

Einsatzoptimierung von Speicherkraftwerken in gekoppelten Strommärkten

Diplomarbeit
von
Werner Konrad

Betreuer
Dipl.-Ing. Dr.techn. Christoph Gutschi

Begutachter
Univ.-Prof. Mag. Dipl.-Ing. Dr.techn. Heinz Stigler

eingereicht am
Institut für Elektrizitätswirtschaft und Energieinnovation
der Technischen Universität Graz

Graz, Februar 2011

Eidesstattliche Erklärung

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen oder Hilfsmittel nicht benutzt und die den benutzten Quellen wörtlich und inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe.

Graz, Februar 2011

.....
(Unterschrift)

Kurzfassung

Die vorliegende Arbeit untersucht den optimierten Einsatz von Speicher- und Pumpspeicherkraftwerken in einem liberalisierten Strommarkt sowie die Interaktion des (Pump-)Speicherbetriebs mit dem Gesamtsystem. Mit Speicher- und Pumpspeicherkraftwerken ist es möglich elektrische Energie, welche von anderen Kraftwerken zur Verfügung gestellt wird, in Form von potentieller Energie zu speichern und zu einem späteren Zeitpunkt wieder in Form von elektrischer Energie abzugeben. Diese Kraftwerke werden im Turbinenbetrieb wie zusätzliche Kraftwerke in der Merit Order und im Pumpbetrieb wie zusätzliche Nachfrager behandelt. Betrachtet man die installierte Pumpspeicherleistung in den Staaten Mitteleuropas genauer, so erkennt man, dass Pumpspeicherkraftwerke 6,5% der installierten Kraftwerksleistung ausmachen, wodurch sie zu wesentlichen Akteuren am Strommarkt werden. In der Praxis eingesetzte Speichereinsatzmodelle gehen häufig von einem fixen zukünftigen Marktpreis aus, wodurch die Marktpreiskopplung durch den Einsatz der Speicherkraftwerke nicht berücksichtigt wird. Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, den Speichereinsatz der Pumpspeicherkraftwerke sowie Speicherkraftwerke unter Berücksichtigung der Rückkopplungseffekte zu optimieren. Die Optimierung umfasst zwei unterschiedliche Speichereinsatzstrategien, eine Gesamtkostenminimierung und eine Maximierung des Rohertrags für die Speicherkraftwerksbetreiber. Diese Optimierungen werden für einzelne Länder, für einzelne Marktgebiete sowie für acht gekoppelte Märkte in Mitteleuropa (Österreich, Deutschland, Schweiz, Frankreich, Italien, Slowenien, Tschechien, Polen) durchgeführt. Das Problem der Rohertragsmaximierung mit mehreren gekoppelten Märkten erforderte einen iterativen Algorithmus, da es in diesem Fall kein eindeutiges stabiles Gleichgewicht zwischen den Märkten gibt. Mit einer rohertragsmaximierenden Betriebsweise kann gegenüber der Betriebsweise der Gesamtkostenminimierung der Rohertrag für die Speicherkraftwerksbetreiber um bis zu 23% gesteigert werden. Die Entwicklung des Algorithmus erfolgte mit der Software GAMS/CPLEX bzw. Matlab und konnte erfolgreich abgeschlossen und getestet werden. Der entwickelte Algorithmus zur Betriebsoptimierung in einer Periode (Woche, Monat, etc.) lässt sich mit einer konventionellen Jahreseinsatzoptimierung auf Periodenbasis kombinieren.

Abstract

This thesis investigates the optimized operation of storage and pump storage hydro power stations in a competitive electricity market as well as the interaction of the pump storage operation with the overall electricity system. Pump storage power Stations can store electric energy from other power plants by pumping water into a basin, therefore increasing its potential energy. By activating the turbines the stored potential energy can be transformed into electrical energy at any given moment. Pump storage power stations are special power plants which can be consumer or producer depending on the operation mode. The installed pump storage power in continental europe contributes about 6.5% to the total installed power. Therefore pump storage power stations are a significant player in the competitive electricity market. Commonly used models for pump storage optimization often presuppose a fixed market price without respecting the influence of the pump storage power stations on the market and the prices. The aim of the thesis is the optimization of pump storage power station operation with respect to the influence mentioned above. Two different operating strategies for the operators of the pump storage power stations discussed in this thesis. One is to minimize the total electricity generation cost and the other is the maximization of the gross profit for the storage power stations operators. These optimizations get applied to single countries, single market areas and for eight coupled countries of continental europe (Austria, Germany, Switzerland, France, Italia, Slovenia, Czech Republic, Poland). For the maximum of the gross profit for coupled markets an iterative algorithm had to be implemented, due to the complexity of the optimization problem. The optimization of the gross profit for the operator yield up to 23% higher results than the minimization of the generation costs. GAMS/CPLEX and Matlab were used to succesfully develop and check the algorithm. This algorithm optimizes the operation over a period of time (week or month) and can be combined with a conventional optimization for yearly operation based on periods.

Danksagung

Zuerst möchte ich mich bei Univ.-Prof. Mag. Dipl.-Ing. Dr.techn. Heinz Stigler, welcher diese Arbeit ermöglichte, bedanken. Weiters möchte ich mich ganz besonders bei meinem Betreuer Dipl.-Ing. Dr.techn. Christoph Gutschi für seine unermüdliche Unterstützung mit Rat und neuen Ideen bedanken, ohne dessen Hilfe diese Arbeit wohl nie entstanden wäre und bei Dipl.-Ing. Dr.techn. Christoph Huber für das Durchlesen und Hilfe der Fertigstellung.

Weiters möchte ich mich bei allen Mitarbeitern des IEE und den restlichen Diplomanden für ihre tatkräftige Unterstützung, sowie die interessanten fachlichen Gespräche und die gemeinsamen Pausen bedanken.

Ganz besonders möchte ich mich bei meiner ganzen Familie und meiner lieben Freundin bedanken, die immer hinter mir stand und jederzeit für mich da war. Ihr widme ich auch diese Arbeit.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Motivation der Arbeit	1
1.2	Aufbau der Arbeit	1
2	Optimierung	3
2.1	Allgemeines	3
2.1.1	Beispiele für konvexe Kombinationen von x_1 und x_2	4
2.1.2	Beispiele für konvexe Funktionen	5
2.1.2.1	Erweiterung mit einer Matrix Q	5
2.1.2.2	Operationen, welche die Konvexheit von Funktionen erhalten	6
2.2	Lineare Programme	6
2.2.1	Einführung	6
2.2.2	Grafische Interpretation	6
2.3	Das duale Problem	7
2.3.1	Lagrange Dualität	7
2.3.2	Herleitung des symmetrischen dualen Problems	8
2.3.3	Schwache Dualität	9
2.3.4	Starke Dualität	9
3	Speicher- und Pumpspeicheranlagen	10
3.1	Vorteile von Speicher- und Pumpspeicheranlagen	10
3.2	Einsatz von Speicher- und Pumpspeicheranlagen	11
3.3	Vergleich der Aggregatanordnungen in Pumpspeicheranlagen	12
4	Planungsmethoden	16
4.1	Mehrphasige stochastische Optimierung	16
4.1.1	Einführung	16
4.1.2	Lösungsansatz	16
4.1.3	Dual Dynamic Programming	16
4.1.4	Multistage dual dynamic programming	21
4.1.5	Stochastic dual dynamic programming	23
4.2	Anwendung	25
5	Einsatzoptimierung nach der Dauerlinie	28
5.1	Vereinfachende Annahmen	28
5.2	Einfaches Beispiel mit einer linearen Merit Order	28
5.2.1	Allgemeines zur Modellierung	29
5.2.1.1	Modellierung eines Pumpspeicherkraftwerks	29
5.2.1.2	Modellierung eines Speicherkraftwerks	30
5.2.2	Beweis der Rothertragsmaximierung für ein Pumpspeicherkraftwerk	31
5.2.3	Beweis der Rothertragsmaximierung für ein Speicherkraftwerk	34
5.2.4	Beweis der Gesamtkostenminimierung für ein Pumpspeicherkraftwerk	36
5.2.5	Beweis der Gesamtkostenminimierung für ein Speicherkraftwerk	38
5.3	Grundlegendes Beispiel mit einer stückweise konstanten Merit Order	39
5.3.1	Modellierung zur Gesamtkostenminimierung	41

5.3.2	Modellierung zur Rothertragsmaximierung	46
5.3.3	Optimierungsergebnisse	50
5.4	Gesamtkostenminimierung für mehrere Länder	57
5.4.1	Modellierung zur Gesamtkostenminimierung über mehrere Länder . . .	57
5.4.2	Optimierungsergebnisse	61
5.5	Rothertragsmaximierung über mehrere Länder	65
5.5.1	Ansatz der Pumpenergieerduktion	65
5.5.1.1	Optimierungsergebnisse	67
5.5.2	Ansatz der Einzelländer-Rothertragsmaximierung	69
5.5.2.1	Beschreibung des ersten Schritts	69
5.5.2.2	Beschreibung des zweiten Schrittes	69
5.5.2.3	Beschreibung des dritten Schrittes	79
5.5.2.4	Beschreibung des vierten Schrittes	79
5.5.2.5	Beschreibung des fünften Schrittes	79
5.5.3	Optimierungsergebnisse	80
6	Datenstruktur	84
6.1	Inputdaten	84
6.2	Outputdaten	84
7	Resümee	85
	Literatur	92
A	Anhang	93
A.1	Simulationsdaten	93
A.1.1	Jänner 2008	93
A.1.2	Juni 2008	94
A.2	Gesamtkostenminimierung für Europa	95
A.2.1	Jänner	95
A.2.2	Juni	102
A.3	Rothertragsmaximierung für Europa	109
A.3.1	Jänner	109
A.3.2	Juni	116

1 Einleitung

1.1 Motivation der Arbeit

Aufgrund der ständig zunehmenden Stromerzeugung aus fluktuierenden Einspeisern wie Windkraft und Photovoltaik werden Energiespeicher für einen zuverlässigen Betrieb des Elektrizitätssystems immer bedeutender. Mit dem Einsatz von Speicher- und Pumpspeicherkraftwerken kann eine Effizienzsteigerung im Elektrizitätssystem und eine Verringerung der Volatilität der Strompreise erreicht werden. Es muss immer berücksichtigt werden, dass ohne den Einsatz von Speicherkraftwerken eine sichere Energieversorgung in Spitzenlastzeiten nur schwer realisiert werden kann und dass die Speicherung von großen Mengen an Energie derzeit nur in Form von Wasser wirtschaftlich sinnvoll ist. In vielen Ländern Europas macht die Leistung der Speicher- und Pumpspeicherkraftwerke einen großen Teil der gesamten installierten Kraftwerksleistung eines Landes aus. In dieser Arbeit soll untersucht werden, wie durch einen optimierten Einsatz der Speicher die gesamten Erzeugungskosten der elektrischen Energie in einer Periode minimiert werden können. Da abgesehen von den Speicherkraftwerken meist nur Gasturbinen- und GuD-Kraftwerke zur Spitzenlastdeckung eingesetzt werden können, kann mit dieser Optimierung zusätzlich der Ausstoß von Kohlendioxid (CO_2) minimiert werden. Es soll weiters gezeigt werden, welche Marktrückkopplungen durch den Einsatz der Speicherkraftwerke bezüglich einer Rothertragsmaximierung für die Speicherkraftwerksbetreiber auftreten können.

1.2 Aufbau der Arbeit

Das **erste Kapitel** bietet eine kleine Übersicht über die restlichen Kapitel dieser Arbeit. Weiters befindet sich hier die Motivation für diese Arbeit.

Das **zweite Kapitel** soll eine kurze Einführung in die Optimierung und in die lineare Programmierung bieten. Es wird erklärt, wie konvexe Mengen und konvexe Funktionen definiert sind. Anschließend wird ein einfaches lineares Programm und dessen grafische Interpretation der Lösung vorgestellt. Weiters wird die Umwandlung des primalen Problems zum dualen Problem anhand der dualen Lagrange Funktion gezeigt.

Im **dritten Kapitel** wird die Funktionsweise von Speicher- bzw. Pumpspeicherkraftwerken erklärt und die Anforderungen an diese Anlagen aufgelistet. Außerdem wird über die Aufbringung und Verwendung der Energie in Österreich für das Jahr 2008 im Jänner und Juni diskutiert. Zusätzlich wird auf die Unterschiede der Aggregatanordnung in Pumpspeichieranlagen näher eingegangen.

Im **vierten Kapitel** soll eine der verbreitetsten Methode zur Planung des Speichereinsatzes mit unbekanntem Zuflussmengen von Pereira und Pinto vorgestellt werden.

Das **fünfte Kapitel** befasst sich mit der Speichereinsatzoptimierung anhand der Verbrauchsdauerlinie und Merit Order eines Marktes. Die Problemstellung wird zu Beginn anhand von einfachen Beispielen nähergebracht, welche immer weiter ausgebaut werden. Weiters wird der Unterschied zwischen dem Speichereinsatz nach einer Minimierung der Kraftwerkseinsatzkosten und einer Rothertragsmaximierung für die Speicherkraftwerksbetreiber gezeigt.

Im **sechsten Kapitel** wird kurz beschrieben, welche Daten für die Optimierung benötigt werden und welche Daten nach der Optimierung wieder ausgegeben werden.

Abschließend erfolgt im **siebenten Kapitel** eine Zusammenfassung der gefundenen Ergebnisse und Erkenntnisse.

2 Optimierung

2.1 Allgemeines

Die folgenden Grundlagen über die Optimierung wurden sinngemäß aus dem Skriptum (Hofer, 2009) und den persönlichen Mitschriften aus der Vorlesung „Entwurf optimaler Systeme“ für einen besseren Einstieg in diese Arbeit entnommen. Im Allgemeinen werden Optimierungsprobleme folgendermaßen angeschrieben :

$$\begin{array}{ll} \min & f(\mathbf{x}) \\ \text{unter} & g_i(\mathbf{x}) = 0 \quad i = 1, \dots, m \\ & h_i(\mathbf{x}) \leq 0 \quad i = 1, \dots, p \end{array} \quad (2.1)$$

Ziel der Optimierung ist es, die Zielfunktion $f(\mathbf{x})$ in Abhängigkeit von Optimierungsvariablen \mathbf{x} unter der Einhaltung von Nebenbedingungen (hier: $g_i(\mathbf{x}) = 0$ und $h_i(\mathbf{x}) \leq 0$) zu minimieren (für eine Maximierung muss nur das Vorzeichen der Zielfunktion umgekehrt werden). Eine Optimierungsfunktion dieser Art nennt man mathematisches Programm oder nichtlineares Programm. Erfüllt \mathbf{x} alle Nebenbedingungen ist es zulässig (engl.: feasible). Die Wahrscheinlichkeit ein solches Problem erfolgreich zu lösen steigt, wenn gewisse Bedingungen eingehalten werden:

- Die Menge ζ der zulässigen Vektoren ist konvex

$$\zeta = \{\mathbf{x} | g_i(\mathbf{x}) = 0 \quad i = 1, \dots, m \quad \text{und} \quad h_i(\mathbf{x}) \leq 0 \quad i = 1, \dots, p\}$$

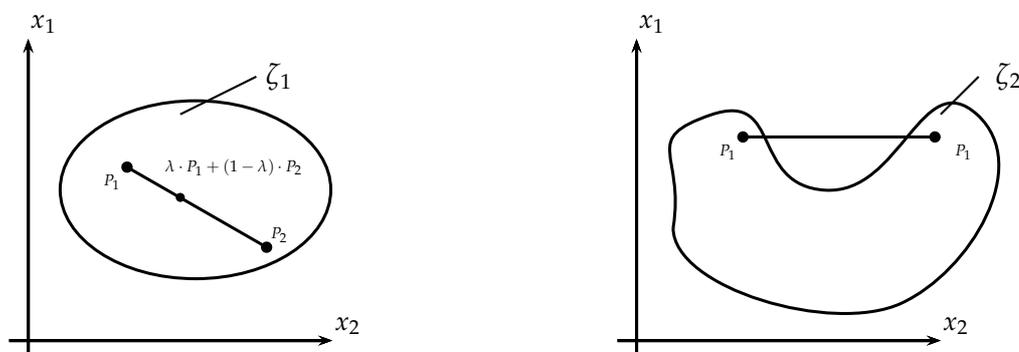


Abbildung 2.1: konvexe Menge (links) und nicht konvexe Menge (rechts)

Eine wichtige Eigenschaft für konvexe Mengen ist die Beziehung (2.2), mit P_1 und P_2 als zwei Punkte, welche Elemente der Menge ζ sind und einem Skalar λ . Multipliziert man ein beliebiges λ zwischen Null und Eins mit dem Punkt P_1 und zählt dazu den Punkt P_2 multipliziert mit $(1 - \lambda)$, so muss dieser neue Punkt ebenfalls ein Element der Menge ζ sein.

$$P_1, P_2 \in \zeta \rightarrow \lambda \cdot P_1 + (1 - \lambda) \cdot P_2 \in \zeta \quad \text{für} \quad \lambda \in [0, 1] \quad (2.2)$$

In Abbildung (2.1) sind im zweidimensionalen Raum zwei Mengen dargestellt, wobei es sich nur bei der Menge ζ_1 um eine konvexe Menge handelt. Für eine konvexe Menge muss die Beziehung (2.2) für alle Punkte auf der Geraden durch zwei beliebige Punkte aus der Menge ζ gelten. Die rechte Menge ζ_2 erfüllt dieses Kriterium nicht, was durch die

eingezeichnete Gerade durch P_1 und P_2 gut zu erkennen ist. Nicht alle Punkte entlang der Geraden sind in der Menge ζ_2 enthalten. Vereinfacht ausgedrückt bedeutet das, dass eine konvexe Menge nie Einbuchtungen haben kann.

2.1.1 Beispiele für konvexe Kombinationen von x_1 und x_2

– *Linearkombinationen*: von x_1, \dots, x_n

$$\alpha_1 \cdot x_1 + \alpha_2 \cdot x_2 + \dots + \alpha_n \cdot x_n \quad (2.3)$$

– *konische Kombinationen*: Wie in Gleichung (2.3), nur mit der zusätzlichen Einschränkung, dass alle α_i positiv sein müssen

$$\alpha_i \geq 0 \quad \text{für } i = 1, \dots, n$$

– *konvexe Kombinationen*: Noch stärkere Einschränkung als bei den konischen Kombinationen. Nun muss zusätzlich noch die Summe aller α_i gleich 1 sein.

$$\alpha_i \geq 0 \quad \text{und} \quad \sum_{i=1}^n \alpha_i = 1 \quad \text{für } i = 1, \dots, n$$

- Die Zielfunktion $f(\mathbf{x})$ ist eine konvexe Funktion. Dies bedeutet, dass für zwei beliebige Punkte ähnlich der Gleichung (2.2) gilt:

$$f(\lambda \cdot \mathbf{x}_1 + (1 - \lambda) \cdot \mathbf{x}_2) \leq \lambda \cdot f(\mathbf{x}_1) + (1 - \lambda) \cdot f(\mathbf{x}_2) \quad \text{für } \lambda \in [0, 1] \quad (2.4)$$

In Abbildung (2.2) handelt es sich um eine konvexe Funktion mit der grafischen Erklärung von (2.4).

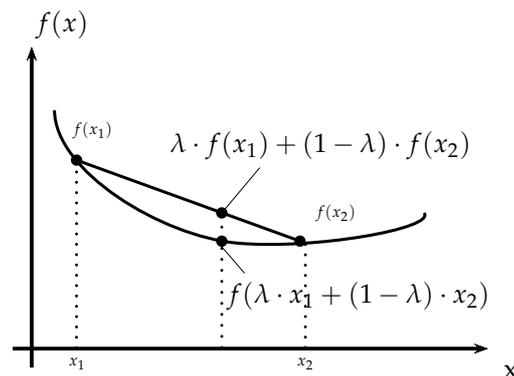


Abbildung 2.2: konvexe Funktion

2.1.2 Beispiele für konvexe Funktionen

– affine Funktionen:

$$f(\mathbf{x}) = \mathbf{a}^T \mathbf{x} + \mathbf{b}$$

– Norm eines Vektors:

$$\|\mathbf{x}\|_p = \left(\sum_{i=1}^n |x_i|^p \right)^{\frac{1}{p}} \quad \text{für } p \geq 1$$

– Exponentialfunktionen:

$$e^{ax} \quad \text{für } \forall a$$

– Potenzen von x :

$$x^\alpha \quad \text{für } \alpha \geq 1 \quad \text{oder } \alpha \leq 0$$

– logarithmische Funktionen:

$$x \cdot \log(x) \quad \text{für } x > 0$$

– quadratische Funktionen:

$$\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{n \times n}, \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n \quad \rightarrow \quad \|\mathbf{X}\|_2 = \sigma_{\max}(\mathbf{X}) = \sqrt{\lambda_{\max}(\mathbf{x}^T \mathbf{x})}$$

σ_{\max} ... größter Singulärwert
 λ_{\max} ... größter Eigenwert

$\mathbf{x}^T \mathbf{x}$ ist immer symmetrisch. Daher kann $\mathbf{x}^T \mathbf{x}$ immer nur reelle Eigenwerte besitzen und alle Eigenwerte sind immer größer gleich Null.

$$\lambda_i(\mathbf{x}^T \mathbf{x}) \geq 0 \quad \forall i = 1, \dots, n$$

Da die Eigenwerte immer größer gleich Null sind, ist diese Matrix auch immer positiv semidefinit.

2.1.2.1 Erweiterung mit einer Matrix \mathbf{Q}

$$f(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} - \mathbf{a}^T \mathbf{x} \quad (2.5)$$

Die Matrix \mathbf{Q} ist positiv semidefinit, wenn gilt:

$$\mathbf{u}^T \mathbf{Q} \mathbf{u} \geq 0 \quad \forall \mathbf{u} \quad (2.6)$$

Daher ist (2.5) nur dann eine konvexe Funktion, wenn \mathbf{Q} positiv semidefinit ist. Ersetzt man die Matrix \mathbf{Q} durch eine Nullmatrix, welche per Definitionem (2.6) positiv semidefinit ist, erhält man eine lineare Funktion. Jede lineare Funktion ist auch eine konvexe Funktion.

2.1.2.2 Operationen, welche die Konvexität von Funktionen erhalten

- positiv gewichtete Summe von konvexen Funktionen

$$\begin{aligned} f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}) \text{ sind konvex} &\rightarrow \lambda_1 \cdot f_1(\mathbf{x}) + \lambda_2 \cdot f_2(\mathbf{x}) \\ &\text{sind konvex für } \lambda_1 \geq 0, \lambda_2 \geq 0 \end{aligned}$$

- Kompositionen mit affinen Funktionen:

$$f(\mathbf{x}) \text{ ist konvex} \rightarrow f(\mathbf{Ax} + \mathbf{b}) \text{ ist konvex}$$

- punktweises Maximum von konvexen Funktionen:

$$f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}) \text{ sind konvex} \rightarrow \max\{f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x})\} \text{ ist konvex}$$

Erfüllt ein mathematisches Programm beide Anforderungen, so wird es auch konvexes Programm genannt. Der große Vorteil konvexer Programme ist, dass es sich bei jedem lokalen Optimum auch um das globale Optimum handelt.

2.2 Lineare Programme

2.2.1 Einführung

Ein lineares Programm ist das einfachste konvexe Optimierungsproblem. Teile des folgenden Abschnittes wurden wieder aus (Hofer, 2009) entnommen.

$$\begin{aligned} \min \quad & \mathbf{c}^T \mathbf{x} \\ \text{unter} \quad & \mathbf{Ax} = \mathbf{b} \\ & \mathbf{x} \geq \mathbf{0} \end{aligned} \tag{2.7}$$

In Gleichung (2.7) steht ein lineares Programm in Standardform. Es handelt sich hierbei um die Standardform, da sich jedes Problem durch Hinzufügen von Schlupfvariablen (engl.: Slack variables) in diese Standardform bringen lässt.

2.2.2 Grafische Interpretation

Für ein besseres Verständnis soll nun ein einfaches lineares Programm untersucht und grafisch dargestellt werden. Ein Beispiel zur Veranschaulichung für den zweidimensionalen Fall zeigt Gleichung (2.8):

$$\begin{aligned} \max_x \quad & x_1 + 3x_2 \\ \text{unter} \quad & x_1 + x_2 \leq 5 \\ & x_2 \leq 2 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned} \tag{2.8}$$

Abbildung (2.3) zeigt, wie jede Nebenbedingung den Lösungsraum weiter einschränkt. Die Ungleichung $x_1 + x_2 \leq 5$ teilt den hier zweidimensionalen Raum in zwei Halbräume auf. Jedoch erfüllt nur ein Halbraum die Ungleichung, somit sind alle Punkte in diesem Halbraum für diese Nebenbedingung zulässig. Jede weitere Nebenbedingung teilt den Raum wieder in zwei Hälften, wobei jeweils nur eine Hälfte zulässig ist. Dadurch erhält man ein konvexes Polyeder. Für den n-dimensionalen Fall \mathbb{R}^n gilt das Gleiche analog zum zweidimensionalen Fall.

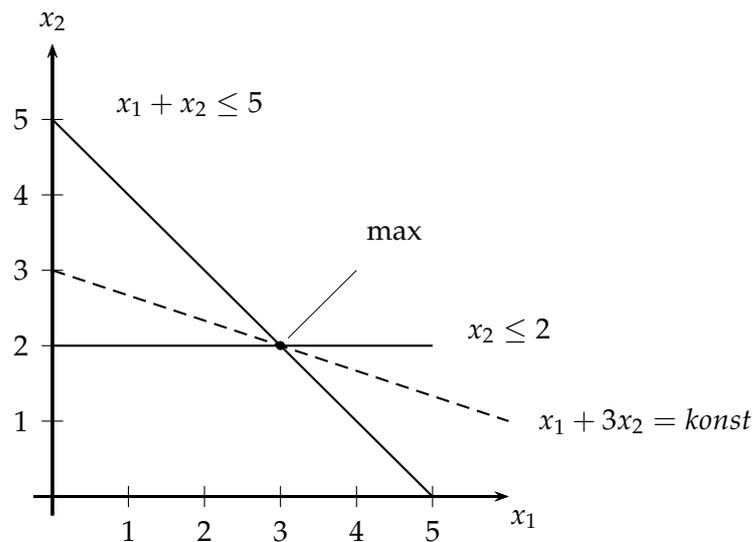


Abbildung 2.3: grafische Darstellung eines einfachen LP

2.3 Das duale Problem

Problem (2.7) wird auch als primales Problem bezeichnet. Die Grundlagen dieses Kapitels stammen wieder aus (Hofer, 2009) sowie aus (Boyd & Vandenberghe, 2009). Im primalen Problem ist die Zielfunktion eine Linearkombination aus n Variablen mit m Einschränkungen, welche bei einer Maximierung der Zielfunktion eine obere Grenze setzen. Man kann zu jedem primalen Problem auch das Duale Problem anschreiben. Im dualen Problem ist die Zielfunktion eine Linearkombination aus den m Einschränkungen des primalen Problems zudem besitzt es n Einschränkungen. Jede dieser Einschränkungen setzt eine untere Schranke für die Zielfunktion des dualen Problems. Das Prinzip der Dualität sagt aus, dass man das Optimierungsproblem mit dem primalen und mit dem dualen Problem lösen kann.

2.3.1 Lagrange Dualität

Jedes primale Problem besitzt einen dualen Partner.

$$\begin{array}{ll}
 \min & f(\mathbf{x}) \\
 \text{unter} & \mathbf{g}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \\
 & \mathbf{h}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{0} \\
 & \mathbf{x} \leq \mathbf{0}
 \end{array} \quad (2.9)
 \qquad
 \begin{array}{ll}
 \max & d(\mathbf{v}, \boldsymbol{\lambda}) \\
 \text{unter} & \boldsymbol{\lambda} \geq \mathbf{0}
 \end{array} \quad (2.10)$$

Problem (2.9) ist das primale Problem und (2.10) ist der duale Partner dazu. Nun kann unter der Annahme, dass $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$, $\mathbf{g} \in \mathbb{R}^m$ und $\mathbf{h} \in \mathbb{R}^p$ die Lagrange Funktion angeschrieben werden (Hofer, 2009):

$$L(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}, \mathbf{v}) = f(\mathbf{x}) + \mathbf{v}^T \mathbf{g}(\mathbf{x}) + \boldsymbol{\lambda}^T \mathbf{h}(\mathbf{x}) \quad (2.11)$$

Die duale Lagrange Funktion

$$d(\mathbf{v}, \boldsymbol{\lambda}) = \inf_{\mathbf{x}} L(\mathbf{x}, \mathbf{v}, \boldsymbol{\lambda}) \quad \text{und} \quad \boldsymbol{\lambda} \geq \mathbf{0}. \quad (2.12)$$

Damit erhält man das duale Optimierungsproblem (2.10).

2.3.2 Herleitung des symmetrischen dualen Problems

$$\begin{array}{ll} \min_x & \mathbf{c}^T \mathbf{x} \\ \text{unter} & \mathbf{A} \mathbf{x} \geq \mathbf{b} \\ & \mathbf{x} \geq \mathbf{0} \end{array} \quad (2.13)$$

Will man zu dem primalen Problem (2.13) nun das duale Problem herleiten, setzt man zuerst (2.13) in die Lagrange Funktion (2.11) ein:

$$L(\mathbf{x}, \lambda_1, \lambda_2) = \mathbf{c}^T \mathbf{x} + \lambda_1^T (-\mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{b}) - \lambda_2^T \mathbf{x} \quad (2.14)$$

Die duale Lagrange Funktion lautet dann unter Verwendung von (2.12):

$$d(\lambda_1, \lambda_2) = \begin{cases} \lambda_1^T \mathbf{b} & \text{für } \mathbf{c}^T - \lambda_1^T \mathbf{A} - \lambda_2^T = \mathbf{0}^T \\ -\infty & \text{sonst} \end{cases} \quad \lambda_1, \lambda_2 \geq \mathbf{0} \quad (2.15)$$

Damit lautet das duale Problem:

$$\begin{array}{ll} \max_{\lambda_1} & \lambda_1^T \mathbf{b} \\ \text{unter} & \lambda_1^T \mathbf{A} + \lambda_2^T = \mathbf{c}^T \\ & \lambda_1, \lambda_2 \geq \mathbf{0} \end{array} \quad (2.16)$$

Um die symmetrische Dualität zu zeigen denkt man sich den Vektor λ_2 als Schlupfvariable. Mit der Definition $\lambda_1 = \lambda$ erhält man:

$$\begin{array}{ll} \min_x & \mathbf{c}^T \mathbf{x} \\ \text{unter} & \mathbf{A} \mathbf{x} \geq \mathbf{b} \\ & \mathbf{x} \geq \mathbf{0} \end{array} \quad (2.17) \qquad \begin{array}{ll} \max_{\lambda} & \lambda^T \mathbf{b} \\ \text{unter} & \lambda^T \mathbf{A} \leq \mathbf{c}^T \\ & \lambda \geq \mathbf{0} \end{array} \quad (2.18)$$

Wird nun das primale Problem aus dem grafischen Beispiel (2.8) hier noch einmal in (2.20) angeschrieben, dann lautet das zugehörige duale Problem wie in (2.21). Die Herleitung des dualen Problems ist identisch mit der Herleitung des symmetrischen dualen Problems, siehe (2.3.2). Man setzt einfach

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{c}^T = (1 \quad 3) \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} \quad (2.19)$$

Damit erhält man schließlich in Komponentenschreibweise:

$$\begin{array}{ll} \max_x & 1x_1 + 3x_2 \\ \text{unter} & 1x_1 + 1x_2 \leq 5 \\ & 0x_1 + 1x_2 \leq 2 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{array} \quad (2.20) \qquad \begin{array}{ll} \min_{\lambda} & 5\lambda_1 + 2\lambda_2 \\ \text{unter} & 1\lambda_1 + 0\lambda_2 \geq 1 \\ & 1\lambda_1 + 1\lambda_2 \geq 3 \\ & \lambda_1, \lambda_2 \geq 0 \end{array} \quad (2.21)$$

Zum dualen Problem aus (2.21) gelangt man nun über die Lagrange Funktion. Man erkennt auch, dass die Zeilen des primalen Problems zu den Spalten des dualen Problems werden (um dies besser zu zeigen, wurden die einzelnen Komponenten untereinander geschrieben). Weiters wird aus der Maximierungsaufgabe aus (2.20) im dualen Problem eine Minimierungsaufgabe und die Ungleichheitszeichen der Einschränkungen drehen sich um.

2.3.3 Schwache Dualität

Wird eine Lösung des dualen Problems mit d bezeichnet und die optimale Lösung des dualen Problems mit d^* , was gleichzeitig als beste untere Grenze für p^* gilt, entsteht die Ungleichung für die schwache Dualität (2.22). Die schwache Dualität gilt auch, wenn das originale Problem ein nicht konvexes Problem ist.

$$d^* \leq p^* \tag{2.22}$$

Die Dualitätslücke $p^* - d^*$ ist die Lücke zwischen der optimalen Lösung des primalen Problems und der besten unteren Schranke aus der Lagrange Funktion (siehe Abbildung (2.4)). Der Wert der Dualitätslücke ist immer positiv. Da das duale Problem immer konvex ist, kann man es auch bei schwierigen Aufgaben leicht lösen, um die beste untere Schranke d^* zu finden (genauer siehe auch (Boyd & Vandenberghe, 2009, S. 225 ff)).

2.3.4 Starke Dualität

Entspricht die Lösung des dualen Problems der des primalen Problems, spricht man auch von starker Dualität (siehe Gleichung (2.23) und zum besseren Verständnis Abbildung (2.5)). Starke Dualität muss nicht immer gelten. Handelt es sich beim primalen Problem um ein konvexes Problem, hat man für gewöhnlich, jedoch nicht immer, eine starke Dualität.

$$d^* = p^* \tag{2.23}$$

Für ein konvexes Optimierungsproblem der Form:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{x}} \quad & f(\mathbf{x}) \\ \text{unter} \quad & g_i(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \quad \text{für } i = 1, \dots, m \\ & h_i(\mathbf{x}) \leq \mathbf{0} \quad \text{für } i = 1, \dots, p \end{aligned} \tag{2.24}$$

gibt es eine hinreichende Bedingung für starke Dualität, wenn gilt:

$$\begin{aligned} h_i(\mathbf{x}) < \mathbf{0} \quad & \text{für } i = 1, \dots, p \\ g_i(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \quad & \text{für } i = 1, \dots, m \end{aligned} \tag{2.25}$$

Diese Bedingung wird auch Slater-Bedingung genannt. Zu beachten ist, dass hier nun $h_i(\mathbf{x}) < \mathbf{0}$ gelten muss (\mathbf{x} muss strikt kleiner und nicht kleiner gleich sein).

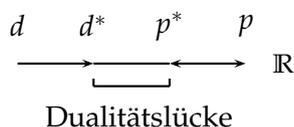


Abbildung 2.4: schwache Dualität

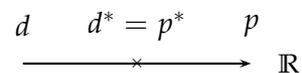


Abbildung 2.5: starke Dualität

3 Speicher- und Pumpspeicheranlagen

Die momentan einzige technische Möglichkeit elektrische Energie in großen Mengen und mit geringen Umwandlungsverlusten zu speichern, bieten Speicher- und Pumpspeicherkraftwerke (SKW und PSKW). In diesen Anlagen wird die potentielle Energie des Wassers in großen, höher gelegenen Speicherbecken (auch Oberbecken genannt) gespeichert, um es bei Bedarf durch Turbinierung in elektrische Energie umzuwandeln. Abbildung (3.1) zeigt eine Prinzipskizze eines PSKW. Die Speicherkapazität ist nicht nur abhängig vom Fassungsvermögen des Speicherbeckens, sondern auch von der Fallhöhe, gemessen zwischen Oberbecken und der Turbine. Ein reines PSKW muss, um die potentielle Energie des Wassers nutzen zu können, dieses zuvor auch hochgepumpt haben. Es besitzt im Gegensatz zu einem SKW keine natürlichen Zuflüsse. Diese Anlagen sind sehr wichtig um ein stetiges Gleichgewicht zwischen erzeugter und verbrauchter Energie herstellen zu können. So wird meist in den Nachtstunden, in denen der Bedarf an elektrischer Energie für gewöhnlich niedriger ist als am Tag und daher meist ein Überschuss vorhanden ist, Wasser in das Oberbecken gepumpt. Es besitzt im Gegensatz zu einem SKW keine natürlichen Zuflüsse. Diese Anlagen sind sehr wichtig um ein stetiges Gleichgewicht zwischen erzeugter und verbrauchter Energie herstellen zu können. So wird meist in den Nachtstunden, in denen der Bedarf an elektrischer Energie für gewöhnlich niedriger ist als am Tag und daher meist ein Überschuss vorhanden ist, Wasser in das Oberbecken gepumpt.

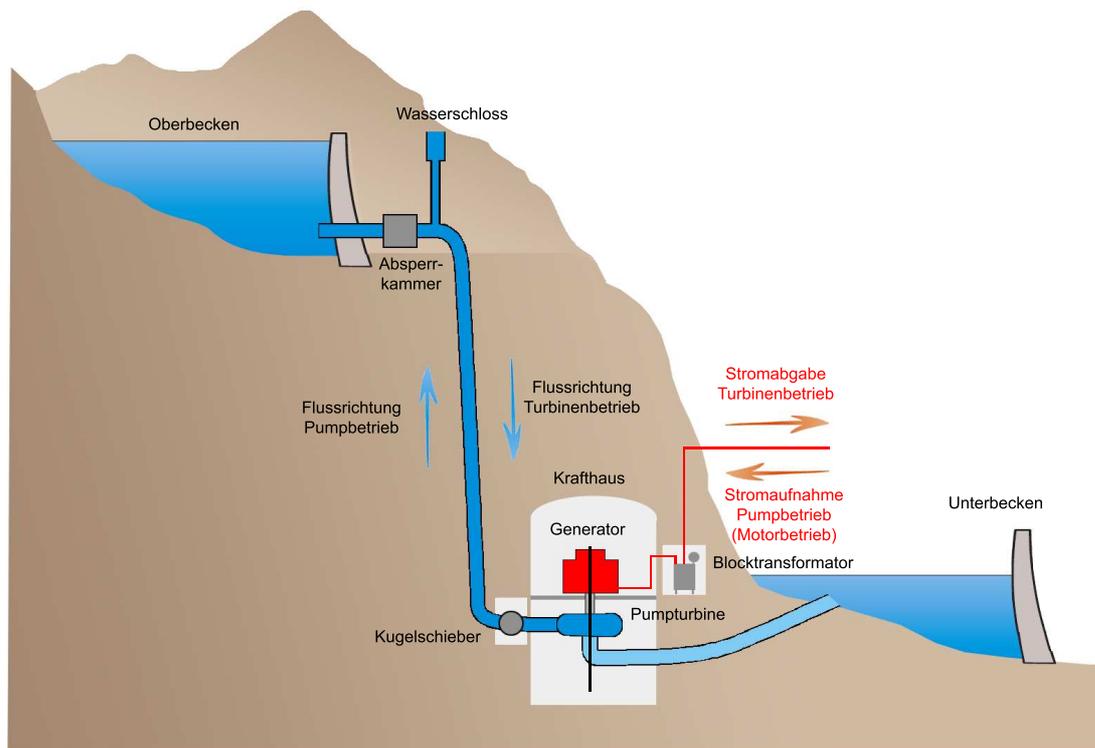


Abbildung 3.1: Prinzipskizze eines PSKW (Huber, 2010, S. 47)

3.1 Vorteile von Speicher- und Pumpspeicheranlagen

Um in Hochlastzeiten den Einsatz von teuren, thermischen Kraftwerken gering zu halten oder um überhaupt die in Hochlastzeiten geforderte Leistung decken zu können, sind Speicher- und Pumpspeicherkraftwerke erforderlich. Diese Anlagen besitzen wesentlich höhere Leistungs-

gradienten als, zum Beispiel, thermische oder nukleare Kraftwerke und können daher sehr schnell zwischen unterschiedlichen Betriebszuständen wie Stillstand, Standby, Turbinenbetrieb und Pumpbetrieb wechseln. Aufgrund dieser Eigenschaften werden diese Anlagen nicht nur zu Hochlastzeiten gerne eingesetzt, sondern leisten auch Regularbeit in Form von positiver (Turbinieren) und negativer (Pumpbetrieb) Regelenergie und Spannungs- und Blindleistungsregelung. Dadurch kommt es besonders bei den Pumpspeichieranlagen zu speziellen Anforderungen an die Pumpspeichersätze:

- Um schnell zwischen positiver und negativer Regelenergie wechseln zu können sind kurze Start- und Übergangszeiten zwischen den unterschiedlichen Betriebszuständen gefordert.
- Durch eine Leistungsregelung im Pumpbetrieb soll nicht nur die positive Regelenergie sondern auch die negative Regelenergie variiert werden können.

3.2 Einsatz von Speicher- und Pumpspeichieranlagen

Mit den Daten der E-CONTROL (E-Control, 2010) konnten die Diagramme für die Aufbringung und Erzeugung der elektrischen Energie in Österreich für das Jahr 2008 erstellt werden. In den beiden Diagrammen für den Jänner 2008 (3.2) und den Juni 2008 (3.3) sind für den dritten Mittwoch im Monat die Aufbringung und Verwendung der Leistung stündlich dargestellt. Für den Jänner in Abbildung (3.2) ist gut erkennbar, dass die Laufkraftwerke und die sonstige Erzeugung beinahe immer dieselbe Leistung liefern und nur sehr geringfügig, der sich ändernden Verwendungskurve, folgen können. Durch Schwallbetrieb bietet sich für die Laufkraftwerke ein kleiner Spielraum, durch den sie der sie dem Lastanstieg tagsüber etwas besser folgen können. Besser folgen die thermischen oder auch Wärmekraftwerke der Verwendungskurve. Jedoch sind auch diese nicht in der Lage schnelle Änderungen in der Aufbringung zu bewerkstelligen. Bei ihnen ist jedoch schon ein deutlicherer Unterschied zwischen den Tages- und Nachtstunden zu erkennen. In der Nacht sind sie hauptsächlich aktiv um den Fernwärmebedarf abdecken zu können. Um die Schwankungen in der Verwendungskurve so gut wie möglich ausgleichen zu können, werden die Speicher- und Pumpspeichieranlagen eingesetzt. Diese können aufgrund der niedrigen Anfahrzeiten schnellen Änderungen der Last am Besten folgen. Ohne diesen Anlagen müssten zur Versorgung des österreichischen Netzes wesentlich mehr Kraftwerke (vor allem thermische) gebaut werden. Durch einen Vergleich der Diagramme für die Aufbringung und die Erzeugung ist erkennbar, dass in den Nachtstunden häufig gleichzeitig gepumpt und geringfügig turbiniert wird. Aufgrund hoher Zuflüsse müssen manche SKW, um einem Überlauf des Speichers und dadurch einer Energieverschwendung entgegenzuwirken, auch in den Nachtstunden mit niedrigem Bedarf Wasser turbinieren. Die Pumpspeicherung erfolgt fast ausschließlich in den Niederlaststunden, also in den Nachtstunden, wo meistens zusätzlich Energie importiert wird. In den Spitzenlaststunden zwischen 17 und 20 Uhr ist die Erzeugung der Speicher am Größten. Genau dort wird Energie nach Deutschland exportiert. Das Diagramm für den Juni 2008 (3.3) zeigt den Monat mit der größten Energieaufbringung aus Wasserkraft. Die Breite der Aufbringung der Laufkraftwerke und der sonstigen Erzeuger ist wieder relativ konstant. Insgesamt steht jedoch aufgrund der höheren Zuflüsse eine höhere Leistung von den Laufkraftwerken zur Verfügung. Nur bei den Laufkraftwerken kann wieder durch den Schwallbetrieb tagsüber etwas mehr Energie aufgebracht werden. Aufgrund der niedrigeren Wirkungsgrade der thermischen Kraftwerke im Sommer durch eine geringere erreichbare Temperaturspreizung, der geringeren Last und dem größeren

Angebot an Wasser tragen die Wärmekraftwerke nur einen kleinen Teil zur gesamten Aufbringung bei. Tagsüber werden ungefähr 500 MW an Leistung aus den Wärmekraftwerken aufgebracht. In den Nachstunden gehen die Leistungen der Wärmekraftwerke beinahe auf Null zurück. Der Einsatz der Wärmekraftwerke erfolgt hier überwiegend marktpreisorientiert. Die Lastspitze tagsüber wird fast ausschließlich von den Speicherkraftwerken übernommen. Zusätzlich wird am Vormittag zwischen 8 Uhr und 12 Uhr und am Abend zwischen 18 Uhr und 19 Uhr Leistung exportiert.

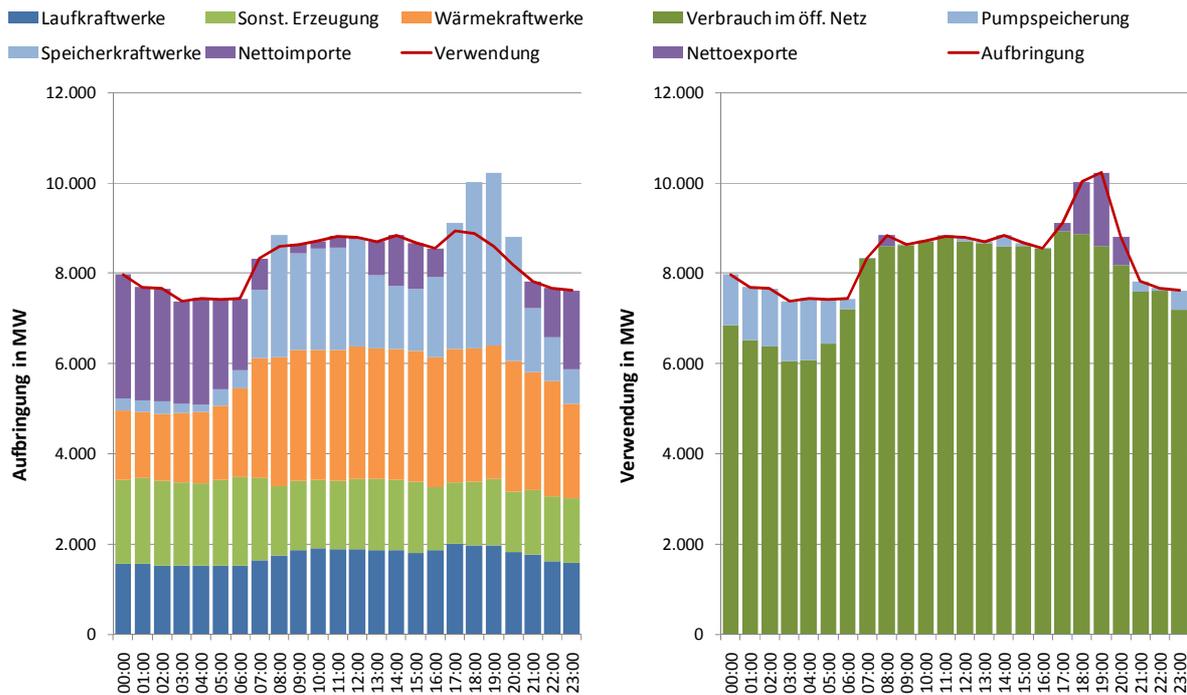


Abbildung 3.2: Aufbringung und Verwendung im Jänner 2008, Datenquelle: (E-Control, 2010)

3.3 Vergleich der Aggregatanordnungen in Pumpspeicheranlagen

Um den genannten Anforderungen gerecht zu werden, gibt es unterschiedlichste Anordnungsmöglichkeiten bei den Aggregaten. Davon haben sich zwei Anordnungen, der klassische ternäre Pumpspeichersatz und die reversible Pumpturbine durchgesetzt, welche beide in aktuellen Projekten in Österreich verwendet werden. Der ternäre Pumpspeichersatz besteht aus einer Turbine, einer Pumpe, einem Motorgenerator und einem Anfahrwandler, siehe Abbildung (3.4) und wurde zum Beispiel in Kops II, welches im Mai 2009 eröffnet wurde, realisiert. Die reversible Pumpturbine, siehe Abbildung (3.5), wird in Limberg II, welches sich aktuell noch im Bau befindet, realisiert werden und besteht aus einer Pumpturbine mit Motorgenerator.

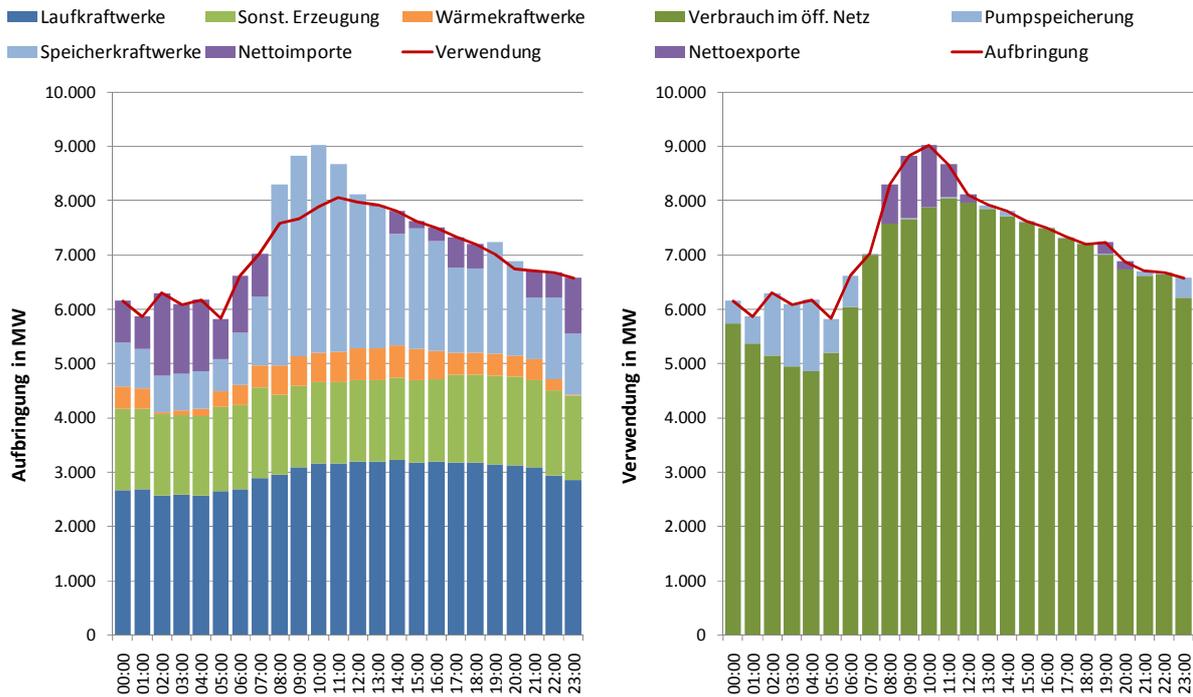


Abbildung 3.3: Aufbringung und Verwendung im Juni 2008, Datenquelle: (E-Control, 2010)

Anfahrwandler + Zahnkupplung

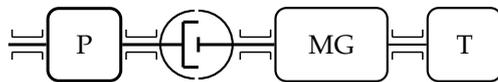


Abbildung 3.4: ternärer Pumpspeichersatz (OVE, 2009, S. a25)

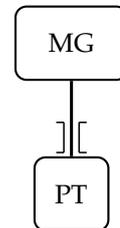


Abbildung 3.5: reversible Pumpturbine (OVE, 2009, S. a25)

- mit: P ... Pumpe
 T ... Turbine
 PT ... Pumpturbine
 MG ... Motorgenerator

Die ternäre Anordnung hat gegenüber der reversiblen Anordnung folgende Vorteile:

- höherer Wirkungsgrad, da Pumpe und Turbine jeweils für den Betrieb optimal ausgerichtet werden
- schnellere Reaktionszeiten für die Betriebsübergänge
- Möglichkeit für einen Betrieb im hydraulischen Kurzschluss
- für Hochgefällemaschinen

Wobei die reversible Pumpturbine wiederum mit folgenden Vorteilen punkten kann:

- geringere Investitionskosten
- es muss nur eine hydraulische Maschine gewartet werden
- geringerer Platzbedarf
- geringere Betriebskosten

Durch einen hydraulischen Anfahrwandler kann die Anfahrzeit der Pumpe in der ternären Anordnung zusätzlich verkürzt werden. Dieser ist zwischen dem Motorgenerator und der Pumpe eingebaut. Abbildung (3.6) zeigt eine Skizze des hydraulischen Wandlers. Der hydraulische Wandler besteht aus einem Pumpenrad [1] und einem Turbinenrad [2] mit einem Leitrad [3] als Abstützelement zum Gehäuse. Betrachtet man einen einzelnen Stromfaden im Inneren des Wandlers, so läuft er von der Pumpe zur Turbine und zum Leitrad. Hat die Pumpe ihre Nenndrehzahl erreicht, übernimmt eine mechanische Kupplung die Kraftübertragung um die Wandlerverluste zu umgehen.

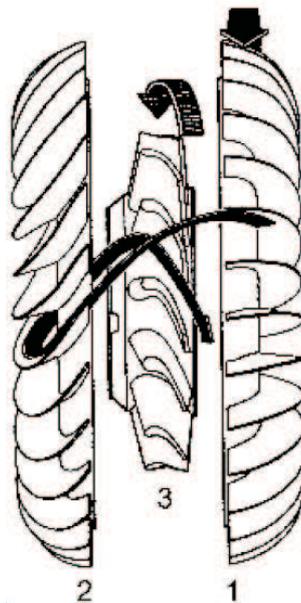


Abbildung 3.6: Prinzipskizze eines hydraulischen Anfahrwandlers (Naunheimer, Bertsche & Lechner, 2007, S. 398)

In den Abbildungen (3.7) und (3.8) werden die unterschiedlichen Übergangszeiten zwischen den unterschiedlichen Anordnungen detaillierter gezeigt. Die wesentlich schnelleren Umschaltzeiten der ternären Anordnung und die Möglichkeit die Anlage im hydraulischen Kurzschluss zu betreiben sind essentiell für die Bereitstellung von Regelenergie.

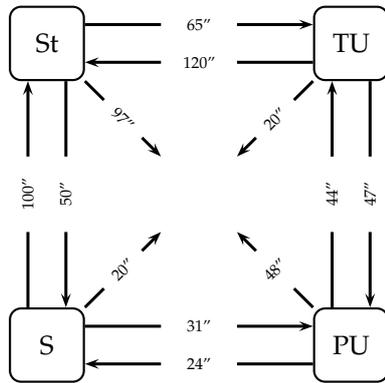


Abbildung 3.7: Übergangszeiten für ternären Pumpspeichersatz (OVE, 2009, S. a26)

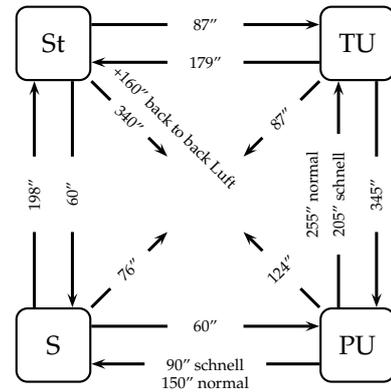


Abbildung 3.8: Übergangszeiten für reversible Pumpe mit Turbinenbetrieb (OVE, 2009, S. a26)

mit: TU ... Turbinenbetrieb
 PU ... Pumpbetrieb
 S ... Standby
 St ... Stillstand

4 Planungsmethoden

In diesem Abschnitt wird eine Methode vorgestellt, um die Erzeugungskosten der elektrischen Energie minimal werden zu lassen.

