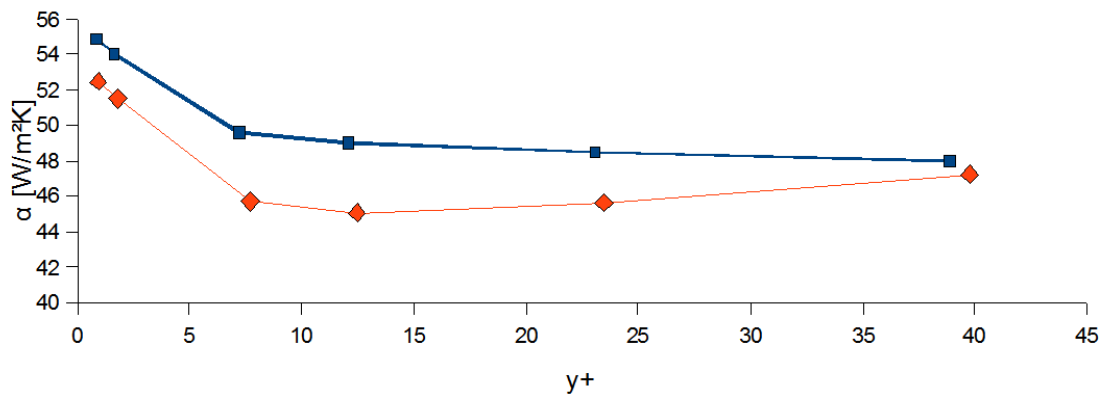


**Abbildung 4-60:** Wärmeübergangskoeffizient  $\alpha$  als Funktion des mittleren  $y^+$ -Wertes des Poloberflächenmeshes für drei verschiedene Geschwindigkeiten  $u$ , korreliert auf eine gemeinsame Bezugsgeschwindigkeit  $u=10\text{m/s}$ ,  $k\text{-}\epsilon$  Turbulenzmodell

Anschließend folgt noch ein Vergleich zwischen den Turbulenzmodellen. Abbildung 4-61 zeigt die errechneten Werte für den Wärmeübergangskoeffizienten sowohl für das SST als auch das  $k\text{-}\epsilon$  Modell. Die mittels des SST Turbulenzmodells errechneten Werte sind mittels einer Raute markiert, die Kurven mit  $k\text{-}\epsilon$  Turbulenzmodell sind ohne Markierung. Man sieht, dass das SST Modell in einem großen Bereich von  $y^+$  geringere Werte für den Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha$  errechnet. Erst bei großem  $y^+$  nähern sich die Werte wieder aneinander an. Abbildung 4-62 zeigt dies für  $u = 20\text{ m/s}$  als Funktion des mittleren  $y^+$ . Betrachtet man die Abbildung 4-62 erkennt man besonders hohe Unterschiede im Bereich von  $7 < y^+ < 20$ .

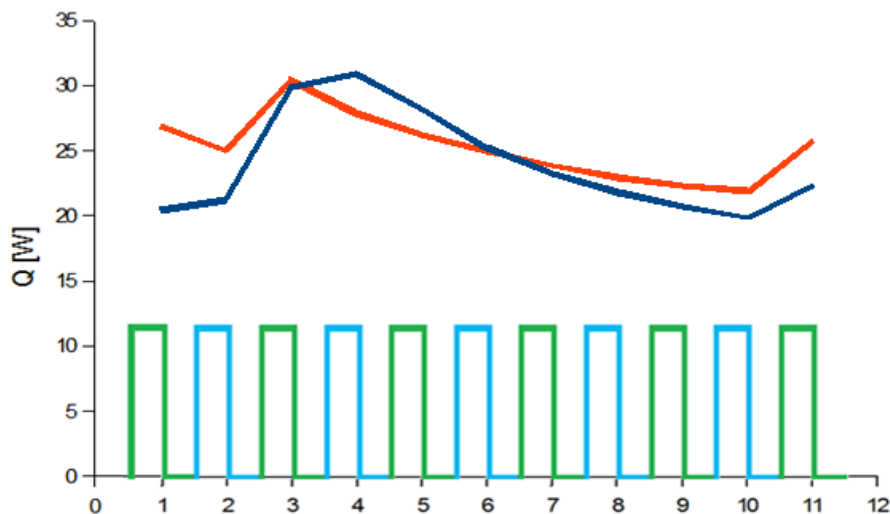


**Abbildung 4-61:** Wärmeübergangskoeffizient  $\alpha$  als Funktion des mittleren  $y^+$ -Wertes des Poloberflächenmeshes für drei verschiedene Geschwindigkeiten  $u$ , Vergleich des SST (Raute) und  $k\text{-}\epsilon$  Turbulenzmodelles (Ohne Symbol)



**Abbildung 4-62: Vergleich des Wärmeübergangskoeffizienten des SST (rot) und k- $\epsilon$  Turbulenzmodelles (blau) als Funktion des mittleren  $y^+$ -Wertes für eine Geschwindigkeit  $u=20\text{m/s}$**

In Abbildung 4-63 ist für das Netz mit dem mittleren  $y^+$  von 1,3 die übertragene Wärmemenge an den jeweiligen Oberflächenelementen dargestellt. Dabei werden jeweils die hervorragende Rippe sowie der nachfolgende Boden der Kavität zu einer Wärmemenge summiert. Man erkennt, dass sich für das k- $\epsilon$  Modell an den ersten beiden Rippen ein höherer Wärmestrom ergibt, während sich für das SST Modell für die Rippen nach dem Wiederanlegen der Strömung an die Polgeometrie (Rippen 4-6) ein höherer Wärmestrom ergibt. In Summe ergibt sich für das k- $\epsilon$  Modell eine um rund 5% höhere übertragene Wärmemenge, was sich auch in der oben genannten Wärmeübergangsziffer  $\alpha$  zeigt.



**Abbildung 4-63: Übertragene Wärme an den Oberflächenelementen des Polmodelles 4 für ein Netz mit  $y^+ \approx 1,3$ , dargestellt für das k- $\epsilon$  (rot) und das SST-Modell (blau)**

Die folgende Abbildung 4-64 zeigt die lokalen Wärmestrom an der Oberfläche des Polmodelles bei einer Geschwindigkeit  $u = 30 \text{ m/s}$  für ein Netz mit einem mittleren  $y^+ \approx 1,3$ . Dargestellt ist das SST Turbulenzmodell (oben) und das k- $\epsilon$  Modell (unten). Vergleicht man die beiden Ergebnisse zeigen sich mehrere Unterschiede. Zum einen fällt auf, dass sich speziell an der Deckfläche der ersten Rippe für das SST Modell sehr viel geringere Wärmeströme als für das k- $\epsilon$  Modell einstellen. Ebenfalls deutlich erkennbar ist die Differenz der beiden Modelle im Randbereich des Polmodells. Für das oben dargestellte SST Modell stellen sich in diesem Bereich deutlich höhere Wärmeströme ein als für das unten dargestellte Modell. Dies tritt sowohl an den stromaufwärts als auch an den stromabwärts gelegenen Kanten der Rippen auf. Für das k- $\epsilon$

Modell stellt sich hingegen an den Deckflächen der Rippen ein sehr viel homogenerer Wärmestrom ein. In den Kavitäten des Modells lässt sich in der folgenden Abbildung keine deutliche Differenz zwischen den beiden Modellen erkennen, lediglich am Ende des beheizten Polmodelles ist für das  $k-\epsilon$  in der Abbildung ein höherer Wärmestrom zu erkennen.

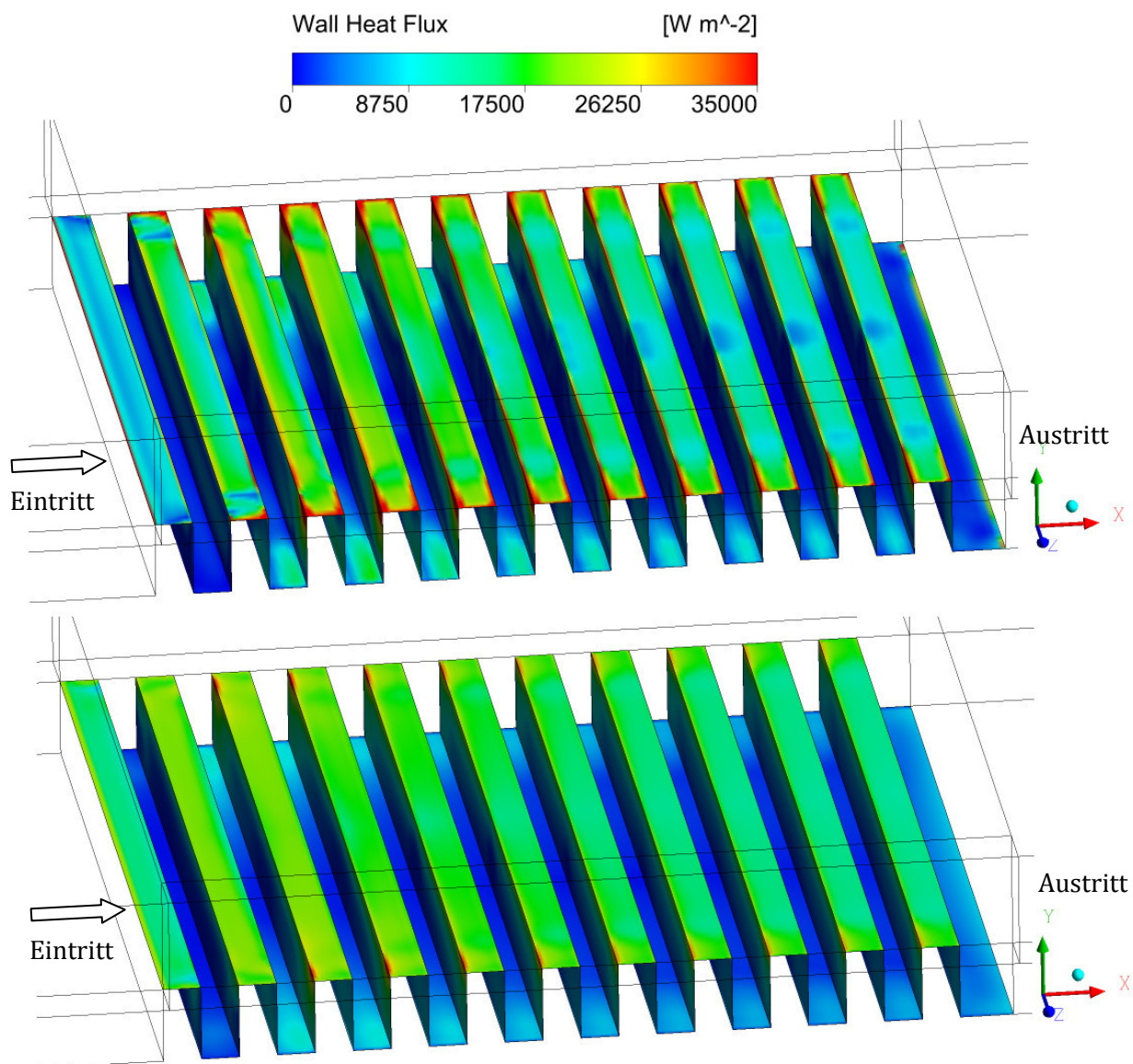
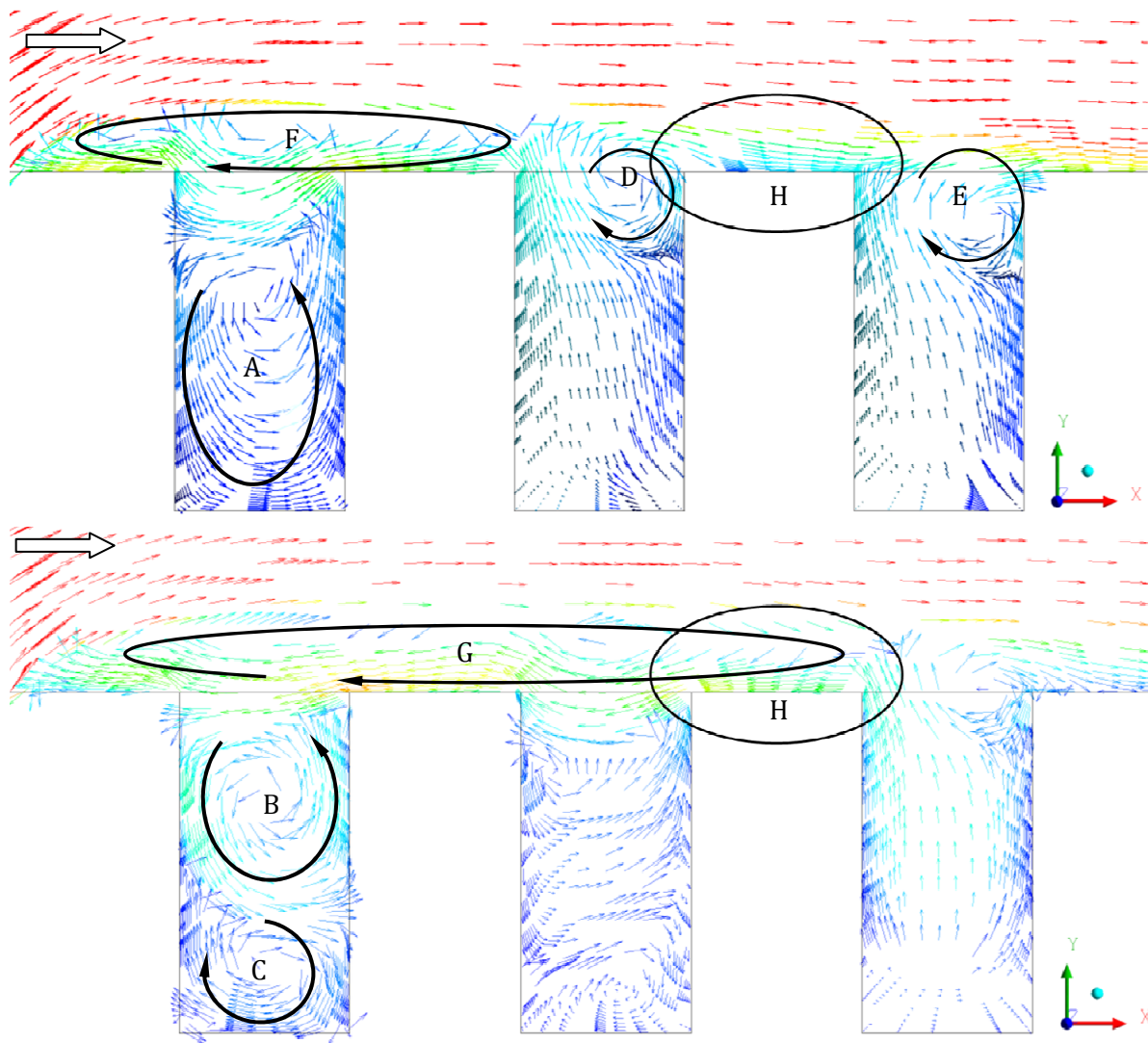


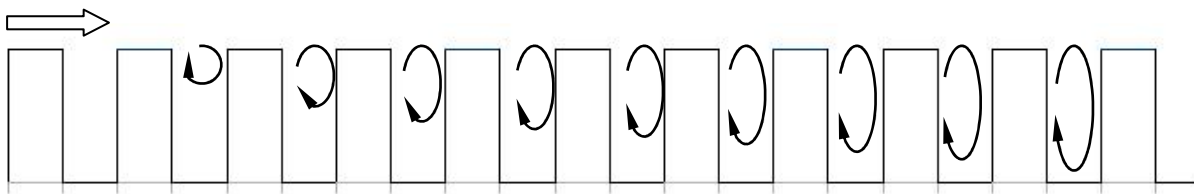
Abbildung 4-64: Wärmestrom an der Oberfläche des Polmodelles 4 für zwei verschiedene Turbulenzmodelle: SST (oben) und  $k-\epsilon$  (unten),  $u = 30 m/s$

Die folgende Abbildung 4-65 zeigt Strömungsvektoren im Symmetriequerschnitt für das SST und das  $k-\epsilon$  Turbulenzmodell. Deutlich erkennbar und mit einer Markierung versehen sind die unterschiedlichen Rezirkulationsgebiete die sich für die beiden Modelle über der dritten Rippe ergeben. Während sich für das SST Turbulenzmodell noch eine Rückströmung einstellt ist für das  $k-\epsilon$  Modell die Strömung bereits wieder an der Oberfläche angelegt (H). Des Weiteren erkennt man deutlich die unterschiedlichen Strömungen die sich für die beiden Turbulenzmodelle speziell in den ersten beiden Kavitäten ergeben. Während sich in der ersten



**Abbildung 4-65: Geschwindigkeitsvektoren in einem Längsschnitt: SST (unten) und  $k-\varepsilon$  (oben) für ein Modell mit mittlerem  $y^+ \approx 1$ , hervorgehoben der unterschiedliche Rezirkulationsbereich der beiden Turbulenzmodelle, reduzierte Anzahl an Vektoren**

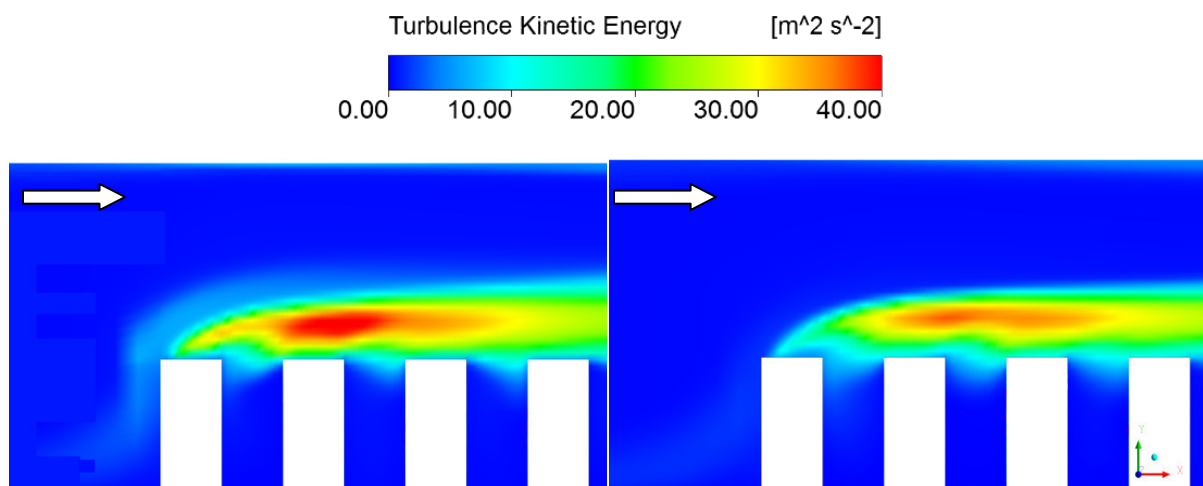
Kavität für das SST Modell deutlich ein Wirbel über die gesamte Höhe der Kavität ausbildet (A), treten für das  $k-\varepsilon$  Modell zwei entgegengesetzt drehende Wirbel auf (B und C). Hierbei ist festzustellen, dass sich derart ausgeprägte Wirbel in der Symmetrieebene lediglich in der ersten Kavität ausbilden. Wirbel wie sie in den Abbildung 4-73 und Abbildung 4-75 gezeigt werden treten lediglich außerhalb der Symmetrieebene auf. Für das  $k-\varepsilon$  Modell bildet sich an der Oberkante der Kavität ein Wirbel aus, der sich im weiteren Verlauf des Polmodelles vergrößert und sich in der letzten Kavität des Modelles über die gesamte Höhe erstreckt. Dieses Anwachsen ist bereits in der Abbildung oben zu erkennen, wobei die Wirbel mit den Buchstaben D und E gekennzeichnet sind. Während sich für das SST Turbulenzmodell der Ablösewirbel bis deutlich über die dritte Rippe erstreckt (G) wird bei den Simulationen mit dem  $k-\varepsilon$  Modell der Ablösewirbel durch die Sekundärströmung aus den Kavitäten des Polmodelles beeinflusst. So erstreckt sich die Ablöseblase für dieses Modell lediglich bis über die zweite Rippe (F) wo sie mit den bereits angesprochenen Wirbeln (D) interagiert.



**Abbildung 4-66: Entwicklung der Wirbel D und E entlang der Poloberfläche**

Die Abbildung 4-66 oben skizziert die Entwicklung der oben Angesprochenen Wirbel D und E. Gezeigt wird wie sich die Größe des Wirbels über die Länge des Polmodelles stets vergrößert bis in der letzten Kavität der Wirbel sich schließlich über die gesamte Höhe der Kavität erstreckt.

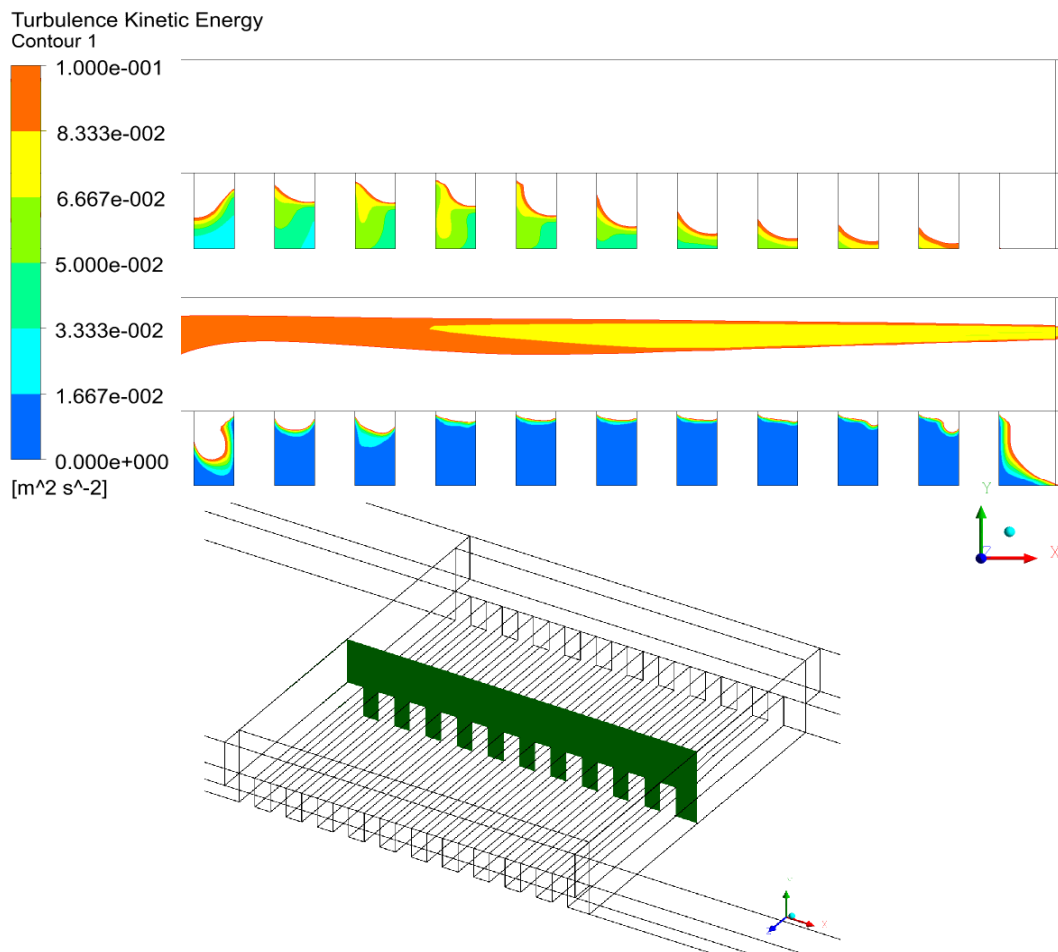
Es zeigt sich, dass sich in dem Bereich über dem Wiederanlegen der Strömung für das  $k-\varepsilon$  Modell eine höhere turbulente kinetische Energie  $k$  ergibt als für das SST Modell, was zu einem schnelleren Wiederanlegen an die Oberfläche führt. In Abbildung 4-67 unten ist die turbulente kinetische Energie in der Symmetrieebene des Polmodelles dargestellt. Das Bild links zeigt das  $k-\varepsilon$  Modell, rechts das SST Modell. Man erkennt, dass sich für das  $\varepsilon$ -Modell im Bereich der dritten Rippe wesentlich höhere Werte für  $k$  ergeben als für das SST Modell, was als Grund für das schnellere Wiederanlegen der Strömung angesehen wird.