4.1 Mehrphasige stochastische Optimierung

Im folgenden Abschnitt wird der Artikel von Pereira und Pinto (Pereira & Pinto, 1991) näher vorgestellt. Es wird eine Methode beschrieben, mit welcher der Einsatz der Wasserkraftwerke in Süd-Südost Brasilien optimiert wurde.

4.1.1 Einführung

Ziel dieser Optimierung ist es, die Speicherkraftwerke mit mehreren Reservoirs so einzusetzen, dass der Erwartungswert der Betriebskosten entlang einer Planungsperiode minimiert wird. Die Betriebskosten setzen sich zusammen aus den Brennstoffkosten für die thermischen Kraftwerke und eventuellen Strafen, falls die Last nicht gedeckt werden kann. Durch einer begrenzt zur Verfügung stehenden Wassermenge für die Speicherkraftwerke wird die Optimierung sehr komplex.

4.1.2 Lösungsansatz

Der Algorithmus um solche Mehrphasige Stochastische Optimierungsprobleme (Multi-Stage Stochastic Optimization Problems) zu lösen, soll nun näher beschrieben und hergeleitet werden. Der Lösungsansatz, genannt „stochastic dual dynamic programming“ (SDDP) basiert auf der Approximierung der zu erwartenden zukünftigen Kostenfunktion der stochastischen dynamischen Programmierung durch stückweise lineare Funktionen. Diese approximierten Funktionen ergeben sich aus der dualen Lösung des Optimierungsproblems zu jeder Phase.

4.1.3 Dual Dynamic Programming

In der dualen dynamischen Programmierung (DDP) löst man komplexe Probleme indem man sie in kleinere, einfachere Unterprobleme aufteilt. Es werden zuerst die optimalen Lösungen der Unterprobleme berechnet, anschließend werden diese zur Lösung des Gesamtproblems zusammengesetzt. Ein typisches DDP Problem sieht folgendermaßen aus:

$$\begin{array}{ll}
 \min & c_1 \cdot x_1 + c_2 \cdot x_2 \\
 \text{unter} & A_1 \cdot x_1 \geq b_1 \\
 & E_1 \cdot x_1 + A_2 \cdot x_2 \geq b_2
 \end{array} \tag{4.1}$$

Man kann das Problem (4.1) auch als einen Zweiphasigen Entscheidungsprozess ansehen. In der ersten Phase wählt man einen zulässigen Wert für x_1 . Zulässig bedeutet hier, dass der Wert für x_1 alle Nebenbedingungen erfüllen muss (hier: $A_1 \cdot x_1 \geq b_1$). Mit dem gewählten Wert \hat{x}_1 wird nun die optimale Lösung der zweiten Phase berechnet. In der zweiten Phase ist \hat{x}_1 keine Optimierungsvariable mehr, da der Wert aus der ersten Phase bekannt ist. Für das Minimum der Zielfunktion $c_1 \cdot x_1 + c_2 \cdot x_2$ muss man die Summe der Kostenfunktion aus der

ersten Phase und der zweiten Phase minimieren. In der dynamischen Programmierung kann man das Problem der ersten Phase auch definieren mit:

$$\begin{array}{ll} \min & c_1 \cdot x_1 + \alpha_1(x_1) \\ \text{unter} & A_1 \cdot x_1 \geq b_1 \end{array} \quad (4.2)$$

In Gleichung (4.2) repräsentiert der Term $c_1 \cdot x_1$ die sofortigen Kosten und $\alpha_1(x_1)$ repräsentiert die zukünftigen Kosten. Die zukünftigen Kosten ergeben sich aus der Lösung der zweiten Phase, welche jedoch abhängig ist von der zuvor getroffenen Entscheidung x_1 . Die zukünftige Kostenfunktion $\alpha_1(x_1)$ ist definiert mit:

$$\begin{array}{ll} \alpha_1(x_1) = \min & c_2 \cdot x_2 \\ \text{unter} & A_2 \cdot x_2 \geq b_2 - E_1 \cdot x_1 \end{array} \quad (4.3)$$

Gleichung (4.3) übersetzt die Kosten der zweiten Phase als eine Funktion der Entscheidungen x_1 , auch Zustandsvariablen genannt, aus der ersten Phase. Ist diese Funktion vorhanden kann das Zweiphasenproblem (4.1) auch als ein Einphasenproblem (4.2) gelöst werden. Der DP Algorithmus erzeugt die zukünftige Kostenfunktion $\alpha_1(x_1)$ indem er x_1 in einen Satz von Versuchswerten $\{\hat{x}_i, i = 1, \dots, n\}$ diskretisiert und das Problem (4.3) für diese Versuchswerte löst. Werte für $\alpha_1(x_1)$ die zwischen den diskretisierten Lösungen liegen, erhält man durch Interpolation. Mit der dadurch erhaltenen Lösung kann man nun das Problem der ersten Phase (4.2) lösen. Ein Nachteil des DP Algorithmus ist die Notwendigkeit die Zustandsvariablen zu diskretisieren um die zukünftige Kostenfunktion zu erhalten, was zu einer hohen Zahl an Kombinationen führen kann. Diskretisiert man den Vektor x_1 mit zehn Zustandsvariablen in nur vier diskrete Werte, so ergeben sich 4^{10} mögliche diskrete Werte für x_1 . Dadurch limitieren sich DP Algorithmen auf nur eine kleine Anzahl von Variablen. Eine Möglichkeit dieses Problem zu umgehen, besteht darin, die zukünftige Kostenfunktion durch eine analytische Funktion zu beschreiben. Dafür berechnet man die zukünftige Kostenfunktion $\alpha_1(x_1)$ für wenige Zustände und approximiert die Ergebnisse durch ein Polynom n-ter Ordnung. Dieses Polynom kann anschließend in der ersten Phase genutzt werden, um die zukünftigen Kosten zu approximieren. Pereira und Pinto zeigen einen Weg, wie man die zukünftige Kostenfunktion exakt mit stückweise linearen Funktionen repräsentieren kann. Berechnet man das duale Problem der zweiten Phase, erhält man (4.3):

$$\begin{array}{ll} \alpha_1(x_1) = \max & \lambda(b_2 - E_1 \cdot x_1) \\ \text{unter} & \lambda A_2 \leq c_2 \end{array} \quad (4.4)$$

Ausgehend von einer starken Dualität des Problems (siehe auch Abschnitt (2.3.4)), ist die optimale Lösung der Probleme (4.3) und (4.4) die gleiche. Zu bemerken ist jedoch das in (4.4) x_1 in der Zielfunktion steht, wodurch alle möglichen Lösungen von (4.4) durch die Einschränkung $\lambda A_2 \leq c_2$ gegeben sind und somit unabhängig von der Entscheidung x_1 sind. Mit der Definition eines Vektors $\lambda = [\lambda_1, \dots, \lambda_v]^T$, welcher alle Ecken infolge der Einschränkungen repräsentiert, ist das Problem (4.4) auch durch ein lineares Programm anschreibbar (mit α als Skalar):

$$\begin{array}{ll} \alpha_1(x_1) = \min & \alpha \\ \text{unter} & \alpha \geq \lambda_1(b_2 - E_1 x_1) \\ & \vdots \\ & \alpha \geq \lambda_v(b_2 - E_1 x_1) \end{array} \quad (4.5)$$

Stellt man Problem (4.5) graphisch dar, erkennt man, dass die zukünftige Kostenfunktion $\alpha_1(x_1)$ eine stückweise lineare Funktion abhängig von der Entscheidungsvariable x_1 ist. Dadurch kann die zukünftige Kostenfunktion ohne Diskretisierung von x_1 berechnet werden. Die Berechnung aller Ecken λ_i kann jedoch sehr schwierig werden. Deshalb soll nur ein Teil aller Ecken berechnet und daraus die zukünftige Kostenfunktion angenähert werden. Diese Ecken können aus den dualen Variablen des Problems der zweiten Phase berechnet werden.

$$\alpha_1(\hat{x}_{1i}) = \min_{\text{unter } A_2 x_2 \geq b_2 - E_1 \hat{x}_{1i}} c_2 x_2 \quad (4.6)$$

Mit \hat{x}_{1i} als Versuchswert und λ_i dem zugehörigen Multiplikator des dualen Problems zu jedem Versuch i , welcher eine Ecke aller möglichen Lösungen aus λ repräsentiert. Dadurch erhält man eine Stützstelle der zukünftigen Kostenfunktion $\alpha_1(x_1)$ und es ist eine Approximation mit n Stützstellen der zukünftigen Kostenfunktion möglich (4.7).

$$\hat{\alpha}_1(x_1) = \min_{\text{unter } \alpha \geq \lambda_i(b_2 - E_1 x_1) \text{ für } i = 1, \dots, n} \alpha \quad (4.7)$$

Da im Problem (4.7) nur ein Teil aller Einschränkungen aus (4.5) enthalten sind, ist $\hat{\alpha}_1(x_1)$ nur eine untere Schranke der zukünftigen Kostenfunktion. Mit der approximierten, zukünftigen Kostenfunktion $\hat{\alpha}_1(x_1)$ kann nun das Problem der ersten Phase gelöst werden. Formuliert man das Problem der ersten Phase als dynamisches Programm:

$$z = \min_{\text{unter } A_1 x_1 \geq b_1} c_1 x_1 + \hat{\alpha}_1(x_1) \quad (4.8)$$

Sieht man sich (4.9) genauer an, erkennt man, dass es sich im Problem (4.8) eigentlich um ein lineares Programm handelt. Problem (4.9) erhält man, indem Problem (4.7) in das Problem (4.8) einsetzt wird:

$$z = \min_{\text{unter } A_1 x_1 \geq b_1, \alpha - \lambda_i(b_2 - E_1 x_1) \geq 0 \text{ für } i = 1, \dots, n} c_1 x_1 + \alpha \quad (4.9)$$

Da durch $\hat{\alpha}_1(x_1)$ die zukünftige Kostenfunktion nur angenähert wird, muss die Lösung von Problem (4.8) nicht gleich der optimalen Lösung des Zweiphasenproblems sein. Da aber $\hat{\alpha}_1(x_1)$ eine untere Grenze der zukünftigen Kostenfunktion ist, wissen wir, dass die optimale Lösung von (4.8) eine untere Grenze \underline{z} der wahren optimalen Kosten ist.

$$\underline{z} = c_1 \hat{x}_1 + \hat{\alpha} \quad (4.10)$$

mit \hat{x}_1 und $\hat{\alpha}$ den optimalen Lösungen aus (4.8).

Löst man das Problem der zweiten Phase (4.3) für \hat{x}_1 , erhält man eine obere Grenze:

$$\bar{z} = c_1 \hat{x}_1 + \alpha_1(\hat{x}_1) \quad (4.11)$$

Um die Genauigkeit der Approximation an die zukünftige Kostenfunktion zu verifizieren, berechnet man die Differenz aus $\bar{z} - \underline{z}$. Bei der Differenzbildung verschwindet der Term $c_1 \hat{x}_1$. Somit ist die Differenz der oberen und unteren Grenze der zukünftigen Kostenfunktion gleich

der Differenz der aktuellen zukünftigen Kostenfunktion mit $\alpha_1(\hat{x}_1)$ und der prädizierten zukünftigen Kostenfunktion mit $\hat{\alpha}$ der aktuellen optimalen Lösung \hat{x}_1 . Wird die Differenz kleiner als ein zuvor festgelegter Schwellwert ϵ , ist das Problem gelöst. Ist die Differenz größer als der zuvor festgelegte Schwellwert, muss ein neuer Satz von Versuchsvariablen ausgewählt werden, um zusätzliche Ecken λ_i zu bestimmen.

Zusammenfassend setzt sich der Algorithmus des DDP aus folgenden Schritten (Flussdiagramm siehe Abbildung (4.2)) zusammen (Pereira & Pinto, 1991):

Schritt 1: Initialisierung: Approximierte zukünftige Kostenfunktion $\hat{\alpha}_1(x_1) = 0$, obere Schranke $\bar{z} = \infty$, Anzahl der Ecken $n = 0$

Schritt 2: Lösen von (4.8), \hat{x}_1 sei die optimale Lösung

Schritt 3: Berechnung der unteren Schranke mit (4.10) und Überprüfung, ob die Differenz $\bar{z} - \underline{z} \leq \epsilon$. Ist die Differenz kleiner als ϵ wird abgebrochen, ansonsten weiter mit Schritt 4:

Schritt 4: Berechnung der geschätzten zukünftigen Kostenfunktion mit (4.6) und \bar{z} mit (4.11) berechnen.

Schritt 5: Die Anzahl der Ecken um eins erhöhen ($n = n + 1$). Der Vektor λ_n der optimalen dualen Lösung aus Schritt 4 bildet mit (4.7) die approximierten zukünftigen Kostenfunktion mit n Stützstellen.

Schritt 6: Zurück zu Schritt 2 ...

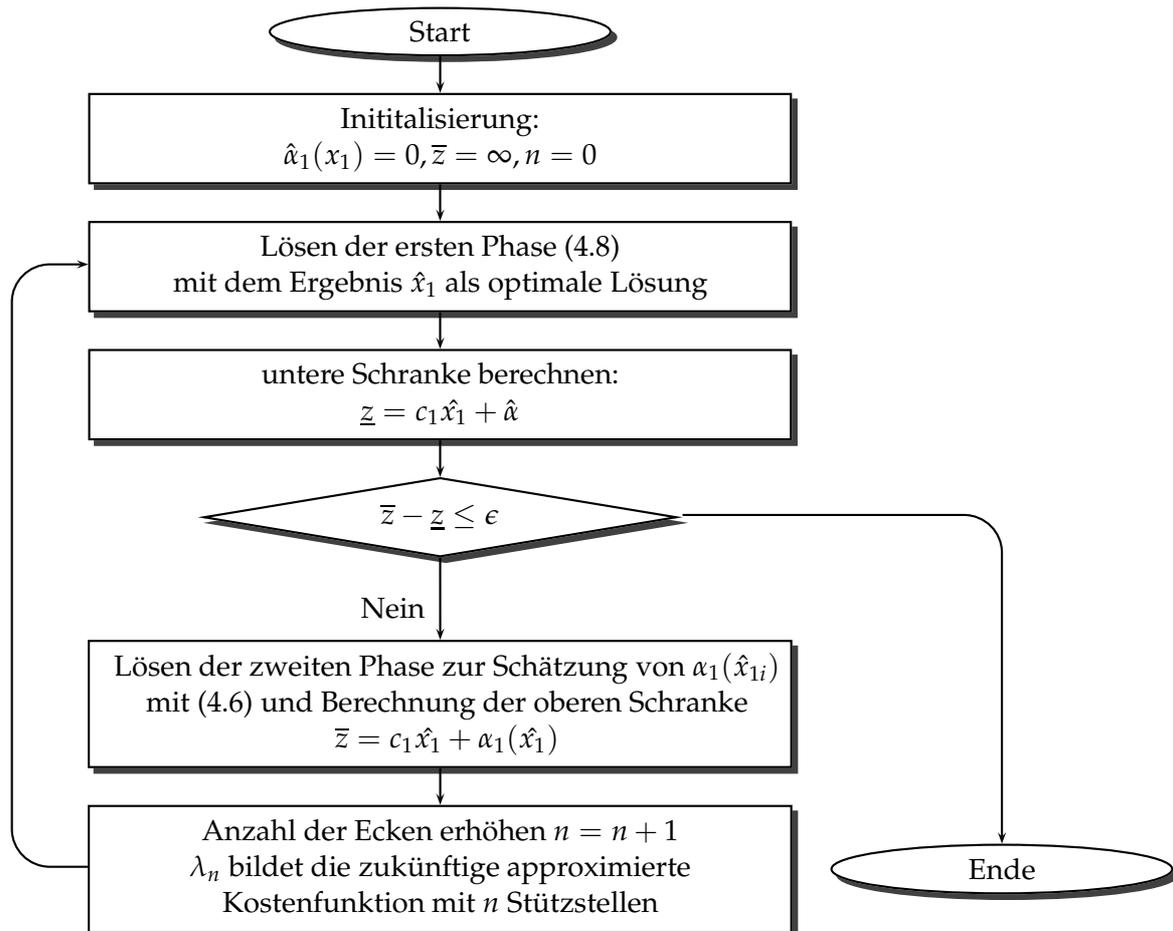


Abbildung 4.1: Flussdiagramm zur Veranschaulichung des DDP Algorithmus, vgl. (Pereira & Pinto, 1991)

4.1.4 Multistage dual dynamic programming

Will man mit dem DDP Algorithmus eine Optimierung über einen längeren Planungszeitraum T berechnen, so kann man ihn auf einen Multistage DDP erweitern. Dadurch verändern sich die Schritte folgendermaßen:

Schritt 1: Initialisierung: T ist nun der gesamte geplante Zeitraum, Approximierte zukünftige Kostenfunktion $\hat{\alpha}_t(x_t) = 0$ für $t = 1, \dots, T$, obere Schranke $\bar{z} = \infty$,

Schritt 2: Lösen von (4.8), \hat{x}_1 sei die optimale Lösung

Schritt 3: Berechnung der unteren Schranke mit (4.10) und Überprüfung, ob die Differenz $\bar{z} - \underline{z} \leq \epsilon$. Ist die Differenz kleiner als ϵ wird abgebrochen, ansonsten weiter mit Schritt 4:

Schritt 4: Für $t = 2, \dots, T$ wird in einer Vorwärtssimulation das Problem für die Stufe t berechnet, mit der Versuchsvariable \hat{x}_{t-1}

$$\begin{array}{ll} \min & c_t x_t + \hat{\alpha}_t(x_t) \\ \text{unter} & A_t x_t \geq b_t - E_{t-1} \hat{x}_{t-1} \end{array} \quad (4.12)$$

und die sich daraus ergebenden optimalen Lösungen \hat{x}_t gespeichert.

Schritt 5: Berechnung der oberen Grenze mit

$$\bar{z} = \sum_{t=1}^T c_t \hat{x}_t \quad (4.13)$$

Schritt 6: für $T = T, T - 1, \dots, 2$ wird mit einer Rückwärtsrekursion die Stufe t mit der Versuchsvariablen \hat{x}_{t-1} die optimale Lösung von (4.12) berechnet. Für die optimale Lösung des dualen Problems wird λ_{t-1} gespeichert. Mit diesem Multiplikator erhält man eine weitere Stützstelle der zukünftigen Kostenfunktion in der vorigen Stufe, also $\hat{\alpha}_{t-1}(x_{t-1})$

Schritt 7: Zurück zu Schritt 2 ...

Das Flussdiagramm zum Multistage DDP kann auch in Abbildung (4.2) betrachtet werden.

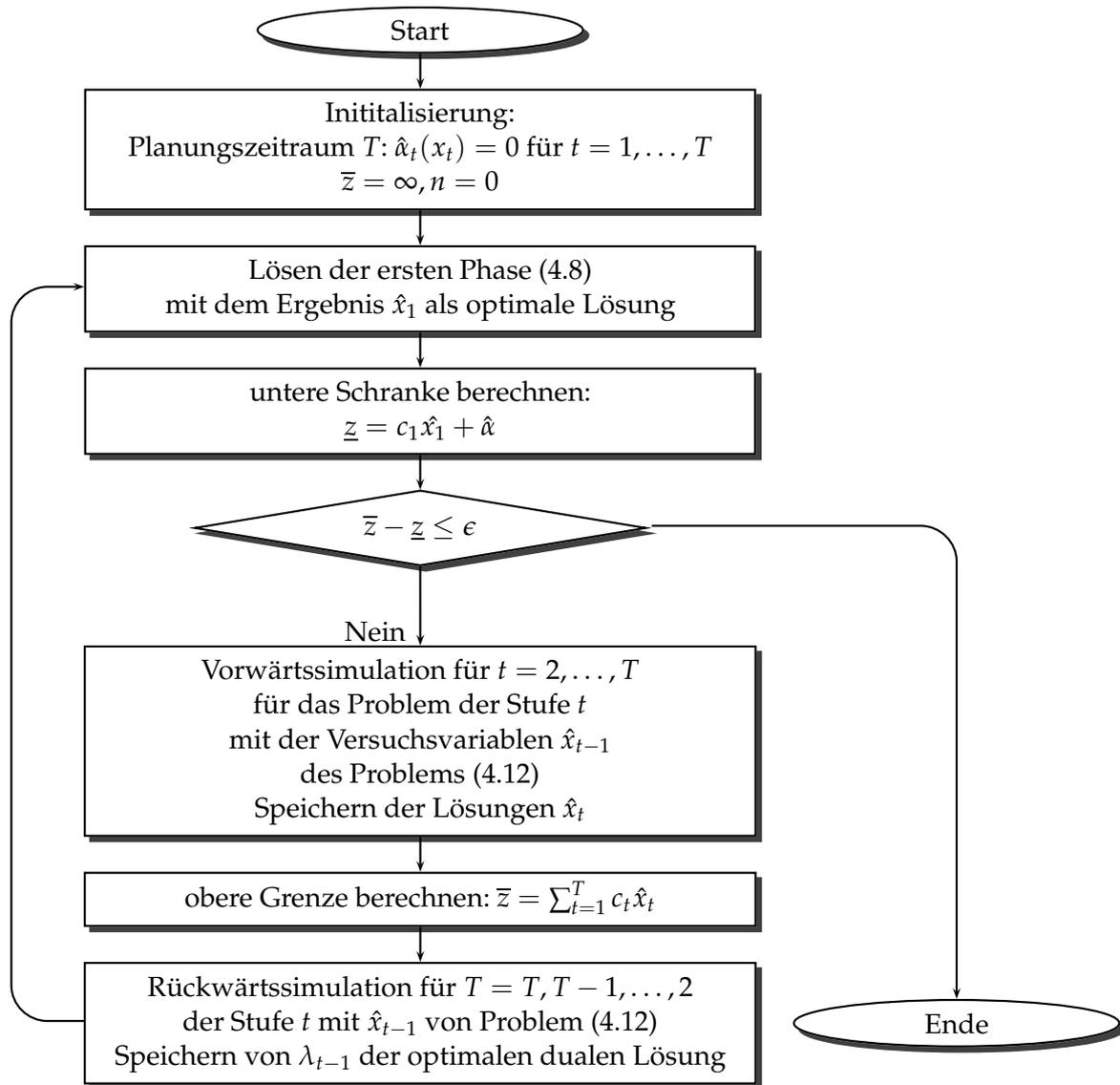


Abbildung 4.2: Flussdiagramm zur Veranschaulichung des Multistage DDP Algorithmus, vgl. (Pereira & Pinto, 1991)

4.1.5 Stochastic dual dynamic programming

Die dynamische Programmierung ist zur Lösung von stochastischen Problemen gut geeignet. Der DDP Algorithmus aus Abschnitt (4.1.3) kann für stochastische Probleme erweitert werden. Bei mehreren Szenarien b_{tj} und den Eintrittswahrscheinlichkeiten für jedes Szenario p_{tj} wird nun folgendermaßen vorgegangen:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & c_1 x_1 + p_1 c_2 x_{21} + p_2 c_2 x_{22} + \dots + p_m c_2 x_{2m} \\
 \text{unter} \quad & A_1 x_1 \geq b_1 \\
 & E_1 x_1 + A_2 x_{21} \geq b_{21} \\
 & E_1 x_1 + A_2 x_{22} \geq b_{22} \\
 & \vdots \\
 & E_1 x_1 + A_2 x_{2m} \geq b_{2m}
 \end{aligned} \tag{4.14}$$

In Problem (4.14) wird in der ersten Phase eine Entscheidung x_1 getätigt und in Abhängigkeit von dieser Entscheidung gibt es m zu lösende Unterprobleme der zweiten Phase mit der Form:

$$\begin{aligned}
 \alpha_{1j}(x_1) = \min \quad & c_2 x_{2j} \\
 \text{unter} \quad & A_2 x_{2j} \leq b_{2j} - E_1 x_1
 \end{aligned} \tag{4.15}$$

Ziel der Optimierungsaufgabe ist es, die Kosten der ersten Phase durch $c_1 x_1$ und die erwarteten Kosten der zweiten Phase $\sum_{j=1}^m p_j \cdot c_2 \cdot x_{2j}$ zu minimieren. p_j ist die Wahrscheinlichkeit für jedes Unterproblem, wobei die Summe aller p_j eins sein muss ($\sum_{j=1}^m p_j = 1$). In Abhängigkeit von der Entscheidung x_1 kann man die zu erwartende zukünftige Kostenfunktion $\bar{\alpha}_1(x_1)$ mit Gleichung (4.16) berechnen wobei, α_{1j} in Problem (4.15) definiert wurde.

$$\bar{\alpha}_1(x_1) = \sum_{j=1}^m p_j \alpha_{1j}(x_1) \tag{4.16}$$

Dadurch sieht das Problem der ersten Phase wieder gleich aus, wie im DDP:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & c_1 x_1 + \bar{\alpha}_1(x_1) \\
 \text{unter} \quad & A_1 x_1 \geq b_1
 \end{aligned} \tag{4.17}$$

Die zukünftige Kostenfunktion ist ebenfalls wie im normalen DDP Algorithmus stückweise linear. Für den multistage stochastic dual dynamic programming Algorithmus wird ohne Einschränkung der Allgemeinheit angenommen, dass die Variablen der rechten Seite $b_t, t = 1, \dots, T$ unabhängige Zufallsvariablen sind und jedes b_t in m Werte diskretisiert wird. Diese m Werte sind Szenarien $b_{tj}, j = 1, \dots, m$ mit den Wahrscheinlichkeiten $p_{tj}, j = 1, \dots, m$.

Schritt 1: Definieren der Versuchsentscheidungen \hat{x}_{ti} für $i = 1, \dots, n; t = 1, \dots, T$

Schritt 2: für $t=T, T-1, \dots, 2$ (Wiederholung für jeden Zeitpunkt - Rückwärtsrekursion)

für $\hat{x}_{ti}, i = 1, \dots, n$ (Wiederholung für jede Versuchsentscheidung)

für $b_{tj}, j = 1, \dots, m$ (Wiederholung für jedes Szenario)

Das Optimierungsproblem für t, \hat{x}_{ti} und b_{tj} soll gelöst werden mit:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & c_t x_t + \bar{\alpha}_t(x_t) \\
 \text{unter} \quad & A_t x_t \geq b_{tj} - E_{t-1} \hat{x}_{t-1i}
 \end{aligned} \tag{4.18}$$

Um die erwartete zukünftige Kostenfunktion zu schätzen, werden die dualen Multiplikatoren λ_{t-1ij} der optimalen Lösung von (4.18) verwendet, um eine Stützstelle der zu erwartenden zukünftigen Kostenfunktion zu generieren. Mit $\hat{\lambda}_{t-1i} = \sum_{j=1}^m p_{tj} \lambda_{t-1ij}$ wird die Stützstelle für den Zeitpunkt $t - 1$ und $\hat{\lambda}_{t-1}(x_{(t-1)})$ erzeugt.

Schritt 3: Zurück zu Schritt 1 ...

Nun stellt sich die Frage, wie man zu den Versuchsentscheidungen \hat{x}_{ti} kommt. Im Idealfall führt man eine Vorwärtssimulation für jede Kombination aller Szenarien durch, wie auch im DDP Algorithmus. Der Nachteil dieser Methode ist jedoch, dass die Kombinationen exponentiell mit der Anzahl der Phasen ansteigt. Deswegen wird für eine Probe von Szenarien eine Monte Carlo Analyse durchgeführt.

Schritt 1: Lösen des Problems der ersten Phase (4.17) und \hat{x}_1 sei die optimale Lösung. Initialisierung von $x_{1i} = \hat{x}_1$ für $i = 1, \dots, n$

Schritt 2: für $t = 2, \dots, T$ (Wiederhole für alle Zeitpunkte)

für $i = 1, \dots, n$ (Wiederhole für jede Versuchsentscheidung)

Auswählen eines zufälligen Vektors aus dem Satz $b_{tj}, j = 1, \dots, m$ und lösen des Optimierungsproblems (4.19) für die Phase t und Szenario i , und speichern der optimalen Lösung dazu als \hat{x}_{ti}

$$\begin{aligned} \min \quad & c_t x_t + \hat{\alpha}_t(x_t) \\ \text{unter} \quad & A_t x_t \geq b_{ti} - E_{t-1} \hat{x}_{t-1i} \end{aligned} \quad (4.19)$$

Das Ziel ist, gute Versuchsentscheidungen \hat{x}_{ti} zu bekommen, um die man die zukünftige Kostenfunktion approximieren kann. Eine Abschätzung der Genauigkeit der Approximation geschieht wieder über die untere und obere Grenze. Die untere Grenze \underline{z} kann wieder durch die Lösung des Problems der ersten Phase (4.17) berechnet werden. Die obere Grenze \bar{z} wird nun jedoch mit der durchgeführten Monte Carlo Simulationen geschätzt. Sie berechnet sich folgendermaßen:

$$\bar{z} = c_1 x_1 + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z_i \quad (4.20)$$

Mit z_i für die Gesamtkosten einer Monte Carlo Simulation:

$$z_i = \sum_{t=1}^T c_t \hat{x}_{ti} \quad (4.21)$$

Die Unsicherheit der oberen Grenze wird nun über die Standardabweichung des Schätzers gemessen:

$$\sigma_z = \sqrt{\frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n (\bar{z} - z_i)^2} \quad (4.22)$$

Der 95%ige Vertrauensbereich für den wahren Wert von \bar{z} ist gegeben durch $[\bar{z} - 2\sigma_z, \bar{z} + 2\sigma_z]$. Das Abbruchkriterium des Algorithmus ist gegeben, wenn die untere Grenze \underline{z} im Vertrauensbereich der oberen Grenze \bar{z} liegt.

4.2 Anwendung

Dieser Algorithmus wurde von Pereira (Pereira & Pinto, 1991), wie im folgenden Abschnitt gezeigt, für eine optimale Einsatzstrategie in Süd-Südost Brasilien verwendet. Die Kosten setzen sich zusammen aus den Brennstoffkosten der fossilen Kraftwerke und Strafen für eine nicht ausreichende Versorgung der Last. Das Optimierungsproblem wird durch die begrenzte Verfügbarkeit von gespeichertem Wasser sehr komplex, da es eine Verbindung herstellt zwischen einer Entscheidung zu einem Zeitpunkt und den zukünftigen Konsequenzen dieser Entscheidung. Wird beispielsweise zu einem Zeitpunkt der Wasservorrat der Speicherkraftwerke verbraucht und es tritt das Szenario des geringen Zuflusses ein, ist die Konsequenz, dass viele thermische Kraftwerke in der Zukunft die Last decken müssen oder man ist vielleicht gar nicht in der Lage die Last zu decken. Entleert man die Speicherkraftwerke zu wenig, und es tritt das Szenario eines hohen Zuflusses ein, kommt es zu einem Überlauf des Speichers und somit zu einer Verschwendung von Energie und dadurch höhere Betriebskosten. Da es unmöglich ist, die Zuflüsse der Speicherkraftwerke perfekt vorherzusagen, handelt es sich um ein stochastisches Optimierungsproblem. Die Zielfunktion des Problems wird nichtlinear durch die nichtlinearen thermischen Erzeugungskosten und das Produkt aus Druck und Durchfluss des Speicherkraftwerks. Da der Wert der Energie eines Speicherkraftwerkes nicht direkt durch den Zustand des Speicherkraftwerks gemessen werden kann, sondern nur als zu erwartende Einsparungen von Brennstoffkosten, ist die Zielfunktion nicht trennbar.

Ausgehend davon, dass die Zuflussvolumina zu Beginn jeder Phase bekannt sind, kann man die Einsatzplanungsoptimierung als ein stochastisches dynamisches Programm niederschreiben:

$$\begin{aligned} \alpha_t(x_t) &= \mathbb{E}_{\alpha_t|x_t} \left\{ \min_{u_t} c_t(u_t) + \beta \alpha_{t+1}(x_{t+1}) \right\} \\ \text{unter } x_{t+1} &= f_t(x_t, a_t, u_t) \\ g_{t+1}(x_{t+1}) &\geq 0 \\ h_t(u_t) &\geq 0 \end{aligned} \quad (4.23)$$

mit: t	... Indiz für die Phase (T ist der gesamte Planungszeitraum)
x_t	... Zustandsvektor zu Beginn von Phase t
$\alpha_t(x_t)$... Erwartungswert der Einsatzkosten in Abhängigkeit des Zustandsvektors x_t in Phase t
$\alpha_t x_t$... Wahrscheinlichkeitsverteilung des Zufluss-Vektors a_t in Abhängigkeit von x_t
u_t	... Entscheidungsvektor für Phase t
c_t	... Kosten die sich sofort in Abhängigkeit der Entscheidung u_t ergeben
β	... Nachlass-Faktor
$x_{t+1} = f_t(x_t, a_t, u_t)$... Zustandstransitionsgleichung
$g_{t+1}(x_{t+1}) \geq 0$... Beschränkungen des Zustandsvektors
$h_t(u_t) \geq 0$... Beschränkungen des Entscheidungsvektors

Der Zustandsvektor x_t beinhaltet alle Informationen, welche für die zukünftigen Operationskosten relevant sind. Für ein Speicherkraftwerk sind zumindest zwei Arten von Variablen dazu notwendig: Der aktuelle Wasserstand im Speicher v_t und die Tendenz der Zuflussvolumina der vorherigen Phasen.

$$x_t = (v_t \quad a_{t-1} \quad a_{t-2} \quad \dots) \quad (4.24)$$

Der Vektor mit den Entscheidungsvariablen u_t setzt sich aus dem Abflussvolumen q_t und dem Überlaufvolumen s_t zusammen.

$$u_t = (q_t \quad s_t) \quad (4.25)$$

Die sofortigen Einsatzkosten in Abhängigkeit vom Entscheidungsvektor u_t bilden sich aus den Kosten der thermischen Stromerzeugung um den Strombedarf zu decken. Strafen für die Nichtdeckung der Last gehen durch teure Blindkraftwerke in die Berechnung ein.

$$\begin{aligned} c_t(q_t, s_t) = \min & \sum_{k \in K} \sum_{j \in T_k} c_j(g_{tj}) \\ \text{unter} & \sum_{i \in H_k} p_i q_{ti} + \sum_{j \in T_k} g_{tj} + \sum_{l \in \Omega_k} (f_{tlk} - f_{tkl}) = d_{tk} \\ & g_t \leq \bar{g} \\ & |f_t| \leq \bar{f} \end{aligned} \quad (4.26)$$

- mit: k ... Index für die Region (K Regionen gesamt)
 j ... Index für die thermischen Kraftwerke
(T_k sind alle thermischen Kraftwerke in der Region k)
 i ... Index für die Wasserkraftwerke
(H_k sind alle Wasserkraftwerke in der Region k)
 g_{tj} ... Stromerzeugung des thermischen Kraftwerks j in Phase t
 c_j ... Stromerzeugungskosten für das Kraftwerk j
 p_i ... Produktionskoeffizient des Wasserkraftwerks i
 d_{tk} ... Last in Region k
 \bar{g} ... Vektor mit der maximal verfügbaren thermischen Leistung
 f_{tkl} ... Energieaustausch von Region k nach l
 \bar{f} ... Vektor mit den maximal übertragbaren Leistungen
 Ω_k ... Umfasst alle Regionen welche direkt mit Region k verbunden sind

Der Produktionskoeffizient eines Wasserkraftwerkes p_i ist eine Funktion des Anfangsvolumens, des Endvolumens und des Abflusses bzw. Überlaufs:

$$p_i = p_i(v_{ti} \quad v_{t+1i} \quad q_{ti} \quad s_{ti}) \quad (4.27)$$

Die Zustandsübergangsgleichung aus (4.23) lautet:

$$v_{t+1} = v_t + a_t + M(q_t + s_t) \quad (4.28)$$

Mit M als die Häufigkeitsmatrix für die Wasserkraftwerke. Die Beschränkung der Zustandsvariable bezieht sich auf das maximale Fassungsvermögen eines Speichers.

$$v_{t+1} \leq \bar{v} \quad (4.29)$$

und die Einschränkung der Entscheidungsvariable bezieht sich auf die maximal mögliche Abflussleistung bei der Turbinierung sowie auf die untere Grenze des gesamten Abflusses.

$$\begin{aligned} q_t & \leq \bar{q} \\ q_t + s_t & \geq \underline{q} \end{aligned} \quad (4.30)$$

Der Nachteil dieser Methode ist, dass das Lösen der SDP Rekursionen eine Diskretisierung des Zustandsraumes erfordert, was zu einem exponentiellen Anstieg des Berechnungsaufwands mit der Anzahl der Zustandsvariablen führt. Verwendet man zum Beispiel eine Zustandsvariable $x_t = (v_t \ a_{t-1})$ für ein System mit n Speicherkraftwerken, in dem die Entwicklung des monatlichen Zuflusses nur durch den Zufluss des vorigen Monats angegeben ist und diskretisiert sie in m Intervalle, ergeben sich dadurch m^{2n} diskretisierte Zustände in jeder Phase. Für 20 Diskretisierungsintervalle ergeben sich so für nur 5 Speicherkraftwerke in einem System bereits 20^{10} Zustände. Um die benötigte Rechenleistung möglichst gering zu halten, bedient man sich deswegen „des Stochastic Dual Dynamic Programming“.

5 Einsatzoptimierung nach der Dauerlinie

Das Ziel dieser Optimierung ist, basierend auf einer vorhandenen Dauerlinie über einen bestimmten Zeitraum und einer bekannten Merit Order eines Landes, den optimalen Einsatz der SKW und PSKW zu planen. Optimal bedeutet hier entweder, dass die Kosten der eingesetzten Kraftwerke zur Deckung der Last minimal werden, oder, dass eine Rohertragsmaximierung für die Betreiber der SKW und PSKW zum Ziel gesetzt wird. Bei einer Dauerlinie handelt es sich um eine monoton fallende Kurve, welche den Lastbedarf für eine gewisse Stundenanzahl innerhalb eines vorher definierten Zeitraumes (Tag, Monat, Jahr,...) angibt. In einer Merit Order werden alle verfügbaren Kraftwerke sortiert nach dem Preis, mit dem sie die Leistung anbieten, aufgelistet. Die Optimierung erfolgte mit Matlab und GAMS (General Algebraic Modeling System), welches mit Hilfe verschiedener Solver in der Lage ist, eine Vielzahl von Modellkategorien zu lösen. Zu den Modellkategorien zählen unter anderem lineare Programme (LP), nichtlineare Probleme (NLP), Mixed Integer Lineare Probleme (MILP), Mixed Integer Nichtlineare Probleme (MINLP) und noch mehr. Für Interessierte wird hier auf die Webseite von GAMS verwiesen (GAMS, 2010).

5.1 Vereinfachende Annahmen

Für alle folgenden Optimierungen werden bestimmte, vereinfachende Annahmen getroffen. Für eine schnellere Optimierung werden alle Dauerlinien in fünf Bereiche diskretisiert. Theoretisch kann die Optimierung auch mit wesentlich mehr Intervallen erfolgen, jedoch steigt der Rechenaufwand, besonders für die Rohertragsmaximierung, dadurch sehr schnell an. Weiters werden die spezifischen Anfahrzeiten der einzelnen Kraftwerke wie auch die der Speicher- und Pumpspeicherkraftwerke nicht berücksichtigt.

5.2 Einfaches Beispiel mit einer linearen Merit Order

Anhand eines einfachen Beispiels soll hier nun der Unterschied zwischen einer Gesamtkostenminimierung und einer Rohertragsmaximierung für ein einzelnes PSKW gezeigt werden. Für das bessere Verständnis wird nun eine lineare Merit Order angenommen. Der Marktpreis bildet sich durch das teuerste eingesetzte Kraftwerk nach (5.1) folgendermaßen:

$$\text{Preis}(\text{Leistung}) = k \cdot \text{Leistung} + d \quad (5.1)$$

mit: $\text{Preis}(\text{Leistung})$... Preis in Abhängigkeit von der Leistung in EUR/MWh
Leistung	... Leistung in MW
k	... Konstante in EUR/MW ² h
d	... Konstante in EUR/MWh

Die Variable *Leistung* in (5.1) bezieht sich auf die Leistung, welche die Kraftwerke zur Deckung der Last aufbringen müssen. Ohne Pumpspeicherkraftwerk müsste der gesamte Leistungsbedarf, welcher durch die Dauerlinie vorgegeben ist, durch die restlichen Kraftwerke gedeckt werden. Dies führt besonders in Spitzenlastzeiten zu hohen Strompreisen. Weiters ist eine Deckung der Last durch die, im Vergleich zu Speicher- und Pumpspeicherkraftwerken zu hohen Anfahrzeiten der Kraftwerke und der geringeren Leistungsgradienten, eventuell gar nicht möglich. Die SKW bzw. PSKW versuchen die Spitzenlast zu senken, indem sie zu diesen Zeitpunkten Wasser zur Energiegewinnung turbinieren und Wasser in den Niederlastzeiten zur

Energiespeicherung wieder hochpumpen. Im folgenden Modell gibt es, um das unterschiedliche Verhalten zwischen einer Gesamtkostenminimierung und einer Rohertragsmaximierung für den PSKW-Betreiber zu verdeutlichen, keine Einschränkungen bezüglich des maximalen, erlaubten Speicherinhalts oder der maximalen Turbinen- oder Pumpenleistung. Die Last wird in diesem Modell stark vereinfacht durch eine gleichmäßig in zwei Teile diskretisierte Dauerlinie dargestellt. Um das Beispiel einfach zu halten, wurde die Diskretisierungszeit der Dauerlinie von zwölf Stunden gewählt. In jedem dieser beiden Intervalle der Dauerlinie muss ein Leistungsgleichgewicht herrschen. Die Summe der erzeugten Energie aus den Kraftwerken sowie den Speicher- und Pumpspeicherkraftwerken muss also immer der Last entsprechen. Als weitere Vereinfachung wurde angenommen, dass das PSKW keine natürlichen Zuflüsse besitzt. Dadurch muss das PSKW alles, was es turbinieren möchte, mit einem reduzierten Wirkungsgrad auch wieder in das Speicherbecken hochpumpen. Für den Umwälzwirkungsgrad des PSWK wurde ein realitätsnaher Durchschnittswert von 0,72 angenommen.

5.2.1 Allgemeines zur Modellierung

Da in den Zielfunktionen in (5.4) und (5.5) der Preis als Optimierungsvariable mit einer weiteren Optimierungsvariable multipliziert wird, hat dies zur Konsequenz, dass dieses einfache Modell mit einer linearen Merit Order bereits zu einem nichtlinearen Programm wird. Aufgrund der Einfachheit des Modells ist es aber noch gut mit einem nichtlinearen Solver lösbar. Die Verwendung eines Mixed Integer Quadratic Problem-Solvers (MIQCP) ist leider nicht möglich, da zwei unterschiedliche Optimierungsvariablen miteinander multipliziert werden und daher die quadratische Matrix Q nicht mehr positiv semidefinit sein kann, wodurch es sich nicht mehr um ein konvexes Problem, siehe (2.1.2.1), handelt. Da bei nicht-konvexen Problemen das Finden eines globalen Minimums oder Maximums nicht mehr garantiert werden kann, werden die Berechnungen der Maxima und Minima zur Rohertragsmaximierung und Kostenminimierung in folgenden Abschnitten zusätzlich analytisch hergeleitet und anschließend mit den Ergebnissen aus GAMS verglichen. Wenn GAMS immer dieselben Ergebnisse wie bei den analytischen Berechnungen liefert, kann davon ausgegangen werden, dass bei den Optimierungsergebnissen tatsächlich das globale Minimum oder Maximum gefunden wird.

5.2.1.1 Modellierung eines Pumpspeicherkraftwerks

Für die Gesamtkostenminimierung sollen die Kosten, welche durch den Einsatz von Kraftwerken verursacht werden, minimiert werden. Es wird hierfür davon ausgegangen, dass das Speicher- bzw. Pumpspeicherkraftwerk Energie sehr billig zur Verfügung stellen kann. Dafür wird es wie ein Kraftwerk mit den Erzeugungskosten von EUR 0 gehandhabt. Die Kosten für den Kraftwerkseinsatz für die lineare Merit Order für ein Intervall berechnen sich nach Gleichung (5.2):

$$\begin{aligned} \text{Kosten} &= \int_0^{\text{Leistung}} (R_i k + d) t_i \cdot dR_i \\ &= \frac{k \cdot t_i}{2} R_i^2 + d \cdot t_i R_i + h_i \end{aligned} \quad (5.2)$$

Wenn keine Kraftwerke eingesetzt werden (Leistung = 0) dürfen auch keine Kosten anfallen, wodurch die Integrationskonstante h_i berechnet werden kann (5.3).

$$\begin{aligned} \text{Kosten}(\text{Leistung} = 0) &\stackrel{!}{=} 0 \\ &\rightarrow h_i = 0 \end{aligned} \quad (5.3)$$

Das lineare Programm zur Gesamtkostenminimierung lautet:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \sum_{Ti} \frac{k \cdot disc(Ti)}{2} R(Ti)^2 + \frac{d \cdot disc(Ti)}{2} R(Ti) disc(Ti) \\
 \text{unter} \quad & \sum_{Ti} P_Turb(Ti) \cdot disc(Ti) - \sum_{Ti} Pump(Ti) \cdot disc(Ti) \cdot eta_pump = 0 \\
 & R(Ti) + P_Turb(Ti) - P_Pump(Ti) = L(Ti)
 \end{aligned} \tag{5.4}$$

mit: $R(Ti)$... erforderliche Leistung des restlichen Kraftwerkparks zur Abdeckung der Last im Intervall Ti in MW
$L(Ti)$... Last im Intervall Ti in MW
$P_Turb(Ti)$... Energiegewinnung durch PSKW Einsatz im Intervall Ti in MW
$P_Pump(Ti)$... Energieaufwendung durch PSKW Befüllung im Intervall Ti in MW
$disc(Ti)$... zeitliches Diskretisierungsintervall der Dauerlinie in h
k_x	... Steigung der linearen Merit-Order
d_x	... Grundpreis der Kraftwerksleistung
eta_pump	... Umwälzwirkungsgrad des PSKW

Das Modell zur Rothertragsmaximierung für die PSKW Betreiber zeigt (5.5):

$$\begin{aligned}
 \max \quad & \sum_{Ti} (P_Turb(Ti) - P_Pump(Ti)) \cdot pr(Ti) \cdot disc(Ti) \\
 \text{unter} \quad & \sum_{Ti} P_Turb(Ti) \cdot disc(Ti) - \sum_{Ti} Pump(Ti) \cdot disc(Ti) \cdot eta_pump = 0 \\
 & R(Ti) + P_Turb(Ti) - P_Pump(Ti) = L(Ti) \\
 & pr(Ti) = (L(Ti) - P_Turb(Ti) + P_Pump(Ti)) \cdot k_x + d_x
 \end{aligned} \tag{5.5}$$

mit: $pr(Ti)$... Marktpreis entsprechend der Merit Order der restlichen Kraftwerke entsprechend der erforderlichen restlichen Leistung des Kraftwerkparks im Intervall Ti in EUR
---------------	---

Bei der Rothertragsmaximierung soll der Rothertrag für das Speicher- bzw. Pumpspeicherkraftwerk maximiert werden. Dazu wird die turbinierete Leistung im Intervall Ti mit dem Preis zu diesem Zeitpunkt und der Dauer, für welche diese Leistung geliefert wird, multipliziert. Da in einem PSKW das Wasser zuvor hochgepumpt werden muss, wird die Pumpleistung im Intervall Ti mit dem Preis und der Dauer multipliziert.

5.2.1.2 Modellierung eines Speicherkraftwerks

Die Modellierung eines Speicherkraftwerks ist ähnlich der eines Pumpspeicherkraftwerks. Es entfällt nur die Nebenbedingung, dass Wasser hochgepumpt werden kann. Stattdessen wird

nun das maximal verfügbare Wasser durch natürliche Zuflüsse (Parameter "stored_water") begrenzt. Für die Gesamtkostenminimierung lautet das Modell (5.6):

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \sum_{Ti} \frac{k \cdot disc(Ti)}{2} R(Ti)^2 + \frac{d \cdot disc(Ti)}{2} R(Ti) disc(Ti) \\
 \text{unter} \quad & \sum_{Ti} P_Turb(Ti) \cdot disc(Ti) \leq stored_water \\
 & R(Ti) + P_Turb(Ti) = L(Ti)
 \end{aligned} \tag{5.6}$$

mit: *stored_water* ... Zu Verfügung stehender Speicherinhalt in MWh

Für die Rohertragsmaximierung gilt (5.7).

$$\begin{aligned}
 \max \quad & \sum_{Ti} (P_Turb(Ti)) \cdot pr(Ti) \cdot disc(Ti) \\
 \text{unter} \quad & \sum_{Ti} P_Turb(Ti) \cdot disc(Ti) \leq stored_water \\
 & R(Ti) + P_Turb(Ti) = L(Ti) \\
 & pr(Ti) = (L(Ti) - P_Turb(Ti)) \cdot k_x + d_x
 \end{aligned} \tag{5.7}$$

5.2.2 Beweis der Rohertragsmaximierung für ein Pumpspeicherkraftwerk

Für den Beweis wird von einer in zwei Stufen diskretisierten Dauerlinie ausgegangen, in der ein Intervall die Spitzenlast und das andere eine Niederlast repräsentiert, (siehe Abbildung (5.1)).

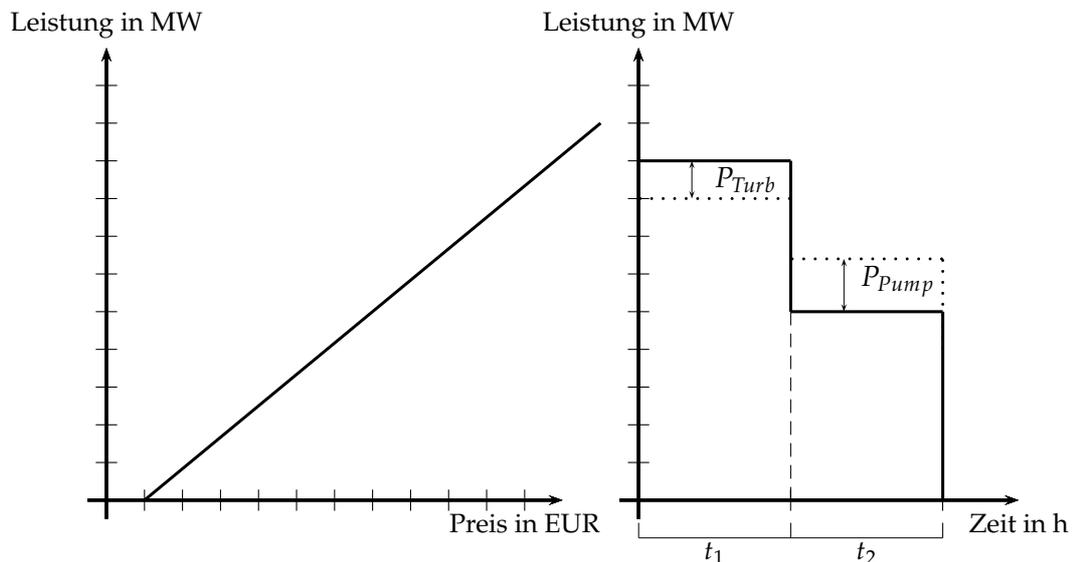


Abbildung 5.1: Darstellung der Merit-Order (links) und der Dauerlinie (rechts)

Weiters wird angenommen, dass im Intervall der Spitzenlast Wasser zur Energiegewinnung turbinieren wird (P_{Turb}) und im Intervall der Niederlast Wasser hochgepumpt wird (P_{Pump}). Der

Rohrertrag berechnet sich dann mit Gleichung (5.8). Der Preis im Intervall T_i der Dauerlinie wird durch das teuerste, eingesetzte Kraftwerk gesetzt. Dadurch steigt der Preis linear mit der benötigten Kraftwerksleistung nach Gleichung (5.9) an.

$$\text{Rohrertrag} = P_{Turb} \cdot c_1 \cdot t_1 - P_{Pump} \cdot c_2 \cdot t_2 \quad (5.8)$$

$$c_i = k \cdot R_i + d \quad \text{für } i = 1, 2 \quad (5.9)$$

$$\begin{aligned} L_1 &= R_1 - P_{Turb} \\ L_2 &= R_2 + P_{Pump} \end{aligned} \quad (5.10)$$

mit: c_i ... Kosten der Energie im Intervall i in EUR/MW
 R_i ... Kraftwerkseinsatz im Intervall i in MW
 P_{Turb} ... Turbinenleistung im Intervall i in MW
 P_{Pump} ... Pumpenleistung im Intervall i in MW
 k ... Konstante zur Berechnung der Kosten
 d ... Konstante zur Berechnung der Kosten
 t_i ... Diskretisierungszeit im Intervall i in h
 L_i ... Last im Intervall i

Wird nun der aktuelle Preis für das zugehörige Intervall i in die Gleichung für den Rohrertrag (5.8) eingesetzt, ergibt sich die Gleichung (5.11):

$$\text{Rohrertrag} = P_{Turb} \cdot t_1(k \cdot R_1 + d) - P_{Pump} \cdot t_2(k \cdot R_2 + d) \quad (5.11)$$

Wird die Nebenbedingung, welche besagt, dass die erzeugte Energie gleich der hochgepumpten Energie reduziert durch den Wirkungsgrad der Pumpen sein muss (5.12), in Gleichung (5.11) eingesetzt, erhält man (5.13).

$$P_{Turb} \cdot t_1 = P_{Pump} \cdot t_2 \cdot \eta \quad (5.12)$$

Einsetzen von (5.12) in (5.11):

$$\begin{aligned} \text{Rohrertrag} &= P_{Pump} \cdot \eta t_2 \left(L_1 k - \frac{P_{Pump} \cdot \eta k t_2}{t_1} + d \right) - \\ &\quad + P_{Pump} \cdot t_2 (k(L_2 + P_{Pump}) + d) \end{aligned} \quad (5.13)$$

Gleichung (5.13) repräsentiert den Rohrertrag und soll in Abhängigkeit von P_{Pump} zum Extremum werden:

$$k t_1 t_2 (L_1 \eta - L_2) + d t_1 t_2 (\eta - 1) - 2 k t_2 P_{Pump} (\eta^2 t_2 + t_1) \stackrel{!}{=} 0 \quad (5.14)$$

$$\boxed{P_{Pump} = \frac{k t_1 (L_1 \eta - L_2) + d t_1 (\eta - 1)}{2 k (\eta^2 t_2 + t_1)}} \quad (5.15)$$

Leitet man Gleichung (5.13) zweimal nach P_{Pump} ab, ergibt sich:

$$-2 k t_2 (\eta^2 t_2 + t_1) \leq 0 \quad (5.16)$$

Da η , k und die Zeiten t_1 sowie t_2 immer positiv sind, ist Gleichung (5.16) immer kleiner als Null. Es handelt sich bei dem gefundenen Extremum also, wie gesucht, um ein Maximum.