**Abbildung 4-67: Turbulente kinetische Energie  $k$  in einem Längsschnitt:  $k-\varepsilon$  (links) und SST (rechts)**

Die Tatsache dass sich für das  $k-\varepsilon$  Modell auch in anderen Gebieten des Kontrollvolumens höhere Werte für  $k$  ergeben zeigt sich in den Kavitäten. Für das  $k-\varepsilon$  Modell ergeben sich dort ebenfalls höhere Werte für  $k$  als bei einem SST Turbulenzmodell. Dies ist in Abbildung 4-68 dargestellt. Die Darstellung in diesem Bild ist gekappt, sodass Flächen mit einer turbulenten kinetischen Energie  $k > 0,1 \text{ m}^2/\text{s}^2$  weiß dargestellt werden. So ergeben sich für das  $\varepsilon$ -Modell in diesen Bereichen Werte die ein Vielfaches über denen des SST Modells liegen.

Besonders auffällig sind die großen Unterschiede in der Kennzahl  $y^+$  die sich für ein Netz mit identischem Abstand des ersten Knotens von der Wand ergeben. Betrachtet man Abbildung 4-70 erkennt man, dass im Bereich der Vertiefungen der Oberfläche sowie an den Flanken der Rippen im Vergleich zum Rest der Geometrie sehr geringe  $y^+$  Werte auftreten. Grund dafür ist zum Einen die geringere Dichte und zum Anderen die geringeren Geschwindigkeitsgradienten in den Kavitäten des Polmodelles. Abbildung -4-69 zeigt den Verlauf des Wertes  $y^+$  über die Oberfläche der Symmetrieebene des Poles. Dargestellt ist dort der Wert  $y^+$  entlang der Oberfläche der



**Abbildung 4-68:** Turbulente Kinetische Energie in den Kavitäten der Symmetrieebene des Oberflächenmodells für k- $\epsilon$  (oben) und SST(unten); der dargestellte Maximalwert beträgt  $0,1 \text{ m}^2/\text{s}^2$ . Die dargestellte Schnittebene ist unten ersichtlich.

Symmetrieebene. Das SST Modell ist dabei in blau dargestellt, das k- $\epsilon$  Modell in rot. Das Verhältnis  $y^+_{max}/y^+_{min}$  beträgt für das k- $\epsilon$  Modell rund 295, für das SST Modell rund 513, wobei derart extrem große bzw. kleine Werte wie sie in der Abbildung unten als Grenzen der dargestellten Skala verwendet wurden, nur in einzelnen Zellen auftreten. Dies hat speziell Auswirkungen auf das k- $\epsilon$  Modell mit der skalierbaren Wandfunktion. Durch die Begrenzung des Wertes auf  $y^+ \approx 11,06$  hat man hier mit Abweichungen zu rechnen. Betrachtet man beispielsweise in Abbildung -4-69 die dargestellten  $y^+$  Werte in der ersten Kavität der Oberfläche, sieht man, dass sich dort überwiegend Werte im Bereich von  $y^+ \approx 0,2$  einstellen.

Die folgende Abbildung 4-71 zeigt den lokalen Wärmestrom im Falle eines Netzes mit mittlerem  $y^+$  von 1,3 entlang der Oberfläche der Symmetrieebene des Polmodells. Im Bild dargestellt sind lediglich die lokalen Wärmeströme für die ersten drei Rippen. Es zeigt sich, dass für das SST Modell an den Kanten des Polmodelles Spitzenwerte für den Lokalen Wärmestrom einstellen, während sich für das k- $\epsilon$  Modell ein relativ ausgeglichener Verlauf über die Poloberfläche ergibt. So ergeben sich durch die im Mittel höheren Wärmeströme des k- $\epsilon$  Modelles in Summe eine höhere abgegebene Wärmemenge wie in Abbildung 4-63 gezeigt wurde. Besonders ausgeprägt ist die Differenz des Wärmestromes an der ersten Rippe.



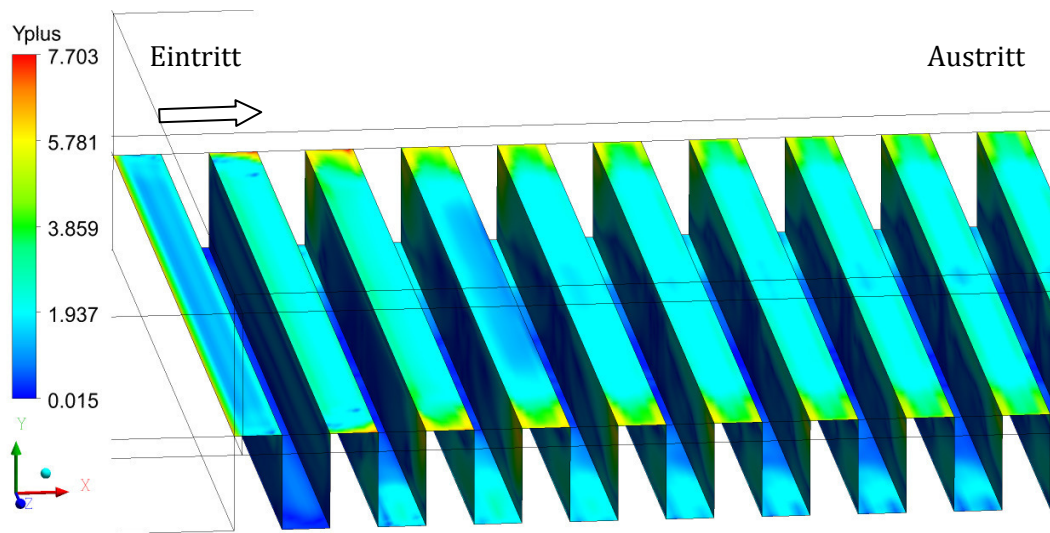


Abbildung 4-70: Verteilung von  $y^+$  an der beheizten Poloberfläche; SST Modell,  $u=30\text{m/s}$

Im unten dargestellten Diagramm zeigt sich besonders für die in der Kavität gelegenen Oberflächenelemente ein sehr geringer Wärmestrom. Ein Grund dafür ist in der folgenden Abbildung ersichtlich.

Die folgende Abbildung 4-72 zeigt das Profil der Geschwindigkeitsbetrages entlang einer Linie in halber Höhe einer Vertiefung des Profils. Es zeigt sich, dass die lokalen Geschwindigkeiten wesentlich geringer sind als die dazugehörigen mittleren Freistromgeschwindigkeiten. So ergeben sich durch die geringeren Geschwindigkeiten und die geringe Dichte wesentlich niedrigere lokale Reynolds-Zahlen als in der Außenströmung. Zieht man nun die Reynolds-Analogie hinzu ergibt sich aus der niedrigen Geschwindigkeit, niedriger Dichte und ebenso niedrigem Geschwindigkeitsgradienten eine niedrige lokale Nusselt-Zahl, was die in Summe bezogen auf die Oberfläche der Kavitäten geringe übertragene Wärmemenge im Bereich der

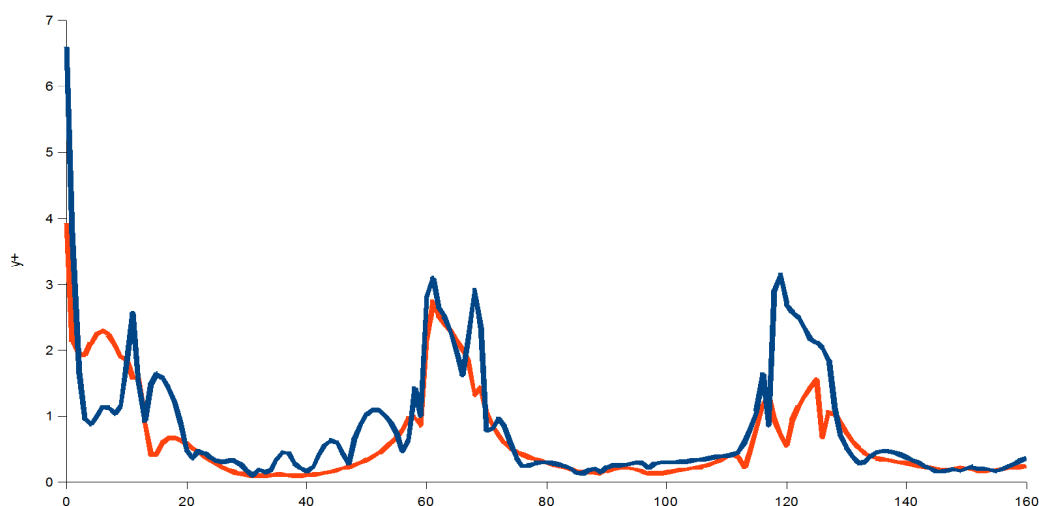
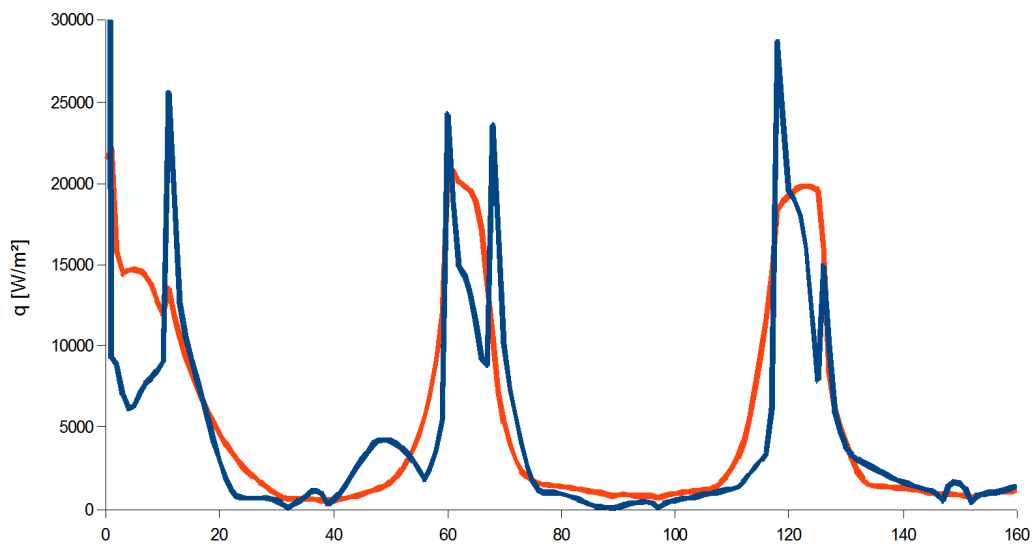


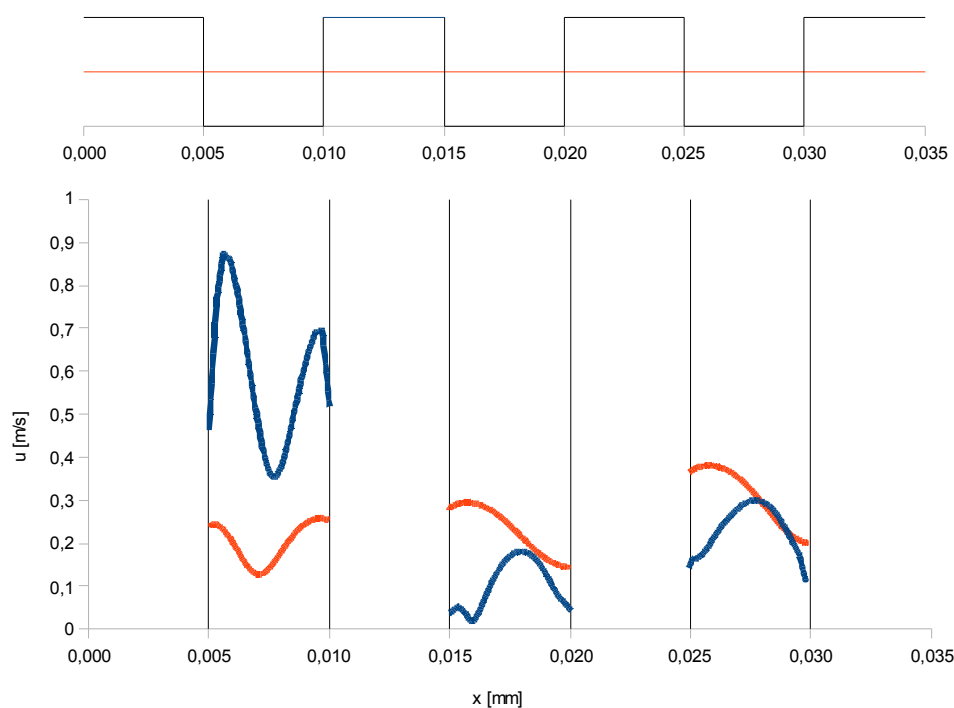
Abbildung -4-69:  $y^+$  Werte entlang der Oberfläche in der Symmetrieebene eines Poloberflächenmodells (Geometrie 4) für das SST (blau) und das  $k-\epsilon$  Modell (rot),  $u=30\text{m/s}$ , mittleres  $y^+$  des Netzes 1,3

Symmetrieebene erklärt.



**Abbildung 4-71: lokaler Wärmestrom in der Symmetrieebene eines Poloberflächenmodells (Geometrie 4) für das SST (blau) und das k- $\epsilon$  Modell (rot),  $u=30\text{m/s}$ , mittleres  $y^+$  des Netzes 1,3**

Betrachtet man nun die Strömung in den Kavitäten des Polmodelles ergeben sich auch dort Unterschiede. Abbildung 4-73 zeigt für eine Ebene mit  $z = 107,5\text{ mm}$  die Strömungsvektoren in der Kavität nach der 7. Rippe. Man erkennt deutliche Unterschiede zwischen den beiden Turbulenzmodellen. Während sich für das SST Modell mit automatischer Wandbehandlung sowohl in den unteren Ecken als auch an der Oberseite der Kavität Wirbel ausbilden, ist dies für das k- $\epsilon$  Modell mit der skalierbaren Wandfunktion nicht der Fall. Diese Wirbel des SST Modells sind analog zu Berechnungen, die für die ebene Kavität durchgeführt wurden. Als Vergleich dazu



**Abbildung 4-72: Geschwindigkeit in den ersten Kavitäten Symmetrieebene der Geometrie 4 bei halber Tiefe für SST (blau) und k- $\epsilon$  (rot),  $u=10\text{ m/s}$ . Das Bild oben zeigt die Darstellungsebene der Geschwindigkeiten.**

ist in Abbildung 4-74 eine Berechnung von Erturk et al. [12] für eine s.g. „Flow Driven Cavity“ bei hohen Reynolds-Zahlen (hier  $Re = 15000$ ) abgebildet. Man erkennt die ähnlichen Wirbel die sich für die beiden Berechnungen ergeben. Dargestellt sind dabei der „Downstream Secondary Eddy“ (DSE), „Upstream Secondary Eddy“ (USE) und „Upper Upstream Eddy“ (UUE). Die Benennung der Wirbelstrukturen erfolgt nach Shankar et al. [19].

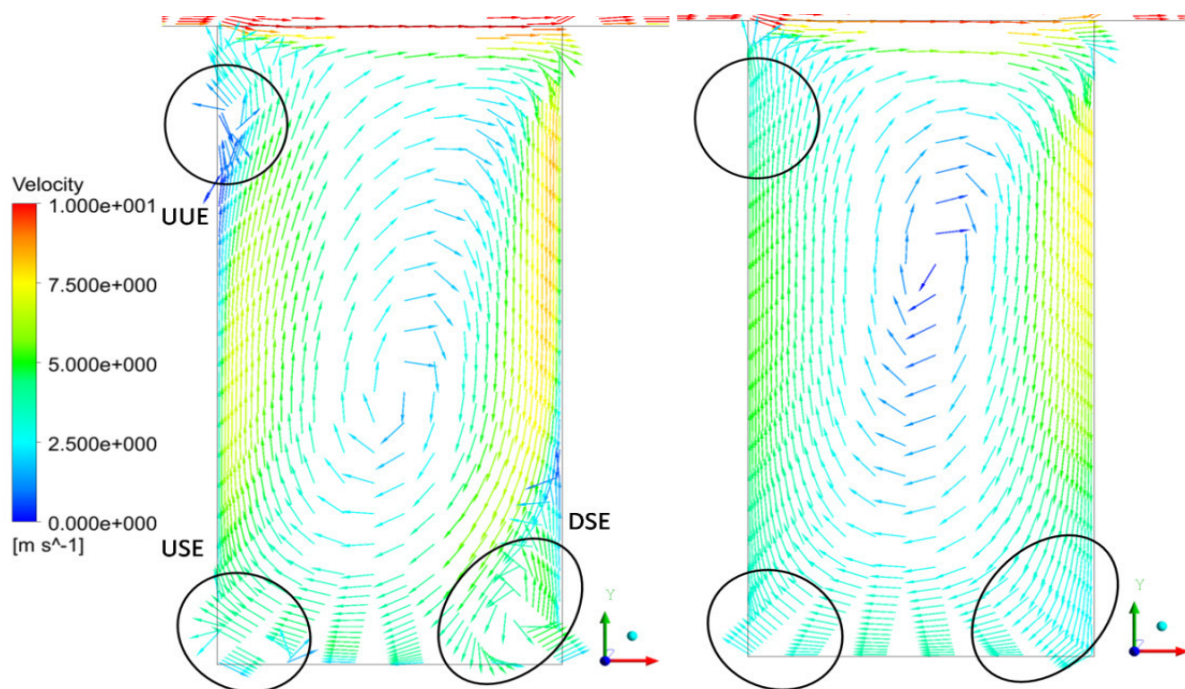


Abbildung 4-73: Stromlinien in einer Kavitat des Polmodelles 4 fur ein Netz mit  $\overline{y^+} \sim 0,5$  fur das SST Modell (links) und das  $k-\epsilon$  Modell (rechts) mit markierten Wirbeln; Hervorgehoben „Downstream Secondary Eddy“ (DSE), „Upstream Secondary Eddy“ (USE) und „Upper Upstream Eddy“ (UUE)

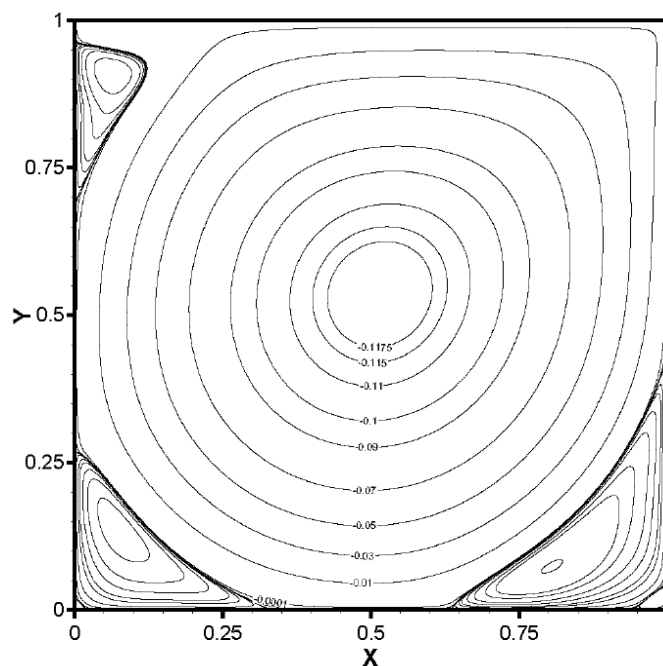
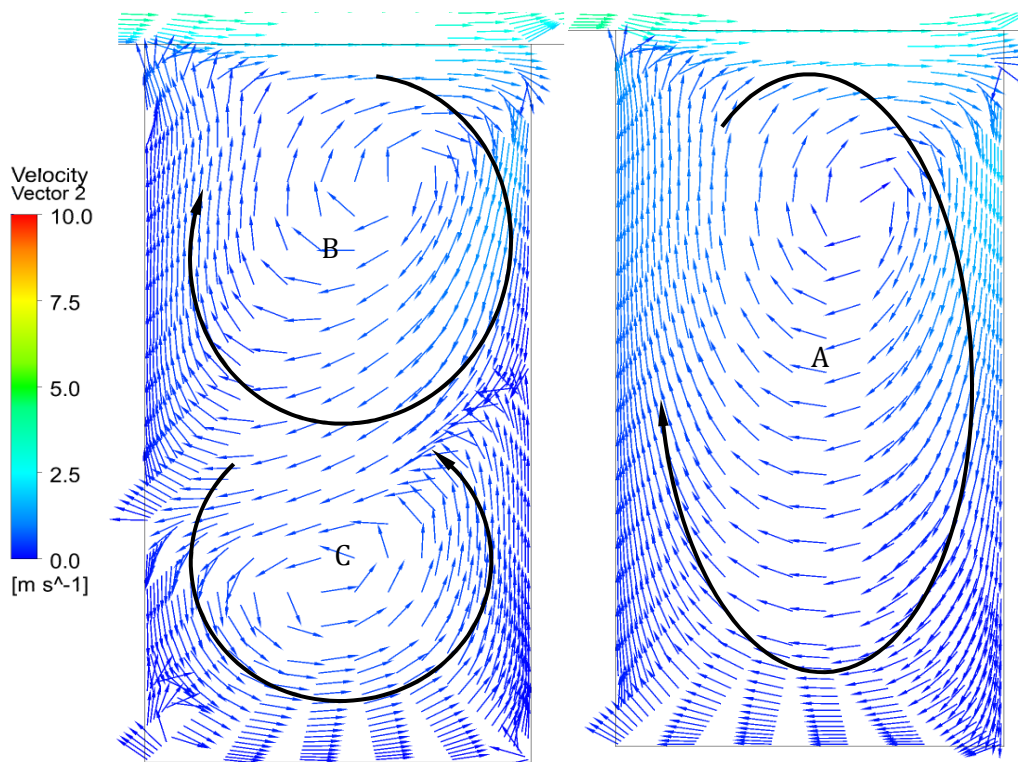


Abbildung 4-74: Vergleichsergebnis fur die Simulation einer ebenen quadratischen Kavitat nach Erturk et al. [12] fur  $Re = 15000$

Auch in anderen Ebenen unterscheidet sich das Strömungsfeld der beiden Modelle voneinander. Die folgende Abbildung 4-75 zeigt die Strömung in einer Ebene parallel zur Hauptströmungsrichtung mit  $z = 70\text{mm}$  der letzten Kavität der Geometrie für das SST Modell (links) und das  $k-\varepsilon$  Modell (rechts). Die Vektoren sind dabei in die Ebene projiziert. Deutlich erkennbar sind die unterschiedlichen Wirbelstrukturen die sich ausbilden. Während sich beim  $k-\varepsilon$  Modell lediglich ein Wirbel ausbildet, der sich im Uhrzeigersinn dreht bildet das SST Modell zwei Wirbel aus, die sich in entgegengesetzte Richtungen drehen. Diese beiden Wirbel treten auch für die ebene Simulation einer „Driven Cavity“ bei niedrigen Reynolds-Zahlen auf [19]. Zudem erkennt man in den Ecken am Boden der Kavität, dass sich dort ebenfalls Wirbel bilden.



**Abbildung 4-75: Stromvektoren in einer Ebene mit  $z = 70\text{mm}$  des Poloberflächenmodelles 4 für das SST Modell (links) und das  $k-\varepsilon$  Modell (rechts)**

Die unterschiedlichen Strömungen in den Kavitäten sind auch in der nachfolgenden Abbildung ersichtlich. Dargestellt sind in Abbildung 4-76 die Geschwindigkeit sowie die in die Ebene projizierten Strömungsvektoren für eine Ebene normal zur Hauptströmungsrichtung. Das Bild oben zeigt die Sekundärströmungen für das  $k-\varepsilon$  Modell während im Bild unten das SST-Modell dargestellt ist. Dargestellt ist hierbei lediglich ein Ausschnitt aus dem Querschnitt für eine Ebene mit  $z=67,5\text{mm}$ .

Man erkennt, dass sich für das oben dargestellte  $k-\varepsilon$  Modell innerhalb der Kavitäten eine Sekundärströmung in Richtung der Symmetrieebene einstellt. Lediglich am Rand des Polmodelles stellt sich durch das Einströmen des Mediums aus dem Seitenbereich eine nach außen gerichtete Strömung ein (A). Innerhalb der Kavität stellt sich für das nach außen strömende Medium in Wandnähe eine Umlenkung der Strömung ein (D und E). Für das SST Modell ergibt sich im Seitenbereich eine ähnliche Strömung wie sie auch für das  $k-\varepsilon$  Modell zu

erkennen ist (A, D und E). Lediglich im Zentrum des Polmodelles unterscheidet sich die Strömungen voneinander. Dies ist für das SST Modell bereits in 4.6.1.4 beschrieben worden.