In Abbildung (5.2) ist der Rohertrag über die Pumpenleistung aufgetragen. Der Rohertrag steigt bis zu einer Pumpenleistung von ungefähr 610 MW immer weiter an, wo er schließlich sein Maximum erreicht. Ab 610 MW an Pumpenleistung sinkt der Rohertrag wieder ab. In diesem Diagramm ist der Unterschied zwischen einer Rohertragsmaximierung und einer Gesamtkostenminimierung anhand der braunen und der hellblauen, senkrecht gestrichelten Linien verdeutlicht. Bei einer Gesamtkostenminimierung würde immer mehr gepumpt werden (in diesem Beispiel würde man sich immer rechts der 610 MW an Pumpenleistung befinden) als bei einer Rohertragsmaximierung. Um deutlicher zu zeigen, bei welcher Pumpenleistung der Rohertrag sein Maximum besitzt, wurde der Rohertrag zusätzlich noch einmal mit dem Faktor zehn multipliziert als dünnere orange Linie eingetragen. Weiters wird die Zusammensetzung des Rohertrags grafisch dargestellt. Die strichlierte, grüne und violette Linie zeigen die Abhängigkeit des Strompreises für das Peak- und für das Offpeak Intervall in Abhängigkeit von der Pumpenleistung. Bei größer werdender Pumpenleistung steigt der Strompreis im Offpeak Intervall und sinkt durch die daraus resultierende höhere Turbinenleistung im Peak Intervall. Die durchgezogenen, blauen und roten Linien zeigen den Erlös durch das Turbinieren, sowie die, dadurch notwendigen Aufwendungen durch das Pumpen. Der Rohertrag berechnet sich aus diesen Erlösen abzüglich der Aufwendungen. Zur Verifizierung des Optimierungsergebnisses

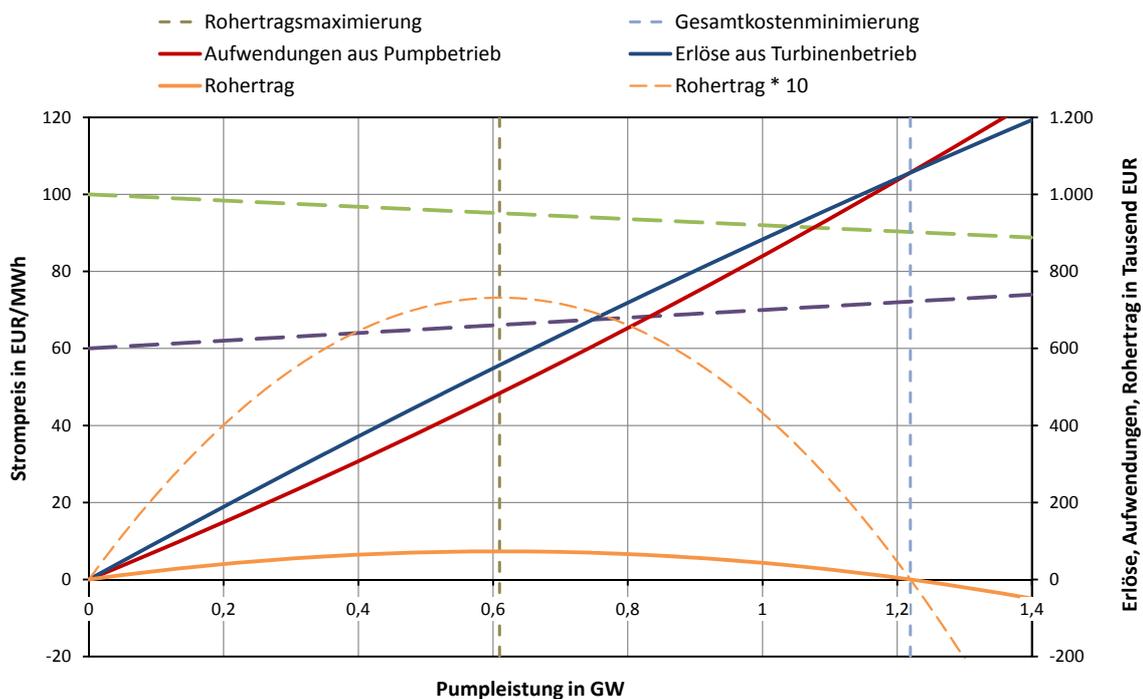


Abbildung 5.2: Zusammensetzung des Rohertrags, (Gutschi et al., 2011)

des Problems aus Abbildung (5.1) wurde eine Optimierung mit folgenden Werten durchgeführt.

$$L = \begin{pmatrix} 9 \\ 5 \end{pmatrix} \text{ GW} \quad \eta = 0.8 \quad k = 0,01 \text{ EUR}/\text{MW}^2\text{h} \quad (5.17)$$

$$d = 10 \text{ EUR}/\text{MWh} \quad t = \begin{pmatrix} 12 \\ 12 \end{pmatrix} \text{ h}$$

Setzt man die Werte aus (5.17) in Gleichung (5.15) ein, so erhält man das Maximum des Rohertrages bei einer Pumpenleistung im Offpeak-Intervall von $P_{Pump} = 609,8 MW$. Die Optimierung mit GAMS ergab einen Wert von $P_{Pump} = 610 MW$. Dies beweist, dass der Solver das globale Maximum auch tatsächlich gefunden hat, obwohl es sich hier um ein nichtlineares Problem handelt. Das Ergebnis der Optimierung kann in Abbildung (5.3) betrachtet werden.

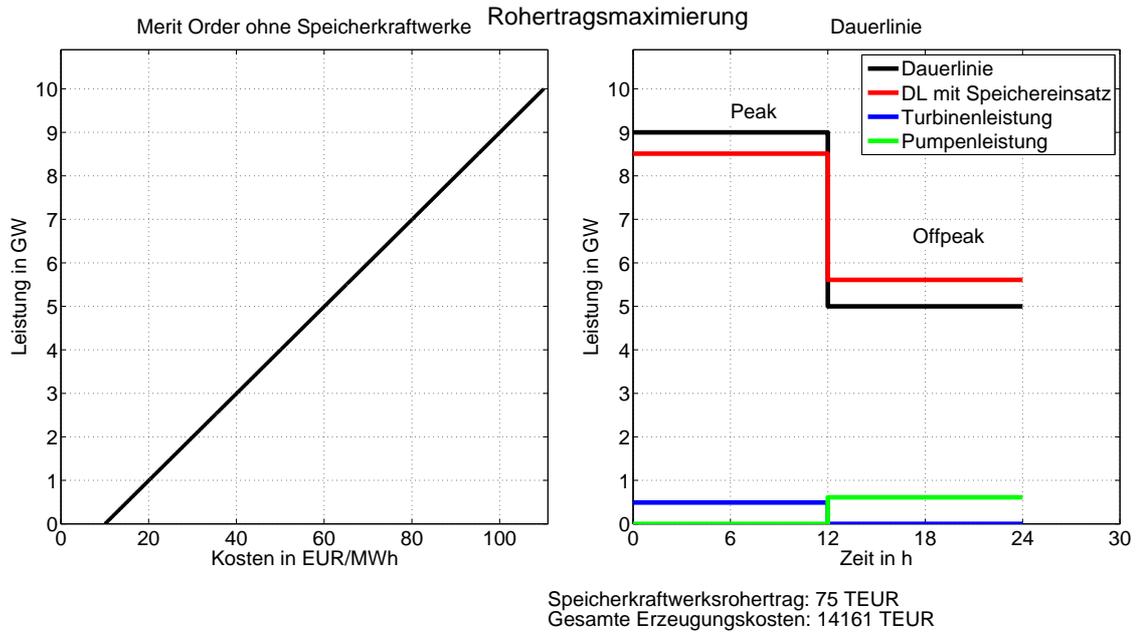


Abbildung 5.3: Grafische Darstellung des Optimierungsergebnisses bei den PSKW- Rohertragsmaximierung

5.2.3 Beweis der Rohertragsmaximierung für ein Speicherkraftwerk

Ausgehend von Abbildung (5.4) wird nun bewiesen, wie ein Speicherkraftwerk seinen, durch natürliche Zuflüsse gewonnenen Speicherinhalt, einsetzen muss, um den dadurch erwirtschafteten Rohertrag zu maximieren. Die Merit Order ist hier wieder linear. Bei einem reinen SKW kann, im Gegensatz zum PSKW, kein Wasser im Niederlastintervall hochgepumpt werden. Die Dauerlinie wurde für die Herleitung wieder in zwei Intervalle diskretisiert. Es kann nun aber im Gegensatz zum PSKW in beiden Intervallen Wasser zur Energiegewinnung turbinieren werden. Der Rohertrag des Speicherkraftwerks berechnet sich nach (5.18):

$$\text{Rohertrag} = \sum_{i=1}^2 P_{turb_i} \cdot c_i \cdot t_i \quad (5.18)$$

$$c_i = k \cdot R_i + d \quad \text{für } i = 1, 2 \quad (5.19)$$

$$L_i = R_i - P_{Turb_i} \quad \text{für } i = 1, 2 \quad (5.20)$$

Jedem Speicher steht zu Beginn des Planungszeitraums ein gewisses Kontingent an Wasser im Speicherbecken, welches sich über die Zeit durch natürliche Zuflüsse ansammelt, zur Verfügung. In Folge dieser Einschränkung kann daher maximal dieser Zufluss turbinieren werden.

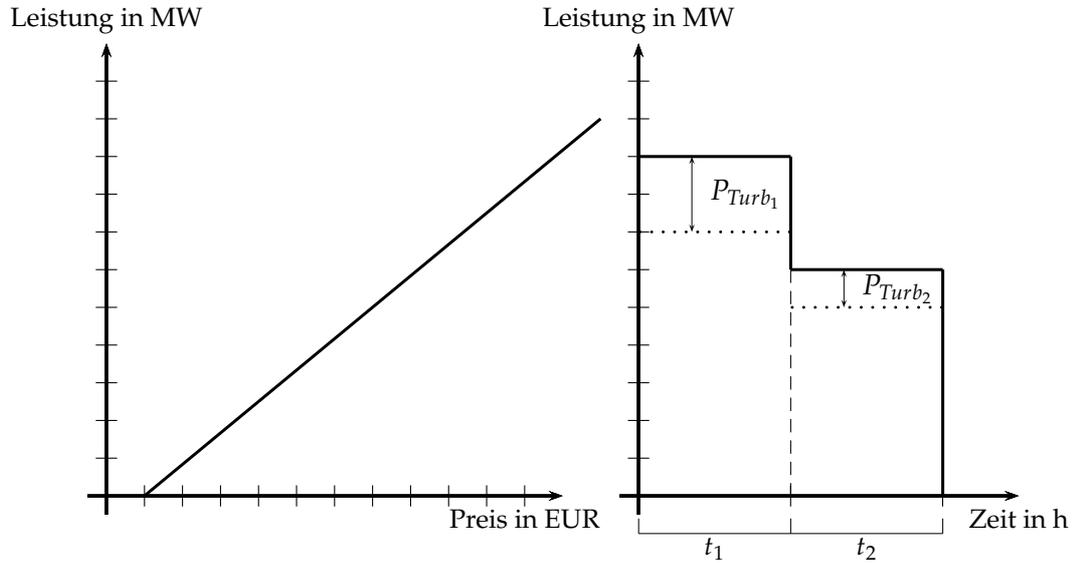


Abbildung 5.4: Darstellung der Merit-Order (links) und der Dauerlinie (rechts)

Die maximale Turbinenleistung des Speichers wird in keinem der beiden Intervalle eingeschränkt. Unter der Annahme, dass die gesamten Zuflüsse P_{zu} in den beiden Intervallen turbinieren werden, folgt Gleichung (5.21).

$$P_{zu} = P_{Turb1}t_1 + P_{Turb2}t_2 \quad (5.21)$$

Setzt man nun die Gleichungen (5.19), (5.20) und (5.21) in (5.18) ein, erhält man:

$$\begin{aligned} \text{Rohrertrag} &= P_{Turb1}t_1(k(L_1 - P_{Turb1}) + d) + \\ &+ (P_{zu} - P_{Turb1}t_1)(k(L_2 - \frac{P_{zu} + P_{Turb1}t_1}{t_2}) + d) \end{aligned} \quad (5.22)$$

Gleichung (5.22) stellt den Rohrertrag in Abhängigkeit von P_{Turb1} dar. Abgeleitet nach P_{Turb1} zum Finden eines Extremums, ergibt sich:

$$kt_1t_2(L_1 - L_2) - 2P_{Turb1}t_1k(t_1 + t_2) + 2P_{zu}t_1k \stackrel{!}{=} 0 \quad (5.23)$$

Für den maximalen Rohrertrag muss im ersten Intervall nun mit einer Leistung gemäß Gleichung (5.24) turbinieren werden.

$$\boxed{\begin{aligned} P_{Turb1} &= \frac{2P_{zu} + t_2(L_1 - L_2)}{2(t_1 + t_2)} \\ P_{Turb2} &= \frac{P_{zu} - P_{Turb1}t_1}{t_2} \end{aligned}} \quad (5.24)$$

Durch das zweifache Ableiten von Gleichung (5.22) nach P_{Turb1} ergibt sich:

$$-2t_1k(t_1 + t_2) \leq 0 \quad (5.25)$$

Auch hier sind k sowie t_1 und t_2 immer positiv, wodurch Gleichung (5.25) immer kleiner als Null ist. Es handelt sich bei dem gefundenen Extremum also um ein Maximum.

$$L = \begin{pmatrix} 9 \\ 6 \end{pmatrix} \text{ GW} \quad k = 0,01 \text{ EUR}/\text{MW}^2\text{h} \quad (5.26)$$

$$d = 10 \text{ EUR}/\text{MWh} \quad t = \begin{pmatrix} 12 \\ 12 \end{pmatrix} \text{ h}$$

Zur Verifizierung wurden die Werte aus (5.26) verwendet. Der Speicherinhalt am Beginn wurde mit $P_{zu} = 48 \text{ GWh}$ gewählt. Setzt man diese Werte in (5.24) ein, ergeben sich für den maximalen Rohertrag die Werte:

$$P_{Turb1} = 2,75 \text{ GW} \quad P_{Turb2} = 1,25 \text{ GW} \quad (5.27)$$

Die Optimierung mit GAMS lieferte dieselben Werte. Die grafische Darstellung des Optimierungsergebnisses findet man in Abbildung (5.5).

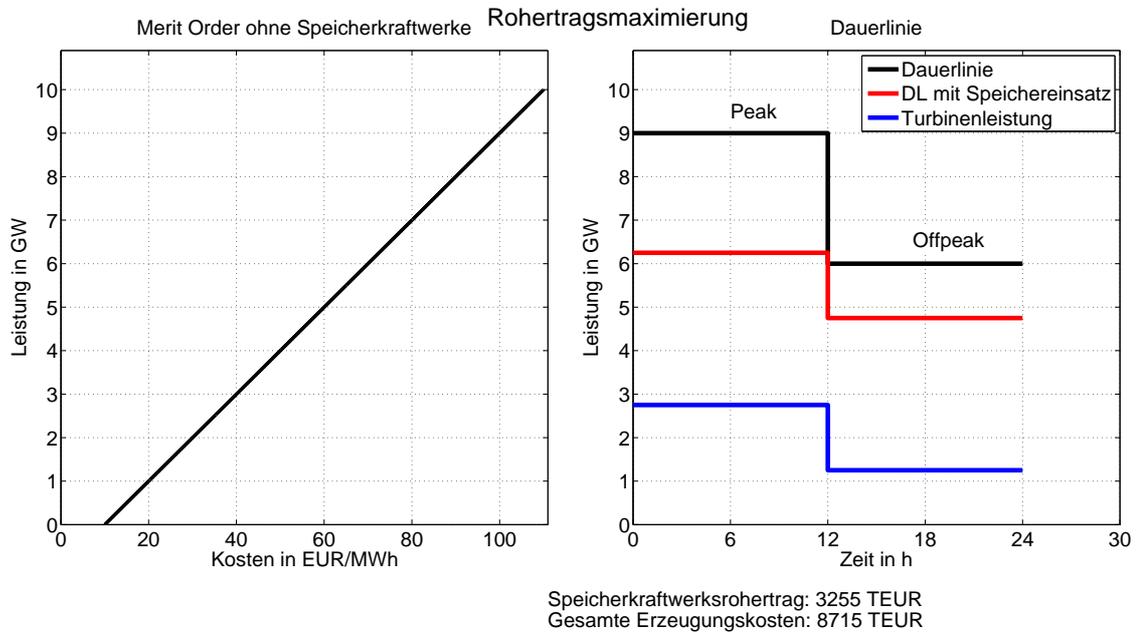


Abbildung 5.5: Grafische Darstellung des Optimierungsergebnisses bei den SKW- Rohertragsmaximierung

5.2.4 Beweis der Gesamtkostenminimierung für ein Pumpspeicherkraftwerk

Es wird wieder von Abbildung (5.1) ausgegangen. Die Kosten ergeben aus dem notwendigen Kraftwerkseinsatz pro Intervall. Es gilt:

$$\text{Kosten} = \frac{k \cdot t_i}{2} R_i^2 + d \cdot t_i R_i \quad \rightarrow \min \quad (5.28)$$

Die Preise steigen wieder linear mit dem Kraftwerkseinsatz und es gilt wieder (5.10). Weiters gilt für die Beziehung zwischen der Turbinen- und Pumpenleistung wieder Gleichung (5.12). Setzt man diese Gleichungen in (5.28) ein:

$$\frac{kt_1}{2} \left(L_1 - \frac{P_{Pump} t_2 \eta}{t_1} \right)^2 + dt_1 \frac{P_{Pump} t_2 \eta}{t_1} + \frac{kt_2}{2} (L_2 + P_{Pump})^2 + t_2 d (L_2 + P_{Pump}) \quad (5.29)$$

Gleichung (5.29) zeigt die Kosten in Abhängigkeit von der Pumpenleistung, welche nun minimiert werden sollen.

$$\frac{t_2 P_{Pump} k (\eta^2 t_2 + t_1) - dt_1 t_2 (\eta - 1) + kt_1 t_2 (\eta L_1 - L_2)}{t_1} \stackrel{!}{=} 0 \quad (5.30)$$

und schließlich:

$$P_{Pump} = \frac{t_1 d (\eta - 1) + kt_1 (\eta L_1 - L_2)}{k (\eta^2 t_2 + t_1)} \quad (5.31)$$

Leitet man Gleichung (5.29) zweimal ab, ergibt sich:

$$t_2 k (\eta^2 t_2 + t_1) \geq 0 \quad (5.32)$$

Da k und η sowie die Zeiten t_2 und t_1 immer positiv sind, ist auch Gleichung (5.32) immer positiv. Es handelt sich bei dem gefundenen Extremum daher um ein Minimum! Ausgehend von denselben Simulationswerten wie in (5.17), erhält man für die optimale Pumpenleistung den Wert $P_{Pump} = 1219,5$ MW. Die Optimierung mit GAMS lieferte ebenfalls denselben Wert. Das grafische Ergebnis ist in Abbildung (5.6) dargestellt.

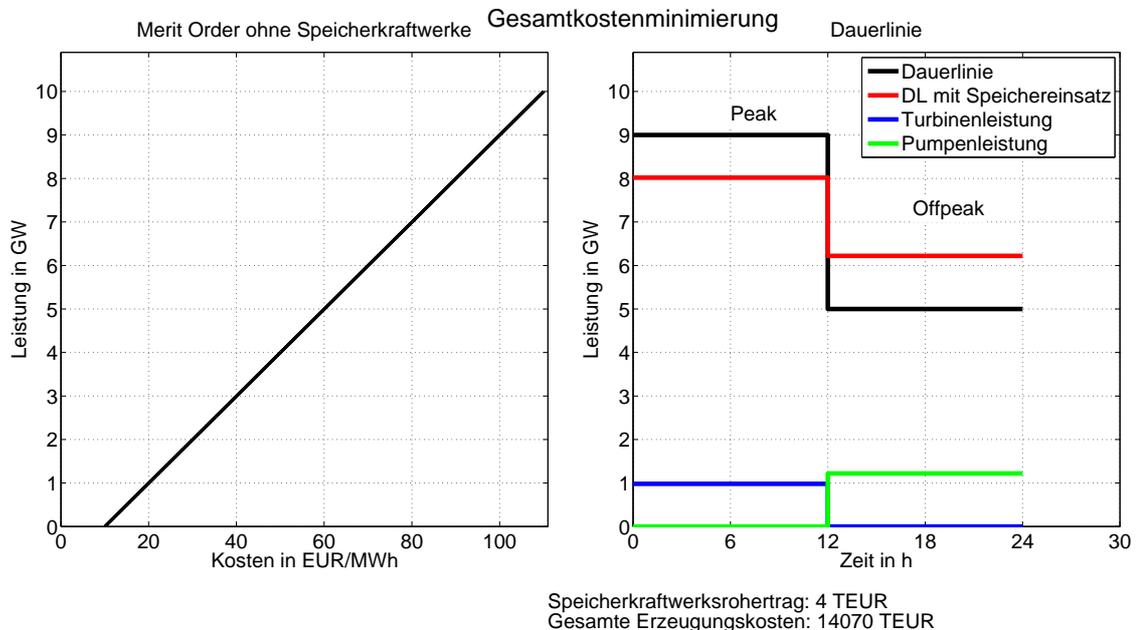


Abbildung 5.6: Grafische Darstellung des Optimierungsergebnisses bei den PSKW- Gesamtkostenminimierung

5.2.5 Beweis der Gesamtkostenminimierung für ein Speicherkraftwerk

Ausgehend von Abbildung (5.4) soll nun der Speicherinhalt so eingesetzt werden, dass die Kosten laut Gleichung (5.28), welche durch die Kraftwerke verursacht werden, minimal sind. Es gelten weiters folgende Bedingungen:

$$\begin{aligned} P_{Turb_1} \cdot t_1 + P_{Turb_2} \cdot t_2 &= P_{zu} \\ P_{Turb_1}, P_{Turb_2} &\geq 0 \end{aligned} \quad (5.33)$$

Daraus folgt:

$$P_{Turb_2} = \frac{P_{zu} - P_{Turb_1} t_1}{t_2} \quad (5.34)$$

$$R_i = L_i - P_{Turb_i} \quad i = 1, 2 \quad (5.35)$$

Mit Gleichung (5.35) und (5.34) in Gleichung (5.28) eingesetzt, ergibt sich schließlich Gleichung (5.36).

$$\begin{aligned} &\frac{kt_1}{2}(L_1 - P_{Turb_1})^2 + dt_1(L_1 - P_{Turb_1}) + \\ &+ \frac{kt_2}{2}\left(L_2 - \frac{P_{zu} - P_{Turb_1} t_1}{t_2}\right)^2 + dt_2\left(L_2 - \frac{P_{zu} - P_{Turb_1} t_1}{t_2}\right) \end{aligned} \quad (5.36)$$

Durch Ableiten von Gleichung (5.36) nach P_{Turb_1} und Nullsetzen wird ein Extremum gesucht:

$$\frac{kt_1(P_{Turb_1}(t_1 + t_2) + t_2(L_2 - L_1) - P_{zu})}{t_2} \stackrel{!}{=} 0 \quad (5.37)$$

Es ergibt sich somit für P_{Turb_1} und P_{Turb_2} :

$$\boxed{\begin{aligned} P_{Turb_1} &= \frac{t_2(L_1 - L_2) + P_{zu}}{t_1 + t_2} \\ P_{Turb_2} &= \frac{P_{zu} - P_{Turb_1} t_1}{t_2} \end{aligned}} \quad (5.38)$$

Leitet man Gleichung (5.36) zweimal nach P_{Turb_1} ab, ergibt sich:

$$2kt_1(t_1 + t_2) > 0 \quad (5.39)$$

Da Gleichung (5.39) immer positiv ist, handelt es sich bei dem gefundenen Extremum tatsächlich wieder um ein Minimum. Ausgehend von den Simulationsdaten (5.26) und einem Speicherinhalt mit $P_{zu} = 48GWh$ liefert Gleichung (5.38) folgende Ergebnisse:

$$P_{Turb_1} = 3,5 \text{ GW} \quad P_{Turb_2} = 0,5 \text{ GW} \quad (5.40)$$

Die von GAMS gefundene Lösung entspricht wieder genau der analytischen Lösung und kann in Abbildung (5.7) betrachtet werden.

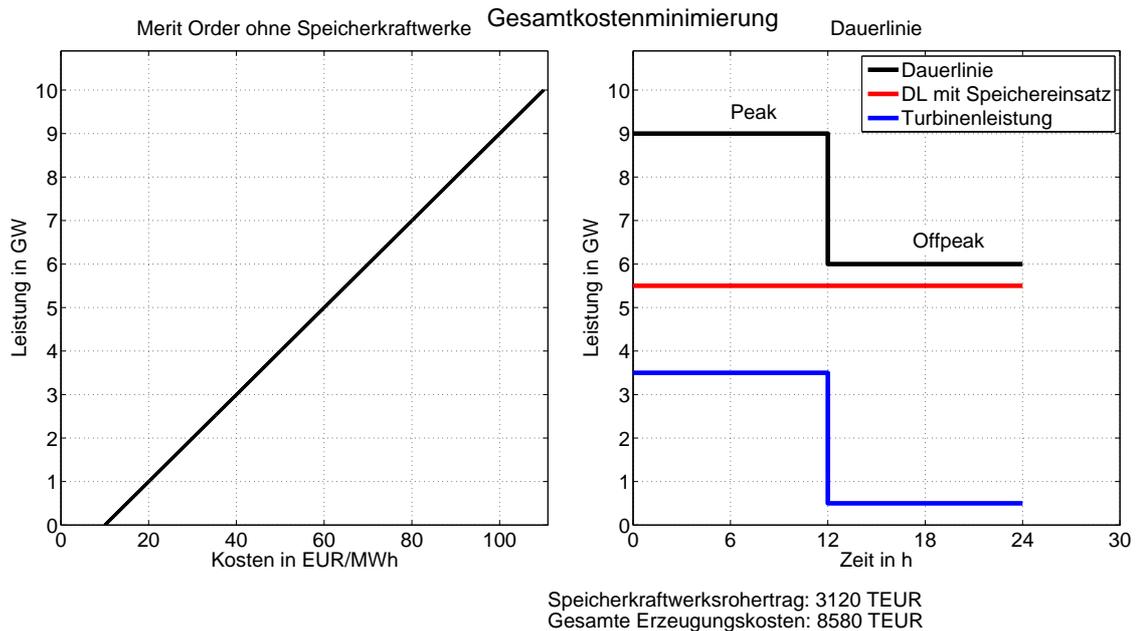


Abbildung 5.7: Grafische Darstellung des Optimierungsergebnisses bei den SKW- Gesamtkostenminimierung

5.3 Grundlegendes Beispiel mit einer stückweise konstanten Merit Order

In diesem Abschnitt soll der Einfluss einer gleichmäßig ansteigenden, einer konkaven und einer, in der Realität üblichen, konvexen Merit Order und vor allem der Unterschied zwischen einer Gesamtkostenminimierung und einer Rohertragsmaximierung auf den Einsatz der SKW und PSKW für ein einziges Land verdeutlicht werden. Üblicherweise werden bei einer Merit Order die Kosten über die Leistung aufgetragen. Da man bei einer Dauerlinie die Leistung über die Zeit aufträgt, wird die Merit Order zur besseren Darstellung gespiegelt dargestellt, also die Leistung über dem Preis aufgetragen. Bei einer gleichmäßig ansteigenden Merit Order, welche in Abbildung (5.8-a) gespiegelt aufgetragen ist, steigt der Preis ähnlich wie im vorigen Beispiel linear mit der benötigten Kraftwerksleistung an. Jedoch können die Kosten nun nicht mehr durch eine Geradengleichung beschrieben werden. Bei der konkaven Merit Order ist ein großer Preisgradient bei den Grundlastkraftwerken und ein geringerer Gradient bei den Spitzenlastkraftwerken zu erkennen, siehe auch Abbildung (5.8-b). Genau umgekehrt ist das bei der konvexen Merit Order in Abbildung (5.8-c). Dort steigt der Preis von einem Grundlastkraftwerk zum nächsten nur geringfügig an, jedoch steigt er sehr steil bei den Spitzenlastkraftwerken an. Die Dauerlinie wird nun, wie auch in den folgenden Beispielen, in fünf Teile diskretisiert und die Merit Order wird 45 Kraftwerke umfassen. Die Diskretisierung der Dauerlinie erfolgt nun ungleichmäßig, um interessante Bereiche im Hoch- und Niederlastbereich exakter wiedergeben zu können. Außerdem können beliebig viele SKW oder PSKW mit verschiedenen Eigenschaften wie Speicherinhalt, maximaler Turbinenleistung, maximaler Pumpenleistung, Umwälzwirkungsgrad und eventuell vorhandenen natürlichen Zuflüssen angegeben werden.

In Tabelle (5.1) sind die Daten für die folgenden Optimierungen aufgelistet. Es handelt sich hier um realistische Daten für Österreich im Jänner 2008 (ENTSO-E, 2010). Beim Kraftwerk 1

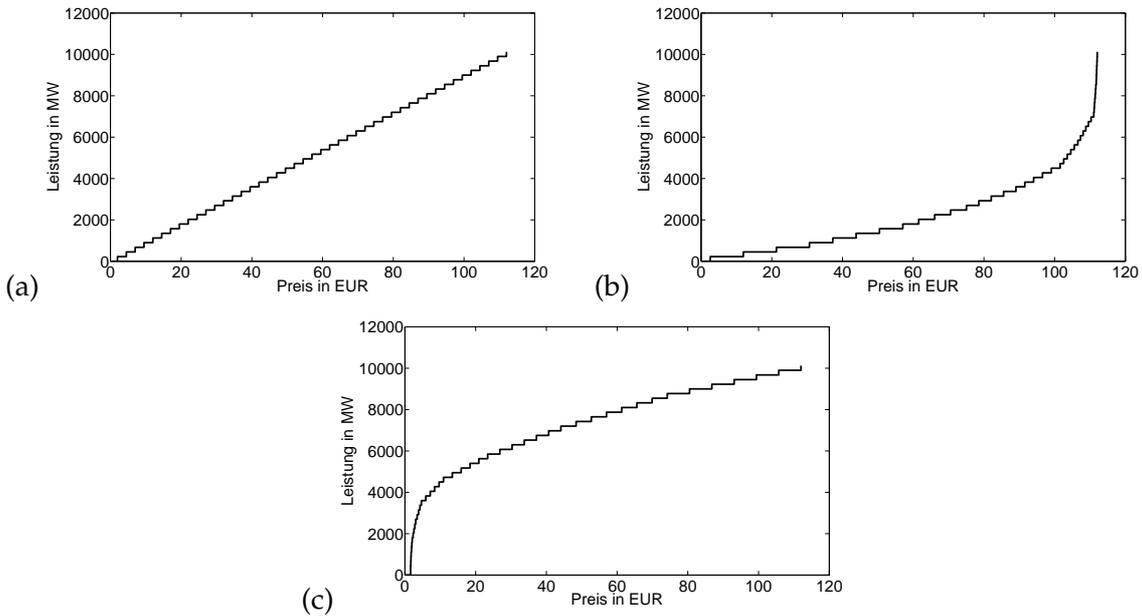


Abbildung 5.8: (a) gleichmäßig ansteigende, (b) konkave, (c) konvexe Merit Order

handelt es sich um ein SKW mit natürlichem Zufluss, beim Kraftwerk 2 um ein PSKW ohne Zufluss und beim Kraftwerk 3 handelt es sich ebenfalls um ein PSKW, aber mit natürlichem Zufluss. Die Berechnung der Roherträge und der gesamten Erzeugungskosten erfolgt aus den

	P_{Turb_max} MW	P_{Pump_max} MW	η	Zufluss GWh	Speicherinhalt GWh
KW1	2000	0	0	100	2951
KW2	2000	1000	0,72	0	2023
KW3	2933	1422	0,74	157	2025

Tabelle 5.1: Ausgangsdaten für die Gesamtkostenminimierung

Marktpreisen in jedem Intervall der Dauerlinie. Der Marktpreis ist gleich dem Schattenpreis. Dies ist jener Preis, den man in einem Land bezahlen würde, wenn die Last um 1 MW erhöht. Da GAMS bei der Optimierung das duale Problem immer automatisch mitlöst und die Werte der Optimierungsvariablen des dualen Problems im optimalen Punkt den Schattenpreisen entsprechen (welche in diesem Fall die Marktpreise sind), können diese einfach ausgelesen werden. Für die einfache Merit Order aus Abbildung (5.9) können die Einzelleistungen der Kraftwerke (p_{max}), die akkumulierten jeweiligen Gesamtleistungen (p_{max_ges}) und die Preise ($Preis$) in Tabelle (5.2) betrachtet werden.

Ein weiterer wichtiger Punkt für die kommenden Optimierungen sind die Dauerlinien für jedes einzelne Land. Vor allem in Ländern mit hoher fluktuierender Energieeinspeisung durch Windkraft (zum Beispiel Deutschland) muss die Dauerlinie vor der Optimierung um die Windkraft bereinigt werden. Die Einspeisung der Windenergie kann am Besten mit der Weibull Verteilung beschrieben werden. Der Einfluss der Windenergie auf die Dauerlinie wird in Abbildung (5.10) gezeigt. Durch den Abzug der Windenergie sinkt die Last und die, von der Windenergie bereinigte Dauerlinie, wird steiler. Durch eine steilere Dauerlinie steigt auch der Preis-

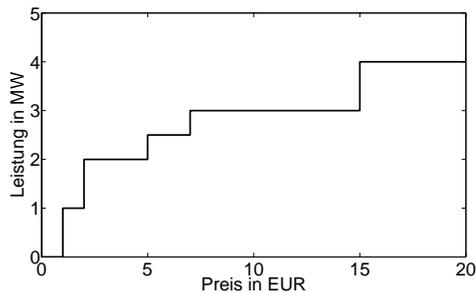


Abbildung 5.9: einfache Merit Order

p_{max} MW	p_{max_ges} MW	Preis EUR
1	1	1
1	2	2
0,5	2,5	5
0,5	3	7
1	4	15
1	5	20

Tabelle 5.2: einfache Merit Order

unterschied zwischen der Hochlastzeit und der Niederlastzeit. Einerseits ist es dadurch möglich, bei der Gesamtkostenminimierung mehr Wasser günstiger zu Pumpen, andererseits kann dadurch durch geschickten Einsatz der SKW und PSKW das Verhältnis des Rothertrags aus der Rothertragsmaximierung zur Gesamtkostenminimierung weiter vergrößert werden. Aus diesem Grund ist die Verwendung einer von der Windkraft bereinigten Dauerlinie der Residuallast für die Optimierung besonders wichtig.

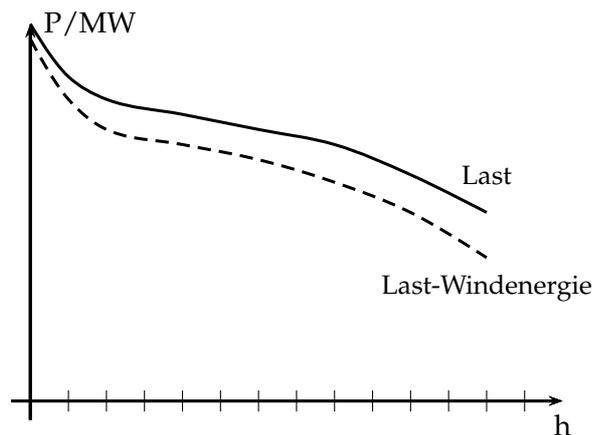


Abbildung 5.10: Einfluss der Windenergie auf die Dauerlinie

5.3.1 Modellierung zur Gesamtkostenminimierung

Bei diesem Modell handelt es sich um ein rein lineares Problem. Hierfür wird die Merit Order in ihre einzelnen Stufen mit den einzelnen Kraftwerksleistungen und den zugehörigen Preisen zerlegt. Da in der Merit Order die Kraftwerke schon von den billigsten zu den teuersten Kraftwerken sortiert vorliegen und die Kosten, welche durch den Kraftwerkseinsatz entstehen, minimiert werden sollen, wird in der Optimierung immer der Einsatz des aktuellen Kraftwerks in MW mit dem Preis zu dem es verkauft, multipliziert. Würden, zum Beispiel, für die einfache Merit Order aus Tabelle (5.2) 2,1 MW an Leistung zur Deckung der Last benötigt werden, berechnen sich die Kosten dafür nach Gleichung (5.41).

$$\text{Kosten} = \sum_{i=1}^n p_{max}(i) \cdot \text{Preis}(i) = 1 \cdot 1 + 1 \cdot 2 + 0,1 \cdot 5 = 3,5 \text{ EUR} \quad (5.41)$$

Am Ende der Merit Order wird automatisch ein Kraftwerk mit großer Leistung angehängt. Dieses Dummy Kraftwerk besitzt eine große Leistung, jedoch ist sein Einsatz sehr teuer. Mit diesem Dummy Kraftwerk bleibt das Problem auch bei unzureichender Kraftwerksleistung in einem Land lösbar. Sollte der Einsatz des Dummy Kraftwerks erfolgen, ist dies leicht an den sehr hohen Zonenpreisen zu erkennen. Die Implementierung in GAMS erfolgte mit der Zielfunktion und den Nebenbedingungen aus (5.42).

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \sum_{Ti} \sum_{ki} quantity_R(Ti, ki) \cdot disc(Ti) \cdot merit(ki, cost) \\
 \text{unter} \quad & P_{Pump_single}(Ti, store) \leq Attributes(store, P_{Turb_max}) \\
 & P_{Turb_single}(Ti, store) \leq Attributes(store, P_{Pump_max}) \\
 & \sum_{Ti} P_{Pump_single}(Ti, store) \cdot disc(Ti) \cdot Attributes(store, eta_pump) + \\
 & \quad - P_{Turb_single}(Ti, store) \cdot disc(Ti) \leq \\
 & \quad Attributes(store, MAX_STORE) - Attributes(store, inflow) \\
 & \sum_{store} P_{Turb_single}(Ti, store) - P_{Turb}(Ti) = 0 \\
 & \sum_{store} P_{Pump_single}(Ti, store) - P_{Pump}(Ti) = 0 \\
 & \sum_{Ti} P_{Turb_single}(Ti, store) \cdot disc(Ti) + \\
 & \quad - \sum_{Ti} P_{Pump_single}(Ti, store) \cdot disc(Ti) \cdot Attributes(store, eta_pump) = \\
 & \quad Attributes(store, inflow) \\
 & R(Ti) + P_{Turb}(Ti) - P_{Pump}(Ti) = L(Ti) \\
 & quantity_R(Ti, ki) \leq merit(ki, p_{max}) \\
 & \sum_{ki} quantity_R(Ti, ki) - R(Ti) = 0 \\
 & P_{Turb}(Ti + 1) \leq P_{Turb}(Ti) \\
 & P_{Pump}(Ti - 1) \leq P_{Pump}(Ti)
 \end{aligned} \tag{5.42}$$

- mit: Ti ... Set der Intervalle durch die Diskretisierung der Dauerlinie
- ki ... Set der Kraftwerke der Merit Order
- $stores$... Set der SKW bzw. PSKW
- $disc(Ti)$... Diskretisierungsdauer des Intervalls Ti
- $quantity_R(Ti, ki)$... zugeteilte Leistung für jedes Kraftwerk
- $P_{Pump_single}(Ti, store)$... Pumpenleistung im Intervall Ti für ein einzelnes SKW bzw. PSKW in MW
- $P_{Turb_single}(Ti, store)$... Turbinenleistung im Intervall Ti für ein einzelnes SKW bzw. PSKW in MW
- $P_{Turb_single}(Ti, store)$... Pumpenleistung im Intervall Ti
- $R(Ti)$... gesamte Kraftwerksleistung im Intervall Ti in MW
- $P_{Turb}(Ti)$... gesamte Turbinenleistung im Intervall Ti in MW
- $P_{Pump}(Ti)$... gesamte Pumpenleistung im Intervall Ti in MW

MAX_STORE	... Tabelle mit den Speicherbeckenfassungsvermögen in MWh
$inflow$... Tabelle mit den natürlichen Zuflüssen in MWh
P_{Turb_max}	... Tabelle der maximalen Turbinenleistungen in MW
P_{Pump_max}	... Tabelle der maximalen Pumpenleistungen in MW
eta_Pump	... Tabelle mit den Umwälzwirkungsgraden der PSKW
p_{max}	... Tabelle mit den Einzelleistungen der Kraftwerke in MW
$cost$... Tabelle mit den Kosten der Kraftwerke in EUR
$L(Ti)$... Last im Intervall Ti in MW

Die Zielfunktion aus (5.43) soll minimiert werden. Die Kosten berechnen sich aus der Summe der eingesetzten Kraftwerke im Intervall Ti ($quantity_R(Ti, ki)$) multipliziert mit der Dauer des zugehörigen Zeitabschnitts $disc(Ti)$ und den Kosten des eingesetzten Kraftwerks $merit(ki, cost)$.

$$\sum_{Ti} \sum_{ki} quantity_R(Ti, ki) \cdot disc(Ti) \cdot merit(ki, cost) \quad (5.43)$$

Die Nebenbedingungen in (5.44) begrenzen für jedes einzelne SKW und PSKW die maximal mögliche Turbinen- und Pumpenleistung $P_{Pump_single}(Ti, store)$ und $P_{Turb_single}(Ti, store)$ in MW . Die Werte dafür befinden sich in einer Tabelle mit den Namen *Attributes*.

$$\begin{aligned} P_{Pump_single}(Ti, store) &\leq Attributes(store, P_{Turb_max}) \\ P_{Turb_single}(Ti, store) &\leq Attributes(store, P_{Pump_max}) \end{aligned} \quad (5.44)$$

Eine weitere Einschränkung (5.45) ist der maximal mögliche Speicherbeckeninhalt, welcher durch das Pumpen nicht überschritten werden darf. Dieser berechnet sich über die Summe aller Intervalle Ti der jeweiligen Pumpenleistung der einzelnen PSKW P_{Pump_single} multipliziert mit der Diskretisierungszeit $disc(Ti)$ und dem Wirkungsgrad der Pumpen. Diese Summe muss immer kleiner gleich dem maximalen Speicherbeckeninhalt weniger den natürlichen Zuflüssen $Attributes(store, inflow)$ sein.

$$\begin{aligned} \sum_{Ti} P_{Pump_single}(Ti, store) \cdot disc(Ti) \cdot Attributes(store, eta_pump) + \\ - P_{Turb_single}(Ti, store) \cdot disc(Ti) \leq \\ Attributes(store, MAX_STORE) - Attributes(store, inflow) \end{aligned} \quad (5.45)$$

Die Summe der Turbinenleistungen und Pumpenleistungen über alle einzelnen SKW und PSKW, wie in Gleichung (5.46), $P_{Turb_single}(Ti, store)$ bzw. $P_{Pump_single}(Ti, store)$ im Intervall Ti ergibt die gesamte Turbinenleistung bzw. Pumpenleistung im Intervall Ti .

$$\begin{aligned} \sum_{store} P_{Turb_single}(Ti, store) - P_{Turb}(Ti) &= 0 \\ \sum_{store} P_{Pump_single}(Ti, store) - P_{Pump}(Ti) &= 0 \end{aligned} \quad (5.46)$$

Da nur der Anteil an Wasser turbinieren kann, der sich im Speicherbecken durch natürliche Zuflüsse oder durch das Hochpumpen des Wassers befindet, ist eine weitere Einschränkung (5.47) notwendig. Hier werden alle Turbinenleistungen der Intervalle Ti multipliziert

mit den zugehörigen Diskretisierungszeiten der Intervalle T_i aufsummiert. Die gleiche Summe wird auch für die Pumpenleistungen gebildet. Diese Summe wird jedoch noch durch die Umwälzungswirkungsgrade reduziert. Die Differenz der beiden gebildeten Summen muss dem natürlichen Zufluss entsprechen. Weiters bewirkt das Gleichheitszeichen, dass alle Zuflüsse tatsächlich turbinieren werden müssen. Es ist dadurch nicht möglich die natürlichen Zuflüsse an der Turbine vorbei zu lassen, um weniger Energie zu produzieren. Das Gleichheitszeichen bekommt besonders für die Rohertragsmaximierung eine große Bedeutung, da es ansonsten bei einem kleiner gleich (\leq) anstelle des Gleichheitszeichens, bei sehr hohen Zuflüssen, zur Preiserhöhung am Markt, Wasser an der Turbine vorbeigelassen werden könnte.

$$\begin{aligned}
 & \sum_{T_i} P_{Turb_single}(T_i, store) \cdot disc(T_i) + \\
 - & \sum_{T_i} P_{Pump_single}(T_i, store) \cdot disc(T_i) \cdot Attributes(store, eta_pump) = & (5.47) \\
 & Attributes(store, inflow)
 \end{aligned}$$

Weiters muss in jedem Intervall das Leistungsgleichgewicht zwischen Aufbringung durch die Kraftwerke der Merit Order, den Speicher- und Pumpspeicherkraftwerkne und der Last erfüllt sein (5.48).

$$R(T_i) + P_{Turb}(T_i) - P_{Pump}(T_i) = L(T_i) \quad (5.48)$$

Ein Kraftwerk darf maximal die Engpassleistung liefern, die in der Merit Order angegeben ist. Diese Bedingung wird durch Gleichung (5.49) ausgedrückt.

$$quantity_R(T_i, k_i) \leq merit(k_i, p_{max}) \quad (5.49)$$

Die gesamte Kraftwerksleistung in einem Intervall muss der Summe der Leistungen der einzelnen Kraftwerke entsprechen. Dies wird durch Gleichung (5.50) bewirkt.

$$\sum_{k_i} quantity_R(T_i, k_i) - R(T_i) = 0 \quad (5.50)$$

Mit den nächsten beiden Nebenbedingungen (5.51) wird dafür gesorgt, dass die Turbinenleistungen von der Höchstlast zur Niederlast monoton fallen und die Pumpenleistung monoton steigen muss. Vor allem bei einer grob aufgelösten Merit Order können mehrere optimale Lösungen existieren, welche mit dieser Nebenbedingung auf realistischere Werte eingeschränkt werden.

$$\begin{aligned}
 P_{Turb}(T_i + 1) & \leq P_{Turb}(T_i) \\
 P_{Pump}(T_i - 1) & \leq P_{Pump}(T_i)
 \end{aligned} \quad (5.51)$$

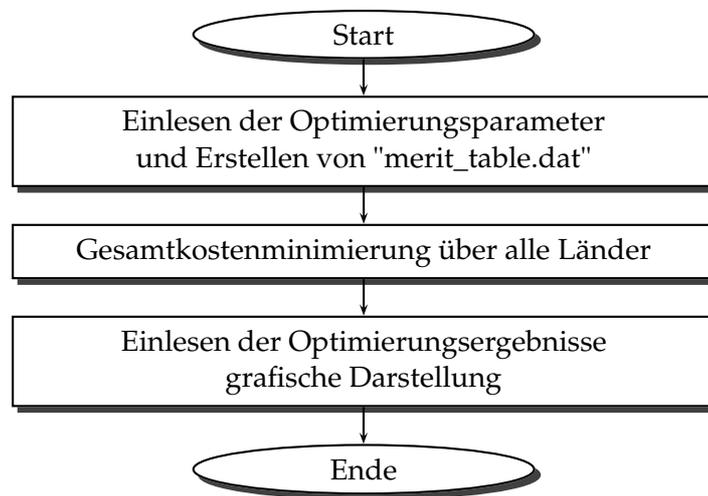


Abbildung 5.11: Gesamtkostenminimierung

5.3.2 Modellierung zur Rohertragsmaximierung

Für die Maximierung der Roherträge der Speicherkraftwerksbetreiber reicht ein rein lineares Programm nicht mehr aus. Um das Optimierungsproblem lösen zu können, ist eine Formulierung als Mixed Integer lineares Programm (MIP) notwendig. Zur Lösung des Problems wird eine Tabelle generiert, die für jedes Intervall T_i angibt, wieviel zu welchem Preis maximal turbinert oder gepumpt werden kann. Dies ist für die einfache Merit Order aus Abbildung (5.9) hier genauer veranschaulicht. Hierfür wird die Dauerlinie in zwei gleiche Teile diskretisiert. Beim ersten Teil handelt es sich um den Hochlastbereich und beim zweiten Teil handelt es sich um den Niederlastbereich. In Tabelle (5.3) befinden sich die Turbinenleistungen mit den zugehörigen Preisen und in Tabelle (5.4) befinden sich die Pumpenleistungen.

Last = 4,5MW			Last = 2,25MW		
	P_{Turb} MW	Preis EUR		P_{Turb} MW	Preis EUR
k_1	3,5	1	k_1	1,25	1
k_2	2,5	2	k_2	0,25	2
k_3	2,0	5	k_3	0	0
k_4	1,5	7	k_4	0	0
k_5	0,5	15	k_5	0	0

Tabelle 5.3: Turbinenleistungen für Hochlast und Niederlast

Last = 4,5MW			Last = 2,25MW		
	P_{Pump} MW	Preis EUR		P_{Pump} MW	Preis EUR
k_1	0,5	999	k_1	0,25	7
k_2	0	0	k_2	0,75	15
k_3	0	0	k_3	1,75	20
k_4	0	0	k_4	2,75	999
k_5	0	0	k_5	0	0

Tabelle 5.4: Pumpenleistungen für Hochlast und Niederlast

Diese Tabellen ergeben sich aus der Last und der Merit Order aus Abbildung (5.9). Die Tabelle mit den Turbinenleistungen (5.3) und einer Last von 4,5 MW wird hier nun genauer erklärt. Bei einer Last von 4,5 MW ist bereits das teuerste KW mit EUR 20 aktiv, wodurch der Marktpreis bei EUR 20 liegt. Turbinert man nun mit einer Leistung von 0,5 MW, so müssen die restlichen KW noch eine Last von 4 MW decken und der Marktpreis liegt bei EUR 15. Der Betreiber des SKW oder PSKW kann mit 0,5 MW turbinieren und erhält EUR 15 pro MWh (Eintrag „ k_5 “ in der Tabelle). Tragen die SKW oder PSKW mehr als 0,5 MW an Leistung bei, so sinkt der Marktpreis noch weiter, da weniger restliche KW eingesetzt werden müssen. Liefern die SKW und PSKW 1,5 MW an Leistung, erhalten sie nur noch EUR 7 pro MWh (Eintrag „ k_4 “) usw. In der Tabelle mit den Pumpenleistungen (5.4) ist es umgekehrt. Da sich das Pumpen wie eine Erhöhung der Last auswirkt und dadurch mehr restliche KW zur Deckung der Last eingeschaltet werden müssen, erhöht sich durch das Pumpen der Marktpreis. Bei einer Last von 2,5 MW kann so mit einer Leistung von 0,25 MW für EUR 7 pro MWh gepumpt werden

(Element „k1“). Erhöht man die Pumpenleistung auf bis zu 0,75 MW, so müssen schon EUR 15 pro MWh bezahlt werden. Bei einer Pumpenleistung von 2,75 MW reichen die restlichen KW nicht mehr aus, wodurch der Preis auf EUR 999 steigt. Dieser hohe Preis verhindert, dass mehr gepumpt wird, als an KW Leistung überhaupt verfügbar ist. Mit diesen Tabellen kann das Problem der Rothertragsmaximierung nun wie in (5.52) formuliert werden.

$$\begin{aligned}
 \max \quad & \sum_{Ti} \sum_{ki} quantity_P(Ti, ki) \cdot disc(Ti) \cdot merit(ki, cost) + \\
 & \quad - quant_Pump(Ti, ki) \cdot disc(Ti) \cdot pump_costs(ki, cost) \\
 \text{unter} \quad & P_{Pump_single}(Ti, store) \leq Attributes(store, P_{Turb_max}) \\
 & P_{Turb_single}(Ti, store) \leq Attributes(store, P_{Pump_max}) \\
 & \sum_{Ti} P_{Pump_single}(Ti, store) \cdot disc(Ti) \cdot Attributes(store, eta_pump) + \\
 & \quad - P_{Turb_single}(Ti, store) \cdot disc(Ti) \leq \\
 & \quad Attributes(store, MAX_STORE) - Attributes(store, inflow) \\
 & \sum_{store} P_{Turb_single}(Ti, store) - P_{Turb}(Ti) = 0 \\
 & \sum_{store} P_{Pump_single}(Ti, store) - P_{Pump}(Ti) = 0 \\
 & \sum_{Ti} P_{Turb_single}(Ti, store) \cdot disc(Ti) + \\
 & \quad - \sum_{Ti} P_{Pump_single}(Ti, store) \cdot disc(Ti) \cdot Attributes(store, eta_pump) = \\
 & \quad Attributes(store, inflow) \\
 & R(Ti) + P_{Turb}(Ti) - P_{Pump}(Ti) = L(Ti) \\
 & quantity_P(Ti, ki) \leq bin_Turb(Ti, ki) \cdot merit(ki, p_{max_ges}) \\
 & \sum_{ki} quantity_P(Ti, ki) - P_{Turb}(Ti) = 0 \\
 & quant_Pump(Ti, ki) \leq bin_Pump(Ti, ki) \cdot pump_costs(ki, p_{max_ges}) \\
 & \sum_{ki} quant_Pump(Ti, ki) - P_{Pump}(Ti) = 0 \\
 & \sum_{ki} bin_pump(Ti, ki) + bin_turb(Ti, ki) \leq 1 \\
 & P_{Pump}(i, Ti - 1) \leq P_{Pump}(i, Ti) \\
 & P_{Turb}(i, Ti + 1) \leq P_{Turb}(i, Ti)
 \end{aligned} \tag{5.52}$$

Alle hier nicht angeführten Variablen oder Gleichungen wurden bereits in Kapitel (5.3.1) erklärt und werden hier nicht noch einmal aufgezählt.

mit: $quantity_P(Ti, ki)$... SOS1 Variable, welche angibt, wieviel im Intervall Ti turbinert wird
 $quantity_Pump(Ti, ki)$... SOS1 Variable, welche angibt, wieviel im Intervall Ti gepumpt wird
 $bin_Turb(Ti, ki)$... Binäre Variable, welche angibt, ob im Intervall Ti turbinert wird
 $bin_Pump(Ti, ki)$... Binäre Variable, welche angibt,

	ob im Intervall T_i gepumpt wird
$merit(ki, p_{max_ges})$... Tabelle mit den Turbinenleistungen im Intervall T_i
$merit(ki, cost)$... Tabelle mit den Kosten für die Turbinenleistungen im Intervall T_i
$pump_costs(ki, p_{max_ges})$... Tabelle mit den Pumpenleistungen im Intervall T_i
$pump_costs(ki, cost)$... Tabelle mit den Kosten für die Pumpenleistungen im Intervall T_i

Für dieses Problem soll nun die Zielfunktion, angeschrieben in Gleichung (5.53), maximiert werden. Die Erlöse durch das Turbinieren abzüglich den Aufwendungen durch das Pumpen sollen maximal werden.

$$\sum_{T_i} \sum_{ki} quantity_P(T_i, ki) \cdot disc(T_i) \cdot merit(ki, cost) + \quad (5.53)$$

$$- quant_Pump(T_i, ki) \cdot disc(T_i) \cdot pump_costs(ki, cost)$$

Die folgenden Nebenbedingungen in (5.54) sind hier zur besseren Übersicht aufgelistet. Es handelt sich jedoch um dieselben Gleichungen wie auch in der Gesamtkostenminimierung, welche hier nicht noch einmal näher beschrieben werden und in Abschnitt (5.3.1) nachgelesen werden können.

$$P_{Pump_single}(T_i, store) \leq Attributes(store, P_{Turb_max})$$

$$P_{Turb_single}(T_i, store) \leq Attributes(store, P_{Pump_max})$$

$$\sum_{T_i} P_{Pump_single}(T_i, store) \cdot disc(T_i) \cdot Attributes(store, eta_pump) +$$

$$- P_{Turb_single}(T_i, store) \cdot disc(T_i) \leq$$

$$Attributes(store, MAX_STORE) - Attributes(store, inflow)$$

$$\sum_{store} P_{Turb_single}(T_i, store) - P_{Turb}(T_i) = 0 \quad (5.54)$$

$$\sum_{store} P_{Pump_single}(T_i, store) - P_{Pump}(T_i) = 0$$

$$\sum_{T_i} P_{Turb_single}(T_i, store) \cdot disc(T_i) -$$

$$+ \sum_{T_i} P_{Pump_single}(T_i, store) \cdot disc(T_i) \cdot Attributes(store, eta_pump) =$$

$$Attributes(store, inflow)$$

$$R(T_i) + P_{Turb}(T_i) - P_{Pump}(T_i) = L(T_i)$$

Die Nebenbedingung in (5.55) ermittelt, wieviel im Intervall T_i turbinert wird. Bei der Variable $quantity_P(T_i, ki)$ handelt es sich um einen besonderen Variablentypen mit der Bezeichnung „Special Order Set 1“ (SOS1). Dieser Variablentyp hat die Eigenschaft, dass nur ein Eintrag im letzten genannten Set (hier ki) ungleich Null sein darf. In diesem Fall kann man sich die Variable $quantity_P$ wie eine Matrix mit T_i Zeilen und ki Spalten vorstellen. Durch den Variablentyp SOS1 darf nun in jeder Zeile höchstens ein Eintrag einen Wert ungleich Null aufweisen. Für jedes Intervall T_i kann nun nur ein Block ki mit den Turbinenleistungen (siehe Tabelle (5.3)),

einen Wert ungleich Null erhalten. Durch die Verwendung von SOS1 Variablen wird das Problem außerdem zu einem Mixed Integer Problem. Die Variable $bin_Turb(Ti, ki)$ ist eine binäre Variable, wodurch jeder Eintrag nur den Wert Null oder Eins annehmen kann.

$$quantity_P(Ti, ki) \leq bin_Turb(Ti, ki) \cdot merit(ki, p_{max_ges}) \quad (5.55)$$

In Gleichung (5.56) wird, um das Set ki aus der Nebenbedingung zu eliminieren, die Summe über alle Blöcke ki von $quantity_P(Ti, ki)$ gebildet und gleich der Turbinenleistung im Intervall Ti gesetzt. Da in $quantity_P(Ti, ki)$ immer nur ein Block in einem Intervall Ti ungleich von Null sein darf, ist auch immer der Preis, zu dem im Intervall Ti turbinert wird, bekannt.

$$\sum_{ki} quantity_P(Ti, ki) - P_{Turb}(Ti) = 0 \quad (5.56)$$

Die beiden nächsten Nebenbedingungen aus (5.52) sind nochmals in (5.57) zu sehen. Bei $quant_Pump(Ti, ki)$ handelt es sich wieder um eine SOS1 Variable. Diese Nebenbedingungen sind analog zu den beiden vorhergehenden Bedingungen (5.55) und (5.56) für die Pumpenleistungen.

$$\begin{aligned} quant_Pump(Ti, ki) &\leq bin_Pump(Ti, ki) \cdot pump_costs(ki, p_{max_ges}) \\ \sum_{ki} quant_Pump(Ti, ki) - P_{Pump}(Ti) &= 0 \end{aligned} \quad (5.57)$$

Da die Tabellen (5.3) und (5.4) vor der Optimierung mit GAMS erstellt werden, kann es theoretisch passieren, dass in einem Intervall Ti gleichzeitig gepumpt und turbinert wird. Dies ist natürlich, außer beim hydraulischen Kurzschluss, wo jedoch netto auch die Pumpenleistung überwiegt, ein unrealistischer Fall. In wenigen Ausnahmefällen kann es nun vorkommen, dass es für optimal befunden wird, wenn gleichzeitig gepumpt und turbinert wird. Der Grund dafür ist, dass diese Tabellen nur in Abhängigkeit von der Last und der Merit Order erstellt werden, und eine quasi Erhöhung oder Verringerung der Last durch die später noch hinzu kommenden Importe und Exporte nicht im Vorhinein berücksichtigt werden kann. Die Einschränkung in (5.58) bewirkt nun, dass in jedem Intervall Ti alle Blöcke ki der binären Variablen $bin_pump(Ti, ki)$ und $bin_turb(Ti, ki)$ aufsummiert werden und diese Summe kleiner gleich Eins sein muss. Durch diese Einschränkung kann es nie vorkommen, dass in einem Intervall gleichzeitig gepumpt oder turbinert wird.

$$\sum_{ki} bin_pump(Ti, ki) + bin_turb(Ti, ki) \leq 1 \quad (5.58)$$

Die letzten beiden Nebenbedingung (5.59) sorgen dafür, dass die Turbinen- und Pumpenleistungen wie in der Gesamtkostenminimierung „sortiert“ werden.

$$\begin{aligned} P_{Pump}(i, Ti - 1) &\leq P_{Pump}(i, Ti) \\ P_{Turb}(i, Ti + 1) &\leq P_{Turb}(i, Ti) \end{aligned} \quad (5.59)$$

5.3.3 Optimierungsergebnisse

Als erstes Beispiel wird für die Optimierung die Dauerlinie von Österreich für den Jänner 2008 verwendet. Um die Unterschiede zwischen einer gleichmäßig, konkav und konvex ansteigenden Merit Order zeigen zu können, wurden diese generiert. Weiters werden für diese Optimierung realistische Werte für die maximale Turbinenleistung, die maximale Pumpenleistung, Umwälzwirkungsgrade und natürliche Zuflüsse für Österreich im Jänner 2008 gewählt. Die Optimierung erfolgt aufgrund der besseren Übersichtlichkeit für drei SKW bzw. PSKW, es sind jedoch beliebig viele möglich. Bei der Optimierung mit der gleichmäßig ansteigenden Merit Order (siehe Abbildung (5.12)), ist es für den Fall der niedrigsten Kraftwerkseinsatzkosten optimal, wenn im letzten Intervall gepumpt wird. Bei einer Gesamtkostenoptimierung wird durch den Algorithmus die Hochlastperiode durch den Speichereinsatz so weit wie möglich abgedeckt, da sonst hohe Kraftwerkskosten durch den thermischen Einsatz verursacht werden. Die Entscheidung, ob und wieviel gepumpt wird, hängt von mehreren Faktoren ab. Ein Faktor ist die Merit Order, wie man in Abbildung (5.14) erkennen kann, wird bei einer konkaven Merit Order in gar keinem Intervall gepumpt. Bei der konvexen und realistischen Merit Order, siehe Abbildung (5.16) wird, wie bei der gleichmäßig ansteigenden Merit Order, in der Niederlastzeit gepumpt. Aufgrund der teureren Spitzenlastkraftwerke wird hier jedoch am meisten gepumpt. Ein weiterer Faktor ist der Wirkungsgrad der Pumpen. Wäre dieser idealerweise bei eins, so wäre die schwarze Linie (Dauerlinie mit Speichereinsatz) im Optimierungsergebnis eine Gerade. Der Gradient der Dauerlinie ist ein weiterer Faktor. Umso negativer dieser ist, umso günstiger stellt sich für die Pumpspeicher das Verhältnis der Preise der Hochlastperiode und der Niederlastperiode dar. Bei der konvexen Merit Order sind die gesamten Erzeugungskosten wie auch die Summe der Roherträge für die Speicherkraftwerksbetreiber ungefähr halb so groß wie jene aus der Optimierung mit der konkaven Merit Order.