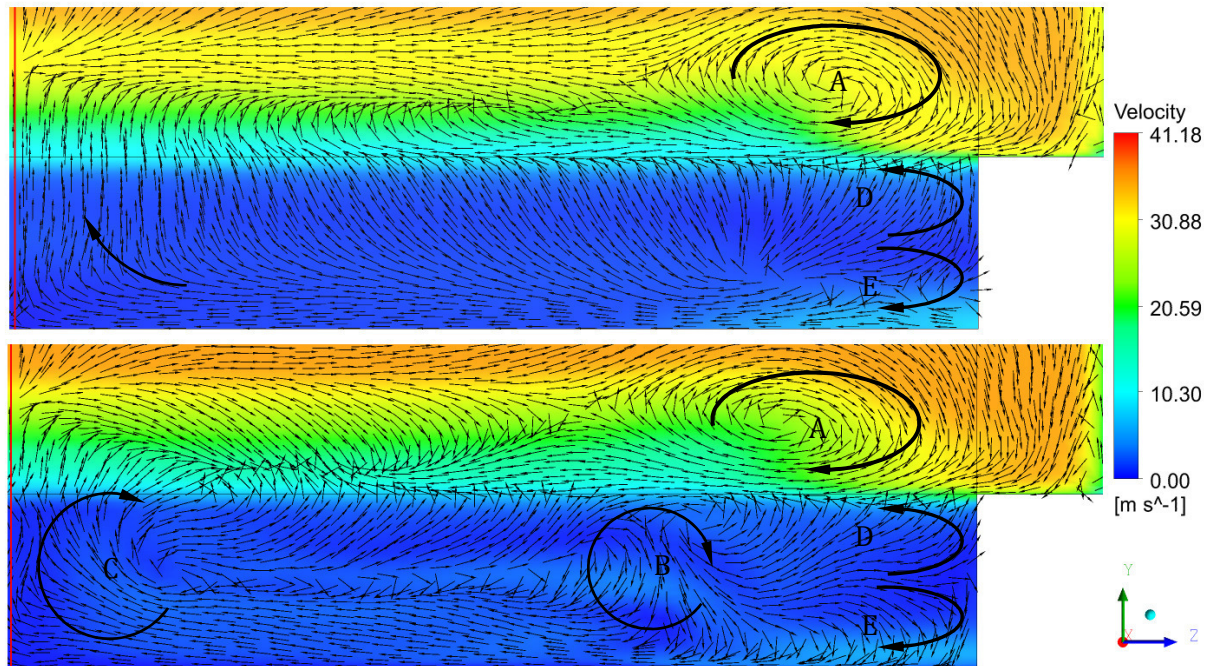


Abbildung 4-76: Sekundärströmungen im Polmodell für zwei Turbulenzmodelle: k- $\epsilon$  (oben) und SST (unten)

Durch die sehr unterschiedlichen Wirbelstrukturen ergibt sich auch bei den Polmodellen eine

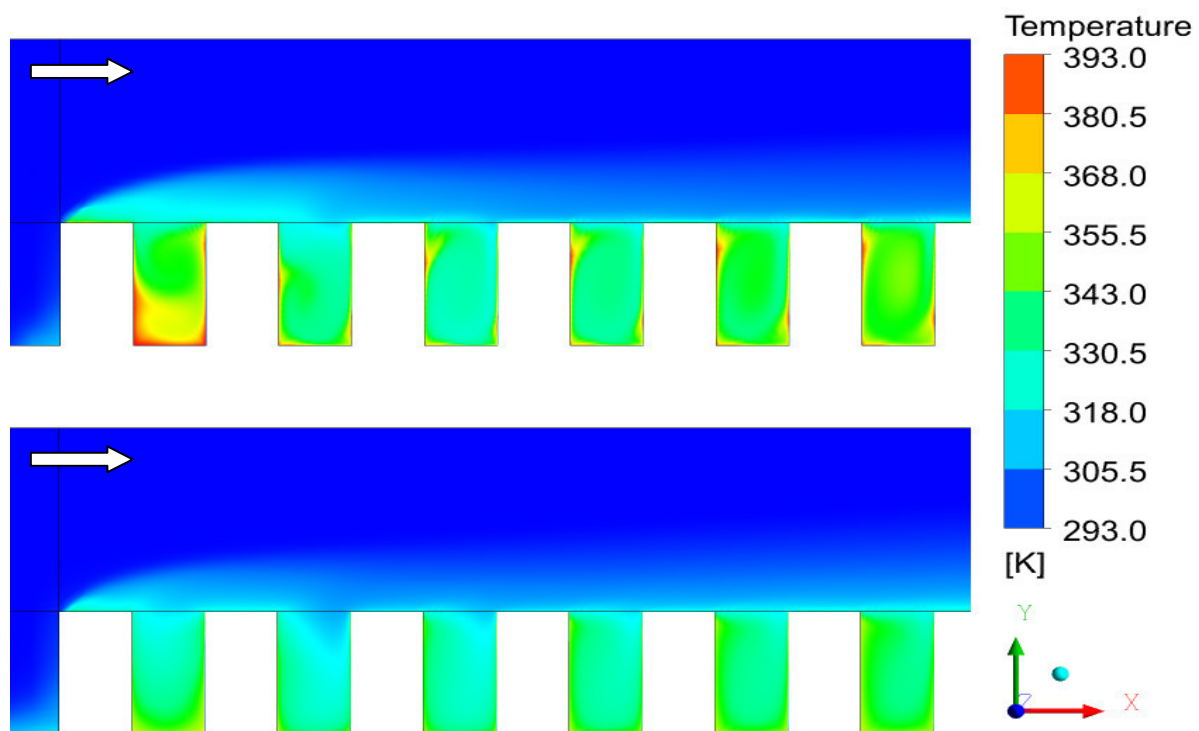
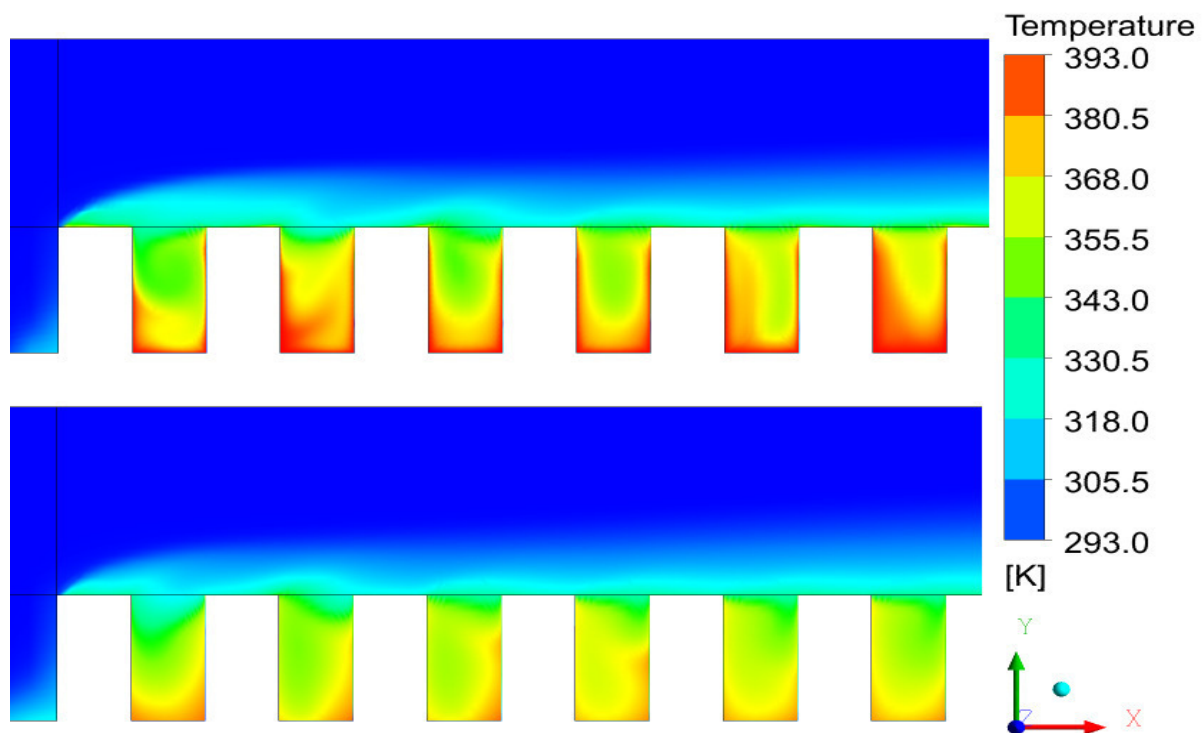


Abbildung 4-77: lokale Temperatur in den Kavitäten des Polmodelles 4 für das SST Modell (oben) und das k- $\epsilon$  Modell (unten)

unterschiedliche Temperaturverteilung in den Kavitäten. Dies ist für die ersten sechs Kavitäten in einer Ebene  $x = 107,5 \text{ mm}$  in Abbildung 4-77 dargestellt ( $\overline{y^+} \sim 1,3$ ). Man sieht eine Seitenansicht der Ebene mit den lokalen Temperaturen für die ersten sechs Rippen. Das Bild oben zeigt die Temperaturverteilung für das SST Modell, unten ist das Ergebnis für das k- $\epsilon$  Modell dargestellt. Man erkennt für das SST Modell immer wieder Zonen höherer Temperatur, die sich mit den oben gezeigten Wirbeln in diesen Punkten assoziieren lassen. Da diese für die skalierbaren Wandfunktionen nicht auftreten herrscht im Bild unten eine homogenere Temperaturverteilung in den Kavitäten.

Eine noch höhere Differenz zwischen den beiden Turbulenzmodellen lässt sich in der Symmetrieebene des Modelles feststellen. Abbildung 4-78 zeigt die Temperatur im Symmetrieschnitt des Polmodelles 4. Dargestellt ist die Temperatur für das SST Modell (oben) und für das k- $\epsilon$  Modell (unten). Es zeigt sich, dass für das SST Modell verglichen mit dem k- $\epsilon$  Modell auch in diesem Querschnitt verhältnismäßig hohe Temperaturen in den gesamten Kavitäten auftreten.



**Abbildung 4-78: lokale Temperatur in der Symmetrieebene des Polmodelles 4 für das SST Modell (oben) und das k- $\epsilon$  Modell (unten)**

Es stellen sich für die beiden verglichenen Turbulenzmodelle in allen betrachteten Bereichen unterschiedliche Strömungs- und Temperaturfelder ein. Dies wird in erster Linie der unterschiedlichen Wandbehandlung der beiden Turbulenzmodelle zugeschrieben.

Dennoch ergeben sich, sowohl für die gesamte übertragene Wärmemenge als auch für den daraus errechneten Wärmeübergangskoeffizienten nur geringe Unterschiede.

## 4.7 Zusammenfassung

In den vorhergehenden Simulationen hat sich gezeigt, dass die Berechnung des Wärmeübergangs an Poloberflächen für einen Großteil der Untersuchungen zufriedenstellende Ergebnisse liefert. Die Vergleiche zwischen den Messungen und Berechnungen waren angesichts getroffener Vereinfachungen und der Unkenntnis mancher Parameter aus den von Sattler durchgeführten Messungen ([17][18]) zufriedenstellend. Insgesamt wird die Verbesserung der Wärmeübertragung bezogen auf die Referenzpoloberfläche 5 für einen Großteil der untersuchten Geometrien und Strömungsrichtungen gut wiedergegeben.

Speziell für Geometrien mit Längsanströmung ergaben sich dabei gute Näherungen die mit einer Differenz zur Messung von rund 5-10% als durchaus zufriedenstellend bezeichnet werden können. Lediglich die Oberflächengeometrie 2 (Dreieck) zeigt hier größere Abweichungen. Für die Berechnungen des Wärmeübergangs bei Queranströmung zeigt sich für die Oberflächenvarianten 2, 3 und 5 ebenfalls eine gute Übereinstimmung mit den durchgeführten Experimenten, so ergibt sich für diese Geometrievarianten ebenfalls eine Differenz zwischen den Messungen und den Simulationen von rund 5-10%. Für die Oberflächengeometrien 1 und 4 haben sich die Ergebnisse der Rechnungen bei Queranströmung als ungenügend erweisen. Für diese treten Unterschiede von rund 20% (Geometrie 1) beziehungsweise 35% (Geometrie 4) auf. Diese Geometrien weisen ein hohes Oberflächenverhältnis  $A/A_0$  auf, was durch relativ hohe Rippen erreicht wird.