Als zweites Beispiel für eine Einzelland-Gesamtkostenminimierung wird nun der gemeinsame Strommarkt von Österreich und Deutschland im Jänner 2008 untersucht. Die fluktuierende Windeinspeisung, sowie die Stromimporte und -exporte über die Systemgrenzen, werden in vereinfachter Weise in der Dauerlinie berücksichtigt. Leitungsengpässe werden in diesem Beispiel nicht berücksichtigt. Das Ergebnis der Optimierung kann in Abbildung (5.18) betrachtet werden. Das Ergebnis der Rohertragsmaximierung kann in Abbildung (5.19) betrachtet werden. Vergleicht man diese Ergebnisse mit den Ergebnissen aus der Gesamtkostenminimierung so fällt bereits auf, dass bei der Rohertragsoptimierung die Pumpenenergie geringer ist, als bei der Gesamtkostenminimierung. Für das zweite Beispiel Österreich und Deutschland als Gesamtmarkt macht mit dieser Optimierung das Verhältnis des Rohertrags aus der Rohertragsoptimierung zum Rohertrag aus der Gesamtkostenminimierung bereits 15,7 Prozent aus.

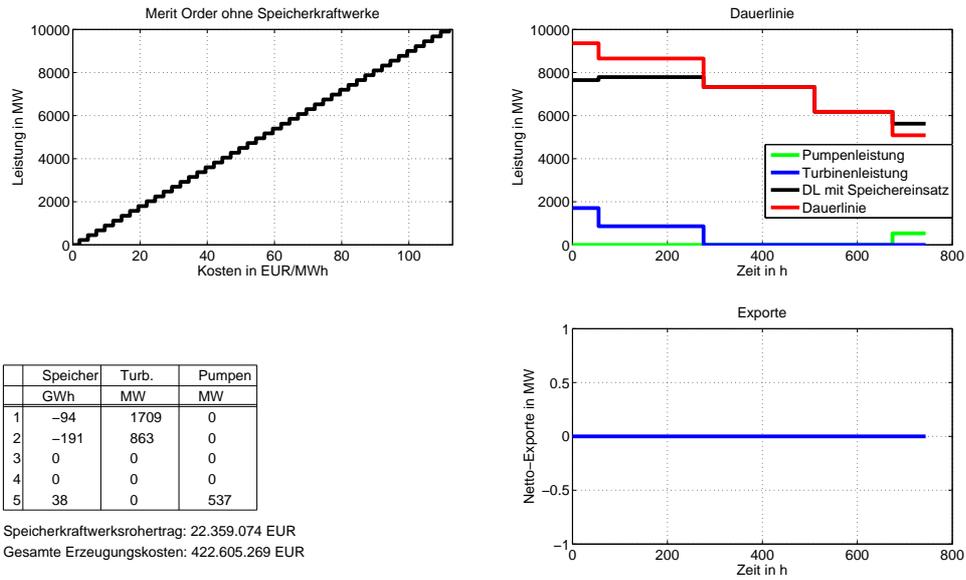


Abbildung 5.12: Gesamtkostenminimierung - gleichmäßig ansteigende Merit Order

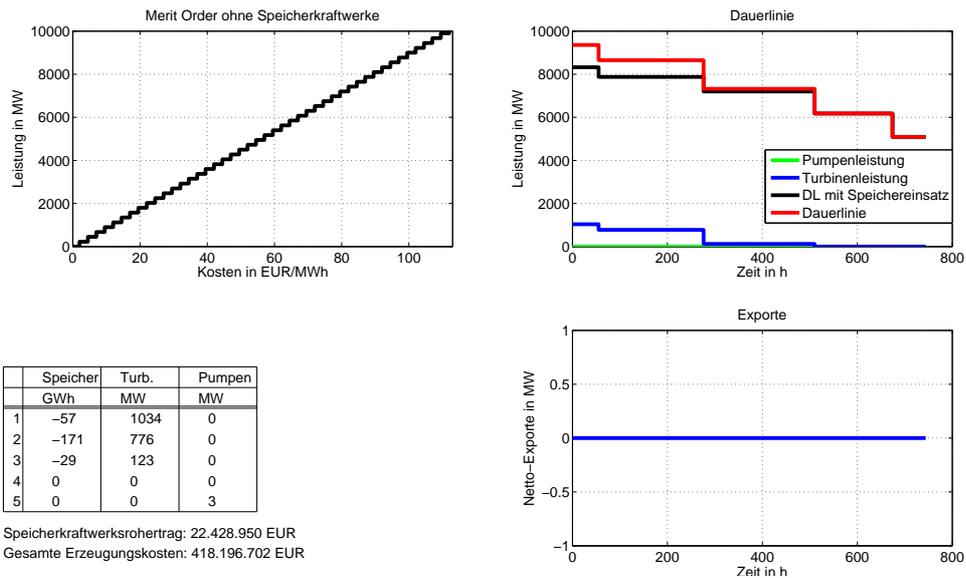


Abbildung 5.13: Rohertragsmaximierung - gleichmäßig ansteigende Merit Order

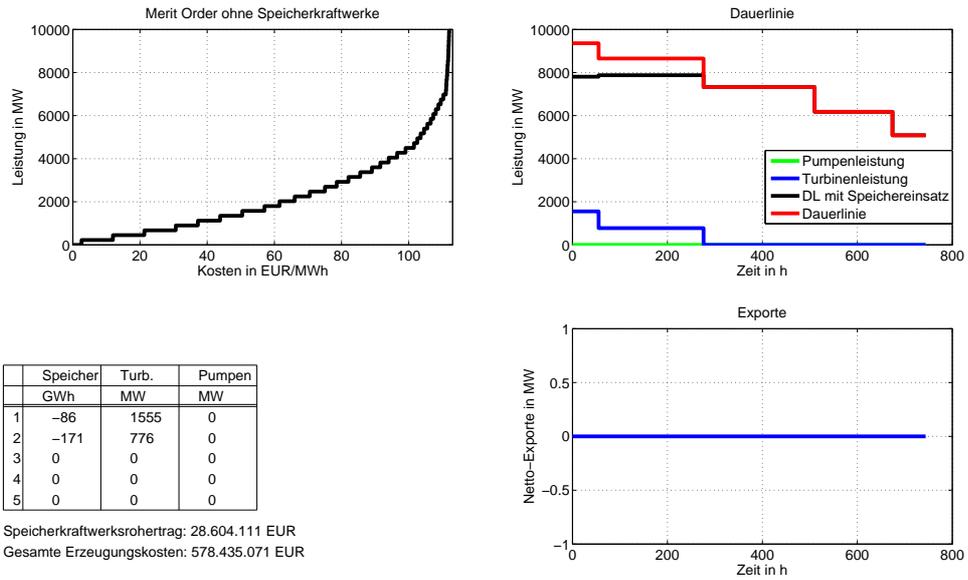


Abbildung 5.14: Gesamtkostenminimierung - konkave Merit Order

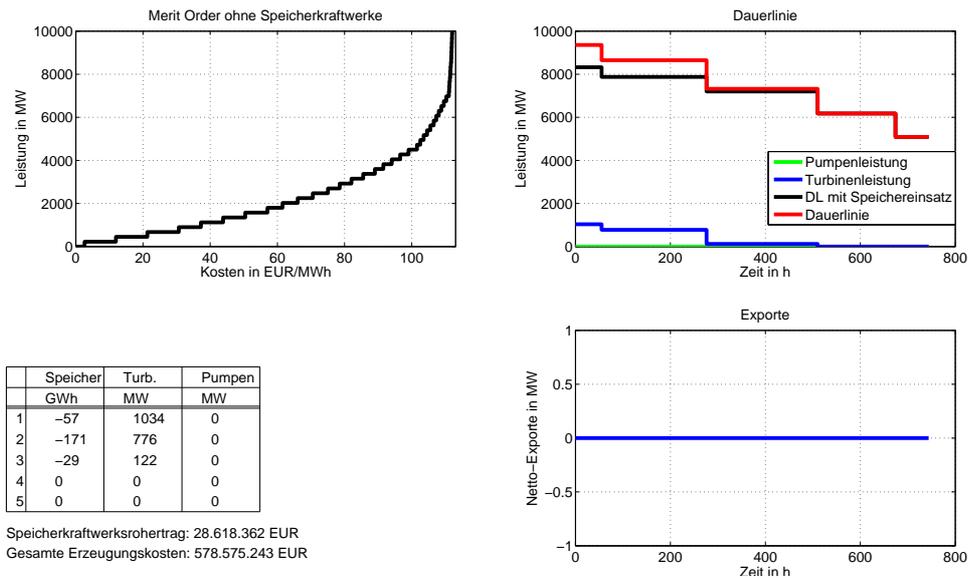


Abbildung 5.15: Rohertragsmaximierung - konkave Merit Order

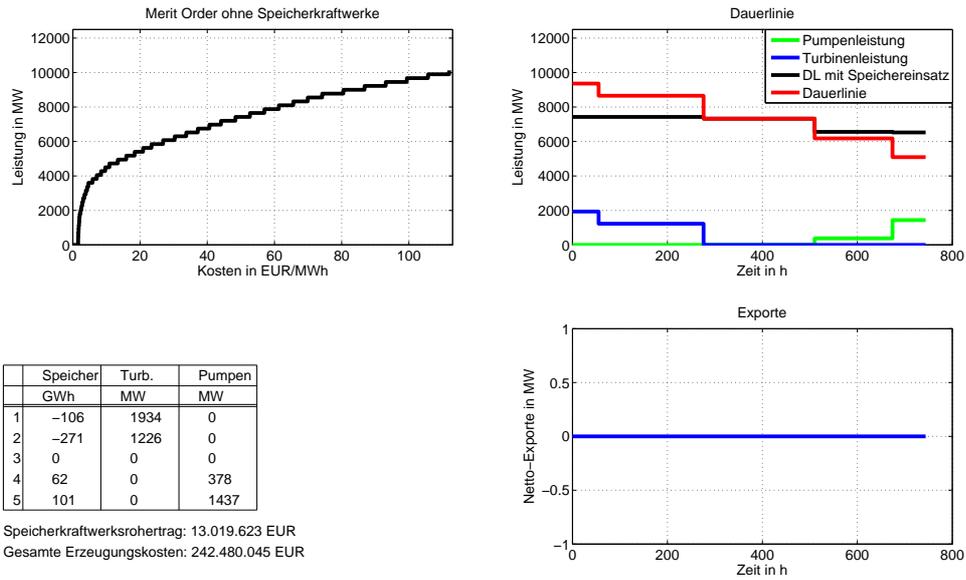


Abbildung 5.16: Gesamtkostenminimierung - konvexe Merit Order

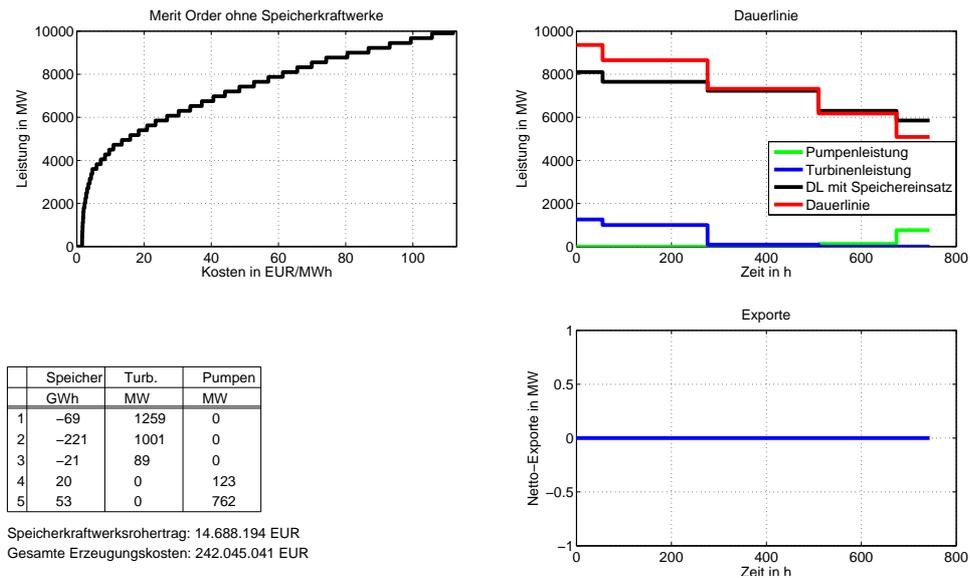


Abbildung 5.17: Rohertragsmaximierung - konvexe Merit Order

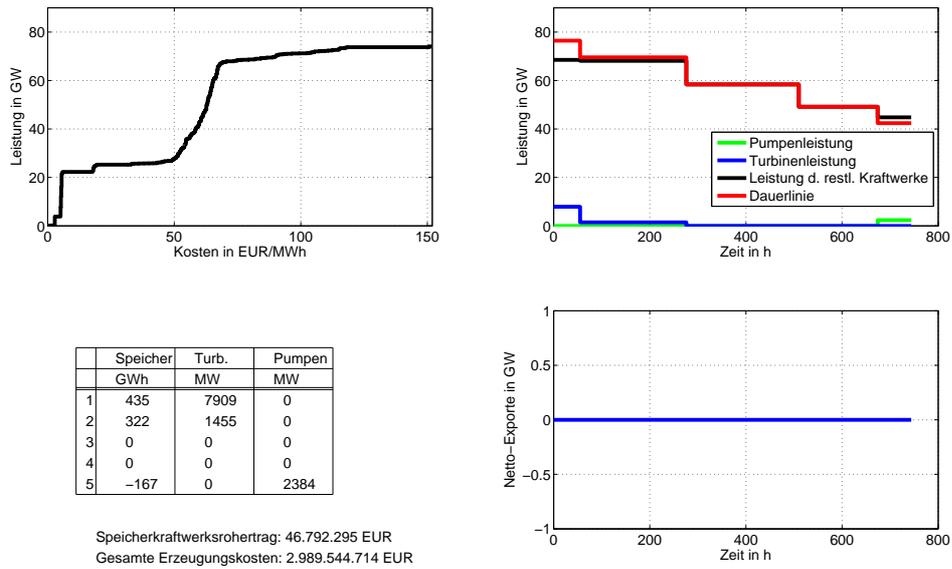


Abbildung 5.18: Gesamtkostenminimierung - Österreich/Deutschland als Gesamtmarkt

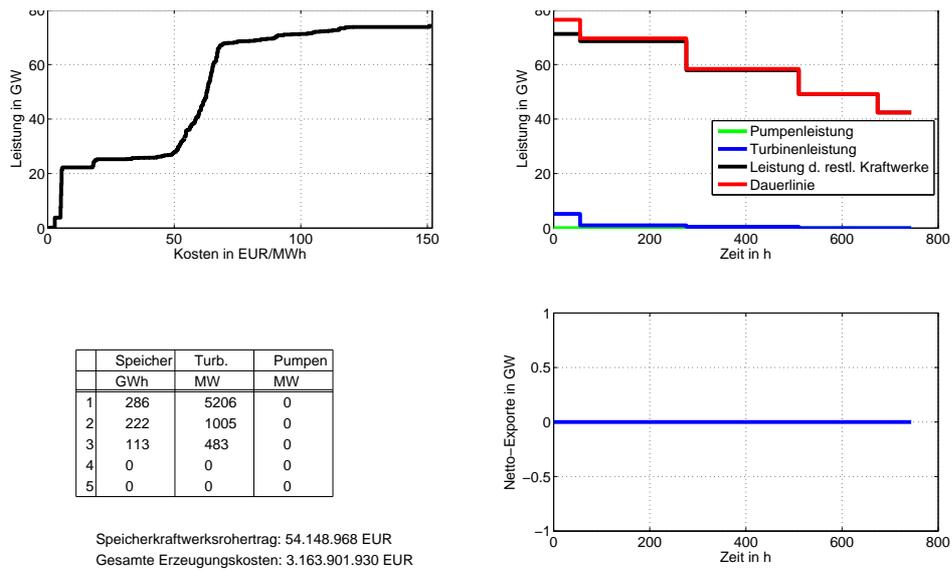


Abbildung 5.19: Rohertragsmaximierung - Österreich/Deutschland als Gesamtmarkt

Das Verhältnis des durch den Speichereinsatz erwirtschafteten Rohertrags bei der Rohertragsmaximierung zum Rohertrag bei der Gesamtkostenminimierung ist indirekt proportional zu den natürlichen Zuflüssen. Je höher die natürlichen Zuflüsse sind, umso kleiner wird dieses Verhältnis. Der Grund dafür ist die Nebenbedingung (5.60) und wie schon zuvor erwähnt, das Gleichheitszeichen in dieser Nebenbedingung, wodurch die gesamten Zuflüsse tatsächlich zur Energiegewinnung verwendet werden müssen. In Zeiten mit hohen natürlichen Zuflüssen (Frühling, Sommer), welche in der Realität immer abgearbeitet werden, kann sich dadurch der Strompreis verringern. Dadurch kann es vorkommen, dass der SKW oder PSKW Betreiber Wasser zu einem geringen Preis turbinieren muss und der gesamte Rohertrag dafür geringer ist, als wenn weniger Wasser zu einem höheren Preis turbiniert wird.

$$\begin{aligned}
 & \sum_{Ti} P_{Turb_single}(Ti, store) \cdot disc(Ti) + \\
 - & \sum_{Ti} P_{Pump_single}(Ti, store) \cdot disc(Ti) \cdot Attributes(store, eta_pump) = & (5.60) \\
 & Attributes(store, inflow)
 \end{aligned}$$

Dieser Unterschied soll hier mit den Abbildungen (5.20) und (5.21) verdeutlicht werden. Der Faktor aus dem Rohertrag für die SKW Betreiber von der Rohertragsmaximierung zur Gesamtkostenminimierung beträgt hier ohne Zuflüsse mehr als 19, also 1900 Prozent. Mit den tatsächlichen Zuflüssen beträgt der Faktor noch 1,13. Der Rohertrag konnte also hier, durch die Optimierung, nur noch um 13 Prozent gesteigert werden. Weiters ist hier wieder gut zu erkennen, dass bei der Rohertragsmaximierung nicht soviel gepumpt wird, wie bei der Gesamtkostenminimierung.

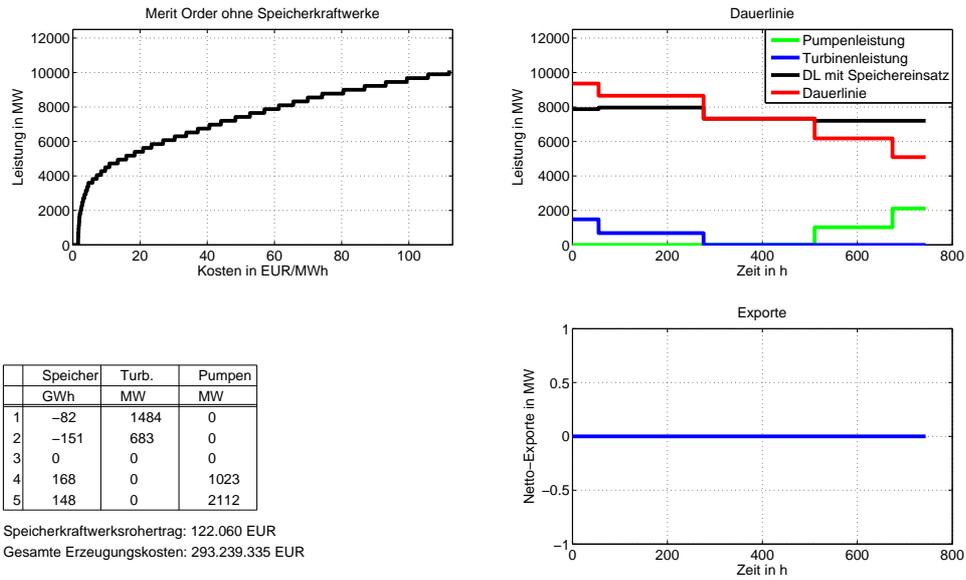


Abbildung 5.20: Gesamtkostenminimierung - Österreich ohne Zuflüsse

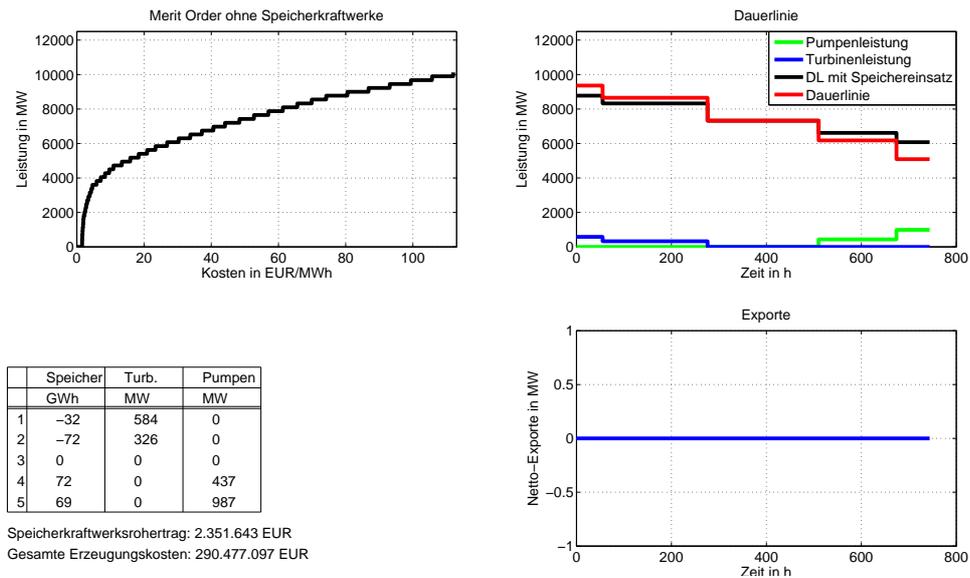


Abbildung 5.21: Rohertragsmaximierung - Österreich ohne Zuflüsse

5.4 Gesamtkostenminimierung für mehrere Länder

In diesem Abschnitt werden mehrere Länder in der Optimierung berücksichtigt. Ziel ist es, wieder die gesamten Erzeugungskosten zur Deckung der Last durch geschicktes Einsetzen der Speicherkraftwerke zu minimieren. Dazu sollen zusätzlich noch die begrenzt verfügbaren Transportkapazitäten zwischen den Ländern berücksichtigt werden. Um das Modell realitätsnah abzubilden, ist der Transport bis zu 89,9% der verfügbaren Transportkapazität ohne Zusatzkosten möglich. Die restlichen 10,1% werden in der Realität versteigert. Um das Modell der Realität anzupassen, verursachen die restlichen 10,1%, falls sie genutzt werden, Kosten, welche frei eingestellt werden können. In diesem Abschnitt werden die Kosten mit 10 EUR pro MWh gewählt.

5.4.1 Modellierung zur Gesamtkostenminimierung über mehrere Länder

Das Problem kann wieder als lineares Programm angeschrieben werden, wodurch die benötigte Rechenzeit für die Optimierung sehr kurz bleibt. Die Modellierung ist ähnlich der Modellierung zur Gesamtkostenoptimierung für ein Land aus Abschnitt (5.3.1). Neu sind die Nebenbedingungen für den Energietransport zwischen den Ländern und die Zielfunktion, welche zur Berücksichtigung der Kosten für den Energietransport im Engpassfall erweitert wurde. Weiters wurden die Variablen und Nebenbedingungen um ein Set i , welches für die einzelnen Länder steht, erweitert. Das gesamte Modell ist in (5.61) zu betrachten.

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \sum_{Ti} \sum_{ki} \sum_i quantity_R(i, Ti, ki) \cdot disc(i, Ti) \cdot merit(i, ki, cost) + \\
 & + \sum_{Ti} \sum_j \sum_i \sum_{ni} quant_transfer(Ti, i, j, n2) \$(ord(i) \ ne \ ord(j))\$ \cdot ccst \cdot disc(i, Ti) \\
 \text{unter} \quad & P_{Pump_single}(i, Ti, store) \leq Attributes(i, store, P_{Turb_max}) \\
 & P_{Turb_single}(i, Ti, store) \leq Attributes(i, store, P_{Pump_max}) \\
 & \sum_{Ti} P_{Pump_single}(i, Ti, store) \cdot disc(i, Ti) \cdot Attributes(i, store, eta_pump) + \\
 & \quad - P_{Turb_single}(i, Ti, store) \cdot disc(i, Ti) \leq \\
 & \quad Attributes(i, store, MAX_STORE) - Attributes(i, store, inflow) \\
 & \sum_{store} P_{Turb_single}(i, Ti, store) - P_{Turb}(i, Ti) = 0 \\
 & \sum_{store} P_{Pump_single}(i, Ti, store) - P_{Pump}(i, Ti) = 0 \\
 & \sum_{Ti} P_{Turb_single}(i, Ti, store) \cdot disc(i, Ti) + \\
 & \quad - \sum_{Ti} P_{Pump_single}(i, Ti, store) \cdot disc(i, Ti) \cdot Attributes(i, store, eta_pump) = \\
 & \quad Attributes(i, store, inflow) \\
 & quantity_R(i, Ti, ki) \leq merit(i, ki, p_{max}) \\
 & \sum_{ki} quantity_R(i, Ti, ki) - R(i, Ti) = 0 \\
 & R(i, Ti) + P_{Turb}(i, Ti) - P_{Pump}(i, Ti) + \sum_j import(Ti, i, j) \$(ord(i) \ ne \ ord(j))\$ + \\
 & \quad - \sum_j export(Ti, i, j) \$(ord(i) \ ne \ ord(j))\$ = L(i, Ti) \\
 & \sum_{ni} quant_transfer(Ti, i, j, ni) \$(ord(i) \ ne \ ord(j))\$ = export(Ti, i, j) \\
 & quant_transfer(Ti, i, j, n1) \$(ord(i) \ ne \ ord(j))\$ \leq congestion(i, j) \cdot 0.899 \\
 & quant_transfer(Ti, i, j, n3) \$(ord(i) \ ne \ ord(j))\$ \leq congestion(i, j) \cdot 0.101 \\
 & export(Ti, i, j) - import(Ti, i, j) \leq congestion(i, j) \\
 & (export(Ti, i, j) - import(Ti, j, i)) \$(ord(i) \ ne \ ord(j))\$ = 0 \\
 & P_{Pump}(i, Ti - 1) \leq P_{Pump}(i, Ti) \\
 & P_{Turb}(i, Ti + 1) \leq P_{Turb}(i, Ti)
 \end{aligned}
 \tag{5.61}$$

mit: i ... Set mit den Ländern
 j ... Alias für das Set i
 $congestion(i, j)$... Tabelle mit den maximal verfügbaren
Transportkapazitäten zwischen den Ländern
 $import(Ti, i, j)$... Importierte Menge im Intervall Ti
von Land i nach Land j

$export(Ti, i, j)$... Exportierte Menge im Intervall Ti von Land i nach Land j
$quant_transfer(Ti, i, j, ni)$... Aufteilung der exportierten Menge im Intervall Ti in zwei Blöcke
$ccst$... Kosten durch Engpässe

Durch den „Alias“ Befehl können in GAMS einem bereits bestehendem Set mehrere Namen gegeben werden. Dieses neue Set beinhaltet die selben Elemente wie das originale Set. Hier ist j ein Alias für das Set i , also für alle Länder. Der erste Teil der Zielfunktion in (5.62) ist gleich der Zielfunktion für die Gesamtkostenminimierung für ein Land aus Abschnitt (5.3.1). Ein Unterschied besteht darin, dass nun auch über alle Länder, beschrieben durch das Set i , summiert wird und die Variablen und Tabellen um das Set i erweitert wurden. Die zweite Summe ist eine Art Straffunktion, falls mehr als 89,9% der verfügbaren Transportkapazität benutzt werden. Mit dem Set ni , welches aus zwei Elementen $n1$ und $n2$ besteht, wird der Export in einem Intervall aus einem Land aufgeteilt, siehe Abbildung (5.22). 89,9% der verfügbaren Transportkapazität können hierfür für jedes Land und für jeden Zeitpunkt im Element $n1$ untergebracht werden. Die restlichen 10,1% können nur noch im Element $n2$ durch die noch folgenden Nebenbedingungen untergebracht werden. Es werden also die letzten 10,1% der verfügbaren Transportkapazität bepreist (hier mit EUR 10 pro MWh), um eine Versteigerung der restlichen freien Transportkapazität nachzuahmen. Bei dem Ausdruck zwischen den beiden Dollar-Zeichen handelt es sich um einen bedingten GAMS Befehl, welcher bewirkt, dass diese Summe nur gebildet wird, wenn i ungleich j ist. Dadurch wird in den noch folgenden Nebenbedingungen verhindert, dass ein Land in sich selbst importieren oder exportieren kann. Im letzten Teil der Zielfunktion wird die exportierte Menge, welche sich im Element $n2$ befindet, „bestraft“. Die hier erläuterten 10,1% dienen zur besseren Veranschaulichung in (5.22). Bei den folgenden Simulationen wurde ein Wert von 1% verwendet.

$$\sum_{Ti} \sum_{ki} \sum_i quantity_R(i, Ti, ki) \cdot disc(i, Ti) \cdot merit(i, ki, cost) + \sum_{Ti} \sum_j \sum_i \sum_{ni} quant_transfer(Ti, i, j, n2) \$ (ord(i) \neq ord(j)) \$ \cdot ccst \cdot disc(i, Ti) \quad (5.62)$$

Die folgenden Gleichungen in (5.63) werden nun zum Zwecke der besseren Übersicht ange-

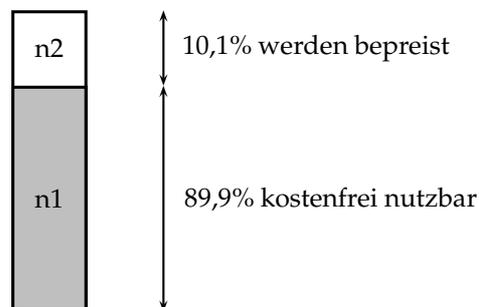


Abbildung 5.22: Aufteilung der verfügbaren Transportkapazität

schrieben. Sie sind identisch mit dem Modell der Gesamtkostenminimierung für ein Land aus

Abschnitt (5.3.1). Der einzige Unterschied in den Gleichungen ist die Erweiterung mit dem Set i .

$$\begin{aligned}
 P_{Pump_single}(i, Ti, store) &\leq Attributes(i, store, P_{Turb_max}) \\
 P_{Turb_single}(i, Ti, store) &\leq Attributes(i, store, P_{Pump_max}) \\
 \sum_{Ti} P_{Pump_single}(i, Ti, store) \cdot disc(i, Ti) \cdot Attributes(i, store, eta_pump) + \\
 &\quad - P_{Turb_single}(i, Ti, store) \cdot disc(i, Ti) \leq \\
 &\quad Attributes(i, store, MAX_STORE) - Attributes(i, inflow) \\
 \sum_{store} P_{Turb_single}(i, Ti, store) - P_{Turb}(i, Ti) &= 0 \\
 \sum_{store} P_{Pump_single}(i, Ti, store) - P_{Pump}(i, Ti) &= 0 \\
 \sum_{Ti} P_{Turb_single}(i, Ti, store) \cdot disc(i, Ti) + \\
 &\quad - \sum_{Ti} P_{Pump_single}(i, Ti, store) \cdot disc(i, Ti) \cdot Attributes(i, store, eta_pump) = \\
 &\quad Attributes(i, store, inflow) \\
 quantity_R(i, Ti, ki) &\leq merit(i, ki, p_{max}) \\
 \sum_{ki} quantity_R(i, Ti, ki) - R(i, Ti) &= 0
 \end{aligned} \tag{5.63}$$

Die folgende Nebenbedingung (5.64) ist wieder ähnlich der Nebenbedingung der Gesamtkostenminimierung für ein einzelnes Land. Sie sorgt für das Leistungsgleichgewicht in jedem Land zu jedem Intervall Ti , wobei sie um die Importe und Exporte aus anderen Ländern erweitert wird. Mit den Ausdrücken zwischen den beiden Dollar-Zeichen wird wieder verhindert, dass ein Land in sich selbst importieren oder exportieren kann. Importe können die benötigte Leistung von den eigenen Kraftwerken reduzieren und Exporte können sie anheben. Die Importe wie auch die Exporte werden für alle Länder j , welche in das Land i exportieren oder importieren, für jedes Intervall Ti aufsummiert und dadurch im Leistungsgleichgewicht berücksichtigt.

$$\begin{aligned}
 R(i, Ti) + P_{Turb}(i, Ti) - P_{Pump}(i, Ti) + \sum_j import(Ti, i, j) \$ (ord(i) \ ne \ ord(j)) \$ + \\
 - \sum_j export(Ti, i, j) \$ (ord(i) \ ne \ ord(j)) \$ = L(i, Ti)
 \end{aligned} \tag{5.64}$$

Um die Exporte aufteilen zu können, werden sie in (5.65) der Variable $quant_transfer$ zugeordnet. Die Summe im Intervall Ti über die beiden Blöcke ni der Variable $quant_transfer$ muss nun dem Export von Land i nach Land j entsprechen.

$$\sum_{ni} quant_transfer(Ti, i, j, ni) \$ (ord(i) \ ne \ ord(j)) \$ = export(Ti, i, j) \tag{5.65}$$

Die nächsten beiden Nebenbedingungen (5.66) sorgen für die Aufteilung der Exporte in die zwei Blöcke aus Abbildung (5.22). In die Zielfunktion (5.62) gehen nur die Exporte aus dem zweiten Block von $quant_transfer$ (die 10.1%) ein, welche dadurch klein gehalten werden.

$$\begin{aligned}
 quant_transfer(Ti, i, j, n1) \$ (ord(i) \ ne \ ord(j)) \$ &\leq congestion(i, j) \cdot 0.89 \\
 quant_transfer(Ti, i, j, n3) \$ (ord(i) \ ne \ ord(j)) \$ &\leq congestion(i, j) \cdot 0.101
 \end{aligned} \tag{5.66}$$

In (5.67) wird sichergestellt, dass im Intervall T_i die exportierte Leistung von Land i zu Land j weniger der importierten Leistung von Land j in Land i kleiner gleich der verfügbaren Transportkapazität bleibt. Weiters bleibt dadurch die Möglichkeit offen, dass Leistung über ein Drittland in ein zweites Land transportiert werden kann, siehe Abbildung (5.23). In diesem Beispiel sei das Land $i1$ das günstigste Erzeugungsland, dass in das Land $i2$ über das Land $i3$ Leistung exportieren will. In den eckigen Klammern befinden sich die verfügbaren Transportkapazitäten, davor steht die tatsächlich transportierte Leistung. Die Pfeile zeigen wohin die Energie transportiert wird. Da die Leitung zwischen Land $i1$ und Land $i2$ mit 500 MW ausgelastet ist, aber ein weiterer Energieimport über das Land $i3$ noch möglich ist, wird das Land $i3$ als Transitland verwendet.

$$\text{export}(T_i, i, j) - \text{import}(T_i, i, j) \leq \text{congestion}(i, j) \quad (5.67)$$

Die letzte Bedingung sorgt dafür, dass die Exporte vom Land i ins Land j gleich den Importen

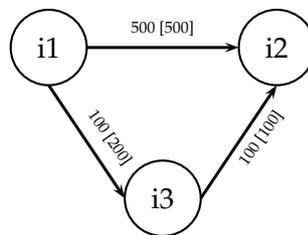


Abbildung 5.23: Aufteilung der verfügbaren Transportkapazität

vom Land i ins Land j werden.

$$(\text{export}(T_i, i, j) - \text{import}(T_i, j, i)) \cdot (\text{ord}(i) \neq \text{ord}(j)) = 0 \quad (5.68)$$

5.4.2 Optimierungsergebnisse

Für das erste Beispiel erfolgte die Optimierung für den Markt Österreich und Deutschland. Nun jedoch nicht mehr als Gesamtmarkt sondern in Form von zwei gekoppelten Märkten. Das Optimierungsergebnis für Österreich kann in Abbildung (5.24) und das für Deutschland in Abbildung (5.25) betrachtet werden. Die Transportkapazität zwischen den beiden Ländern wurde hier mit 3000 MW gewählt. Im Unterdiagramm mit den Netto Exporten erkennt man, dass diese Kapazität in keinem Intervall ausgenutzt wird. Aus diesem Grund gelten für beide Länder dieselben Zonenpreise und die Erzeugungskosten sind gleich den Erzeugungskosten der Gesamtmarktkostenminimierung.

Für das zweite Beispiel erfolgte die Optimierung für acht Länder aus Europa (Österreich, Deutschland, Schweiz, Frankreich, Italien, Polen, Slowenien, Tschechien). Die Daten für die verfügbaren Transportkapazitäten zwischen den Ländern wurden aus der NTC-Matrix (Net Transfer Capacity) (ENTSO-E, 2008) für den Winter des Jahres 2008 entnommen. Die weiteren Daten, wie die installierten Kraftwerksleistungen der Länder, die Turbinen- und Pumpenleistungen, sowie die Zuflüsse und die Dauerlinien wurden aus den bereitgestellten Daten von der Homepage der ENTSO-E, (ENTSO-E, 2010), entnommen. Aus den Daten der installierten Kraftwerksleistungen wurde anschließend unter der Berücksichtigung der Verfügbarkeit der

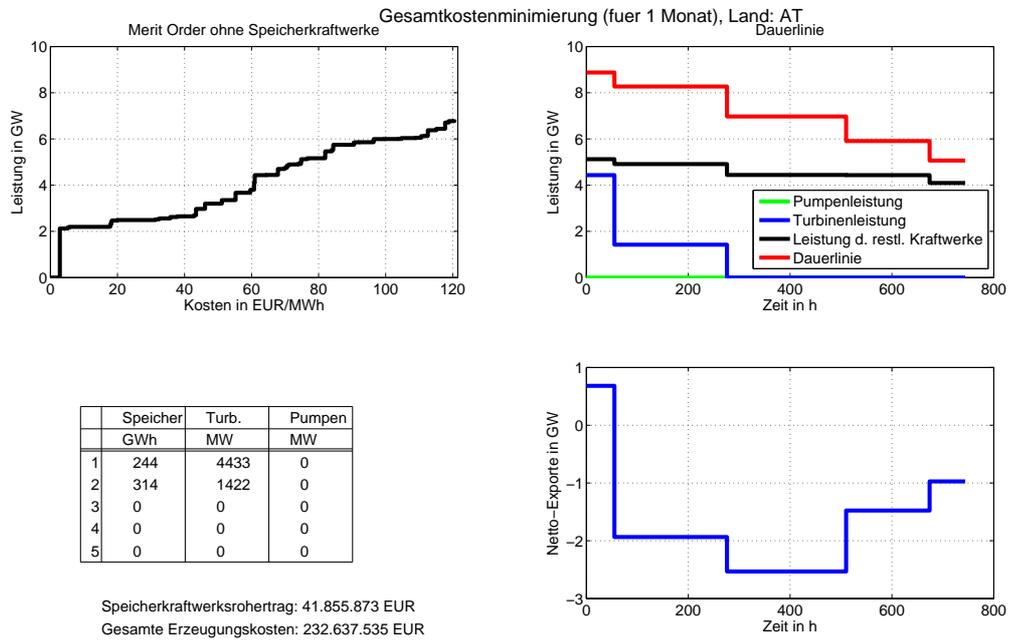


Abbildung 5.24: Gesamtkostenminimierung AT/DE - Österreich

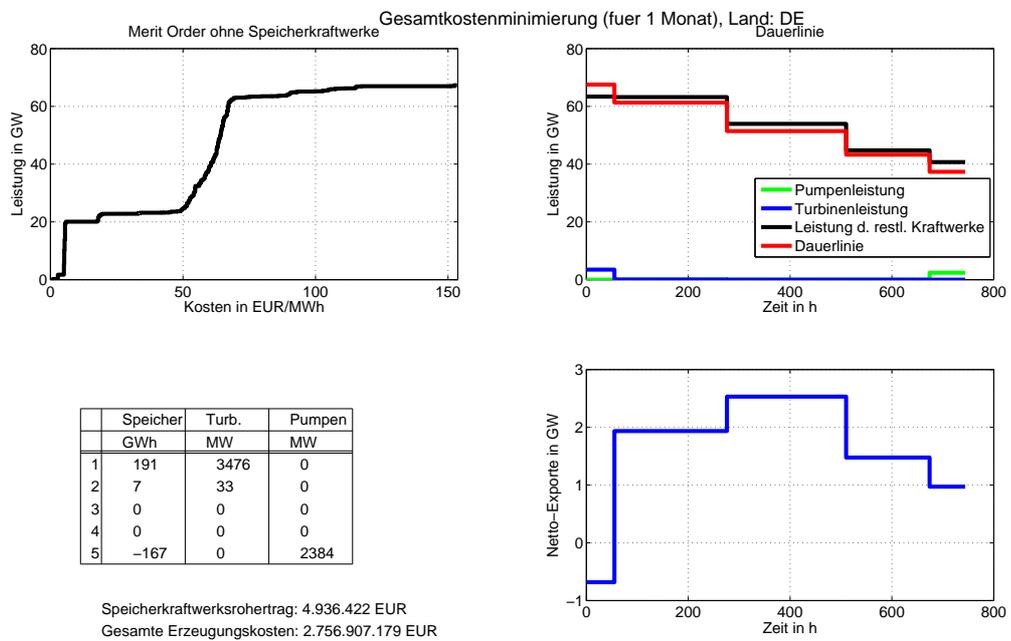


Abbildung 5.25: Gesamtkostenminimierung AT/DE - Deutschland

jeweiligen Kraftwerkstypen eine Merit Order mit realistischen Preisen für jedes Land erstellt. Um das Ergebnis der Optimierung besser betrachten zu können, sind die Importe und Exporte sowie die Zonenpreise für jedes Land einmal für das Intervall mit der Spitzenlast und einmal für das Intervall mit der Niederlast in (5.26) und (5.27) dargestellt. Abbildung (5.28) zeigt den Einsatz der SKW bzw. PSKW für Österreich. Die vollständigen Simulationsergebnisse sind im Anhang für Jänner und Juni 2008 dargestellt.

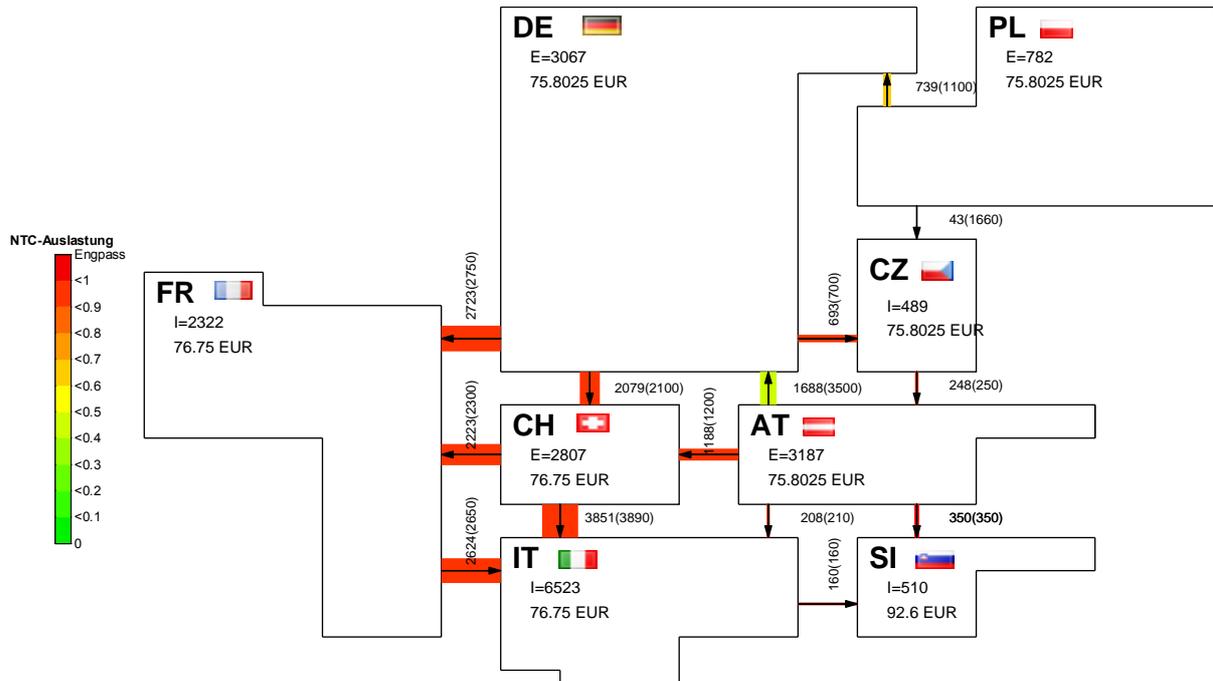


Abbildung 5.26: Gesamtkostenminimierung für Zentraleuropa: Spitzenlast

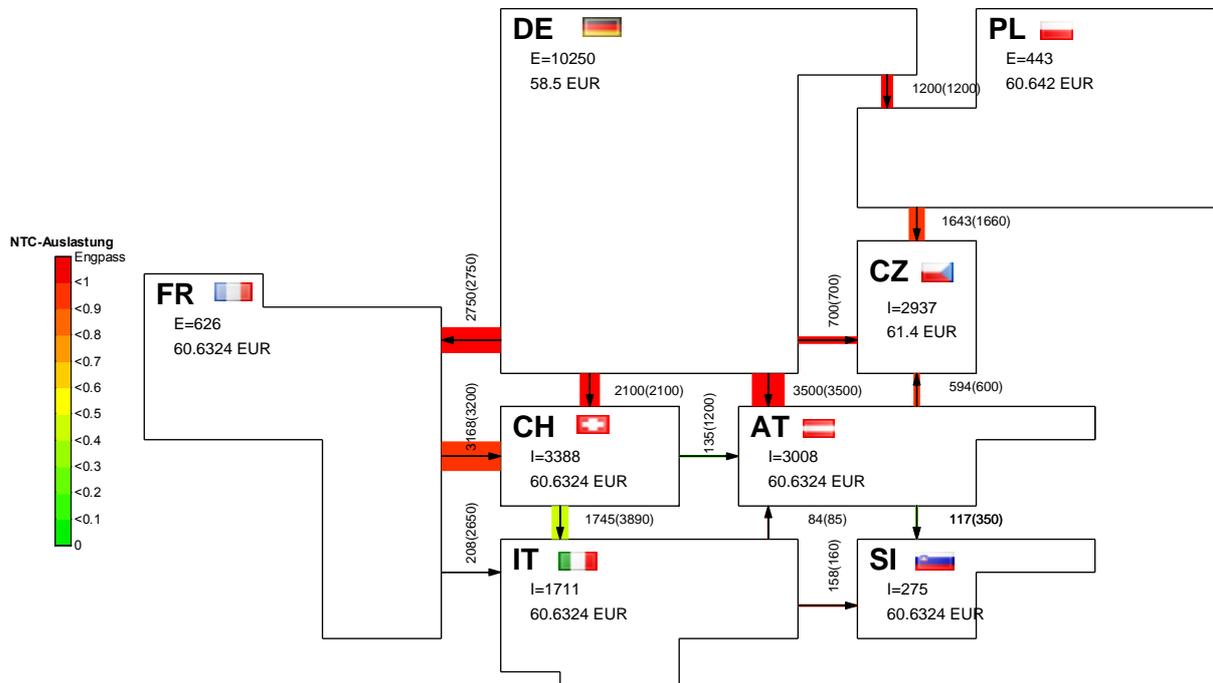


Abbildung 5.27: Gesamtkostenminimierung für Zentraleuropa: Niederlast

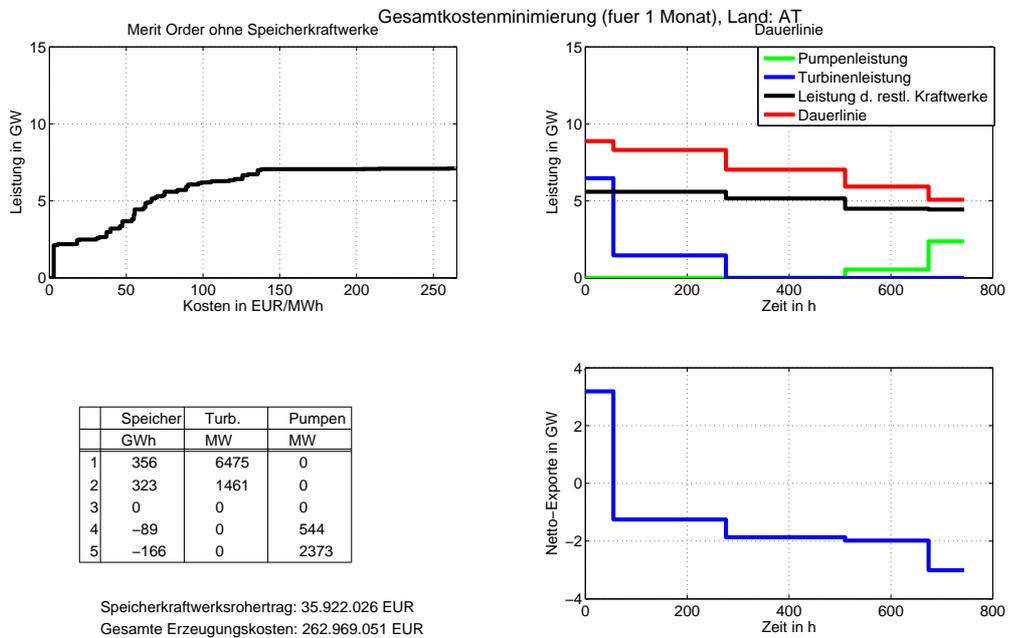


Abbildung 5.28: Gesamtkostenminimierung Zentraleuropa - Ergebnisse für Österreich

5.5 Rohertragsmaximierung über mehrere Länder

Ein weiterer interessanter Punkt ist die Rohertragsmaximierung für die Speicherkraftwerksbetreiber für mehrere Länder. Dieses Problem ist leider nicht mehr durch ein lineares oder durch ein Mixed Integer Programm formulierbar. Hier werden nun zwei Methoden beschrieben, mit denen der Rohertrag für die Speicherkraftwerksbetreiber vergrößert werden kann. Da es sich bei diesem Problem nicht mehr um ein lineares Programm handelt, kann die Konvexität des Problems nicht mehr garantiert werden. Im Prinzip werden mit beiden Methoden viele zulässige Lösungen berechnet und die Lösung mit dem höchsten Rohertrag wird als „optimale“ Lösung für die Optimierung verwendet. Ein Problem dieser Optimierung ist der Energieaustausch zwischen den Ländern. Im realen Markt wollen Länder, welche Energie selbst mit niedrigen Kosten produzieren, diese in Länder exportieren, welche die Energie nur teurer selbst produzieren können. Zur Rohertragsmaximierung ist es jedoch der Wunsch, die Energieimporte aus Ländern mit niedrigen Energieproduktionskosten in teurere Länder so gering wie möglich zu halten, da diese den eigenen Marktpreis senken und dadurch auch die Roherträge sinken. In der Realität wird die Energie jedoch so ausgetauscht, dass die gesamten Kraftwerkseinsatzkosten minimal werden (wie bei der Gesamtkostenminimierung). Auch kann nun für die Rohertragsmaximierung über mehrere Länder keine Tabelle mehr geschrieben werden, welche den Preis für einen gewissen Turbinen- oder Pumpeneinsatz a priori festlegt, da es sich bei den Importen und Exporten um Optimierungsvariablen handelt und diese ebenfalls den Preis am Markt beeinflussen. Die Optimierung kann nun mit zwei verschiedenen Ansätzen erfolgen. Der erste und einfachere Ansatz basiert auf Abbildung (5.2) aus Abschnitt (5.2.2). Der zweite, rechenaufwendigere Ansatz berechnet für alle Länder als Startwert eine Gesamtkostenminimierung und anschließend wird jedes Land einzeln im Hinblick der Rohertragsmaximierung optimiert. Ein allgemeines Problem dieses Ansatzes ist der Einfluss des Turbinen- und Pumpeneinsatzes auf die Importe und Exporte.

5.5.1 Ansatz der Pumpenenergiereduktion

Es soll nun der einfachere der beiden Ansätze zuerst behandelt werden. In Abbildung (5.2) ist erkennbar, dass der Rohertrag bei einer gewissen Pumpenleistung $P_{ump_{opt}}$ ein Maximum besitzt. Bei der Gesamtkostenminimierung wird meistens mehr gepumpt, als bei dieser „optimalen“ Pumpenleistung zur Maximierung des Rohertrags. Bei sehr hohen Zuflussmengen kann es jedoch auch vorkommen, dass bei der Gesamtkostenminimierung gar nicht gepumpt wird. In diesem Fall verhilft dieser Ansatz zu keiner Steigerung des Rohertrages für die SKW bzw. PSKW Betreiber. Da der Energieaustausch zwischen den Ländern auf einer Gesamtkostenminimierung der Kraftwerkseinsatzkosten basiert, ist eine durchgeführte Gesamtkostenminimierung immer eine zulässige Lösung hinsichtlich der jeweiligen Importe und Exporte. Die Idee hinter dieser Optimierung ist folgend:

Schritt 1: Gesamtkostenoptimierung für alle Länder und Ermittlung einer maximalen Pumpenenergie P_{ump} für jedes Land

Schritt 2: Einlesen der Pumpenleistungen, Berechnung der Pumpenenergie und Reduktion der Pumpenenergie für die nächste Iteration mit $E_{Pump}(n+1) = E_{Pump}(n) \cdot Faktor$. Anschließend Berechnung und Speicherung des Speicherkraftwerksrohertrages und wieder zurück zu Schritt 1.

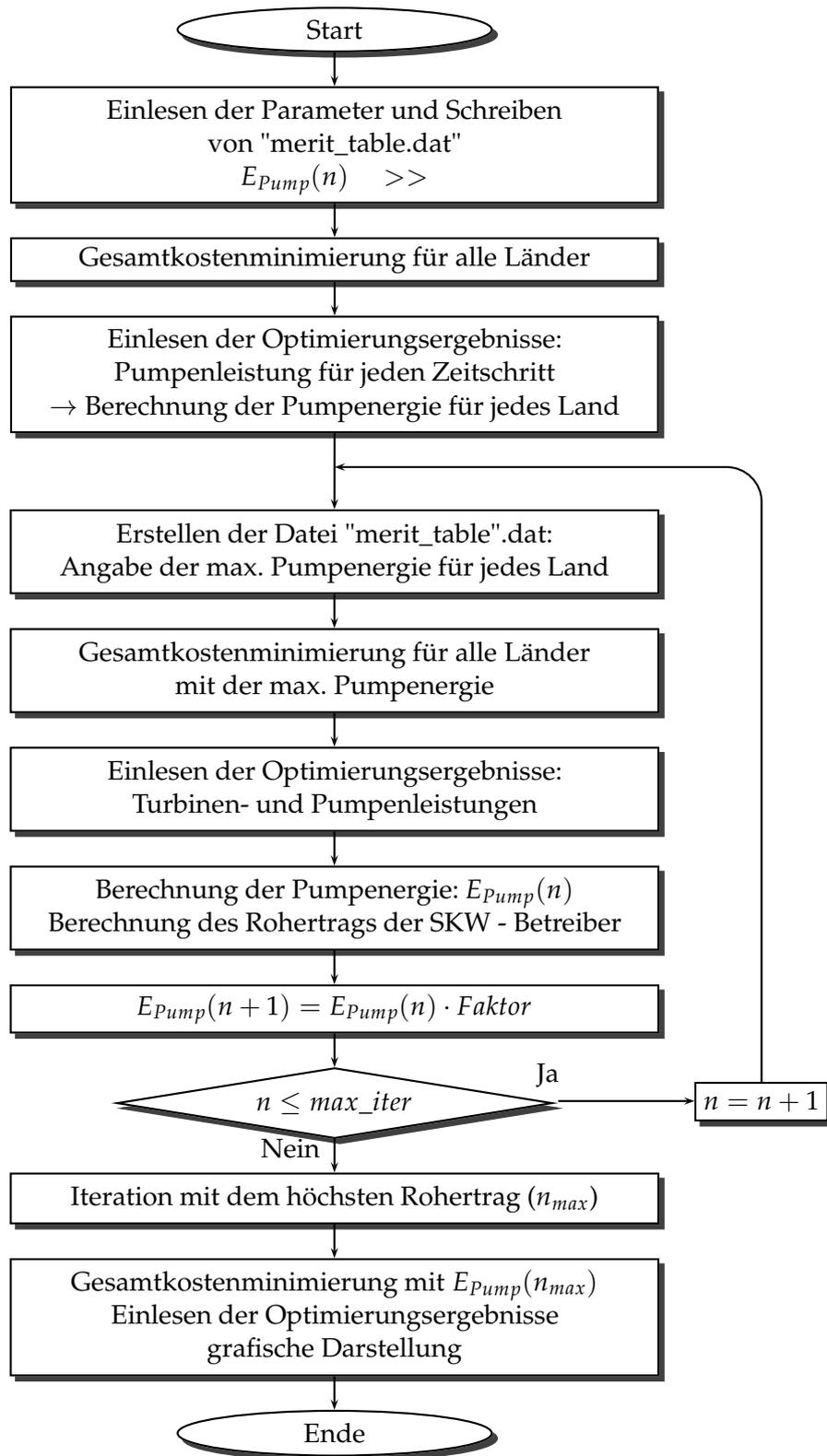


Abbildung 5.29: Rohertragsmaximierung nach dem Pumpleistungsreduktionsverfahren

mit: n ... aktuelle Iterationsnummer
 $Faktor$... Faktor für die Reduktion der Pumpenergie
 $E_{Pump(n)}$... Pumpenergie für die n -te Iteration

Die beiden oben angeführten Schritte werden nun so oft durchgeführt, bis die Pumpenergie auf ca. 5% der Ausgangspumpenergie reduziert ist. Für den Fall, dass aufgrund hoher Zuflussmengen der Ausgangswert für die Pumpenergie sehr niedrig oder bei Null liegt, kann es passieren, dass der Rohertrag sich nicht mehr verändert. Daher kann man als obere Grenze für die Wiederholung der beiden obigen Schritte eine Zahl in Abhängigkeit des Faktors wählen. Der Faktor gibt an, um wieviel die Pumpenergie in jedem Schritt zum vorhergehenden Schritt reduziert wird. Der Faktor muss die Ungleichung (5.69) erfüllen und die Anzahl der maximalen Wiederholungen n sollte so gewählt werden, dass abhängig vom Faktor nach n Wiederholungen die Pumpenergie um 95% reduziert ist. Nach dieser Heuristik kann die Anzahl der maximalen Iterationen ungefähr nach (5.70) gewählt werden.

$$0 < Faktor < 1 \quad (5.69)$$

$$\begin{aligned} Faktor^n &= 0.05 \\ n \cdot \log(Faktor) &= \log(0.05) \end{aligned} \quad (5.70)$$

$$n = \frac{\log(0.05)}{\log(Faktor)}$$

Für einen Faktor von 0.98 sind nach (5.70) ungefähr 150 Wiederholungen notwendig, bis die Pumpenergie auf 5% der ursprünglichen Pumpenergie reduziert wurde. Am Ende der Wiederholungen wird gesucht, mit welcher Pumpenergie der größte Rohertrag erzielt werden konnte. Mit dieser Pumpenergie wird anschließend nocheinmal eine Gesamtkostenminimierung durchgeführt und das Ergebnis der Optimierung grafisch dargestellt.

5.5.1.1 Optimierungsergebnisse

Für die selben acht europäischen Länder wurde nun eine Rohertragsoptimierung mit dem Pumpenergiereduktionsverfahren durchgeführt. Der Faktor hierfür betrug 0,95 und es wurden 150 Iterationen durchgeführt. Der Turbinen- und Pumpeneinsatz für Österreich kann in Abbildung (5.30) betrachtet werden. Die Pumpenergie beträgt hier, im Gegensatz zur Gesamtkostenminimierung aus Abbildung (5.28) mit 255 Gwh nur 32 GWh. Insgesamt konnte dadurch für alle acht europäischen Länder der Rohertrag im Jänner 2008 für die SKW Betreiber um über zehn Prozent gesteigert werden. In Abbildung (5.31) zeigt der rote Punkt den Rohertrag für die SKW Betreiber, wenn sie ihre SKW und PSKW gemäß der Gesamtkostenminimierung einsetzen. Der Rohertrag, welcher durch die blaue, durchgezeichnete Linie repräsentiert wird, ist indirekt proportional zur Pumpenergie. Selbst in einem Monat wie dem Jänner mit geringen natürlichen Zuflüssen muss für einen höheren Rohertrag deutlich weniger gepumpt werden, als bei einer gesamtkostenminimierenden Betriebsweise. Ein Nachteil dieser Optimierung ist, dass hier immer nur eine Gesamtkostenminimierung durchgeführt wird. Dadurch wird, soweit es durch die Reduktion der Pumpenergie noch möglich ist, immer versucht die Spitzenlast soweit wie möglich zu senken. Quasi wird immer versucht mit der Pumpenergie und den natürlichen Zuflüssen die Spitze der Dauerlinie gleichmäßig zu senken. Durch eine geschickte Einsatzplanung, welche im nächsten Abschnitt vorgestellt wird, kann jedoch meist ein noch höherer Rohertrag erzielt werden. Ein Vorteil dieses Ansatzes ist jedoch, dass er für eine große Anzahl an Ländern in relativ kurzer Rechenzeit gute Ergebnisse liefern kann.

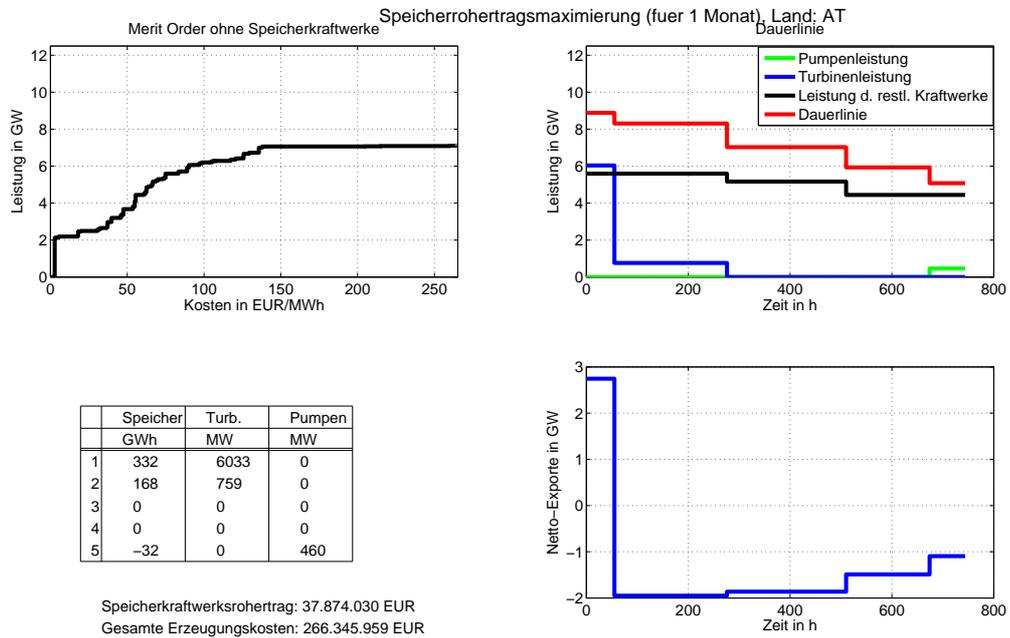


Abbildung 5.30: Rohtragsmaximierung Pumpenenergiereiduktion - AT

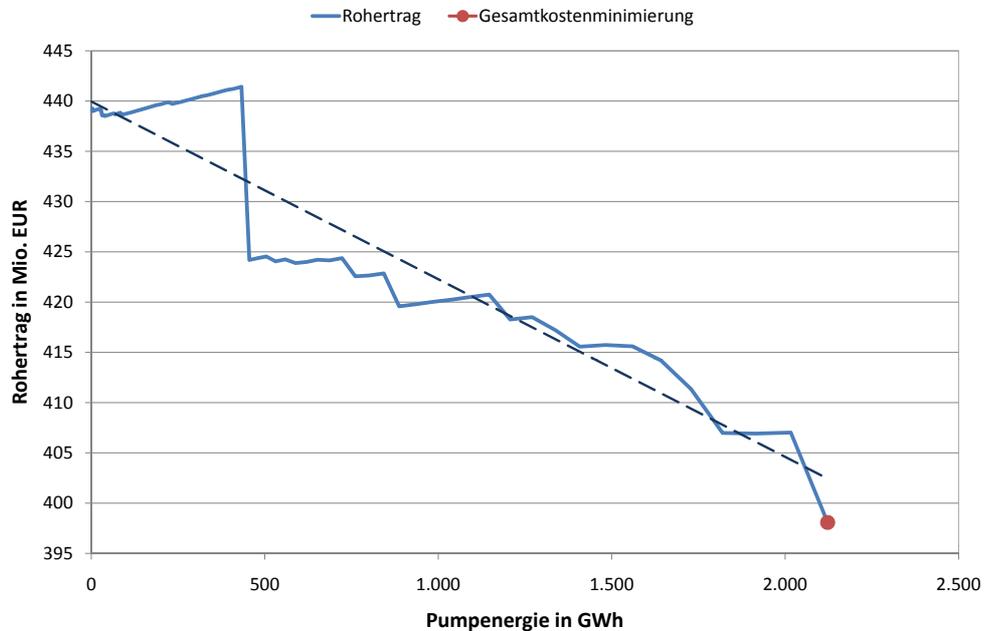


Abbildung 5.31: Rohtragssteigerung durch Pumpenenergiereiduktion

5.5.2 Ansatz der Einzelländer-Rohertragsmaximierung

Dieser Ansatz ist komplexer als der vorangegangene. Was sich durch eine wesentlich schwieriger zu realisierende Optimierung, welche auch mehr Rechenzeit benötigt, bemerkbar macht. Hierfür werden überblicksmäßig folgende Schritte durchlaufen:

Schritt 1: Gesamtkostenminimierung für alle Länder und Speichern der sich ergebenden Importe, Exporte und Zonenpreise. Setzen von $i=0$;

Schritt 2: Rohertragsmaximierung für jedes Land unter Berücksichtigung der Importe und Exporte zu den jeweiligen Zonenpreisen

Schritt 3: Gesamtkostenminimierung für alle Länder, wobei zu jedem Zeitpunkt genau die Menge turbinert und gepumpt werden muss, wie sich für jedes Land aus der Rohertragsmaximierung aus Schritt 2 ergeben hat. Anschließend wird der Rohertrag für diese Iteration gespeichert. Die Anzahl der durchgeführten Iterationen wird um eins erhöht ($n = n + 1$) und $P_{Turb}(i)$, $P_{Pump}(i)$ und $gross_profit(n)$ werden gespeichert. Weiters werden die neuen Transfermengen und die neuen Zonenpreise der Länder gespeichert um sie in Schritt 2 wieder berücksichtigen zu können.

Schritt 4: für $n \leq iter_max$ wieder zu Schritt 2, ansonsten zu Schritt 5

Schritt 5: Suchen der Iteration k mit dem maximalen Rohertrag und Durchführung einer Gesamtkostenminimierung für $P_{Turb}(k)$ und $P_{Pump}(k)$ aus dieser Iteration (wie auch in Schritt 3).

mit: $iter_max$... Anzahl der Iterationen
n	... aktuelle Iterationsnummer
k	... Nummer der Iteration mit dem höchsten Rohertrag
$P_{Turb}(n)$... Vektor mit den Turbinenleistungen
$P_{Pump}(n)$... Vektor mit den Pumpenleistungen
$gross_profit(n)$... Vektor mit den Roherträgen der einzelnen Länder für die n -te Iteration

5.5.2.1 Beschreibung des ersten Schritts

Im Schritt 1 wird für alle Länder die Gesamtkostenminimierung aus Abschnitt (5.4) angewendet. Die sich daraus ergebenden Werte für die Importe, Exporte und Zonenpreise werden eingelesen und im Schritt 2 weiter verwendet.

5.5.2.2 Beschreibung des zweiten Schrittes

Im Schritt 2 werden die, aus der zuvor durchgeführten, Gesamtkostenminimierung aus Schritt 1 erhaltenen Importe so wie zusätzliche Kraftwerke in der Merit Order behandelt. Für die erste Iteration werden dafür die Werte aus der Gesamtkostenminimierung aus Schritt 1 verwendet, für jede weitere Iteration werden die Werte der Importe und Exporte aus der Gesamtkostenminimierung aus Schritt 3 verwendet. Hier wird nun für jedes Intervall ein Import aus einem Land in mehrere Teile geteilt und jeder dieser Teile repräsentiert später ein Kraftwerk mit einem bestimmten Preis. Importiert zum Beispiel Land 1 eine Leistung von 90 MW aus Land

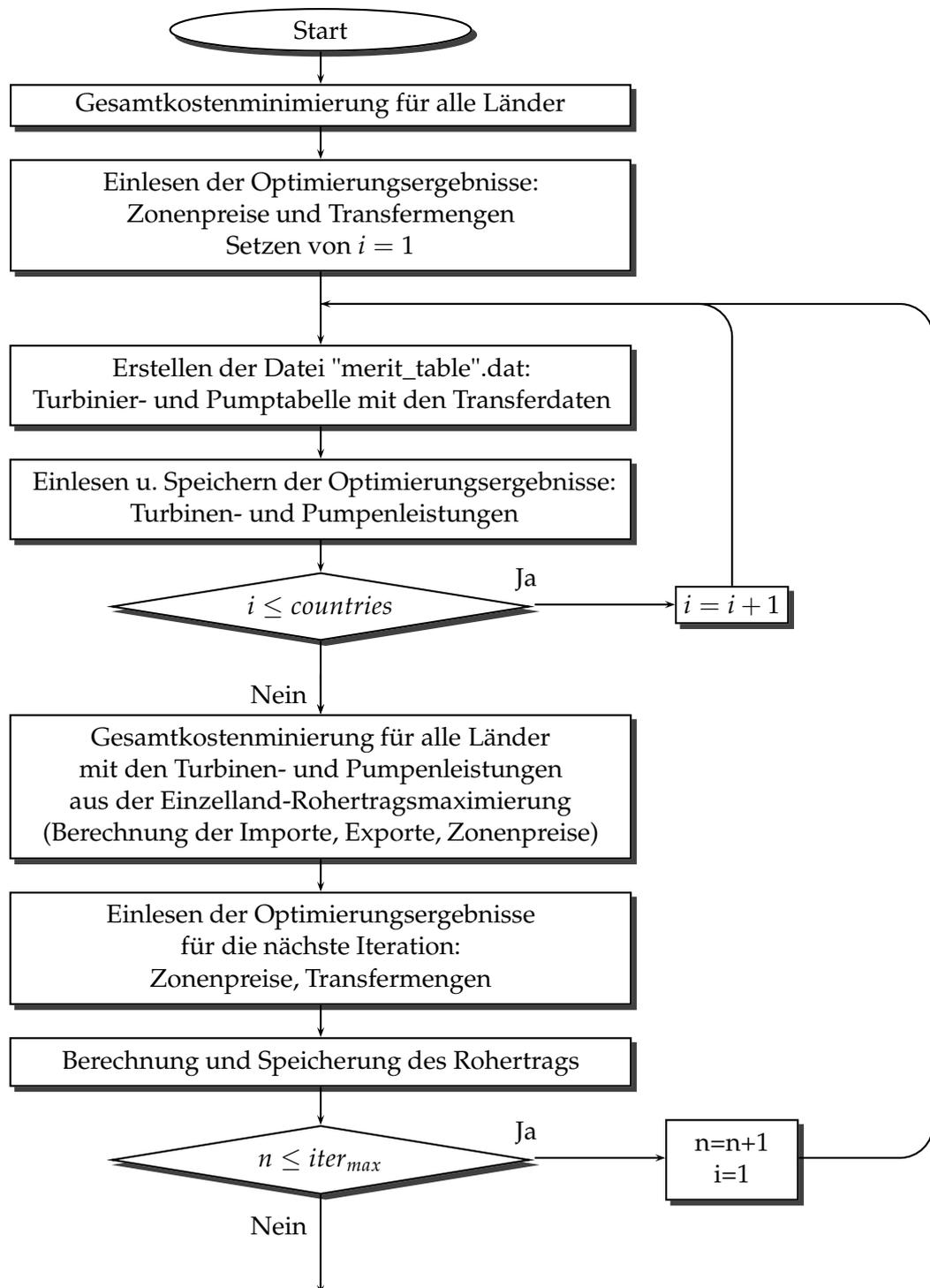


Abbildung 5.32: Rohrertragsmaximierung: Ansatz der Einzelländer-Rohrertragsmaximierung I

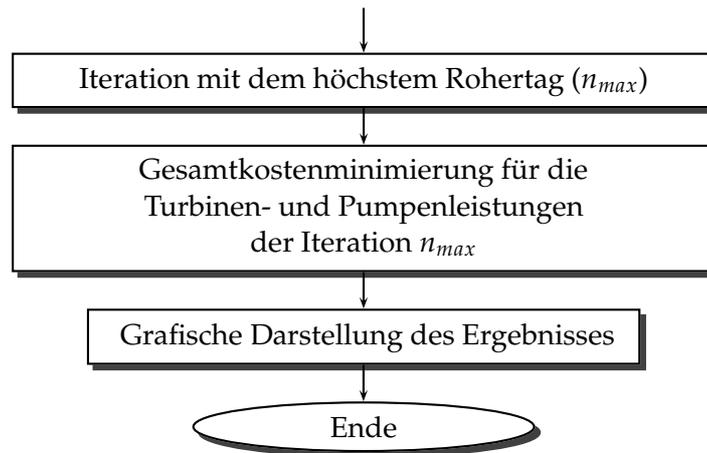


Abbildung 5.33: Rohertragsmaximierung: Ansatz der Einzelländer-Rohertragsmaximierung II

2, siehe Abbildung (5.34), so werden diese 90 MW hier zur besseren Veranschaulichung in drei gleiche Teile aufgeteilt und jeder dieser Teile erhält einen Preis in Abhängigkeit des Zonenpreises im Land 2. Da zwischen den beiden Ländern die verfügbare Transportkapazität noch nicht ausgeschöpft ist (200 MW wären möglich), müssen beide Länder den gleichen Zonenpreis aufweisen. Wie sich die Zonenpreise in Abhängigkeit von den Importen und Exporten verhalten,

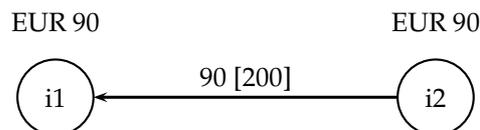


Abbildung 5.34: Land 1 importiert von Land 2

soll nun anhand von zwei Beispielen gezeigt werden. In Abbildung (5.35) sind die beiden Merit Order Kurven der betrachteten Länder ohne SKW oder PSKW dargestellt. In dieser Abbildung findet noch kein Energieaustausch zwischen den Ländern statt. Dies bedeutet, dass der Zonenpreis im Land 1 bei EUR 100 und in Land 2 bei EUR 90 liegt. Unter Annahme der Existenz einer Leitungsverbindung mit einer verfügbaren Übertragungskapazität von 200 MW in beide Richtungen zwischen den Ländern, wird es zum Energieaustausch kommen. In diesem Beispiel ist Land 2 das günstigere Erzeugungsland und wird infolgedessen in das Land 1 exportieren wollen. Land 2 kann laut Abbildung (5.35) noch 97 MW für EUR 90 zur Verfügung stellen. Über die Transportleitung wird nun der Anteil von 97 MW von Land 2 nach Land 1 exportiert. Dadurch stellt sich der Zonenpreis in beiden Ländern auf EUR 90 ein (siehe Abbildung (5.36)). Diese Betrachtung erfolgt noch ohne den Einsatz von Speicherkraftwerken. Ein Speicherkraftwerk kann in der Merit Order wie ein zusätzliches Kraftwerk mit sehr geringen Kosten betrachtet werden. Setzt man die Kosten für das Speicherkraftwerk näherungsweise auf EUR 0, so kommt es zu einer Verschiebung der Merit Order nach rechts. Einfacher betrachtet, ist es auch möglich, zu sagen, dass der Bedarf in einem Land um den Einsatz des Speicherkraftwerkes gesenkt wird.

Im zweiten Beispiel setzt nun Land 1 ein Speicherkraftwerk mit 150 MW Turbinenleistung ein, wodurch der Bedarf auf 247 MW sinkt (siehe Abbildung (5.37)). Diese Abbildung ist wieder ohne Energieaustausch zwischen den Ländern, daher kommt es in beiden Ländern wieder zu unterschiedlichen Zonenpreisen. Für Land 1 gilt ein Zonenpreis von EUR 60 und für Land 2

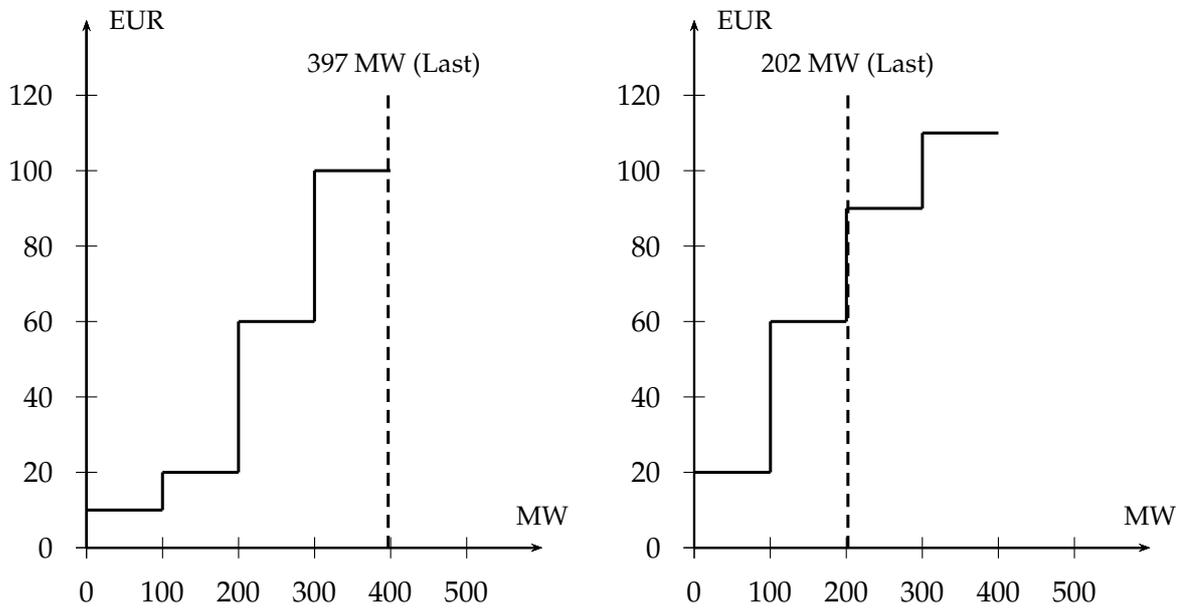


Abbildung 5.35: Merit Order für Land 1 (links) und Land 2 (rechts) ohne Energieaustausch

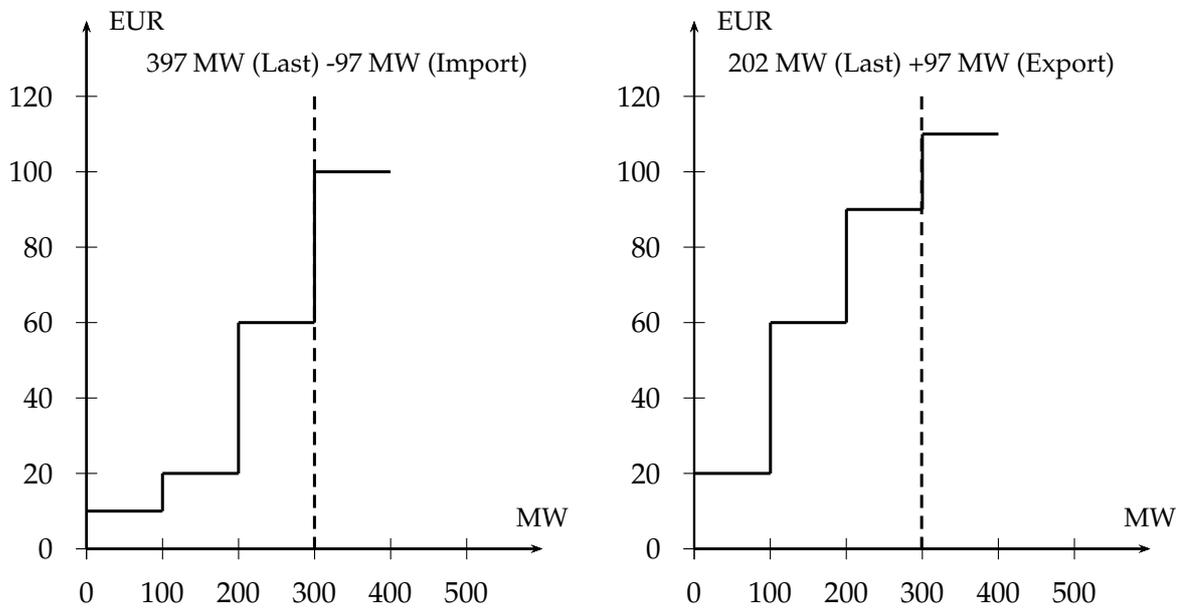


Abbildung 5.36: Merit Order für Land 1 (links) und Land 2 (rechts) mit Energieaustausch

gilt ein Zonenpreis von EUR 90. Durch den Energieaustausch wird nun Land 1 ins Land 2 exportieren wollen, bis in beiden Ländern, falls möglich, der gleiche Zonenpreis gilt. Daher werden 3 MW von Land 1 nach Land 2 transferiert und es stellt sich in beiden Ländern ein Zonenpreis von EUR 60 ein, siehe Abbildung (5.38).

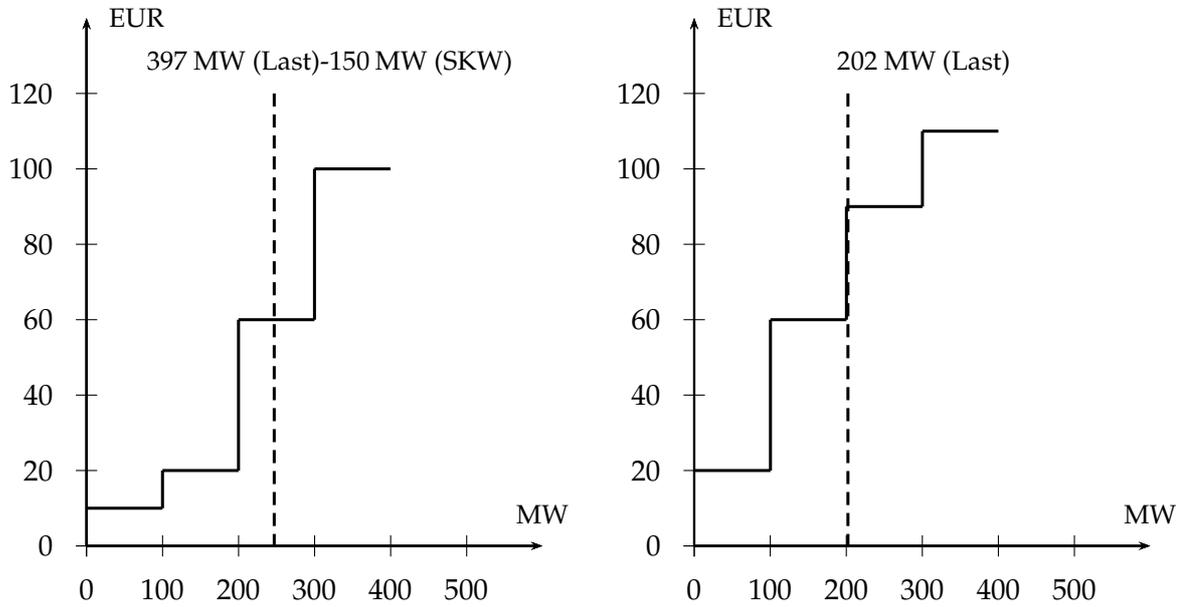


Abbildung 5.37: Merit Order für Land 1 (links) und Land 2 (rechts) ohne Energieaustausch und mit SKW Einsatz

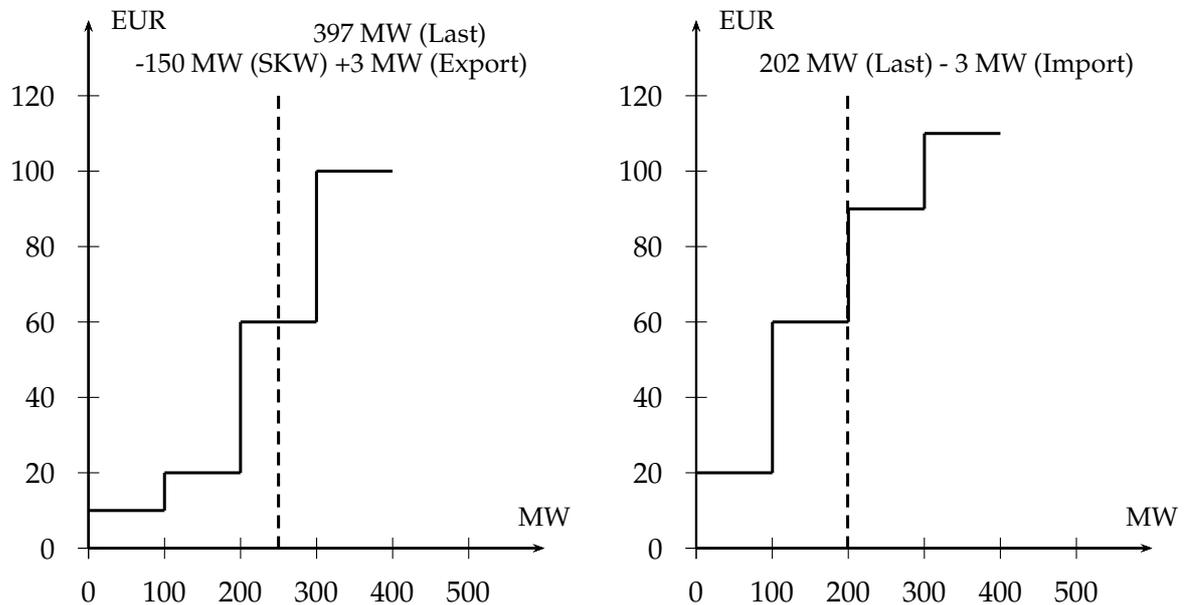


Abbildung 5.38: Merit Order für Land 1 (links) und Land 2 (rechts) mit Energieaustausch und SKW Einsatz

Am ersten Beispiel aus Abbildung (5.36) soll nun gezeigt werden, wie die Importe für die Rohertragsmaximierung aufgespalten werden und als zusätzliche Kraftwerke in die Merit Order eingehen. Dafür werden die 97 MW, welche Land 1 aus Land 2 importiert, hier in drei gleiche Teile geteilt. Dies ergibt drei zusätzliche Kraftwerke mit 32.3 MW in der Merit Order. Der Preis dieser „neuen“ Kraftwerke in der Merit Order hängt nun vom Zonenpreis des Landes, aus welchem importiert wird ab. Wird beispielsweise weniger importiert, so kann es vorkommen, dass in dem Land, welches exportiert, ein Kraftwerk weniger eingesetzt werden muss, wodurch die Energie günstiger importiert werden kann. Versucht ein Land nun mehr zu importieren, kann es natürlich passieren, dass zusätzliche Kraftwerke im exportierenden Land, hochgefahren werden müssen und dadurch der Importpreis steigt. Wird genau die gleiche Menge importiert, entspricht der Importpreis dem Zonenpreis des exportierenden Landes. Um diese Dynamik des Marktes besser nachbilden zu können, wird jeder Import in mehrere Teile zerlegt. Anschließend wird anhand der exakten Merit Order des Landes, aus welchem importiert wird untersucht, wie sich der Importpreis verändert, wenn mehr oder weniger importiert werden würde. Hierfür wird die Importmenge in mehrere gleiche Teile aufgespalten. Mit diesen drei Teilen kann der Fall des geringeren Imports berücksichtigt werden. Um einen eventuellen, höheren Import berücksichtigen zu können, werden zur aktuellen Importmenge weitere Teilimportmengen hinzugefügt. Für diese Teile wurden zehn Prozent des tatsächlichen Importwertes gewählt. In Tabelle (5.5) können die Preise der neuen Kraftwerke in der Merit Order und deren Preise für das Land 1 betrachtet werden. Dieselbe Tabelle wird mit der gleichen Vorgehensweise auch für das exportierende Land erstellt. Der Unterschied zur Tabelle mit den Importen ist lediglich, dass bei einem geringeren Export der Preis in dem Land, in welches exportiert wird, steigt und bei einem höheren Export der Preis durch einen geringeren Kraftwerksbedarf im importierenden Land sinkt. Die Preise für die Exporte verhalten sich also

genau umgekehrt wie die Preise der Importe. Sollte es aufgrund der zu geringen Transportkapazität nicht mehr möglich sein mehr zu exportieren, darf diese Möglichkeit auch nicht mehr in der Tabelle erscheinen. Die Preise für die Importe und Exporte sind, wie oben erwähnt, abhängig von der Merit Order des Landes, welches die Importe liefert oder die Exporte erhält. Da bei gekoppelten Märkten der Preis jedoch nicht nur von der Merit Order eines einzigen Marktes abhängig ist, sondern von mehreren, muss dies ebenfalls berücksichtigt werden. Würde Land 1 aus Land 2 mehr importieren, so sind in Land 1 weniger Kraftwerke zur Deckung der Last notwendig. Der Preis, den Land 2 für die Exporte nach Land 1 erhält, würde gemäß der Merit Order von Land 1 absinken. Aufgrund der gekoppelten Märkte in der Realität wird dadurch Land 1 als Transitland für die übrigen Länder fungieren und somit mehr in andere Länder exportieren. Dies bedeutet, dass der Preis, welchen Land 2 für seine Mehr-Exporte erhält, nicht ganz so stark wie die Merit Order aus Land 1 absinken würde. Zur Berücksichtigung dieser Dynamik bildet sich für Land 1 der Preis für die Importe mit Gleichung (5.71).

$$Preis_{imp} = Zonenpreis_{Land2-neu} + (Zonenpreis_{Land2} - Zonenpreis_{Land2-neu}) \cdot M \quad (5.71)$$

mit: $Preis_{imp}$... Preis, um den Land 1 importieren kann in EUR
 $Zonenpreis_{Land2}$... aktueller Zonenpreis in Land 2 in EUR
 $Zonenpreis_{Land2-neu}$... neuer Zonenpreis in Land 2 infolge der veränderten Importe in EUR
 M ... Faktor zur Berücksichtigung der Dynamik der gekoppelten Märkte

Der neue Zonenpreis im Land 2 $Zonenpreis_{Land2-neu}$ berechnet sich aus dem veränderten Kraftwerkseinsatz infolge der veränderten Importe oder auch Exporte. Für Land 2 bildet sich der Preis für die Exporte nach Land 1 ebenfalls gemäß Gleichung (5.71). Mit der Wahl des Faktors M wird beeinflusst, wie stark sich eine Zonenpreisänderung durch die veränderten Importe oder Exporte tatsächlich auf die Preise für Importe und Exporte auswirkt. Die Wahl von M ist abhängig von der Anzahl der gekoppelten Märkte und von den verfügbaren Transportkapazitäten zwischen diesen. M kann einen Wert zwischen Null und Eins annehmen. Mit M nahe Null wird der neue Zonenpreis des Landes infolge der veränderten Importe bzw. Exporte immer als neuer Preis verwendet. Bei einer Optimierung von nur zwei Ländern, wo kein Einfluss durch Drittländer gegeben ist, wäre M mit dem Wert Null zu wählen. Sind jedoch mehrere gekoppelte Länder vorhanden, muss auch M erhöht werden, da ein einziges Land nicht mehr preisbestimmend ist. In Abbildung (5.39) ist die neue Merit Order zur Rohertragsoptimierung für das Land 1, basierend auf Abbildung (5.36) und der Tabelle (5.5), zu sehen. Tabelle (5.5) wurde mithilfe von Gleichung (5.71) und einem frei gewählten Faktor M von 0.8 gebildet. Der erste Eintrag in die Tabelle für die Importe bedeutet, dass 32.3 MW zu einem Preis von EUR 90 importiert werden können. Jeder weitere Eintrag in die Tabelle ist ein zusätzlicher Import mit dem nebenstehenden Preis. So können bis zu 97 MW zu einem Preis von EUR 90 importiert werden. Aufgrund der sehr groben Merit Order ist hier leider bei einem geringeren Import keine Veränderung im Preis zu erkennen. Der vierte Eintrag in die Tabelle mit den Importen zeigt den Preis, falls um 5% mehr importiert werden (101.8 MW gesamt) und der fünfte Eintrag zeigt den Preis für einen 10% höheren Import als ursprünglich (106.7 MW gesamt). Nach demselben Prinzip wurde auch die Tabelle für die Exporte (5.6) des Landes 2 erstellt.

Da Land 2 in diesem Beispiel nichts importiert, bleibt die Merit Order im Land 2 unverändert. Die exportierte Leistung aus Land 2 wird über den Bedarf in die Optimierung eingebracht. Die rechte Tabelle (5.6) gibt dabei die Preise für den zusätzlichen Bedarf an. Die grafische Darstellung hierfür befindet sich in Abbildung (5.40). Dafür muss jedoch diese Leistung zur aktuellen

Importe	
Menge	Preis
MW	EUR
32.3	90
32.3	90
32.3	90
4.85	94
4.85	94

Exporte	
Menge	Preis
MW	EUR
0	0
0	0
0	0
0	0
0	0

Tabelle 5.5: Import- und Export Tabelle Land 1

Importe	
Menge	Preis
MW	EUR
0	0
0	0
0	0
0	0
0	0

Exporte	
Menge	Preis
MW	EUR
32.3	92
32.3	92
32.3	90
4.85	84
4.85	84

Tabelle 5.6: Import- und Export Tabelle Land 2

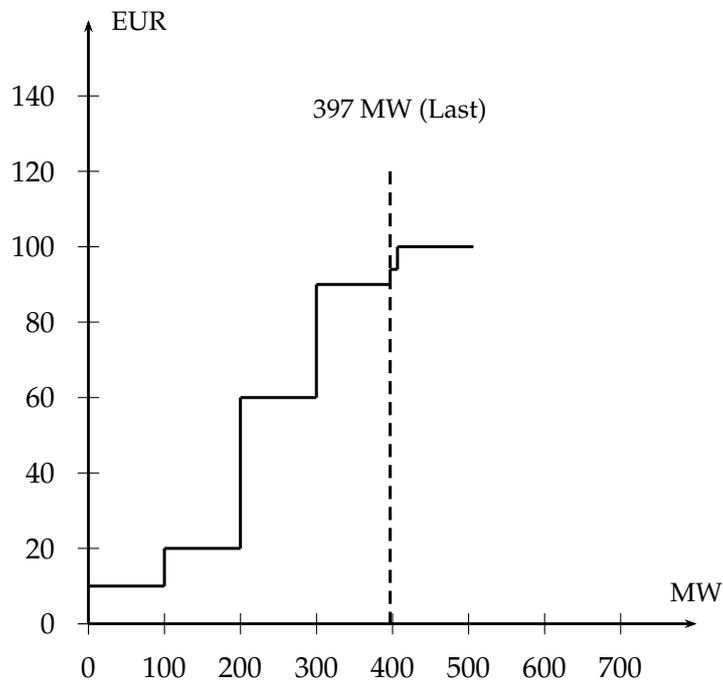


Abbildung 5.39: neue Merit Order für Land 1 und Bedarfslinie

Last vom teuersten zum günstigsten Export addiert werden. Anhand dieser Abbildung wird nun für das Land für jedes Intervall eine Tabelle ähnlich der Tabelle (5.3) aus Abschnitt (5.3.2) erstellt. Die Tabellen (5.7) zeigen für das Land 1, wieviel zu welchem Preis turbiniert bzw. gepumpt werden kann.

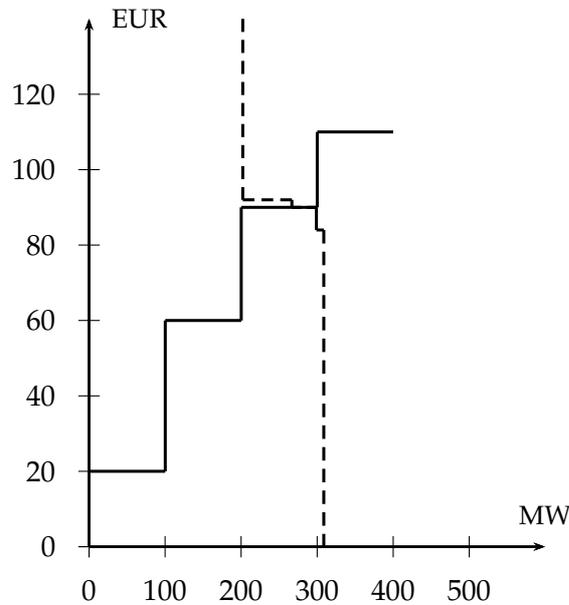


Abbildung 5.40: neue Merit Order für Land 2 und Bedarfslinie

Turbinenleistung			Pumpenleistung		
	P_{Turb} MW	Preis EUR		P_{Pump} MW	Preis EUR
k_1	297	10	k_1	100109,7	999
k_2	197	20	k_2	9,7	100
k_3	97	60	k_3	0	0
k_4	0	0	k_4	0	0
k_5	0	0	k_5	0	0
k_6	0	0	k_6	0	0

Tabelle 5.7: Turbinen- und Pumpenleistungen für Land 1

Mit der neuen Merit Order und den so erstellten Tabellen für die Turbinen- und Pumpenleistungen wird nun für jedes Land einzeln eine Rothertragsmaximierung durchgeführt. Anschließend werden die Werte der Turbinen- und Pumpenleistung für jedes Intervall T_i abgespeichert. Weiters ist zu erwähnen, dass bei der Erstellung der Tabellen für die Turbinen- und Pumpenleistungen am Ende der Merit Order immer Dummy Kraftwerke hinzugefügt werden. Dies ist wichtig, falls die Last zu Spitzenlastzeiten nicht gedeckt werden kann. Mit diesem Trick bleibt das Problem auch in diesem Fall lösbar. In der Tabelle für die Turbinenleistung wird immer ein großes, aber sehr billiges Dummy Kraftwerk am Ende der Merit Order angehängt, wo-

durch auch sichergestellt wird, dass bei der Rohertragsmaximierung dieses Kraftwerk nicht verwendet wird, da für die turbinierete Energie in diesem Bereich nur ein geringerer Rohertrag erwirtschaftet werden kann. Erst wenn dieser Bereich durch eine größere Turbinenleistung überschritten wird, steigt der Preis plötzlich an. Abbildung (5.41) dient als Beispiel für einen Fall, in dem die Last ohne den Einsatz von Speicherkraftwerken nicht gedeckt werden kann. Tabelle (5.8) listet die Preise für die Turbinen- und Pumpenleistungen für Abbildung (5.41) auf.

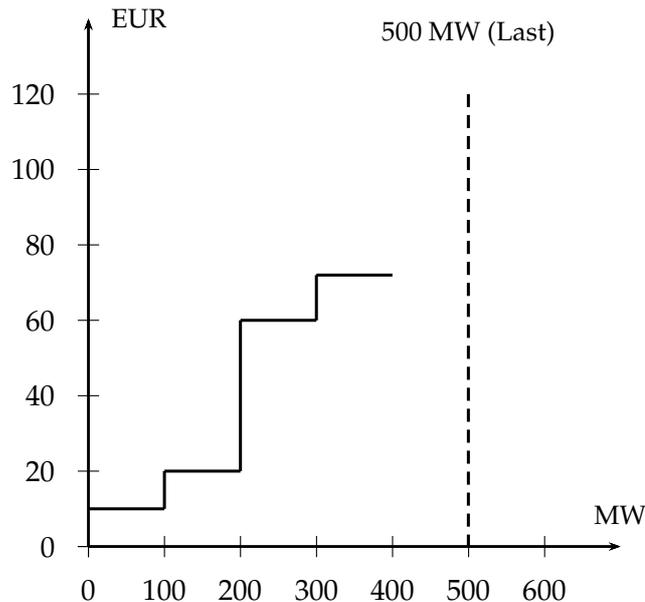


Abbildung 5.41: Last kann ohne Speichereinsatz nicht gedeckt werden

Turbinenleistung			Pumpenleistung		
	P_{Turb} MW	Preis EUR		P_{Pump} MW	Preis EUR
k_1	500	10	k_1	100006,7	999
k_2	400	20	k_2	0	0
k_3	300	60	k_3	0	0
k_4	200	72	k_4	0	0
k_5	100	0,1	k_5	0	0

Tabelle 5.8: Turbinen- und Pumpenleistungen für den Fall zu geringer Kraftwerksleistung

Der erste Eintrag für die Turbinenleistung in Tabelle (5.8) zeigt, dass man für eine Turbinenleistung von 100 MW nur EUR 0,1 erhält. Erst ab einer Turbinenleistung größer als 100 MW kann ein hoher Rohertrag erwirtschaftet werden, wodurch bei der Rohertragsmaximierung immer mehr als 100 MW turbinieret werden. In der Tabelle mit den Pumpenleistungen ist zu erkennen, dass eine sehr große Menge zu einem sehr hohen Preis gepumpt werden kann. Schuld an dem hohen Preis ist wieder ein Dummy Kraftwerk (in diesem Beispiel besitzt das

Dummy KW eine Leistung von 100 GW), welches nun jedoch sehr teuer ist. Dadurch wird ein Pumpen in diesem Bereich unterbunden. Ein Pumpen zur Speicherbefüllung gäbe in diesem Intervall wahrscheinlich kein optimales Ergebnis.

5.5.2.3 Beschreibung des dritten Schrittes

In diesem Schritt wird mit den zuvor gesicherten Turbinen- und Pumpenleistungen für jedes Intervall Ti eine Gesamtkostenminimierung durchgeführt. Diese Gesamtkostenminimierung ist fast identisch mit der Gesamtkostenminimierung aus dem Schritt 1, also wie die Gesamtkostenminimierung für mehrere Länder aus Abschnitt (5.4). Unterschiedlich sind lediglich eine veränderte Nebenbedingung und zwei zusätzliche Nebenbedingungen in (5.72).

$$\begin{aligned} & \sum_{Ti} P_{Turb_single}(i, Ti, store) \cdot disc(i, Ti) + \\ & - \sum_{Ti} P_{Pump_single}(i, Ti, store) \cdot disc(i, Ti) \cdot Attributes(i, store, eta_pump) \leq \\ & Attributes(i, store, inflow) \end{aligned} \tag{5.72}$$

$$P_{Pump}(i, Ti) = P_total_max(i, Ti)$$

$$P_{Turb}(i, Ti) = Pump_total_max(i, Ti)$$

Die erste Nebenbedingung ist mit Ausnahme des \leq -Zeichens identisch mit der Nebenbedingung aus Abschnitt (5.4). Diese Modifikation ist notwendig, da die Lösung dieses Optimierungsproblems aufgrund der Rundungsfehler von GAMS zu Matlab und anschließend wieder von Matlab zu GAMS unlösbar (infeasible) werden kann. Da es sich hier um eine Gesamtkostenminimierung handelt, beeinflusst das \leq -Zeichen das Ergebnis nicht. Bei der Gesamtkostenminimierung wird ohnehin immer versucht den gesamten Zufluss auch tatsächlich abzuarbeiten. Die beiden anderen Nebenbedingungen sorgen dafür, dass bei der Gesamtkostenminimierung immer exakt soviel turbinert und gepumpt wird, wie sich aus der Rothertragsmaximierung ergab. Durch diese Einschränkung optimiert die Gesamtkostenminimierung nur die Importe und Exporte zwischen den Ländern. Außerdem erhält man durch die Gesamtkostenminimierung die korrekten Zonenpreise für jedes Land und für jedes Intervall Ti .