Dabei stellt sich für die Polmodelle 1 und 4 ein Strömungszustand in den Vertiefungen der Geometrie ein, der durchaus mit dem Problem des „Driven Cavity Flows“ verglichen werden kann. Für die Lösung des Strömungsfeldes wird in [12] ein ebenes Rechennetz von 600x600 Zellen verwendet. Obwohl dies verglichen mit anderen genannten Berechnungen in dieser Veröffentlichung sehr hoch ist, kann diese Zellanzahl in einer praktischen Berechnung eines 3-d Oberflächenmodelles nicht annähernd erreicht werden (in den durchgeführten Rechnungen wird eine maximale Auflösung von 40x28 Zellen erzielt). Ein weiteres Problem ergibt sich durch die Tatsache, dass hier im Gegensatz zu den oben genannten Quellen ein 3-dimensionales Problem vorliegt und die Strömung dadurch ungemein komplizierter wird [19].

Die Berechnung des Wärmeüberganges in diesen Strömungen erweist sich trotz der simplen Geometrie als schwierig. So zeigt sich in [7] für ein Verhältnis Höhe/Breite = 0,1 trotz eines verwendeten Netzes von 241x161x3 Zellen z.B. eine signifikante Abweichung für lokale Nusselt-Zahlen am Boden der Kavität, wobei sowohl das SST als auch das k- $\epsilon$  Turbulenzmodell die lokale Nusselt-Zahl um bis zu fast 100% überschätzen. Für ein Verhältnis Höhe/Breite = 0,2 ergibt sich wiederum eine relativ gute Übereinstimmung. Hier muss angemerkt werden, dass aufgrund der unterschiedlichen Geometrien dies lediglich ein Anhaltspunkt für die auftretende Problematik sein kann. Für diese Arten von Strömungen wurden von Ooi et al [28] gute Erfolge mittels eines alternativen Turbulenzmodelles ( $v^2 - f$ ) erzielt. Dieses Modell ist ähnlich dem k- $\epsilon$  Modell, es ist jedoch in der Lage, Turbulenz-Anisotropie und Druck-Scher Korrelationen an der Wand zu berücksichtigen. Dies geschieht durch eine zusätzliche Transportgleichung für  $v^2$  sowie eine elliptische Relaxationsgleichung für den Produktionsterm  $f$  [5]. Dies lässt vermuten, dass auch andere Verfahren die in der Lage sind Anisotropien vorherzusagen wie z.B. Reynold-Spannungsmodelle bessere Ergebnisse für eine solche Strömung liefern sollten. In der

Literaturrecherche konnten jedoch keinerlei Vergleichswerte für den Wärmeübergang an identischen Geometrien (mit einem Verhältnis Höhe/Breite nahe 1 bzw. höher) gefunden werden.

Als Problematisch erweist sich auch die vom k- $\epsilon$  Modell standardmäßig verwendete skalierbare Wandfunktion. Durch die äußerst geringen  $y^+$ -Werte in den Kavitäten des Polmodelles 4 ergeben sich durch die Begrenzung auf einen Wert von 11,067 möglicherweise Fehler. Dieser geringe Wert ist jedoch notwendig, um eine genügende Anzahl an Knoten in den betrachteten Gebieten zu besitzen um die Strömung in diesen auflösen zu können. Hier sind in der automatischen Wandbehandlung des SST Modelles eindeutige Vorteile zu sehen. In dieser Wandbehandlung wird auch der Grund gesehen, warum sich in den Simulationen mit dem k- $\epsilon$  Modell einige Strömungseffekte in den Kavitäten des Modelles nicht einstellen die beim SST Modell gefunden werden können.

Eine durchgeführte Netzstudie hat den Einfluss von Netzen verschiedener Auflösung auf das Ergebnis des Oberflächenmodelles 4 gezeigt. Für das SST Turbulenzmodell ergibt sich analog zu den durchgeführten Studien am ebenen Kanal bzw. dem Rechteckkanal ein Extremwert für Rechennetze mit einem mittleren  $y^+ \approx 11$ . Bei der vorhandenen Geometrie bildet sich jedoch für diese Netze ein Minimum der übertragenen Wärmemenge aus. Sowohl für gröbere als auch feinere Netze steigt die übertragene Wärmemenge für das SST Modell an. Für das k- $\epsilon$  Modell stellt sich wieder ein relativ stabiler Verlauf der übertragenen Wärmemenge ein, der erst für Netze mit einem  $y^+ \leq 11$  wieder merklich zu steigen beginnt. Es zeigt sich für die betrachtete Geometrie, dass sich Unterschiede in den errechneten Wärmeübergangskoeffizienten von bis zu 15% ergeben, wobei sich mit einem feinen Netz mit einem  $y^+$  nahe 1 die besten Ergebnisse bzw. die höchsten übertragenen Wärmemengen erzielen lassen.

Ein Vergleich der Turbulenzmodelle zeigt für das k- $\epsilon$  Modell in allen Bereichen eine höhere übertragene Wärmemenge. Für feine Netze, sowie sehr grobe Netze nähern sich die Ergebnisse der beiden Turbulenzmodelle jedoch aneinander an. Hierbei ist anzumerken, dass für die beiden feinsten Netze aufgrund von Speicherbegrenzungen die Struktur von einem uniformen Netz auf ein Netz mit einem O-Grid geändert wurde.

Eine Rechnung mit CHT hat die Annahme einer konstanten Oberflächentemperatur für die Kupfermodelle bestätigt. Die auftretenden Temperaturdifferenzen an der Oberfläche des Polmodells betragen zwischen 2,1 und 2,8 K, was die Vereinfachung einer konstanten Oberflächentemperatur rechtfertigt.



## 5 Zusammenfassung und Ausblick

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde die Anwendung von 2-Gleichungs Turbulenzmodellen auf den Wärmeübergang an Poloberflächenmodellen mittels des Programmpaketes ANSYS CFX untersucht.

Dazu wurde zunächst an einfachen Versuchsgeometrien, dem ebenen Kanal und dem Rechteckkanal, Sensitivitätsanalysen hinsichtlich Turbulenzmodellen und Wandfunktionen, Diskretisierung und Netzabhängigkeit durchgeführt. Es hat sich für die Versuchsgeometrien gezeigt, dass das SST Turbulenzmodell mit automatischer Wandbehandlung für Netze mit einem  $y^+$  im Bereich um 11, also im Bereich des „Buffer Layers“ der Wandgrenzschicht, für alle berechneten Fälle Extremwerte verglichen mit gröberen bzw. feineren Netzen liefert. Das k- $\epsilon$  Modell mit skalierbarer Wandfunktion liefert hingegen für einen großen Bereich an Netzen ein, hinsichtlich der übertragenen Wärmemenge, konstantes Ergebnis. Die Auswirkung unterschiedlicher Diskretisierung konnte anhand des rechteckigen Kanals beurteilt werden. So wurde in diesem Fall ein merklicher Einfluss der Diskretisierung der Grundgleichungen auf das Ergebnis deutlich, während sich die Diskretisierung der Turbulenzgleichungen in diesem Fall kaum auswirkt. Zudem wurden für ein ausgewähltes Oberflächenmodell eine Netzstudie, sowie der Vergleich zweier Turbulenzmodelle durchgeführt. Die Beobachtungen die an den einfachen Versuchsgeometrien gemacht wurden lassen sich auch hier feststellen. Es tritt für das SST Modell ein Extremwert für  $y^+ \approx 11$  auf, während sich für das k- $\epsilon$  Modell ein annähernd konstanter Verlauf einstellt. Für feine Netze mit einem  $y^+$  nahe 1 nähern sich die Ergebnisse aneinander an.

Anschließend wurde die Berechnung des Wärmeüberganges für die Poloberflächenmodelle durchgeführt. Dies geschah mittels des SST Turbulenzmodelles und einem finalen Rechennetz mit einem  $y^+$  nahe 1. Die erhaltenen Rechenergebnisse wurden mit vorhandenen Messwerten verglichen. Die Ergebnisse der angestellten Vergleiche sind hinsichtlich der getroffenen Vereinfachungen und der Unkenntnis einiger Parameter der durchgeführten Versuche gut. Es hat sich gezeigt, dass der Wärmeübergang an den Polmodellen für die meisten Fälle zufriedenstellend errechnet werden konnte. Die Differenzen des errechneten und gemessenen Wärmeübergangskoeffizienten  $\Delta\alpha$  betragen in den meisten Fällen rund 5-10%. Wichtig ist jedoch, dass die Verbesserung des Faktors  $\alpha A$  gegenüber der flachen Poloberfläche richtig wiedergegeben wurde. Lediglich für zwei der Oberflächenmodelle wurde bei Queranströmung eine größere Differenz festgestellt.

Ein Grund dafür ist möglicherweise die Wärmeübergangsrechnung in den Kavitäten der Oberfläche. Diese Rechnung ist aufgrund der sich einstellenden Strömungsverhältnisse mittels der verwendeten 2-Gleichungs Modelle schwer zu erfassen. Hier werden vermutlich komplexere Turbulenzmodelle sowie eine weitere Netzverfeinerung benötigt, um die in der Strömung vorherrschenden Effekte richtig erfassen zu können. Dazu wird es notwendig sein, von den verwendeten Standardmodellen abzugehen und Modelle mit höherem Schließungsgrad wie z.B. Reynolds-Spannungsmodelle oder modifizierte 2-Gleichungs-Modelle wie das  $v^2 - f$  oder algebraische Reynolds-Spannungsmodelle einzusetzen. Dies sollte einen bessere Beschreibung der Strömung in den Kavitäten ermöglichen und auch den Wärmeübergang besser wiedergeben. Ob diese jedoch auch eine bessere Annäherung an die Messwerte hinsichtlich des errechneten

Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha$  ermöglichen ist unklar. Hier stellt sich auch die Frage, ob die skalierbare Wandfunktion für derart geringe  $y^+$  Werte wie sie in diesen Gebieten auftritt, einen zu großen Fehler auf die Lösung des Strömungsfeldes hat.

Ausgehend von den durchgeführten Berechnungen erweist sich die Geometrie 4 dennoch als für die Wärmeübertragung am geeignetsten. Dies ergibt sich in Übereinstimmung mit den durchgeführten Messungen. Nimmt man an, dass die verfügbare Poloberfläche jeweils zur Hälfte längs- und querangeströmt wird, ergibt sich für diese Geometrie, trotz der verhältnismäßig schlechten Ergebnisse für Queranströmung, der höchste Wert  $\alpha A$ .

Ein Thema für eine weiterführende Arbeit kann neben der Verbesserung der Berechnungsergebnisse für die Geometrien 1 und 4 die Betrachtung von höheren Rippen beinhalten. Für Längsanströmung steigt der Faktor  $\alpha A$  sehr stark an, sodass mit einer weiteren Erhöhung der Wärmeübertragung zu rechnen ist. Für Queranströmung liefern Messungen und Berechnungen widersprüchliche Ergebnisse sodass keine klare Aussage in diese Richtung möglich ist.