5.5.2.4 Beschreibung des vierten Schrittes

Solange der Iterationszähler n kleiner gleich der maximalen Anzahl der Iterationen $iter_max$ ist, wird danach jedesmal wieder zu Schritt 2 gesprungen und erneut eine Rothertragsmaximierung für jedes Einzelland durchgeführt. Anschließend Schritt 3 und wieder die Abfrage. Wurden die angegebenen Iterationen durchgeführt, wird zu Schritt 5 gesprungen.

5.5.2.5 Beschreibung des fünften Schrittes

Für jede Iteration werden die Rotherträge jedes Landes und die zugehörigen Turbinen- und Pumpenleistungen für jedes Intervall Ti gespeichert. Hier wird die Iteration k gesucht, welche den höchsten Rothertrag bringt. Danach wird wieder eine Gesamtkostenminimierung aus Schritt 3 durchgeführt mit den Turbinen- und Pumpenleistungen aus der k -ten Iteration, um die nicht gespeicherten Zonenpreise, Importe und Exporte für alle Länder zu erhalten.

5.5.3 Optimierungsergebnisse

Als erstes Beispiel sollen nun wieder nur Österreich und Deutschland betrachtet werden. Das Ergebnis für Österreich kann in Abbildung (5.42) und das Ergebnis für Deutschland in Abbildung (5.43) betrachtet werden. Das Verhältnis des erwirtschafteten Rohertrages aus der Rohertragsmaximierung zur Gesamtkostenminimierung beträgt hier 14,7 Prozent. Somit ist dieses Verhältnis gerade einmal um ein Prozent niedriger als das tatsächlich gefundene Optimum aus der Rohertragsmaximierung des Gesamtmarktes von Österreich und Deutschland.

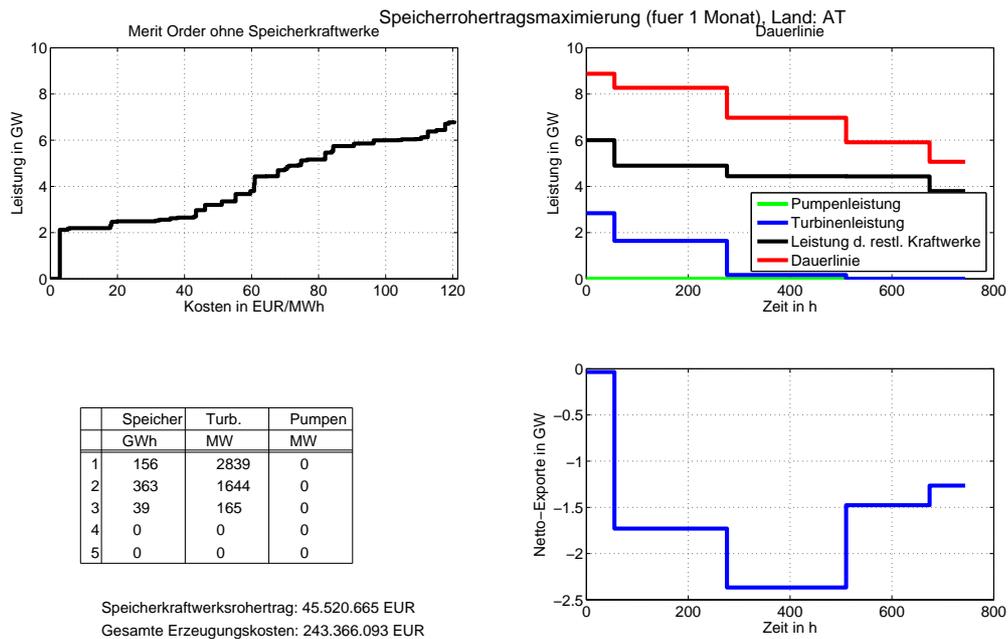


Abbildung 5.42: Rohertragsmaximierung bei Marktkopplung Österreich-Deutschland, Ergebnisse für Österreich

Weiters wurden hier wieder die acht europäischen Länder optimiert. Das Ergebnis für den Turbinen- und Pumpeneinsatz für Österreich ist in Abbildung (5.44) zu erkennen. In Abbildung (5.45) und (5.46) erkennt man für das Spitzenlastintervall und für das Niederlastintervall die transportierten Leistungen zwischen den Ländern und die Zonenpreise für jedes Land. Vergleicht man das Spitzenlastintervall hier mit dem der Gesamtkostenminimierung, so kann man erkennen, dass die Zonenpreise hier aufgrund des reduzierten Turbineneinsatzes deutlich höher sind. Im Niederlastintervall sind die Zonenpreise jedoch sogar geringfügig unter den Zonenpreisen der Gesamtkostenminimierung, da weniger gepumpt wird. Die vollständigen Simulationsergebnisse sind im Anhang für Jänner und Juni 2008 dargestellt.

In Abbildung (5.47) kann der erwirtschaftete Rohertrag über die Iterationen betrachtet werden. Aufgrund der Tatsache, dass alle Länder gegeneinander arbeiten, kommt es zu den Schwankungen im Rohertrag. Die rote Linie zeigt wieder den Rohertrag für die SKW Betreiber, wenn sie ihre Kraftwerke nach der gesamtkostenminimierenden Betriebsweise einsetzen. Der Rohertrag aus der Rohertragsmaximierung liegt bei jeder Iteration deutlich über dem Rohertrag aus der Gesamtkostenminimierung. Um den Verlauf des Rohertrags über die Iterationen zu zeigen, wurden hier 50 Iterationen durchgeführt. Jedoch sind selten mehr als fünf bis zehn Iterationen

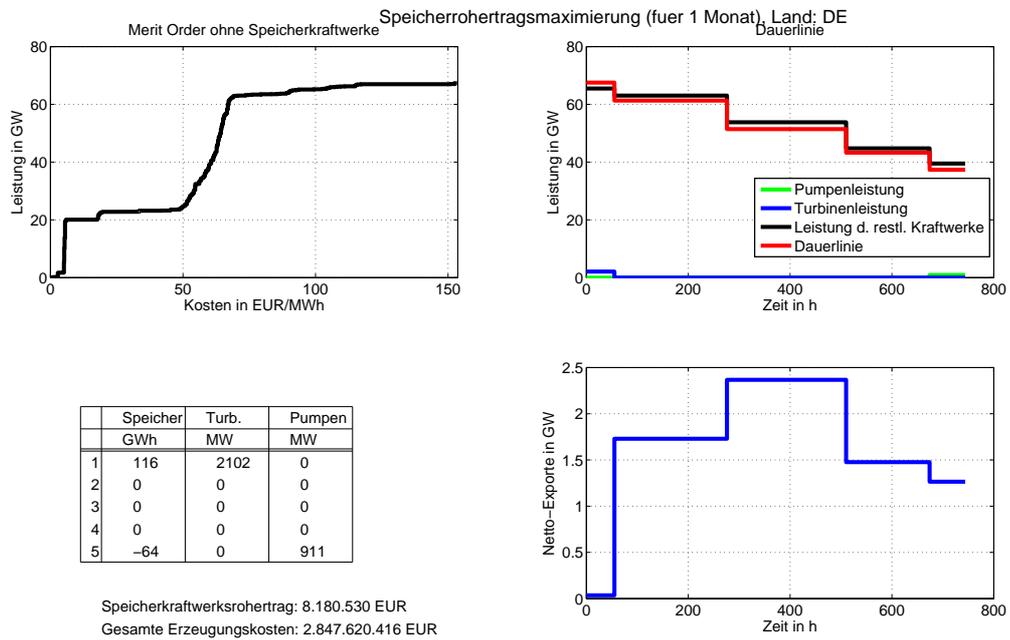


Abbildung 5.43: Rohertragsmaximierung bei Marktkopplung Österreich-Deutschland, Ergebnisse für Deutschland

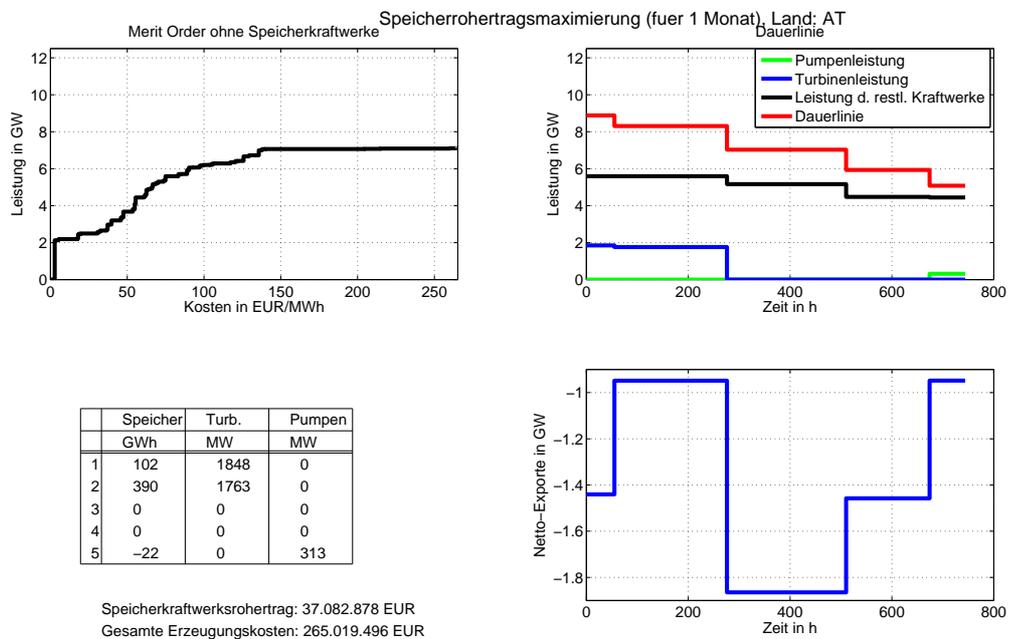


Abbildung 5.44: Rohertragsmaximierung für Zentraleuropa, Ergebnisse für Österreich

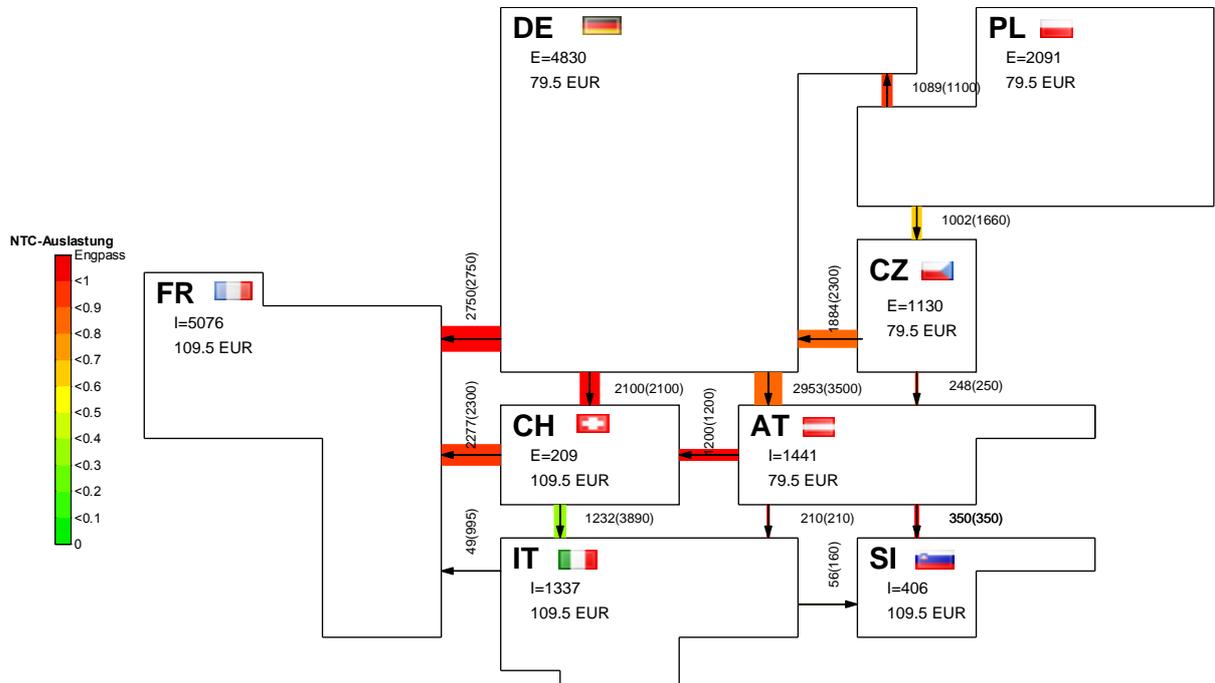


Abbildung 5.45: Rohertragsmaximierung für Zentraleuropa: Spitzenlast

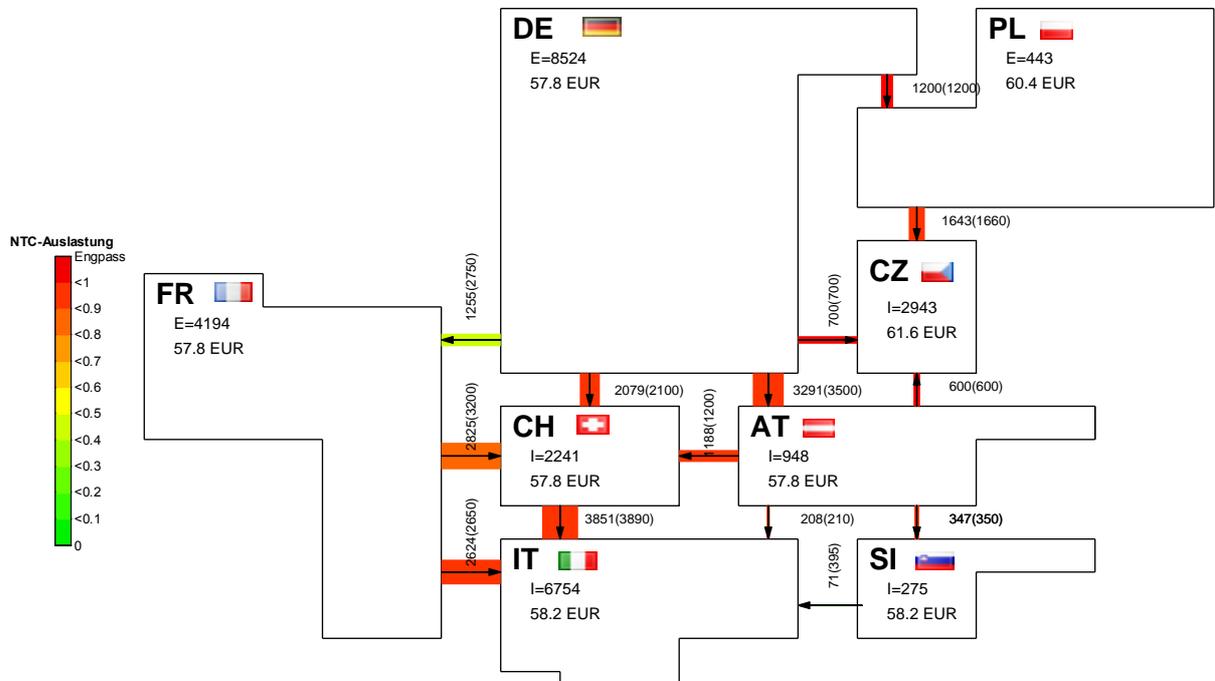


Abbildung 5.46: Rohertragsmaximierung für Zentraleuropa: Niederlast

für einen relativ hohen Rohertrag notwendig. Insgesamt war eine Steigerung des Rohertrages von 23 Prozent gegenüber der Gesamtkostenminimierung für alle Länder gemeinsam möglich. Abbildung (5.48) zeigt noch einmal, dass die Pumpenergie zur Rohertragsmaximierung

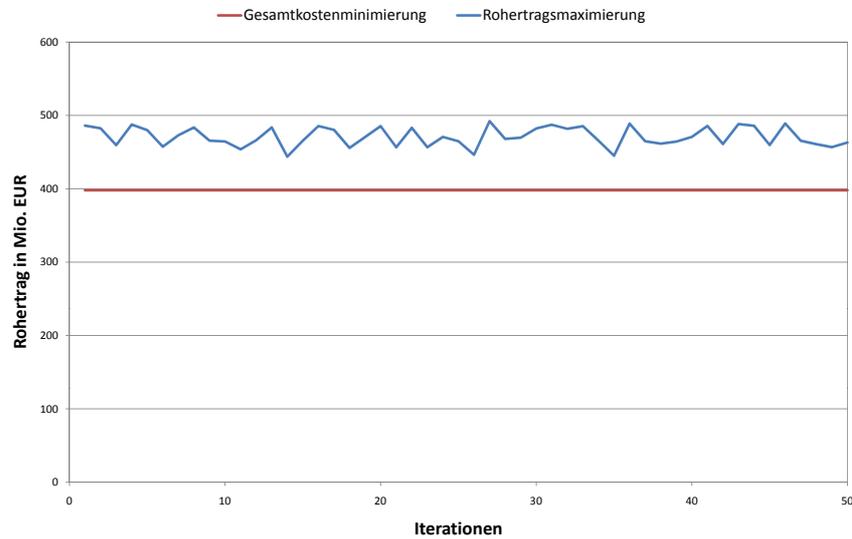


Abbildung 5.47: Verlauf des Rohertrages über die Iterationen für Zentraleuropa

immer kleiner der Pumpenergie zur Gesamtkostenminimierung ist. Die Trendlinie zeigt, wie der Rohertrag mit abnehmender Pumpenergie steigt.

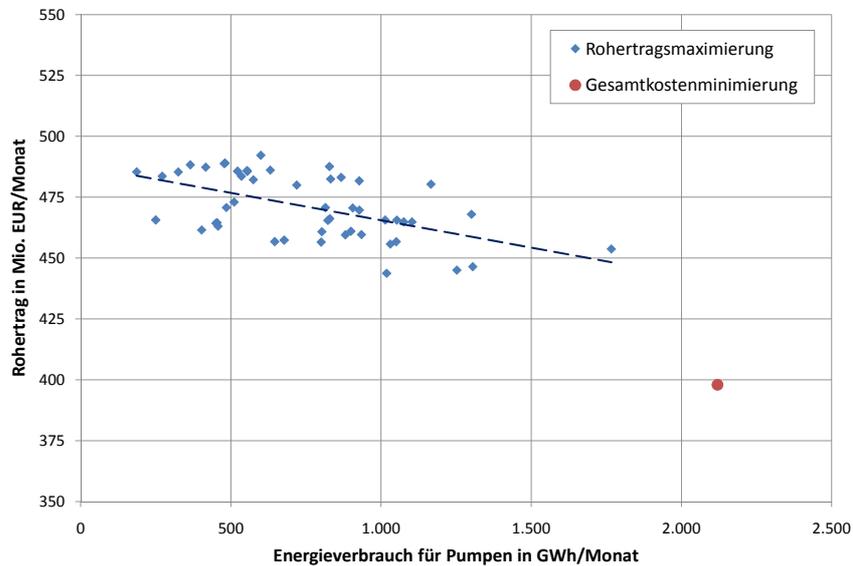


Abbildung 5.48: Verlauf des Rohertrages über die Pumpenergie für Zentraleuropa

6 Datenstruktur

In diesem Abschnitt wird gezeigt, welche Daten zur Optimierung mit GAMS bereitgestellt werden müssen und welche Ergebnisse mit GAMS berechnet werden.

6.1 Inputdaten

Zur Optimierung müssen zuvor die entsprechenden Parameter für das Modell zur Verfügung gestellt werden. Diese Parameter umfassen folgende Daten:

- diskretisierte Dauerlinie in MW für jedes Land
- Diskretisierungswerte in h
- Merit Order für jedes Land
- maximale Turbinenleistung in MW für jedes SKW bzw. PSKW
- maximale Pumpenleistung in MW für jedes PSKW
- Umwälzwirkungsgrade für jedes PSKW
- maximale Speicherkapazität in MWh für jedes SKW bzw. PSKW
- Zuflüsse in MWh für jedes SKW bzw. PSKW
- verfügbare Übertragungskapazitäten in MW zwischen den Ländern

6.2 Outputdaten

Am Ende der Optimierung mit GAMS erhält man folgende Werte:

- Turbinenleistung in MW für jedes Intervall T_i und für jedes Land
- Pumpenleistung in MW für jedes Intervall T_i und für jedes Land
- Zonenpreise in EUR für jedes Land
- Übertragungsleistungen in MW zwischen den Ländern

Mit diesen Daten ist es möglich, den Rohertrag für die Speicherkraftwerksbetreiber, den Rohertrag für alle Kraftwerksbetreiber sowie die gesamten Kosten für den Einsatz der Kraftwerke zu berechnen.

7 Resümee

Der stetige Ausbau und Einsatz von Energiespeichern ist aufgrund der ständig zunehmenden Stromerzeugung aus fluktuierenden Einspeisern wie Windkraft und Photovoltaik für einen zuverlässigen Betrieb des Elektrizitätssystems immer von Bedeutung. Eine Speichereinsatzoptimierung nach wirtschaftlichen Gesichtspunkten dient entweder der Minimierung der gesamten Erzeugungskosten oder zur Maximierung der Roherträge für die Speicherkraftwerksbetreiber. Der altbewährte Ansatz in der Elektrizitätswirtschaft ist der gesamtkostenminimierende. Ein geringerer CO₂ Ausstoß durch den verminderten Einsatz von Gasturbinen- und GuD-Kraftwerken sowie eine bzgl. Gesamtwohlfahrt optimale Fahrweise der Kraftwerke sind die sich ergebenden Vorteile. In einem liberalisierten Strommarkt erwirtschaften die Betreiber von Speicherkraftwerke bei dieser Betriebsweise unter Umständen nur einen geringen bis keinen Rohertrag. Der zweite Ansatz der Rohertragsmaximierung versucht die Speicherkraftwerke betriebswirtschaftlich so einzusetzen, dass ein Maximum an Erträgen erwirtschaftet werden kann. Die Rohertragsmaximierung für mehrere gekoppelte Märkte stellt theoretisch ein nicht-lineares Problem dar. Für einen einzigen Markt kann diese Maximierung jedoch als gemischt ganzzahliges lineares Programm formuliert und dadurch immer optimal gelöst werden. Die Entwicklung der Marktorganisation geht in Kontinentaleuropa immer stärker in die Richtung gekoppelter Strommärkte. Bei mehreren gekoppelten Märkten steigt jedoch die Komplexität der Optimierungsaufgabe. Deshalb wurde hierfür ein iterativer Algorithmus entwickelt, welcher zuerst die Märkte einzeln optimiert und danach die Wechselwirkungen zwischen den Märkten korrigiert. Da in dieser Optimierung die Marktakteure gegeneinander wirken, gibt es kein eindeutiges Gleichgewicht und somit keine stabile Lösung durch diese Optimierung. Es konnte jedoch gezeigt werden, dass spätestens nach etwa fünf Iterationen eine sehr gute Lösung gefunden werden kann. Der Nachteil dieser betriebswirtschaftlich optimalen Betriebsweise der Kraftwerke sind höhere Erzeugungskosten im Gesamtmarkt aufgrund des geringeren Einsatzes der Speicherkraftwerke, wodurch auch die Marktpreise in den Hochlastzeiten ansteigen. Durch den geringeren Pumpeneinsatz zur Niederlastzeit sind die Marktpreise dort jedoch sogar unter den Marktpreisen aus der Gesamtkostenminimierung. Die Simulation der Gesamtkostenminimierung ist auch für gekoppelte Märkte als lineares Optimierungsproblem lösbar. Dieser Algorithmus stellt nicht nur bei zentraler Einsatzplanung den Standard dar, sondern liefert auch für große Unternehmen mit einem gemischten Kraftwerkspark und einem hohen Kundenbedarf sinnvolle Ergebnisse. Die Rohertragsmaximierung könnte für Unternehmen mit rein hydraulischem Kraftwerkspark eine betriebswirtschaftliche Option darstellen. In der vorliegenden Arbeit wurden Optimierungen für Österreich und Deutschland als Einzelmarkt, sowie als gekoppelte Märkte und für acht Staaten in Zentraleuropa (Österreich, Deutschland, Schweiz, Frankreich, Italien, Polen, Tschechien, Slowenien) für den Jänner und Juni 2008 durchgeführt. Für jede dieser Kombinationen wurden beide Einsatzoptimierungen angewandt. Es zeigte sich, dass in der Simulation die Rohertragsoptimierung tendenziell weniger Pumpeneinsatz und mehr Turbinenbetrieb in den Schwachlastzeiten bewirkt. Die mögliche Steigerung des Rohertrags betrug in der Simulation mit vereinfachten Parametern bis zu 23% und ist von mehreren Faktoren abhängig. Ein wesentlicher Faktor hierfür sind die natürlichen Zuflüsse, welche monatlich stark differieren. In den Wintermonaten kann eine größere relative Steigerung des Rohertrages erzielt werden, als in den Sommermonaten, wo die hohen natürlichen Zuflüsse den Spielraum für kurzfristige Speicherbewirtschaftung stark einschränken. Weitere wichtige Einflussfaktoren auf das Verhältnis des Rohertrages einer betriebswirtschaftlichen zu einer volkswirtschaftlichen Fahrweise sind die Umwälzungswirkungsgrade und der Gradient

der Merit Order. Weiters ist die Qualität des Ergebnisses der Optimierung sehr stark von der Qualität der Eingangsdaten abhängig.

Abschließend werden hier noch einige Verbesserungsmöglichkeiten aufgezeigt. Treten in einer Periode mehrere Pump-Turbinier-Zyklen auf, so kann das maximale Speichervolumen in der Dauerlinienbetrachtung nicht berücksichtigt werden. Durch eine Betrachtung der Ganglinien können die erwähnten Ungenauigkeiten beseitigt werden. Weiters ist anzumerken, dass die hier verwendete Merit Order auf den variablen Kosten im Stationärbetrieb basiert und daher geringere Preisdifferenzen als die Praxis liefert. Zusätzlich können die Anfahrzeiten- und -kosten in die Optimierung eingebracht werden, um realistische Marktpreise in Extremsituationen simulieren zu können und um ein häufiges Hoch- und Niederfahren von Must-Run Kraftwerken zu minimieren. Für ein genaueres Ergebnis kann die Auflösung der Dauerlinie erhöht werden. Um das Modell weiter zu verfeinern sollen noch wasserwirtschaftliche Restriktionen wie Mindestwassermengen und Schwallbegrenzungen modelliert werden. Zusätzlich können komplexe Speichertopologien und Anlagenkonzepte in das Modell eingebracht werden. Der hier entwickelte Algorithmus könnte außerdem von einem weiteren Algorithmus zur Jahresspeicherbewirtschaftung überlagert werden.

Nomenklatur

AT	... Österreich
bzgl.	... bezüglich
bzw.	... beziehungsweise
ENTSOE	... European Network of Transmission System Operators for Electricity
GAMS	... General Algebraic Modeling System
GuD	... Gas- und Dampfturbine
PSKW	... Pumpspeicherkraftwerk
SKW	... Speicherkraftwerk
usw.	... und so weiter
CH	... Schweiz
CZ	... Tschechien
DDP	... Dual Dynamic Programming
DE	... Deutschland
FR	... Frankreich
IT	... Italien
LP	... Linear Program (Lineares Programm)
MILP	... Mixed Integer Linear Problem (Gemischt Ganzzahliges Lineares Problem)
MINLP	... Mixed Integer Non-Linear Problem (Gemischt Ganzzahliges Nichtlineares Problem)
MIQCP	... Mixed Integer Quadratic Problem Gemischt Ganzzahliges Quadratisches Problem
NLP	... Non-Linear Problem (Nichtlineares Problem)
PL	... Polen
SI	... Slowenien

Tabellenverzeichnis

5.1	Ausgangsdaten für die Gesamtkostenminimierung	40
5.2	einfache Merit Order	41
5.3	Turbinenleistungen für Hochlast und Niederlast	46
5.4	Pumpenleistungen für Hochlast und Niederlast	46
5.5	Import- und Export Tabelle Land 1	76
5.6	Import- und Export Tabelle Land 2	76
5.7	Turbinen- und Pumpenleistungen für Land 1	77
5.8	Turbinen- und Pumpenleistungen für den Fall zu geringer Kraftwerksleistung .	78
A.1	Simulationsdaten Jänner 2008	93
A.2	Simulationsdaten Juni 2008	94

Abbildungsverzeichnis

2.1	konvexe Menge (links) und nicht konvexe Menge (rechts)	3
2.2	konvexe Funktion	4
2.3	grafische Darstellung eines einfachen LP	7
2.4	schwache Dualität	9
2.5	starke Dualität	9
3.1	Prinzipskizze eines PSKW (Huber, 2010, S. 47)	10
3.2	Aufbringung und Verwendung im Jänner 2008, Datenquelle: (E-Control, 2010)	12
3.3	Aufbringung und Verwendung im Juni 2008, Datenquelle: (E-Control, 2010)	13
3.4	ternärer Pumpspeichersatz (OVE, 2009, S. a25)	13
3.5	reversible Pumpturbine (OVE, 2009, S. a25)	13
3.6	Prinzipskizze eines hydraulischen Anfahrwandlers (Naunheimer, Bertsche & Lechner, 2007, S. 398)	14
3.7	Übergangszeiten für ternären Pumpspeichersatz (OVE, 2009, S. a26)	15
3.8	Übergangszeiten für reversible Pumpturbine (OVE, 2009, S. a26)	15
4.1	Flussdiagramm zur Veranschaulichung des DDP Algorithmus, vgl. (Pereira & Pinto, 1991)	20
22		
5.1	Darstellung der Merit-Order (links) und der Dauerline (rechts)	31
5.2	Zusammensetzung des Rodertrags, (Gutschi et al., 2011)	33
5.3	Grafische Darstellung des Optimierungsergebnisses bei den PSKW- Rodertragsmaximierung	34
5.4	Darstellung der Merit-Order (links) und der Dauerline (rechts)	35
5.5	Grafische Darstellung des Optimierungsergebnisses bei den SKW- Rodertragsmaximierung	36
5.6	Grafische Darstellung des Optimierungsergebnisses bei den PSKW- Gesamtkostenminimierung	37
5.7	Grafische Darstellung des Optimierungsergebnisses bei den SKW- Gesamtkostenminimierung	39
5.8	(a) gleichmäßig ansteigende, (b) konkave, (c) konvexe Merit Order	40
5.9	einfache Merit Order	41
5.10	Einfluss der Windenergie auf die Dauerlinie	41
5.11	Gesamtkostenminimierung	45
5.12	Gesamtkostenminimierung - gleichmäßig ansteigende Merit Order	51
5.13	Rodertragsmaximierung - gleichmäßig ansteigende Merit Order	51
5.14	Gesamtkostenminimierung - konkave Merit Order	52
5.15	Rodertragsmaximierung - konkave Merit Order	52
5.16	Gesamtkostenminimierung - konvexe Merit Order	53
5.17	Rodertragsmaximierung - konvexe Merit Order	53
5.18	Gesamtkostenminimierung - Österreich/Deutschland als Gesamtmarkt	54
5.19	Rodertragsmaximierung - Österreich/Deutschland als Gesamtmarkt	54
5.20	Gesamtkostenminimierung - Österreich ohne Zuflüsse	56
5.21	Rodertragsmaximierung - Österreich ohne Zuflüsse	56
5.22	Aufteilung der verfügbaren Transportkapazität	59
5.23	Aufteilung der verfügbaren Transportkapazität	61
5.24	Gesamtkostenminimierung AT/DE - Österreich	62

5.25	Gesamtkostenminimierung AT/DE - Deutschland	62
5.26	Gesamtkostenminimierung für Zentraleuropa: Spitzenlast	63
5.27	Gesamtkostenminimierung für Zentraleuropa: Niederlast	64
5.28	Gesamtkostenminimierung Zentraleuropa - Ergebnisse für Österreich	64
5.29	Rohertragsmaximierung nach dem Pumpleistungsreduktionsverfahren	66
5.30	Rohertragsmaximierung Pumpenergieerduktion - AT	68
5.31	Rohertragssteigerung durch Pumpenergieerduktion	68
5.32	Rohertragsmaximierung: Ansatz der Einzelländer-Rohertragsmaximierung I . .	70
5.33	Rohertragsmaximierung: Ansatz der Einzelländer-Rohertragsmaximierung II . .	71
5.34	Land 1 importiert von Land 2	71
5.35	Merit Order für Land 1 (links) und Land 2 (rechts) ohne Energieaustausch	72
5.36	Merit Order für Land 1 (links) und Land 2 (rechts) mit Energieaustausch	72
5.37	Merit Order für Land 1 (links) und Land 2 (rechts) ohne Energieaustausch und mit SKW Einsatz	73
5.38	Merit Order für Land 1 (links) und Land 2 (rechts) mit Energieaustausch und SKW Einsatz	74
5.39	neue Merit Order für Land 1 und Bedarfslinie	76
5.40	neue Merit Order für Land 2 und Bedarfslinie	77
5.41	Last kann ohne Speichereinsatz nicht gedeckt werden	78
5.42	Rohertragsmaximierung bei Marktkopplung Österreich-Deutschland, Ergebnis- se für Österreich	80
5.43	Rohertragsmaximierung bei Marktkopplung Österreich-Deutschland, Ergebnis- se für Deutschland	81
5.44	Rohertragsmaximierung für Zentraleuropa, Ergebnisse für Österreich	81
5.45	Rohertragsmaximierung für Zentraleuropa: Spitzenlast	82
5.46	Rohertragsmaximierung für Zentraleuropa: Niederlast	82
5.47	Verlauf des Rohertrages über die Iterationen für Zentraleuropa	83
5.48	Verlauf des Rohertrages über die Pumpenergie für Zentraleuropa	83
A.1	Gesamtkostenminimierung Europa Jänner 2008 - Intervall 1	95
A.2	Gesamtkostenminimierung Europa Jänner 2008 - Intervall 2	96
A.3	Gesamtkostenminimierung Europa Jänner 2008 - Intervall 3	96
A.4	Gesamtkostenminimierung Europa Jänner 2008 - Intervall 4	97
A.5	Gesamtkostenminimierung Europa Jänner 2008 - Intervall 5	97
A.6	Gesamtkostenminimierung Europa Jänner 2008 - Österreich	98
A.7	Gesamtkostenminimierung Europa Jänner 2008 - Deutschland	98
A.8	Gesamtkostenminimierung Europa Jänner 2008 - Schweiz	99
A.9	Gesamtkostenminimierung Europa Jänner 2008 - Frankreich	99
A.10	Gesamtkostenminimierung Europa Jänner 2008 - Italien	100
A.11	Gesamtkostenminimierung Europa Jänner 2008 - Slowenien	100
A.12	Gesamtkostenminimierung Europa Jänner 2008 - Polen	101
A.13	Gesamtkostenminimierung Europa Jänner 2008 - Tschechien	101
A.14	Gesamtkostenminimierung Europa Juni 2008 - Intervall 1	102
A.15	Gesamtkostenminimierung Europa Juni 2008 - Intervall 2	103
A.16	Gesamtkostenminimierung Europa Juni 2008 - Intervall 3	103
A.17	Gesamtkostenminimierung Europa Juni 2008 - Intervall 4	104
A.18	Gesamtkostenminimierung Europa Juni 2008 - Intervall 5	104
A.19	Gesamtkostenminimierung Europa Juni 2008 - Österreich	105

A.20 Gesamtkostenminimierung Europa Juni 2008 - Deutschland	105
A.21 Gesamtkostenminimierung Europa Juni 2008 - Schweiz	106
A.22 Gesamtkostenminimierung Europa Juni 2008 - Frankreich	106
A.23 Gesamtkostenminimierung Europa Juni 2008 - Italien	107
A.24 Gesamtkostenminimierung Europa Juni 2008 - Slowenien	107
A.25 Gesamtkostenminimierung Europa Juni 2008 - Polen	108
A.26 Gesamtkostenminimierung Europa Juni 2008 - Tschechien	108
A.27 Rothertragsmaximierung Europa Jänner 2008 - Intervall 1	109
A.28 Rothertragsmaximierung Europa Jänner 2008 - Intervall 2	110
A.29 Rothertragsmaximierung Europa Jänner 2008 - Intervall 3	110
A.30 Rothertragsmaximierung Europa Jänner 2008 - Intervall 4	111
A.31 Rothertragsmaximierung Europa Jänner 2008 - Intervall 5	111
A.32 Rothertragsmaximierung Europa Jänner 2008 - Österreich	112
A.33 Rothertragsmaximierung Europa Jänner 2008 - Deutschland	112
A.34 Rothertragsmaximierung Europa Jänner 2008 - Schweiz	113
A.35 Rothertragsmaximierung Europa Jänner 2008 - Frankreich	113
A.36 Rothertragsmaximierung Europa Jänner 2008 - Italien	114
A.37 Rothertragsmaximierung Europa Jänner 2008 - Slowenien	114
A.38 Rothertragsmaximierung Europa Jänner 2008 - Polen	115
A.39 Rothertragsmaximierung Europa Jänner 2008 - Tschechien	115
A.40 Rothertragsmaximierung Europa Juni 2008 - Intervall 1	116
A.41 Rothertragsmaximierung Europa Juni 2008 - Intervall 2	117
A.42 Rothertragsmaximierung Europa Juni 2008 - Intervall 3	117
A.43 Rothertragsmaximierung Europa Juni 2008 - Intervall 4	118
A.44 Rothertragsmaximierung Europa Juni 2008 - Intervall 5	118
A.45 Rothertragsmaximierung Europa Juni 2008 - Österreich	119
A.46 Rothertragsmaximierung Europa Juni 2008 - Deutschland	119
A.47 Rothertragsmaximierung Europa Juni 2008 - Schweiz	120
A.48 Rothertragsmaximierung Europa Juni 2008 - Frankreich	120
A.49 Rothertragsmaximierung Europa Juni 2008 - Italien	121
A.50 Rothertragsmaximierung Europa Juni 2008 - Slowenien	121
A.51 Rothertragsmaximierung Europa Juni 2008 - Polen	122
A.52 Rothertragsmaximierung Europa Juni 2008 - Tschechien	122

Literatur

- Boyd, S. & Vandenberghe, L. (2009). Convex optimization. Cambridge University: Cambridge University Press. (http://www.stanford.edu/~boyd/cvxbook/bv_cvxbook.pdf, abgerufen am: 22.02.2011)
- E-Control. (2010). Betriebsstatistik 2008 - Leistungsbilanz für den 3. Mittwoch. http://www.e-control.at/portal/page/portal/medienbibliothek/statistik/dokumente/xls/strom/2008/LeistBil_3Mi_oeff_2008_CL2.xls, abgerufen am: 22.02.2011.
- ENTSO-E. (2008). https://www.entsoe.eu/fileadmin/user_upload/_library/ntc/archive/NTC%20Matrix%20Winter%202008-2009%20v3-%20Bulgaria.pdf, abgerufen am: 22.02.2011.
- ENTSO-E. (2010). <https://www.entsoe.eu>, abgerufen am: 22.02.2011.
- GAMS. (2010). General Algebraic Modeling System. <http://gams.com/modtype/index.htm>.
- Gutschi, C., Huber, C., Konrad, W. & Stigler, H. (2011). Simulation der Auswirkungen unterschiedlicher Einsatzstrategien von (Pump-)Speicherkraftwerken auf den Elektrizitätsmarkt. IEWT 2011 Technische Universität Wien.
- Hofer, A. (2009). Skriptum: Entwurf optimaler Systeme. www.irt.tugraz.at, Technische Universität Graz.
- Huber, C. (2010). Zukünftige Rahmenbedingungen der europäischen Wasserkraftwirtschaft, Dissertation. IEE.
- Naunheimer, Bertsche & Lechner. (2007). Fahrzeuggetriebe: Grundlagen, Auswahl, Auslegung und Konstruktion. Springer Verlag Berlin Heidelberg: SpringerLink.
- OVE. (2009, 12). Innovationen bei Pumpspeichieranlagen. Elektrotechnik und Informationstechnik, a25–a31.
- Pereira, M. & Pinto, L. (1991). Multi-stage stochastic optimization applied to energy planning. Mathematical Programming 52, 359–375.

A Anhang

A.1 Simulationsdaten

A.1.1 Jänner 2008

Tabelle A.1: Simulationsdaten Jänner 2008

Kraftwerk	Zufluss	max. P_{turb}	max. P_{pump}	max. Speicherinhalt	η
	MWh	MW	MW	GWh	
AT 1	272	3372	0	1000	0
AT 2	0	603	600	1100	0,805
AT 3	201	2500	1773	1100	0,804
DE 1	2,8	85	0	100	0
DE 2	0	4893	4000	470	0,810
DE 3	510	1500	1929	500	0,800
CH 1	986	6498	0	1000	0
CH 2	0	642	540	1000	0,801
CH 3	166	1100	778	1000	0,800
FR 1	1746	11855	0	2000	0
FR 2	0	2685	3000	2000	0,804
FR 3	368	2500	1218	2200	0,800
IT 1	867	9182	0	2000	0
IT 2	0	2802	2800	2000	0,785
IT 3	377	4000	4087	2200	0,800
SI 1	0	1	1	10	0
PL 1	4	137	0	50	0
PL 2	0	814	900	500	0,801
PL 3	26	900	734	500	0,800
CZ 1	58	728	0	10	0
CZ 2	0	555	600	400	0,815
CZ 3	45	555	510	400	0,800

Zur besseren Veranschaulichung der möglichen Steigerung des Rohertrags entsprechen die Zuflussmengen in Tabelle (A.1) nur 85% der langjährigen Erwartungswerte der Zuflüsse des Jäners.

A.1.2 Juni 2008

Tabelle A.2: Simulationsdaten Juni 2008

Kraftwerk	Zufluss	max. P_{turb}	max. P_{pump}	max. Speicherinhalt	η
	MWh	MW	MW	GWh	
AT 1	678	3372	0	1000	0
AT 2	0	603	600	1100	0,805
AT 3	503	2500	1773	1100	0,804
DE 1	5,6	85	0	100	0
DE 2	0	4893	4000	470	0,810
DE 3	100	1500	1929	500	0,800
CH 1	1760	6498	0	1000	0
CH 2	0	642	540	1000	0,801
CH 3	298	1100	778	1000	0,800
FR 1	3200	11855	0	2000	0
FR 2	0	2685	3000	2000	0,804
FR 3	675	2500	1218	2200	0,800
IT 1	2565	9182	0	2000	0
IT 2	0	2802	2800	2000	0,785
IT 3	1117	4000	4087	2200	0,800
SI 1	0	1	1	10	0
PL 1	3	137	0	50	0
PL 2	0	814	900	500	0,801
PL 3	19,4	900	734	500	0,800
CZ 1	156	728	0	10	0
CZ 2	0	555	600	400	0,815
CZ 3	118	555	510	400	0,800

A.2 Gesamtkostenminimierung für Europa

A.2.1 Jänner

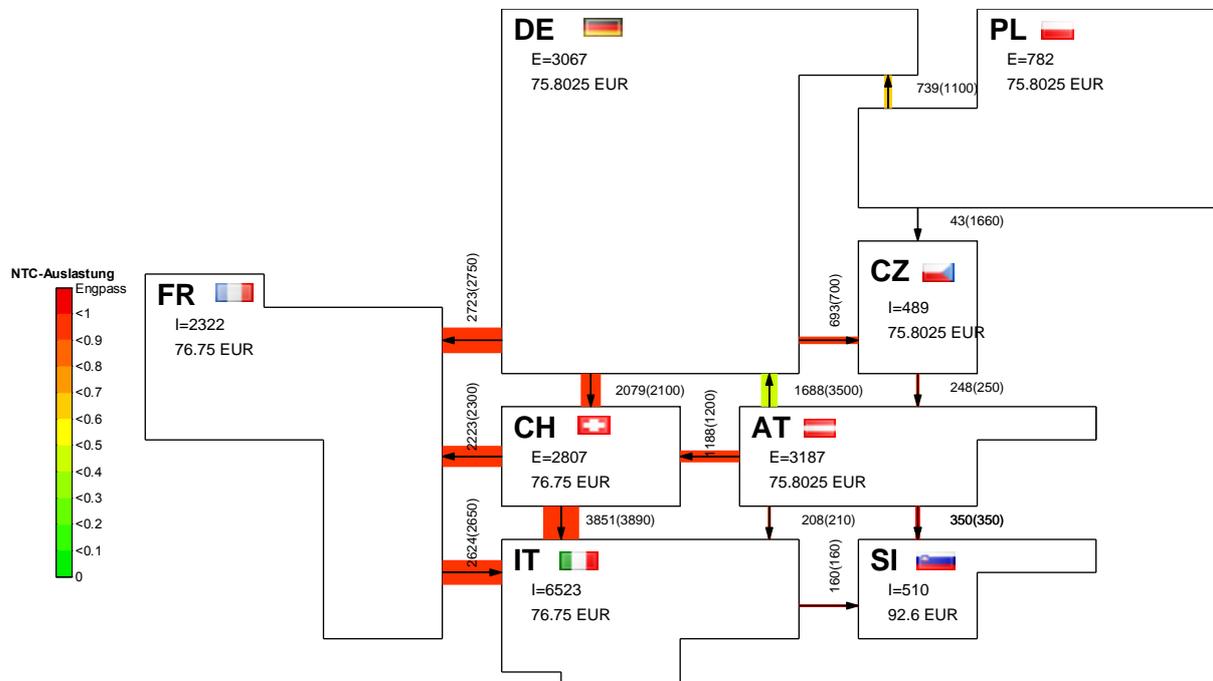


Abbildung A.1: Gesamtkostenminimierung Europa Jänner 2008 - Intervall 1

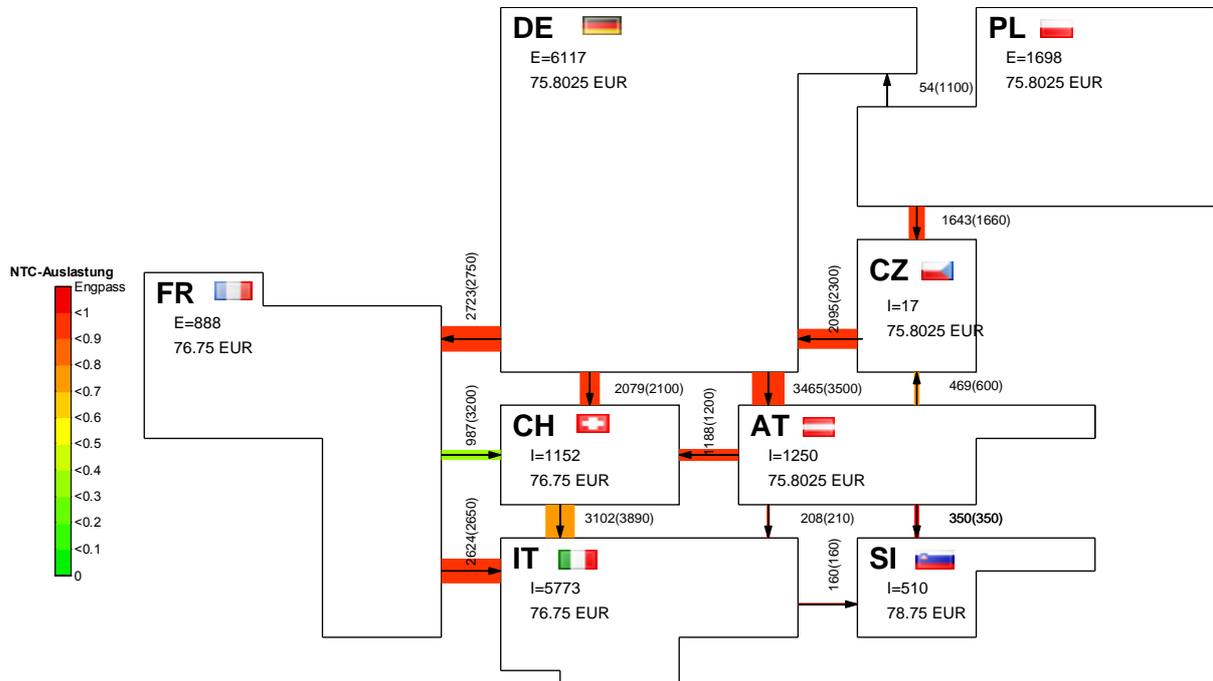


Abbildung A.2: Gesamtkostenminimierung Europa Jänner 2008 - Intervall 2

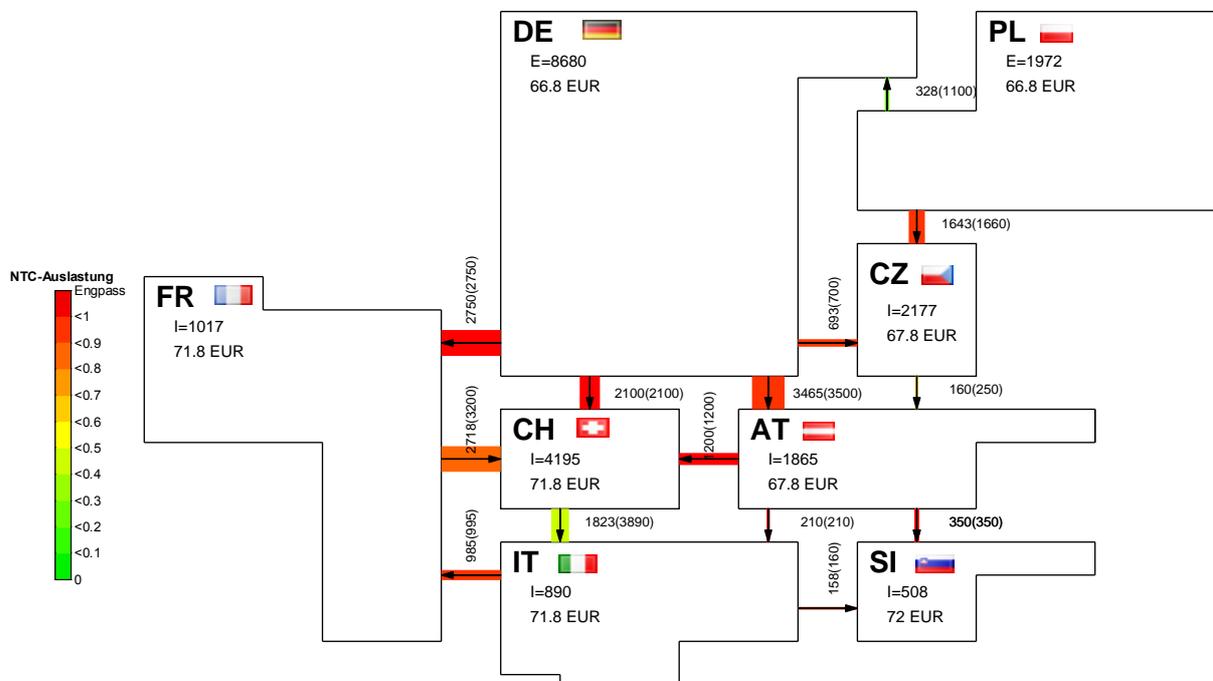


Abbildung A.3: Gesamtkostenminimierung Europa Jänner 2008 - Intervall 3

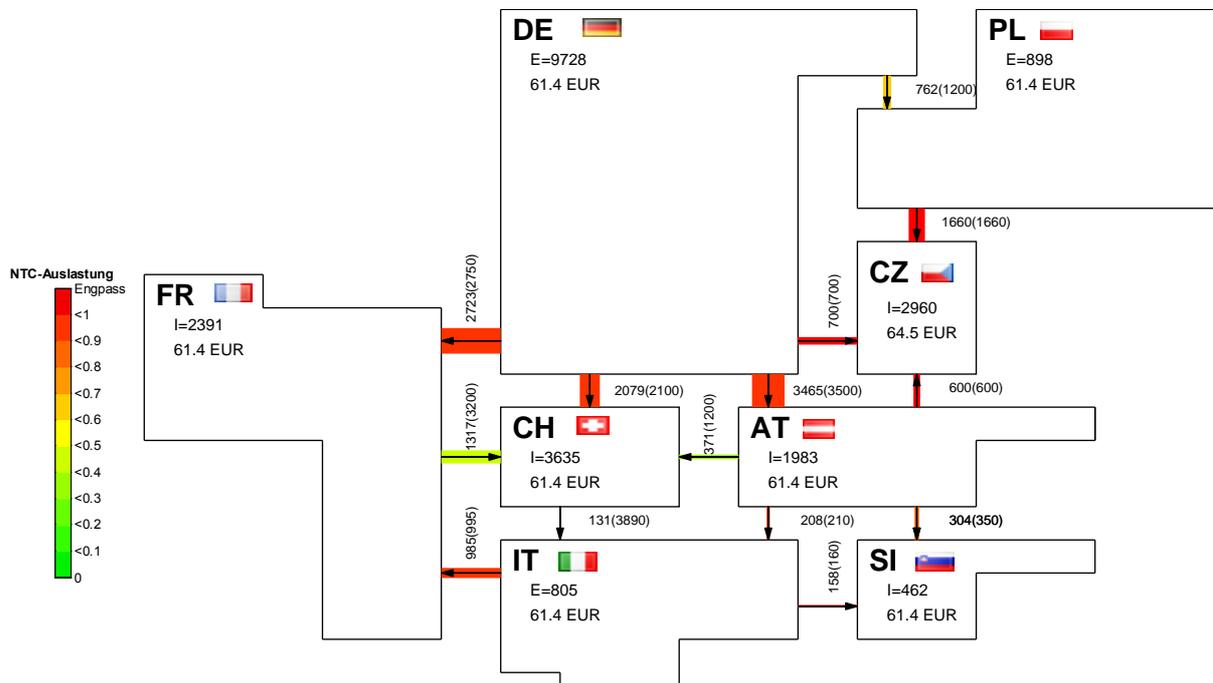


Abbildung A.4: Gesamtkostenminimierung Europa Jänner 2008 - Intervall 4

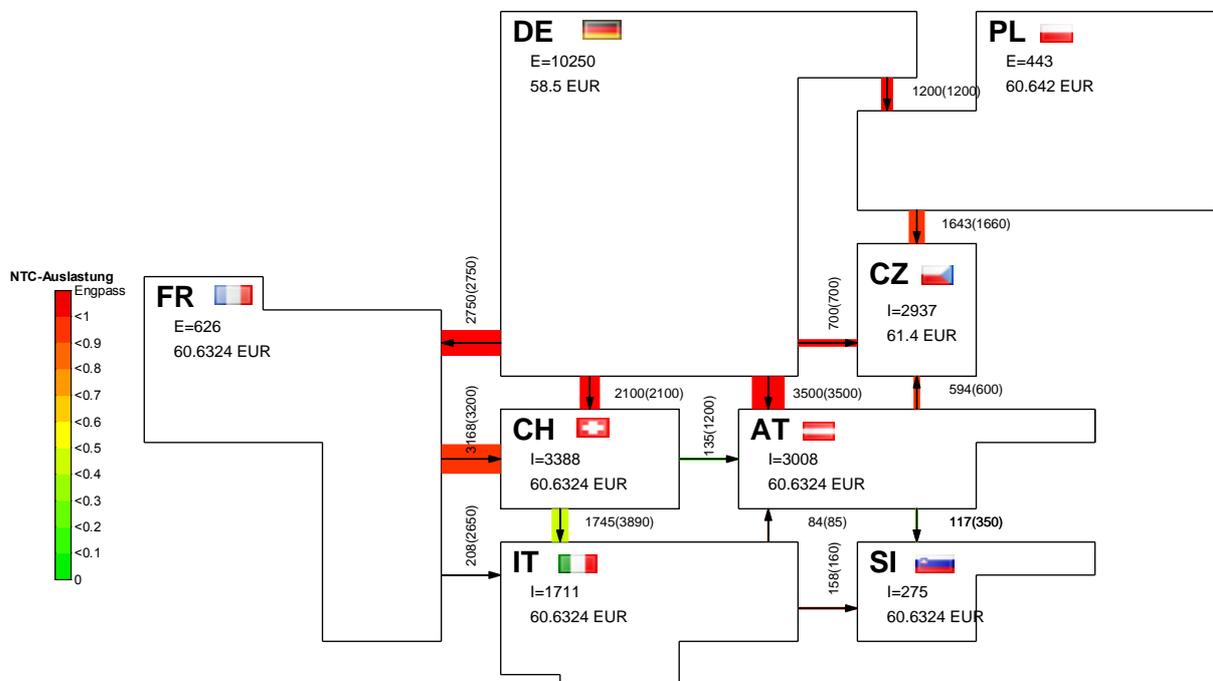


Abbildung A.5: Gesamtkostenminimierung Europa Jänner 2008 - Intervall 5

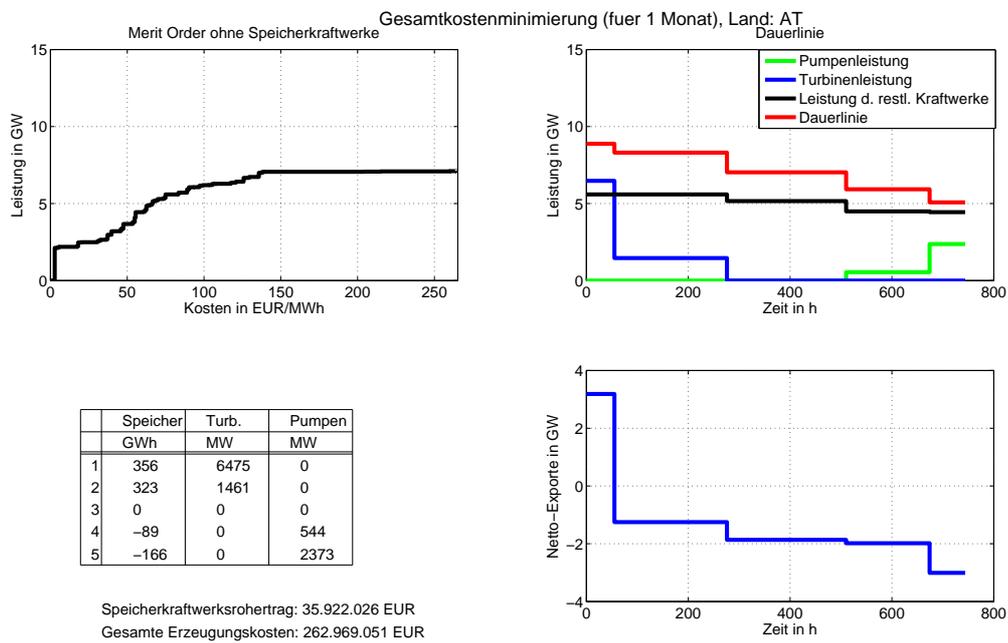


Abbildung A.6: Gesamtkostenminimierung Europa Jänner 2008 - Österreich

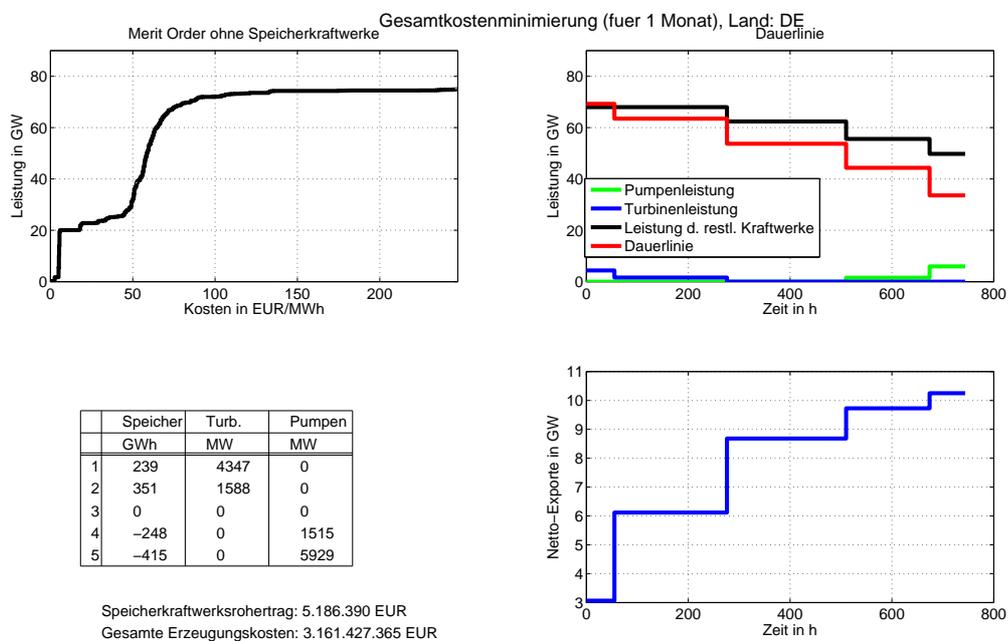


Abbildung A.7: Gesamtkostenminimierung Europa Jänner 2008 - Deutschland

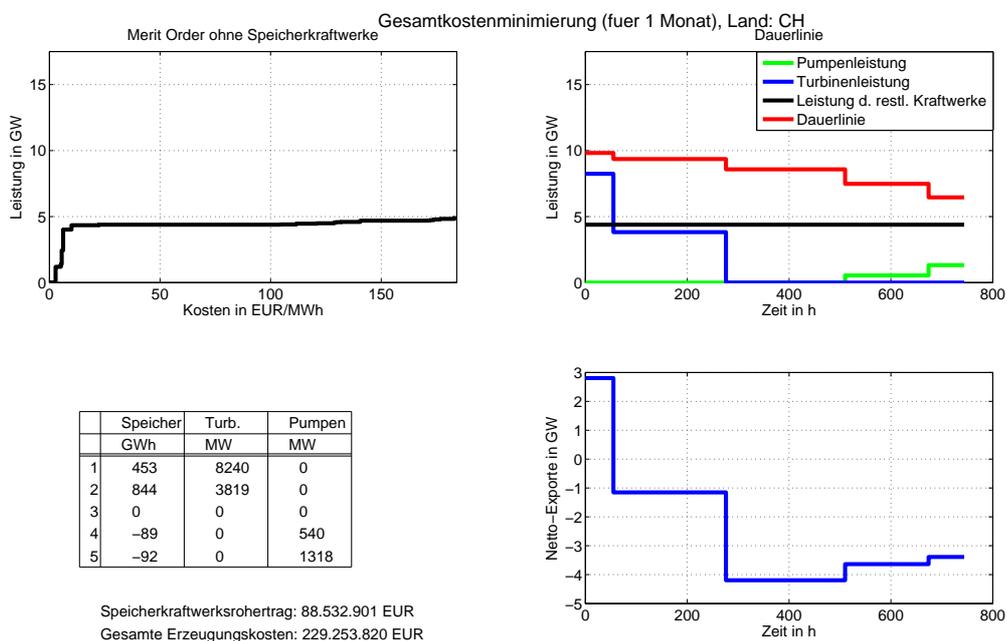


Abbildung A.8: Gesamtkostenminimierung Europa Jänner 2008 - Schweiz

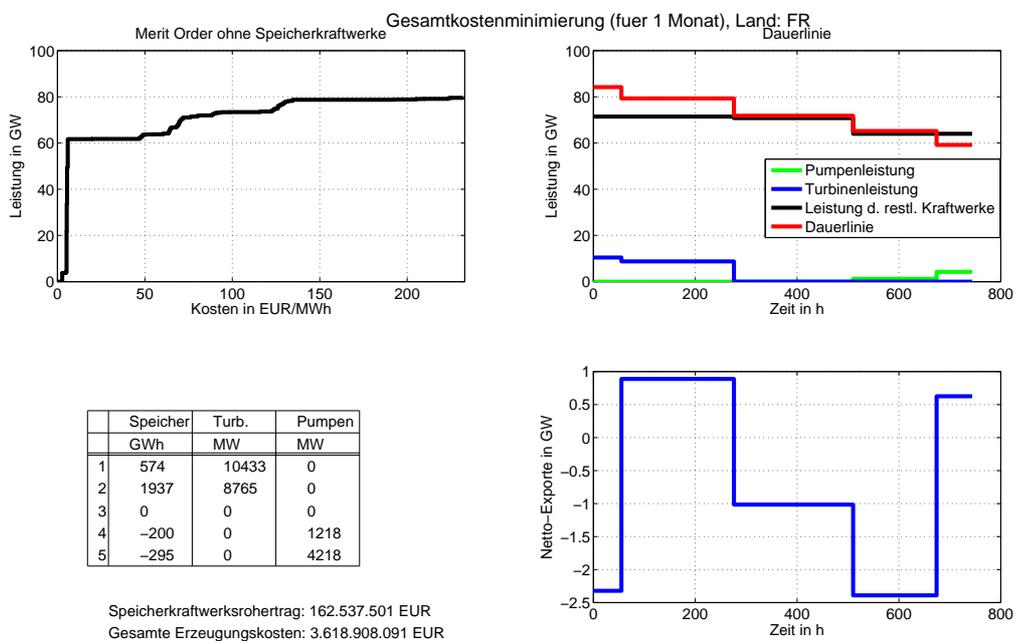


Abbildung A.9: Gesamtkostenminimierung Europa Jänner 2008 - Frankreich

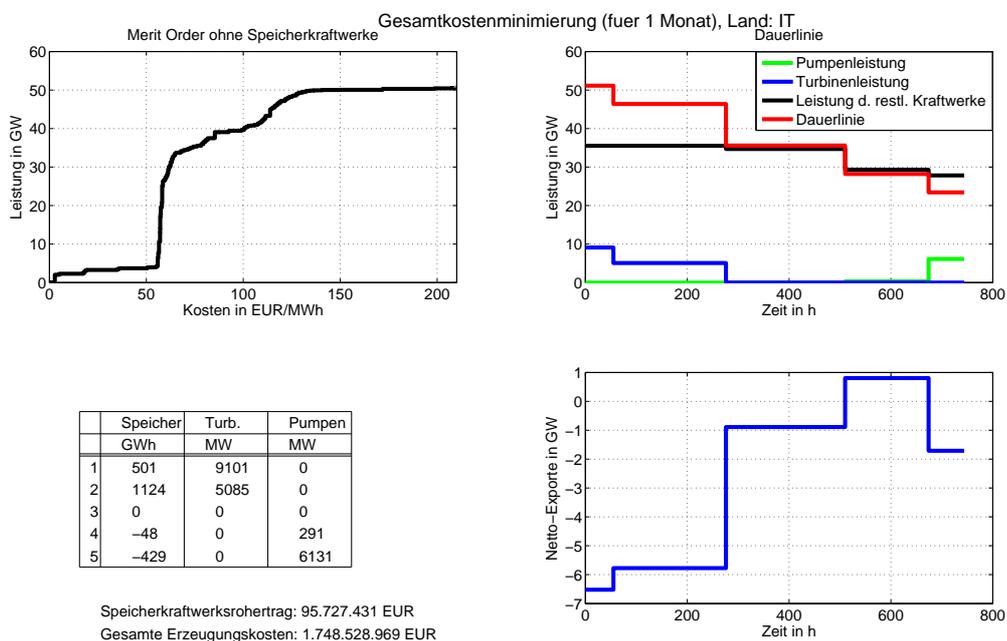


Abbildung A.10: Gesamtkostenminimierung Europa Jänner 2008 - Italien

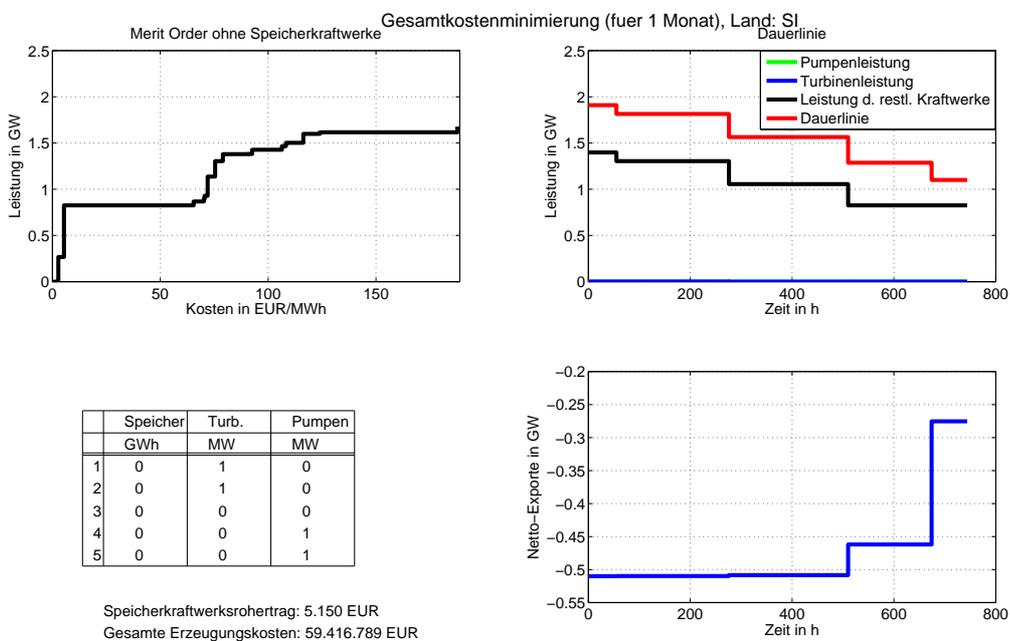


Abbildung A.11: Gesamtkostenminimierung Europa Jänner 2008 - Slowenien

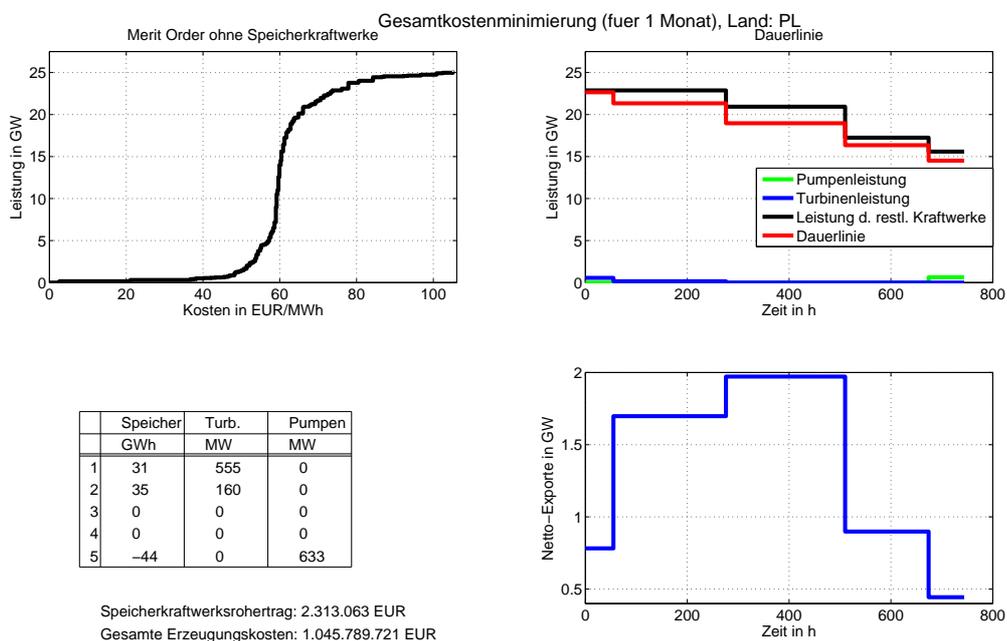


Abbildung A.12: Gesamtkostenminimierung Europa Jänner 2008 - Polen

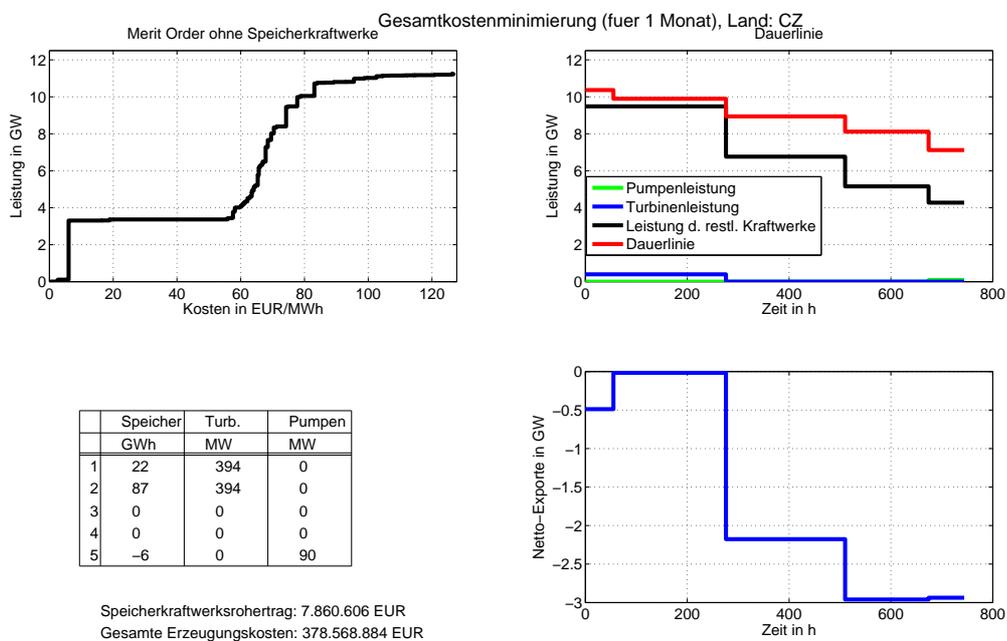


Abbildung A.13: Gesamtkostenminimierung Europa Jänner 2008 - Tschechien

A.2.2 Juni

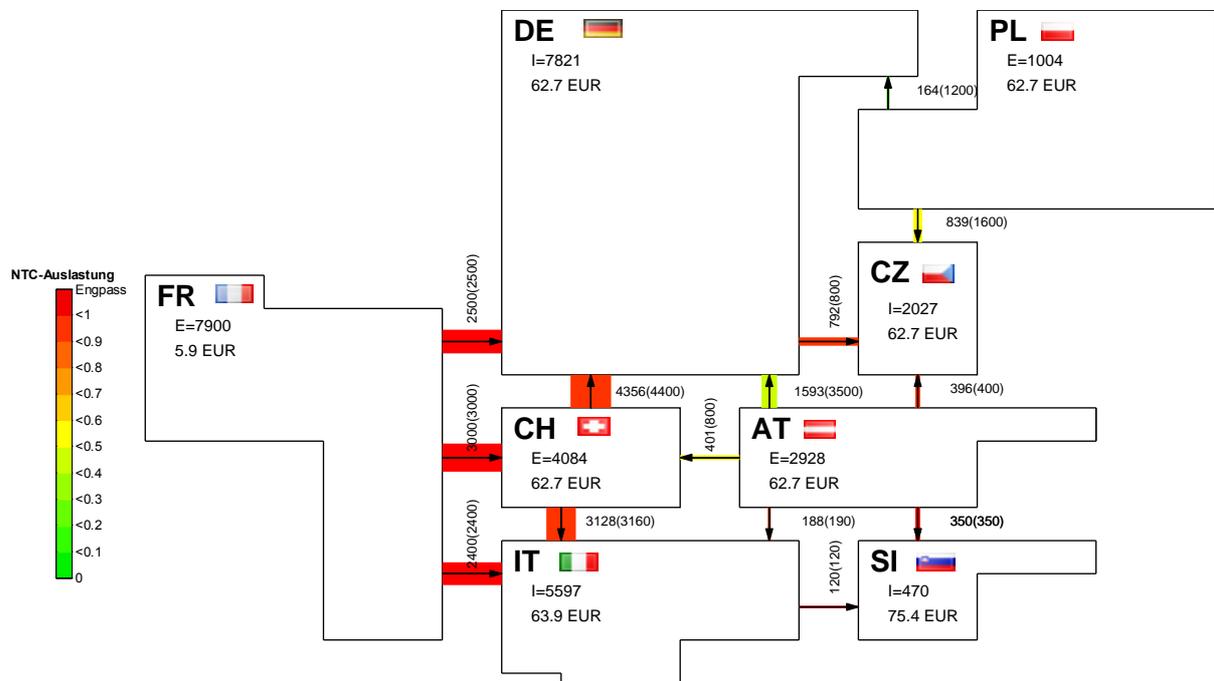


Abbildung A.14: Gesamtkostenminimierung Europa Juni 2008 - Intervall 1

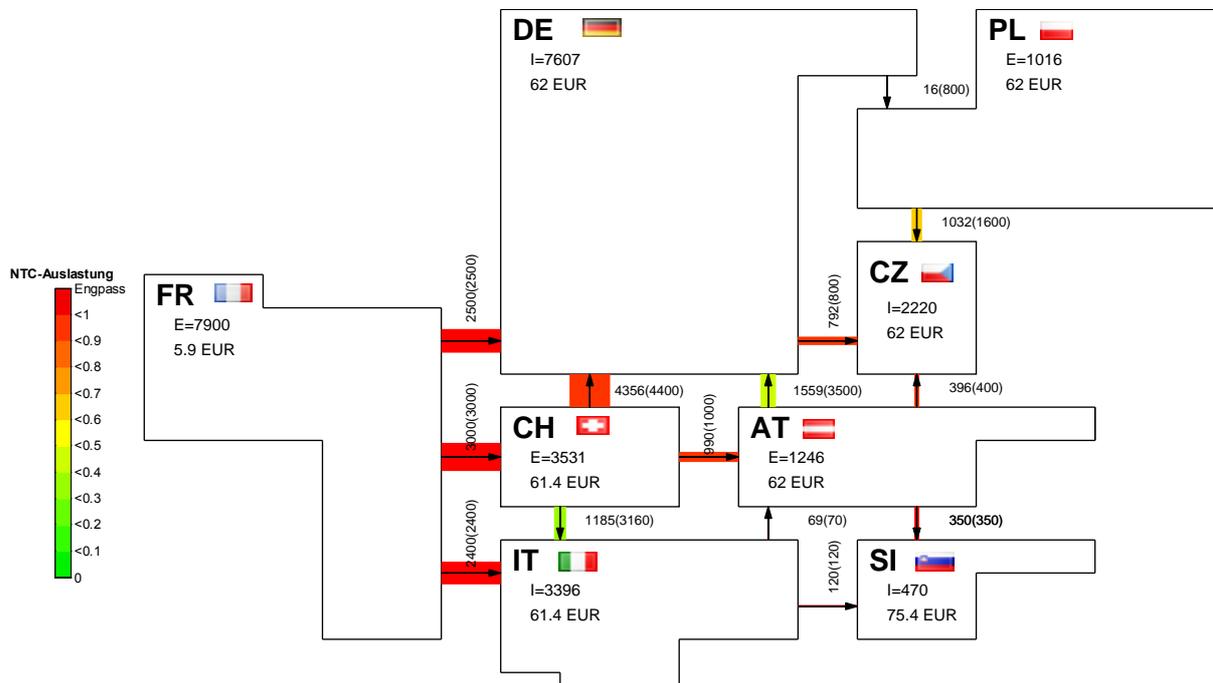


Abbildung A.15: Gesamtkostenminimierung Europa Juni 2008 - Intervall 2

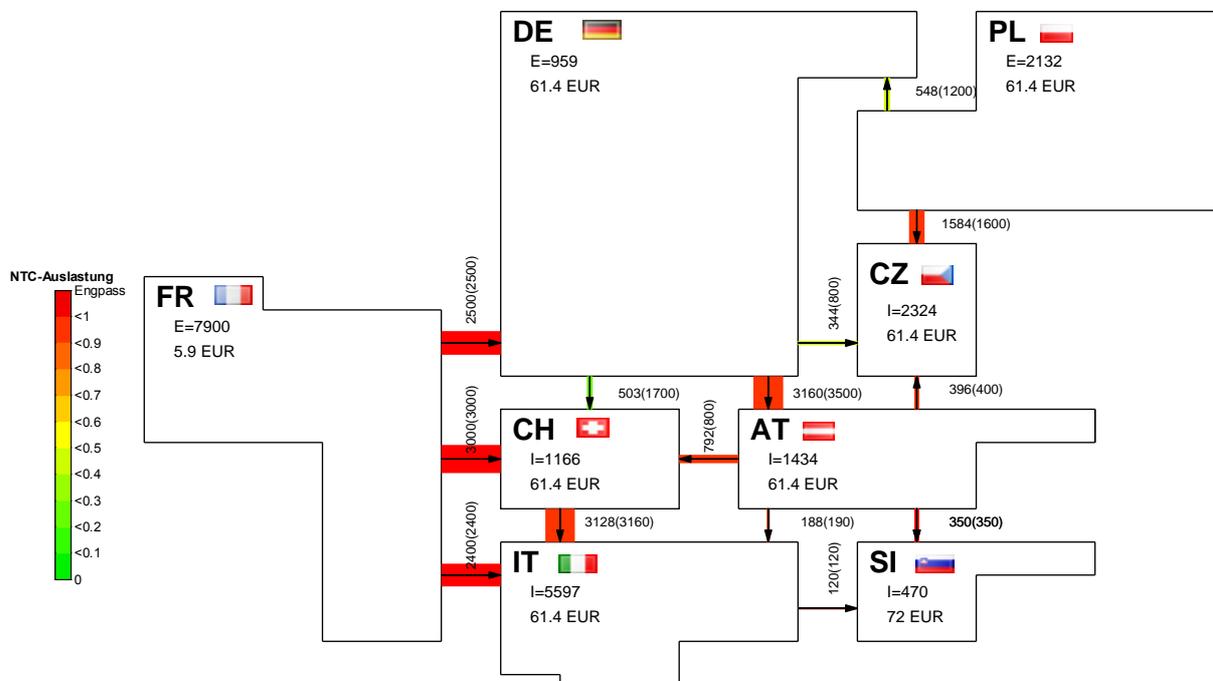


Abbildung A.16: Gesamtkostenminimierung Europa Juni 2008 - Intervall 3

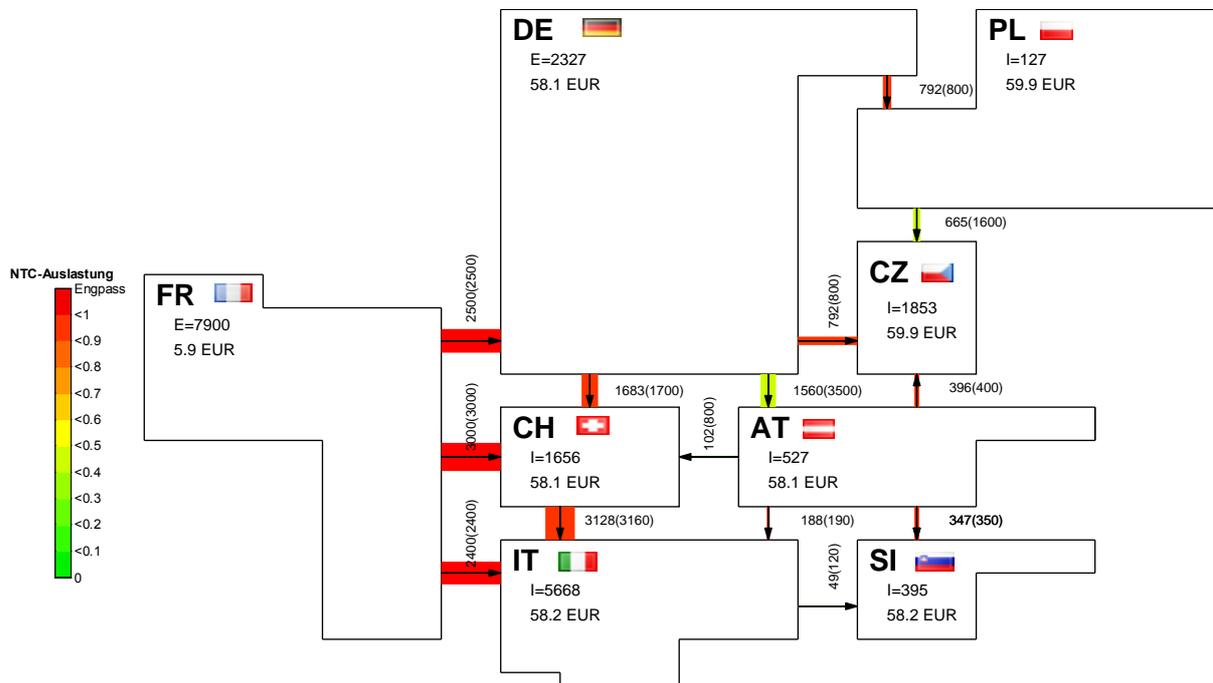


Abbildung A.17: Gesamtkostenminimierung Europa Juni 2008 - Intervall 4

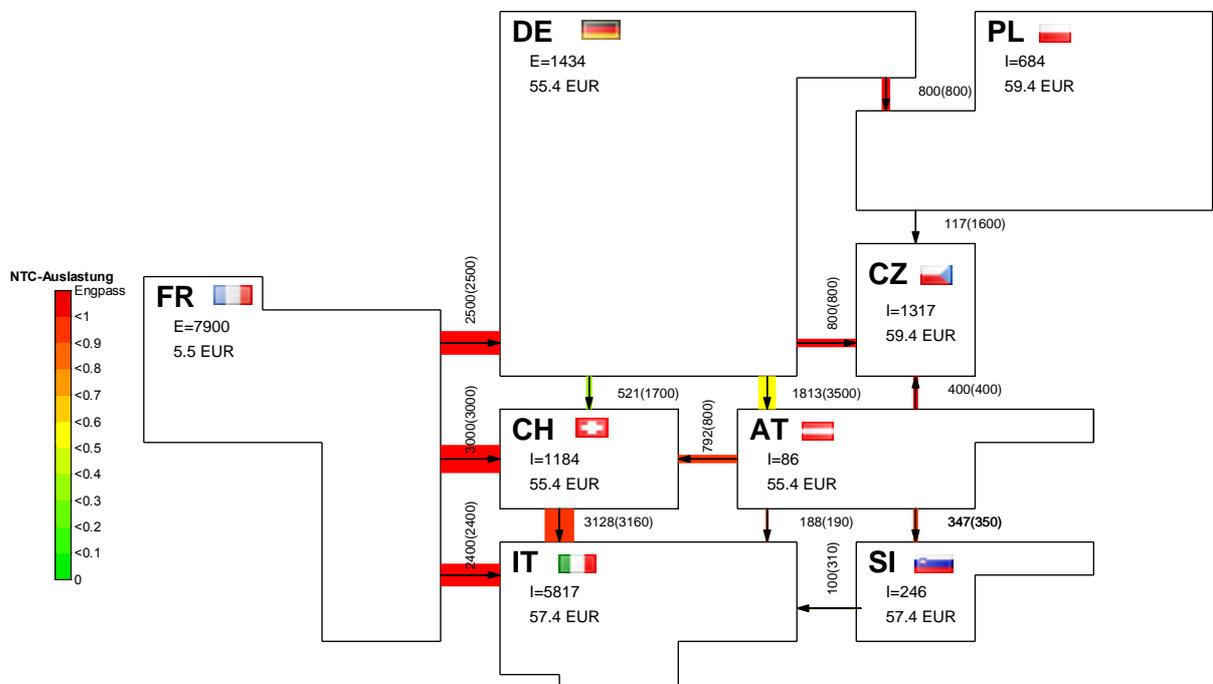


Abbildung A.18: Gesamtkostenminimierung Europa Juni 2008 - Intervall 5

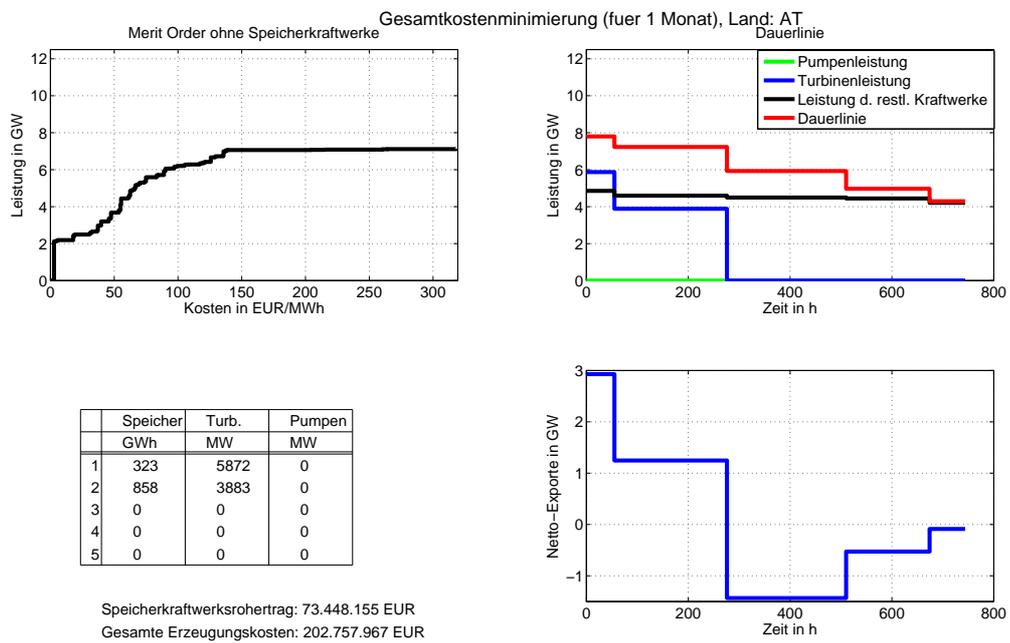


Abbildung A.19: Gesamtkostenminimierung Europa Juni 2008 - Österreich

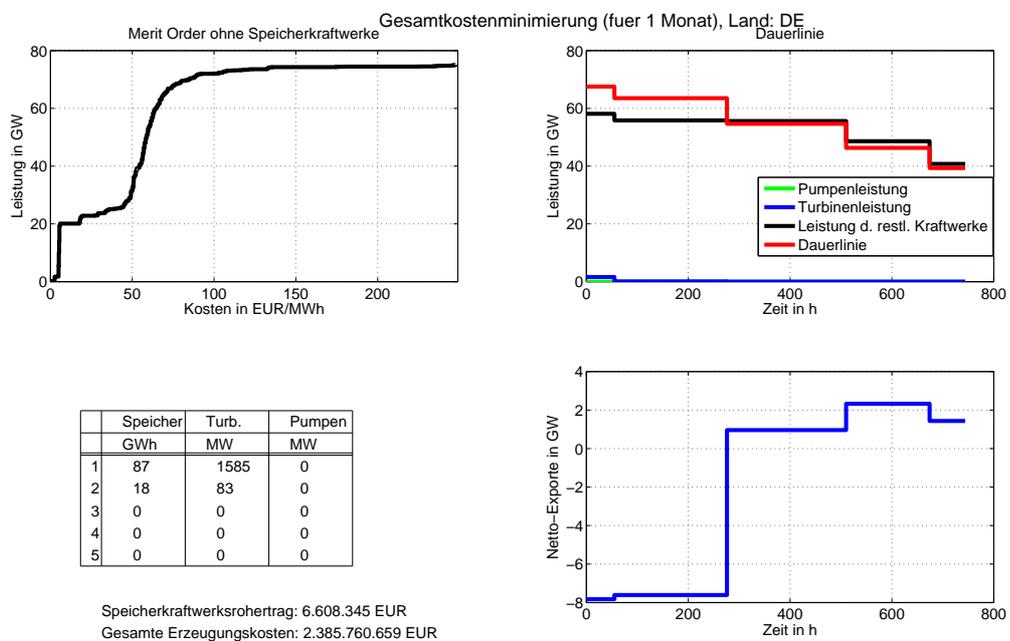


Abbildung A.20: Gesamtkostenminimierung Europa Juni 2008 - Deutschland

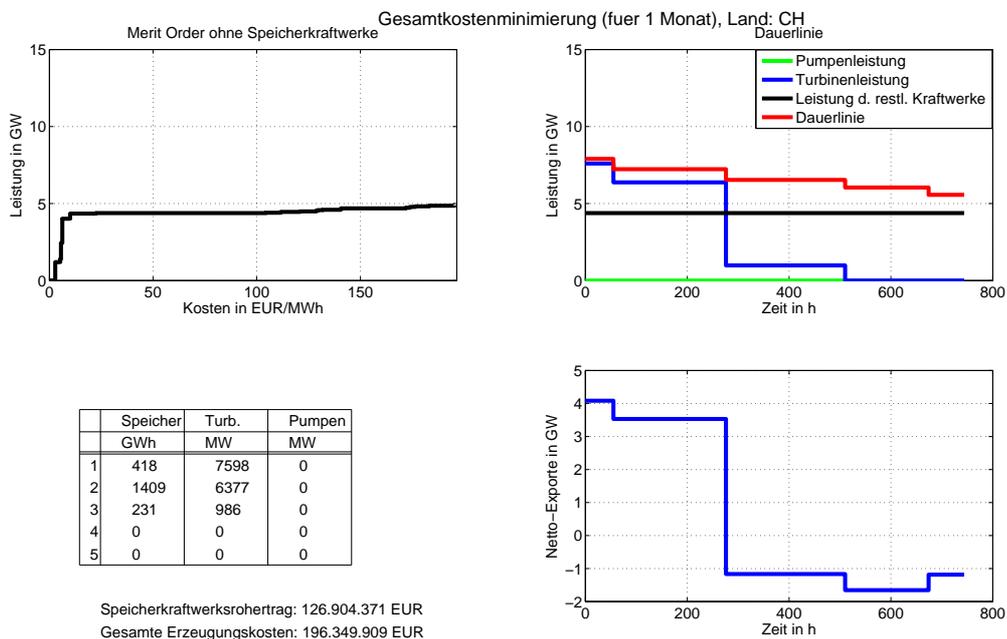


Abbildung A.21: Gesamtkostenminimierung Europa Juni 2008 - Schweiz

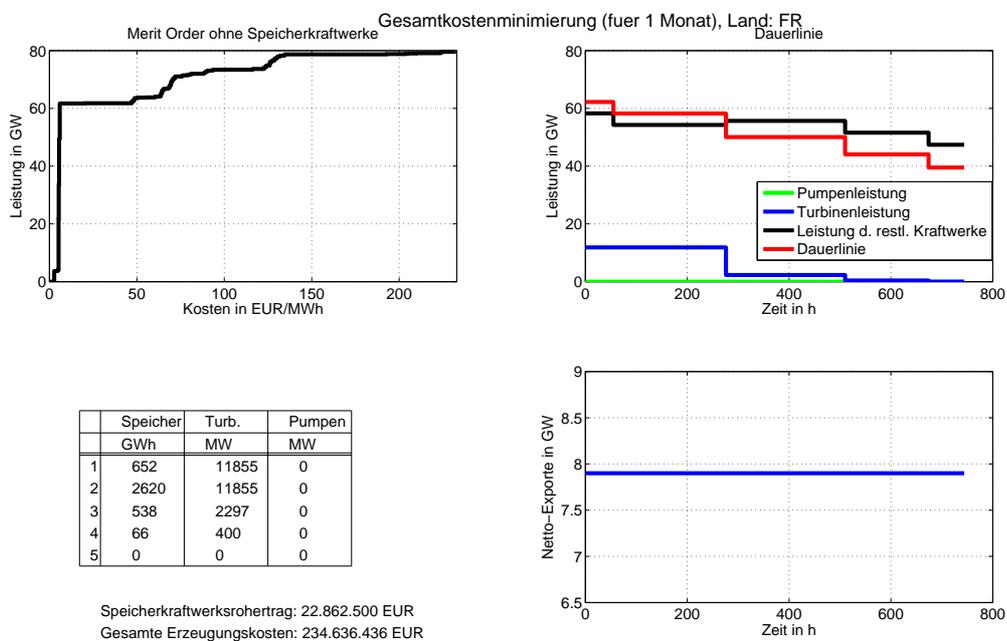


Abbildung A.22: Gesamtkostenminimierung Europa Juni 2008 - Frankreich

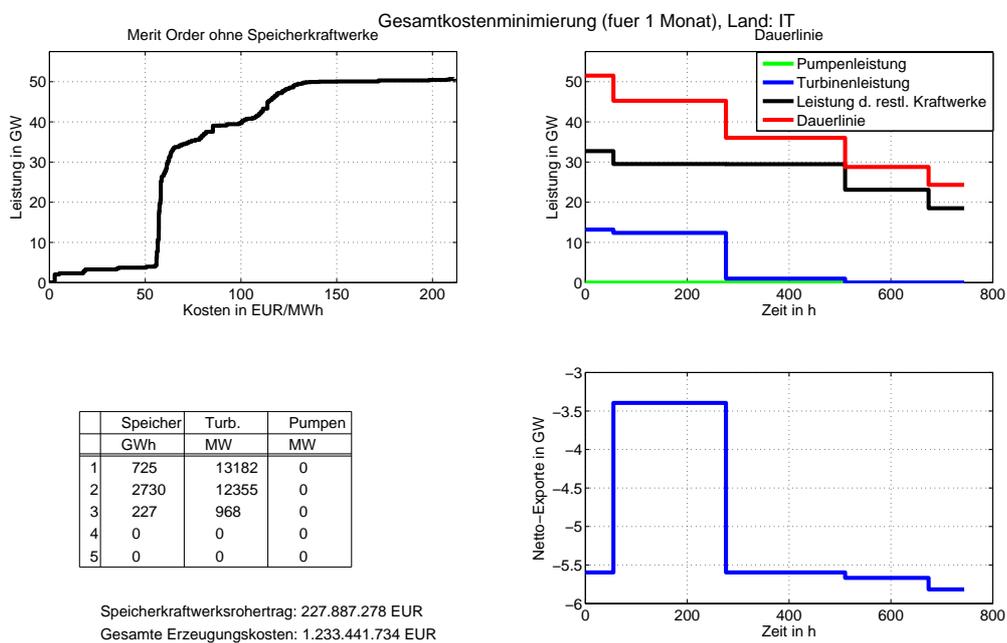


Abbildung A.23: Gesamtkostenminimierung Europa Juni 2008 - Italien

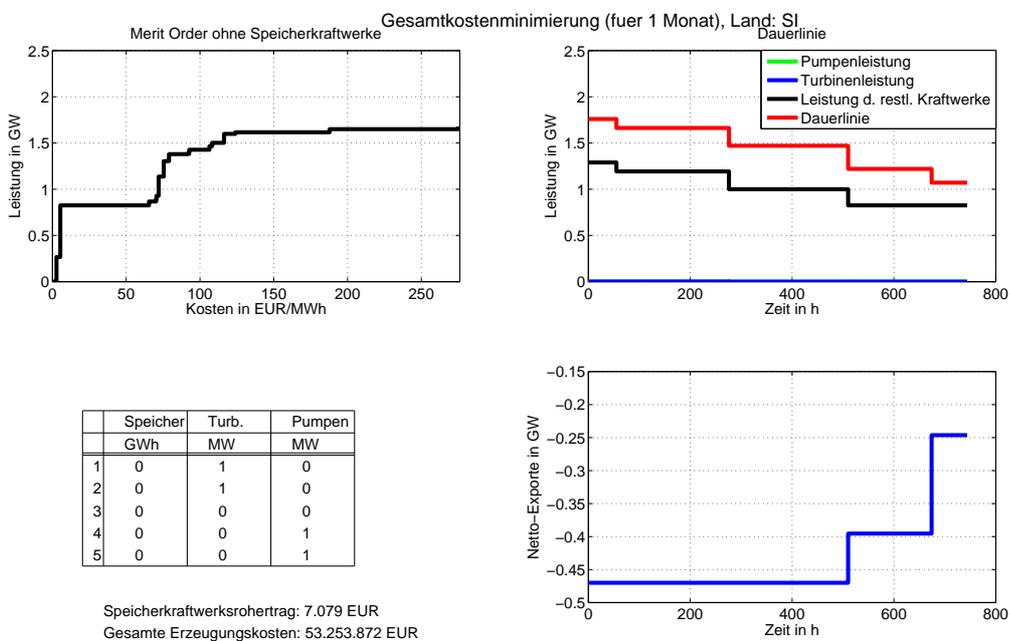


Abbildung A.24: Gesamtkostenminimierung Europa Juni 2008 - Slowenien

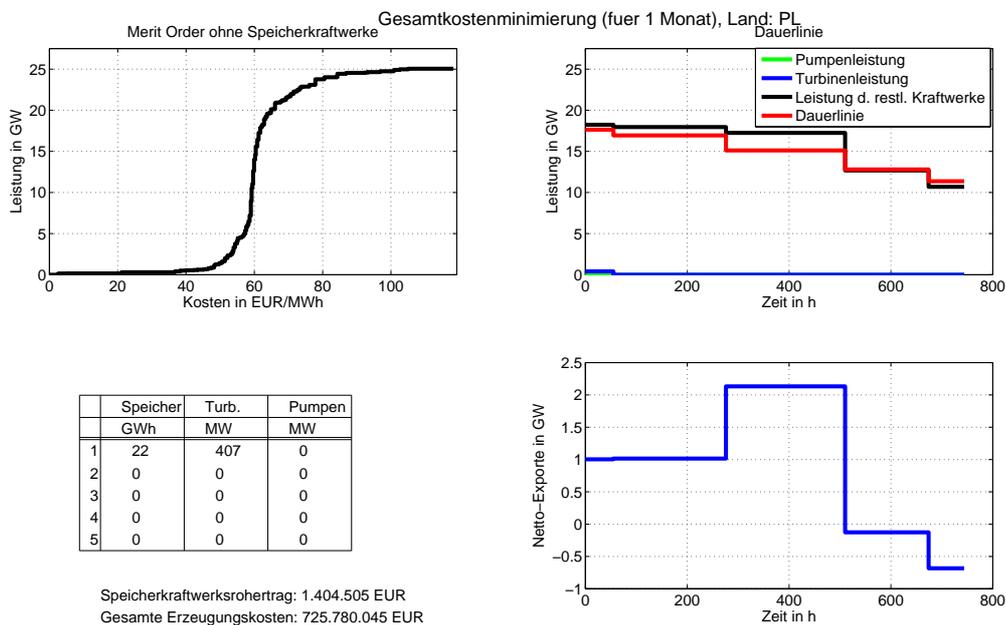


Abbildung A.25: Gesamtkostenminimierung Europa Juni 2008 - Polen

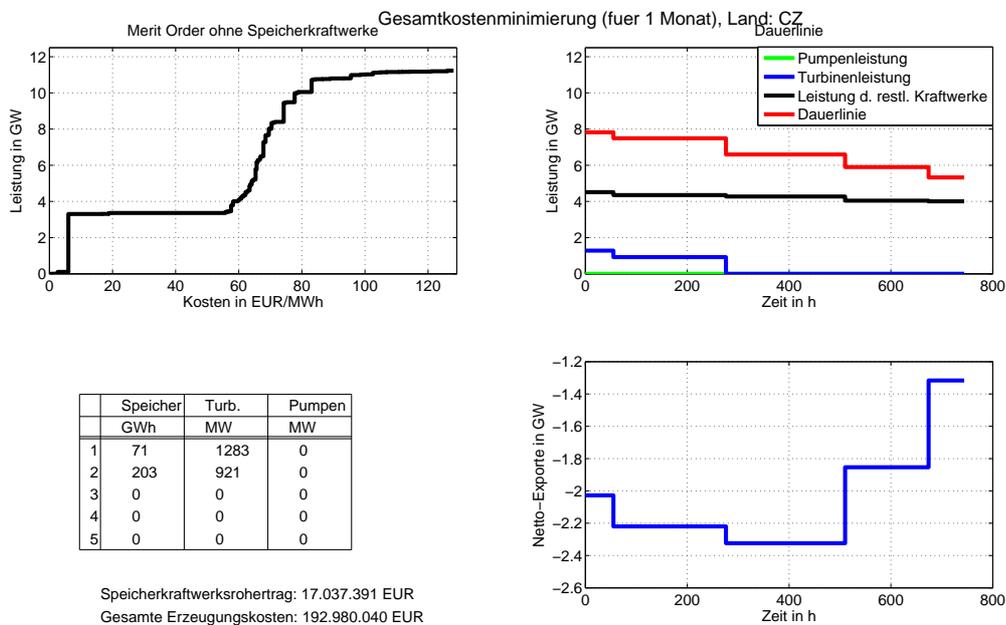


Abbildung A.26: Gesamtkostenminimierung Europa Juni 2008 - Tschechien