## 6 Literaturverzeichnis

- [1] Incropera F., DeWitt D.: "Introduction to Heat Transfer", Third Edition, John Wiley und Sons, 1996
- [2] Baehr Stephan: „Wärme- und Stoffübertragung“, 2. Auflage, Springer, 1996
- [3] Bejan A.: "Heat Transfer Handbook", Wiley-Interscience, 2003
- [4] Hartmut M.: „Vergleich von Turbulenzmodellen und Wandfunktionen zur numerischen Berechnung des turbulenten Wärmeübergangs in einer Rohrströmung“, Chemie Ingenieur Technik 2004, Vol. 76, No. 8, 2004, pp. 1116-1124
- [5] Durbin P.A.: "Separated Flow Computations with the  $k - \varepsilon - v^2$  Model", AIAA Journal Vol.33, No. 4, 1995
- [6] Ansys CFX-Solver Modeling Guide, Release 12.0, Ansys Inc., April 2009
- [7] W. Vieser, T. Esch, F. Menter, P. Smirnov: "CFX Validation Report „Heat transfer predictions using advanced two-equation turbulence models“, ANSYS, 2007
- [8] VDI Wärmeatlas, 8. Auflage, 1997
- [9] Vaughn M. E.: "Guidelines for gridding incompressible laminar flat plate flows", AIAA Paper 2004-223
- [10] Ansys CFX-Solver Theory Guide, Release 12.0, Ansys Inc., April 2009
- [11] Anderson D., Tannehill J., Pletcher R.: "Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer", 2. Edition, Taylor und Francis, 1997
- [12] Erturk E., Corke T.C., Gökçol C.: "Numerical Solutions of 2d Steady Incompressible Driven Cavity Flow at High Reynolds Numbers", International Journal for Numerical Methods in Fluids, Vol. 48, Issue 7, pp. 747-774, 2005
- [13] Webb R.L.: "Principles of Enhanced Heat Transfer", John Wiley und Sons Inc., 1994
- [14] Brenn G., Meile W.: Vorlesungsskriptum "Strömungslehre und Wärmeübertragung I", TU Graz, 2006
- [15] Steiner H.: Vorlesungsskriptum „Höhere Strömungslehre“, TU Graz, 2008
- [16] Patankar S.: "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", McGraw Hill, 180
- [17] Sattler H.: „Experimentelle Bestimmung der Wärmeübergangszahl  $\alpha$  bei verschiedenen Querschnittsformen der Polwicklung von Generatoren“, 1994
- [18] Sattler H.: „Experimentelle Bestimmung der Wärmeübergangszahl  $\alpha$  bei verschiedenen Querschnittsformen der Polwicklung von Generatoren mit unbeheizten Vorlaufängen“, 1994
- [19] Shankar P.N., Deshpande M.D.: „Fluid Mechanics in the Driven Cavity“, Annual Review of Fluid Mechanics, Vol. 32, pp. 93-136, 2000
- [20] Pecnik René: „Transitionsmodellierung in thermischen Turbomaschinen“, Dissertation, TU Graz, 2007
- [21] Dahmen W., Reusken A.: "Numerik für Ingenieure und Naturwissenschaftler", 2. Auflage, Springer Verlag, 2008

- [22] Rohsenow W.M, Hartnett J.P., Cho Y.I.: "Handbook of Heat Transfer", 3. Auflage, MacGraw-Hill, 1998
- [23] Gugau Marc: "Beitrag zur Validierung der numerischen Berechnung von Kreiselpumpen", Dissertation, TU Darmstadt, 2004
- [24] Gretler W.: „Wärmeübertragung“, Skriptum TU Graz, 6. Auflage 1990
- [25] „Documentation for ANSYS ICEM CFD 12.0“, SAS IP Inc., 2009
- [26] Roache P.J.: "Quantification of Uncertainty in Computational Fluid Dynamics", Annual Review of Fluid Dynamics, Vol. 29, pp. 123-160, 1997
- [27] Müller G.: "Grundlagen elektrischer Maschinen ", 1. Auflage, VDE-Verlag, 1994
- [28] Ooi A., Iaccarino G., Behnia M.: "Heat transfer predictions in cavitys", Annual Research Brief, Center of Turbulence Research Stanford, 1998

## 7 Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1-1: Prinzipielle Bauformen von Generatoren: Schenkelpol (links) und Vollpol (rechts) (de.wikipedia.com).....	1
Abbildung 1-2: Einlagige Erregerwicklung einer Schenkelpol-Maschine mit vorgezogenen Windungen [27] (links) und die Ansicht eines Rotors mit Schenkelpolen, in Grau die Poloberfläche (Andritz AG, rechts).....	2
Abbildung 2-1: Effekte Numerischer Fehler. (a) Exakte Lösung (b) Numerische Lösung mittels einer Methode 1.Ordnung (c) Numerische Lösung mittels einer Methode 2.Ordnung, Abbildungen aus [10].....	24
Abbildung 2-2: Fehlerquellen von CFD-Simulationen [23] .....	24
Abbildung 3-1: Ausschnitt aus einem Rechennetz der ebenen Platte.....	29
Abbildung 3-2: Geschwindigkeitsprofil und Kontrollvolumen in Wandnähe [6] .....	35
Abbildung 3-3: Übertragene Wärmemenge der ebenen Platte für verschiedene Turbulenzmodelle als Funktion von $y^+$ .....	36
Abbildung 3-4: Nusselt-Zahl der ebenen Platte für verschiedene Turbulenzmodelle also Funktion von $y^+$ und Vergleichswerte nach Gnielinski und Petukhov .....	37
Abbildung 3-5: Lokaler Wärmestrom entlang der x-Achse an der Wand des ebenen Kanals: SST (oben) und $k-\varepsilon$ (unten) für unterschiedliche Netze mit $y^+=0,8$ (blau) und $y^+=85$ (rot).....	38
Abbildung 3-6: Mittlere Temperatur in der wandnahen Zelle im ebenen Kanals: SST (oben) und $k-\varepsilon$ (unten) für zwei verschiedene Netze mit $y^+=0,8$ (blau) und $y^+=85$ (rot).....	39
Abbildung 3-7: Temperaturverlauf (durchgehend) und Geschwindigkeitsverlauf (strichliert) bis zur Symmetrieachse am Austritt des ebenen Kanals für zwei verschiedene Turbulenzmodelle: $k-\varepsilon$ (blau) und (rot) sowie zwei verschiedene Netze: $y^+\sim 0,8$ (oben) und $y^+\sim 86$ (unten); Temperaturachse links, Geschwindigkeitsachse rechts .....	40
Abbildung 3-8: Turbulente kinetische Energie am halben Austrittsquerschnitt des ebenen Kanals für zwei verschiedene Turbulenzmodelle: $k-\varepsilon$ (rot) und SST (blau) und zwei verschiedene Netze: $y^+\sim 0,8$ (Volllinie) und $y^+\sim 86$ (strichliert).....	41
Abbildung 3-9: Übertragene Wärme bei unterschiedlichen Randbedingungen mit unterschiedlichen Re-Zahlen .....	42
Abbildung 3-10: Nusselt-Zahl bei unterschiedlichen Randbedingungen mit korrigierten Re-Werten .....	42
Abbildung 3-11: Nusselt-Zahl für verschiedene Diskretisierungsoptionen, $k-\varepsilon$ (unten) und SST (oben).....	43
Abbildung 3-12: Isometrische Ansicht des Rechteckkanals.....	45
Abbildung 3-13: Rechteckkanal, Ansicht des Rechennetzes.....	47
Abbildung 3-14: Übertragene Wärmemenge $Q/[W]$ für den Rechteckkanal bei verschiedenen Turbulenzmodellen als Funktion von $y^+$ .....	48
Abbildung 3-15: Nusselt-Zahl für den Rechteckkanal bei verschiedenen Turbulenzmodellen....	49
Abbildung 3-16: Nusselt-Zahl für einen Rechteckkanal mit $d_{hl} = 50$ und Vergleich mit empirischen Korrelationen nach Gnielinski und Petukhov.....	50
Abbildung 3-17: Auswirkung der Diskretisierung auf die übertragene Wärmemenge [%] bezogen auf die Wärmemenge der Diskretisierung High/High, SST Modell.....	51

Abbildung 3-18: Auswirkung der Diskretisierung auf die übertragene Wärmemenge [%] bezogen auf die Wärmemenge der Diskretisierung High/High, k- $\epsilon$ Modell .....	51
Abbildung 3-19: Übertragene Wärmemenge des Rechteckkanals des k- $\epsilon$ und SST Modells für ein hydraulisch entwickeltes Eintrittsprofil und ein Blockprofil .....	52
Abbildung 3-20: Verlauf des Wärmestromes am Umfang für hydraulisch entwickelte und nicht entwickelte Eintrittsrandbedingungen, SST Modell.....	53
Abbildung 3-21: Verlauf des Wärmestromes am Umfang für hydraulisch entwickelte und nicht entwickelte Eintrittsrandbedingungen, k- $\epsilon$ Modell .....	53
Abbildung 3-22: Wandschubspannung für die ersten 100mm des rechteckigen Kanals für die entwickelte Eintrittsströmung (rot) und die nicht entwickelte (blau), SST Modell .....	53
Abbildung 4-1: Übersicht der Poloberflächenmodelle [17] sowie Definition der Strömungsrichtungen .....	56
Abbildung 4-2: Versuchskanal mit Poloberflächenmodell [17].....	57
Abbildung 4-3: Die zwei verschiedenen Rechengemetrien in Seitenansicht; oben mit ebener Oberfläche, unten mit strukturierter Oberfläche des Vor- und Nachlaufs, Oberfläche 2 bei Queranströmung.....	58
Abbildung 4-4 Ausschnitt aus den Rechnetzen der Oberflächen 1 (oben links), 2 (oben rechts) 3(mitte links) 4(mitte rechts) und 5 (unten) .....	60
Abbildung 4-5: Rechengemetrie mit Vor- und Nachlauf.....	62
Abbildung 4-6 Wärmeübergangskoeffizient der Rechteckprofile (1), links längsangeströmt, rechts querangeströmt.....	66
Abbildung 4-7: Lokaler Wärmestrom am Polmodell 1 bei Längsanströmung; Pfeil zeigt die Strömungsrichtung.....	66
Abbildung 4-8: Geschwindigkeitsfeld in einer horizontalen Ebene $y = 5mm$ im Polmodell 1 (oben), Ausschnitt Geschwindigkeitsfeld beim Eintritt in das Polmodell (unten links), Ablöseblase an der Oberkante des Polmodelles in einer vertikalen Ebene $z = 20mm$ (unten rechts). Die Pfeile zeigen die Strömungsrichtung.....	67
Abbildung 4-9: Sekundärströmungen im Polmodell 4 in einer Ebene $x=10mm$ (links) und $x=80mm$ (rechts) für zwei Positionen im Polmodell .....	68
Abbildung 4-10: Lokaler Wärmestrom am Polmodell 1 bei Queranströmung; Pfeil zeigt die Strömungsrichtung.....	69
Abbildung 4-11: Geschwindigkeitsvektoren in den ersten drei Kavitäten der Symmetrieebene (oben) und einer Ebene mit $z=5mm$ (unten) ; Pfeil zeigt die Strömungsrichtung.....	70
Abbildung 4-12: Temperatur in den Kavitäten der Symmetrieebene (unten) und einer Ebene mit $z=5mm$ (oben) ; Pfeil zeigt die Strömungsrichtung.....	71
Abbildung 4-13: Sekundärströmung in der Mitte der dritten Kavität .....	72
Abbildung 4-14: Wärmeübergangskoeffizient des Dreiecksprofils (Profil 2) bei Längsanströmung (links) und Queranströmung (rechts).....	72
Abbildung 4-15: lokaler Wärmestrom des Polmodelles 2 bei Längsanströmung (oben), Temperaturverteilung in einer Ebene $x = 60mm$ für das halbe Modell mit Symmetrieebene in Rot (unten) ; Pfeil zeigt die Strömungsrichtung.....	73
Abbildung 4-16: Geschwindigkeitsfeld mit Vektoren in zwei Ebenen des Strömungsfeldes bei $z=77mm$ (unten) und $z=82mm$ (oben) ; Pfeil zeigt die Strömungsrichtung.....	74