A.3 Rohertragsmaximierung für Europa

A.3.1 Jänner

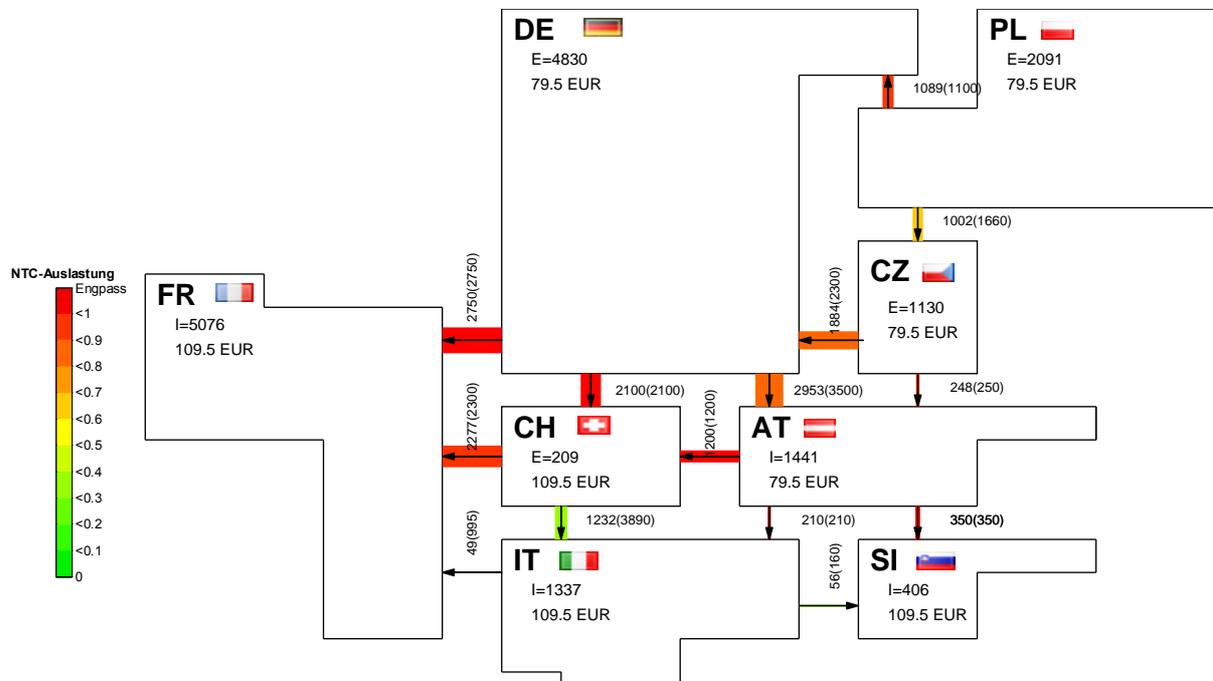


Abbildung A.27: Rohertragsmaximierung Europa Jänner 2008 - Intervall 1

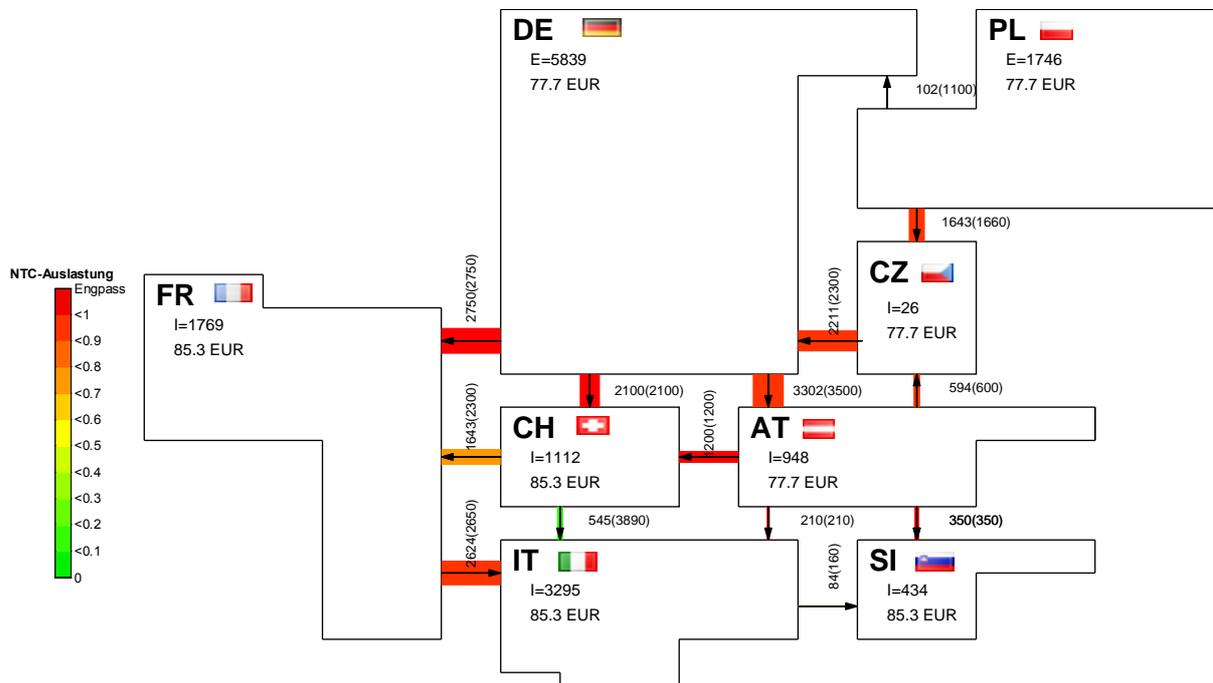


Abbildung A.28: Rohertragsmaximierung Europa Jänner 2008 - Intervall 2

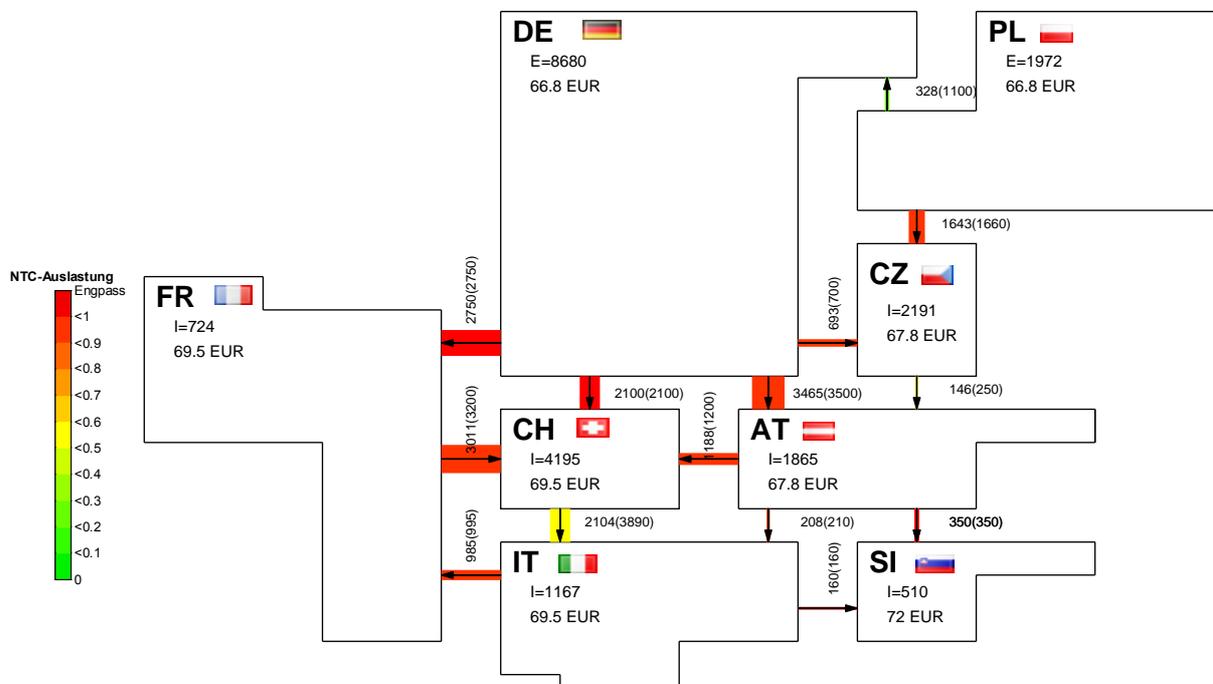


Abbildung A.29: Rohertragsmaximierung Europa Jänner 2008 - Intervall 3

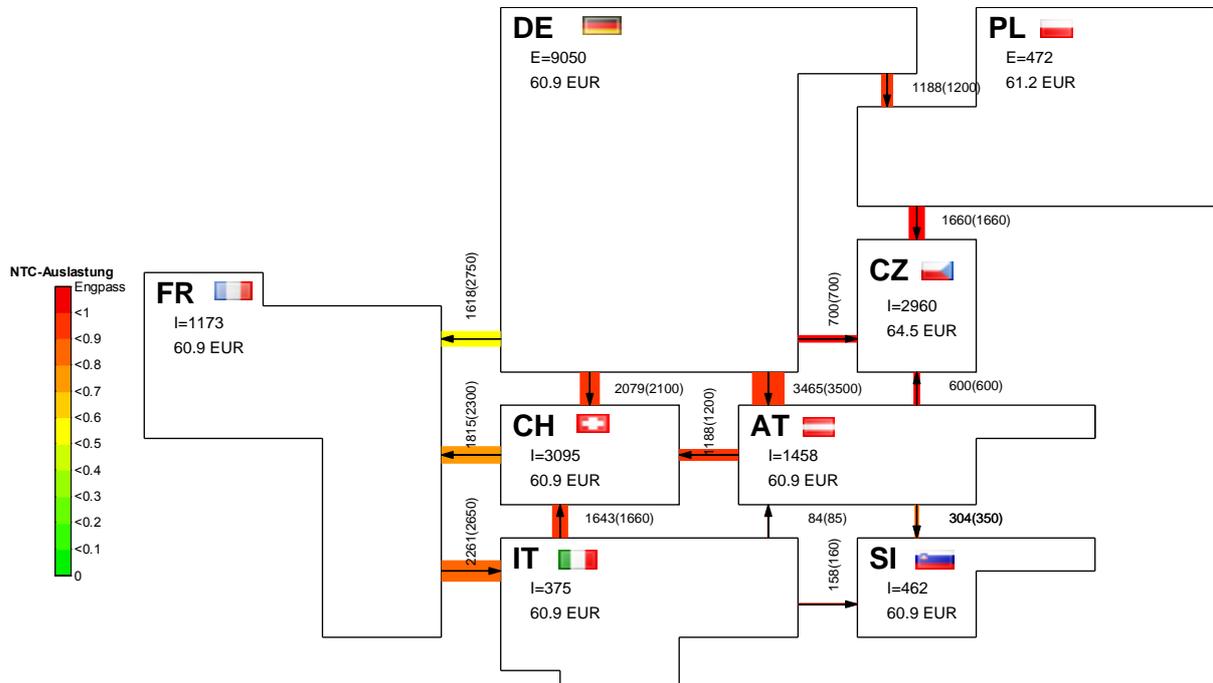


Abbildung A.30: Rohertragsmaximierung Europa Jänner 2008 - Intervall 4

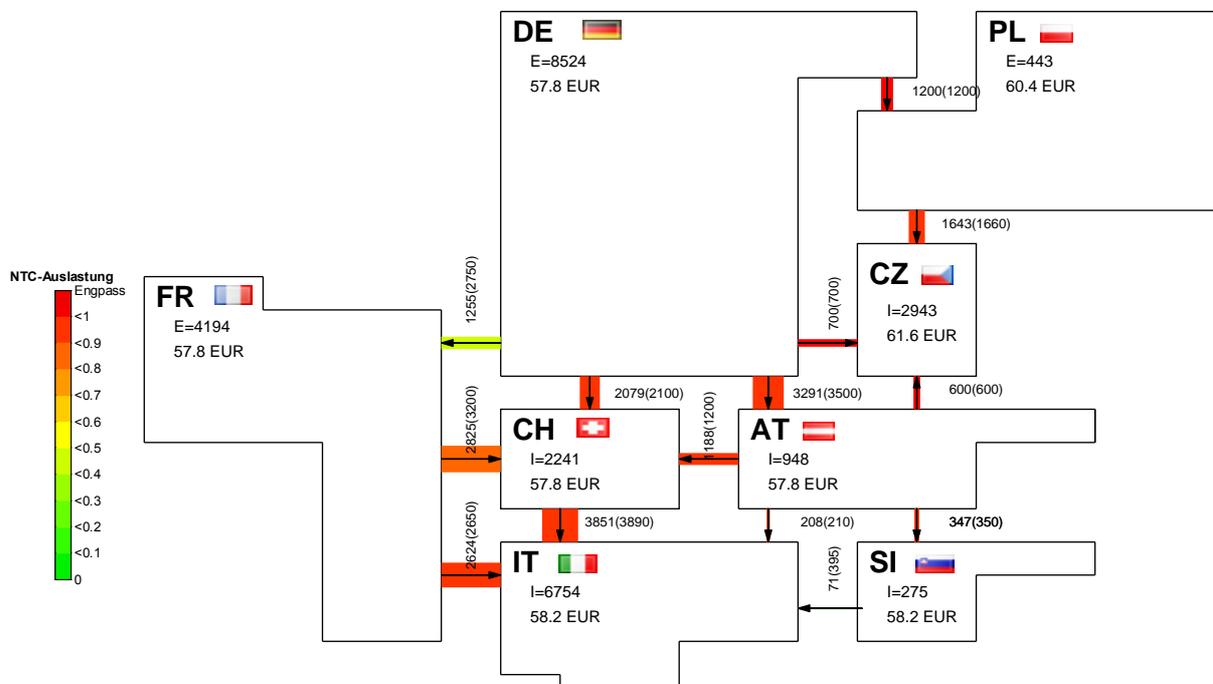


Abbildung A.31: Rohertragsmaximierung Europa Jänner 2008 - Intervall 5

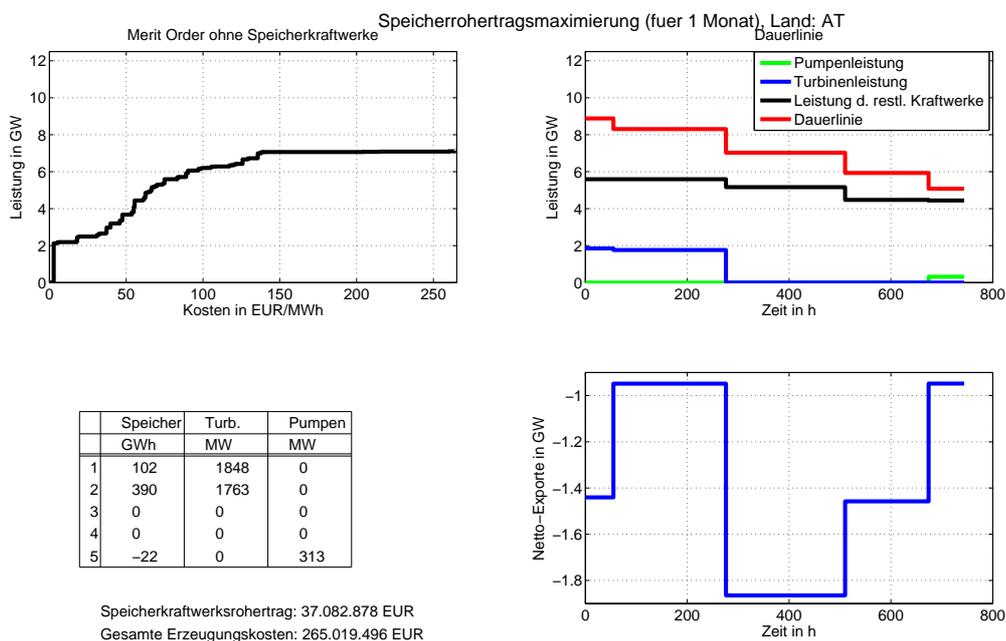


Abbildung A.32: Rodertragsmaximierung Europa Jänner 2008 - Österreich

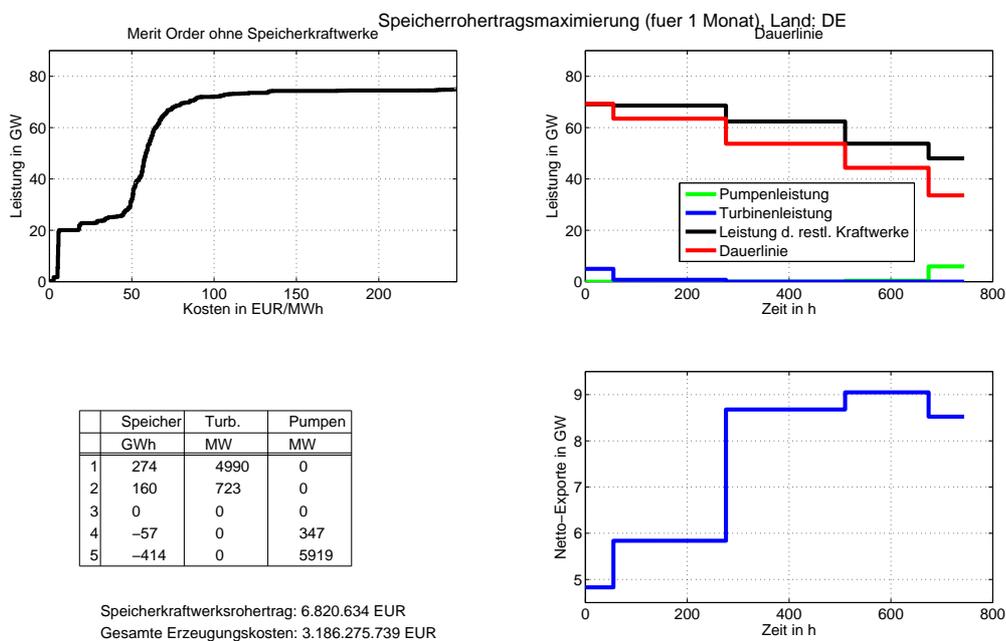


Abbildung A.33: Rodertragsmaximierung Europa Jänner 2008 - Deutschland

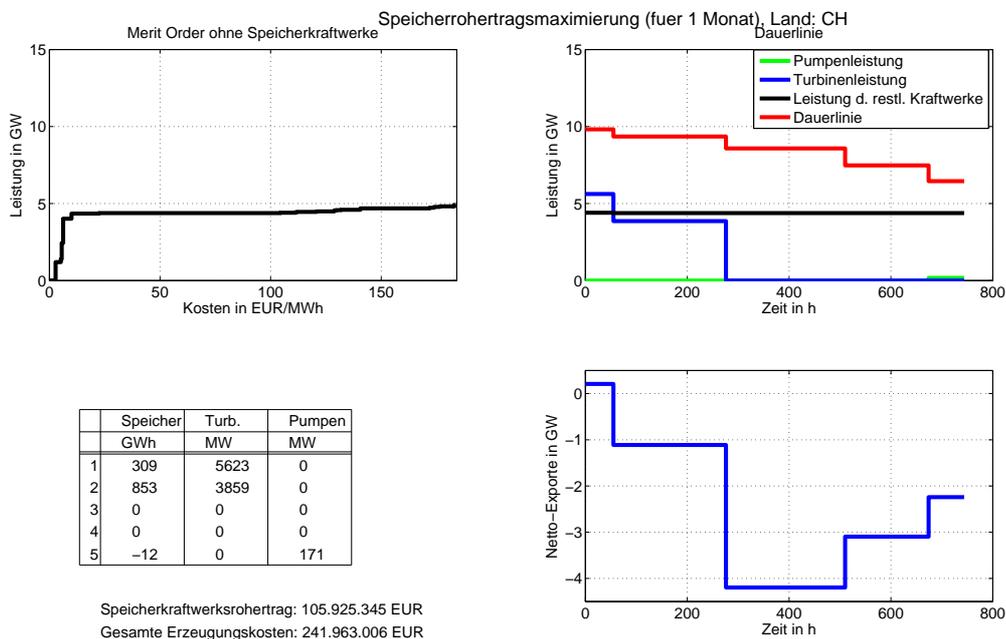


Abbildung A.34: Rodertragsmaximierung Europa Jänner 2008 - Schweiz

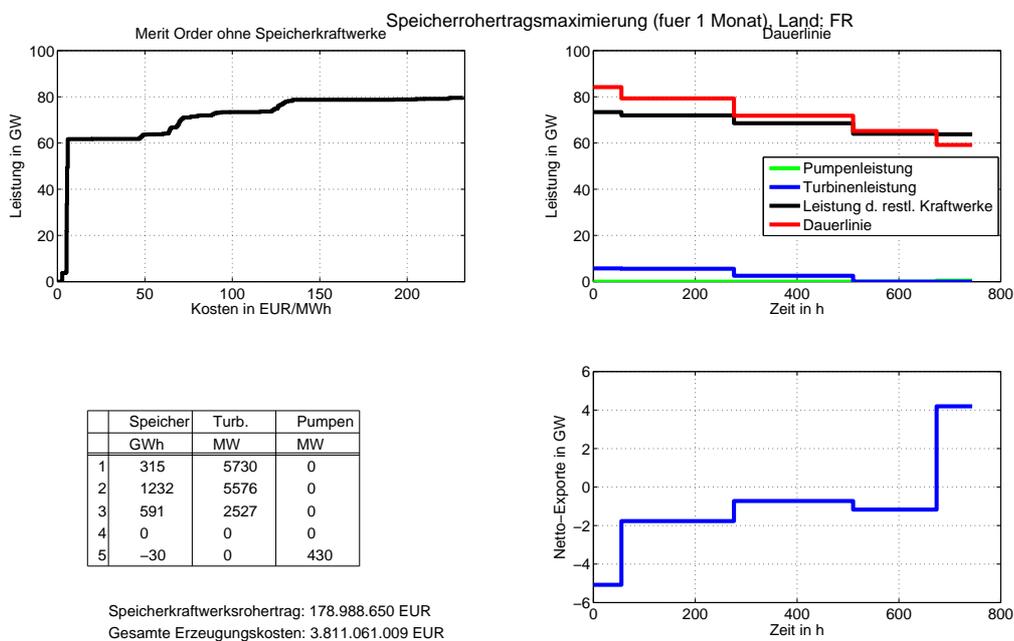


Abbildung A.35: Rodertragsmaximierung Europa Jänner 2008 - Frankreich

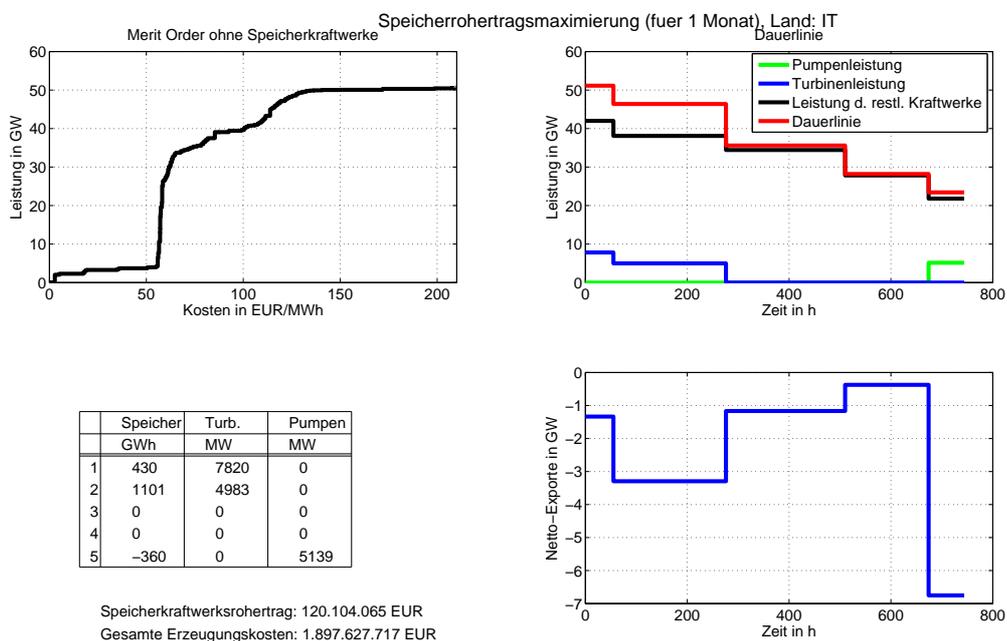


Abbildung A.36: Rodertragsmaximierung Europa Jänner 2008 - Italien

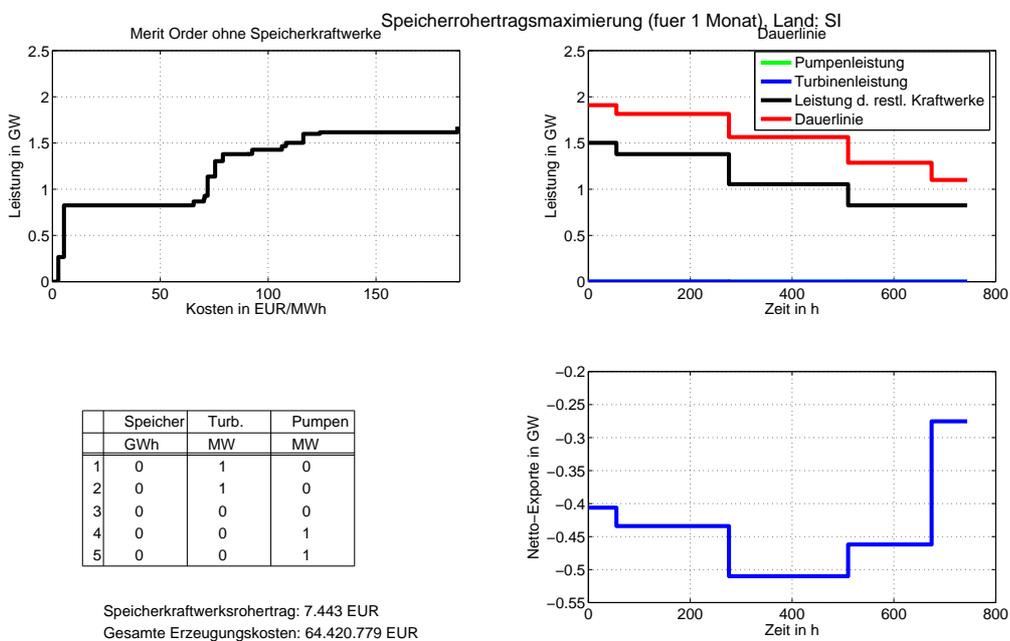


Abbildung A.37: Rodertragsmaximierung Europa Jänner 2008 - Slowenien

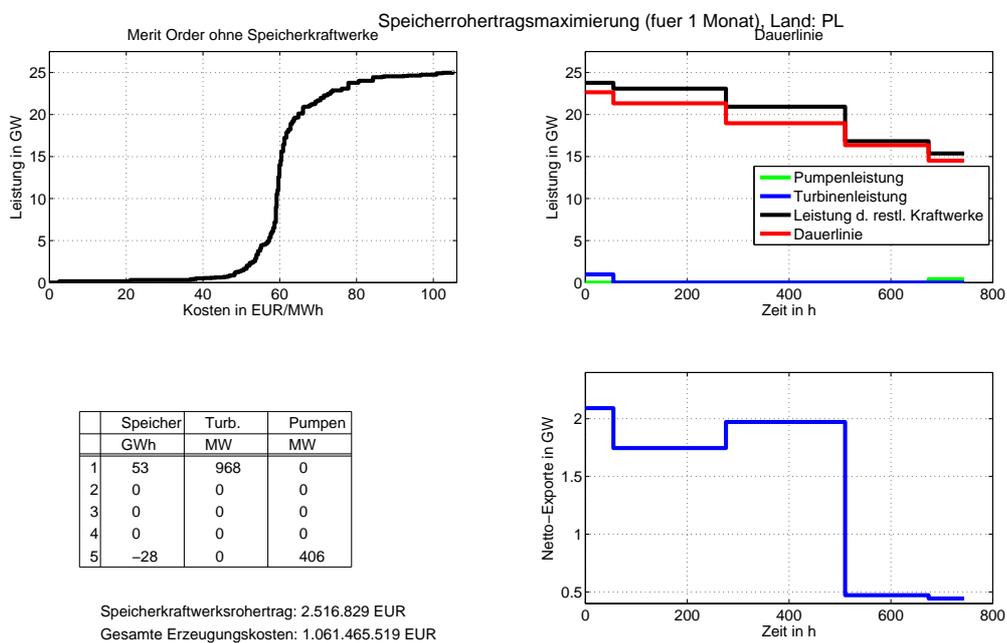


Abbildung A.38: Rodertragsmaximierung Europa Jänner 2008 - Polen

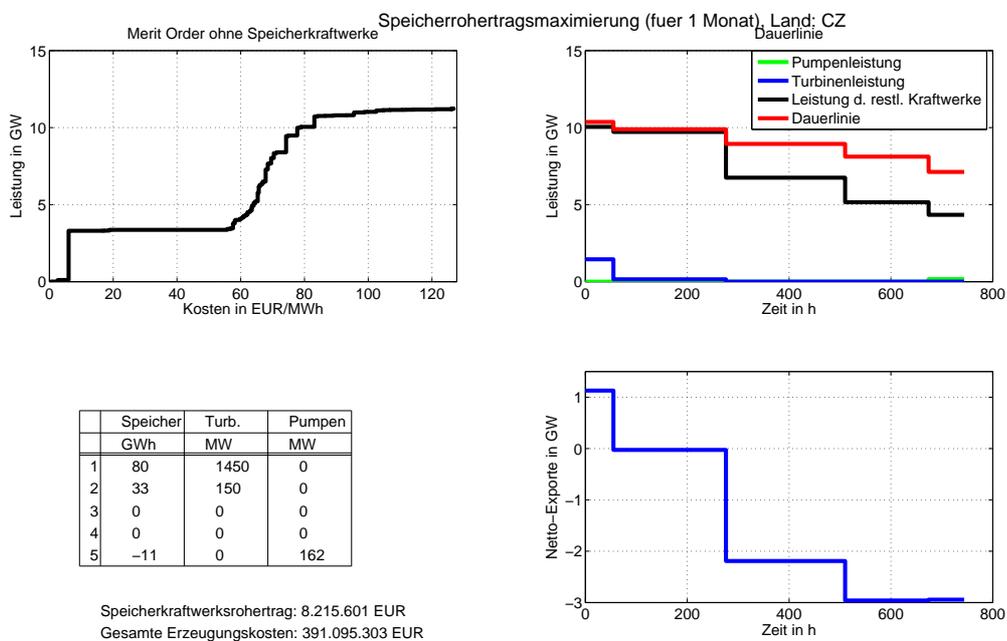


Abbildung A.39: Rodertragsmaximierung Europa Jänner 2008 - Tschechien

A.3.2 Juni

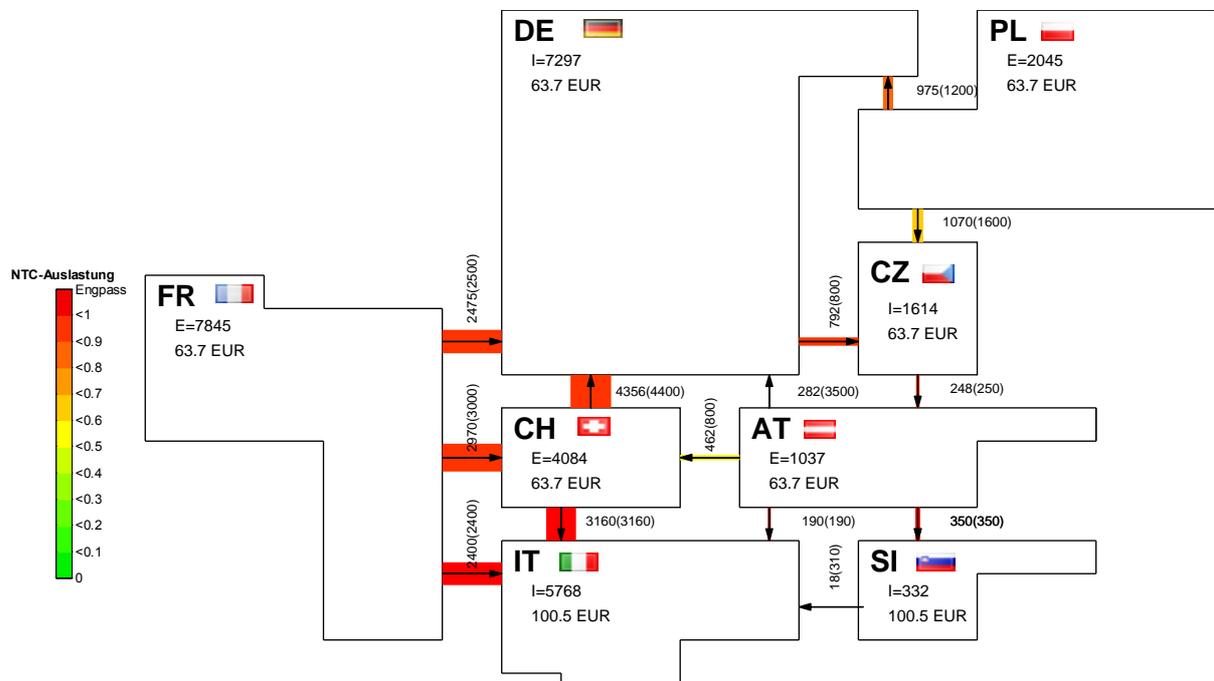


Abbildung A.40: Rohertragsmaximierung Europa Juni 2008 - Intervall 1

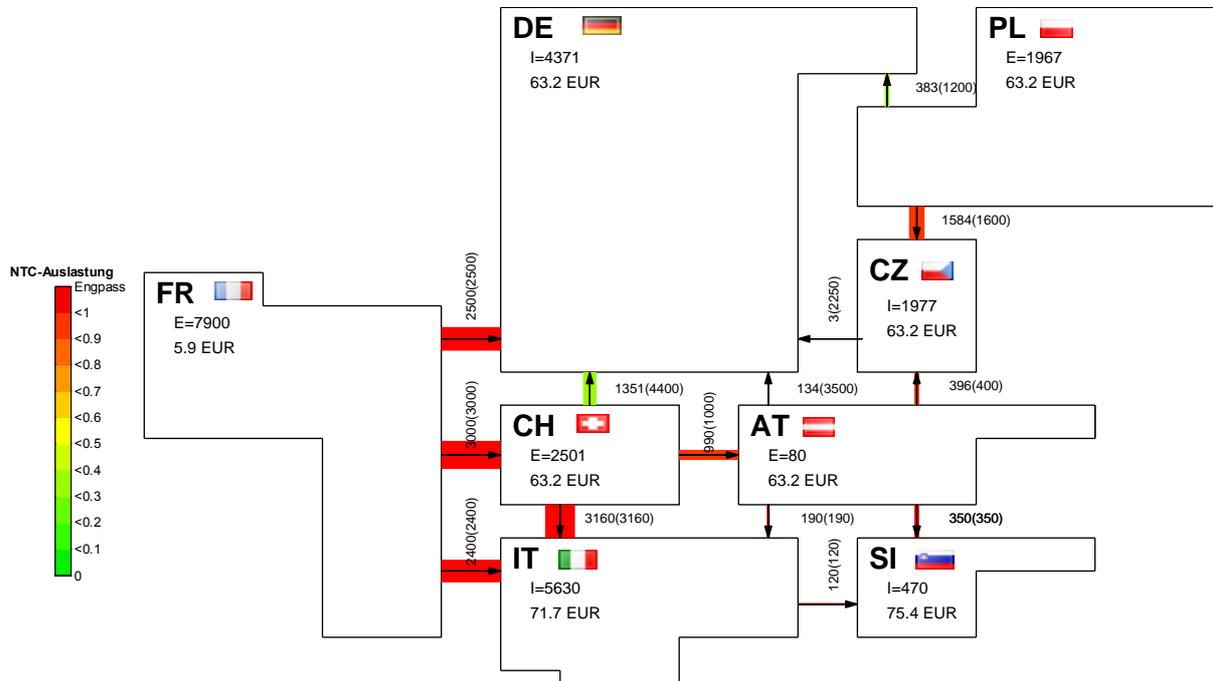


Abbildung A.41: Rohertragsmaximierung Europa Juni 2008 - Intervall 2

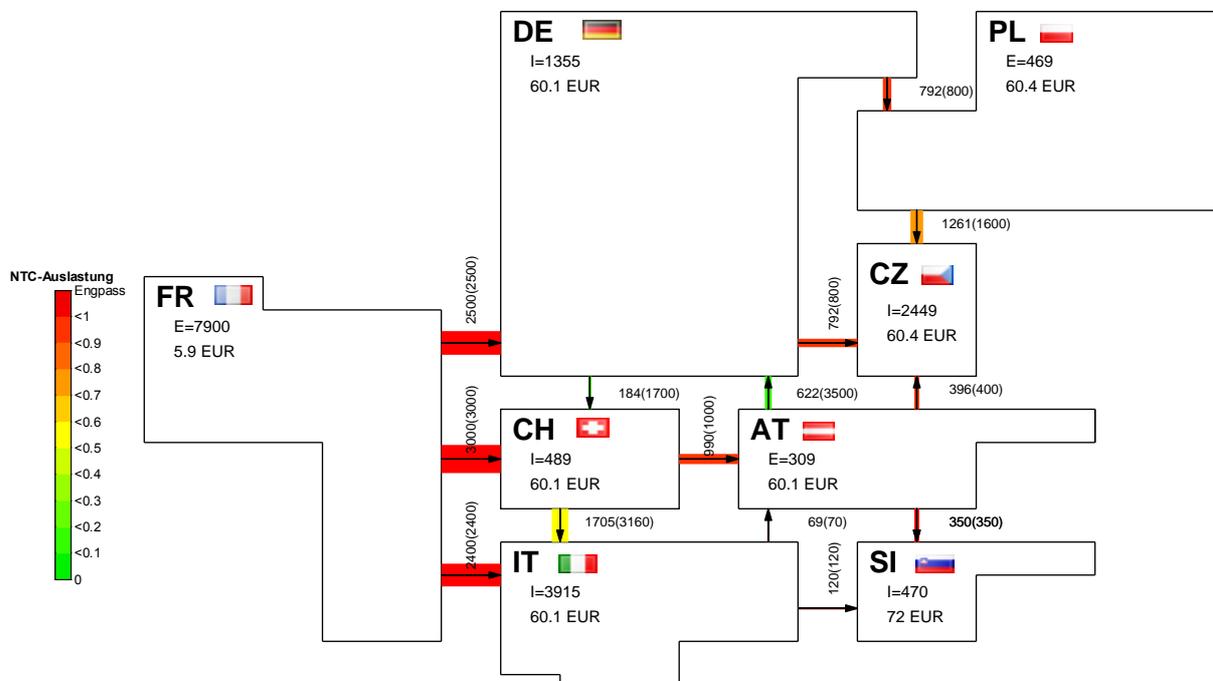


Abbildung A.42: Rohertragsmaximierung Europa Juni 2008 - Intervall 3

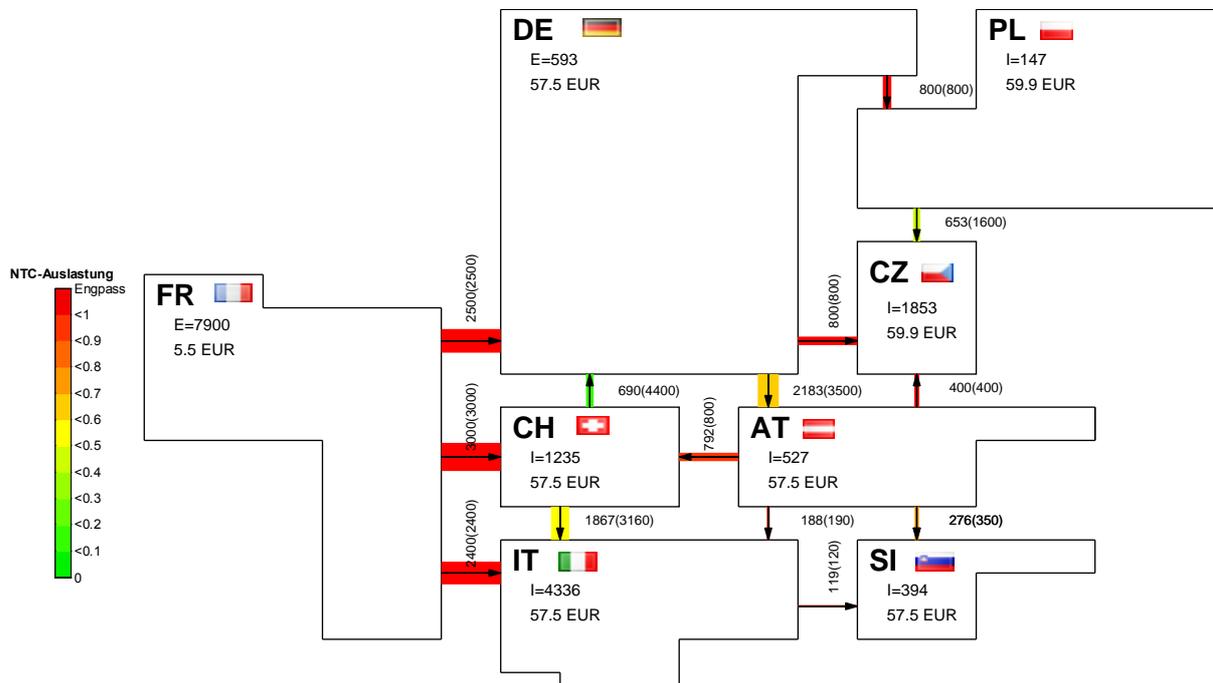


Abbildung A.43: Rohertragsmaximierung Europa Juni 2008 - Intervall 4

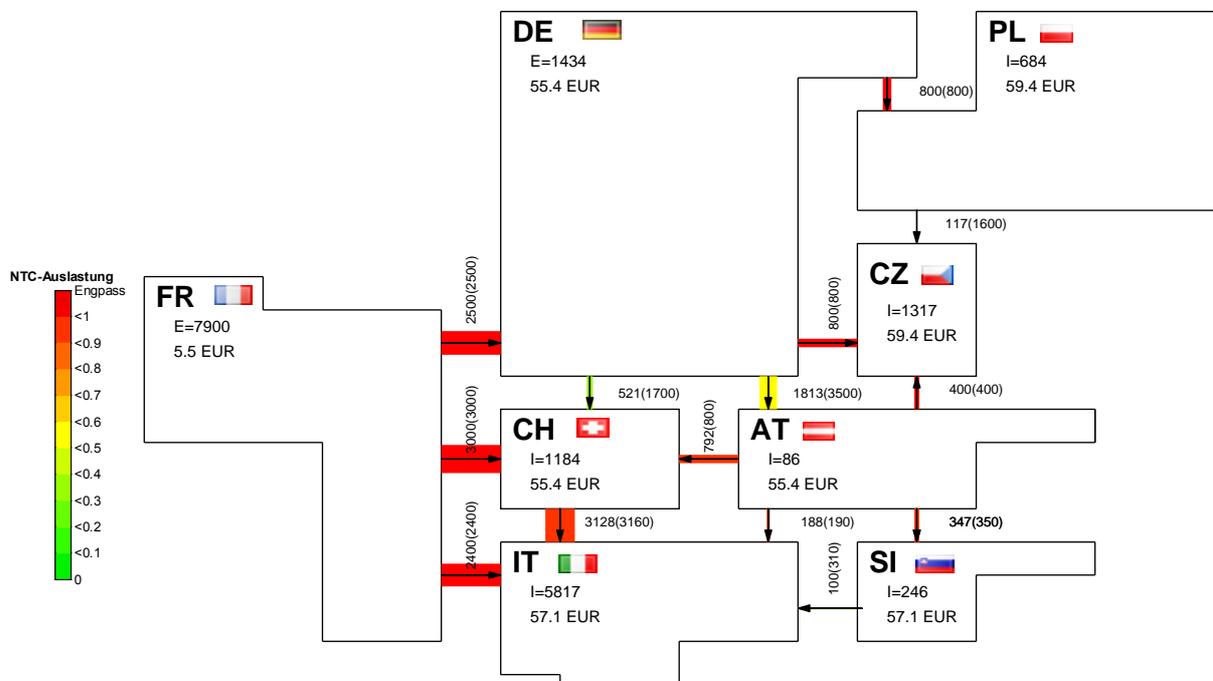


Abbildung A.44: Rohertragsmaximierung Europa Juni 2008 - Intervall 5

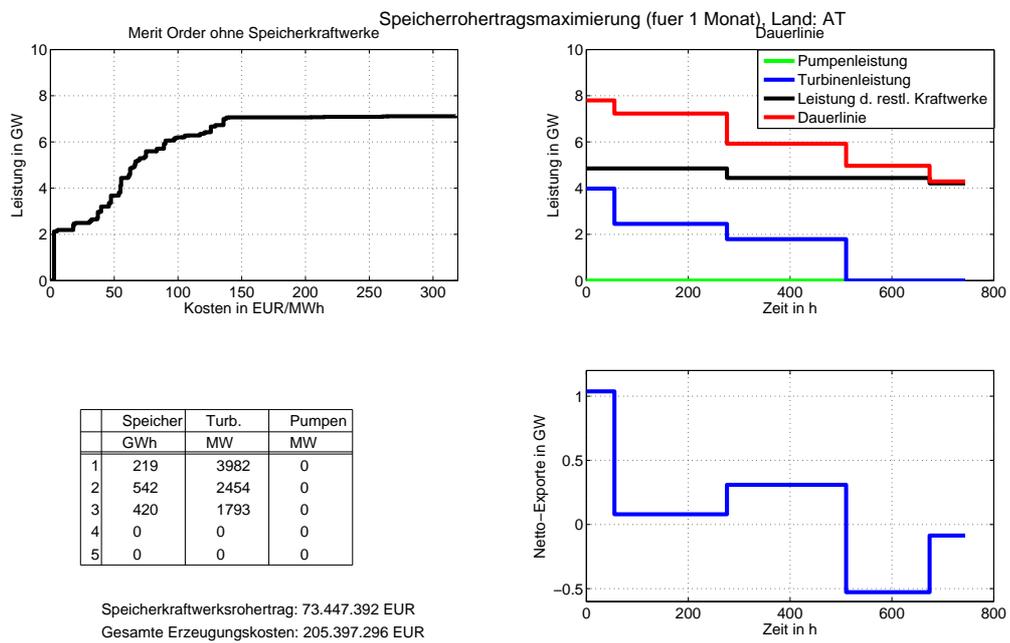


Abbildung A.45: Rodertragsmaximierung Europa Juni 2008 - Österreich

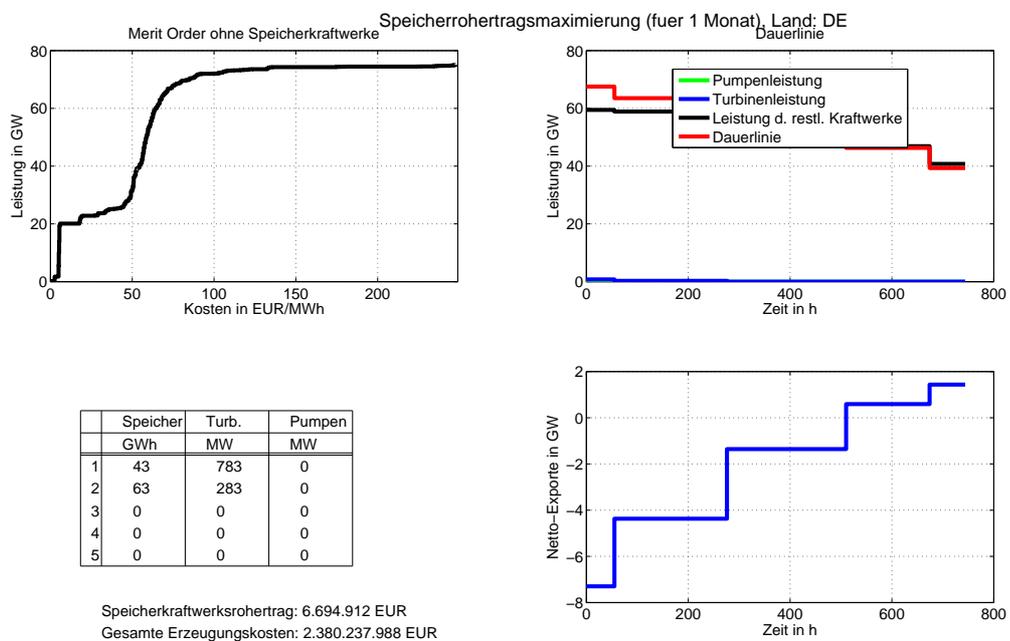


Abbildung A.46: Rodertragsmaximierung Europa Juni 2008 - Deutschland

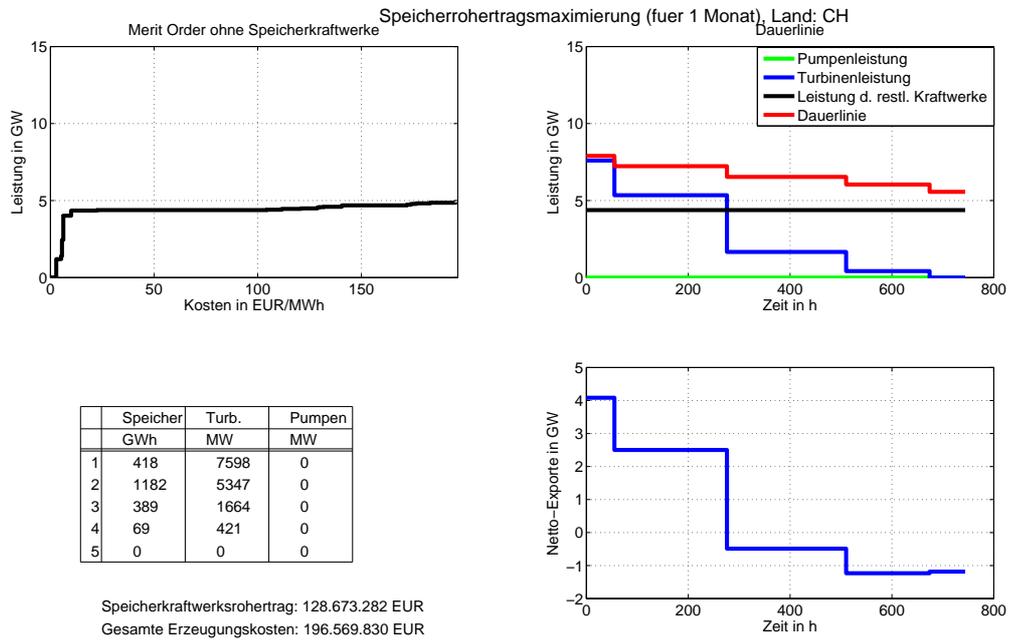


Abbildung A.47: Rodertragsmaximierung Europa Juni 2008 - Schweiz

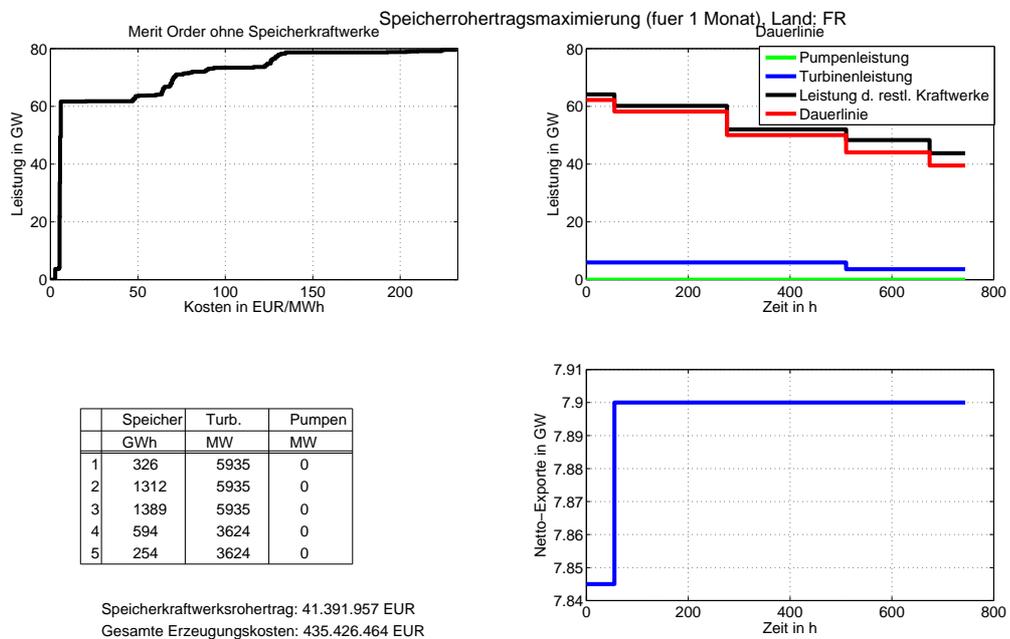


Abbildung A.48: Rodertragsmaximierung Europa Juni 2008 - Frankreich

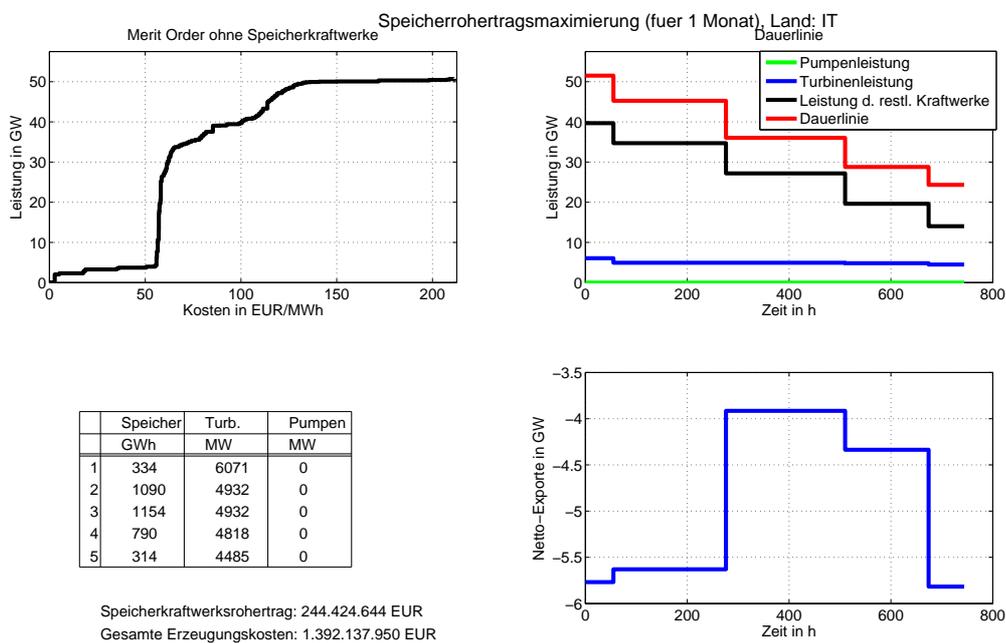


Abbildung A.49: Rodertragsmaximierung Europa Juni 2008 - Italien

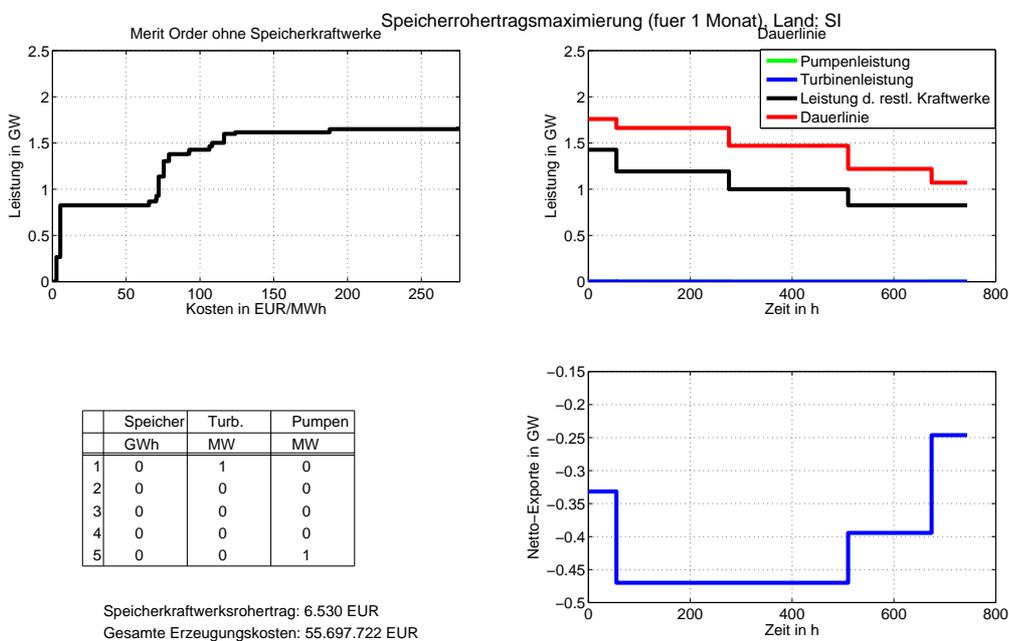


Abbildung A.50: Rodertragsmaximierung Europa Juni 2008 - Slowenien

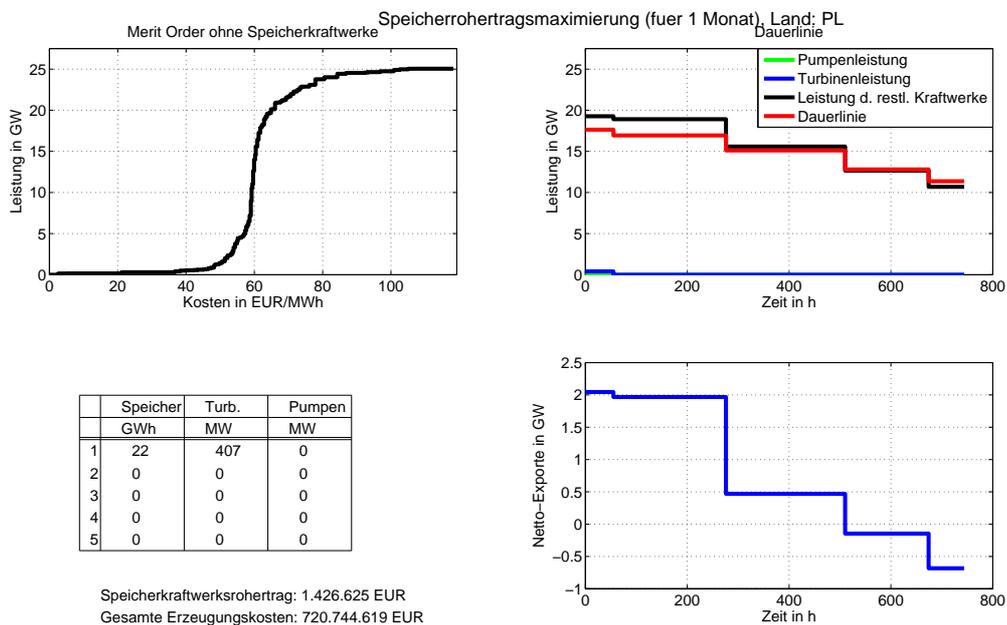


Abbildung A.51: Rohtragsmaximierung Europa Juni 2008 - Polen

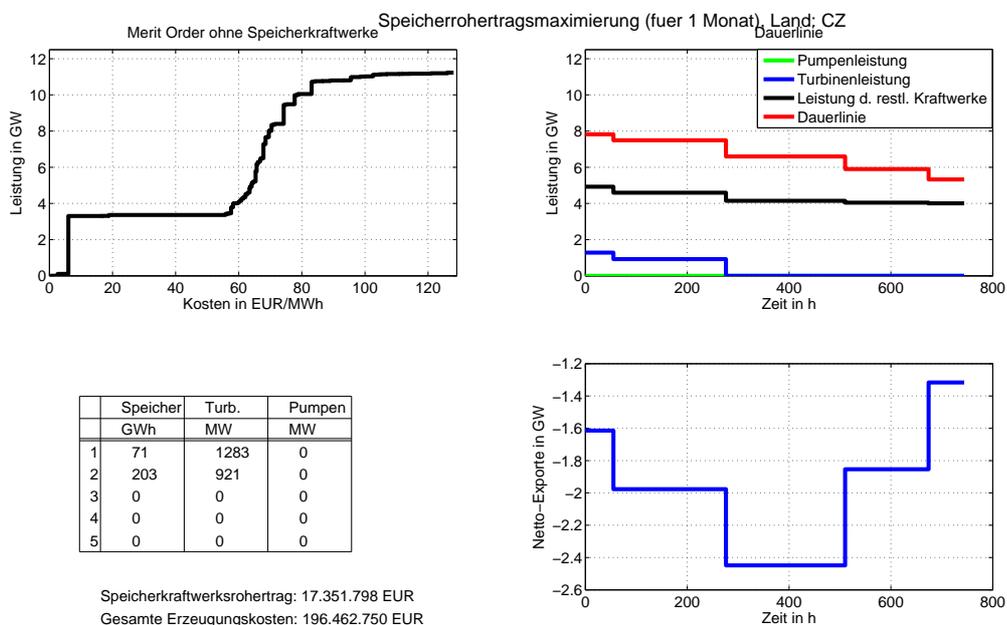


Abbildung A.52: Rohtragsmaximierung Europa Juni 2008 - Tschechien