Abbildung 4-17: Sekundärströmungen in Polmodell 2 für zwei verschiedene Ebenen mit $x=5mm$ (links) und $x=60mm$ (rechts) .....	75
Abbildung 4-18: Geschwindigkeitsfeld in der Symmetrieebene des Polmodelles 2 bei Queranströmung; Pfeil zeigt die Strömungsrichtung .....	75
Abbildung 4-19: $y +$ Werte der beheizten Oberfläche für ein Modell ohne Vorlaufgeometrie ; Pfeil zeigt die Strömungsrichtung.....	76
Abbildung 4-20: lokaler statischer Druck in einer Ebene $y=31mm$ über dem Polmodell 2 bei Queranströmung; Pfeil zeigt die Strömungsrichtung .....	76
Abbildung 4-21: lokaler Wärmestrom an der Poloberfläche 2 bei Queranströmung; Pfeil zeigt die Strömungsrichtung.....	77
Abbildung 4-22 Wärmeübergangskoeffizient des Kreisprofils (Geometrie 3) bei Längsanströmung (links) und Queranströmung (rechts).....	78
Abbildung 4-23: Wärmestrom an der Poloberfläche 3 bei Längsanströmung .....	79
Abbildung 4-24: Geschwindigkeitsfeld mit Vektoren in zwei Ebenen des Polmodelles 3 bei Queranströmung; $z = 55mm$ (unten) und $z = 82mm$ (oben).....	80
Abbildung 4-25: Strömungsgeschwindigkeiten über dem Polmodell 3 bei Längsanströmung.....	80
Abbildung 4-26: lokaler Wärmestrom am Polmodell 3 bei Queranströmung .....	81
Abbildung 4-27: Geschwindigkeiten im Polmodell 3 in einer Ebene $y=31mm$ .....	82
Abbildung 4-28: Geschwindigkeitsvektoren in einer Ebene mit $x = 80mm$ , projizierte Vektoren mit einheitlicher Länge .....	82
Abbildung 4-29: Temperaturverteilung im Polmodell: Oben in einer horizontalen Ebene mit $y=31mm$ , unten in einer Ebene mit $x=112mm$ beim Verlassen der beheizten Oberfläche .....	83
Abbildung 4-30 Wärmeübergangskoeffizient der Rechteckprofile (4) links längsangeströmt, rechts querangeströmt.....	84
Abbildung 4-31: Lokaler Wärmestrom der Poloberfläche 4 bei Längsanströmung; Pfeil zeigt die Strömungsrichtung .....	85
Abbildung 4-32: Geschwindigkeitsfeld in einer horizontalen Ebene $y = 5mm$ im Polmodell 4 (oben) sowie Sekundärströmungen in einer Ebene $x = 40mm$ (unten) .....	86
Abbildung 4-33: Wärmestrom an der Oberfläche der Polgeometrie 4 bei Queranströmung; Pfeil zeigt die Strömungsrichtung.....	87
Abbildung 4-34: Geschwindigkeiten im Polmodell 4 in einer Ebene $y=31mm$ bei Queranströmung.....	88
Abbildung 4-35: Geschwindigkeitsfeld mit projizierten Vektoren in einer Ebene mit $z=10mm$ ..	88
Abbildung 4-36: Wirbel vor der ersten Rippe der Poloberfläche 4 bei Queranströmung .....	89
Abbildung 4-37: Geschwindigkeit und projizierte Vektoren in einer Ebene $x = 87,5mm$ für das halbe Polmodell, Symmetrieebene in rot.....	90
Abbildung 4-38: Wärmeübergangskoeffizient des ebenen Profils (5).....	90
Abbildung 4-39: Geschwindigkeit in der Symmetrieebene des Polmodelles 4 (oben) sowie Stromlinien im Ablösewirbel mit statischem Druck an der Poloberfläche (unten).....	91
Abbildung 4-40: Lokaler Wärmestrom an der Oberfläche des Polmodelles 5.....	92
Abbildung 4-41: Wärmeübergangszahl für verschiedene Profile bei drei Geschwindigkeiten bei Längsanströmung.....	93

Abbildung 4-42: Der Faktor $\alpha \cdot A\alpha \cdot A0$ für verschiedene Oberflächengeometrien bei Längsanströmung, als Vergleichswert ist ein Messergebnis dargestellt.....	94
Abbildung 4-43: Wärmeübergangskoeffizient $\alpha$ als Funktion des Oberflächenfaktors für verschiedene Geschwindigkeiten bei Queranströmung.....	95
Abbildung 4-44: Faktor $\alpha \cdot A\alpha \cdot A0$ für verschiedene Oberflächengeometrien bei Queranströmung.....	95
Abbildung 4-45: Faktor $\alpha \cdot A\alpha \cdot A0$ für verschiedene Oberflächengeometrien bei gemischter Anströmung.....	96
Abbildung 4-46: Wärmeübergangskoeffizient der Geometrie 5 mit Vorlauf und Vergleichswerte .....	97
Abbildung 4-47: Wärmeübergangskoeffizient der Geometrien 2 (links) und 3 (rechts) mit Vorlauf und Vergleichswerten.....	97
Abbildung 4-48: lokale Wärmeströme der Poloberflächen 2 (links) und 3 (rechts) bei Queranströmung mit Vorlaufgeometrie; Die Pfeile zeigen die Strömungsrichtung.....	98
Abbildung 4-49: Wall Heat Transfer Coefficient (WHTC) entlang der Oberflächensegmente für die Geometrien 2 (links) und 3 (rechts). Kurven mit Vorlaufgeometrie blau, ohne Vorlaufgeometrie rot.....	99
Abbildung 4-50: Lokale Geschwindigkeiten für das Poloberflächenmodell 3 bei nicht entwickelter (links) und entwickelter Strömung (rechts).....	99
Abbildung 4-51: Lokale Geschwindigkeiten für das Poloberflächenmodell 2 bei nicht entwickelter (links) und entwickelter Strömung (rechts).....	100
Abbildung 4-52: Geschwindigkeitsverlauf im Symmetriequerschnitt über der Mitte der ersten Rippe, links Profil 3 (rund), rechts Profil 2 (Dreieck). Entwickelte Strömung in rot, nicht entwickelte in Blau.....	100
Abbildung 4-53 Wärmeübergangszahl $\alpha$ für die Polgeometrie 4 mit CHT bei Queranströmung und Vergleich mit der Randbedingung $T_w = const$ .....	101
Abbildung 4-54: Oberflächentemperatur der beheizten Wand bei einer Simulation mit CHT, Ansicht von oben .....	102
Abbildung 4-55: Temperaturverlauf an Oberfläche in der Symmetrieebene des Polwindungsmodelles für zwei Geschwindigkeiten: 10 m/s (oben) und 30 m/s (unten).....	102
Abbildung 4-56: Rechengitter eines für die Netzstudie verwendeten Rechnetzes der Poloberfläche 4.....	103
Abbildung 4-57: Wärmeübergangskoeffizient $\alpha$ als Funktion des mittleren $y$ +-Wertes des Poloberflächenmeshes für drei verschiedene Geschwindigkeiten $u$ , SST Turbulenzmodell .....	104
Abbildung 4-58 Wärmeübergangskoeffizient $\alpha$ als Funktion des mittleren $y$ +-Wertes des Poloberflächenmeshes für 3 verschiedene Geschwindigkeiten $u$ korreliert auf eine gemeinsame Bezugsgeschwindigkeit $u=10\text{m/s}$ , SST Turbulenzmodell.....	105
Abbildung 4-59: Wärmeübergangskoeffizient $\alpha$ als Funktion des mittleren $y$ +-Wertes des Poloberflächenrechnetzes für drei verschiedene Geschwindigkeiten $u$ , $k$ - $\epsilon$ Turbulenzmodell .....	105
Abbildung 4-60: Wärmeübergangskoeffizient $\alpha$ als Funktion des mittleren $y$ +-Wertes des Poloberflächenmeshes für drei verschiedene Geschwindigkeiten $u$ , korreliert auf eine gemeinsame Bezugsgeschwindigkeit $u=10\text{m/s}$ , $k$ - $\epsilon$ Turbulenzmodell .....	106



Abbildung 4-61: Wärmeübergangskoeffizient $\alpha$ als Funktion des mittleren $y^+$ -Wertes des Poloberflächenmeshes für drei verschiedene Geschwindigkeiten $u$ , Vergleich des SST (Raute) und $k-\varepsilon$ Turbulenzmodelles (Ohne Symbol).....	106
Abbildung 4-62: Vergleich des Wärmeübergangskoeffizienten des SST (rot) und $k-\varepsilon$ Turbulenzmodelles (blau) als Funktion des mittleren $y^+$ -Wertes für eine Geschwindigkeit $u=20\text{m/s}$ .....	107
Abbildung 4-63: Übertragene Wärme an den Oberflächenelementen des Polmodelles 4 für ein Netz mit $y^+\approx 1,3$ , dargestellt für das $k-\varepsilon$ (rot) und das SST-Modell (blau).....	107
Abbildung 4-64: Wärmestrom an der Oberfläche des Polmodelles 4 für zwei verschiedene Turbulenzmodelle: SST (oben) und $k-\varepsilon$ (unten), $u = 30 \text{ m/s}$ .....	108
Abbildung 4-65: Geschwindigkeitsvektoren in einem Längsschnitt: SST (unten) und $k-\varepsilon$ (oben) für ein Modell mit mittlerem $y^+\approx 1$ , hervorgehoben der unterschiedliche Rezirkulationsbereich der beiden Turbulenzmodelle, reduzierte Anzahl an Vektoren.....	109
Abbildung 4-66: Entwicklung der Wirbel D und E entlang der Poloberfläche .....	110
Abbildung 4-67: Turbulente kinetische Energie $k$ in einem Längsschnitt: $k-\varepsilon$ (links) und SST (rechts) .....	110
Abbildung 4-68: Turbulente Kinetische Energie in den Kavitäten der Symmetrieebene des Oberflächenmodells für $k-\varepsilon$ (oben) und SST(unten); der dargestellte Maximalwert beträgt $0,1 \text{ m}^2/\text{s}^2$ . Die dargestellte Schnittebene ist unten ersichtlich.....	111
Abbildung 4-69: $y^+$ Werte entlang der Oberfläche in der Symmetrieebene eines Poloberflächenmodells (Geometrie 4) für das SST (blau) und das $k-\varepsilon$ Modell (rot), $u=30\text{m/s}$ , mittleres $y^+$ des Netzes 1,3.....	112
Abbildung 4-70: Verteilung von $y^+$ an der beheizten Poloberfläche; SST Modell, $u=30\text{m/s}$ ....	112
Abbildung 4-71: lokaler Wärmestrom in der Symmetrieebene eines Poloberflächenmodells (Geometrie 4) für das SST (blau) und das $k-\varepsilon$ Modell (rot), $u=30\text{m/s}$ , mittleres $y^+$ des Netzes 1,3 .....	113
Abbildung 4-72: Geschwindigkeit in den ersten Kavitäten Symmetrieebene der Geometrie 4 bei halber Tiefe für SST (blau) und $k-\varepsilon$ (rot), $u=10 \text{ m/s}$ . Das Bild oben zeigt die Darstellungsebene der Geschwindigkeiten.....	113
Abbildung 4-73: Stromlinien in einer Kavität des Polmodelles 4 für ein Netz mit $y^+\sim 0,5$ für das SST Modell (links) und das $k-\varepsilon$ Modell (rechts) mit markierten Wirbeln; Hervorgehoben „Downstream Secondary Eddy“ (DSE), „Upstream Secondary Eddy“ (USE) und „Upper Upstream Eddy“ (UUE).....	114
Abbildung 4-74: Vergleichsergebnis für die Simulation einer ebenen quadratischen Kavität nach Erturk et al. [12] für $Re = 15000$ .....	114
Abbildung 4-75: Stromvektoren in einer Ebene mit $z = 70\text{mm}$ des Poloberflächenmodelles 4 für das SST Modell (links) und das $k-\varepsilon$ Modell (rechts) .....	115
Abbildung 4-76: Sekundärströmungen im Polmodell für zwei Turbulenzmodelle: $k-\varepsilon$ (oben) und SST (unten) .....	116
Abbildung 4-77: lokale Temperatur in den Kavitäten des Polmodelles 4 für das SST Modell (oben) und das $k-\varepsilon$ Modell (unten).....	116
Abbildung 4-78: lokale Temperatur in der Symmetrieebene des Polmodelles 4 für das SST Modell (oben) und das $k-\varepsilon$ Modell (unten).....	117

---

## 8 Tabellenverzeichnis

Tabelle 3-1: Zellgröße und mittleres $y^+$ der ebenen Platte.....	29
Tabelle 3-2: Verwendete Diskretisierungsschemata .....	33
Tabelle 3-3: Zellgrößen der wandnahen Zelle des Rechteckkanals und der sich ergebende mittlere Wert von $y^+$ .....	46
Tabelle 3-4: Dimensionslose Kennwerte des Rechteckkanals .....	47
Tabelle 4-1: Modellvarianten.....	55
Tabelle 4-2: Oberflächenfaktor $A/A_0$ der Polvarianten.....	57
Tabelle 4-3: Hydraulische Durchmesser und Zellhöhe der ersten Zelle für die Polmodelle.....	59
Tabelle 4-4: Zellenanzahl der Poloberflächenmodelle .....	59
Tabelle 4-5: Zellenanzahl des Vor-/Nachlaufes der Poloberflächenmodelle für ein 112mm langes Teilelement .....	61
Tabelle 4-6: Solvereinstellungen für das Poloberflächenmodell.....	63